APLIKASI MATRIKS DALAM TEORI PERMAINAN UNTUK MENENTUKAN STRATEGI PEMASARAN

SKRIPSI

oleh:
NUR FATCHIYAH
NIM. 07610012

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

APLIKASI MATRIKS DALAM TEORI PERMAINAN UNTUK MENENTUKAN STRATEGI PEMASARAN

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

oleh:
NUR FATCHIYAH
NIM. 07610012

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

APLIKASI MATRIKS DALAM TEORI PERMAINAN UNTUK MENENTUKAN STRATEGI PEMASARAN

SKRIPSI

oleh:
NUR FATCHIYAH
NIM. 07610012

Telah disetujui oleh:

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Drs. H. Turmudi, M.Si	**Achmad Nasichuddin, M.A**
NIP. 19571005 198203 1 006	**NIP. 19730705 200003 1 002**

Tanggal: 26 Juli 2011

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

APLIKASI MATRIKS DALAM TEORI PERMAINAN UNTUK MENENTUKAN STRATEGI PEMASARAN

SKRIPSI

oleh:
NUR FATCHIYAH
NIM. 07610012

Telah Dipertahankan Di depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 21 Juli 2011

Susunan Dewan Penguji:			Tanda Tangan
1.	Penguji Utama	: Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	( )
2.	Ketua Penguji	: Hairur Rahman, M.Si NIP. 19800429 200604 1 003	( )
3.	Sekretaris Penguji	: Drs. H. Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	( )
4.	Anggota Penguji	: Ach. Nasichuddin, M.A NIP. 19730705 200003 1 002	( )

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M. Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nur Fatchiyah

Nim : 07610012

Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika

Judul Penelitian : Aplikasi Matriks dalam Teori Permainan untuk Menentukan Strategi Pemasaran

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka.

Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan, maka saya bersedia untuk mempertanggung jawabkan, serta diproses sesuai peraturan yang berlaku.

Malang, 26 Juli 2011

Yang Membuat Pernyataan,

NUR FATCHIYAH

NIM. 07610012

Motto

الهي انت مقصودى ورضاك مطلوبي اعطني محبتك و معرفتك

Tuhan ku, Engkaulah yang aku maksud dan keridhoan-Mu lah yang aku cari. Berikanlah kepadaku kecintaan dan ma'rifat kepada-Mu.

فَإِذَا عَزَمْتَ فَتَوَكَّلْ عَلَى ٱللَّهِ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ يُحِبُّ ٱلْمُتَوَكِّلِينَ

Kemudian apabila kamu telah membulatkan tekad, maka bertawakkallah kepada Allah. Sesungguhnya Allah menyukai orang-orang yang bertawakkal kepada-Nya.

Persembahan

Penulis persembahkan karya sederhana ini kepada:

Ayahanda dan Ibunda,

H. Abdul Manab dan Rodliyah

yang telah mensupport setiap langkah dengan jiwa dan tenaganya yang tak kunjung lelah.

Kedua ning,

Nurul Husniyah dan Siti Zahroh

yang dengan sabar mendengarkan keluh kesah dan memotivasi penulis untuk terus semangat dalam melangkah.

Mas-mas,

Istambul Arifin dan H. Tsabit Yasin

yang telah memberiku nasihat untuk bijak dalam menapaki hidup.

Para peri kecil yang lucu-lucu,

Eq, Darin, Ela dan Lina

Kepolosan kalian selalu membuat penulis tersenyum cerah.

Terima kasih penulis ucapkan, karena kalian adalah pelangi yang dilukiskan Allah untuk kehidupan penulis.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah segala puji penulis haturkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberi Rahmat serta Hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul **"Aplikasi Matriks dalam Teori Permainan untuk Menentukan Strategi Pemasaran"** sebagai salah satu persyaratan dalam menyelesaikan pendidikan S1.

Shalawat dan salam, barokah yang seindah-indahnya, mudah-mudahan tetap terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah membawa manusia dari alam kegelapan dan kebodohan menuju alam ilmiah yaitu *Dinul Islam*.

Selama penulisan skripsi ini penulis telah banyak mendapat bimbingan, masukan, motivasi dan arahan dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU, D.Sc. selaku Dekan Fakultas Saintek Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Drs. H. Turmudi, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah banyak memberi arahan dan bimbingan kepada penulis.
5. Ach. Nasichuddin, M.A selaku Dosen Pembimbing Integrasi Sains dan Islam yang juga telah banyak memberi arahan kepada penulis.

6. Kedua orang tua penulis (Bapak H. Abd. Manab dan Ibu Rodliyah) yang tidak pernah lelah berjuang untuk penulis lewat keringat dan do'anya.
7. Kedua Ning (Nurul dan Zahroh) dan Mas (Tsabit dan Pipin) Penulis, dengan kesabarannya memotivasi Penulis untuk bisa tegar dalam menapakkan kaki ke depan.
8. Sahabat tercinta Siti Jail Ghufiroh, Umi Khorirotin, Ruchil Islamiyah dan Binti Rofiqoh, terima kasih atas kenangan manis dan kebersamaannya.
9. Teman seperjuangan matematika angkatan 2007.
10. Serta teman kos "Ali Topan".

Semoga Allah memberikan balasan yang lebih indah atas semua amal baiknya.

Dengan segala kerendahan hati, penulis juga menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan. Kepada semua pihak yang membaca skripsi ini, semoga dapat mengambil manfaatnya. Amin.

Malang, 26 Juli 2011

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Fatchiyah, Nur. 2011: **Aplikasi Matriks dalam Teori Permainan untuk Menentukan Strategi Pemasaran**. Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: I. Drs. H. Turmudi, M.Si
II. Ach. Nasichuddin, M.A

Kata Kunci: Matriks, Determinan, Teori Permainan.

Matriks merupakan cabang ilmu aljabar yang memiliki peranan penting dalam kehidupan, salah satunya adalah menyederhanakan masalah persaingan dalam dunia bisnis. Adapun matriks yang di aplikasikan dalam dunia bisnis dikenal dengan matriks permainan. Dinamakan matriks permainan dikarenakan matriks merupakan gambaran persaingan yang di muat oleh teori permainan. Teori permainan diselesaikan dengan strategi campuran, diantaranya adalah cara dominan dan penggunaan rumus aljabar matriks. Kedua cara tersebut akan digunakan untuk menentukan nilai probabilitas dari setiap strategi para pemain. Adapun dalam penelitian ini akan mengetahui bagaimana aplikasi rumus aljabar matriks dalam teori permainan dan menghitung data dengan matriks pada teori permainan untuk menentukan strategi pemasaran optimal.

Langkah-langkah dalam kajian ini adalah: (1) Mentransformasikan teori permainan dengan ke dalam model pemrograman linier. (2) Mencari solusi model pemrograman linier dengan menggunakan solusi suatu persamaan linier. (3) Menguraikan model pemrograman linier dalam bentuk matriks dengan konsep matriks dan determinan, yang mengacu pada model pemrograman linier teori permainan, sehingga di dapatkan rumus aljabar matriks untuk teori permainan. (4) Mengaplikasikan data yang diselesaikan dengan cara dominan dan rumus aljabar matriks.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa rumus aljabar matriks yang digunakan dalam pencarian probabilitas strategi pemain dalam teori permainan didapatkan dari menguraikan model pemrograman linier dengan konsep matriks dan determinan. Strategi optimal pemain berawal dari matriks permainan yang ditentukan titik sadelnya untuk kemudian diselesaikan dengan cara dominan dan aljabar matriks. Apabila nilai yang didapatkan dari perhitungan dengan aljabar matriks adalah positif, maka strategi adalah optimal.

ABSTRACT

Fatchiyah, Nur. 2011: **Application of Matrices in Game Theory to Define Marketing Strategy**. Thesis, Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, State Islamic University (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
Supervisor: I. Drs. H. Turmudi,M.Si
II.Ach. Nasichuddin,M.Ag

Keywords: Matrix, Determinant, Games Theory.

The matrix is a branch of algebra that has an important role in life, one of which is to simplify the problem of competition in the business world. The matrix which are applicable in the business world is known as a matrix game. Named the game because of matrix is the picture competition in fit by game theory. Game theory solved by mixed strategy, including the dominant's way and the use of matrix algebra's formula. Both ways are using to determine the probability's value each strategy of the players. As in this will study how the application of matrix algebra's formula in game theory and account the data with matrix in game theory to determine the optimal marketing's strategy.

The steps in this study are: (1) Transforming game theory into linear programming's model. (2) Finding the solution of linear programming's model by using a solution of a linear equation. (3) Describe the linear programming's model in the form of a matrix with the concept of matrix and determinant, which refers to the linear programming model, game theory, so in getting the formula for the game theory matrix algebra. (4) Apply the data completed by the dominant and the matrix algebra's formula.

The result showed that the formula used in the matrix algebra's probability search strategy in game theory players obtained from the linear programming's model to describe the concept of matrix and determinant. Optimal player strategy game that originated from the matrix defined saddle point for later resolved by the dominant and matrix algebra. If the value obtained from calculations with matrix algebra is positive, then the strategy is optimal.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan simbol yang digunakan untuk menyederhanakan masalah dalam kehidupan. Peran matematika sangat penting, sehingga para matematikawan pun terus mengembangkan matematika hingga matematika memiliki cabang ilmu yang begitu banyak.

Salah satu cabang ilmu matematika adalah aljabar. Seperti ilmu matematika yang lain, aljabar pun terus dikembangkan. Di dalam aljabar terdapat pembahasan tentang persamaan linear, dimana pengembangan ini menghasilkan bahasan lagi tentang matriks. Tidak berhenti hanya menemukan bentuk matriks saja, namun terus dikembangkan mulai dari operasi-operasi bilangan yang berlaku pada matriks, bentuk-bentuk matriks hingga bagaimana aplikasinya.

Matriks dapat di aplikasikan dalam menyederhanakan suatu masalah, seperti dalam dunia ekonomi dan bisnis. Dalam dunia ekonomi aplikasi matriks terdapat pada model ekonomi leontif dan dalam dunia bisnis aplikasi matriks terdapat dalam teori permainan (*game theory*). Dalam teori permainan, matriks berperan sebagai cara atau bentuk menyajikan data, sehingga matriks dalam teori permainan disebut matriks permainan.

Teori permainan (*game theory*) merupakan sebuah pendekatan terhadap kemungkinan strategi yang akan dipakai, yang disusun secara matematis agar bisa diterima secara logis dan rasional. Teori permainan digunakan untuk mencari strategi terbaik dalam suatu aktivitas, dimana setiap pemain di dalamnya sama-sama mencapai utilitas tertinggi. Keuntungan bagi yang satu merupakan kerugian bagi yang lain, maka dari itu digunakan asumsi bahwa setiap pemain mampu mengambil keputusan secara bebas dan rasional. Adapun tujuan dari penggunaan teori permainan ini adalah untuk memenangkan persaingan.

Teori permainan memiliki konsep-konsep dasar dalam menyelesaikan suatu persaingan, diantaranya adalah jumlah pemain, nilai permainan, dan strategi permainan. Pemain yang terlibat minimal dua orang atau kelompok. Berdasarkan nilai permainan, dibedakan atas permainan dengan jumlah nol dan permainan dengan jumlah bukan nol. Permainan dengan jumlah nol dibedakan lagi menurut strategi permainan yang digunakan, yaitu strategi permainan murni dan strategi permainan campuran. Konsep-konsep di atas digambarkan dalam bentuk matriks, sehingga matriksnya dikenal dengan matriks permainan.

Matriks permainan (matriks ganjaran) adalah sebuah matriks yang unsur-unsurnya berupa ganjaran dari para pemain yang terlibat dalam permainan tersebut. Baris-barisnya melambangkan strategi-strategi yang dimiliki pemain lain. Dengan demikian, permainan berstrategi m x n dilambangkan oleh matriks permainan m x n (Dumairy, 2003: 385).

Sedangkan entri-entrinya menunjukkan nilai permainan. Uniknya dalam matriks permainan langkah yang diambil oleh pemain lainnya ikut diperhitungkan.

Matriks permainan dapat diaplikasikan dalam menggambarkan persaingan-persaingan pasar. Salah satu contoh konkrit dari persaingan pasar adalah dalam hal pemasaran. Pemasaran adalah suatu aktivitas yang bertujuan mencapai sasaran perusahaan, dilakukan dengan cara antisipasi kebutuhan pelanggan atau klien serta mengarahkan aliran barang dan jasa yang memenuhi kebutuhan pelanggan atau klien dari perusahaan (Cannon, 2008: 8).

Upaya mencapai sasaran perusahaan dipandu oleh sebuah konsep pemasaran. Konsep pemasaran adalah ketika suatu organisasi memusatkan seluruh upayanya untuk memuaskan pelanggannya secara menguntungkan (Cannon, 2008: 20). Konsep pemasaran adalah ide yang sederhana namun sangat penting karena menentukan kelangsungan hidup sebuah perusahaan. Tujuan utama konsep pemasaran oleh organisasi bisnis adalah laba, sedangkan untuk organisasi nirlaba dan organisasi publik adalah bertujuan untuk mendanai aktivitas sosial dan pelayanan-pelayanan yang dilakukan.

Konsep pemasaran juga memuat strategi pemasaran. Dimana strategi pemasaran merupakan upaya memilih dan menganalisa pasar sasaran serta menciptakan gabungan pemasaran yang cocok. Strategi ini merupakan gambaran tindakan perusahaan di suatu pasar, dengan tujuan menyusun strategi pemasaran yang menguntungkan dan menemukan peluang-peluang yang menarik.

Penggabungan antara matriks, strategi pemasaran dan teori permainan saling berkesinambungan. Strategi pemasaran berhubungan tidak langsung dengan matriks, sedangkan teori permainan berhubungan langsung dengan matriks. Hal ini dikarenakan strategi pemasaran merupakan penggambaran atribut-atribut setiap pemain dalam suatu kondisi pasar. Penggambaran atribut ini diperlukan dalam teori permainan untuk penentuan strategi dalam mengambil keputusan. Sedangkan penggambaran strategi ini disajikan dalam bentuk matriks.

Sebagai contoh, penelitian ini mengambil data persaingan pasar oligopoli pada industri automotif dengan studi kasus pada persaingan pasar mobil di Indonesia. Para pemain yang ditetapkan adalah Toyota Avanza dan Daihatsu Xenia. Strategi setiap pemain yang digunakan meliputi variabel penetapan harga, fasilitas potongan harga, fasilitas kemudahan pembayaran, fasilitas kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang, keringanan biaya operasional, utilitas, kecanggihan teknologi, harga jual kembali, kenyamanan, desain interior dan eksterior.

Posisi bisnis dalam kehidupan sosial dan ekonomi memegang peranan vital pada kehidupan manusia. Sehingga kepentingan bisnis akan mempengaruhi tingkah laku bagi semua tingkah individu, sosial, regional, nasional, dan internasional. Alquran sebagai kitab suci umat Islam bukan hanya mengatur masalah ibadah yang bersifat ritual, tetapi juga memberikan petunjuk yang sempurna (komprehensif) dan abadi (universal) bagi seluruh umat manusia. Alquran mengandung prinsip-prinsip dan petunjuk-petunjuk yang fundamental untuk setiap permasalahan manusia, termasuk masalah-masalah yang berhubungan dengan dunia bisnis.

Agar sebuah bisnis sukses dan menghasilkan untung, bisnis harus didasarkan atas keputusan yang sehat, bijaksana dan hati-hati. Hasil yang dicapai dengan pengambilan keputusan yang sehat dan bijak akan lebih nyata, tahan lama dan bukan hanya merupakan bayang-bayang dari sesuatu yang tidak kekal. Mencari keuntungan dengan cara-cara bisnis yang curang akan menghasilkan sesuatu yang sangat tidak baik dan menimbulkan kemelaratan. Menurut Alquran, bisnis yang menguntungkan adalah bukan hanya dengan melakukan ukuran yang benar dan timbangan yang tepat, tetapi juga dengan menghindarkan segala bentuk dan praktik kecurangan yang kotor dan korup sebagaimana yang diungkapkan dalam Surah Al A'raaf ayat 85

وَإِلَىٰ مَدۡيَنَ أَخَاهُمۡ شُعَيۡبٗاۗ قَالَ يَٰقَوۡمِ ٱعۡبُدُواْ ٱللَّهَ مَا لَكُم مِّنۡ إِلَٰهٍ غَيۡرُهُۥۖ قَدۡ
جَآءَتۡكُم بَيِّنَةٞ مِّن رَّبِّكُمۡۖ فَأَوۡفُواْ ٱلۡكَيۡلَ وَٱلۡمِيزَانَ وَلَا تَبۡخَسُواْ ٱلنَّاسَ أَشۡيَآءَهُمۡ
وَلَا تُفۡسِدُواْ فِي ٱلۡأَرۡضِ بَعۡدَ إِصۡلَٰحِهَاۚ ذَٰلِكُمۡ خَيۡرٞ لَّكُمۡ إِن كُنتُم مُّؤۡمِنِينَ ٨٥

"Dan (Kami telah mengutus) kepada penduduk Mad-yan saudara mereka, Syu'aib. ia berkata: "Hai kaumku, sembahlah Allah, sekali-kali tidak ada Tuhan bagimu selain-Nya. Sesungguhnya telah datang kepadamu bukti yang nyata dari Tuhanmu. Maka sempurnakanlah takaran dan timbangan dan janganlah kamu kurangkan bagi manusia barang-barang takaran dan timbangannya, dan janganlah kamu membuat kerusakan di muka

bumi sesudah Tuhan memperbaikinya. yang demikian itu lebih baik bagimu jika betul-betul kamu orang-orang yang beriman."

Dan Surah Al Israa ayat 35

وَأَوۡفُواْ ٱلۡكَيۡلَ إِذَا كِلۡتُمۡ وَزِنُواْ بِٱلۡقِسۡطَاسِ ٱلۡمُسۡتَقِيمِۚ ذَٰلِكَ خَيۡرٞ وَأَحۡسَنُ تَأۡوِيلٗا ٣٥

"Dan sempurnakanlah takaran apabila kamu menakar, dan timbanglah dengan neraca yang benar. Itulah yang lebih utama (bagimu) dan lebih baik akibatnya."

Alquran menekankan bahwa sebuah bisnis yang kecil lewat jalan halal dan thayyib (baik), jauh lebih baik daripada bisnis besar yang dilakukan dengan cara yang haram dan khabits (jelek).

Dari pemaparan kondisi di atas, maka penulis mengambil judul "APLIKASI MATRIKS DALAM TEORI PERMAINAN UNTUK MENENTUKAN STRATEGI PEMASARAN."

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana aplikasi matriks dalam teori permainan untuk menggambarkan strategi pemasaran?
2. Bagaimana menghitung data dengan matriks pada teori permainan untuk menentukan strategi pemasaran optimal?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui dan mendeskripsikan aplikasi matriks dalam teori permainan untuk menggambarkan strategi pemasaran.
2. Menganalisis dan menghitung data dengan matriks pada teori permainan untuk menentukan strategi pemasaran optimal.

