ANALISIS PENERAPAN BAGAN PENGENDALI JUMLAH KUMULATIF UNTUK MENDETEKSI PERGESERAN RATA-RATA PROSES

SKRIPSI

oleh:
LAILIS SAIDA
NIM. 07610047

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ANALISIS PENERAPAN BAGAN PENGENDALI JUMLAH KUMULATIF UNTUK MENDETEKSI PERGESERAN RATA-RATA PROSES

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

oleh:
LAILIS SAIDA
NIM. 07610047

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ANALISIS PENERAPAN BAGAN PENGENDALI JUMLAH KUMULATIF UNTUK MENDETEKSI PERGESERAN RATA-RATA PROSES

SKRIPSI

oleh:
LAILIS SAIDA
NIM. 07610047

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 20 Agustus 2011

Dosen Pembimbing I,	Dosen Pembimbing II,
Fachrur Rozi, M.Si	Dr. H. Munirul Abidin, M. Ag
NIP. 19800527 200801 1 012	NIP. 19720420 200212 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ANALISIS PENERAPAN BAGAN PENGENDALI JUMLAH KUMULATIF UNTUK MENDETEKSI PERGESERAN RATA-RATA PROSES

SKRIPSI

oleh:
LAILIS SAIDA
NIM. 07610047

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 13 September 2011

Susunan Dewan Penguji		**Tanda Tangan**
1. Penguji Utama	: Sri Harini, M.Si NIP. 19731014 200212 2 002	_____
2. Ketua Penguji	: Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	_____
3. Sekretaris Penguji	: Fachrur Rozi, M.Si NIP. 19800527 200801 1 012	_____
4. Anggota	: Dr. H. Munirul Abidin, M. Ag NIP. 19720420 200212 1 003	_____

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika,

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Lailis Saida
NIM	: 07610047
Fakultas / Jurusan	: Sains dan Teknologi / Matematika
Judul penelitian	: Analisis Penerapan Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif untuk Mendeteksi Pergeseran Rata-Rata Proses

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil-alihan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 20 Agustus 2011
Yang membuat pernyataan,

Lailis Saida
NIM. 07610047

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTTO

إِنَّ ٱللَّهَ مَعَ ٱلصَّٰبِرِينَ

“Sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar”

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Halaman Persembahan

Karya ini penulis persembahkan untuk orang-orang tercinta.

Sumartono dan Nurul Alfiyah selaku orang tua penulis yang selalu memberikan motivasi kepada penulis tanpa kenal lelah. Ainus Shofiy selaku adik penulis yang selalu mendukung penulis dalam menggapai cita-cita.

Temam-teman PKLI PDAM Surabaya (Fiko, Izza dan Asri) mereka selalu mendukung penulis dalam penyelesaian PKLI hingga skripsi ini. Teman-teman jurusan matematika semuanya yang selalu membantu penulis dalam perkuliahan baik materi maupun motivasi.

Keluarga besar PPP. Al-Hikmah Al-Fathimiyyah semuanya yang selalu memberi semangat dalam penyelesaian skripsi ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT. Yang telah melimpahkan rahmat, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Penerapan Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif untuk Mendeteksi Pergeseran Rata-rata Proses". Shalawat serta salam selalu terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW. Yang telah menuntun kita ke jalan keselamatan.

Penulisan skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana sains Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan sebagai wujud serta partisipasi penulis dalam mengembangkan dan ilmu-ilmu yang telah penulis peroleh selama di bangku kuliah.

Dalam kesempatan ini, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah mendukung dan membantu secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian skripsi ini, yakni kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku rektor Uneversitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU. DSc selaku dekan fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, sebagai Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4. Fachrur Rozi, M.Si dan bapak Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag, yang telah membimbing penulis sehingga terselesaikan skripsi ini.
5. Bapak dan ibu dosen jurusam matematika yang telah memberikan ilmunya, semoga apa yang beliau ajarkan dicatat sebagai amal soleh.
6. Kedua orang tua penulis dan seluruh keluarga penulis yang selalu mendoakan keberhasilan penulis.
7. Pengasuh PPP. Al-Hikmah Al-Fathimiyyah serta ustadz/ustadzah penulis yang selalu mendidik dan mengawasi segala tingkah laku penulis selama di PPP. Al-Hikmah Al-Fathimiyyah.
8. Teman-teman jurusan matematika, yang telah banyak memberikan dukungan dan motivasi kepada penulis.
9. Semua pihak yang telah membantu terselesainya skripsi ini, yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT, melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari sempurna, untuk itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun. Akrirnya, semoga apa yang penulis berikan dalam skipsi ini dapat bermanfa'at bagi kita semua.

Malang, 20 Agustus 2011

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i
HALAMAN PENGAJUAN ii
HALAMAN PERSETUJUAN iii
HALAMAN PENGESAHAN iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN v
MOTTO vi
PERSEMBAHAN vii
KATA PENGANTAR viii
DAFTAR ISI x
DAFTAR TABEL xii
DAFTAR GAMBAR xiii
ABSTRAK xiv
ABSTRACT xv
BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Batasan Masalah 4
1.4 Tujuan 4
1.5 Manfaat 5
1.6 Sistematika Penulisan 5
1.7 Metode Penelitian 6
BAB II KAJIAN PUSTAKA
2.1 Pengendalian Kualitas Statistik 8
2.2 Bagan Pengendali 10
2.3 Bagan Pengendali Individual 13
2.4 Batas Pengendali 14
2.5 Uji Hipotesis 16
2.6 Uji Normalitas 18
2.7 Teorema Limit Pusat 19

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.8 Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif 21
2.9 Prosedur *V-mask* 21
2.10 SPRT (The Sequential Probability Ratio Test)..... 23
BAB III PEMBAHASAN
3.1 Analisis Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif 25
3.2 Analisis Prosedur *V-mask* 26
3.3 Aplikasi pada Data..... 35
3.4 Kajian Keagamaan..... 44
BAB IV PENUTUP
4.1 Kesimpulan..... 49
4.2 Saran 49
DAFTAR PUSTAKA..... 50
LAMPIRAN

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 : Hipotesis 17

Tabel 3.1 : Jumlah Kumulatif Data Kualitas Air Variabel pH, $m = 77$ 40

Tabel 3.2 : Jumlah Kumulatif SPRT Data Kualitas Air

Variabel pH, $m = 77$ 43

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 : Contoh Bagan Pengendali Secara Umum 12

Gambar 2.2 : Kurva Normal 16

Gambar 2.3 : V-mask pada Grafik Pengendali Jumlah Kumulatif 22

Gambar 3.1 : Grafik Anderson Darling..... 35

Gambar 3.2 : Individual Chart untuk 82 Data..... 36

Gambar 3.3 : Individual Chart untuk 78 Data..... 37

Gambar 3.4 : Individual Chart untuk 77 Data..... 38

Gambar 3.5 : Plot Jumlah Kumulatif Data Kualitas Air

Variabel pH, $m = 77$ 41

Gambar 3.6 : *V-mask* Jumlah Kumulatif Data Kualitas Air

Variabel pH, $m = 77$ 41

Gambar 3.7 : Bagan Uji *SPRT* terhadap Data Kualitas Air

Variabel pH, $m = 77$ 44

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Saida, Lailis. 2011. **Analisis Penerapan Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif untuk Mendeteksi Pergeseran Rata-rata Proses.** Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing : 1) Fachrur Rozi, M. Si.
2) Dr. H. Munirul Abidin, M. Ag.

Bagan pengendali merupakan salah satu alat yang digunakan untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali statistik atau tidak. Bagan pengendali Shewhart adalah bagan pengendali yang paling sering digunakan, namun kelemahan utama dari bagan pengendali shewhart adalah bagan ini hanya menggunakan informasi tentang proses berdasarkan titik terakhir yang diplot dan mengabaikan informasi yang diberikan oleh barisan titik-titik yang lain. Hal ini menyebabkan bagan pengendali Shewhart dirasa kurang peka terhadap adanya pergeseran rata-rata yang kecil dalam proses, khususnya jika pergeseran berkisar antara $1{,}5\sigma$ atau kurang.

Salah satu dari dua bagan kendali yang lebih efektif sebagai alternatif dari bagan kendali Shewhart adalah bagan pengendali jumlah kumulatif (*cusum*) yang mana bagan ini menghimpun secara langsung semua informasi di dalam barisan nilai-nilai sampel dengan menggambarkan jumlah kumulatif deviasi nilai sampel dari nilai target. Prosedur *V-mask* merupakan salah satu prosedur untuk memantau proses produksi pada bagan pengendali jumlah kumulatif yang digunakan. Dalam penelitian ini digunakan pendekatan uji SPRT terhadap hipotesis-hipotesis yang telah ditentukan dalam menganalisis penerapan bagan pengendali jumlah kumulatif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses.

Dari penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa analisis penerapan bagan pengendali jumlah kumulatif dengan prosedur *V-mask* menggunakan uji SPRT, pengendalian proses terhadap rata-rata variabel pH menunjukkan hasil adanya pergeseran positif rata-rata sebesar $\delta = 1\sigma_X$ dengan $\sigma_X = 0.1$. Untuk selanjutnya penelitian ini dapat dikembangkan dengan menganalisis penerapan bagan pengendali rata-rata bergerak eksponensial berbobot (EWMA) untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses.

Kata Kunci: Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif, Rata-Rata Proses, *V-mask*, SPRT.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Saida, Lailis. 2011. **Analysis of Cumulative Sum Control Chart Application for Detecting A Shift of The Mean Process.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Sains and Technology, The State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisors: 1) Fachrur Rozi, M. Si.
2) Dr. H. Munirul Abidin, M. Ag.

Control chart is one tool used to determine a process is in control or out of control. The Shewhart control chart is control chart that is most used, but a major disadvantage of any Shewhart control chart is that it only uses the information about the process contained in the last plotted point, and ignores any information given by the entire sequence of points. This features makes the Shewhart control chart relatively insensitive to small shifts in the mean process, say on the order of about 1.5σ or less.

One of two very effective alternatives to the Shewhart control chart may be used when small shifts is the cumulative-sum (*cusum*) control chart. The *cusum* chart directly incorporates all the information in the sequence of sample values by plotting the cumulative sums of the deviations of the sample values from a target value. V-mask procedure is one of the procedures for monitoring the process on the *cusum* control chart being used. In this study, we used *SPRT* approach to test hypotheses that have been determined to analyze the application of cusum control chart for detecting a shift of the mean process.

Conclusions of this study is that analysis of cusum control chart application with V-mask procedure using SPRT to test hypotheses that have been determined, showing the results on process control to variable pH has detected a positive shift in the process mean. To further this research can be developed by analyzing the application of exponentially weighted moving-average (EWMA) control chart for detecting a shift of the mean process.

Keywords: cumulative-sum control chart, mean process, V-Mask, SPRT.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu sumber daya alam yang penting dan sangat dibutuhkan oleh makhluk hidup untuk kelangsungan hidupnya adalah air. Sebagaimana firman Allah dalam surat Al-Furqaan ayat 49:

لِّنُحْيِۦَ بِهِۦ بَلْدَةً مَّيْتًا وَنُسْقِيَهُۥ مِمَّا خَلَقْنَآ أَنْعَٰمًا وَأَنَاسِيَّ كَثِيرًا ﴿٤٩﴾

Artinya: *Agar Kami menghidupkan dengan air itu negeri (tanah) yang mati, dan agar Kami memberi minum dengan air itu sebagian besar dari makhluk Kami, binatang-binatang ternak dan manusia yang banyak.*

Salah satu dari tanda-tanda kekuasaan Allah adalah diturunkannya air yang bersih dan tawar yang bisa digunakan untuk bersuci dan bisa pula diminum manusia dan hewan. Oleh karena itu di dalam penciptaan air sampai diturunkannya hingga memunculkan sesuatu yang dibutuhkan oleh hewan dan manusia lalu ditunjukkan bahwa air itu bisa diminum merupakan salah satu tanda dari tanda-tanda *rububiyyah* Allah yang mengharuskan manusia untuk mentauhidkan-Nya. (Al-Jazairi, 2004)

Begitu berartinya air bagi kehidupan manusia, salah satunya untuk memenuhi kebutuhan mineral di dalam tubuh, maka kita juga harus memperhatikan kualitas air tersebut, karena kualitas air akan berpengaruh pada kesehatan manusia. Jika kualitas air tersebut buruk, maka pengaruh terhadap kesehatan juga akan buruk, begitu pula sebaliknya. Kualitas air dipengaruhi oleh beberapa hal, yaitu: suhu, kekeruhan, DHL, pH, alkalinitas, CO2 bebas, zat organik, sulfida, total coli, fecal coli, khlor bebas dan detergen.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Variabel-variabel yang mempengaruhi kualitas air tersebut dapat berubah-ubah kadarnya karena disebabkan oleh beberapa hal, yaitu dari proses pengelolahan yang dilakukan oleh perusahaan dan dapat juga dari air baku yang digunakan. Sedangkan kualitas air baku tersebut dapat berubah-ubah karena disebabkan oleh fenomena alam dan ulah tangan-tangan manusia yang tidak bertanggungjawab sebagai mana firman Allah dalam surat Ar-Ruum ayat 41:

ظَهَرَ ٱلْفَسَادُ فِى ٱلْبَرِّ وَٱلْبَحْرِ بِمَا كَسَبَتْ أَيْدِى ٱلنَّاسِ لِيُذِيقَهُم بَعْضَ ٱلَّذِى عَمِلُوا۟ لَعَلَّهُمْ يَرْجِعُونَ ﴿٤١﴾

Artinya: *Telah nampak kerusakan di darat dan di laut disebabkan karena perbuatan tangan manusia, supaya Allah merasakan kepada mereka sebahagian dari (akibat) perbuatan mereka, agar mereka kembali (ke jalan yang benar).*

Untuk meningkatkan kualitas air produksi, maka salah satu usaha yang biasa dilakukan adalah dengan mengendalikan proses produksi. Diharapkan dengan kualitas proses yang baik akan diperoleh kualitas hasil yang baik pula.

Di dalam mengendalikan proses produksi, bagan pengendali merupakan salah satu alat yang digunakan untuk mendeteksi sekelompok data. Pada umumnya bagan pengendali yang sering kita kenal adalah bagan pengendali shewhart yang mana bagan itu hanya menggunakan informasi tentang proses yang terkandung dalam titik tergambar yang terakhir dan mengabaikan setiap informasi yang diberikan oleh seluruh barisan titik-titik itu. Karena pada bagan pengendali shewhart ini tidak dapat mendeteksi secara detail khususnya pada penyidikan pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil, maka kami menggunakan bagan pengendali jumlah kumulatif (*cusum*) yang mana bagan ini

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

menghimpun secara langsung semua informasi di dalam barisan nilai-nilai sampel dengan menggambarkan jumlah kumulatif deviasi nilai sampel dari nilai target (Montgomery, 1990)

Dalam pembuatan bagan kendali jumlah kumulatif ini kami menggunakan prosedur *V-mask* untuk memantau proses produksi. *V-mask* merupakan sebuah lembaran penutup dalam bentuk huruf V. Titik origin pada *V-mask* ditempatkan pada puncak dari titik jumlah kumulatif terakhir. Selama semua titik-titik sebelumnya terletak di antara sisi *V-mask*, maka proses terkendali, sebaliknya (jika satu titik terletak di luar) maka proses tidak terkendali (Kurniawati, 2008)

Bagan pengendali jumlah kumulatif ini lebih efektif dari pada bagan shewhart karena penyidikan pergeseran prosesnya akan terlihat. Misalnya jika rata-rata bergeser ke atas ke nilai $\mu_1 > \mu_0$, maka penyimpangan ke atas atau positif akan terjadi dalam jumlah kumulatif S_m. Sebaliknya, jika rata-rata bergeser ke bawah ke $\mu_1 < \mu_0$. Maka penyimpangan ke bawah atau negatif akan terjadi dalam jumlah kumulatif S_m. Dengan demikinan, jika dalam titik-titik yang tergambar terjadi kecenderungan ke atas atau ke bawah, maka akan terlihat bahwa rata-rata proses telah bergeser, dan harus dilakukan pencarian terhadap sebab terduganya (Montgomery,1990)

Keunggulan lain dari bagan pengendali jumlah kumulatif ini adalah bagan ini lebih efektif dalam menyelidiki pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil , yaitu pada tingkat $0.5_{\sigma\bar{X}}$ sampai kira-kira $2_{\sigma\bar{X}}$, kerap kali pergeseran proses mudah diselidiki secara visual dengan perubahan lerengan titik-titik tergambar,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

maka relatif mudah untuk menyidik titik pada waktu terjadi pergeseran. (Montgomery,1990).

Berdasarkan paparan di atas maka dianalisis penerapan bagan pengendali jumlah kumulatif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu: Bagaimanakah analisis penerapan bagan pengendali jumlah kumulatif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses?

1.3 Batasan Masalah

1. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data individual, yaitu setiap sub grup nya hanya diambil satu data.
2. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah salah satu variabel kualitas air yang memenuhi asumsi distribusi normal.

1.4 Tujuan

Untuk mengetahui dan menganalisis penerapan bagan pengendali jumlah kumulatif beserta hasilnya untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.5 Manfaat

Dalam suatu penelitian diharapkan akan memberikan manfaat baik bagi peneliti maupun bagi instansi terkait. Adapun manfaat yang dapat diterima dari penelitian ini adalah:

1. Bagi Penulis

   Akan mendapatkan pengetahuan tentang cara kerja bagan pengendali jumlah kumulatif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses.

2. Bagi Pembaca

   Menambah wawasan tentang aplikasi statistik pada kualitas air produksi.

3. Bagi Instansi

   Membantu perusahaan untuk melakukan kinerja yang lebih baik lagi dalam meningkatkan atau mempertahankan kualitas air produksinya.

1.6 Sistematika Penulisan

Pembahasan laporan penelitian ini terdiri atas empat bab dengan sistematika pembahasan sebagai berikut :

1. BAB I : Pendahuluan, terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat penelitian, sistematika penetian dan metodologi penelitian.
2. BAB II : Bab ini berkisar pada kajian umum sebagai jembatan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

menuju pembahasan selanjutnya yang lebih khusus.

3. BAB III : Bab ini berisi pembahasan yang menguraikan hasil dan analisis data yang diperoleh.
4. BAB IV : Penutup, memuat kesimpulan dan saran-saran secara menyeluruh sesuai dengan isi uraian yang sudah ditulis sebelumnya dalam penelitian ini.

1.7 Metode Penelitian

1.7.1 Pendekatan dan Jenis Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kuantitatif, yaitu pendekatan dengan cara menguji hipotesis melalui validasi teori atau pengujian aplikasi teori pada keadaan tertentu. Tipe penelitian ini menggunakan hipotesis berdasarkan teori sebagai pedoman atau arah untuk memilih, mengumpulkan, dan menganalisis data.

1.7.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis data dalam penelitian ini adalah data sekunder, data yang sudah terekam di Kantor PDAM Surya Sembada Surabaya tepatnya pada bagian Penelitian dan Pengembangan. Data Sekunder yaitu data yang bukan diusahakan sendiri pengumpulannya oleh peneliti, misalnya dari media masa atau publikasi lainnya. Berkaitan dengan penelitian ini, maka data sekunder yang diambil adalah data yang tersedia dalam perusahaan tempat penelitian dilakukan, yaitu: data hasil analisis kekeruhan air produksi pada Instalasi Penjernihan Ngagel II.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.7.3 Teknik Analisis Data

1. Analisis bagan pengendali jumlah kumulatif
2. Analisis prosedur *V-mask*
3. Analisis uji SPRT dan kaitan dengan prosedur *V-mask*
4. Penerapan bagan pengendali jumlah kumulatif:
   a. Uji distribusi data
   b. Penentuan hipotesis tentang pergeseran rata-rata proses
   c. Menghitung jumlah kumulatif yang dibentuk pada saat X_i di atas μ_0 dan jumlah kumulatif yang dibentuk pada saat X_i di bawah μ_0.
   d. Membuat bagan pengendali jumlah kumulatif
   e. Membuat *V-mask*
   f. Uji SPRT
   g. Mengambil kesimpulan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pengendalian Kualitas Statistik

Menurut (Montgomery, 1990) dalam suatu perusahaan, untuk mengetahui apakah kualitas suatu produk sudah sesuai dengan spesifikasi atau belum, maka perlu diadakan pengendalian kualitas untuk memenuhi kebutuhan konsumen. Pengendalian kualitas merupakan suatu metode pengumpulan dan analisis data kualitas, serta penentuan dan interpretasi pengukuran yang menjelaskan tentang proses dalam suatu sistem industri, untuk meningkatkan kualitas dari hasil produksi guna memenuhi kebutuhan konsumen.

Tujuan pengendalian kualitas statistik adalah menyidik dengan cepat terjadinya sebab-sebab terduga atau pergeseran proses sedemikian sehingga penyelidikan terhadap proses dan tindakan pembetulan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tak sesuai diproduksi. Sedangkan tujuan akhir pengendalian kualitas statistik adalah menyingkirkan keragaman dalam proses sehingga dapat melakukan perbaikan dalam proses produksi untuk menghasilkan hasil produksi yang baik.

Dalam mendeteksi keragaman dalam proses diperlukan ketelitian yang tinggi dalam bekerja, agar dalam penyingkiran keragaman semakin cepat dilakukan, sehingga dalam perbaikan proses produksi untuk menghasilkan hasil produksi yang baik akan semakin cepat pula dilakukan. Di dalam Al-Qur'an juga dijelaskan tentang pekerjaan-pekerjaan yang baik untuk menghilangkan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kesalahan-kesalahan yang dilakukan. Sebagaimana firman Allah dalam Surat An Nisaa' ayat 146:

إِلَّا ٱلَّذِينَ تَابُوا۟ وَأَصْلَحُوا۟ وَٱعْتَصَمُوا۟ بِٱللَّهِ وَأَخْلَصُوا۟ دِينَهُمْ لِلَّهِ فَأُو۟لَٰٓئِكَ مَعَ ٱلْمُؤْمِنِينَ ۖ وَسَوْفَ يُؤْتِ ٱللَّهُ ٱلْمُؤْمِنِينَ أَجْرًا عَظِيمًا ﴿١٤٦﴾

Artinya: *Kecuali orang-orang yang taubat dan Mengadakan perbaikan[369] dan berpegang teguh pada (agama) Allah dan tulus ikhlas (mengerjakan) agama mereka karena Allah. Maka mereka itu adalah bersama-sama orang yang beriman dan kelak Allah akan memberikan kepada orang-orang yang beriman pahala yang besar.*

[369] Mengadakan perbaikan berarti berbuat pekerjaan-pekerjaan yang baik untuk menghilangkan akibat-akibat yang jelek dan kesalahan-kesalahan yang dilakukan.

Abu Ja'far berkata: Ini merupakan pengecualian dari Allah SWT, yang mengecualikan orang-orang yang bertobat (dengan menyesali dan meninggalkan kemunafikan mereka) jika mereka mengadakan perbaikan, dan secara tulus ikhlas melaksanakan ajaran agama karena Allah, membersihkan diri dari menyembah patung dan berhala, serta membenarkan Rasul-Nya. Namun bila mereka terus-menerus berdada dalam kemunafikan hingga Hari Akhir, maka mereka akan memperoleh balasannya, kemudian dimasukkan ke dalam tempat mereka, yaitu neraka Jahanam (Ath-Thabari,2008).

Maksud dari kata وَأَصْلَحُوا " *Dan mengadakan perbaikan* " adalah memperbaiki amal perbuatan mereka dengan melakukan perintah-perintah Allah dan meninggalkan larangan-larangannya, serta menghindari perbuatan maksiat kepada-Nya (Ath-Thabari,2008). Hal tersebut dapat dikaitkan dengan perbaikan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

proses produksi perusahaan yang kurang baik untuk mencapai hasil produksi yang baik.

Menurut Montgomery (dalam Yunita, 2010) pengendalian kualitas statistik banyak menggunakan alat-alat statistik untuk membantu mencapai tujuannya. Pengendalian kualitas statistik mempunyai 7 alat, yaitu:

1. Bagan kendali
2. Histogram
3. Diagram Pareto
4. Lembar kendali
5. Diagram konsentrasi cacat
6. Diagram pencar (*scatter plot*)
7. Diagram sebab dan akibat

2.2 Bagan Pengendali

Menurut (Montgomery,1990) untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali statistik digunakan suatu alat yang disebut sebagai bagan pengendali (*control chart*). Dalam bagan pengendali perlu dibedakan antara batas pengendali dengan batas spesifikasi. Kondisi suatu proses berada dalam pengendali statistik (*in control*) tidak selalu identik dengan kepuasan pelanggan. Contohnya pada beberapa situasi, suatu proses tidak berada dalam pengendali statistik (*out of control*), tetapi proses tersebut tidak memerlukan tindakan (revisi) karena telah memenuhi spesifikasi. Hal inilah yang mengakibatkan para karyawan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

akan bereaksi terhadap ketidaksesuaian karena batas spesifikasi bukan karena batas pengendali.

Pada dasarnya grafik pengendali adalah uji hipotesis bahwa proses produksi *in control*, dengan kata lain merupakan uji hipotesis yang dilakukan berulang-ulang pada titik waktu yang lain. Satu titik terletak di dalam batas pengendali adalah ekivalen dengan gagal menolak hipotesis bahwa suatu proses *in control* dan satu titik terletak di luar batas pengendali, ekivalen dengan menolak hipotesis bahwa suatu proses *in control*.

Bagan pengendali dibagi menjadi dua, yaitu: bagan pengendali sifat dan bagan pengendali variabel. Bagan pengendali sifat digunakan pada karakteristik kualitas yang tidak dapat dengan mudah dinyatakan secara numerik. Dalam hal ini, biasanya tiap benda yang diperiksa diklasifikasi, apakah sesuai dengan spesifikasi pada karakteristik kualitas itu atau tidak sesuai dengan spesifikasi. Istilah “cacat” dan “tidak cacat” kadang-kadang digunakan untuk mengidentifikasikan kedua klasifikasi produk ini. Sedangkan bagan kendali variabel di gunakan pada karakteristik kualitas yang dapat dinyatakan dalam bentuk ukuran angka. Misalnya diameter bantalan poros dapat diukur dengan mikrometer dan dinyatakan dalam millimeter. Suatu karakteristik kualitas yang dapat diukur , dinamakan variabel.