1.4 Manfaat Penelitian

Begitu luas materi tentang matematika, hampir semua aspek kehidupan sehari-hari tidak bisa lepas dari ilmu matematika. Sehingga dalam penelitian ini, sedikitnya memberikan gambaran riil tentang teori-teori matematika. Adapun kegunaan-kegunaan itu sebagai berikut :

a. Bagi Penulis

Selain sebagai pengetahuan, juga sebagai pematangan konsep aljabar dengan menerapkannya dalam bidang ekonomi dan bisnis.

b. Bagi Pembaca

Asumsi negatif terhadap matematika yang hanya berisi simbol-simbol dan angka berderet-deret panjang tidak sepenuhnya benar. Dalam penelitian ini diharapkan dapat mengubah paradigma negatif tentang matematika. Karena dalam penelitian ini matematika berperan sebagai penyederhana masalah yang timbul dalam bidang ekonomi dan bisnis.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini antara lain :

1. Para pemainnya adalah manufaktur Toyota Avanza dan Daihatsu Xenia. Atribut yang digunakan tiap pemain adalah:
   - penetapan harga,
   - fasilitas potongan harga,
   - fasilitas kemudahan pembayaran,
   - fasilitas kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang,
   - keringanan biaya operasional,
   - utilitas,
   - kecanggihan teknologi,
   - harga jual kembali,
   - kenyamanan,
   - desain interior dan eksterior.

1.6 Metode Penelitian

1. Pendekatan dan Jenis Penelitian

   Penelitian ini menggunakan pendekatan secara kualitatif dengan metode kepustakaan. Sehingga jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif. Deskriptif kualitatif merupakan pemberian gambaran secara sistematis mengenai sifat, fakta dan fenomena yang berhubungan dengan teori yang ada.

   Penggunaan pendekatan deskriptif kualitatif dikarenakan penelitian ini berangkat dari pengamatan fenomena bisnis yang kemudian dianalisis dengan teori yang sesuai dengan fokus keilmuan peneliti.

2. Bahan Kajian

Bahan kajian diperoleh dari data-data tentang matriks sebagai dasar penelitian dalam dunia bisnis dan teori permainan (*game theory*) yang merupakan aplikasi dari matriks dalam dunia bisnis.

3. Teknik Kajian

Dalam menganalisis data dan materi yang disajikan, penyusun menggunakan analisa kualitatif dengan menggunakan cara berfikir *induktif*. penyusun berusaha menganalisa secara kritis untuk mendapatkan analisis yang tepat. Data tersebut kemudian dikaji lebih dalam lagi sehingga mencapai kesimpulan dari permasalahan yang dibahas.

Adapun langkah-langkah penelitian dan kajiannya adalah sebagai berikut:

1. Mencari, mempelajari dan menelaah sumber-sumber yang berhubungan dengan matriks, determinan dan teori permainan.
2. Memberikan deskripsi dan pembahasan lanjut tentang matriks, determinan dan teori permainan.
3. Penggambaran dan penyajian data dalam bentuk matriks.
4. Mencari nilai terkecil pada setiap baris matriks. Pada setiap baris dipilih nilai terkecil diantara nilai baris yang ada.

5. Mencari nilai terbesar pada setiap kolom matriks. Pada setiap kolom dipilih nilai terbesar di antara nilai kolom yang ada.
6. Menentukan nilai maksimin, yaitu nilai terbesar dari nilai terkecil pada minimum baris.
7. Menentukan nilai minimaks, yaitu nilai terkecil dari nilai terbesar pada maksimum kolom.
8. Uji optimalisasi, yaitu melakukan pemeriksaan apakah nilai maksimin sama dengan nilai minimaks.
9. Menentukan strategi optimal bagi pemain dengan rumus aljabar matriks.

4. Analisis Hasil

Dalam analisis hasil akan dipaparkan mengenai data-data yang diperoleh sesuai prosedur.

1.7 Sistematika Penulisan

BAB I : Pendahuluan

Fokus pembahasan dalam pendahuluan adalah latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, kegunaan penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II : Kajian Pustaka

Membahas secara teoritis tentang pengertian matrikss, teori permainan dengan cara penyelesaiannya dan strategi pemasaran.

BAB III : Pembahasan

Bagian pembahasan merupakan hasil pengolahan data dari hasil penelitian yang akan dibahas berdasarkan teori yang telah di jelaskan sebelumnya. Jadi, pembahasan merupakan kolaborasi antara kajian teori dan fakta yang diperoleh dari penelitian lapangan.

BAB IV : Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dan saran. Dalam kesimpulan dituliskan tentang ringkasan secara garis besar hasil penelitian dan pembahasan untuk menjawab tujuan penelitian. Sedangkan saran berisi tentang rekomendasi untuk peneliti selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Matriks

2.1.1 Definisi Matriks

Suatu matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks (Anton, 2003: 22).

Penulisan matriks dapat menggunakan tanda kurung siku [ ] atau tanda kurung biasa ( ). Huruf besar digunakan untuk menyatakan matriks, sedangkan huruf-huruf kecilnya digunakan untuk menyatakan entri-entri matriks. Entri-entri matriks yang berada pada garis horisontal membentuk baris, sedangkan entri-entri yang ada pada garis vertikal membentuk kolom.

Adapun bentuk umum dari matriks adalah sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Penulisan matriks dapat disederhanakan menjadi $A = (a_{ij})$.

a_{ij} yang terletak pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j*.

Dimana indeks *i* adalah baris ke-*i*, dan indeks *j* adalah kolom ke-*j*.

Jadi a_{ij} adalah entri baris ke-*i* kolom ke-*j*.

Dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$

j = 1, 2, 3, ..., n

Indeks inilah yang menentukan ukuran atau ordo suatu matriks. Sedangkan matriks yang terdiri dari m baris dan n kolom dinamakan matriks berukuran m x n. Dikatakan $A = B$ jika dan hanya jika $(a_{ij}) = (b_{ij})$ atau setara $a_{ij} = a_{ij}$ untuk semua i dan j.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

Matriks di atas memiliki 3 baris dan 2 kolom, maka ukurannya adalah 3 x 2 atau bisa ditulis $A_{3\times 2}$.

2.1.2 Operasi Matriks

Aturan-aturan operasi matriks (seperti penjumlahan dan perkalian) untuk matriks agak intuitif dan telah dirumuskan sedemikian agar berguna untuk perhitungan-perhitungan praktis.

1. Penjumlahan Matriks

Dalam notasi matriks, jika $A = (a_{ij})$ dan $B = (b_{ij})$ mempunyai ukuran yang sama, maka dapat dilangsungkan operasi penjumlahan ataupun operasi selisih seperti yang diutarakan Anton (2000: 47) " Jika A dan B adalah matriks-matriks berukuran sama, maka jumlah $A + B$ adalah matriks yang diperoleh dengan menambahkan anggota-anggota B dengan anggota-anggota A yang berpadanan, dan selisih $A - B$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan anggota-anggota A dengan anggota-anggota B yang berpadanan. Matriks yang berukuran berbeda tidak bisa ditambahkan atau dikurangkan."

Dalam notasi matriks, jika $A = (a_{ij})$ dan $B = (b_{ij})$ mempunyai ukuran yang sama, yakni m x n, maka

$A_{m\times n} + B_{m\times n} = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n}$ dan

$A_{m\times n} - B_{m\times n} = (a_{ij})_{m\times n} - (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} - b_{ij})_{m\times n}$

Dengan i = 1, 2, 3, ..., m

j = 1, 2, 3, ..., n

Contoh:

Diket $A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 0 \end{bmatrix}$ $B_{3\times 3} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

Ditanyakan: 1. $A_{3\times 3} + B_{3\times 3}$, dan

2. $A_{3\times 3} - B_{3\times 3}$

Misalkan: 1. $A_{3\times 3} + B_{3\times 3} = C_{3\times 3}$,

dimana $A_{3\times 3} + B_{3\times 3} = (a_{ij})_{3\times 3} + (b_{ij})_{3\times 3}$

$= (a_{ij} + b_{ij})_{3\times 3}$

dan $C_{3\times 3} = (c_{ij})_{3\times 3}$, maka $(c_{ij})_{3\times 3} = (a_{ij} + b_{ij})_{3\times 3}$

Dimana $A_{3\times 3} + B_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2 + (-4) & 0 + 3 & 3 + 1 \\ -1 + 2 & 2 + 0 & 4 + 2 \\ 4 + 3 & 7 + 2 & 0 + 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 6 \\ 7 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

Jadi $A_{3\times3} + B_{3\times3} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 6 \\ 7 & 9 & 5 \end{bmatrix}$

2. $A_{3\times3} - B_{3\times3} = C_{3\times3}$,

dimana $A_{3\times3} - B_{3\times3} = (a_{ij})_{3\times3} - (b_{ij})_{3\times3}$

$$= (a_{ij} - b_{ij})_{3\times3}$$

dan $C_{3\times3} = (c_{ij})_{3\times3}$, maka $(c_{ij})_{3\times3} = (a_{ij} - b_{ij})_{3\times3}$

Sehingga untuk $A_{3\times3} - B_{3\times3} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2-(-4) & 0-3 & 3-1 \\ -1-2 & 2-0 & 4-2 \\ 4-3 & 7-2 & 0-5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & -5 \end{bmatrix}$$

Jadi $A_{3\times3} - B_{3\times3} = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & -5 \end{bmatrix}$

2. Perkalian Matriks

Jika A adalah sebuah matriks m x r dan B adalah sebuah matriks r x n, maka hasil kali AB adalah matriks m x n yang anggota-anggotanya didefinisikan sebagai berikut. Untuk mencari anggota dalam baris *i* dan kolom j dari AB, pilih baris *i* dari matriks A dan kolom j dari matriks B. Kalikan anggota-anggota yang berpadanan dari baris dan kolom secara bersama-sama dan kemudian jumlahkan hasil kalinya (Anton, 2000: 49).

Jadi misalkan baris *i* dari matriks *A* adalah $[a_{i1} \quad a_{i2} \quad \ldots \quad a_{ir}]$

Dan kolom j dari matriks B adalah $\begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{rj} \end{bmatrix}$

$A = (a_{ik})$, $B = (b_{kj})$ dan $A \cdot B = C$ dengan $C = (c_{ij})$, dengan c_{ij} merupakan elemen baris i dan kolom j dari AB yang merupakan ordo m x n. Dengan demikian

$$c_{ij} = [a_{i1} \quad a_{i2} \quad \cdots \quad a_{ir}] \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{rj} \end{bmatrix}$$

$$= a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ir}b_{rj}$$

$$= \sum_{k=1}^{r} a_{ik}b_{kj}$$

Sehingga $AB = (\sum_{k=1}^{r} a_{ik}b_{k\,F})$

Dengan $\quad i = 1, 2, 3, \dots, m$

$\quad j = 1, 2, 3, \dots, n$

Contoh:

Diketahui dua buah matriks, yakni $A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

Ditanyakan: $A_{2\times 2} \times B_{2\times 3}$

Jawab: Dengan aturan yang telah di jelaskan di atas, maka AB dapat dihitung sebagai berikut

$$A_{2\times 2} \times B_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1 \cdot 1) + (2 \cdot 0) & (1 \cdot 0) + (2 \cdot 2) & (1 \cdot 1) + (2 \cdot 0) \\ (3 \cdot 1) + (4 \cdot 0) & (3 \cdot 0) + (4 \cdot 2) & (3 \cdot 1) + (4 \cdot 0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

Maka $AB_{2\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 3 \end{bmatrix}$

3. Perkalian Matriks dengan Skalar

Apabila A adalah suatu matriks yang berukuran m x n dan c adalah bilangan skalar, keduanya dapat dikenakan operasi perkalian dengan aturan setiap entri matriks dikalikan dengan bilangan c. Seperti yang didefinisikan oleh Anton (2004: 29), "Jika A adalah matriks sebarang dan c adalah skalar sebarang, maka hasilkalinya (*product*) cA adalah matriks yang diperoleh dari perkalian setiap entri pada matriks A dengan bilangan c. Matriks cA disebut sebagai kelipatan skalar (*scalar multiple*) dari A".

Dalam notasi matriks, jika A adalah matriks dengan ordo m x n, dikalikan dengan bilangan skalar, k. Maka di dapat perumuman sebagai berikut:

$$C_{mxn} = kA_{mxn}$$

$$= \left(k \cdot a_{ij}\right)_{mxn}$$

Dengan C adalah hasil kali matriks dengan bilangan skalar k.

Contoh: terdapat $A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 2 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$

Ditanya: 1. $2A$

2. $\frac{1}{2}A$

Jawab: 1. $2A = 2\begin{bmatrix} 4 & 8 & 2 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 8 & 16 & 4 \\ 12 & 16 & 10 \end{bmatrix}$

2. $\frac{1}{2}A = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & 8 & 2 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

2.1.3 Jenis-Jenis Matriks

1. Matriks Bujur Sangkar

   Adalah suatu matriks dimana jumlah baris sama dengan jumlah kolom (Gazali, 2005: 3).

   Apabila matriks bujur sangkar A dengan orde m x n, yakni ($A_{m\times n}$), dengan m = n, maka dapat ditulis $A_{n\times n} = A_n$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

   A adalah matriks bujur sangkar yang berukuran n x n. Diagonal utama A adalah $a_{11} \quad a_{22} \quad \dots \quad a_{nn}$.

   Contoh: $A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 16 & 2 \end{bmatrix}$

2. Matriks Segitiga Atas

   Adalah suatu matriks bujur sangkar yang setiap unsur di bawah diagonal utamanya sama dengan nol (Gazali, 2005: 7). Atau $a_{ij} = 0$ untuk $i > j$. Jadi bentuk matriks ini adalah

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

   Contoh: $\begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

3. Matriks Segitiga Bawah

Adalah matriks bujur sangkar yang setiap unsur di atas diagonal utamanya sama dengan nol (Gazali, 2005: 8).

Maka $a_{ij} = 0$ untuk $i < j$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Contoh: $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 8 & 5 \end{bmatrix}$

4. Matriks Diagonal

Adalah matriks bujur sangkar yang mempunyai elemen-elemen nol kecuali elemen-elemen pada diagonal utamanya (Gere, 1987: 22). Maka $a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$ dan $a_{ij} \neq 0$ untuk $i = j$.

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{nn} \end{bmatrix}$$

Contoh: $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

5. Matriks Identitas

Adalah matriks bujur sangkar yang elemen-elemen pada diagonalnya masing-masing adalah satu, sedangkan elemen-elemen yang lain adalah nol (Gazali, 2005: 4).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = (a_{ij})_{m \times n}$$

Merupakan sebuah matriks identitas jika dan hanya jika:

$a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$

$a_{ij} = 1$ untuk $i = j$

Jadi bentuk matriks identitas adalah sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks identitas dinyatakan dengan I. I_n melambangkan matriks Identitas berukuran n x n. Apabila ada matriks A berukuran n x n dikenakan operasi perkalian dengan I yang berukuran n x n, maka $AI = IA = A$

Contoh:

Diket: $A_{3\times3} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ $I_{3\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ditanya: AI dan IA

Jawab: maka $AI = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} (3\cdot1)+(4\cdot0)+(1\cdot0) & (3\cdot0)+(4\cdot1)+(1\cdot0) & (3\cdot0)+(4\cdot0)+(1\cdot1) \\ (2\cdot1)+(6\cdot0)+(3\cdot0) & (2\cdot0)+(6\cdot1)+(3\cdot0) & (2\cdot0)+(6\cdot0)+(3\cdot1) \\ (0\cdot1)+(1\cdot0)+(8\cdot0) & (0\cdot0)+(1\cdot1)+(8\cdot0) & (0\cdot0)+(1\cdot0)+(8\cdot1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk $IA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} (1\cdot3)+(0\cdot2)+(0\cdot0) & (1\cdot4)+(0\cdot6)+(0\cdot1) & (1\cdot1)+(0\cdot3)+(0\cdot8) \\ (0\cdot3)+(1\cdot2)+(0\cdot0) & (0\cdot4)+(1\cdot6)+(0\cdot1) & (0\cdot1)+(1\cdot3)+(0\cdot8) \\ (0\cdot3)+(1\cdot2)+(0\cdot0) & (0\cdot4)+(0\cdot6)+(1\cdot1) & (0\cdot1)+(0\cdot3)+(1\cdot8) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Jadi $AI = IA = A$

6. Matriks Nol

Adalah sebuah matriks yang seluruh entrinya adalah bilangan nol (Anton, 2004: 44). Sebuah matriks nol dapat dinyatakan sebagai 0.

Contoh: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2.1.4 Sifat-Sifat Operasi Matriks

Jika A, B dan C sembarang matriks yang berukuran sama, yakni m x n dan jika a dan b adalah sembarang skalar, maka berlakulah sifat-sifat sebagai berikut:

1. $A + B = B + A$ (Hukum komutatif untuk penjumlahan)
2. $A + (B + C) = (A + B) + C$ (Hukum asosiatif untuk penjumlahan)
3. $A(BC) = (AB)C$ (Hukum asosiatif untuk perkalian)
4. $A(B + C) = AB + AC$ (Hukum distributif kiri)
5. $(B + C)A = BA + CA$ (Hukum distributif kanan)
6. $A(B - C) = AB - AC$
7. $a(B + C) = aB + aC$
8. $a(B - C) = aB - aC$
9. $(a - b)C = aC - bC$
10. $(ab)C = a(bC)$

11. $a(BC) = (aB)C = B(aC)$

Jika 0 menyatakan matriks dengan orde yang sama dengan A yang semua entri-entrinya adalah 0, maka:

12. $A + 0 = 0 + A = A$

13. $A + (-A) = -A + A = 0$

14. $0 - A = -A$

15. $A0 = 0; 0A = 0$

Ada beberapa sifat yang tidak berlaku pada matriks, diantaranya:

1. $AB \neq BA$, hal ini dikarenakan tiga kemungkinan, yaitu (Anton, 2004: 41):
   a. AB dapat didefinisikan, namun BA tidak dapat didefinisikan. Definisi perkalian matriks mensyaratkan jumlah kolom dari faktor pertama A harus sama dengan jumlah baris dari faktor kedua B agar dapat dibentuk hasil kali AB. Jika syarat ini tidak dipenuhi, maka hasil kali tidak dapat didefinisikan (Anton, 2004: 31).

   b. AB dan BA keduanya dapat didefinisikan tetapi memiliki ukuran yang berbeda.

      Misal: $A_{2\times3}$ dan $B_{3\times2}$, maka $AB_{2\times2}$ sedangkan $BA_{3\times3}$

   c. $AB \neq BA$, meskipun AB dan BA dapat didefinisikan dan memiliki ukuran yang sama.