Teori umum bagan pengendali variabel pertamakali ditemukan oleh Dr. Walter A. Shewhart, dan grafik pengendali yang dikembangkan menurut asas-asas ini kerap kali dinamakan *Bagan Pengendali Shewhart* yang merupakan bentuk dasar bagan kendali.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Secara umum model grafik pengendali dirumuskan sebagai berikut:

$$UCL = \mu_w + k\sigma_w \qquad (2.1)$$

$$CL = \mu_w \qquad (2.2)$$

$$LCL = \mu_w - k\sigma_w \qquad (2.3)$$

dengan,

UCL (*upper control limit*) : batas pengendali atas

CL (*center line*) : garis tengah

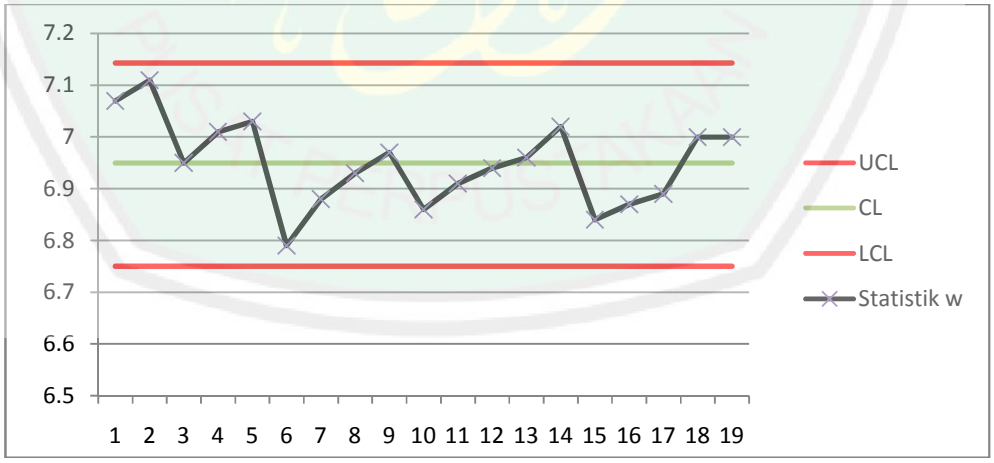
LCL (*lower control limit*) : batas pengendali bawah

w : statistik sampel yang mengukur kualitas yang menjadi perhatian

k : jarak batas pengendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi

μ_w : $E[w]$ = mean dari w

σ_w^2 : $\text{var}[w]$ = variansi dari w (Yunita, 2010)



Gambar 2.1: Contoh Bagan Pengendali Secara Umum (Analisis penulis: dari data sekunder: 2011)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Kriteria proses tidak terkendali adalah sebagai berikut:

1. Satu titik lebih dari tiga sigma dari *center line.*
2. Sembilan titik pada suatu baris berada pada sisi yang sama dari *center line.*
3. Enam titik pada suatu baris semua naik atau semua turun.
4. Empat belas titik pada suatu baris beragntian naik dan turun.
5. Dua dari tiga titik lebih dari dua sigma dari *center line* (pada sisi yang sama).
6. Empat dari lima titik lebih dari satu sigma dari *center line* (pada sisi yang sama).
7. Lima belas titik pada suatu baris dengan satu sigma pada *center line* (sebarang sisi)
8. Delapan titik pada suatu baris lebih dari satu sigma dari *center line* (sebarang sisi)

2.3 Bagan Pengendali Individual

Menurut (Montgomery, 1990) bagan pengendali individual merupakan salah satu bagan pengendali variabel yang mana ketika keadaan ukuran sampel $n = 1$. Prosedur pengendaliannya menggunakan rentang bergerak dua observasi yang berurutan guna menaksir variabilitas proses.

Parameter grafik pengendali individual adalah:

$$UCL = \bar{X} + 3\frac{\overline{MR}}{d_2} \qquad (2.4)$$

$$CL = \bar{X} \qquad (2.5)$$

$$LCL = \bar{X} + 3\frac{\overline{MR}}{d_2} \qquad (2.6)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dengan,

$\bar{X}$: rata - rata sampel

$\overline{MR}$: rata - rata *moving range*

Dalam menginterpretasikan pola pada grafik rentang bergerak harus lebih teliti. Rentang bergerak berkorelasi dan kerap kali korelasi ini dapat mengakibatkan pola giliran atau siklis pada grafik. Tetapi, pengukuran individual pada grafik $\bar{X}$ dianggap tidak berkorelasi, dan setiap pola yang tampak pada grafik ini harus diselidiki secara seksama.

Akhirnya, dapat dikatakan bahwa grafik pengendali individual berguna apabila teknologi pengukuran otomatis memungkinkan pemeriksaan tiap unit pada jalur sewaktu diproduksi. Prosedur pengendalian proses statistik yang lain yang bermanfaat dalam keadaan ini termasuk grafik pengendali jumlah kumulatif dan grafik pengendali berdasarkan rata-rata tertimbang.

2.4 Batas Pengendali

Menurut Montgomery (dalam Chotimah, 2007) menentukan batas pengendali adalah pilihan yang penting dalam merancang bagan pengendali. Memindahkan batas pengendali lebih jauh dari garis tengah akan menurunkan peluang kesalahan tipe I dan menaikkan peluang kesalahan tipe II. Tetapi apabila mempersempit batas pengendali akan menaikkan peluang kesalahan tipe I dan menurunkan peluang kesalahan tipe II. Dengan memilih batas pengendali sebesar 3σ. Dari garis tengah akan memberikan peluang kesalahan tipe I dan Tipe II yang seimbang. Secara umum batas pengendali didefinisikan sebagai berikut :

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

UCL = nilai tengah $+k\sigma$ (2.7)

LCL = nilai tengah $-k\sigma$ (2.8)

Dalam prinsip peluang, apabila suatu hasil pengukuran mempunyai distribusi normal dan simpangan baku tertentu, maka peluang suatu hasil pengukuran yang terletak dalam selang kepercayaan dapat dihitung sebagai berikut:

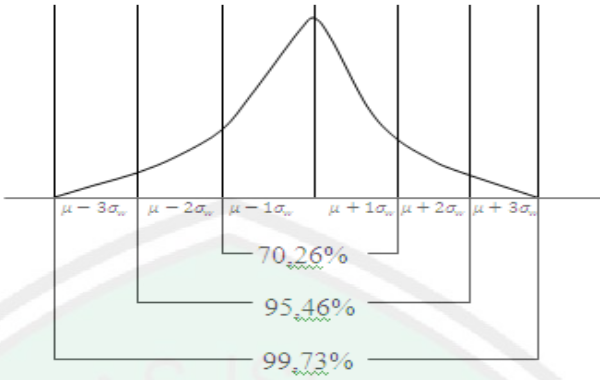
Peluang $(X \pm 3\sigma) = 0,9973$

peluang $(X \pm 2\sigma) = 0,9546$

peluang $(X \pm 1\sigma) = 0,7026$

Dari prinsip peluang dapat dijelaskan bahwa dengan menggunakan batas kendali 3 3σ diharapkan $99,73\%$ dari populasi pangamatan akan terletak dalam batas pengendali 3σ, dan hanya $0,27\%$ yang terletak di luar batas pengendali. Sementara jika digunakan batas kendali 2σ diharapkan $95,46\%$ dari populasi pangamatan akan terletak dalam batas pengendali 2σ dan hanya $4,54\%$ yang terletak di luar batas kendali. Jika menggunkan batas kendali 1σ diharapkan $70,26\%$ dari populasi pengamatan akan terletak dalam batas kendali 1σ dan $29,74\%$ terletak di luar batas kendali.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2.2: Kurva Normal (Montgomery, 1990).

2.5 Uji Hipotesis

Menurut (Turmudi dan Harini, 2008) uji hipotesis adalah suatu cara menggunakan data sampel untuk mengevaluasi kebenaran hipotesis dari populasi. Dalam statistika dikenal dua macam hipotesis, yaitu hipotesis nol (H_0) dan hipotesis alternatif (H_1). Hipotesis nol (H_0) merupakan suatu pegangan sementara, sehingga memungkinkan untuk memutuskan apakah sesuatu yang diuji masih menspesifikasikan menerima (H_0) atau tidak. Hipotesis alternatif (H_1) di lain pihak merupakan alternatif dari H_0, yaitu keputusan apa yang harus ditentukan bila apa yang diuji tidak sebagaimana yang dispesifikasikan oleh H_0.

Tujuan pengujian hipotesis adalah memilih salah satu dari dua hipotesis tersebut. Pengujian hipotesis berdasarkan sifat saling asing (*mutually exclusive*), artinya jika satu hipotesis ditolak maka hipotesis lainnya diterima. Misalnya diketahui hipotesis nol (H_0) adalah $p = 0,5$ maka hipotesis alternatifnya (H_1) adalah $p \neq 0,5$ atau $p \leq 0,5$ atau $p \geq 0,5$.

Pada setiap pengujian hipotesis, diharuskan memilih salah satu dari kedua hipotesis tersebut. Apakah menerima atau menolak H_0. Dalam pengambilan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

keputusan ini kadang seorang peneliti membuat kesalahan dalam pengambilan keputusan tersebut. Kesalahan tersebut terjadi ketika menolak hipotesis yang seharusnya benar, atau menerima hipotesis yang seharusnya salah. Kedua jenis kesalahan ini diberi nama secara khusus dalam pengujian hipotesis, yaitu:

a. Kesalah tipe I, kesalahan ini terjadi ketika mengambil keputusan menolak H_0 padahal H_0 ini benar. Peluang terjadinya kesalahan ini dinyatakan dengan α dan pada umumnya disebut pada taraf nyata (*level of significance*).
b. Kesalahan tipe II, kesalahan ini terjadi ketika mengambil keputusan menerima H_0 padahal H_0 ini salah dan H_1 benar. Peluang terjadinya kesalahan tipe II dinyatakan dengan β. Kesalahan tipe II ini disebut dengan kuasa pengujian/kekuatan uji (*power of statistical test*).

Hubungan antara kedua jenis kesalahan tersebut dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Tabel 2.1: Hipotesis

Keputusan	Hipotesis yang benar	
	H_0	H_1
Terima H_0	Keputusan benar $(1-\alpha)$	Kesalahan tipe II (β)
Tolak H_0	Kesalahan tipe I (α)	Keputusan benar $(1-\beta)$

Sumber: Turmudi dan Harini, 2008

Pemilihan sisi pengujian tergantung dari hipotesis parameter populasi. Uji hipotesis dua sisi akan menolak hipotesis nol (H_0) jika nilai statistik sampel

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

secara signifikan lebih besar atau lebih kecil dari nilai parameter populasi atau dapat dinyatakan dengan $H_0 : \mu = \mu_0$ dan $H_1 : \mu \neq \mu_0$.

2.6 Uji Normalitas

Uji normalitas adalah uji untuk mengukur apakah data tersebut memiliki distribusi normal atau tidak, sehingga dapat dipakai dalam statistik parametrik (statistik inferensial). Uji normalitas yang digunakan dalam skripsi ini adalah metode *Anderson Darling* yang mana merupakan salah satu metode uji kenormalan yang mengukur penyimpangan dari *Empirical Distribution Function* (EDF) terhadap *Cumulative Distribusi Function* (CDF) yang diasumsikan dalam hal ini adalah distribusi normal. Bila ada n pengamatan diurutkan X_i. Maka EDF (X) didefinisikan sebagai:

$$P_n(X) = \frac{N\left(X_{(i)} < X\right)}{n}, i = 1, 2, 3, ...n \qquad (2.9)$$

Dimana $\left(N\left(X_i \leq X\right)\right)$ adalah jumlah pengamatan berurutan yang kurang dari atau sama dengan X, untuk n pengamatan diurutkan $X_{(i)}$, statistik uji Anderson Darling adalah:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i - i)\left\{\ln F_0\left(X_i\right) + \ln\left[X_{(n+1-1)}\right]\right\} \qquad (2.10)$$

Nilai A^2 hasil perhitungan ini dibandingkan nilai kritis sesuai dengan tingkat signifikansi. Untuk pengujian dengan Anderson-Darling penulis memakai

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

software Minitab yang akan memberikan informasi mengenai nilai A^2 hitung dan *p-value* (Yunita, 2010)

2.7 Teorema Limit Pusat

Teorema limit (Bain, 1993) misalkan $X_1, X_2, ..., X_n$ sampel acak dari suatu distribusi dengan mean μ dan variansi $\sigma^2 < \infty$, Maka peubah acak $Z_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} = \frac{\sqrt{n}\left(X_n - \mu\right)}{\sigma}$ memiliki distribusi limit normal dengan mean nol dan variansi satu, untuk $n \to \infty$ ditulis

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} = \frac{\sqrt{n}\left(X_n - \mu\right)}{\sigma} \to Z \sim N\left(0,1\right) \qquad (2.11)$$

Bukti:

Misal $m(t)$ merupakan MGF (*Moment erating Function*) dari $X - \mu, m(t) = M_{X-\mu}(t)$ dan $m(0) = 1, m'(0) = E(X - \mu) = 0$, dan $m''(0) = E(X - \mu)^2 = \sigma^2$. Kemudian $m(t)$ dijabarkan dengan menggunakan rumus deret Taylor di sekitar 0, untuk ξ antara 0 dan t.

$$m(t) = m(0) + m'(0)t + \frac{m''(\xi)t^2}{2}$$

$$= 1 + \frac{m''(\xi)t^2}{2}$$

$$= 1 + \frac{\sigma^2 t^2}{2} + \frac{\left(m''(\xi) - \sigma^2\right)t^2}{2} \qquad (2.12)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dengan penambahan dan pengurangan $\frac{\sigma^2 t^2}{2}$

$$Z_n = \frac{\sum (X_i - \mu)}{\sqrt{n}\sigma}$$

dan,

$$M_{Z_n}(t) = M_{\sum (X_i - p)}\left(\frac{t}{\sqrt{n}\sigma}\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} M_{X-p}\left(\frac{t}{\sqrt{n}\sigma}\right)$$

$$= \left[M_{X-p}\left(\frac{t}{\sqrt{n}\sigma}\right)\right]^{"}$$

$$= \left[m\left(\frac{t}{\sqrt{n}\sigma}\right)\right]^{"}$$

$$= \left[1 + \frac{\sigma^2 t^2}{2n\sigma^2} + \frac{\left(m^{"}(\xi) - \sigma^2\right)t^2}{2n\sigma^2}\right]^{"} 0 < \frac{|\xi|}{\sqrt{n}\sigma}$$

karena $\to \infty, t/\sqrt{n}\sigma \to 0, \xi \to 0$,dan $m^{"}(\xi) - \sigma^2 \to 0$, maka

$$M_{Z_n}(t) = \left[1 + \frac{t^2}{2n} + \frac{d(n)}{n}\right]^{"} \qquad (2.13)$$