      Misal: $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

      Maka diperoleh $AB = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 18 & 32 \end{bmatrix}$ sedangkan $BA = \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 12 & 26 \end{bmatrix}$

      Jadi, $AB \neq BA$

Hukum pembatalan (*cancellation law*) tidak berlaku pada perkalian matriks

2. $AB = 0$, maka $A \neq 0$, dan $B \neq 0$
3. $AB = AC$ tidak berakibat $B = C$

2.1.5 Transpose Matriks

Untuk suatu matriks A berukuran n x m, putaran (*transpose*) matriks A, dilambangkan A^T, didefinisikan sebagai matriks m x n yang diperoleh dari A dengan menukarkan baris menjadi kolom. Lebih tepatnya, jika $B = A^T$, maka $b_{ij} = a_{ji}\ i = 1, 2, \dots, m\ \ dan\ \ i = 1, 2, \dots, n$ (Cullen, 1993: 110).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \text{maka } A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}, \text{maka } A^T = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

Adapun sifat-sifat putaran matriks adalah sebagai berikut:

1. $\left(A^T\right)^T = A$
2. $(A + B)^T = A^T + B^T$
3. $(kA)^T = kA^T$
4. $(AB)^T = B^T A^T$
5. $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$

Sifat putaran (*transpose*) yang berhubungan dengan determinan adalah

6. Jika A adalah sembarang matriks berukuran n x n, maka $det(A^T) =$ det (A) (Cullen, 1993: 111).

2.1.6 Determinan Matriks

Untuk setiap matriks persegi terdapat suatu bilangan tertentu yang disebut determinan. Determinan dari suatu matriks adalah suatu bilangan yang didefinisikan

$$\det(A) = \sum \pm a_{1j_1} a_{2j_2} \dots a_{nj_n}$$

dimana $\sum$ menunjukkan bahwa suku-suku harus dijumlahkan untuk semua permutasi $(j_1, j_2, \cdots, j_n)$ dan tanda + atau – dipilih untuk setiap suku tergantung pada apakah permutasinya genap atau ganjil (Anton, 2004: 95).

Dengan kata lain determinan dari suatu matriks ialah jumlah dari semua bentuk perkalian secara diagonal dari elemen-elemen matriks dengan mengambil satu elemen dari baris atau kolom dengan memperhatikan urutan. Notasi untuk determinan adalah det (A) atau $|A|$ atau $|a_{ij}|$. Sebagai contoh, determinan suatu matriks 3 x 3 dapat ditulis sebagai berikut:

$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} atau \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$. Berikut ini diuraikan cara mencari determinan matriks berordo 2 x 2, matriks berordo 3 x 3, dan matriks berordo lebih besar dari 3.

1. Determinan matriks berordo 2 x 2

   Jika matriks $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ maka mencari determinannya adalah

   $\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

   Contoh:

   $P = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, maka $det(P) = |P| = \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (8 \times 4) - (4 \times 3) = 20$

2. Determinan matriks berordo 3 x 3

Untuk mencari determinan matriks berordo 3 x 3 dapat digunakan metode sarrus sebagai berikut.

Jika matriks $B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

Maka $\det(B) = |B| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} +$

$a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$

Yang di ilustrasikan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Contoh:

$Q = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$,maka $\det(Q) = |Q|$ adalah

$= \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \\ 7 & 8 \end{matrix}$

$= (2x3x9) + (4x5x7) + (6x1x8) - (6x3x7) - (2x5x8) - (4x1x9)$

$= 65$

3. Determinan matriks berordo lebih besar dari 3

Untuk mencari nilai determinan matriks yang ordonya lebih besar dari 3 x 3, maka dapat digunakan cara ekspansi kofaktor. Terlebih dulu akan dijelaskan tentang minor dan kofaktor suatu matriks A.

Definisi minor dari suatu matriks A bujur sangkar adalah determinan dari submatriks yang tersisa setelah baris ke-i dan kolom ke-j yang dihilangkan dari A, dan dinyatakan sebagai M_{ij} (Anton, 2004: 115), dengan *i* dan *j* melambangkan baris dan kolom yang ditutup.

Kofaktor dari entri a_{ij} adalah bilangan $(-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$ yang dinyatakan sebagai C_{ij} (Anton, 2004: 115). Dengan kata lain kofaktor adalah hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menuruti suatu aturan, yaitu $(-1)^{i+j}$ dimana *i* adalah baris dan *j* adalah kolom. Sehingga kofaktor dinotasikan dengan $(-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$.

Determinan dari matriks A, n x n, dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri pada sebarang baris (kolom) dengan kofaktor-kofaktornya dan menjumlahkan hasilkali-hasilkali yang diperoleh, dimana untuk setiap $1 \leq i \leq n \; dan \; 1 \leq j \leq n$.

$$\det(A) = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$$

Yang merupakan ekspansi kofantor sepanjang kolom ke-*j*.

$$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \cdots + a_{in}C_{in}$$

Yang merupakan ekspansi kofaktor sepanjang baris ke-*i*.

(Anton, 2004: 117).

Atau dapat ditulis $\det(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{1j}(-1)^{1+j}\det\,(M_{1j})$

Contoh:

Diket $B = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

Ditanya: $\det(B)$ ...?

Jawab: $\det(B) = -3det\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\0 & 1 & 2\\1 & -3 & 1\end{bmatrix} + 2\,det\begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\1 & 1 & 2\\2 & -3 & 1\end{bmatrix} +$

$0det\begin{bmatrix}2 & 1 & -1\\1 & 0 & 2\\2 & 1 & 1\end{bmatrix} - 2det\begin{bmatrix}2 & 1 & 0\\1 & 0 & 1\\2 & 1 & -3\end{bmatrix}$

$\det(\mathrm{B}) = -3\left(1det\begin{bmatrix}1 & 2\\-3 & 1\end{bmatrix} - 0\det\begin{bmatrix}0 & 2\\1 & 1\end{bmatrix} - 1det\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & -3\end{bmatrix}\right) +$

$2\left[2det\begin{bmatrix}1 & 2\\-3 & 1\end{bmatrix} - 0det\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 1\end{bmatrix} - 1\det\begin{bmatrix}1 & 1\\2 & -3\end{bmatrix}\right] + 0 -$

$2\left[2det\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & -3\end{bmatrix} - 1det\begin{bmatrix}1 & 1\\2 & -3\end{bmatrix} + 0det\begin{bmatrix}1 & 0\\2 & 1\end{bmatrix}\right]$

$= -3[(1+6) - 0 - (0-1)] + 2[2(1+6) - 0 — 3 - 2)] + 0 - 2[2(0 - 1) - (-3-2) + 0]$

$= -24 + 38 - 6$

$= 8$

Adapun sifat-sifat determinan matriks adalah

1. $det(A) = det\left(\mathrm{A}^{\mathrm{T}}\right)$
2. $det(AB) = det(A)det(B)$
3. A adalah matriks nonsingular, maka $det(A) \neq 0$

2.1.7 Adjoin Matriks

Adjoin matriks *A* adalah transpose dari kofaktor-kofaktor matriks tersebut. hal ini seperti yang didefinisikan Howard Anton (2004: 120), "Jika *A* adalah matriks *n* x *n* sebarang dan c_{ij} adalah kofaktor dari a_{ij}, maka matriks $\begin{bmatrix}c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n}\\c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n}\\\vdots & \vdots & & \vdots\\c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn}\end{bmatrix}$ disebut matriks kofaktor dari *A* (*matrix of cofactor from*

A). Transpose dari matriks ini disebut adjoin dari A (*Adjoint of* A) dan dinyatakan sebagai $adj(A)$".

Misalkan K adalah matriks kofaktor berordo $n \times n$,

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & C_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{2n} \end{bmatrix}$$

Maka $adj(A) = C^T$

$$= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & \cdots & c_{n1} \\ c_{12} & c_{22} & \cdots & c_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{1n} & c_{2n} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Dengan C adalah matriks kofaktor, dan T adalah transpose.

Contoh:

Misalkan $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

Kofaktor-kofaktor dari A adalah

$c_{11} = 12$ $\quad$ $c_{12} = 6$ $\quad$ $c_{13} = -16$

$c_{21} = 4$ $\quad$ $c_{22} = 2$ $\quad$ $c_{23} = 16$

$c_{31} = 12$ $\quad$ $c_{32} = -10$ $\quad$ $c_{33} = 16$

Jadi matriks kofaktor-kofaktornya adalah $\begin{bmatrix} 12 & 6 & -16 \\ 4 & 2 & 16 \\ 12 & -10 & 16 \end{bmatrix}$

Dan adjoin dari A adalah

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} 12 & 4 & 12 \\ 6 & 2 & -10 \\ -16 & 16 & 16 \end{bmatrix}$$

2.1.8 Invers Matriks

Suatu bilangan real dikatakan memiliki invers perkalian jika terdapat bilangan b sehingga $ab = 1$. Sebarang bilangan bukan nol a memiliki invers perkalian $b = \frac{1}{a}$. Sedangkan konsep invers pada matriks didefinisikan sebagai:

"Suatu matriks A berorde n x n dikatakan taksingular (*nonsingular*) atau dapat dibalik (*invertible*) jika terdapat matriks B sehingga $AB = BA = I$. Matriks B disebut sebagai invers perkalian (*multiplicative invers*) dari A." (Leon, 2001: 45)

Invers matriks dinotasikan dengan A^{-1}. Salah satu cara untuk mencari invers matriks adalah dengan cara adjoin dan determinan seperti berikut:

$$A^{-1} = \frac{1}{Det(A)} Adj\ (A)$$

2. 2 Pemrograman Linier

Pemrograman linier (*Linear Programing*) merupakan pengembangan lebih lanjut dari konsep-konsep aljabar linier. Pemrograman linier adalah suatu model optimasi persamaan linier berkenaan dengan kendala-kendala linier yang dihadapinya. Masalah programasi linier berarti adalah masalah pencarian nilai-nilai optimum (maksimum atau minimum) sebuah fungsi linier pada suatu sistem atau sehimpun kendala linier. Fungsi linier yang hendak dicari nilai optimumnya berbentuk sebuah persamaan yang disebut fungsi tujuan. Sedangkan fungsi-fungsi linier yang harus terpenuhi dalam optimasi fungsi tujuan dapat berbentuk persamaan maupun pertidaksamaan yang disebut fungsi kendala.

Adapun model matematis pemrograman linier adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Dalam kondisi nyata, kadang kala sistem persamaan linier tidak berlaku. Artinya sistem yang dihadapi adalah pertaksamaan dengan tanda ≥ dan ≤.

Dengan fungsi tujuan yakni

meminimumkan/ memaksimumkan $z = \sum c_j \cdot x_j$

Dengan x_i = variabel keputusan ke-*j*

c_j = parameter fungsi tujuan ke-*j*

b_i = kapasitas kendala ke-*i*

a_{ij} = parameter fungsi kendala ke-*i* untuk variable keputusan ke-*j*

$i = 1,2,3, \dots, m$

$j = 1,2,3, \dots, n$

2.3 Dualitas dalam Pemrograman Linier

Konsep dualitas menjelaskan secara matematis bahwa sebuah kasus pemrograman linier berhubungan dengan sebuah kasus pemrograman linier yang lain. Bila kasus pemrograman linier pertama disebut primal maka kasus pemrograman linier kedua disebut dual. Sehingga penyelesaian kasus primal secara otomatis akan menyelesaikan kasus dual, demikian pula sebaliknya.

Adapun hubungan antara primal dan dual adalah sebagai berikut:

1. Bila fungsi tujuan primal dimaksimumkan, maka fungsi tujuan dual diminimumkan.

2. Koefisien-koefisien fungsi tujuan primal menjadi nilai ruas kanan kendala-kendala dual.
3. Nilai ruas kanan kendala primal menjadi koefisienn-koefisien fungsi tujuan dual.
4. Tanda kendala pertidaksamaan ≤ pada primal menjadi tanda ketidaknegatifan ≥ variable dual.
5. Tanda ketidaknegatifan ≥ variabel primal menjadi tanda kendala ≥ kendala-kendala dual (Siswanto, 2007: 151).

2.4 Teori Permainan

Masalah persaingan dalam suatu permainan tidak semuanya dapat dikatakan sebagai teori permainan. Hanya persaingan yang memenuhi kriteria-kriteria sebagai berikut yang dapat disebut sebagai teori permaian.

1. Terdapat persaingan kepentingan antara pemain (pelaku).
2. Setiap pemain mempunyai sejumlah pilihan terbatas atau tidak terbatas yang disebut strategi.
3. Aturan permainan untuk mengatur pilihan-pilihan itu disebut satu-satu dan diketahui oleh semua pihak.
4. Hasil permainan dipengaruhi oleh pilihan-pilihan yang dibuat oleh semua pemain. Hasil untuk seluruh kombinasi pilihan oleh semua pemain diketahui dan didefinisikan secara numerik.

Menurut Bronson (1988: 211) suatu permainan (*game*) adalah suatu keadaan bersaing antara *n* orang atau kelompok, yang disebut pemain-pemain (*players*), yang berlangsung di bawah suatu himpunan aturan main tertentu dengan bayaran-bayaran yang diketahui. Aturan-aturan ini mendefinisikan berbagai kegiatan atau gerakan sederhana dari permainan tersebut. Pemain-pemain yang berbeda diperkenankan melakukan berbagai gerakan yang berbeda, tetapi setiap pemain mengetahui gerakan-gerakan yang berlaku bagi para pemain.

Jadi, teori permainan merupakan suatu model matematika yang digunakan dalam situasi konflik atau persaingan antara berbagai kepentingan yang saling berhadapan sebagai pesaing. Teori ini dikembangkan untuk menganalisis proses pengambilan keputusan dari situasi persaingan yang berbeda-beda, dan melibatkan dua atau lebih kepentingan. Dalam permainan, peserta adalah pesaing. Tiap peserta memilih dan melaksanakan strategi-strategi yang ia percaya akan menghasilkan kemenangan. Setiap pemain dianggap mempunyai kemampuan untuk mengambil keputusan secara bebas dan rasional.

Ada beberapa unsur atau konsep dasar yang penting dalam menyelesaikan setiap kasus dengan teori permainan, diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Jumlah Pemain

   Dalam sebuah permainan paling sedikit dua orang atau dua kelompok sehingga teori ini membedakan jenis permainan itu menjadi permainan dua orang (*two person game*) dan permainan *n* orang (*n person games*). Dalam praktiknya, persaingan permainan itu bisa dilakukan oleh perusahaan pada saat akan mengeluarkan produk baru, penetapan harga produk, atau penentuan kebijaksanaan lain yang akan membuat pesaing atau perusahaan lain bereaksi.

2. Nilai Permainan

Dalam teori ini mungkin sama dan mungkin berbeda untuk setiap strategi yang dipilih. Jika nilai permainan pemain yang memaksimumkan kemenangan sama dengan nilai pemain yang meminimumkan kekalahan, maka permainan dikenal sebagai nilai permainan jumlah nol (*zero sum game*). Sebaliknya, jika nilai permainan antara dua pemain berbeda maka permainan itu dikenal sebagai nilai permainan jumlah bukan nol (*non zero sum game)*.

3. Strategi Permainan

Jika nilai permainan mengandung *saddle point* atau titik pelana sehingga nilai permainan maksimum, pemain yang akan memenangkan permainan sama dengan nilai minimum pemain yang akan meminimumkan permainan. Oleh karena itu, strategi yang akan dipilih adalah strategi permainan murni (*pure strategy game*). Sebaliknya, jika nilai permainan tidak mengandung titik pelana sehingga kedua pemain tidak mungkin memiliki nilai yang sama, maka strategi permainan yang akan dipilih adalah strategi permainan campuran (*mixed strategy game*).

4. Matriks Permainan

Persoalan umumnya disusun dalam bentuk matriks permainan (*game matrix*) untuk analisis teori permainan. Suatu matriks permainan atau matriks pembayaran berbentuk bujur sangkar, dimana baris menyatakan strategi dari pemain pertama sebanyak *m* strategi, dan kolom menyatakan strategi dari pemain kedua sebanyak *n* strategi, jadi permainan *m* x *n* dinyatakan dalam matriks permainan *m* x *n*. Biasanya pembayaran dilihat dari sudut pemain yang strateginya berhubungan dengan baris matriks. Dalam permainan *zero sum*, pembayaran dari pemain yang lain dinyatakan oleh negatif dari matriks tersebut.

Jadi teori permainan mengasumsikan bahwa strategi yang dimiliki seorang pemain dapat dihitung, sehingga dengan asumsi ini permainan dapat diselesaikan yaitu menentukan pilihan strategi yang akan dilakukan setiap pemain. Dengan mengandaikan pemain I, yakni pemain baris memilih nilai minimum pada tiap baris kemudian memilih nilai maksimum dari nilai minimum, cara ini disebut kriteria maksimin baris. Sedangkan pemain II, pemain kolom mencari tingkat keamanan yang maksimum bagi dirinya sendiri yaitu dengan memilih nilai minimum dari nilai maksimum, cara ini yang disebut kriteria minimaks kolom.

Suatu permainan dikatakan adil bila nilainya sama dengan nol, dalam permainan yang adil tidak seorang pemain pun mempunyai keuntungan. Dalam suatu permainan yang tidak adil, seorang pemain akan menang dalam jangka panjang bila keduanya memainkan strategi optimumnya. Bila nilai dari permainan positif, maka pemain baris mempunyai keuntungan, bila nilai adalah negatif, pemain kolom mempunyai keunggulan (Weber, 1999: 281).

Adapun bentuk matriks permainan adalah sebagai berikut:

Pemain Y

		1	2	...	n
	1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
Pemain X	2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	a_{ij}	$\vdots$
	m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Dengan:

- m adalah banyaknya strategi yang dimiliki pemain I, yakni X
- n adalah banyaknya strategi yang dimiliki pemain II, yakni Y
- $a_{i\,j}$ adalah nilai permainannya (*pay off*) dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$

5. Titik Pelana

Jika di dalam suatu matriks permainan terdapat sebuah unsur yang merupakan unsur maksimum dari minimum baris dan unsur minimum dari maksimum kolom sekaligus, maka unsur tersebut dinamakan titik pelana (*saddle point*). Jadi titik pelana adalah suatu unsur di dalam matriks permainan yang sekaligus merupakan maksimin baris dan minimaks kolom. Permainan dikatakan bersaing ketat (*strictly determined*) jika matriksnya mengandung titik pelana. Strategi yang optimum bagi masing-masing pemain adalah strategi pada baris dan kolom yang mengandung titik pelana tersebut. Dalam hal ini, baris yang mengandung titik pelana merupakan strategi optimum bagi pemain pertama, sedangkan kolom yang mengandung titik pelana merupakan strategi optimum bagi pemain kedua.

Langkah pertama menyelesaikan sebuah matriks permainan adalah mengecek ada tidaknya titik pelana. Bila terdapat titik pelana, permainan dapat segera dianalisis untuk diselesaikan, akan tetapi bila tidak terdapat titik pelana, diperlukan penelaahan lebih lanjut. Langkah-langkah menentukan titik pelana adalah sebagai berikut:

1. Pemain baris
   a. Dicari nilai minimum pada tiap baris, kemudian ditulis di setiap baris sebelah kanan matriks.
   b. Dicari nilai maksimum dari nilai minimum baris (maksimin baris)
2. Pemain kolom
   a. Dicari nilai maksimum pada tiap kolom, kemudian ditulis di bawah tiap kolom matriks.
   b. Dicari nilai minimum dari nilai-nilai maksimum kolom (minimaks kolom).
3. Memeriksa nilai maksimin dan nilai minimaks
   a. Apabila nilai maksimin baris = nilai minimaks kolom, berarti terdapat titik pelana. Maka permainan dapat diselesaikan dengan strategi murni.

b. Apabila nilai maksimin baris ≠ nilai minimaks kolom, berarti tidak terdapat titik pelana. Maka permainan dapat diselesaikan dengan strategi campuran.

Contoh:

Matriks permainan antara perusahaan X dan Y

$$\begin{array}{rc|c} & & \text{Minimum baris} \\ A = & \begin{bmatrix} 12 & 2 & 25 & -10 \\ 16 & 3 & 4 & 10 \\ -2 & -1 & 26 & 0 \\ 14 & -4 & 8 & 6 \end{bmatrix} & \begin{matrix} -10 \\ 3 \\ -2 \\ -4 \end{matrix} \quad \text{Maksimin} = 3 \\ \text{Maksimum kolom} & \begin{matrix} 16 & 3 & 26 & 10 \end{matrix} & \\ & \text{Minimaks} = 3 & \end{array}$$

Nilai maksimin baris = nilai minimaks kolom, maka terdapat titik pelana pada perpotongan baris kedua dan kolom kedua, yakni 3.

2.4.1 Permainan Dua Orang dengan Jumlah Nilai Permainan Nol

Kebanyakan tipe yang sering ditemui adalah tipe permainan 2 pelaku berjumlah nol, pada tipe ini mengandung hal-hal pokok yang menjadi inti dari teori permainan yaitu menentukan solusi optimal bagi kedua belah pihak yang saling bersaing bersesuaian dengan strategi optimalnya yang terbagi atas 2 jenis yakni:

1. Strategi murni

   Strategi permainan murni adalah strategi permainan dimana masing-masing pemain memiliki satu strategi optimal yang memiliki nilai permainan sama. Dalam permainan dengan strategi murni, pemain pertama (pemain baris) berusaha memaksimumkan kemenangan yang minimum sehingga kriteria strategi optimumnya adalah kriteria maksimin baris. Sedangkan pemain kedua (pemain kolom) berusaha meminimumkan kekalahan yang maksimum sehingga kriteria strategi optimumnya adalah kriteria minimaks kolom. Apabila nilai maksimin sama dengan nilai minimaks maka permainan ini dapat diselesaikan dengan strategi murni dimana titik keseimbangan telah tercapai dan dikenal sebagai titik pelana.

Contoh:

Dua perusahaan rokok sedang berusaha mempertahankan pangsa pasarnya, perusahaan rokok *A* memiliki 3 strategi dan perusahaan *B* memiliki 2 strategi seperti di bawah ini:

Langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahn ini adalah:

1. Membuat tabel/ matriks permainan yaitu memasukkan nilai *pay off* dari setiap pemain dan strategi.

Tabel 1. Matriks permainan antara perusahaan rokok A dan perusahaan rokok B

Pemain A	Pemain B	
	B_1	B_2
A_1	4	6
A_2	7	5
A_3	8	9

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 159

2. Mencari nilai terkecil pada setiap baris. Pada pemain A, apabila pemain A menggunakan strategi A_1, maka pemain B akan memilih strategi B_1, sehingga nilai keuntungan dan kerugiannya sebesar 4. Prinsipnya, apabila pemain A mengambil suatu langkah/ strategi, maka pemain B akan berusaha mengambil langkah/ strategi yang memiliki nilai kerugian yang kecil.

Tabel 2. Matriks permainan antara perusahaan rokok A dan perusahaan rokok B dengan nilai minimum baris dan maksimum kolom

Pemain A	Pemain B		Minimum baris
	B_1	B_2	
A_1	4	6	4
A_2	7	5	5
A_3	8	9	8
Maksimum kolom	8	9	

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 159

3. Mencari nilai terbesar pada setiap kolom. Pada pemain B, apabila pemain B menggunakan strategi B_1, maka pemain A akan memilih strategi A_3 sehingga nilai kerugian dan keuntungannya sebesar 8.

   Pada saat B memilih strategi B_1 harapannya akan memperoleh kerugian 4, akan tetapi A tidak akan rela memperoleh keuntungan yang kecil, yakni hanya sebesar 4 sehingga A akan memilih strategi A_3 atau kerugian yang terbesar.

4. Menentukan nilai maksimin yaitu nilai terbesar pada nilai minimum baris. Dari hasil pemilihan nilai terkecil pada setiap baris didapatkan nilai 4, 5, dan 6. Dari ketiga nilai tersebut dipilih nilai yang terbesar, yaitu 8, maka nilai 8 disebut nilai maksimin.

   Tabel 3. Matriks permainan antara perusahaan rokok A dan perusahaan rokok B dengan nilai maksimin

Pemain A	Pemain B		Minimum baris
	B_1	B_2	
A_1	4	6	4
A_2	7	5	5
A_3	8	9	8 (maksimin)
Maksimum kolom	8	9	

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 160

5. Mencari nilai minimaks yaitu nilai terkecil dari yang terbesar pada maksimum kolom. Dari hasil pemilihan nilai terbesar pada setiap

kolom didapatkan nilai 8 dan 9, dari kedua nilai tersebut dipilih nilai terkecil, yaitu 8, maka nilai 8 disebut nilai maksimin.

Tabel 4. Matriks permainan antara perusahaan rokok A dan perusahaan rokok B dengan nilai maksimin dan nilai minimaks

Pemain A	Pemain B		Minimum baris
	B_1	B_2	
A_1 A_2 A_3	4 7 8	6 5 9	4 5 8 (maksimin)
Maksimum kolom	8 (minimaks)	9	

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 160

6. Uji optimalisasi yaitu memeriksa apakah nilai maksimin sama dengan nilai minimaks. Pada contoh di atas, nilai maksimin sama dengan nilai minimaks yakni 8, maka strategi yang dipilih adalah strategi murni dimana pemain A menggunakan strategi A_3 dan pemain B menggunakan strategi B_1 sehingga nilainya sama.

2. Strategi campuran

Nilai hasil (*pay off*) sebuah permainan ditentukan dan diketahui oleh kedua pemain atau pesaing. Nilai permainan itu mungkin memiliki titik pelana kuda, namun mungkin juga tidak. Dalam kasus dimana permainan tidak memiliki titik pelana pendekatan penyelesaiannya harus melalui strategi campuran dimana pelaku pertama akan menggunakan strategi dengan proporsi probabilitas tertentu. Bagi pelaku pertama P_1 dengan proporsi probabilitas pilihan strategi sebesar x, dimana $0 < x < 1$ untuk strategi pertamanya maka untuk strategi pilihan keduanya adalah sebesar $1 - x$ sehingga jumlah seluruh proporsi probabilitas yang diperlukan untuk memainkan strateginya sebesar 1. Demikian pula untuk pelaku kedua P_2, analog dengan pemain pertamanya pilihan strategi sebesar y, dimana $0 < y < 1$ untuk strategi pertamanya maka untuk strategi pilihan keduanya adalah sebesar $1 - y$.

Contoh:

Politikus di negara Antah sedang berlomba memenangkan persaingan dalam pemillihan presiden, dua kandidat yang bertarung tersebut adalah Mr. Robby dan Mr. Holly, masing-masing kandidat memiliki 3 strategi.

Maka langkah-langkah pemecahannya adalah sebagai berikut:

1. Membuat tabel/ matriks permainan yaitu memasukkan nilai *pay off* dari setiap pemain dan strategi.

Tabel 5. Matriks permainan antara Mr. Robby dan Mr. Holly

Mr. Robby	Mr. Holly		
	H_1	H_2	H_3
R_1	4	8	3
R_2	9	5	4
R_3	8	7	10

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 161

2. Mencari nilai terkecil pada setiap baris yaitu pilihan strategi Mr. Robby. Apabila Mr. Robby menggunakan strategi R_2, maka Mr. Holly akan memilih strategi H_3 sehingga nilai keuntungan dan kerugiannya sebesar 3. Tiap kali Mr. Robby menjalankan strateginya, maka Mr. Holly akan menjalankan strategi yang memberikannya kerugian kecil.

Tabel 6. Matriks permainan antara Mr. Robby dan Mr. Holly dengan nilai minimum baris dan maksimum kolom

Mr. Robby	Mr. Holly			Minimum baris
	H_1	H_2	H_3	
R_1	4	8	3	3
R_2	9	5	4	4
R_3	8	7	10	7
Maksimum kolom	9	8	10	

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 162

3. Mencari nilai terbesar pada tiap kolom. Apabila Mr. Holly menggunakan strategi H_1, maka Mr. Robby akan memilih strategi R_2 sehingga nilai keuntungan dan kerugiannya sebesar 3. Jadi, setiap Mr. Holly menjalankan strateginya, maka Mr. Robby akan menjalankan strategi miliknya yang memberikannya nilai kerugian yang kecil.

Tabel 7. Matriks permainan antara Mr. Robby dan Mr. Holly dengan nilai maksimin dan minimaks

Mr. Robby	Mr. Holly			Minimum baris
	H_1	H_2	H_3	
R_1	4	8	3	3
R_2	9	5	4	4
R_3	8	7	10	7 (maksimin)
Maksimum kolom	9	8 (minimaks)	10	

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 162

4. Mencari nilai maksimum pada minimum baris. Nilai pada minimum baris adalah 3, 4, 7, maka nilai maksimumnya adalah 7.
5. Mencari nilai minimal pada maksimum kolom. Nilai pada maksimum kolom adalah 9, 8, 10, maka nilai minimalnya adalah 8.
6. Uji optimalisasi, dari perhitungan diatas didapatkan nilai maksimum tidak sama dengan minimal, hal itu menunjukkan bahwa strategi yang akan digunakan dalam permainan adalah strategi campuran. Cara menyelesaikan permasalahan adalah dengan terlebih dahulu mencari nilai dominan baik pada pemain I maupun pemain 2. Yang dimaksud dominan adalah nilai pada strategi yang akan dihindari oleh para pemain. Pada *maximizing player* (pemain maksimin), nilai dominan adalah nilai *pay off* yang memberikan jumlah keuntungan kecil. Dan pada *minimizing player* (pemain minimaks), nilai dominan adalah nilai *pay off* yang

mengakibatkan kerugian dalam jumlah besar. Dari kasus di atas, nilai dominan dari strategi Mr. Robby adalah pada strategi R2 dengan *pay off* 6 dan 4, sedang pada Mr. Holly nilai dominannya pada strategi 7, 9 dan 8 seperti tabel berikut:

Tabel 8. Matriks permainan antara Mr. Robby dan Mr. Holly sebelum didomimnasi

Mr. Robby	Mr. Holly			Minimum baris
	H_1	H_2	H_3	
R_1	7	8	3	3
R_2	9	6	4	4
R_3	8	7	10	7 (maksimin)
Maksimum kolom	9	8	10	

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 163

Sehingga tabel *pay off* terbarunya adalah sebagai berikut:

Tabel 9. Matriks permainan antara Mr. Robby dan Mr. Holly setelah didominasi

Mr. Robby	Mr. Holly		Minimum baris
	H_2	H_3	
R_2	8	3	3
R_3	7	10	7 (maksimaks)
Maksimum kolom	8 (minimaks)		

Sumber: Zulfikarijah, 2004: 164

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas, maka dapat digunakan salah satu metode yang ada, yaitu: metode analitik, matode a;jabar, LP metode grafik atau LP metode simpleks. Dalam penelitian ini akan digunakan metode aljabar matriks seperti berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$$

$$Cof\ (A) = \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$$

$|A| = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$ = 80 – 21 = -59

Strategi optimal A adalah :

$$= \frac{[1 \quad 1] \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}}{[1 \quad 1] \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ -7 & 8 \end{bmatrix} [\quad]}$$

$$= \frac{[3 \quad 5]}{8}$$

Strategi optimal B adalah:

$$= \frac{[1 \quad 1] \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}}{[1 \quad 1] \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ -7 & 8 \end{bmatrix} [\quad]}$$

$$= \frac{[7 \quad 1]}{8}$$

Dengan demikian nilai strategi-strategi campuran yang optimal adalah:

$$A_1 = \frac{3}{8} = 0{,}375 \qquad A_2 = \frac{5}{8} = 0{,}625$$

$$B_1 = \frac{7}{8} = 0{,}875 \qquad B_2 = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

Dari nilai optimal di atas, maka dapat dihitung nilai permainannya seperti di bawah ini:

Nilai permainan $= [0{,}375 \quad 0{,}625] \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}875 \\ 0{,}125 \end{bmatrix}$

$$= [3 + 4{,}375 \quad 1{,}125 + 6{,}250] \begin{bmatrix} 0{,}875 \\ 0{,}125 \end{bmatrix}$$

$$= [7{,}375 \quad 7{,}375] \begin{bmatrix} 0{,}875 \\ 0{,}125 \end{bmatrix}$$

$$= 6{,}4531 + 0{,}9219$$

$$= 7{,}375$$

2.4.2 Permainan Dua Orang dengan Jumlah Nilai Permainan Bukan Nol

Dalam permainan dua orang, bisa terjadi nilai kemenangan seorang pemain berbeda dengan nilai kekalahan pemain lawan. Situasi dimana nilai pemain yang menang tidak sama dengan nilai pemain yang kalah di dalam matriks permainan, jumlah nilai permainan tidak sama dengan nol sehingga permainan tipe ini dinamakan permainan dua orang dengan jumlah nilai permainan bukan nol. Berbeda dengan tipe permainan dua orang dengan jumlah nol, permainan dua orang dengan jumlah nilai permainan bukan nol membutuhkan penyelesaian berbeda karena kerumitannya.

2.4.3 Kegunaan Teori Permainan

Teori permainan (*game theory*) dikembangkan untuk tujuan menganalisis situasi persaingan yang melibatkan berbagai kepentingan. Teori ini berangkat dari suatu keadaan dimana terdapat dua orang atau lebih dengan tujuan atau kepentingan yang saling berbeda terlibat dalam "permainan", tindakan masing-masing pemain turut mempengaruhi hasil akhir dari permainan. Teori ini menyediakan cara penyelesaian untuk permainan semacam itu, dengan menganggap bahwa masing-masing pemain senantiasa berusaha memaksimumkan keberuntungannya yang minimun atau meminimumkan ketidakberuntungannya yang maksimum (Dumairy, 2003: 383).

Sehingga dapat dirinci kegunaan teori permainan diantaranya:

1. Untuk mengembangkan suatu kerangka untuk analisa pengambilan keputusan dalam situasi persaingan (kerja sama).

2. Menguraikan metode kualitatif yang sistematik bagi pemain yang terlibat dalam persaingan untuk memilih strategi dalam pencapaian tujuan.
3. Memberikan gambaran dan penjelasan fenomena situasi persaingan/ konflik seperti tawar menawar dan perumusan koalisi.

2.5 Pemasaran

2.5.1 Konsep Pemasaran

Pemasaran adalah suatu proses sosial dan manajerial yang membuat individu dan kelompok memperoleh apa yang mereka butuhkan dan inginkan, lewat penciptaan dan pertukaraan timbal balik produk dan nilai dengan orang lain (Kotler, 2001: 7). Pemasaran merupakan konsep kunci keberhasilan suatu bisnis dengan memperhatikan keinginan dan kebutuhan pemenuhan pelanggan untuk tercapainya kepuasan, memberi dampak positif bagi perusahaan di era persaingan bisnis yang begitu canggih dewasa ini. Sehingga pemasaran merupakan salah satu bidang fungsional yang sangat penting dalam suatu organisasi bisnis sebagai penunjang utama, bagi kelangsungan hidup operasional suatu dunia usaha.

Konsep pemasaran (*marketing concept*) merupakan kegiatan suatu organisasi yang memusatkan seluruh upayanya untuk memuaskan pelanggannya secara menguntungkan. Sebuah industri mempraktikkan konsep pemasaran tertentu untuk mencapai objektif pemasarannya. Konsep pemasaran dipilih berasaskan kepada kesediaan produk dan keupayaan fasilitas pemasaran oleh industri tersebut, serta bersesuaian pula dengan faktor-faktor persekitaran pasaran dan pembelian oleh pengguna sasaran. Konsep pemasaran berorientasi memenuhi keperluan dan kemauan pengguna dengan efektif.

2.5.2 Strategi Pemasaran

Strategi pemasaran (*marketing strategy*) adalah menentukan pasar target dan bauran pemasaran yang terkait. Strategi ini merupakan gambaran besar mengenai yang akan dilakukan oleh suatu perusahaan di suatu pasar (Cannon, 2008: 40). Maka dari itu perlu diadakan perencanaan strategi pemasaran guna menyusun strategi pemasaran yang menguntungkan dan menemukan berbagai peluang menarik.

Suatu perusahaan perlu memperhatikan kedudukannya dalam suatu pasar serta memperhatikan para pesaingnya. Hal demikian dibutuhkan untuk membuat strategi-strategi pemasaran produknya dan juga menerapkan strategi penyerangan lawannya. Adapun strategi-strategi penyerangan yang telah di spesifikasikan adalah sebagai berikut:

1. Strategi pemotongan harga

   Strategi ini dilakukan dengan memasarkan produk yang setara (kualitasnya tidak jauh berbeda) dengan produk pemimpin pasar, namun dengan harga yang lebih murah.

2. Strategi Produk Murah

   Dalam strategi ini, produk yang berkualitas rata-rata atau rendah dijual dengan harga yang lebih murah.

3. Strategi Produk Prestise

Penantang pasar juga dapat meluncurkan produk prestise dengan kualitas yang lebih tinggi dan dengan harga yang lebih tinggi daripada produk pemimpin pasar.

4. Strategi Pengembangbiakan Produk

Penantang pasar dapat menandingi pemimpin pasar dengan meluncurkan sejumlah besar versi produk sehingga pembeli lebih leluasa untuk memilih.

5. Strategi Inovasi Produk

Penantang pasar mungkin saja berusaha mengadakan pembaharuan produk untuk menyerang posisi pemimpin pasar.

6. Strategi Inovasi Distribusi

Penantang pasar berusaha saluran distribusi yang baru.