Yang mana $d(n) \to 0$ sama dengan $n \to \infty$. Hal ini menghasilkan

$$\lim_{n\to\infty} M_{Z_n}(t) = e^{t^2/2} \qquad (2.14)$$

atau, $\lim_{n\to\infty} F_{X_n}(X) = \Phi(Z)$

yang berarti bahwa $Z_n \to Z \sim N(0,1)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.8 Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif

Bagan pengendali jumlah kumulatif (*Cumulative Sum Control Chart*) sering juga disebut bagan Cusum atau disingkat CSCC. Pada mulanya bagan ini dikembangkan di Inggris pada tahun 1954 oleh E.S. Page. Teknik ini menggabungkan informasi yang diambil dari sampel pertama sampai dengan sampel terakhir. Lebih lanjut dijelaskan bahwa apabila akan digunakan bagan Cusum untuk X, maka bagan rentangan untuk Cusum bisa menggunakan bagan R Shewhart yang standart (Grant dan Leavenworth, 1994: 342)

Bagan pengendali jumlah kumulatif dibentuk berdasarkan persamaan:

$$S_j = \sum_{i=1}^{j} \left(\bar{X}_i - \mu_0 \right) \qquad (2.15)$$

S_j = jumlah kumulatif simpangan dari rata-rata subsample terhadap nilai target sampai dengan subsampel ke-*j*.

$\bar{X}_i$ = rata-rata subsampel ke-*i*

μ_0 = nilai target

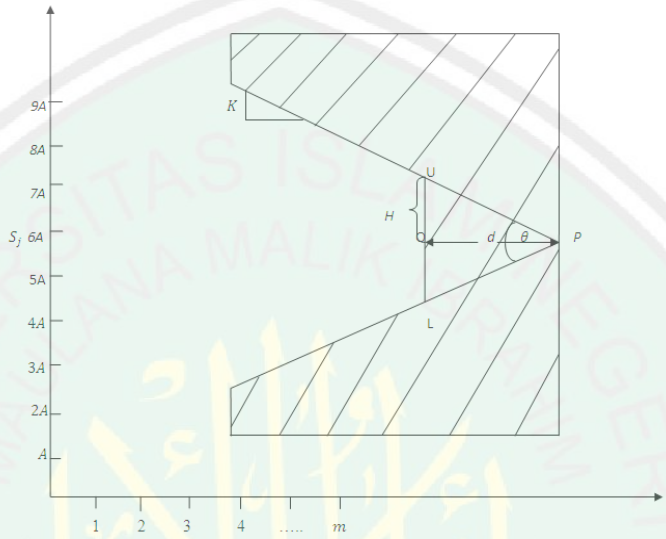
(Montgomery, 1990).

2.9 Prosedur V-mask

Salah satu prosedur yang digunakan dalam bagan pengendali jumlah kumulatif adalah prosedur *V-mask*. Suatu jenis *V-mask* ditunjukkan pada Gambar berikut (2.3). *V.mask* diposisikan sedemikian hingga titik P bersamaan dengan nilai yang diplot dari jumlahan kumulatif dan garis OP yang sejajar sumbu mendatar (horizontal). Jika semua jumlah kumulatif sebelumnya $S_1, S_2, S_3, ..., S_i$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

terletak di antara dua lengan *V-mask*, proses dalam keadaan terkendali. Tetapi jika sesuatu S_i terletak di luar lengan *V-mask*, maka proses dianggap tidak terkendali (Hidayah, 2009).



Gambar 2.3: V-mask pada Grafik Pengendali Jumlah Kumulatif (Montgomery, 1990).

dengan,

U = batas kendali atas

L = batas kemdali bawah

H = setengah dari tinggi *V-mask* atau jarak dari OU atau OL

O = titik terakhir pada *V-mask*

A = faktor skala yang menghubungkan unit skala tegak dan unit skala mendatar

K = kemiringan pada lengan *V-mask*

d = jarak antara O dan P

$\tan\theta$ = tangen dari sudut θ

V-mask dibangun dengan menggunakan beberapa parameter, yaitu:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

jarak, $d = -\dfrac{2\ln\alpha}{\delta^2}$ (2.16)

dan

sudut, $\tan\theta = \dfrac{\Delta}{2A} = \dfrac{\delta\sigma_X}{2\sigma_X} = \dfrac{1}{2}\delta$ (2.17)

$\tan\theta = \dfrac{K}{A}$ (2.18)

maka,

$H = 2d\sigma_X \tan(\theta)$ (2.19)

2.10 SPRT (The Sequential Probability Ratio Test)

Uji rasio probabilitas sekuensial (SPRT) adalah khusus uji hipotesis sekuensial yang dikembangkan oleh Abraham Wald. Pada tahun 1933, Neyman Pearson merumuskan kembali sebagai masalah analisis sekuensial.

SPRT awalnya dikembangkan untuk digunakan dalam penelitian pengendalian kualitas dalam bidang manufaktur, kemudian dirumuskan untuk digunakan dalam pengujian komputerisasi.

SPRT dimulai dengan sepasang hipotesis, yaitu H_0 untuk hipotesis nol dan H_1 untuk hipotesis alternatif, yaitu:

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Selanjutnya berdasarkan hipotesis tersebut, parameter-parameter pada *V-mask* dianalisis, dengan cara mencari jumlah kumulatif log-rasio Likelihood, yang didefinisikan sebagai:

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^{j} \ln A_i \qquad (2.20)$$

dengan A_i merupakan rasio likelihood, yang didefinisikan sebagai:

$$A_i = \frac{f\left(X_i;\mu_0;\sigma\right)}{f\left(X_i;\mu_0+\delta;\sigma\right)} \qquad (2.21)$$

Jika:

$a < \lambda_j < b$:kontinu

$\lambda_j \geq b$ maka H_0 diterima

$\lambda_j \leq a$ maka H_1 diterima

Dimana a dan b $\left(0 < a < b < \infty\right)$ tergantung pada peluang kesalahan tipe I $\left(\alpha\right)$ dan peluang kesalahan tipe II $\left(\beta\right)$ yang diinginkan, sehingga a dan b didefinisikan sebagai berikut:

$$a \approx \ln \frac{\beta}{1-\alpha} \qquad (2.22)$$

dan

$$b \approx \ln \frac{1-\beta}{\alpha} \qquad (2.23)$$

Jadi α dan β harus ditentukan lebih dahulu (Kurniawati, 2008).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Analisis Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif

Misalkan $X_1, X_2, ..., X_m$ adalah data pengamatan proses produksi yang berukuran $n = 1$, dengan rata-rata μ_0 adalah nilai target, dan σ_X adalah standart deviasi. Selanjutnya digunakan bagan pengendali jumlah kumulatif untuk mendeteksi apakah terjadi pergeseran pada proses atau tidak.

Di dalam menganalisis bagan pengendali jumlah kumulatif, hipotesis yang akan diuji adalah:

$H_0 : \mu = \mu_0$ (tidak terjadi pergeseran rata-rata)

$H_1 : \mu \neq \mu_0$ (terjadi pergeseran rata-rata)

Hipotesis tersebut merupakan hipotesis yang menggunakan uji 2 sisi, yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{array}\right\} \text{Pergeseran negatif rata-rata proses} \qquad (3.1)$$

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{array}\right\} \text{Pergeseran positif rata-rata proses} \qquad (3.2)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Selanjutnya di dalam mendefinisikan jumlah kumulatif rata-rata proses, digunakan persamaan bagan pengendali jumlah kumulatif (2.13) yang menggambarkan jumlah kumulatif deviasi nilai sampel dari nilai target.

$$S_j = \sum_{i=1}^{j} \left(\bar{X}_i - \mu_0 \right);\ j = 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots, m$$

Berdasarkan data pengamatan, yaitu sampel-sampel yang berukuran $n = 1$, jika μ_0 menyatakan nilai target untuk mean proses, maka definisi jumlah kumulatif rata-rata proses adalah:

$$S_1 = X_1 - \mu_0$$

$$S_2 = \left(X_1 - \mu_0 \right) + \left(X_2 - \mu_0 \right) = \sum_{i=1}^{2} \left(X_i - \mu_0 \right)$$

.

.

$$S_j = X_j - \mu_0$$

.

.

$$S_m = \left(X_1 - \mu_0 \right) + \ldots + \left(X_i - \mu_0 \right) = \sum_{i=1}^{m} \left(X_i - \mu_0 \right) \qquad (3.3)$$

3.2 Analisis Prosedur *V-mask*

Selanjutnya untuk mengetahui apakah data-data tersebut *in control* atau *out of control*, maka digunakan prosedur *V-mask* yang merupakan salah satu prosedur yang digunakan dalam bagan pengendali jumlah kumulatif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses. *V-mask* ditentukan oleh dua parameter,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

yaitu jarak yang didefinisikan *d* dan sudut yang didefinisikan θ. Kedua parameter ini, ditentukan berdasarkan pada tingkat resiko yang ingin ditoleransi, yaitu tingkat kesalahan tipe I dan tingkat kesalahan tipe II. Peluang atas kesalahan tipe I ialah α, yaitu resiko kesalahan penyimpulan bahwa pergeseran rata-rata dalam proses telah terjadi (tanda bahaya palsu) sehingga proses dianggap *out of control* padahal proses tersebut *in control*. Peluang atas kesalahan tipe II ialah β, yaitu resiko kesalahan penyimpulan bahwa tidak terjadi pergeseran rata-rata dalam proses sehingga proses dianggap *in control*, padahal proses tersebut *out of control*.

Dalam menganalisis parameter-parameter pada *V-mask* tersebut, didasarkan uji hipotesis 2 sisi, sebagaimana persamaan (3.1) yang merupakan pergeseran rata-rata negatif, yaitu:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

yang dapat ditulis,

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu = \mu_0 - \delta \qquad (3.4)$$

dan persamaan (3.2) yang merupakan pergeseran rata-rata positif, yaitu:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

yang dapat ditulis,

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu = \mu_0 + \delta \qquad (3.5)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dengan,

δ : besar pegeseran rata-rata proses dalam unit standar deviasi.

Selanjutnya berdasarkan hipotesis tersebut, parameter-parameter pada *V-mask* dianalisis menggunakan SPRT (The Sequential Probability Ratio Test), dengan cara mencari jumlah kumulatif log-rasio Likelihood nya terlebih dahulu. Menurut Kurniawati, 2008, kriteria SPRT adalah :

$a < \lambda_j < b$: kontinu

$\lambda_j \geq b$ maka H_0 diterima

$\lambda_j \leq a$ maka H_0 diterima

Sehingga untuk menganalisisnya harus mengubah arah *V-mask*, maka harus dimulai dari data terakhir (sub sampel terakhir) hingga data dimana ditemukan *out of control* pertama.

Di dalam menentukan jumlah kumulatif log-rasio Likelihood, didefinisikan persamaan sebagai berikut:

$$Z_j = \frac{\sqrt{n}\left(X_j - \mu\right)}{\sigma}, \; j = m, (m-1), ..., 2, 1. \qquad (3.6)$$

Berdasarkan data pengamatan proses produksi, yaitu sampel-sampel berukuran $n = 1$, maka persamaan tersebut menjadi:

$$Z_1 = \frac{X_m - \mu_0}{\sigma_X}$$

$$Z_2 = \frac{X_{m-1} - \mu_0}{\sigma_X}$$

.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

.

$$Z_j = \frac{X_2 - \mu_0}{\sigma_X}$$

.

$$Z_m = \frac{X_1 - \mu_0}{\sigma_X} \qquad (3.7)$$

Berdasarkan teorema limit pusat, $Z_1, Z_2, \ldots\ldots, Z_m$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi 1, ditulis $Z_j \sim N(0,1)$, $j = 1, 2, \ldots\ldots\ldots, m$ artinya:

$$\mu_{Z_m} = E[Z_m] = 0$$

$$\sigma_{Z_m} = Var[Z_m] = 1$$

Kemudian digunakan uji H_0 melawan H_1, yaitu dengan menggunakan uji rasio Likelihood. Berdasarkan $Z_1, Z_2, \ldots\ldots, Z_m$, yang telah didefinisikan, maka fungsi Likelihoodnya adalah:

$$f(Z_j; \mu_Z; \sigma_Z) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} . e^{-\frac{1}{2}(Z_j)^2}$$

Selanjutnya mensubstitusikan fungsi Likelihoodnya terhadap persamaan (2.19), yaitu persamaan rasio Likelihood didefinisikan sebagai:

$$A_j = \frac{f(X_j; \mu_0; \sigma)}{f(X_j; \mu_0 + \delta; \sigma)}$$

$$A_j = \frac{f(Z_j; \mu_Z; \sigma_Z)}{f(Z_j; \mu_Z + \delta; \sigma_Z)}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$A_j = \frac{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Z_j\right)^2}}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Z_j+\delta\right)^2}} \tag{3.8}$$

maka persamaan log rasio Likelihoodnya adalah:

$$A_j = \ln\frac{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Z_j\right)^2}}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Z_j\right)^2}} \tag{3.9}$$