(Tjiptono, 1997: 317)

2.6 Hubungan antara Matriks, Teori Permainan dan Strategi Pemasaran

Strategi pemasaran merupakan pernyataan (baik secara implisit maupun eksplisit) mengenai bagaimana suatu merek atau lini produk mencapai tujuannya. Sementara menurut Tull dan Kahle mendefinisikan strategi pemasaran sebagai alat fundamental yang direncanakan untuk mencapai tujuan perusahaan dengan mengembangkan keunggulan bersaing yang berkesinambungan melalui pasar yang dimasuki dan program pemasaran yang digunakan untuk melayani pasar sasaran tersebut. Pada dasarnya strategi pemasaran memberikan arah dalam kaitannya dengan variabel-variabel seperti segmentasi pasar, identifikasi pasar sasaran, positioning, elemen bauran pemasaran, dan biaya bauran pemasaran (Tjiptono, 1997: 6).

Begitu banyak strategi pemasaran yang akan diterapkan suatu perusahaan untuk mencapai tujuannya. Maka dari itu, teori permainan merupakan alat yang dapat digunakan untuk menganalisa strategi-strategi pemasaran tersebut. Strategi-strategi yang dimiliki oleh para pemain dapat digambarkan secara numerik, sehingga strategi kedua pemain membentuk matriks. Strategi pemain I terletak pada baris dan strategi pemain II terletak pada kolom.

Setelah dibentuk dalam matriks, maka proses analisis dilanjutkan dengan menggunakan teori permainan. Mulai dari pencarian titik pelana, penggunaan strategi dan kemudian menentukan nilai pembayaran dari strategi yang dimiliki oleh tiap pemain. Setelah itu barulah dapat dianalisis strategi manakah yang merupakan langkah optimum dari tiap pemain untuk memaksimumkan keuntungan dan meminimumkan tingkat kerugiannya.

Jika titik pelana dapat ditemukan dalam matriks permainan, maka permainan dapat langsung dianalisis strategi optimumnya dengan mengunakan strategi murni. Matriks permainan strategi murni memiliki nilai maksimin dan minimaks, minimum baris ditulis di tepi setiap baris dan maksimum kolom ditulis di tepi bawah setiap kolom. Namun apabila titik pelana tidak dapat ditemukan dalam matriks permainan, maka permainan diselesaikan dengan strategi campuran yang perhitungan langkah-langkah pemainnya menggunakan prinsip probabilitas.

Pemain C

		1	2	...	n	
	1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	Minimum a_{1j}
	2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	Minimum a_{2j}
Pemain R	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	a_{ij}	$\vdots$	$\vdots$
	m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	Minimum a_{mj}
		Maksimum a_{i1}	Maksimum a_{i2}	...	Maksimum a_{in}	

Misalkan terdapat dua pemain R dan C, maka pemain R mempunyai *m* gerak yang mungkin dan pemain C mempunyai *n* gerak yang mungkin. Dalam memainkan permainan tersebut, setiap pemain melakukan satu gerak yang mungkin, dan kemudian hasil pembayaran (*pay off*) dilaksanakan dari pemain C kepada pemain R tergantung pada gerak tersebut. Untuk *i* = 1, 2, 3, ..., *m* dan $j = 1, 2, 3, \ldots, n$ dengan pemisalan a_{ij} adalah hasil pembayaran yang dibuat pemain C kepada pemain R dan jika pemain R membuat gerak *i* dan pemain C membuat gerak *j*.

Pembayaran ini tidak perlu dalam bentuk uang tapi sebarang bahan pokok yang dapat dinilai secara numerik. Jika a_{ij} adalah negatif, maka ini berarti bahwa pemain C menerima pembayaran sebesar $|a_{ij}|$ dari pemain R.

Setiap pemain membuat gerakannya atas dasar probabilitas, sehingga didapat definisi sebagai berikut:

p_i = probabilitas pemain R mengambil gerak *i* yang mana *i* = 1, 2, 3, ..., *m*

$q_i =$ probabilitas pemain C mengambil gerak *j* yang mana *j* = 1, 2, 3, ..., *n* (Anton, 1988: 49).

Dengan probabilitas p_i dan q_i dapat dibentuk dua vektor sebagai strategi pemain, yakni vektor p dan vektor q.

$$\mathbf{p} = [p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_m] \text{ dan } \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$

Dimana vektor baris **p** adalah strategi pemain R dan vektor kolom **q** adalah strategi pemain C.

Dari teori probabilitas, jika probabilitas pemain R membuat gerak *i* adalah p_i, dan jika probabilitas pemain C membuat gerak *j* adalah q_i, maka $p\ q_i$ adalah probabilitas untuk setiap memainkan permainan tersebut dimana pemain R membuat gerak *i* dan pemain C membuat gerak *j*. Pembayaran kepada pemain R untuk sepasang gerak seperti itu adalah a_{ij}. Jadi, $p_i q_i$ adalah probabilitas untuk setiap memainkan permainan tersebut, pembayaran kepada pemain R adalah a_{ij}.

Jika setiap pembayaran dikalikan dengan probabilitas yang bersangkutan kemudian pembayaran-pembayaran itu dijumlahkan, maka didapat

$$a_{11}p_1q_1 + a_{12}p_1q_2 + \cdots + a_{1n}p_1q_n + a_{21}p_2q_1 + \cdots + a_{mn}p_m \text{浜}_n$$

Persamaan di atas merupakan nilai rata-rata terbobot (*weighted average*) dari pembayaran kepada R yang setiap pembayaran diberi bobot sesuai dengan probabilitas kejadiannya. Nilai rata-rata terbobot ini dinamakan hasil pembayaran yang diharapkan (*expected payoff*) kepada pemain R. Hasil pembayaran yang diharapkan dinotasikan dengan E(**p**, **q**) untuk menekankan bahwa hasil pembayaran yang diharapkan tersebut bergantung pada strategi kedua pemain. Jika dinotasikan dalam matriks seperti berikut:

$$E(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = [p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_m] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \mathbf{p}A\mathbf{q}$$

(Anton, 1988: 50)

Sebagai ilustrasi hubungan antara matriks, teori permainan dan strategi pemasaran diberikan sebagai berikut:

Misalkan dua jaringan televisi, R dan C, saling bersaing. Stasiun TV R mempunyai 3 program acara, sedangkan stasiun TV C mempunyai 4 program acara. Program manakah yang harus ditayangkan oleh setiap stasiun untuk memaksimumkan jumlah pemirsa?

Persentase pemirsa stasiun televisi R

Program stasiun TV C

Program stasiun TV R		1	2	3	4
	1	60	20	30	55
	2	50	75	45	60
	3	70	45	35	3

Penyelesaian:

Program-program acara yang disiarkan oleh stasiun TV merupakan langkah yang ditempuh untuk menggaet pemirsa, beragamnya acara TV yang dimiliki termasuk dalam strategi pemasaran. Kedua stasiun TV yang sedang bersaing dibagi dalam pemain baris dan pemain kolom untuk membentuk suatu matriks.

Mula-mula tabel di atas dikurangkan dengan 50 karena tiap stasiun dianggap memulai programnya dengan 50% pemirsa, maka matriks permainan atau pembayarannya:

$$\begin{array}{rcl} & & \text{Minimum baris} \\ A= & \begin{bmatrix} 10 & -30 & -20 & 5 \\ 0 & 25 & -5 & 10 \\ 20 & -5 & -15 & -20 \end{bmatrix} & \begin{matrix} -30 \\ -5 \\ -20 \end{matrix} \qquad \text{maksimin} = -5 \\ \text{Maksimum kolom} & \begin{matrix} 20 & 25 & -5 & 10 \end{matrix} & \end{array}$$

minimaks = -5

matriks di atas terdapat titik pelana yaitu -5 yang terdapat pada entri a_{23}. Setelah diketahui titik pelananya, maka dapat ditentukan strategi optimalnya. strategi optimalnya berada pada entri titik pelana, jadi strategi optimal bagi stasiun R adalah menjadwalkan program 2 dan strategi optimal stasiun C adalah menayangkan program 3.

2.7 Strategi Bisnis Nabi Muhammad SAW

Umat Islam telah lama terlibat dalam dunia bisnis, yakni sejak empat belas abad yang silam. Fenomena tersebut bukanlah suatu hal yang aneh, karena Islam menganjurkan umatnya untuk melakukan kegiatan bisnis. Rasulullah SAW sendiri terlibat di dalam kegiatan bisnis selaku pedagang bersama istrinya, Khadijah.

Perilaku orang-orang yang beriman, standar dan ukuran perilaku mereka hendaknya selalu diselaraskan dengan perilaku Rasulullah. Praktik bisnis juga telah dicontohkan pada masa nabi sebelum nabi Muhammad. Seperti yang disebutkan dalam surat Al A’raaf ayat 85.

وَإِلَىٰ مَدْيَنَ أَخَاهُمْ شُعَيْبًا ۗ قَالَ يَا قَوْمِ اعْبُدُوا اللَّهَ مَا لَكُم مِّنْ إِلَٰهٍ غَيْرُهُ ۖ قَدْ جَاءَتْكُم
بَيِّنَةٌ مِّن رَّبِّكُمْ ۖ فَأَوْفُوا الْكَيْلَ وَالْمِيزَانَ وَلَا تَبْخَسُوا النَّاسَ أَشْيَاءَهُمْ وَلَا تُفْسِدُوا فِي
الْأَرْضِ بَعْدَ إِصْلَاحِهَا ۚ ذَٰلِكُمْ خَيْرٌ لَّكُمْ إِن كُنتُم مُّؤْمِنِينَ ﴿٨٥﴾

"Dan (Kami Telah mengutus) kepada penduduk Mad-yan saudara mereka, Syu'aib. ia berkata: "Hai kaumku, sembahlah Allah, sekali-kali tidak ada Tuhan bagimu selain-Nya. Sesungguhnya Telah datang kepadamu bukti yang nyata dari Tuhanmu. Maka sempurnakanlah takaran dan timbangan dan janganlah kamu kurangkan bagi manusia barang-barang takaran dan timbangannya, dan janganlah kamu membuat kerusakan di muka bumi sesudah Tuhan memperbaikinya. yang demikian itu lebih baik bagimu jika betul-betul kamu orang-orang yang beriman".

Ayat di atas terlihat bahwa Nabi Syu'aib As menekankan 3 hal pokok setelah tauhid yang harus menjadi perhatian kaumnya, yaitu pertama memelihara hubungan harmonis khususnya dalam interaksi ekonomi dan keuangan. Kedua, memelihara sistem dan kemaslahatan masyarakat umum dan ketiga kebebasan beragama (Shihab, 2002: 416). Jadi dalam pandangan Alquran bisnis yang mendasarkan perilakunya dengan keputusan yang logis, sehat dan masuk akal adalah bisnis yang menguntungkan.

Tiga hal pokok yang ditekankan oleh Nabi Syu'aib juga ditekankan oleh Rasulullah dalam praktik bisnisnya. Hal demikian terlihat dari kebiasaan berdagangnya yang selalu memelihara hubungan harmonis antara beliau sebagai penjual dan pembelinya. Upaya membangun dan memelihara hubungan harmonis itu terangkum dalam strategi bisnis yang dijalankan beliau.

Suyanto (2008: 1) menjelaskan tentang strategi bisnis yang dijalankan Rasulullah SAW adalah meliputi strategi operasi, strategi pemasaran, strategi sumberdaya manusia, dan strategi keuangan. Alquran memberikan tuntunan dalam menjalankan bisnis hendaknya menggunakan *jihad fi sabilillah* dengan harta dam jiwa atau dalam bahasa manajemen menggunakan strategi di jalan Allah dengan mengoptimalkan sumberdaya. Dari ibnu Umar RA, ia berkata, *"Rasulullah SAW pernah ditanya mengenai usaha apakah yang paling baik?"* Beliau menjawab, *"Usaha seseorang dengan tangannya sendiri, dan perdagangan yang jujur."* (Thabrani dalam Al Ausath dan para perawinya terpercaya).

Adapun praktik-praktik bisnis Rasulullah SAW sebagai berikut:

2.7.1 Strategi Operasi

Strategi operasi merupakan strategi untuk mengubah (bahan baku, bahan pendukung, mesin manusia) menjadi keluaran yang bernilai. Strategi operasi harus dikoordinasi dengan strategi pemasaran, strategi sumberdaya manusia dan strategi keuangan. Strategi operasi berkait dengan fasilitas dan peralatan, sumber daya dan perencanaan serta pengendalian operasi.

1. **Perilaku yang baik**

Strategi operasi bisnis harus berjalan dengan baik mengikuti syariah. Dari Humaid As-Sa'idi RA bahwa Rasulullah SAW bersabda, "*Bersikaplah yang baik dalam mencari dunia, karena semua akan dimudahkan baginya sesuai yang telah dituliskan darinya."* (Ibnu Majah). Berbuat baik dalam menuntut dunia adalah yang baik menurut syariah dan terpuji menurut kebiasaan sehingga dicari dari sisi kehalalannya. Menerima bagian yang telah Allah sediakan untuknya. Tidak menuntutnya secara tamak dan rakus sehingga tidak lupa mengingat Allah dan tidak berada dalam kondisi yang syubhat. Rasulullah SAW juga memperingatkan untuk tidak berbuat tamak. Dari Ka'b bin Malik RA, ia berkata "Rasulullah SAW bersabda, "*Tidaklah dua ekor serigala yang dilepas di antara kambing lebih merusak daripada sikap tamak seseorang terhadap harta dan keluhuran agamanya.* (HR. At-Tirmidzi, ia menilainya shahih, demikian pula dengan Ibnu Hibban).

2. Mengutamakan Produktivitas

Rasulullah SAW. lebih mengutamakan produktivitas daripada hanya sekedar pemilikan. Diriwayatkan dari Jabir bin Abdullah r.a., bahwasannya Nabi SAW. pernah bersabda : *"Barangsiapa memiliki tanah, maka tanamilah atau supaya ditanami oleh saudaranya dan janganlah dia menyewakannya."* (Bukhari dan Muslim). Bahkan dalam mengutamakan produktivitas ini, dari Aisyah r.a., bahwasannya Nabi SAW pernah bersabda : *"Barangsiapa yang menggarap suatu lahan yang bukan milik seseorang, maka ia lebih berhak memilikinya."* Urwah mengatakan hal yang sama ditetapkan pula oleh Umar dalam masa kekhalifahannya (Bukhari, Abu Daud dan Turmudzi). Demikian pula dari Ibnu Umar berkata : *"Sesungguhnya Rasulullah SAW. memperkerjakan penduduk Khaibar untuk mengolah perkebunannya dengan upah setengah dari buah yang ditanamnya."* (Bukhari dan Muslim).

2.7.2 Strategi Pemasaran

Strategi pemasaran meliputi segmentasi pasar dan pembidikan pasar, strategi produk, strategi harga, strategi tempat dan strategi promosi. Pasar yang menonjol pada masa Nabi Muhammad SAW adalah pasar konsumen. Untuk pemasaran produk konsumen, variabel segmentasi utama adalah segmentasi geografis, segmentasi demografis, segmentasi psikografi, segmentasi perilaku dan segmentasi manfaat.

Segmentasi demografi yang dilakukan Muhammad adalah pasar dikelompokkan berdasarkan keluarga, kewarganegaraan dan kelas sosial. Untuk keluarga, Muhammad menyediakan produk peralatan rumah tangga. Sedangkan produk yang dijual Nabi Muhammad SAW. untuk warga negara asing di Busra terdiri dari kismis, parfum, kurma kering, barang tenunan, batangan perak dan ramuan.

Segmentasi psikografi yang dilakukan Nabi Muhammad SAW yaitu mengelompokkan pasar dalam variabel gaya hidup, nilai dan kepribadian. Gaya hidup ditunjukkan oleh orang-orang menonjol dari pada kelas sosial. Minat terhadap suatu produk dipengaruhi oleh gaya hidup, maka barang yang dibeli oleh orang-orang tersebut untuk menunjukkan gaya hidupnya. Nabi mengetahui kebiasaan orang Bahrain, cara hidup penduduk Bahrain, cara mereka minum dan cara mereka makan.

Segmentasi perilaku yang dilakukan Nabi Muhammad SAW membagi kelompok berdasarkan status pemakai, kejadian, tingkat penggunaan, status kesetiaan, tahap kesiapan pembeli, dan sikap. Pasar dapat dikelompokkan menjadi bukan pemakai dan bekas pemakai, sedangkan strategi bisnis Rasulullah SAW adalah pemakai potensial, pemakai pertama kali dan pemakai tetap dari suatu produk.

Segmentasi manfaat mengklasifikasikan pasar berdasarkan atribut (nilai) atau manfaat yang terkandung dalam suatu produk. Konsumen akan mencari produk yang menyediakan manfaat khusus untuk memuaskan kebutuhannya. Nabi Muhammad SAW tidak hanya berdasarkan manfaat material, tetapi lebih dari itu adalah manfaat yang disebut *maslahah*. *Maslahah* merupakan kepuasan kebutuhan manusia yang luas mencakup kebutuhan material (*al-mal*), jiwa (*al-nafs*), kebenaran (*ad-din*), kecerdasan *(al-aql*) dan keluarga (*al-nasl*). Rasulullah SAW menganjurkan agar mencari nilai *maslahah,* dengan memberikan do'a sewaktu memasuki pasar. Dari Umar bin Al Khaththab RA bahwa Rasulullah SAW bersabda, *"Barangsiapa memasuki pasar kemudian mengucapkan 'laa ilaaha illallah wahdahu laa syariika lah lahulmulku wa lahulhamdu yuhyii wa yumiitu wa huwa hayyum laa yamuutu biyadihil khairu wa huwa 'alaa kulli syai in qadir' (Tidak ada sesembahan yang berhak disembah kecuali Allah semata, tidak ada sekutu bagi-Nya kekuasaan dan segala puji milik-Nya, yang menghidupkan dan mematikan. Dia Maha hidup dan tidak pernah akan mati, di tangan-Nya segala kebaikan dan Dia maha kuasa atas segala sesuatu) maka Allah tetapkan baginya satu juta kebaikan, Allah menghapus darinya satu juta keburukan, dan Allah mengangkat baginya satu juta derajat."* (HR. At-Tirmidzi).

Dalam alquran, Allah telah menjanjikan balasan atas perbuatan dalam berniaga, seperti dalam surat Al Israa ayat 35 berikut

وَأَوۡفُواْ ٱلۡكَيۡلَ إِذَا كِلۡتُمۡ وَزِنُواْ بِٱلۡقِسۡطَاسِ ٱلۡمُسۡتَقِيمِۚ ذَٰلِكَ خَيۡرٞ وَأَحۡسَنُ تَأۡوِيلٗا ﴿٣٥﴾

"Dan sempurnakanlah takaran apabila kamu menakar, dan timbanglah dengan neraca yang benar. Itulah yang lebih utama (bagimu) dan lebih baik akibatnya."

Dalam estimasi Alquran, *bargaining* yang terbaik adalah yang memberikan garansi terhindarnya seseorang dari neraka dan memberi jaminan masuk surga. *Bargaining* yang sangat menguntungkan hanya bisa dicapai dengan cara memiliki keimanan pada Allah dan Rasul-Nya, dan dengan selalu melakukan jihad dan perjuangan di jalan Allah. Baik dengan jiwa maupun dengan raganya. Disamping akan memperoleh ganjaran yang demikian banyak dari Allah di akhirat nanti *bargaining* seperti ini juga Allah janjikan untuk memberikan "*bonush cash*" di dunia ini dalam bentuk dukungan dari Allah dengan menjadikan mereka menang melawan musuh-musuhnya. Perilaku yang baik mengandung kerja yang baik sangatlah dihargai dan dianggap sebagai suatu investasi bisnis yang benar-benar menguntungkan. Karena hal itu akan menjamin adanya kedamaian di dunia dan juga kesuksesan di akhirat.

Untuk lebih konkretnya, sifat-sifat dasar dalam *prophetic values of business and management* yang melekat pada diri Rasulullah SAW dapat dikemukakan sebagai berikut:

1. Siddiq, benar, nilai dasarnya ialah integritas, nilai-nilai dalam bisnisnya berupa kejujuran, ikhlas, terjamin, keseimbangan emosional.
2. Amanah, nilai dasarnya terpercaya, dan nilai-nilai dalam berbisnisnya ialah adanya kepercayaan, bertanggung jawab, transparan, tepat waktu.

3. Fathanah, nilai dasarnya ialah memiliki pengetahuan luas, nilai-nilai dalam bisnis adalah memiliki visi, pemimpin yang cerdas, sadar produk dan jasa, serta belajar berkelanjutan.
4. Tabligh, nilai dasarnya ialah komunikatif, dan nilai bisnisnya adalah supel, penjual yang cerdas, deskripsi tugas, delegasi wewenang, kerja tim, koordinasi, ada kendali dan supervisi.
5. Ada satu sifat lagi yang lupa, dan perlu ditambahkan yaitu *syaja'ah*, artinya berani, nilai bisnisnya, mau dan mampu mengambil keputusan, menganalisis data, keputusan yang tepat, cepat tanggap.

Nilai-nilai dasar inilah yang telah mengantar Rasulullah SAW menjadi seorang pelaku bisnis yang andal dan berhasil serrta dipercaya oleh semua kalangan yang pernah bermitra dengannya. Bagi para pelaku bisnis Muslim mengaplikasikan sifat-sifat dasar itu merupakan keniscayaan, jika sekiranya dalam diri mereka masih tersisa kesadaran bahwa harta bukanlah tujuan akhir, tetapi hanya sebatas infrastruktur untuk melakukan kebaikan guna mencapai kebahagiaan yang abadi. Justru karena itu cara perolehannya harus yang terpuji dan terhormat sesuai dengan ajaran etika, sebagaimana sifat-sifat dasar ini telah terakumulasi dalam diri Rasulullah SAW (Djakfar, 2008: 196).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Persamaan Linier Teori Permainan

Model adalah tiruan terhadap realitas. Teori permainan merupakan teori yang dikembangkan dari perumusan koalisi pada dunia nyata untuk diselesaikan secara matematis dengan suatu model linier yang disebut persamaan linier. Sehingga dari persamaan linier membentuk suatu sistem persamaan linier dengan memperhatikan kendala-kendala dan tujuan yang ada. Model matematika seperti ini dikenal dengan model pemrograman linier. Pemrograman linier adalah sebuah metode yang berkarakteristik linier untuk menemukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap satu susunan kendala (Siswanto, 2007: 26). Adapun model matematis pemrograman linier adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n (\leq, \geq, =) b_1 \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n (\leq, \geq, =) b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n (\leq, \geq, =) b_m \end{cases}$$

Pada setiap kendala linier di atas, satu dan hanya satu lambang, (≤), (≥), atau (=) yang muncul (Cullen, 1993: 358). Dengan memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi linier yang berbentuk

$$\text{Meminimumkan } z = b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_nx_n$$

Pemrograman linier dalam pembahasan ini akan digunakan untuk menurunkan suatu rumus aljabar matriks dalam teori permainan. Kegunaan rumus aljabar matriks ini adalah untuk menghitung strategi optimal tiap pemain dan nilai permainan. Adapun bentuk umum pemrograman matematika pada teori permainan adalah sebagai berikut:

Fungsi tujuan

Meminimumkan $z = b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_nx_n$

Fungsi kendala

$$(1)\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \geq c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \geq c_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n \geq c_n \end{cases}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Untuk mendapatkan suatu penyelesaian dalam masalah pemrograman linier, maka bentuk pertidaksamaan (1) dibawa dalam bentuk persamaan dengan menambahkan variabel-variabel buatan, sehingga menjadi

Fungsi tujuan

Meminimumkan $z = b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_nx_n + 0s_1 + \cdots + 0s_m$

Fungsi kendala

$$(2)\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n - S_1 = c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \quad - S_2 = c_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n - \cdots - S_m = c_n \end{cases}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Serta kendala tambahan $s_1, s_2, \dots, s_m \geq 0$

Bentuk matriksnya adalah

Fungsi tujuan

Meminimumkan $z = [X \quad S]\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$

Dengan fungsi kendala

$$[X \quad S]\begin{bmatrix} A \\ I \end{bmatrix} = C$$

$$X \geq 0$$

Dimana A adalah matriks *m* x *n*,

B adalah vektor kolom *m* x *1*,

C adalah vektor baris *1* x *n*,

X adalah vektor baris *1* x *m*,

S adalah vektor baris *1* x *m*, dan

I adalah matriks identitas *m* x *n*.

Persamaan (1) disebut fungsi dual, sedangkan untuk pemain yang lain bentuk umum pemrograman liniernya adalah

Fungsi tujuan

Memaksimumkan $w = c_1y_1 + c_2y_2 + \cdots + c_my_m$

Fungsi kendala

$$(3)\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \cdots + a_{m1}y_n \leq b_1 \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{m2}y_n \leq b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \cdots + a_{mn}y_n \leq b_n \end{cases}$$

$$y_1, y_2, \dots, y_n \geq 0$$

Pertidaksamaan (3) akan dibawa ke dalam bentuk persamaan seperti persamaan (2), sehingga

Fungsi tujuan

Memaksimumkan $w = c_1\, y_1 + c_2y_2 + \cdots + c_ny_n + 0s_1 + \cdots + 0s_m$

Fungsi kendala

$$(4)\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \cdots + a_{m1}y_n + s_1 = b_1 \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{m2}y_n + \quad + s_2 = b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \cdots + a_{mn}y_n + \cdots + s_m = b_m \end{cases}$$

$$y_1, y_2, \dots, y_n \geq 0$$

Dan tambahan fungsi kendala $s_1, s_2, \dots, s_m \geq 0$

Bentuk matriksnya adalah

Fungsi tujuan memaksimumkan $\quad w = [C \quad 0]\begin{bmatrix} Y \\ S \end{bmatrix}$

Dengan fungsi kendala $\quad [A|I]\begin{bmatrix} Y \\ S \end{bmatrix} = B$

$$Y \geq 0$$

Dimana A adalah matriks *m* x *n*,

B adalah vektor kolom *m* x *1*,

C adalah vektor baris *1* x *n*,

Y adalah vektor kolom *n* x *1*,

S adalah vektor kolom *n* x *1*, dan

I adalah matriks identitas *m* x *n*.

Persamaan (2) disebut dengan fungsi primal.

Persamaan (1) dan (2) apabila diaplikasikan dalam teori permainan, misalkan dua perusahaan sedang bersaing, pemain I (X) dan pemain II (Y). Masing-masing mempunyai n langkah untuk berkoalisi yang dimodelkan dalam suatu sistem persamaan linier yakni:

Pemain I memiliki fungsi tujuan

Meminimumkan $z = b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_nx_n$

Fungsi kendala

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \geq V \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \geq V \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \geq V \end{cases}$$

Karena $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah probabilitas pemain I memilih strategi 1 sampai ke-n, maka jumlahnya $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$. Dengan membagi fungsi kendala dengan V, dimana V adalah nilai permainan, maka

Fungsi tujuan

Meminimumkan $\frac{1}{V} = b_1 \frac{x_1}{V} + b_2 \frac{x_2}{V} + \cdots + b_n \frac{x_n}{V}$

Fungsi kendala

$$\begin{cases} a_{11}\dfrac{x_1}{V} + a_{12}\dfrac{x_2}{V} + \cdots + a_{1n}\dfrac{x_n}{V} \geq \dfrac{V}{V} \\ a_{21}\dfrac{x_1}{V} + a_{22}\dfrac{x_2}{V} + \cdots + a_{2n}\dfrac{x_n}{V} \geq \dfrac{V}{V} \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}\dfrac{x_1}{V} + a_{m2}\dfrac{x_2}{V} + \cdots + a_{mn}\dfrac{x_n}{V} \geq \dfrac{V}{V} \end{cases}$$

Sehingga untuk menyederhanakan model dimisalkan $\frac{x_i}{V} = X_i$. Pemain I tujuannya adalah memaksimumkan V yang dapat dicapai dengan meminimumkan $\frac{1}{V}$. Untuk menyederhanakan, misalkan $\frac{1}{V} = z$, maka

Fungsi tujuan

Meminimumkan $z = b_1X_1 + b_2X_2 + \cdots + b_nX_n$

Fungsi kendala

$$(5)\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n \geq 1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n \geq 1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \cdots + a_{mn}X_n \geq 1 \end{cases}$$

Bentuk pertidaksamaan (5) dibawa ke dalam bentuk persamaan (2) sehingga

Fungsi tujuan

Meminimumkan $z = b_1X_1 + b_2X_2 + \cdots + \ b_nX_n - 0s_1 - \cdots - 0s_m$

Fungsi kendala

$$(6)\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n - S_1 = 1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X - \quad -S_2 = 1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \cdots + a_{mn}X_n - \cdots - S_m = 1 \end{cases}$$

$X_1, X_2, \dots, X_n \geq 0$

$s_1, s_2, \dots, s_m \geq 0$

Untuk pemain II dinotasikan seperti berikut

Fungsi tujuan

Memaksimumkan $w = c_1y_1 + c_2y_2 + \cdots + c_my_m$

Fungsi kendala

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \cdots + a_{m1}y_m \leq V \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{m2}y_m \leq V \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \cdots + a_{mn}y_m \leq V \end{cases}$$

Karena $y_1, y_2, \dots, y_n$ adalah probabilitas pemain II memilih strategi 1 sampai ke-n, maka jumlahnya $y_1 + y_2 + \cdots + y_n = 1$. Dengan membagi fungsi kendala dengan V, maka diperoleh

Fungsi tujuan

Memaksimumkan $\frac{1}{V} = c_1\frac{y_1}{V} + c_2\frac{y_2}{V} + \cdots + c_m\frac{y_m}{V}$

Fungsi kendala

$$\begin{cases} a_{11}\frac{y_1}{V} + a_{21}\frac{y_2}{V} + \cdots + a_{m1}\frac{y_m}{V} \leq \frac{V}{V} \\ a_{12}\frac{y_1}{V} + a_{22}\frac{y_2}{V} + \cdots + a_{m2}\frac{y_m}{V} \leq \frac{V}{V} \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}\frac{y_1}{V} + a_{2n}\frac{y_2}{V} + \cdots + a_{mn}\frac{y_m}{V} \leq \frac{V}{V} \end{cases}$$

Pemain II ingin meminimumkan V atau memaksimumkan $\frac{1}{V}$, Sehingga model persamaannya disederhanakan melalui pemisalan variabel baru $\frac{y_j}{V} = Y_j$ dan $\frac{1}{V} = w$.

Maka fungsi tujuan

Memaksimumkan $w = c_1 Y_1 + c_2 Y_2 + \cdots + c_m Y_m$

Fungsi kendala

$$(7)\begin{cases} a_{11}Y_1 + a_{21}Y_2 + \cdots + a_{m1}Y_m \leq 1 \\ a_{12}Y_1 + a_{22}Y_2 + \cdots + a_{m2}Y_m \leq 1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}Y_1 + a_{2n}Y_2 + \cdots + a_{mn}Y_m \leq 1 \end{cases}$$

Bentuk pertidaksamaan (7) dibawa ke bentuk persamaan (4) sehingga

Fungsi tujuan

Memaksimumkan $w = c_1 y_1 + \ c_2 y_2 + \cdots + c_m y_m + 0s_1 + \cdots + 0s_m$

Fungsi kendala

$$(8)\begin{cases} a_{11}Y_1 + a_{21}Y_2 + \cdots + a_{m1}Y_m + s_1 = 1 \\ a_{12}Y_1 + a_{22}Y_2 + \cdots + a_{m2}Y_m + \quad + s_2 = 1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{1n}Y_1 + a_{2n}Y_2 + \cdots + a_{mn}Y_m + \cdots + s_m = 1 \end{cases}$$

$Y_1, Y_2, \ldots, Y_n \geq 0$

$s_1, s_2, \ldots, s_m \geq 0$

3. 2 Algoritma Rumus Aljabar Matriks Teori Permainan

1. Karena penyelesaiannya menggunakan aljabar matriks, maka persamaan di atas akan ditransformasikan ke dalam bentuk matriks seperti berikut.

Tabel 10. Bagan Matriks Permainan dalam Teori Permainan

	Y_1	Y_2	Y_3	...	Y_n
X_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1n}
X_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2n}
X_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	...	a_{3n}
$\vdots$	$\vdots$			a_{ij}	$\vdots$
X_n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	...	a_{nn}

Strategi Pemain Y

Minimum a_{1j}

Minimum a_{2j}

Minimum a_{ij}

Maks(Min a_{ij})

Maksimum a_{i1} Maksimum a_{i2} Maksimum a_{ij}

Strategi pemain X

Min(Maks a_{ij})

Sumber: Weber, 1999: 282

2. Pengecekan titik sadel, yakni apabila nilai maks$\left(\text{min } a_{ij}\right) \neq$ min$\left(\text{maks } a_{ij}\right)$, maka penyelesaiannya menggunakan strategi campuran. Dengan langkah awal yaitu memakai cara dominan.

   Mereduksi pemain baris dengan ketentuan

   $a_{ij} \geq a_{ik}$ untuk semua $i = 1,2, \dots, n$

   Dan pemain kolom dengan ketentuan

   $a_{ij} \leq a_{kj}$ untuk semua $j = 1,2, \dots, n$

   Sehingga di dapat matriks permainan baru yang lebih kecil.

Tabel 11. Bagan Matriks Permainan Hasil Reduksi

	Y_1	Y_2	…	Y_n
X_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
X_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
⋮	⋮			⋮
X_n	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nn}

Untuk n ≥ 2, 3, ….

Sumber: Analisis Penulis

Sehingga bentuk matriksnya

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Karena akan diselesaikan secara aljabar matriks, maka probabilitas strategi tiap pemain akan dipandang melalui suatu nilai determinan.

3. Untuk menyelesaikan matriks dari persamaan linier (1) dan (2) adalah jika $m = n$ dan A mempunyai invers, yakni ketika $det(A) \neq 0$ maka berdasarkan sifat pemecahan persamaan linier yakni $AX = B$ dengan $X = A^{-1}B$ dan jika $XA = B$ maka $X = BA^{-1}$. Dimana A adalah matriks n x n, X adalah variabel-variabel pada sistem persamaan linier dan B adalah nilai ruas kanan persamaan linier.

Sehingga

Meminimumkan $z = [X \quad S]\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$ Memaksimumkan $w = [C \quad 0]\begin{bmatrix} Y \\ S \end{bmatrix}$

Dengan fungsi kendala $[X \quad S]\begin{bmatrix} A \\ I \end{bmatrix} = C$ Dengan fungsi kendala $[A|I]\begin{bmatrix} Y \\ S \end{bmatrix} = B$

$X \geq 0$ $Y \geq 0$

Maka penyelesaiannya

Fungsi kendala $X = CA^{-1}$

Fungsi tujuan $z = XB$

$= CA^{-1}B$

Maka penyelesaiannya

Fungsi kendala Y= $A^{-1}B$

Fungsi tujuan $w = CY$

$= CA^{-1}B$

Sehingga $z = w = CA^{-1}B$

Karena pemisalan $X_i = \frac{x_i}{V}$ dan $z = \frac{1}{v}$, maka $x_i = \frac{X_i}{V}$ maka strategi optimum pemain I adalah

$$x_i = \frac{X_i}{z}$$

$$= \frac{CA^{-1}}{CA^{-1}B}$$

$$= \frac{C\frac{Adj(A)}{Det(A)}}{C\frac{Adj(A)}{Det(A)}B}$$

$$= C\frac{Adj(A)}{Det(A)} \times \left(\frac{1}{C} \cdot \frac{\mathrm{Det}\ (A)}{Adj(A)} \cdot \frac{1}{B}\right)$$

Karena $det(A)$ adalah sebuah nilai, maka hukum kanselasi berlaku. Sehingga rumus strategi optimum pemain I adalah

$$= \frac{C\ Adj(A)}{C\ Adj\ (A)B}$$

C adalah nilai ruas kanan persamaan (6) dengan ordo *1* x *n* dan *b* adalah nilai ruas kanan persamaan (8) dengan ordo *n* x *1*. Sehingga di dapat

$$= \frac{[1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]\, Adj(A)}{[1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]\, Adj\,(A) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}} \qquad (9)$$

Sedangkan $Y_i = \frac{y_i}{V}$ dan $z = \frac{1}{v}$, maka

$$y_i = \frac{Y_i}{z}$$

$$= \frac{A^{-1}b}{cA^{-1}b}$$

Karena adanya hubungan dualitas dalam pemrograman linier, yakni transpose koefisien matriks kendala primal menjadi koefisien matriks kendala dual. Maka

$$= \frac{(A^{-1}b_{n\times 1})^T}{cA^{-1}b}$$

$$= \frac{(A^{-1})^T (b_{n\times 1})^T}{cA^{-1}b}$$

$$= \frac{\left(\frac{Adj(A)}{Det(A)}\right)^T (b_{n\times 1})^T}{cA^{-1}b}$$

$$= \frac{cof(A)}{Det(A)} (b_{1\times n}) \times \frac{1}{c} \cdot \frac{Det(A)}{Adj(A)} \cdot \frac{1}{b}$$

$$= \frac{b_{1\times n} Cof(A)}{c\; Adj(A)\; b}$$

C adalah nilai ruas kanan persamaan (6) dengan ordo *1* x *n* dan B pada penyebut adalah nilai ruas kanan persamaan (8) dengan ordo *n* x *1*, sedangkan *B* pada pembilang sama dengan *C* karena entri dan ordonya sama, sehingga di dapat

$$= \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} Cof(A)}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} Adj(A) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}} \qquad (10)$$

Sedangkan untuk nilai permainannya yaitu

$$z = w = \frac{1}{v} = CA^{-1}B$$

$$= C\frac{Adj(A)}{Det(A)}B$$

Maka

$$v = \frac{Det(A)}{C\ Adj(A)B}$$

3. 3 Aplikasi Matriks dan Determinan dalam Teori Permainan

3.3.1 Pemaparan Data

Penelitian ini menggunakan data persaingan oligopoli pada industri automotif. Para pemainnya adalah Toyota Avanza dan Daihatsu Xenia. Sedangkan atribut-atribut yang digunakan untuk menganalisis strategi pemasaran dalam teori permainan adalah:

1. Penetapan harga
2. Fasilitas potongan harga
3. Fasilitas kemudahan pembayaran
4. Fasilitas kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang
5. Keringanan biaya operasional
6. Utilitas
7. Kecanggihan teknologi

8. Harga jual kembali
9. Kenyamanan
10. Desain interior dan eksterior

Dengan tujuan mengetahui strategi-strategi manakah yang optimal bagi tiap pemain yaitu untuk mendapatkan keuntungan yang besar dan kerugian yang kecil, maka fungsi tujuannya dirumuskan untuk meminimumkan strategi yang mengakibatkan kerugian dan memaksimumkan strategi yang memberikan keuntungan. Peminimuman strategi dibatasi agar tidak lebih kecil dari 1, begitu juga dengan pemaksimuman strategi yang dibatasi agar tidak lebih besar dari 1. Angka 1 merupakan proporsi probabilitas strategi yang dipakai dan ketika strategi-strategi pemain dijumlahkan bernilai 1, maka strategi-strategi itu merupakan strategi yang optimal.