Kemudian dicarai jumlah kumulatif log rasio Likelihood hingga data *out of control* pertama yang didefinisikan dengan data ke-r , dengan menggunkanan persamaan (2.20), sehingga didapatkan:

$$\lambda_r = \sum_{j=1}^{r} \ln A_j$$

$$\lambda_r = \ln\left(\frac{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Z_1\right)^2}}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Z_1+\delta\right)^2}}\right) + \ln\left(\frac{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Z_2\right)^2}}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Z_2+\delta\right)^2}}\right) + \ldots + \ln\left(\frac{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Zm\right)^2}}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{1}{2}}.e^{-\frac{1}{2}\left(Zm+\delta\right)^2}}\right)$$

$$\lambda_r = \ln\left(\frac{\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{-\frac{m}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j\right)^2\right)}{\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{-\frac{m}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j+\delta\right)^2\right)}\right)$$

$$\lambda_r = \ln\left(\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j\right)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j+\delta\right)^2\right)}\right)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\lambda_r = \ln\left(\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\frac{\left(Z_j\right)^2}{2}\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\frac{\left(Z_j+\delta\right)^2}{2}\right)}\right)$$

$$\lambda_r = \ln\left(\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j\right)^2+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j+\delta\right)^2\right)\right)$$

$$\lambda_r = \ln\left(\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j\right)^2+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j^2+2Z_j\delta+\delta^2\right)\right)\right)$$

$$\lambda_r = \ln\left(\exp\left(-\frac{\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j\right)^2}{2}+\frac{\sum_{j=1}^{r}\left(Z_j^2+2Z_j\delta+\delta^2\right)}{2}\right)\right)$$

$$\lambda_r = \ln\left(\exp\left(\sum_{j=1}^{r}\left(\frac{-\left(Z_j\right)^2+\left(Z_j\right)^2+2Z_j\delta+\delta^2}{2}\right)\right)\right)$$

$$\lambda_r = \ln\left(\exp\left(\sum_{j=1}^{r}Z_j\delta+\frac{r}{2}\delta^2\right)\right)$$

$$= \ln\left(\exp\left(\delta\sum_{j=1}^{r}Z_j+\frac{r\delta^2}{2}\right)\right) \qquad (3.10)$$

Berdasarkan SPRT, kriteria pengujiannya adalah:

H_0 ditolak, jika $\lambda_r \le a$

H_0 diterima, jika $\lambda_r \ge b$

Jika $a \le \lambda_r \le b$, dilakukan perhitungan lanjutan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Nilai a dan b dipilih sesuai dengan pendekatan α, yaitu peluang menolak H_0 padahal H_0 benar, dan β adalah peluang menerima H_0 padahal H_0 salah. Pendekatan untuk menentukan a dan b oleh α dan β yaitu $\hat{a} = \ln \frac{\alpha}{1-\beta}$ dan $\hat{b} = \ln \frac{1-\alpha}{\beta}$

Berdasarkan kriteria SPRT, dengan menggunakan $\hat{a}$ dan $\hat{b}$, untuk menguji H_0 melawan H_1 dengan pergeseran negatif rata-rata proses, yaitu $\lambda_r < \hat{a}$, maka:

$$\lambda_r < \ln \frac{\alpha}{1-\beta}$$

$$\ln\left(\exp\left(\sum_{j=1}^{r} \delta Z_j + \frac{r\delta^2}{2}\right)\right) < \ln \frac{\alpha}{1-\beta}$$

$$\sum_{j=1}^{r} \delta Z_j + \frac{r\delta^2}{2} < \ln \frac{\alpha}{1-\beta}$$

$$\sum_{j=1}^{r} \delta Z_j + \frac{r\delta^2}{2} < \ln \alpha - \ln(1-\beta)$$

$$\sum_{j=1}^{r} \delta Z_j < -\frac{r\delta^2}{2} + \ln(\alpha) - \ln(1-\beta)$$

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j < \frac{-\frac{r\delta^2}{2} + \ln(\alpha) - \ln(1-\beta)}{\delta}$$

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j < -\frac{r\delta}{2} + \frac{\ln(\alpha)}{\delta} - \frac{\ln(1-\beta)}{\delta} \qquad (3.11)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

sebaliknya menerima H_0 jika,

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j \geq -\frac{r\delta}{2} + \frac{\ln(\alpha)}{\delta} - \frac{\ln(1-\beta)}{\delta} \qquad (3.12)$$

Dalam menyelidiki pergeseran rata-rata, maka β harus dipilih mendekati nol sehingga diputuskan H_0 ditolak. Jika H_0 ditolak dapat diartikan telah terjadi pergeseran rata-rata atau menerima H_1, maka pertidaksamaan (3.12) menjadi:

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j < -\frac{r\delta}{2} + \frac{\ln(\alpha)}{\delta} \qquad (3.13)$$

Dengan analog yang sama untuk menguji pergeseran positif maka digunakan aturan pencerminan, sehingga persamaan (3.13) menjadi:

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j = -\frac{r\delta}{2} + \frac{\ln(\alpha)}{\delta} \qquad (3.14)$$

Dalam menggabungkan pertidaksamaan di atas, maka dapat dibentuk menjadi garis terlebih dahulu, dengan merubah pertidaksamaan tersebut menjadi persamaan garis, yaitu:

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j = -\frac{r\delta}{2} + \frac{\ln(\alpha)}{\delta} \qquad (3.15)$$

menjadi garis batas bawah dengan gradien $-\frac{\delta}{2}$, dan

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j = \frac{r\delta}{2} - \frac{\ln(\alpha)}{\delta} \qquad (3.16)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Menjadi garis batas atas dengan gradient $\frac{\delta}{2}$.

Selanjutnya dicari perpotongan antara dua garis tersebut, dengan cara menggabungkan kedua persamaan tersebut, sehingga didapatkan:

$$-\frac{r\delta}{2}+\frac{\ln(\alpha)}{\delta}=\frac{r\delta}{2}-\frac{\ln(\alpha)}{\delta}$$

$$r=\frac{2\ln(\alpha)}{\delta^2} \tag{3.17}$$

sedemikian sehingga diperoleh persamaan (2.14) dan (2.15), yaitu:

$$d=-\frac{2\ln(\alpha)}{\delta^2} \text{ dan } \tan\theta=\frac{\delta}{2}$$

Parameter-parameter *V-mask* tersebut saling bekaitan dengan seluruh bagian dari *V-mask*, yaitu:

$$\tan\theta=\frac{\delta}{2}=k$$

$$=\frac{k}{1}$$

$$=\frac{k\sigma_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}$$

Sedemikian sehihangga diperoleh persamaan (2.16), yaitu:

$$\tan\theta=\frac{K}{A}$$

dengan,

K : kemiringan pada lengan *V-mask*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

A : faktor skala yang menghubungkan unit skala tegak dan unit skala mendatar (nilai A terletak di antara σ_X dan $2\sigma_X$ dengan nilai yang sering digunakan adalah $2\sigma_X$).

Selanjutnya, berdasarkan persamaan (2.17),

$$H = 2d\sigma_X \tan(\theta)$$

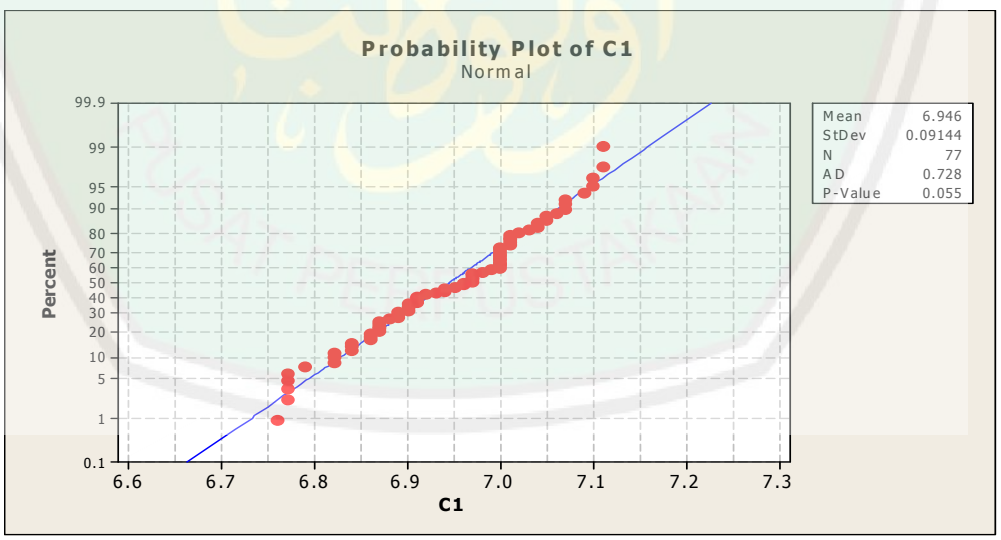
$$= Ad \tan(\theta)$$

H : merupakan setengah dari tinggi *V-mask* (jarak dari OU atau OL).

3.3 Aplikasi pada Data

3.3.1 Uji Normalitas Data

Dalam uji normalitas data sekunder kualitas air produksi pada variabel pH sebagaimana yang terlampir, digunakan software MINITAB 14.



Gambar 3.1: Grafik Anderson Darling (Analisis penulis: dari data sekunder: 2011)

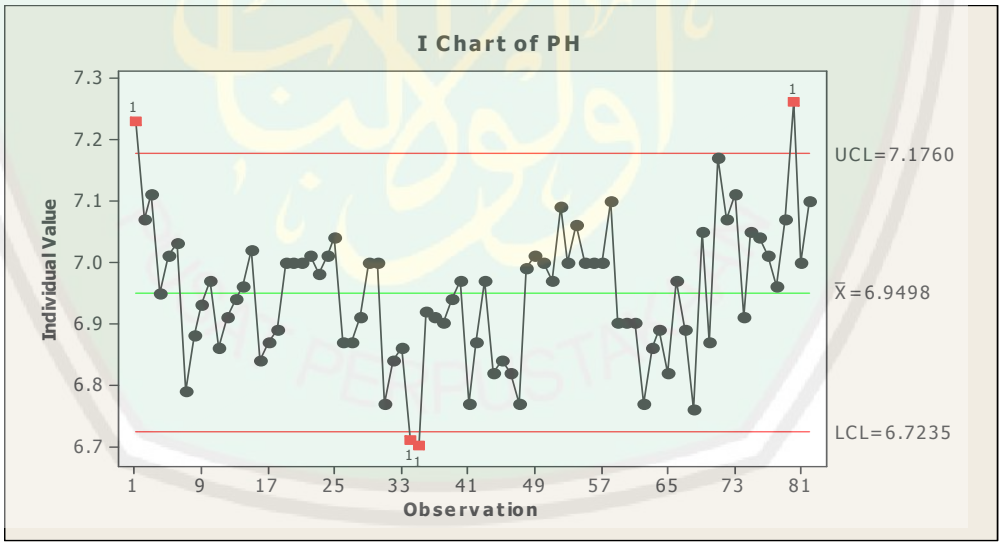
Pada uji normalitas data, digunakan grafik Anderson Darling. Pada grafik tersebut terlihat bahwa *P-Value* nya $> 0,05$, yaitu $0,055$. Dari nilai *P-Value*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

tersebut dapat kita ambil kesimpulan bahwa data kualitas air pada variabel kekeruhan merupakan data yang berdistribusi normal, karena syarat dari data yang berdistribusi normal yaitu *P-Value* nya $> 0,05$.

3.3.2 Analisis Penerapan Bagan Pengendali Shewhart

Bagan pengendali di bawah ini adalah bagan pengendali shewhart yang menampilkan setiap nilai pada sampel yang diambil, yaitu sebanyak 82 pengamatan. Pada bagan pengendali individual di bawah ini digunakan batas $\mu \pm 3\sigma$. Kami menggunakan batas tersebut karena dengan semakin luasnya batas maka kesalahan semakin kecil. Koefisien 3 menunjukkan nilai z pada distribusi normal dengan $\alpha = 0,0027$.



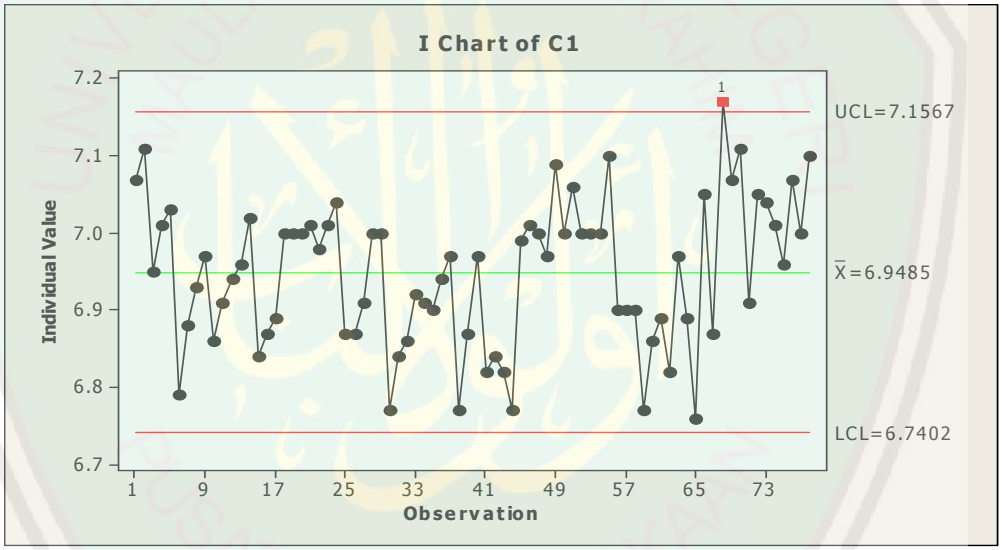
Gambar 3.2: Individual Chart untuk 82 Data(Analisis penulis: dari data sekunder: 2011)

Pada bagan pengendali tersebut terlihat bahwa ada beberapa data yang terindikasi keluar dari batas pengendali, yaitu pada pengamatan ke -1, ke -34, ke -35 dan ke -80, dengan batas pengendali $UCL = 7,1760$ dan $LCL = 6,7235$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Maka untuk membangun suatu bagan pengendali yang nantinya akan digunakan sebagai alat pengendalian kualitas selanjutnya, kita harus memilih batas-batas pengendali sedemkian hingga apabila proses terkendali, yaitu dengan cara menghilangkan data-data yang terindikasi keluar dari batas pengendali tersebut, sehingga semua titik-titik sampel akan jatuh di antara garis UCL dan garis LCL.

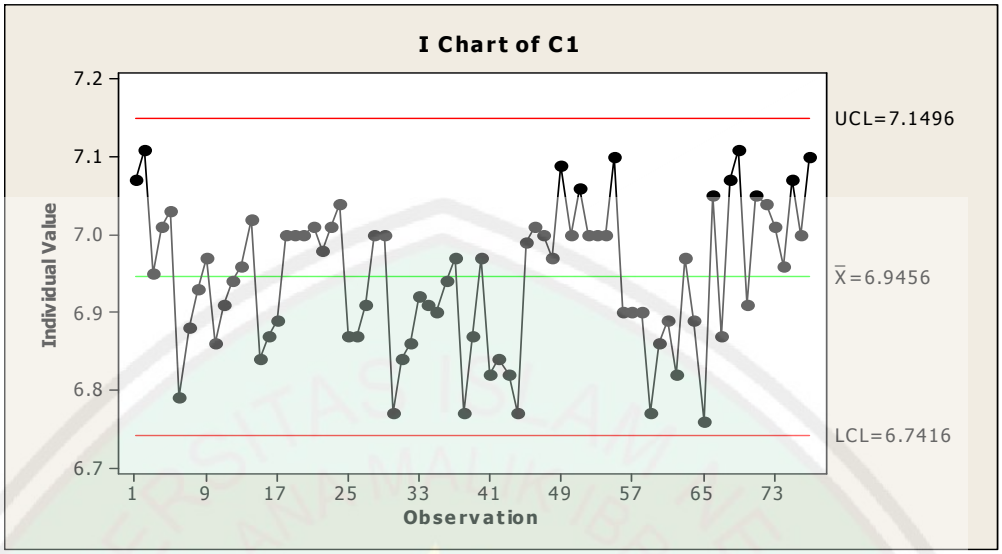
Bagan pengendali di bawah ini merupakan bagan pengendali dengan menghilangkan data-data yang terindikasi keluar dari batas pengendali pada bagan pengendali gambar: 3.2



Gambar 3.3: Individual Chart untuk 78 Data (Analisis penulis: dari data sekunder: 2011)

Pada bagan tersebut masih terlihat satu data yang terindikasi keluar dari batas pengendali, yaitu pada pengamatan ke -68, maka dari itu data yang keluar tersebut akan dihilangkan kembali sehingga menghasilkan bagan pengendali dengan data yang terkendali seluruhnya, sebagaimana pada gambar: 3.4 di bawah ini:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.4: Individual Chart untuk 77 Data (Analisis penulis: dari data sekunder: 2011)

Bagan pengendali di atas merupakan bagan pengendali shewhart, dengan data yang sudah terkendali seluruhnya. Dari bagan pengendali tersebut diperoleh batas pengendali sebagai berikut:

$$UCL = 7{,}1496$$

$$CL = 6{,}9456$$

$$LCL = 6{,}7416$$

dengan batas pengendali ini, bagan pengendali dapat digunakan sebagai alat untuk pengendalian kualitas proses berikutnya.

Dari beberapa plot di atas, terlihat bahwa bagan pengendali shewhart tidak mampu mendeteksi secara detail khususnya pada penyidikan pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil, karena bagan pengendali shewhart hanya menggunakan informasi tentang proses yang terkandung dalam titik tergambar yang terakhir

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dan mengabaikan setiap informasi yang diberikan oleh seluruh barisan titik-titik itu.

3.3.3 Analisis Penerapan Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif

Dengan Menggunakan 77 data terkendali pada bagan pengendali shewhart, maka berdasarkan persamaan 3.1, jika $n = 1$, maka grafik pengendali jumlah kumulatif dibentuk dengan menggambarkan kuantitas:

$$S_j = \sum_{i-1}^{j} \left(\bar{X}_i - \mu_0 \right)$$

Dengan μ_0 ditaksir dengan menggunakan data historis, yaitu $\mu_0 = 6,94$ yang diperoleh dari rata-rata data sampel dan sigma $\sigma_X = 0.1$, maka diperoleh jumlah kumulatif sampai j sampel sebagai berikut:

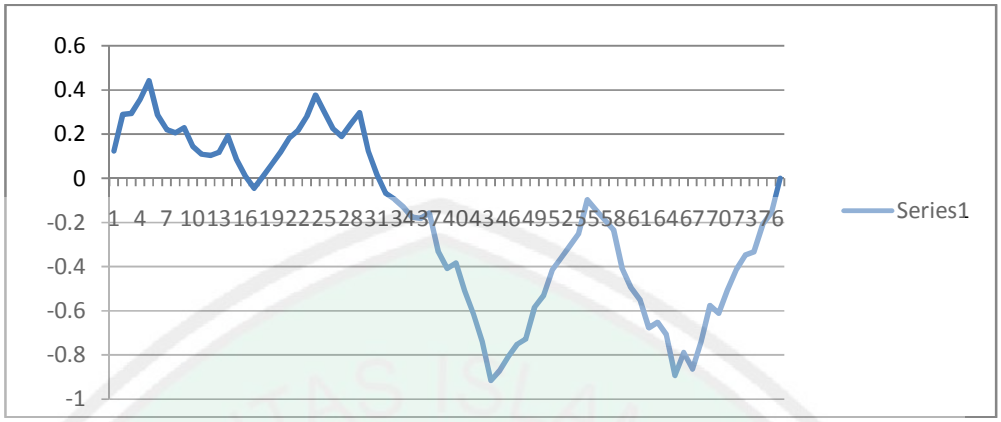
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.1: Jumlah Kumulatif Data Kualitas Air Variabel pH, $m = 77$

No (j)	**Jumlah Kumulatif** (S_i)	**No** (j)	**Jumlah Kumulatif** (S_i)	**No** (j)	**Jumlah Kumulatif** (S_i)
1	0.124415584	27	0.189220768	53	-0.305974048
2	0.288831168	28	0.243636352	54	-0.251558464
3	0.293246752	29	0.298051936	55	-0.09714288
4	0.357662336	30	0.12246752	56	-0.142727296
5	0.44207792	31	0.016883104	57	-0.188311712
6	0.286493504	32	-0.068701312	58	-0.233896128
7	0.220909088	33	-0.094285728	59	-0.409480544
8	0.205324672	34	-0.129870144	60	-0.49506496
9	0.229740256	35	-0.17545456	61	-0.550649376
10	0.14415584	36	-0.181038976	62	-0.676233792
11	0.108571424	37	-0.156623392	63	-0.651818208
12	0.102987008	38	-0.332207808	64	-0.707402624
13	0.117402592	39	-0.407792224	65	-0.89298704
14	0.191818176	40	-0.38337664	66	-0.788571456
15	0.08623376	41	-0.508961056	67	-0.864155872
16	0.010649344	42	-0.614545472	68	-0.739740288
17	-0.044935072	43	-0.740129888	69	-0.575324704
18	0.009480512	44	-0.915714304	70	-0.61090912
19	0.063896096	45	-0.87129872	71	-0.506493536
20	0.11831168	46	-0.806883136	72	-0.412077952
21	0.182727264	47	-0.752467552	73	-0.347662368
22	0.217142848	48	-0.728051968	74	-0.333246784
23	0.281558432	49	-0.583636384	75	-0.2088312
24	0.375974016	50	-0.5292208	76	-0.154415616
25	0.3003896	51	-0.414805216	77	-3.15844E-08
26	0.224805184	52	-0.360389632		

Sumber: Analisis penulis

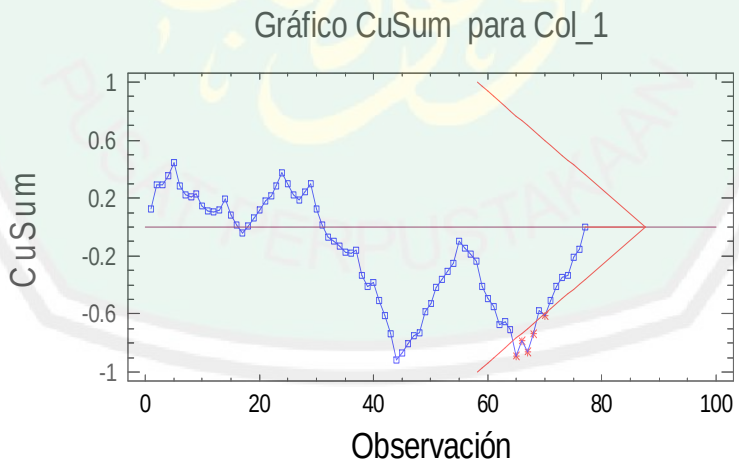
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.5: Plot Jumlah Kumulatif Data Kualitas Air Variabel pH, m = 77
(Analisis penulis: dari data sekunder: 2011)

Dari plot bagan pengendali shewhart dan bagan pengendali jumlah kumulatif tersebut, terlihat jelas bahwa keduanya berbeda. Pada gambar 3.5, yaitu gambar plot jumlah kumulatif, pergeseran terlihat sangat jelas. Sedangkan pada gambar 3.4, plot tidak memberikan informasi mengenai ada tidaknya pergeseran.

Selanjutnya digunakan metode *V-mask* untuk mendeteksi pergeseran pada bagan pengendali jumlah kumulatif tersebut.



Gambar 3.6: *V-mask* Jumlah Kumulatif Data Kualitas Air Variabel pH, $m = 77$ (Analisis penulis: dari data sekunder: 2011)

Dari gambar *V-mask* tersebut terlihat bahwa terdapat beberapa data yang terindikasi keluar dari batas bawah pada *V-mask*, yaitu pada pengamatan ke-

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

66,ke-67,ke-68 dan ke-70. Dengan adanya beberapa data yang keluar dari batas pada *V-mask* tersebut, maka dapat dikatakan bahwa telah terjadi pergeseran rata-rata antara 65 data pertama dengan 12 data terakhir, dengan rata-rata 65 data pertama $\mu = 6.9$ dan rata-rata 12 data terakhir $\mu = 7.02$, sehingga pergeserannya sebesar:

Pergeseran= $\mu_2 - \mu_1$

$= 7.02 - 6.9 = 0{,}09$

Pergeseran tersebut relatif kecil, tetapi masih terdeteksi dengan menggunakan bagan pengendali jumlah kumulatif ini, padahal di dalam bagan pengendali dasar (Shewhart) data-data tersebut merupakan data-data yang sudah terkendali (tidak terjadi pergeseran).

Maka untuk dapat menjawab uji hipotesis yang telah jabarkan sebelumnya, yaitu menolak H_0 dengan

Pergeseran positif rata-rata proses, yaitu:

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j > \frac{r\delta}{2} - \frac{\ln(\alpha)}{\delta} + \frac{\ln(1-\beta)}{\delta}$$

dengan,

$\sum_{j=1}^{r} Z_j$ = jumlah kumulatif Z_j,

maka dilakukan analisis menggunakan SPRT, yang dibentuk dengan menggambarkan kuantitas:

$$\sum_{j=1}^{r} Z_j$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

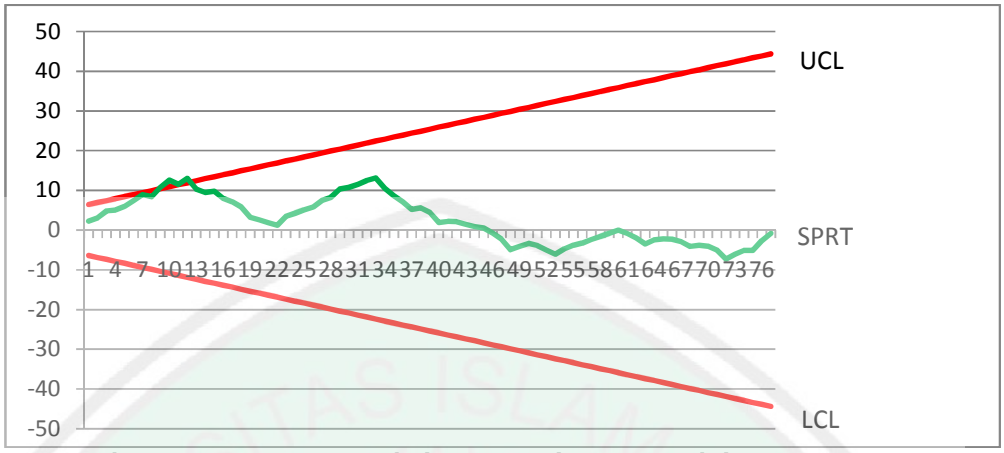
dengan μ_0 ditaksir dengan menggunakan data historis, yaitu $\mu_0 = 6,94$ yang diperoleh dari rata-rata data sampel dan delta $(\delta) = 1$ dan sigma $\sigma_X = 0.1$, maka diperoleh jumlah kumulatif SPRT sampai r sampel sebagai berikut:

Tabel 3.2: Jumlah Kumulatif SPRT Data Kualitas Air Variabel pH, $m = 77$

No	Jumlah Kumulatif SPRT (Z_j)	No	Jumlah Kumulatif SPRT (Z_j)	No	Jumlah Kumulatif SPRT (Z_j)
1	2.259663498	27	7.481502688	53	-6.12018753
2	3.048738761	28	8.270577951	54	-4.74287698
3	4.867225789	29	10.38318263	55	-3.80674289
4	5.068065758	30	10.73108142	56	-3.31178527
5	6.004199844	31	11.52015668	57	-2.37565119
6	7.381510401	32	12.45629077	58	-1.58657592
7	8.905879782	33	13.09830721	59	-0.79750066
8	8.371425633	34	10.50502953	60	-0.0084254
9	10.77814795	35	8.647045969	61	-0.83699719
10	12.59663498	36	7.083180055	62	-1.95968664
11	11.47394554	37	5.225196495	63	-3.52355255
12	12.99831492	38	5.573095287	64	-2.44035964
13	10.25797842	39	4.450405844	65	-2.23951967
14	9.429406623	40	1.857128166	66	-2.33279735
15	9.777305415	41	2.205026958	67	-2.8672515
16	7.919321855	42	2.11174928	68	-4.13699976
17	7.090750059	43	1.430236308	69	-3.78910097
18	5.821001792	44	0.895782159	70	-4.02943747
19	3.227724114	45	0.508386834	71	-5.00506809
20	2.546211142	46	-0.76136143	72	-7.30422812
21	1.864698169	47	-2.32522735	73	-6.07397639
22	1.183185197	48	-4.91850502	74	-5.1378423
23	3.442848695	49	-4.12942976	75	-5.08406116
24	4.231923958	50	-3.3403545	76	-2.67733884
25	5.020999221	51	-3.87480865	77	-0.85885181
26	5.810074484	52	-4.99749809		

Sumber: Analisis Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.7: Bagan Uji *SPRT* terhadap Data Kualitas Air Variabel pH, $m = 77$ (Analisis penulis: dari data sekunder: 2011)

Dari grafik tersebut terlihat bahwa telah terjadi *out of control* (pergeseran) pada data ke -66. Letak pergeseran yang terjadi ketika menggunakan SPRT dan menggunkan bagan pengendali jumlah kumulatif menunjukkan letak yang hampir sama, dengan selisih 1 data, yaitu pada bagan pengendali jumlah kumulatif pergeseran terjadi pada data ke -65, sedangkan pada SPRT pada data ke -66. Sehingga dapat disimpulkan bahwa berdasarkan SPRT dan bagan pengendali jumlah kumulatif, menerima H_0.

3.4 Kajian Keagamaan

Al-Qur'an dan Hadist merupakan pedoman agama Islam, yang mana seluruh kajian tentang kehidupan terkandung di dalamnya. Salah satu kajian tentang kehidupan adalah mengenai pekerjaan manusia, di mana pekerjaan tersebut merupakan pekerjaan yang baik atau pekerjaan yang buruk dan masing-masing pekerjaan tersebut akan mendapatkan balasannya masing-masing, sebagai mana firman Allah dalam surat An-Najm ayat: 31

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

وَلِلَّهِ مَا فِي ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَمَا فِي ٱلْأَرْضِ لِيَجْزِيَ ٱلَّذِينَ أَسَٰٓـُٔوا۟ بِمَا عَمِلُوا۟ وَيَجْزِيَ ٱلَّذِينَ أَحْسَنُوا۟ بِٱلْحُسْنَى ﴿٣١﴾

Artinya: *Dan hanya kepunyaan Allah-lah apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi supaya Dia memberi Balasan kepada orang-orang yang berbuat jahat terhadap apa yang telah mereka kerjakan dan memberi Balasan kepada orang-orang yang berbuat baik dengan pahala yang lebih baik (syurga).*

Di dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa Allah akan memberi balasan sesuai dengan apa yang telah dikerjakan, ketika seseorang berbuat jahat, akan mendapatkan balasannya dan ketika seseorang berbuat baik, juga akan mendapatkan balasannya yaitu dengan pahala yang lebih baik (syurga). Maka dapat dikatakan bahwa pekerjaan yang baik akan menghasilkan sesuatu yang baik.

Pekerjaan yang baik atau buruk, dapat dikaitkan dalam berbagai hal, misalnya di dalam suatu perusahaan apabila bagian dari perusahaan tersebut bekerja dengan baik, maka akan mendapatkan hasil produksi yang baik pula, sebaliknya ketika bagian dari perusahaan bekerja kurang baik, maka hasilnya juga akan kurang baik. Salah satu unsur dari perusahaan, yang sangat berpengaruh pada hasil produksinya adalah analisis hasil produksi untuk meningkatkan hasil produksi berikutnya. Ketika analisisnya baik (teliti) maka akan berpengaruh positif terhadap perusahaan tersebut. Salah satu alat yang digunakan perusahaan untuk menganalisis datanya adalah bagan pengendali jumlah kumulatif, karena bagan pengendali jumlah kumulatif mempunyai ketelitian yang cukup tinggi dalam menganalisis data.

Ketika suatu bagan pengendali mempunyai ketelitian yang cukup tinggi dalam menganalisis data hasil produksi, maka akan sangat membantu perusahaan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

agar lebih berhati-hati dalam memproduksi suatu barang, yang mana akan berdampak pada kualitas hasil produksinya. Di dalam Al-Qur'an juga dijelaskan tentang ketelitian agar tidak salah dalam bertindak, sebagaimana firman Allah dalam Al-Qur'an surat Al-Hujurat ayat: 6

يَـٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ قَوۡمَۢا بِجَهَـٰلَةٖ فَتُصۡبِحُواْ عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَـٰدِمِينَ ٦

Artinya: *Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang Fasik membawa suatu berita, Maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu.*

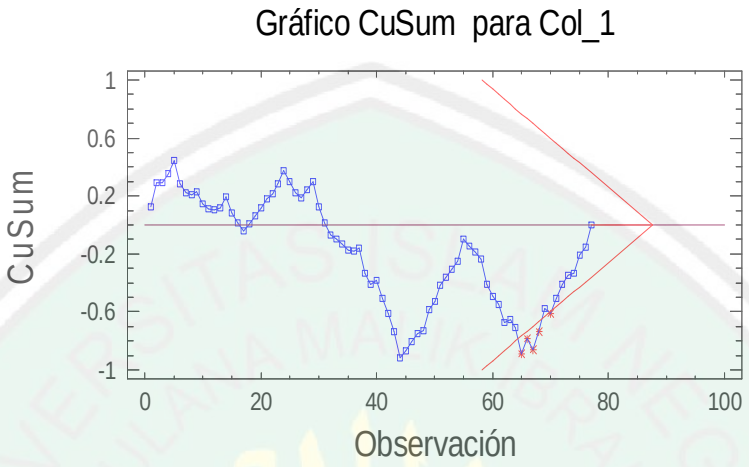
Ayat tersebut diturunkan karena suatu sebab tertentu, yaitu tentang suatu kajadian pada masa Rasulullah SAW ketika mendapatkan suatu berita dari Al-Wahid bin 'Uqbah bin Abi Mu'ith dan ternyata berita tersebut adalah berita yang salah. Meskipun ayat tersebut turun karena suatu sebab tertentu, tetapi ayat tersebut umum dan merupakan kaidah dasar yang sangat penting baik dalam menerima suatu berita maupun dalam hal lain yang terkait dengan ketelitian dalam menyimpulkan sesuatu hal.

Ketelitian dalam menyimpulkan sesuatu hal, dapat diambil contoh ketelitian dalam menganalisis data, sebagaimana yang telah dijabarkan di atas bahwa salah satu alat yang digunakan untuk menganalisis data adalah bagan pengendali jumlah kumulatif.

Bagan pengendali jumlah kumulatif dapat dikatakan teliti dalam menganalisis data karena bagan pengendali ini dapat mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil, sehingga pergeseran proses mudah diselidiki secara visual dengan pergeseran lerengan titik-titik tergambar, maka relatif mudah untuk menyidik titik

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pada waktu terjadi pergeseran. Seperti yang terlihat pada Gambar 3.6, yaitu contoh bagan pengendali jumlah kumulatif sebagai berikut:



Dari gambar tersebut terlihat bahwa terdapat data-data yang keluar dari *V-mask*, yaitu data ke -66, ke -67, ke -68 dan ke -70. Dengan adanya data-data yang keluar dari *V-mask* tersebut, maka dapat dikatakan bahwa telah telah terjadi pergeseran rata-rata antara 65 data pertama dengan 12 data terakhir, yaitu sebesar $0,09$, dengan rata-rata 65 data pertama $\mu = 6,9$ dan rata-rata 12 data terakhir $\mu = 7,02$. Pergeseran tersebut relatif kecil, tetapi masih terdeteksi dengan menggunakan bagan pengendali jumlah kumulatif ini, padahal di dalam bagan pengendali dasar (Shewhart) data-data tersebut merupakan data-data yang sudah terkendali (tidak terjadi pergeseran).

Hal tersebut dapat dikaitkan dengan firman Allah SWT dalam surat Az-Zalzalah: 7-8.

فَمَن يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ خَيْرًا يَرَهُۥ ۝٧ وَمَن يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ شَرًّا يَرَهُۥ ۝٨

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Artinya: *Barangsiapa yang mengerjakan kebaikan seberat dzarrahpun, niscaya Dia akan melihat (balasan)nya. Dan Barangsiapa yang mengerjakan kejahatan sebesar dzarrahpun, niscaya Dia akan melihat (balasan)nya pula.*

Man adalah isim syarat yang menunjukan keumuman. Yakni, siapa saja yang mengerjakan perbuatan baik dan buruk (sewaktu di dunia) walaupun seberat dzarrah, maka dia pasti akan melihat (balasannya). *Mitsqaala dzarrah* yaitu seberat dzarrah. Dan yang dimaksud dengan dzarrah adalah seekor semut kecil yang sudah dimaklumi(Al-'Utsaimin,2004). Hal tersebut menunjukkan bahwa Allah SWT sangat teliti dalam menimbang amal manusia., maka kita juga harus teliti dalam menganalisis sesuatu hal, misalnya: hasil produksi, sehingga kesalahan sekecil apapun akan terdeteksi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Dari hasil analisis penerapan bagan pengendali jumlah kumulatif dengan prosedur *V-mask* menggunakan uji SPRT terhadap hipotesis-hipotesis yang telah ditentukan, menunjukkan hasil pada pengendalian proses terhadap variabel pH telah terdeteksi adanya pergeseran positif rata-rata proses sebesar $\delta = 1\sigma_X$ dengan $\sigma_X = 0.1$. Adanya pergeseran ini dikarenakan adanya titik ke -10 (pada bagan uji kumulatif SPRT, yang berpadanan dengan data ke -67) dan titik ke -66 (pada bagan pengendali jumlah kumulatif *V-mask*), yang masing-masing keluar dari batas bagan pengendali. Hal ini menunjukkan bahwa H_0 ditolak yang berarti telah terjadi pergeseran.

4.2. Saran

1. Bagi pembaca yang ingin melanjutkan penelitian ini dapat mengembangkan dengan menganalisis penerapan bagan pengendali rata-rata bergerak (EWMA) untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses.
2. Bagi produsen yang ingin mengontrol kualitas suatu produksinya, maka dapat digunakan bagan pengendali jumlah kumulatif, karena bagan ini cukup baik untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Al-Jazairi, Syaikh Abu Bakar Jabir. 2004. *Tafsir Al-Qur'an Al-Aisar*. Al-Madinah Munawwaroh: Darus sunnah.

Al-'Utsaimin, Syaikh Muhammad bin Shalih. 2004. *Tafsir Jus 'Amma*. Solo: At-Tibyan.

Ath-Thabari, Muhammad bin Jarir. 2008. *Jami' Al Bayan an Ta'win Ayi Al Qur'an*. Jakarta: Pustaka Azzam.

Bain, L.J., and Engelhardt, M. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. 2nd ed. Duxbury Press Belmont, California.

Chotimah, Chusnul. 2007. *Perbandingan Pengendalian Kualitas Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif dan Bagan Pengendali Rata-Rata Bergerak.* Skripsi tidak diterbitkan. Malang. Uneversitas Islam Negeri (UIN) Malang.

Hidayah, Nurul. 2009. *Kajian Perbandingan kinereja grafik Pengendali Cumulatif SUM (CUSUM) dan Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) dalam Mendeteksi Pergeseran Rata-Rata Proses*. Tugas Akhir Jurusan Matematika, ITS Surabaya.

Kurniawati, Nurul. 2008. Statistical Prosess Control dengan Metode CUSUM. Tugas Akhir Jurusan Pendidikan Matematika. Bandung. Uneversitas Pendidikan Indonesia.

Montgomery, Douglas C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

Nugroho, Sigit. 2008. *Dasar-dasar Metode Statistika*. Jakarta: Grasindo.

Turmudi dan Sri Harini.2008. *Metode Statistika*. Malang:UIN-Malang Press.