Untuk mempermudah penyelesaian gambaran situasi seperti di atas, maka kesepuluh atribut di atas digunakan sebagai variabel untuk merumuskan model matematikanya. Sehingga model matematika ini membentuk model persamaan linear.

Data persaingan industri automotif telah dibentuk dalam persamaan linear oleh Budisontoso dalam jurnalnya *Pendekatan Teori Permainan Dalam Analisis Persaingan Oligopoli Pada Industri Automotif*. 2007. 4: 281. Konstantanya merupakan entri matriks pembayaran.

Misalkan persaingan antara Toyota Avanza dan Daihatsu Xenia.

Untuk Pemain 1 (Toyota Avanza)

Meminimumkan $z = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_{10}$

a. $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} \geq 1$

b. $X_1 + X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 + 2X_6 + 2X_7 + 2X_8 - 2X_9 - X_{10} \geq 1$

c. $2X_1 + 2X_2 + \quad +2X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + \quad +3X_8 + 2X_9 + 2X_{10} \geq 1$

d. $2X_1 + 3X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + \quad +2X_9 + 2X_{10} \geq 1$

e. $X_4 + X_5 + \quad +2X_7 + 2X_8 - 3X_9 - 2X_{10} \geq 1$

f. $X_1 + 3X_2 + 2X_3 + \quad +2X_5 \quad + 3X_7 + X_8 - 2X_9 + 2X_{10} \geq 1$

g. $3X_1 - 2X_2 + 3X_3 - X_4 \quad + 2X_6 + 3X_7 + 3X_8 - X_9 + 2X_{10} \geq 1$

h. $3X_1 + X_2 + 3X_3 + X_4 + X_5 + 3X_6 + 2X_7 + X_8 + \quad +X_{10} \geq 1$

i. $2X_1 + X_2 + 3X_3 + X_4 + 2X_5 + 2X_6 + 2X_7 - 2X_8 - X_9 - X_{10} \geq 1$

j. $-X_1 + 2X_2 + 3X_3 + X_4 - X_5 - X_6 - X_7 - 2X_8 - X_9 - X_{10} \geq 1$

$X_i \geq 0, i = 1,2,3, \dots ,10$

Untuk Pemain 2 (Daihatsu Xenia)

Memaksimumkan $z = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots + Y_{10}$

a. $Y_1 + Y_2 + 2Y_3 + 2Y_4 + \quad +Y_6 + 3Y_7 + 3Y_8 + 2Y_9 - Y_{10} \leq 1$

b. $Y_1 + \ {,}_2 + 2Y_3 + 3Y_4 \quad + 3Y_6 - Y_7 + Y_8 + Y_9 + 2Y_{10} \leq 1$

c. $Y_1 + 2Y_2 + \quad +2Y_4 + \quad +2Y_6 + 3Y_7 + 3Y_8 + 3Y_9 + 3Y_{10} \leq 1$

d. $Y_1 + 2Y_2 + 2Y_3 + Y_4 + Y_5 + \quad -Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} \leq 1$

e. $Y_1 - Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + 2Y_6 + \quad +2Y_8 + 2Y_9 - Y_{10} \leq 1$

f. $Y_1 + 2Y_2 + Y_3 + Y_4 + \quad +2Y_7 + 3Y_8 + 2Y_9 - Y_{10} \leq 1$

g. $Y_1 - 2Y_2 + 2Y_3 + Y_4 - 2Y_5 + 3Y_6 + 3Y_7 + 2Y_8 + 2Y_9 + Y_{10} \leq 1$

h. $Y_1 + 2Y_2 + 3Y_3 + \quad +2Y_5 + Y_6 + 3Y_7 + Y_8 - 2Y_9 - 2Y_{10} \leq 1$

i. $Y_1 - 2Y_2 + 2Y_3 + 2Y_4 - 3Y_5 - 2Y_6 - Y_7 \quad + Y_9 - Y_{10} \leq 1$

j. $Y_1 - Y_2 + 2Y_3 + 2Y_4 - 2Y_5 + Y_6 - 2Y_7 + Y_8 - Y_9 - Y_{10} \leq 1$

$Y_j \geq 0, j = 1,2,3, \dots ,10$

X adalah langkah-langkah (atribut) pada Toyota Avanza

Dengan X_1 = Penetapan Harga

X_2 = Fasilitas potongan harga

X_3 = fasilitas kemudahan pembayaran

X_4 = Fasilitas kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang

X_5 = Keringanan biaya operasional

X_6 = Utilitas

X_7 = Kecanggihan teknologi

X_8 = Harga jual kembali

X_9 = Kenyamanan

X_{10} = Desain interior dan eksterior

Y adalah langkah-langkah (atribut) pada Daihatsu Xenia

Dengan Y_1 = Penetapan Harga

Y_2 = Fasilitas potongan harga

Y_3 = fasilitas kemudahan pembayaran

Y_4 = Fasilitas kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang

Y_5 = Keringanan biaya operasional

Y_6 = Utilitas

Y_7 = Kecanggihan teknologi

Y_8 = Harga jual kembali

Y_9 = Kenyamanan

Y_{10} = Desain interior dan eksterior

Untuk dapat diselesaikan, maka pertidaksamaan di atas dirubah dalam bentuk persamaan dengan menambah variabel-variabel artificial seperti berikut.

Untuk Pemain 1 (Toyota Avanza)

Meminimumkan $z = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_{10} - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 - \cdots - 0S_{10}$

a. $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} - S_1 = 1$

b. $X_1 + X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 + 2X_6 + 2X_7 + 2X_8 - 2X_9 - X_{10} - S_2 = 1$

c. $2X_1 + 2X_2 + \quad +2X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + \quad +3X_8 + 2X_9 + 2X_{10} - S_3 = 1$

d. $2X_1 + 3X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + \quad +2X_9 + 2X_{10} - S_4 = 1$

e. $X_4 + X_5 + \quad +2X_7 + 2X_8 - 3X_9 - 2\ _{-10} - S_5 = 1$

f. $X_1 + 3X_2 + 2X_3 + \quad +2X_5 \quad + 3X_7 + X_8 - 2X_9 + 2X_{10} - S_6 = 1$

g. $3X_1 - 2X_2 + 3X_3 - X_4 \quad + 2X_6 + 3X_7 + 3X_8 - X_9 + 2X_{10} - S_7 = 1$

h. $3X_1 + \ y_2 + 3X_3 + X_4 + X_5 + 3X_6 + 2X_7 + X_8 + \quad +X_{10} - S_8 = 1$

i. $2X_1 + X_2 + 3X_3 + X_4 + 2X_5 + 2X_6 + 2X_7 - 2X_8 - X_9 - X_{10} - S_9 = 1$

j. $-X_1 + 2X_2 + 3X_3 + X_4 - X_5 - X_6 - X_7 - 2X_8 - X_9 - X_{10} - S_{10} = 1$

$X_i \geq 0, i = 1,2,3, \ldots ,10$

Untuk Pemain 2 (Daihatsu Xenia)

Memaksimumkan $z = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots + Y_{10} + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + \cdots + 0S_{10}$

a. $Y_1 + Y_2 + 2Y_3 + 2Y_4 + \quad +Y_6 + 3Y_7 + 3Y_8 + 2Y_9 - Y_{10} + S_1 = 1$

b. $Y_1 + Y_2 + 2Y_3 + 3Y_4 \quad + 3Y_6 - Y_7 + Y_8 + Y_9 + 2Y_{10} + S_2 = 1$

c. $Y_1 + 2Y_2 + \quad +2Y_4 + \quad +2Y_6 + 3Y_7 + 3Y_8 + 3Y_9 + 3Y_{10} + S_3 = 1$

d. $Y_1 + 2Y_2 + 2Y_3 + Y_4 + Y_5 + \quad -Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + S_4 = 1$

e. $Y_1 - Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + 2Y_6 + \quad +2Y_8 + 2Y_9 - Y_{10} + S_5 = 1$

f. $Y_1 + 2Y_2 + Y_3 + Y_4 + \quad +2Y_7 + 3Y_8 + 2Y_9 - Y_{10} + S_6 = 1$

g. $Y_1 - 2Y_2 + 2Y_3 + Y_4 - 2Y_5 + 3Y_6 + 3Y_7 + 2Y_8 + 2Y_9 + Y_{10} + S_7 = 1$

h. $Y_1 + 2Y_2 + 3Y_3 + \quad +2Y_5 + Y_6 + 3Y_7 + Y_8 - 2Y_9 - 2Y_{10} + S_8 = 1$

i. $Y_1 - 2Y_2 + 2Y_3 + 2Y_4 - 3Y_5 - 2Y_6 - Y_7 \quad + Y_9 - Y_{10} + S_9 = 1$

j. $Y_1 - Y_2 + 2Y_3 + 2Y_4 - 2Y_5 + Y_6 - 2Y_7 + Y_8 - Y_9 - Y_{10} + S_{10} = 1$

$Y_j \geq 0, j = 1,2,3, \dots ,10$

Apabila ditransformasikan dalam bentuk matriks permainan, maka terlihat seperti tabel 12 pada halaman 95.

3.3.2 Penyelesaian Permainan Antara Toyota Avanza dan Daihatsu Xenia

Langkah awal dalam menyelesaikan strategi campuran dengan metode aljabar matriks adalah terlebih dahulu mencari nilai dominan pada pemain 1 dan pemain 2, yaitu masing-masing pemain akan menghilangkan strategi yang menghasilkan keuntungan atau kerugian yang paling buruk. Untuk Toyota Avanza (*maximizing player*) akan menghilangkan strategi yang memberikannya keuntungan kecil. Nilai-nilai dominannya adalah sebagai berikut:

X_1 mendominasi S_{10}

X_2 mendominasi S_9

X_3 mendominasi S_8

X_4 mendominasi S_7

X_5 mendominasi S_6

X_6 mendominasi S_5

X_7 mendominasi S_4

X_8 mendominasi S_3

X_9 mendominasi S_2

X_{10} mendominasi S_1

Sedangkan untuk Daihatsu Xenia (*minimizing player*) akan menghilangkan strategi yang memberinya kerugian besar. Nilai-nilai dominannya adalah sebagai berikut:

Y_1 mendominasi S_{10}

Y_6 mendominasi S_5

Y_2 mendominasi S_8

Y_3 mendominasi S_8

Y_4 mendominasi S_7

Y_5 mendominasi S_6

Y_7 mendominasi S_4

Y_8 mendominasi S_3

Y_9 mendominasi S_2

Y_{10} mendominasi S_1

Sehingga matriks permainannnya menjadi seperti tabel berikut.

Tabel 13. Matriks Permainan Hasil Dominasi Pertama

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}
X_1	1	1	2	2	0	1	3	3	2	-1
X_2	1	1	2	3	0	3	-1	1	1	2
X_3	1	2	0	2	0	2	3	3	3	3
X_4	1	2	2	1	1	0	-1	1	1	1
X_5	1	-1	1	1	1	2	0	1	2	-1
X_6	1	2	1	1	0	0	2	3	2	-1
X_7	1	-2	2	1	-2	3	3	2	2	1
X_8	1	2	3	0	2	1	3	1	-2	-2
X_9	1	-2	2	-2	-3	-2	-1	0	-1	-1
X_{10}	1	-1	2	2	-2	1	-1	1	-1	-1

Sumber: Data Primer Penulis

Karena matriks masih besar, maka pereduksian dengan cara dominan masih dilakukan seperti berikut:

X_1 mendominasi X_{10}

X_2 mendominasi X_9

X_3 mendominasi X_1, X_6, X_7

X_4 mendominasi X_5

Sedangkan untuk Daihatsu Xenia (*minimizing player*) akan menghilangkan strategi yang memberinya kerugian besar. Nilai-nilai dominannya adalah sebagai berikut:

Y_1 mendominasi Y_8

Y_2 mendominasi Y_7

Y_3 mendominasi Y_4

Y_5 mendominasi Y_3

Y_6 mendominasi Y_2

Y_9 mendominasi Y_1

Sehingga matriks permainannya seperti berikut:

Tabel 14. Matriks Permainan Hasil Dominasi Kedua

	Y_5	Y_6	Y_9	Y_{10}
X_3	0	2	3	3
X_4	1	0	1	1
X_5	1	2	2	-1
X_8	2	1	-2	-2

Sumber: Data Primer Penulis

Dengan X adalah strategi pemasaran manufaktur Toyota Avanza

X_3= Fasilitas kemudahan pembayaran

X_4 = Fasilitas kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang

X_5 = Keringanan biaya operasional

X_8 = Harga jual kembali

Y adalah strategi pemasaran Daihatsu Xenia

Y_5 = Keringanan biaya operasional

Y_6 = Utilitas

Y_9 = Kenyamanan

Y_{10}= Desain interior dan eksterior

Apabila di tulis dalam bentuk matriks, maka terllihat seperti di bawah:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

Setelah menentukan nilai dominan, maka selanjutnya adalah menentukan strategi optimal tiap pemain dengan menggunakan metode aljabar matriks. Karena yang dibutuhkan adalah determinan, khususnya kofaktor dan adjoin matriks, maka terlebih dulu dicari nilai minor dan kofaktornya.

Minor-minornya adalah:

$M_{11} = -3$ $\quad M_{12} = -12$ $\quad M_{13} = -6$ $\quad M_{14} = -9$

$M_{21} = -21$ $\quad M_{22} = -18$ $\quad M_{23} = -9$ $\quad M_{24} = 3$

$M_{31} = 0$ $\quad M_{32} = 0$ $\quad M_{33} = 11$ $\quad M_{24} = 11$

$M_{41} = -6$ $\quad M_{42} = 9$ $\quad M_{43} = 10$ $\quad M_{44} = 4$

Kofaktornya adalah

$C_{11} = (-1)^{1+1} \cdot M_{11} = (-1)^2(-3) = -3$

$C_{12} = (-1)^{1+2} \cdot M_{12} = (-1)^3(-12) = 12$

$C_{13} = (-1)^{1+3} \cdot M_{13} = (-1)^4(-6) = -6$

$C_{14} = (-1)^{1+4} \cdot M_{14} = (-1)^5(-9) = 9$

$C_{21} = (-1)^{2+1} \cdot M_{21} = (-1)^3(-21) = 21$

$C_{22} = (-1)^{2+2} \cdot M_{22} = (-1)^4(-18) = -18$

$C_{23} = (-1)^{2+3} \cdot M_{23} = (-1)^5(-9) = 9$

$C_{24} = (-1)^{2+4} \cdot M_{24} = (-1)^6(3) = 3$

$C_{31} = (-1)^{3+1} \cdot M_{31}$
$= (-1)^{4}(0)$
$= 0$

$C_{32} = (-1)^{3+2} \cdot M_{32}$
$= (-1)^{5}(0)$
$= 0$

$C_{33} = (-1)^{3+3} \cdot M_{33}$
$= (-1)^{6}(11)$
$= 11$

$C_{34} = (-1)^{3+4} \cdot M_{34}$
$= (-1)^{7}(11)$
$= -11$

$C_{41} = (-1)^{4+1} \cdot M_{41}$
$= (-1)^{5}(-6)$
$= 6$

$C_{42} = (-1)^{4+2} \cdot M_{42}$
$= (-1)^{6}(9)$
$= 9$

$C_{43} = (-1)^{4+3} \cdot M_{43}$
$= (-1)^{7}(10)$
$= 10$

$C_{44} = (-1)^{4+4} \cdot M_{44}$
$= (-1)^{8}(4)$
$= 4$

Jadi, matriks kofaktornya adalah

$$B = \begin{bmatrix} -3 & 12 & -6 & 9 \\ 21 & -18 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 11 & -11 \\ 6 & 9 & 10 & 4 \end{bmatrix}$$

Sedangkan adjoinnya adalah

$$B^T = \begin{bmatrix} -3 & 21 & 0 & 6 \\ 12 & -18 & 0 & 9 \\ -6 & 9 & 11 & 10 \\ 9 & 3 & -11 & 4 \end{bmatrix}$$

Adapun strategi optimal masing-masing pemain adalah sebagai berikut:

a. Strategi Optimal Toyota Avanza

$$[x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_8] = \frac{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1][Adj\ A]}{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1][Adj\ A]\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$= \frac{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]\begin{bmatrix} -3 & 21 & 0 & 6 \\ 12 & -18 & 0 & 9 \\ -6 & 9 & 11 & 10 \\ 9 & 3 & -11 & 4 \end{bmatrix}}{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]\begin{bmatrix} -3 & 21 & 0 & 6 \\ 12 & -18 & 0 & 9 \\ -6 & 9 & 11 & 10 \\ 9 & 3 & -11 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$= \frac{[30 \quad 3 \quad 24 \quad 5]}{[30 \quad 3 \quad 24 \quad 5]\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$= \frac{[30 \quad 3 \quad 24 \quad 5]}{[62]}$$

Jadi, nilai strategi campuran optimal Toyota Avanza adalah:

$$x_3 = \frac{30}{62} = 0{,}4839 \qquad x_4 = \frac{3}{62} = 0{,}0484 \qquad x_5 = \frac{24}{62} = 0{,}3871 \qquad x_8 = \frac{5}{62} = 0.0806$$

b. Strategi optimal Daihatsu Xenia

$$[y_5 \quad y_6 \quad y_9 \quad y_{10}] = \frac{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1][Cof\ A]}{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1][Adj\ A]\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}}$$

$$= \frac{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]\begin{bmatrix}-3 & 12 & -6 & 9\\ 21 & -18 & 9 & 3\\ 0 & 0 & 11 & -11\\ 6 & 9 & 10 & 4\end{bmatrix}}{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]\begin{bmatrix}-3 & 21 & 0 & 6\\ 12 & -18 & 0 & 9\\ -6 & 9 & 11 & 10\\ 9 & 3 & -11 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}}$$

$$= \frac{[12 \quad 15 \quad 6 \quad 29]}{[30 \quad 3 \quad 24 \quad 5]\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}}$$

$$= \frac{[12 \quad 15 \quad 6 \quad 29]}{[62]}$$

Jadi, nilai strategi campuran optimal Daihatsu Xenia

$$y_5 = \frac{12}{62} = 0{,}1935 \qquad y_6 = \frac{15}{6} = 0{,}242 \qquad y_9 = \frac{6}{62} = 0{,}0968 \qquad y_{10} = \frac{29}{62} = 0{,}4677$$

c. Nilai Permainannya

$$V = \frac{Det(A)}{[1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]\, Adj(A) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$= \frac{33}{[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} -3 & 21 & 0 & 6 \\ 12 & -18 & 0 & 9 \\ -6 & 9 & 11 & 10 \\ 9 & 3 & -11 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$= \frac{33}{62}$$

$$= 0{,}5823$$

Jadi, nilai permainannya adalah $0{,}5823$.

3.3.3 Interpretasi Strategi Optimal

Perhitungan strategi-strategi campuran optimal di atas didapatkan bahwa langkah-langkah/ atribut yang digunakan oleh para pemain seperti dalam tabel berikut.

Tabel 15. Interpretasi Hasil Strategi Optimal Manufaktur Toyota Avanza

Atribut	Peluang strategi pemasaran
Fasilitas kemudahan pembayaran	0,4839
Fasilitas kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang	0,0848
Keringanan biaya operasional	0,3871
Harga jual kembali	0,0806

Sumber: Data Primer Penulis

Tabel 16. Interpretasi hasil strategi optimal Manufaktur Daihatsu Xenia

Atribut	Peluang strategi pemasaran
Keringanan biaya operasional	0,1935
Utilitas	0,242
Kenyamanan	0, 242
Desain interior dan eksterior	0,4677

Sumber: Data Primer Penulis

Pada tabel 15 dapat dilihat bahwa strategi pemasaran yang optimal untuk manufaktur Toyota Avanza adalah Fasilitas kemudahan pembayaran, fasilitas kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang, keringanan biaya operasional, dan harga jual kembali. Sedangkan strategi optimal untuk manufaktur Daihatsu Xenia dilihat dari tabel 16 adalah keringanan biaya operasional, utilitas, kenyamanan, dan desain interior dan eksterior.

3.4 Aplikasi Matriks dan Determinan dalam Teori Permainan Menurut Alquran

Perhitungan matriks permainan dengan menggunakan cara matematis, khususnya matriks dan determinan suatu matriks, dapat mengetahui strategi manakah yang optimal dari suatu perusahaan. Sehingga ketika telah mengetahui strategi yang optimal, maka dengan perilaku terpuji perusahaan tersebut dapat melakukan investasi yang prospektif. Investasi terbaik itu adalah jika ia ditujukan untuk menggapai ridha Allah, sehingga melahirkan sikap-sikap yang terpuji, tanpa ada praktik-praktik curang.

Dalam Alquran, perilaku yang terpuji sangat dihargai dan dinilai sebagai investasi yang sangat menguntungkan, karena hal ini akan mendatangkan kedamaian di dunia juga keselamatan di akhirat. Indikator perilaku seseorang itu telah dipaparkan dalam Alquran, dimana setiap orang beriman akan selalu meniru dan mengikuti jejak langkah Rasulullah dalam menjalani kehidupannya di dunia. Seperti bertolok ukur dengan perilaku Rasulullah dalam menjalankan bisnis.

Meski berada dalam kondisi bersaing, para pemain hendaknya tetap menggunakan akal sehat, seperti merumuskan cara berkoalisi yang bersih dari kecurangan. Perumusan koalisi ini berupa mengamati strategi-strategi yang digunakan oleh lawan mainnya dan menentukan strategi apa yang akan digunakan oleh para perusahaan satu untuk menandingi pangsa pasar perusahaan lain. Strategi-strategi perusahaan I terletak pada garis horizontal yakni membentuk baris dan untuk strategi pemain II terletak pada garis vertical atau kolom, sehingga membentuk matriks permainan.

Entri dari matriks permainan di dapat dari hasil pembayaran yang akan digunakan untuk menindak lanjuti rumusan koalisi dari tiap-tiap pemain. Penindaklanjutan ini berupa evaluasi strategi-strategi yang digunakan, apakah telah optimal atau belum optimal dalam menguntungkan perusahaannya dan mampu menyelamatkan perusahaannya dari kerugian. Dengan menggunakan konsep determinan matriks dan probabilitas dasar tiap strategi hitung, yang selanjutnya akan digunakan untuk mengetahui apakah dalam persaingan itu perusahaan satu lebih unggul dari perusahaan lainnya.

Dengan pikiran yang logis para pemain mengambil keputusan yang logis dan tepat untuk langkah selanjutnya bagi perusahaan berdasarkan evaluasi secara numerik seperti di atas. Hasil keputusan kemudian digunakan untuk merumuskan strategi pemasaran yang baru untuk kembali berkoalisi dengan para pemain yang lainnya demi meningkatkan pangsa pasar produk perusahaannya. Kegiatan bisnis yang mendasarkan perilakunya dengan akal sehat dan keputusan yang logis merupakan bisnis yang menguntungkan menurut Alquran, sehingga terciptalah hubungan yang harmonis dan persaingan yang sehat dalam interaksi ekonomi dan bisnis.

Penerapan matriks permainan untuk pengambilan keputusan dalam mensukseskan pemasara produk perusahaannya seperti di atas, hendaknya juga dalam merumuskan strategi-strategi pemasaran yang baru menempatkan praktik cara segmentasi pasar Rasulullah sebagai rujukan. Cara segmentasi Rasulullah meliputi:

a. segmentasi geografis, yaitu pengelompokan berdasarkan keluarga, kewarganegaraan dan kelas sosial.
b. segmentasi psikografi, yaitu mengelompokkan pasar dalam variable gaya hidup, nilai dan kepribadian.
c. segmentasi perilaku yaitu Rasulullah membagi kelompok dberdasarkan status pemakai, kejadian, tingkat penggunaan dan lain sebagainya.
d. segmentasi manfaat, yaitu menggolongkan pasar berdasarkan atribut (nilai) atau manfaat yang terkandung dalam suatu produk.

Dengan segmentasi pasar seperti di atas, Rasulullah memiliki pelanggan yang banyak dan loyal. Karena dengan kejeliannya beliau mampu menerapkan segmentasi pasar dengan tetap memperhatikan kemaslahatan bersama. Rasulullah mampu mempertahankan pelanggan lama dan menggaet pelanggan baru. Hal demikian perlu dicontoh oleh suatu perusahaan yang ingin kegiatan bisnisnya sukses seperti Rasulullah.

Setelah mengevaluasi dan merencanakan strategi pemasaran perusahaannya, maka hal ini belumlah dapat dimaksimalkan apabila belum ditunjang oleh SDM (sumber daya manusia). Dalam berbisnis perlu dibangun karakter bisnis yang Islami. Pembangunan karakter yang Islami dicontohkan juga oleh Rasulullah, seperti berperilaku baik, yakni berperilaku sopan dan baik hati dalam melakukan transaksi bisnis perdagangan, serta tidak bersikap tamak sehingga menghalalkan segala cara untuk memenuhi ambisinya.

Muhammad yang menjadi pedagang sejak usia muda mempunyai empat kiat sukses berbisnis. Yakni, sidiq (benar), amanah (dapat dipercaya), fathonah (cerdas, cerdik, memahami manajemen dan strategi bisnis), dan tabligh (kemampuan komunikasi dan meyakinkan relasi atau pembeli). Bila keempat sifat atau kiat ini ada pada seorang pebisnis, insya Allah dia akan berhasil. Ini merupakan karakter bisnis yang Islami. Namun, bisa pula diterapkan oleh siapa pun, sebab ajaran Islam itu bersifat universal.

Marketing digunakan untuk mendapatkan uang, sehingga kadangkala etika tidak lagi dipergunakan dalam berbisnis. Saling menjatuhkan, saling menjilat, saling menginjak hingga melakukan kebohongan seakan-akan disahkan dalam suatu strategi pemasaran. Komunikasi dalam promosi yang membesar-besarkan produk secara berlebihan yang sebenarnay tidak mencerminkan keadaan produk sebenarnya, sehingga menipu konsumen seringkali kita jumpai dalam segala bidang. Pergesaran pola pemasaran dari pola tradisional ke modern semakin mengecilkan etika dalam berbisnis. Yang dibutuhkan dalam menjalankan bisnis adalah ilmu dan konsep marketing yang jujur. Kenapa harus jujur? Perusahaan tentunya ingin mendapatkan hasil yang maksimal denga berdasarkan kekuatan loyalitas dari konsumennya. Karena pelanggan yang setia akan selalu menggunakan produknya Kesetiaan tercipta dari kepercayaan dan kepercayaan lahir dari hubungan yang baik yang didasari oleh sikap saling percaya. Saling percaya akan terbentuk apabila keduabelah pihak sama-sama jujur.

Nabi Muhammad SAW adalah manusia yang paling jujur dan paling dipercaya (*al-amin*). Apa yang telah beliau laksanakan dalam berdagang, sangatlah menarik untuk diperhatikan terlepas dari kapasitasnya sebagai seorang Nabi utusan Allah SWT, tetapi sebagai seorang pedagang. Marketing Muhammad adalah marketing yang dilakukan oleh Muhammad pada abad ke 7, dimana beliau menempatkan sikap jujur, ikhlas, profesionalisme, silahturahmi dan murah hati sebagai lima rumusan konsep dalam berdagang yang dilakukan oleh beliau. Kejujuran yang diikuti konsep ikhlas akan membentuk seorang *marketer* atau sebuah perusahaan tidak lagi memandang materi sebagai tujuan utama. Tetapi lebih terbuka kepada keberhasilan/ keuntungan baik secara materi maupun nonmateri bahkan terhadap suatu kegagalan. Kedua konsep tersebut dibingkai oleh sikap Profesionalisme sehinga sorang marketer/ perusahaan akan memaksimalkan suatu pekerjaan atau dalam menghadapi masalah, tidak mudah menyerah maupun menjadi pengecut bila mendapatkan resiko. Silahturahmi, adalah konsep ke-empat yang menjembatani antar manusia dengan manusia baik bukan saja antar penjual dan pendagang bahkan dengan kompetitor sekalipun. Konsep terakhir adalah konsep murah hati, konsep ini menjadikan contoh dari Muhammad dalam menjual dan membeli sehingga akan menimbulkan *respect to people* sehingga akan melanggengkan setiap usaha yang akan kita lakukan.

Untuk itu bisnis dalam Islam disamping harus dilakukan dengan cara profesional yang melibatkan ketelitian dan kecermatan dalam proses manajemen dan administrasi agar terhindar dari kerugian, ia juga harus terbebas dari unsur-unsur penipuan (*gharar*), kebohongan, *riba* dan praktik-praktik lain yang dilarang oleh *syariah*. Karena pada dasarnya aktivitas bisnis tidak hanya dilakukan antar sesama manusia tetapi juga dilakukan antara manusia dengan Allah. Dalam konteks inilah Alquran menawarkan keuntungan dengan suatu bisnis yang tidak pernah mengenal kerugian yang oleh Alquran diistilahkan dengan *"tijaratan lan tabura"*. Karena walaupun seandainya secara material pelaku bisnis Muslim merugi, tetapi pada hakikatnya ia tetap beruntung karena mendapatkan pahala atas komitmennya dalam menjalankan bisnis yang sesuai dengan *syariah*.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab III, maka didapatkan beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Adapun langkah-langkah aplikasi matriks dalam teori permainan untuk mendapatkan rumus aljabar matriks adalah sebagai berikut:
   a. Menuliskan model pemrograman linier dalam bentuk pertidaksamaan.
   b. Model pemrograman linier distandarkan dengan menambahkan variabel-variabel buatan.
   c. Model pemrograman linier yang standar dinotasikan dalam bentuk matriks.
   d. Mentransformasikan teori permainan dengan ke dalam model pemrograman linier.
   e. Mencari solusi model pemrograman linier dengan menggunakan solusi suatu persamaan linier.
   f. Dengan solusi persamaan linier, model pemrograman linier dalam bentuk matriks diuraikan dengan konsep matriks dan determinan, yang mengacu pada model pemrograman linier teori permainan, sehingga di dapatkan rumus aljabar matriks untuk teori permainan. Adapun rumus untuk pemain I adalah

$$[x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n] = \frac{[1 \quad 1 \quad \dots \quad 1][Adj\ A]}{[1 \quad 1 \quad \dots \quad 1][Adj\ A]\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}}$$

Sedangkan untuk pemain II adalah

$$[y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_n] = \frac{[1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]\ Cof(A)}{[1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]\ Adj(A)\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}}$$

2. Strategi pemasaran dihitung probabilitasnya dengan rumus di atas, sehingga didapatkan:

   Untuk manufaktur Toyota Avanza:

   $x_3 = 0{,}4839$ artinya tingkat probabilitas keoptimalan strategi kemudahan pembayaran yang digunakan manufaktur Toyota Avanza adalah 0,4839.

   $x_4 = 0{,}0484$ artinya tingkat probabilitas keoptimalan strategi kemudahan pemeliharaan dan perolehan suku cadang yang digunakan manufaktur Toyota Avanza adalah 0,0484.

   $x_5 = 0{,}3871$ artinya tingkat probabilitas keoptimalan strategi keringanan biaya operasional yang digunakan manufaktur Toyota Avanza adalah 0,3871.

   $x_8 = 0.0806$ artinya tingkat probabilitas keoptimalan strategi harga jual kembali yang digunakan manufaktur Toyota Avanza adalah 0,0806.

   Untuk manufaktur Daihatsu Xenia:

$y_5 = 0{,}1935$ artinya tingkat probabilitas keoptimalan strategi keringanan biaya operasional manufaktur Daihatsu Xenia adalah 0,1935.

$y_6 = 0{,}242$ arinya tingkat probabilitas keoptimalan strategi utilitas manufaktur Daihatsu Xenia adalah 0,242.

$y_9 = 0{,}0968$ artinya tingkat probabilitas keoptimalan strategi kenyamanan yang digunakan manufaktur Daihatsu Xenia adalah 0,0968.

$y_{10} = 0{,}4677$ artinya tingkat probabilitas keoptimalan strategi desain interior dan eksterior yang digunakan oleh manufaktur Daihatsu Xenia adalah 0,4677.

Karena nilai permainan adalah positif, yakni $0{,}5823$, maka permainan dimenangkan oleh pemain I (X) yaitu manufaktur Toyota Avanza.

4.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, maka penulis menyarankan kepada pembaca yang tertarik melakukan penelitian pada bidang dan obyek yang sama untuk meneliti lebih dalam bidang aljabar pada teori permainan, misalnya tentang ditentukannya penggunaan maksimin baris dan minimaks kolom pada matriks permainan, dan mengapa harus menggunakan determinan, minor, kofaktor dan adjoin suatu matriks.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. 2000. *Elementary Linear Algebra*. Terjemahan Hari Suminto. Batam: Interaksara

Anton, H dan Rorres, C. 2004. *Elementary Linear Algebra*. Terjemahan Revina Indriasari. Jakarta: Erlangga

Bronson, R. 1988. *Theory and problems of Operation Research*. Terjemahan Hans J Wospakrik. Jakarta: Erlangga

Cannon, Joseph P. 2008. *Pemasaran Dasar*. Jakarta: Salemba Empat

Cullen, Charles G. 1993. *Linear Algebra with Application*. Terjemahan Bambang Sumantri. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama

Djakfar, M. 2008. *Etika Bisnis Islami Tataran Teoritis dan Praksis*. Malang: UIN Malang Press

Dumairy. 2003. *Matematika Terapan Untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: BPFE

Gazali, W. 2005. *Matriks dan Transformasi Linear*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Gere, James M dan Weaver, W. 1987. *Matriks Algebra for engineers*. Terjemahan G Tejo Sutikno. Jakarta: Erlangga

Kotler, Philip dan Armstrong, Gary. 2001. *Principles of Marketing*. Terjemahan Damos Sihombing. Jakarta: Prenhallindo

Leon, Steven J. 2001. *Linear Algebra with Application*. Terjemahan Alif Bondan. Jakarta: Erlangga

Siswanto. 2007. *Operation Research*. Jakarta: Erlangga

Suyanto, M. 2010. *Strategi Bisnis Rasulullah.* Hal 1-3

Shihab, M Quraisy. 2002. *Tafsir Al-Misbah*. Jakarta: Lentera Hati

Tjiptono, Fandy. 1997. *Strategi Pemasaran*. Yogyakarta: ANDI Jogyakarta

Weber, jean E. 1999. *Analisis Matematika*. Jakarta: Gelora Aksara Pratama

Wiryodirdjo, Budisontoso. 2007. *Pendekatan Teori Permainan Dalam Analisis* Persaingan *Oligopoli Pada Industri Automotif.* 4: 281

Zulfikarijah, Fien. 2004. *Operation Research*. Malang: Bayumedia Publising

LAMPIRAN

Tabel 12. Matriks Permainan antara Manufaktur Toyota Avanza dan Daihatsu Xenia

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	Minimal Baris	Maksimaks
X_1	1	1	2	2	0	1	3	3	2	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
X_2	1	1	2	3	0	3	-1	1	1	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	
X_3	1	2	0	2	0	2	3	3	3	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
X_4	1	2	2	1	1	0	-1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	
X_5	1	-1	1	1	1	2	0	1	2	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	
X_6	1	2	1	1	0	0	2	3	2	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	
X_7	1	-2	2	1	-2	3	3	2	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-2	
X_8	1	2	3	0	2	1	3	1	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-2	
X_9	1	-2	2	-2	-3	-2	-1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-3	
X_{10}	1	-1	2	2	-2	1	-1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	
S_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
S_2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
S_3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
S_4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
S_5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
S_6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
S_7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
S_8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
S_9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
S_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
Maksimal Kolom	1	2	3	3	1	3	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
Minimaks	1																					

Sumber: Data Primer Penulis