Yunita, Amalia Itsna. 2010. *Kajian Grafik Pengendali dan Analisis Kemampuan Proses Statistik Berbasis Distribusi Lognormal (Studi Kasus pada Data Kadar Air Gula di PG Krebet Baru II Malang).* Skripsi tidak diterbitkan. Malang. Uneversitas Negeri Malang.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345
Fax. (0341)572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Lailis Saida
NIM : 07610047
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Analisis Penerapan Bagan Pengendali Jumlah Kumulatif untuk Mendeteksi Pergeseran Rata-Rata Proses
Pembimbing I : Fachrur Rozi, M.Si
Pembimbing II : Dr. H. Munirul Abidin, M. Ag

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	31 Mei 2011	Konsultasi Permasalahan	1.
2.	01 Juni 2011	Konsultasi BAB I dan II	2.
3.	04 Juni 2011	ACC BAB I dan Revisi BAB II	3.
4.	08 Juni 2011	ACC BAB II	4.
5.	17 Juni 2011	Konsultasi BAB III	5.
6.	01 Juli 2011	Revisi BAB III	6.
7.	04 Juli 2011	Konsultasi Keagamaan	7
8.	05 Juli 2011	Revisi BAB III	8.
9.	06 Juli 2011	Revisi Keagamaan	9.
10.	09 Juli 2011	ACC Keagamaan	10.
11.	10 Agustus 2011	Revisi BAB III	11.
12.	12 Agustus 2011	ACC BAB III	12.
13.	17 Agustus 2011	Konsultasi BAB IV dan Abstrak	13.

Malang, 20 Agustus 2011
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 1

FAKTOR GUNA MEMBENTUK GRAFIK PENGENDALI VARIABEL

Appendix VI

Factors for constructing variables control charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages: Factors for Control Limits			Chart for Standard Deviations: Factors for Center Line		Chart for Standard Deviations: Factors for Control Limits				Chart for Ranges: Factors for Center Line			Chart for Ranges: Factors for Control Limits			
	A	A_2	A_3	c_4	$1/c_4$	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.04230	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

For $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}}, \quad A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}}, \quad c_4 \simeq \frac{4(n-1)}{4n-3}.$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}}, \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4\sqrt{2(n-1)}}.$$

$$B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}, \quad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}.$$

A-15

OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 2

HASIL ANALISA KUALITAS AIR PRODUKSI SECARA HARIAN

INSTALASI PENJERNIHAN NGAGEL II

BULAN SEPTEMBER 2010

No	Parameter	Satuan	Parameter RI	Minggu ke-1			Minggu ke-2				Minggu ke-3			Minggu ke-4					Minggu ke-5			
				1	2	3	6	7	8	14	15	16	17	20	21	22	23	24	27	28	29	30
1	Suhu	C	suhu udara +-3C	27,2	27,0	27,0	27,9	26,5	26,6	26,6	26,8	26,7	27,6	27,6	28,2	27,7	26,6	27,7	27,1	27,2	27,9	27,9
2	Kekeruhan	NTU	5	0,44	0,49	1,26	0,58	0,47	0,49	0,43	0,62	0,71	0,46	0,82	0,82	0,74	0,83	0,53	0,81	0,79	0,56	0,6
3	DHL	μmhos/cm	-	492,2	492,2	470,8	470,8	470,8	470,8	406,6	449,4	470,8	438,7	438,7	449,4	438,7	460,1	481,5	417,3	395,9	406,6	449,4
4	pH		6,5 – 8,5	7,23	7,07	7,11	6,95	7,01	7,03	6,79	6,88	6,93	6,97	6,86	6,91	6,94	6,96	7,02	6,84	6,87	6,89	7,0
5	Alkalitas	Ppm CaCO3	-	177,012	183,568	196,680	177,012	177,012	180,290	114,730	144,232	147,510	173,734	150,788	150,788	147,510	154,066	170,456	157,344	137,676	147,510	157,344
6	CO2 Bebas	ppm CO2	-	19,89	30,34	29,58	39,34	34,04	32,78	36,54	37,56	34,30	36,96	40,98	36,78	33,53	33,49	32,16	44,70	36,62	37,63	32,1
7	Zat organic	ppm KMnO4	10	3,35	4,28	4,28	4,28	4,51	4,82	5,73	4,88	5,68	5,60	3,81	5,21	3,50	6,07	5,14	5,60	5,14	5,14	3,89
8	Sulfida	ppm H2S	0,05	0,027	0,031	0,058	0,036	0,027	0,045	0,036	0,040	0,040	0,027	0,040	0,045	0,054	0,036	0,04	0,031	0,036	0,036	0,045
9	Total Coli	org/100 ml	0	0			0		0		0	0	0	0		0			0		0	
10	Fecal Coli	org/100 ml	0	0			0		0		0	0	0	0		0			0		0	
11	Khlor Bebas	ppm Cl2	-	0,85	1,07	1,12	1,38	1,18	1,21	0,92	1,46	1,27	1,28	1,03	1,29	0,87	1,34	1,28	1,01	0,80	0,85	0,94
12	Detergen	ppm MBAS	0,05	0,010					0,010		0,028					0,353					0,045	

OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BULAN OKTOBER 2010

No	Parameter	Satuan	Para-meter RI	Minggu ke-1	Minggu ke-2					Minggu ke-3					Minggu ke-4					Minggu ke-5				
				1	4	5	6	7	8	11	12	13	14	15	18	19	20	21	22	25	26	27	28	29
1	Suhu	C	suhu udara +-3C	29,5	27,8	27,2	28,1	29,0	26,6	27,1	27,6	27,0	28,3	25,5	28,1	27,4	20,4	26,9	26,9	28,8	27,2	27,4	27,5	27,3
2	Kekeru-han	NTU	5	0,82	0,94	0,87	0,87	0,80	0,98	0,67	0,67	0,64	0,69	0,82	0,74	0,83	0,68	0,72	1,00	0,69	0,50	0,68	0,42	0,75
3	DHL	μmhos/cm	-	460,1	470,80	470,80	492,20	460,10	460,10	470,80	513,60	524,30	481,50	460,10	513,60	470,80	460,10	492,20	470,8	502,90	481,50	449,40	460,10	460,10
4	pH		6,5 – 8,5	7,00	7,00	7,01	6,98	7,01	7,04	6,87	6,87	6,91	7,00	7,00	6,77	6,84	6,86	6,71	6,70	6,92	6,91	6,90	6,94	6,97
5	Alkalitas	Ppm CaCO3	-	144,232	177,012	173,734	183,568	183,568	170,456	163,900	180,290	186,846	180,290	173,734	147,510	147,510	140,954	147,510	127,842	170,4456	183,568	173,734	177,012	167,178
6	CO2 Bebas	ppm CO2	-	28,85	35,40	33,41	38,24	35,30	30,44	43,59	47,95	45,57	36,06	34,75	48,84	41,91	38,30	55,45	49,17	40,58	44,77	43,43	40,23	35,57
7	Zat organic	ppm KMnO4	10	4,28	5,45	7,55	5,68	5,37	3,03	6,54	8,33	6,69	4,90	6,02	6,30	4,28	3,81	8,72	7,70	5,68		7,90	7,49	7,90
8	Sulfida	ppm H2S	0,05	0,045	0,040	0,036	0,036	0,004	0,045	0,05	0,04	0,07	0,06	0,05	0,054	0,049	0,067	0,063	0,054	0,054	0,045	0,040	0,045	0,049
9	Total Coli	org/100 ml	0		0		0			0		0			0		0			0		0		
10	Fecal Coli	org/100 ml	0		0		0			0		0			0		0			0		0		
11	Khlor Bebas	ppm Cl2	-	0,960	0,74	1,34	0,75	1,27	0,84	0,61	1,24	1,31	0,76	1,33	0,87	1,16	0,87	0,63	1,00	1,43	1,30	1,03	1,18	1,11
12	Detergen	ppm MBAS	0,05				0,000															0,008		

OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BULAN NOPEMBER 2010

No	Parameter	Satuan	Para-meter RI	Minggu ke-1					Minggu ke-2					Minggu ke-3				Minggu ke-4					Minggu ke-5	
				1	2	3	4	5	8	9	10	11	12	15	16	18	19	22	23	24	25	26	29	30
1	Suhu	C	suhu udara +-3C	20,3	26,9	26,4	26,1	26,2	27,5	26,5	26,9	26,8	27,9	24,0	27,6	22,7	27,6	25,7	22,6	28,0	26,4	26,9	24,7	25,5
2	Kekeru-han	NTU	5	0,60	0,71	0,54	0,33	0,53	0,51	0,67	0,76	0,61	0,68	0,74	0,93	0,71	0,54	1	1	1	0,6	0,54	1	1
3	DHL	μmhos/cm	-	449,40	481,50	492,20	460,10	470,80	449,40	406,60	502,90	502,90	545,7	684,80	513,60	470,80	492,20	513,60	513,60	481,50	502,90	513,6	481,50	481,50
4	pH		6,5 – 8,5	6,77	6,87	6,97	6,82	6,84	6,82	6,77	6,99	7,01	7,00	6,97	7,09	7,00	7,06	7,0	7,0	7,0	7,1	6,9	6,9	6,9
5	Alkalitas	Ppm CaCO3	-	131,120	134,398	154,066	144,232	157,344	111,452	163,900	154,066	154,066	190,124	196,680	186,846	177,012	186,846	173,73	180,29	183,57	186,85	163,9	157,34	167,18
6	CO2 Bebas	ppm CO2	-	43,42	35,74	32,78	42,93	44,70	33,17	54,27	31,44	29,63	38,02	41,8	29,42	35,40	31,67	33,4	32,19	38,24	27,5	40,98	42,8	40,78
7	Zat organic	ppm KMnO4	10	5,19	8,64	9,63	9,96	9,14	5,35	6,95	10,03	8,85	6,89	8,75		6,89	6,89	8,06	6,58	5,17	4,42	4,72	5,17	4,57
8	Sulfida	ppm H2S	0,05	0,031	0,036	0,036	0,027	0,036	0,031	0,036	0,058	0,063	0,054	0,045	0,045	0,036	0,027	0,03	0,04	0,06	0,04	0,04	0,04	0,04
9	Total Coli	org/100 ml	0	0	-	0	-	-	0		0			0				0,000	-	0,000	-	-	0,000	-
10	Fecal Coli	org/100 ml	0	0	-	0	-	-	0		0			0				0,000	-	0,000	-	-	0,000	-
11	Khlor Bebas	ppm Cl2	-	1,50	1,03	1,51	0,90	1,18	1,10	1,14	0,83	1,38	0,78	1,21	1,03	1,52	1,21	1,200	1,590	1,490	1,350	1,300	1,350	1,200
12	Detergen	ppm MBAS	0,05				0,008				0,010					0,015		-	-	0,035	-	-	-	-

OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BULAN DESEMBER 2010

o	Parameter	Satuan	Parameter RI	Minggu ke-1			Minggu ke-2				Minggu ke-3					Minggu ke-4				Minggu ke-5				
				1	2	3	6	8	9	10	13	14	15	16	17	20	21	22	23	27	28	29	30	31
1	Suhu	C	suhu udara +-3C	22,7	24,7	21,5	25,6	22,8	21,9	23,9	20,3	20,9	22,5	23,7	21,9	23,3	26,2	24,8	23,8	24,2	26,2	25,8	25,7	26,5
2	Kekeruhan	NTU	5	0,71	0,71	0,63	0,71	0,65	0,94	0,36	1,42	0,59	0,73	0,93	0,37	0,54	0,52	0,69	0,48	0,52	0,45	0,38	0,6	0,50
3	DHL	μmhos/cm	-	482	482	428	385	439	449	439	546	503	514	546	514	470,8	513,6	524,3	460,1	524,3	524,3	524,3	513,6	524,3
4	pH		6,5 – 8,5	6,77	6,86	6,89	6,82	6,97	6,89	6,76	7,05	6,87	7,17	7,07	7,11	6,91	7,05	7,04	7,01	6,96	7,07	7,26	7,0	7,1
5	Alkalitas	Ppm CaCO3	-	134,40	150,79	121,29	101,62	154,07	157,34	137,68	193,40	173,73	183,57	177,01	170,46	160,622	183,568	183,568	163,900	183,568	193,402	190,124	186,846	186,846
6	CO2 Bebas	ppm CO2	-	44,50	40,98	30,94	30,24	32,78	40,14	46,51	33,64	46,21	24,31	29,26	25,63	39,18	31,92	32,78	31,52	39,91	31,97	19,40	35,9	29,42
7	Zat organic	ppm KMnO4	10	5,02	5,02	5,02	5,34	2,94	6,97	5,73	5,50	5,65	4,88	6,66	5,11	5,81	5,65	6,12	6,20	7,82	4,57	4,96	5,11	4,96
8	Sulfida	ppm H2S	0,05	0,000	0,036	0,036	0,045	0,054	0,045	0,067	0,063	0,067	0,116	0,072	0,054	0,054	0,067	0,067	0,054	0,045	0,036	0,089	0,063	0,54
9	Total Coli	org/100 ml	0	0	-	-	0	0	-	-	0	-	0	-	-	0	-	0	-	0	-	0	-	-
10	Fecal Coli	org/100 ml	0	0	-	-	0	0	-	-	0	-	0	-	-	0	-	0	-	0	-	0	-	-
11	Khlor Bebas	ppm Cl2	-	1,30	0,89	1,01	1,19	1,00	0,90	1,00	1,25	1,32	0,62	1,06	0,86	0,95	1,43	0,72	0,80	1,37	1,19	0,96	1,01	0,800
12	Detergen	ppm MBAS	0,05	0,002	-	-	-	-	0,058	-	-	-	0,030	-	-	-	-	0,035	-	-	-	0,030	-	-

OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG