MULTIPLISITAS SIKEL PADA GRAF KOMPLIT K_n DAN GRAF TOTAL PADA GRAF KIPAS F_n DAN GRAF RODA W_n

SKRIPSI

oleh:
MUSLIHATIN
NIM. 07610037

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

MULTIPLISITAS SIKEL PADA GRAF KOMPLIT K_n DAN GRAF TOTAL PADA GRAF KIPAS F_n DAN GRAF RODA W_n

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

oleh:
MUSLIHATIN
NIM. 07610037

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

MULTIPLISITAS SIKEL PADA GRAF KOMPLIT K_n DAN GRAF TOTAL PADA GRAF KIPAS F_n DAN GRAF RODA W_n

SKRIPSI

oleh:
MUSLIHATIN
NIM. 07610037

Telah Diperiksa dan Disetujui Untuk Diuji
Tanggal, 16 Juli 2011

Pembimbing I	Pembimbing II
Abdussakir, M. Pd	Dr. H. Ahmad Barizi, M.A
NIP. 19751006 200312 1 001	NIP. 19731212 199803 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M. Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

MULTIPLISITAS SIKEL PADA GRAF KOMPLIT K_n DAN GRAF TOTAL PADA GRAF KIPAS F_n DAN GRAF RODA W_n

SKRIPSI

oleh:
MUSLIHATIN
NIM. 07610037

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 21 Juli 2011

Penguji Utama:	Usman Pagalay, M.Si NIP. 19650414 200312 1 001	....
Ketua Penguji:	Sri Harini, M. Si NIP. 19731010 200112 2 001	....
Sekretaris Penguji:	Abdussakir, M. Pd NIP. 19751006 200312 1 001	....
Anggota Penguji:	Dr. H. Ahmad Barizi, M.A NIP. 19731212 199803 1 001	....

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M. Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Muslihatin

NIM : 07610037

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 15 Juli 2011

Yang menyatakan,

Muslihatin
NIM. 07610037

MOTTO

HASIL YANG BAIK

TIDAK DIPEROLEH DENGAN CARA TERBURU-BURU

HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya tulis ini penulis persembahkan kepada:

Ayah Mustafa dan Ibu Sukarti tercinta, yang selalu mendukung dan selalu ada.

Adik tercinta, yang selalu menjadi inspirasi.

Nenek tercinta, yang selalu mendukung dan mendoakan.

Saudara-saudara tercinta, yang selalu mengingatkan .

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan ma'unah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus menyelesaikan penulisan skripsi ini dengan baik. Shalawat serta Salam semoga tetap terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah mengajarkan kita pada Iman, Islam dan Ihsan .

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak akan selesai dengan baik tanpa adanya bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU, D. Sc selaku Dekan Fakulas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd Selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus Dosen Pembimbing I, atas bimbingan, dan kesabarannya sehingga penulisan skripsi ini dapat diselesaikan.
4. Dr. H. Ahmad Barizi, M.A selaku Dosen Pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan dan bantuan kepada kami sehingga penulisan skripsi ini dapat diselesaikan.

5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
6. Seluruh keluarga tercinta, ayah, ibu, adik, adik ipar dan keponakan yang senantiasa memberikan motivasi dan kasih sayangnya serta doanya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Teman-teman senasib seperjuangan mahasiswa matematika angkatan 2007 yang telah memberikan bantuan, motivasi, dan rasa kebersamaan yang terindah yang telah terukir selama masa perkuliahan.
8. Teman-teman kos Wisma Asri yang telah memeberikan bantuan do'a, motivasi dan rasa kebersamaan.
9. Semua pihak yang telah berjasa dalam penulisan skripsi ini

Semoga Allah SWT membalas semua amal kebaikan yang telah mereka berikan kepada kami dan semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan menambah khazanah keilmuan, Amin.

Malang, Juli 2011

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

$CM(G)$	Multiplisitas Sikel dari Graf G
F_n	Graf Kipas
K_n	Graf Komplit
$T(G)$	Graf Total dari Graf G
W_n	Graf Roda
$\llbracket \quad \rrbracket$	Bilangan Bulat Terbesar
$\|A\|$	Cardinalitas dari A

ABSTRAK

Muslihatin. 2011. *Multiplisitas Sikel pada Graf Komplit K_n dan Graf Total pada Graf Kipas F_n dan Graf Roda W_n*. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: 1. Abdussakir, M.Pd
2. Dr. H. Ahmad Barizi, M.A

Kata Kunci: multiplisitas sikel, graf total, graf komplit, graf kipas, graf roda.

Teori-teori baru yang berkenaan dengan teori graf terus bermunculan dan berkembang. Teorema yang baru ditemukan adalah berkenaan dengan *cycle multiplicity* dari graf total pada $C_n, P_n,$ dan $K_{1,n}$. Hal ini dibahas oleh M.M. Akbar Ali dan S. Panayappan dalam *International Journal of Engineering, Science and technology 2010*. Oleh karena itu, penulisan skripsi ini ditujukan untuk mengembangkan pembahasan Multiplisitas Sikel *pada graf komplit K_n dan graf total pada graf kipas F_n dan graf roda W_n*.

Graf total dari G yang dinotasikan dengan $T(G)$ didefinisikan sebagai himpunan titik di $T(G)$ adalah $\big(V(G) \cup E(G)\big)$ dan dua titik x,y di $T(G)$ adalah adjacent jika memenuhi salah satu kasus yaitu: i) titik x, y di dalam $V(G)$ dan x *adjacent* dengan y dalam G, ii) x, y terdapat dalam $E(G)$ dan x, y *adjacent* dalam G iii)x dalam $V(G)$, dan y dalam $E(G)$, dan x,y *incident* dalam G. $CM(G)$ merupakan notasi dari *Multiplisitas Sikel* yang didefinisikan dengan banyaknya sikel yang disjoin sisi di graf G.

Dengan menggambarkan graf totalnya, akan lebih mudah dicari Multiplisitas Sikel dari graf tersebut. Setelah ditemukan pola dari Multiplisitas Sikel, akan dilanjutkan dengan menformulasikannya dalam bentuk teorema.

Hasil dari penelitian ini adalah $CM[K_n] = \left\llbracket \frac{n^2-n}{6} \right\rrbracket$ untuk n ganjil, $CM[K_n] = \left\llbracket \frac{n^2-2n}{6} \right\rrbracket$ untuk n genap, $CM[T(F_n)] = \left\llbracket \frac{n^2+17n-18}{6} \right\rrbracket$ untuk n ganjil, $CM[T(F_n)] = \left\llbracket \frac{n^2+16n-18}{6} \right\rrbracket$ untuk n genap, $CM[T(W_n)] = \left\llbracket \frac{n^2+17n}{6} \right\rrbracket$ untuk n ganjil, $CM[T(W_n)] = \left\llbracket \frac{n^2+16n}{6} \right\rrbracket$ untuk n genap. Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan menjelaskan Multiplisitas Sikel dari graf total pada graf yang berbeda.

ABSTRACT

Muslihatin. 2011. *Cycle Multiplicity of Graph Komplit K_n and Total Graph of Graph Fan F_n and Graph Wheel W_n*. Thesis. Mathematics Department Faculty of Science and Technology The State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang.

Advisor: 1. Abdussakir, M.Pd

2. Dr. H. Ahmad Barizi, M.A

Key Words: *cycle multiplicity, total graph, graph komplit, graph fan, graph wheels*

Many new theories of graphs continued to be developed. And the last is about cycle multiplicity of total graph of C_n, P_n and $K_{1,n}$. This case is discussed by M.M. Akbar Ali and S. Panayappan in *International Journal Of Engineering, Science and Technology 2010*. So that, this thesis explains the *Cycle Multiplicity of Graph Komplit K_n and Total Graph of Graph Fan F_n and Graph Wheel W_n.*

The total graph of G, denoted by $T(G)$ is defined as follows. The vertex set of $T(G)$ is $\left(V(G) \cup E(G)\right)$. Two vertices x,y in the vertex set of $T(G)$ are adjacent in $T(G)$ in case one of the followed holds: i) x, y are in $V(G)$ and x is adjacent to y in G. (ii) $x, y$are in $E(G)$ and $x, y$are adjacent in G. (iii) x is in $V(G)$, y is in $E(G)$ and x, y are incident in G. While cycle multiplicity of total graph G is the maximum number of line disjoint in G.

By drawing the graph, it will be found the cycle multiplicity of the total graph. Then formulated the theorem about it from the form of cycle multiplicity of the total graph.

The result of this research is $CM[K_n] = \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$ if n is odd, $CM[K_n] = \left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right]$ if n is even, $CM[T(F_n)] = \left[\!\left[\frac{n^2+17n-18}{6}\right]\!\right]$ if n is odd, $CM[T(F_n)] = \left[\!\left[\frac{n^2+16n-18}{6}\right]\!\right]$ if n is even, $CM[T(W_n)] = \left[\!\left[\frac{n^2+17n}{6}\right]\!\right]$ if n is odd, $CM[T(W_n)] = \left[\!\left[\frac{n^2+16n}{6}\right]\!\right]$ if n is even. This research can be continued for cycle multiplicity of the total graph of another graph.s

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika dikenal sebagai *Mother of Science*, karena matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang mempunyai banyak kelebihan dibandingkan dengan cabang-cabang ilmu lainnya. Selain itu matematika juga mempunyai banyak manfaat, karena banyak sekali permasalahan dalam kehidupan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep-konsep atau rumus-rumus matematika. Dengan berkembangnya zaman dan kemajuan teknologi, maka matematika ikut pula berkembang. Diantara banyaknya bagian matematika yang terus berkembang, yang menarik untuk dikaji lebih lanjut adalah teori graf.

Secara umum graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik (*vertex*), dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi (*edge*) (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Merenungkan tentang pentingnya menjaga hubungan silaturrahmi, karena kita tahu bahwa Islam adalah agama yang mencintai perdamaian dan membenci perselisihan. Sebagaimana di dalam Al-Qur’an surat Al-Hujarat 49:13 yang berbunyi:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ إِنَّا خَلَقۡنَٰكُم مِّن ذَكَرٖ وَأُنثَىٰ وَجَعَلۡنَٰكُمۡ شُعُوبٗا وَقَبَآئِلَ لِتَعَارَفُوٓاْۚ إِنَّ

أَكۡرَمَكُمۡ عِندَ ٱللَّهِ أَتۡقَىٰكُمۡۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٞ ١٣

Artinya: *Hai manusia, Sesungguhnya sKami menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan dan menjadikan kamu berbangsa - bangsa dan bersuku-suku supaya kamu saling kenal-mengenal. Sesungguhnya orang yang paling mulia diantara kamu disisi Allah ialah orang yang paling taqwa diantara kamu. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui lagi Maha Mengenal.*

Ayat di atas adalah ayat yang memberikan dasar yang kokoh untuk mencapai perdamaian dunia. Dan kabarnya ayat ini dipajang di salah satu ruangan gedung Perserikatan Bangsa-Bangsa di New York. Manusia diciptakan Tuhan berbangsa-bangsa dan bersuku-suku bukanlah untuk berperang dan saling membunuh, tetapi untuk hidup rukun damai bersaudara. Jika ayat di atas dijadikan pedoman dalam hidup manusia, niscaya dunia akan damai dan tentram.

Pada hakekatnya, seluruh yang ada pada alam semesta memuat konsep-konsep yang ada pada metematika. Allah menciptakan alam semesta beserta isinya dengan ukuran yang cermat dan teliti. Penciptaan bumi, bulan dan seisi galaksi tentunya sudah dengan perhitungan yang sangat matang. Hal ini dapat dilihat dari tersusunnya benda-benda tersebut dengan rapi menurut orbitnya sehingga tidak saling bertabrakan. Semua yang ada di alam ini ada hitungannya, ada rumus atau teoremanya. Dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang. Allah berfirman dalam surat Al-Qamar 54: 49 sebagai berikut:

إِنَّا كُلَّ شَيۡءٍ خَلَقۡنَٰهُ بِقَدَرٖ ٤٩

Artinya: "*Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran*".

Maka tidaklah salah jika dikatakan bahwa Allah adalah Maha matematis (Abdussakir, 2007: 79-80). Alam semesta menyimpan atau mengandung semua ukuran-ukuran, dan perhitungan-perhitungan. Para matematikawan tidaklah menciptakan suatu rumus, tetapi mereka hanya menemukannya.

Menurut catatan sejarah, teori Graf pertama kali dikenalkan oleh Leonhard Euler, dia mempresentasikan jembatan Konigsbreg dan menyelesaikan permasalahan jembatan tersebut. Konigsbreg adalah sebuah kota di sebelah timur Prussia (Jerman sekarang) dimana terdapat sungai Pregel dan merupakan tempat tinggal Duke of Prussia pada abad ke-16 (1736). Kota itu sekarang bernama Kaliningrat dan merupakan pusat ekonomi dan industri utama di Rusia Barat. Sungai pregel membagi kota menjadi 4 daratan dengan mengalir mengitari pulau Kneiphof, dan bercabang menjadi 2 anak sungai. Kemudian pada abad ke-18 dibangun 7 jembatan yang menghubungkan 4 daratan tersebut. Sehingga ada beberapa masyarakat yang berfikir tentang kemungkinan melalui jembatan yang sama dari suatu daratan hingga kembali ke tempat semula. Ketika itu Euler menggunakan teori graf dalam menyelesaikan masalah jembatan ini, dimana daratan menjadi titik dan jembatan sebagai sisi. Dengan Graf, Euler menemukan jawaban bahwa tidak mungkin melalui ketujuh jembatan masing-masing sekali dari suatu daratan hingga kembali ke tempat semula. Karena tidak semua titik berderajat genap yaitu pada titik B, C, dan D mempunyai 3 titik dan A mempunyai 5 titik.

Sejak mempresentasikan masalah jembatan konigsbreg ke dalam graf, hingga sekarang teori graf terus berkembang. Meskipun masalah graf telah banyak diteliti atau diselidiki oleh para ahli matematika, tetapi penelitian tentang multiplisitas sikel dari suatu graf belum banyak dilakukan orang, begitu juga multiplisitas sikel dari graf total tertentu. Multiplisitas sikel dari sebuah graf G adalah banyaknya sikel yang disjoin sisi di graf G yang dinotasikan dengan $CM(G)$. Sedangkan Graf total dari G yang dinotasikan dengan $T(G)$ didefinisikan sebagai himpunan titik di $T(G)$ adalah $(V(G) \cup E(G))$ dan dua titik x,y di $T(G)$ adalah *adjacent* di $T(G)$ jika memenuhi salah satu kasus berikut: i) x,y di $V(G)$ dan x *adjacent* dengan y dalam G, ii) x,y di $E(G)$ dan x,y *adjacent* dalam G iii) x dalam $V(G)$, dan y dalam $E(G)$, dan x,y *incident* dalam G (Ali dan Panayappan, 2010:1).

Simoes (1972) telah memberikan catatan dan batasan-batasan tentang multiplisitas sikel dari graf garis dan graf total. Kemudian, Ali dan Panayappan (2010) mengembangkan topik graf tentang multiplisitas sikel dari graf total C_n, P_n dan $K_{1,n}$. Meskipun, topik graf tentang multiplisitas sikel sudah terdapat beberapa para ahli matematika yang menyelidiki, tetapi tidak begitu banyak. Sehingga, wajar apabila buku-buku atau jurnal-jurnal yang membahas materi tentang multiplisitas sikel pun jarang ditemui dan bahkan hampir tidak ada buku yang membahas topik tersebut.

Sedikitnya penjelasan tentang multiplisitas sikel, membuat penulis tertarik untuk mengkaji lebih jauh tentang multiplisitas sikel. Dalam jurnal tersebut Ali dan Panayappan hanya membahas *cycle multiplicity of total graph of* C_n, P_n, *and* $K_{1,n}$ (*multiplisitas sikel* dari graf total pada $C_n, P_n, and\ K_{1,n}$). Hal ini memerlukan pengembangan lebih lanjut, mengingat banyaknya jenis-jenis graf bersikel yang merupakan pengembangan dari graf $C_n, P_n, and\ K_{1,n}$. Seperti graf kipas F_n yang merupakan hasil penjumlahan antara graf lintasan P_n dan K_1, graf roda yang merupakan hasil penjumlahan dari graf sikel dan K_1.

Berdasarkan uraian di atas maka penulis sangat tertarik untuk membahas atau mengkaji lebih lanjut dengan mengambil graf yang berkaitan dengan graf sikel yaitu graf roda, graf kipas, dan graf komplit. Dengan mengangkat judul penelitian ***"Multiplisitas Sikel Pada Graf Komplit K_n Dan Graf Total Pada Graf Kipas F_n Dan Graf Roda W_n".***

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjelasan pada latar belakang masalah di atas, maka dapat ditarik rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana rumus umum dari multiplisitas sikel pada graf komplit K_n?
2. Bagaimana rumus umum dari multiplisitas sikel dari graf total pada graf kipas F_n?
3. Bagaimana rumus umum dari multiplisitas sikel dari graf total pada graf roda W_n?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, maka tujuan masalah pada penelitian adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui rumus umum dari multiplisitas sikel pada graf komplit K_n.
2. Untuk mengetahui rumus umum dari multiplisitas sikel dari graf total pada Graf Kipas F_n.
3. Untuk mengetahui rumus umum dari multiplisitas sikel dari graf total pada Graf Roda W_n.

1.4 Manfaat Penulisan

Adapun manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Secara Teoritis,

   Penelitian ini harapkan dapat memberikan konstribusi terhadap pengembangan khasanah keilmuan bidang ilmu matematika tentang graf, khususnya pada topik multiplisitas sikel pada graf komplit K_n dan graf total pada Graf Roda W_n dan Graf Kipas F_n.

2. Secara Praktis,

   Penelitian ini diharapkan dapat memberikan pemahaman sebagai wawasan baru secara menyeluruh khususnya peneliti sendiri, sebagai tambahan literatur terkait topik graf tentang multiplisitas sikel dari graf total.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam skripsi ini adalah metode penelitian pustaka (*Library research*), yaitu dengan mengumpulkan data dan informasi dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, atau makalah-makalah. Penelitian dilakukan dengan melakukan kajian terhadap buku-buku teori graf, jurnal-jurnal atau makalah-makalah yang memuat topik tentang multiplisitas sikel dari graf total. Langkah selanjutnya adalah menentukan rumus umum multiplisitas sikel pada graf komplit K_n dan graf total pada graf kipas F_n dan graf roda W_n.

Adapun langkah-langkah yang digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Merumuskan masalah

b. Sebelum penelitian dilakukan, terlebih dahulu dilakukan penyusunan rencana penelitian dari masalah multiplisitas sikel.

c. Mengumpulkan data

   Mengumpulkan data dari literatur yang mendukung baik yang bersumber dari buku, jurnal, artikel, skripsi, dan sumber lainnya yang berhubungan dengan permasalahan yang diangkat.

d. Menganalisis data

   Langkah-langkah yang digunakan dalam menganalisis data dalam penelitian ini adalah:

   1) Menggambar graf komplit dan mencari multiplisitas sikelnya dan menggambar graf total dari graf kipas dan graf roda dan mencari multiplisitas sikel dari graf total tersebut
   2) Mencari pola dari multiplisitas sikel dan merumuskan teorema dari pola yang ditemukan dan membuktikannya
   3) Membuat kesimpulan
   4) Melaporkan

1.6 Sistematika Penulisan

Agar pelaporan penelitian ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan meliputi: latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain berisi tentang dasar-dasar teori sebagai acuan dalam penulisan skripsi ini, antara lain teori mengenai mengenal Graf, yang berisi tentang pengertian graf, adjacent dan incident graf, derajat titik graf, graf-graf khusus; Graf Komplit K_n, yang berisi tentang definisi dan contoh graf Komplit K_n; Graf Roda W_n, yang berisi tentang definisi dan contoh graf Roda W_n; Graf Kipas F_n, yang berisi tentang definisi dan contoh graf Kipas F_n; Graf Total ($T(G)$), yang berisi tentang definisi dan contoh graf total; multiplisitas sikel yang berisi definisi dan contoh multiplisitas sikel dari suatu graf.

BAB III PEMBAHASAN

Pembahasan berisi tentang penentuan multiplisitas sikel pada graf komplit K_n dan graf total pada Graf Kipas F_n dan Graf Roda W_n. Kemudian, penentuan pola tertentunya yang dilanjutkan dengan pembuatan konjektur hingga menjadi teorema yang disertai bukti-bukti.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini disajikan kesimpulan dan saran.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Kajian Teori Graf Dalam Al-Qur'an

Teori graf adalah salah satu cabang ilmu matematika, dimana dalam teori graf terdapat pasangan himpunan yang memuat elemen-elemen titik dan pasangan tak terurut dari titik yang disebut sisi, dimana himpunan titiknya merupakan himpunan tak kosong dan sisinya mungkin kosong. Sehingga bila suatu titik dihubungkan dengan titik yang lain dengan penghubungnya merupakan suatu sisi maka disebut *adjacent*.

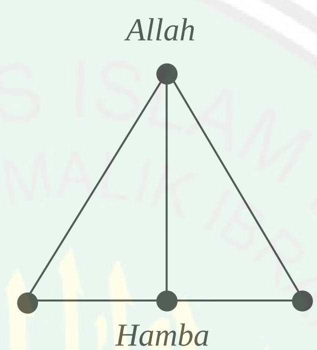
Jika dikaitkan dengan kehidupan nyata hubungan antara titik dan sisi dalam teori graf adalah hubungan Tuhan dengan para hambanya dan juga hubungan hamba dengan sesama hamba Allah, *Hablun min Allah wa Hablun min An-Nas*. Sehingga dengan demikian, hal ini menunjukan bahwa ada hubungan antara satu titik dengan titik lainnya.

Hal ini dikuatkan dengan firman Allah pada surat Al-Hujarat 49: 10.

إِنَّمَا ٱلۡمُؤۡمِنُونَ إِخۡوَةٞ فَأَصۡلِحُواْ بَيۡنَ أَخَوَيۡكُمۡۚ وَٱتَّقُواْ ٱللَّهَ لَعَلَّكُمۡ تُرۡحَمُونَ ١٠

Artinya : *orang-orang beriman itu Sesungguhnya bersaudara. sebab itu damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat.*

Sehingga dengan demikian, hal ini menunjukan adanya suatu hubungan atau keterkaitan antara titik yang satu dengan yang lainnya. Jika dikaitkan dengan hubungan nyata, maka banyaknya titik yang terhubung dalam suatu graf dapat diasumsikan sebagai banyaknya kejadian tertentu, yang selanjutnya kejadian-kejadian tersebut memiliki keterkaitan dengan titik lainnya yang merupakan kejadian sesudahnya. Jika digambarkan dalam teori graf hubungan antara Tuhan dan hambanya sebagai berikut.



Gambar 2.1 Representasi Hubungan Makhluk dengan Allah SWT

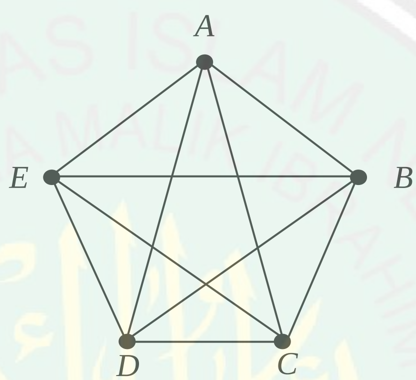
Selain itu adalah hubungan antara manusia satu dengan manusia lainnya misalnya dalam sebuah proses persahabatan, dimana manusia sebagai himpunan titik dan hubungan silaturrami sebagai sisinya. Jika kita ingin mempunyai banyak teman dalam hidup maka kita harus menjalin hubungan silaturrahim dengan orang lain atau *adjacent*, yaitu istilah dalam teori graf yang berarti terhubung langsung. Di dalam ajaran agama Islam kita wajib menjaga hubungan silaturrahim dengan sesama manusia. Menjalin hubungan dengan sesama manusia diperintahkan oleh Allah sebagaimana dalam Al-Qur’an surat Ar-Ra’d 13: 21.

وَٱلَّذِينَ يَصِلُونَ مَآ أَمَرَ ٱللَّهُ بِهِۦٓ أَن يُوصَلَ وَيَخۡشَوۡنَ رَبَّهُمۡ وَيَخَافُونَ سُوٓءَ ٱلۡحِسَابِ

٢١

Artinya : "dan orang-orang yang menghubungkan apa-apa yang Allah perintahkan supaya dihubungkan, dan mereka takut kepada Tuhannya dan takut kepada hisab yang buruk".

Kata dihubungkan dalam ayat di atas adalah mengadakan hubungan silaturrahim dan tali persaudaraan. Jika digambarkan dalam teori graf hubungan silaturrahim antara manusia satu dengan lainnya, seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 2.2 Representasi Hubungan Manusia Satu dengan Lainnya

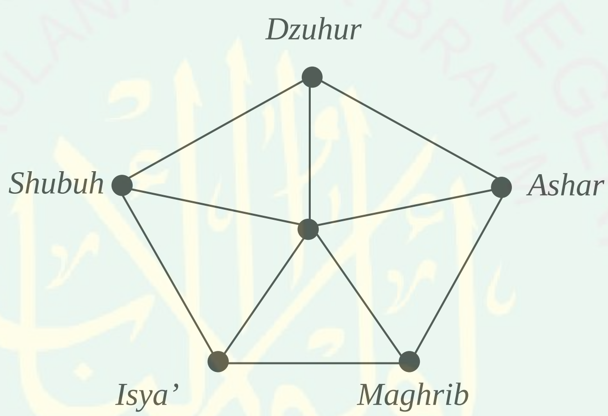
Gambar di atas terdapat lima titik yang saling *adjacent*, hal ini menunjukan bahwa sesama manusia wajib menjaga atau menjalin hubungan silaturrahim tanpa mengenal waktu, usia, jenis kelamin, bangsa, suku dan jarak. Hubungan lima manusia pada gambar diwakilkan oleh huruf *A*,*B*,*C*,*D* dan *E*.

Reprensentasi graf selain hubungan silaturrahim ialah shalat lima waktu. Dimana kita tahu bahwa shalat mempunyai kedudukan yang amat penting di dalam agama Islam. Ibadah shalat ini harus dikerjakan tepat waktu sesuai dengan waktu yang telah ditentukan. Shalat dalam sehari dilakukan lima kali berurutan dan waktunya tidak saling berbenturan dengan waktu shalat yang lainnya. Firman Allah yang berhubungan dengan shalat adalah surat An-Nisa' 4: 103.

فَإِذَا قَضَيۡتُمُ ٱلصَّلَوٰةَ فَٱذۡكُرُواْ ٱللَّهَ قِيَٰمٗا وَقُعُودٗا وَعَلَىٰ جُنُوبِكُمۡۚ فَإِذَا ٱطۡمَأۡنَنتُمۡ
فَأَقِيمُواْ ٱلصَّلَوٰةَۚ إِنَّ ٱلصَّلَوٰةَ كَانَتۡ عَلَى ٱلۡمُؤۡمِنِينَ كِتَٰبٗا مَّوۡقُوتٗا ١٠٣

Artinya : *Maka apabila kamu telah menyelesaikan shalat(mu), ingatlah Allah di waktu berdiri, di waktu duduk dan di waktu berbaring. kemudian apabila kamu telah merasa aman, Maka dirikanlah shalat itu (sebagaimana biasa). Sesungguhnya shalat itu adalah fardhu yang ditentukan waktunya atas orang-orang yang beriman.*

Jika digambarkan dalam teori graf shalat lima waktu seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 2.3 Representasi Graf Terhadap Sholat Lima Waktu

Gambar representasi waktu shalat di atas terdiri dari enam titik dan sepuluh sisi, dan bisa juga disebut graf roda. Pada gambar di atas terlihat bahwa kelima waktu shalat tersebut saling mengikat dan terfokus pada satu titik tengah, dengan kata lain bahwa setiap kita shalat hanya satu yang kita tuju yaitu ka'bah dan dalam mengerjakan shalat tidak boleh bertukar dengan waktu shalat lainnya karena tiap-tiap shalat sudah ditentukan waktunya.

Selain itu dalam ilmu matematika kita mengenal konsep serta rumus yang dihasilkan digunakan untuk mempermudah kita jika menemukan suatu masalah. Begitu juga dalam teori graf, kita menggunakan rumus untuk memecahkan masalah. Dan suatu pembuktian dari rumus itu sangatlah penting, karena digunakan untuk memperkuat kebenaran dari rumus itu sehingga tidak bisa diragukan lagi. Jika dikaitkan dalam ajaran agama islam, Al-Qur'an menyebutkan bahwa suatu kebenaran itu tidak cukup dengan ucapan dan tulisan, tetapi perlu adanya bukti sehingga semua pihak dapat menerimanya, sebagaimana firman Allah dalam surat Al-Baqarah 2: 111, yaitu:

وَقَالُواْ لَن يَدۡخُلَ ٱلۡجَنَّةَ إِلَّا مَن كَانَ هُودًا أَوۡ نَصَٰرَىٰۗ تِلۡكَ أَمَانِيُّهُمۡۗ قُلۡ هَاتُواْ
بُرۡهَٰنَكُمۡ إِن كُنتُمۡ صَٰدِقِينَ ١١١

Artinya : *dan mereka (Yahudi dan Nasrani) berkata: "Sekali-kali tidak akan masuk surga kecuali orang-orang (yang beragama) Yahudi atau Nasrani". demikian itu (hanya) angan-angan mereka yang kosong belaka. Katakanlah: "Tunjukkanlah bukti kebenaranmu jika kamu adalah orang yang benar".*

Selain surat di atas pentingnya suatu pembuktian, terutama pembuktian dalam matematika juga terdapat dalam surat Al-Hujarat 49: 6, yaitu:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ قَوۡمَۢا بِجَهَٰلَةٖ فَتُصۡبِحُواْ
عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَٰدِمِينَ ٦

Artinya : *Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang Fasik membawa suatu berita, Maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu.*

Dari dua ayat di atas tersebut maka jelaslah bahwa pembuktian itu sangat penting terutama dalam pembuktian matematika, dalam surat Al-Hujarat di atas jika dipandang dalam matematika yang dimaksud sebagai berita adalah suatu konjektur. Konjektur adalah suatu pernyataan yang belum diketahui nilai kebenarannya, karena sifatnya masih meragukan. Dari pembuktian konjektur inilah yang nantinya menghasilkan suatu teorema. Teorema adalah pernyataan yang dapat ditunjukan kebenarannya. Teorema dapat ditunjukan kebenarannya dengan serangkaian pernyataan yang membentuk argument, disebut bukti. Pembuktian dari teorema sebagai jaminan kebenaran (Rosen, 2003:56).

2.2 Graf

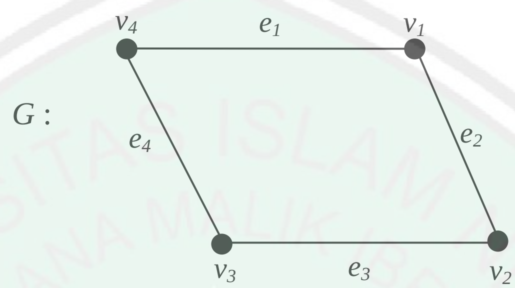
Graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang banyak digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada. Graf menggambarkan struktur tersebut dalam beberapa obyek yang dinyatakan dengan noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara obyek dinyatakan dengan garis. Secara matematis, graf didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 1

> Graf G adalah pasangan himpunan (V,E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di G yang disebut sebagai sisi (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$. Sedangkan banyaknya unsur di V disebut *order* dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di E disebut *size* dari G dan dilambangkan $q(G)$, jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka *order* dan *size* dari G tersebut cukup ditulis p dan q (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Contoh



Gambar 2.4 Graf G berorder 4

Pada Gambar 2.4 Graf G memuat himpunan titik $V(G)$ dan sisi $E(G)$, yaitu

$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$

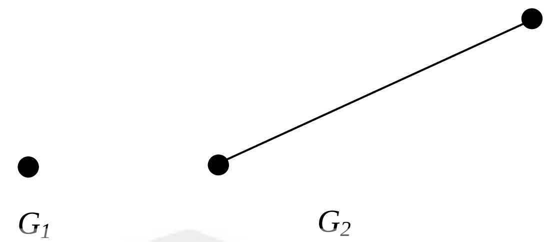
$E(G) = \{e_1 = (v_1v_4), e_2 = (v_1v_2), e_3 = (v_2v_3), e_4 = (v_3v_4)\}$

Graf G mempunyai 4 titik sehingga order G adalah $p = 4$. Graf G mempunyai 4 sisi sehingga size G adalah $q = 4$.

Defnisi 2

Graf trivial adalah graf berorder satu dengan himpunan sisinya merupakan himpunan kosong. Graf *non trivial* adalah graf yang berorder lebih dari satu (Chartrand dan Lesniak, 1986:6).

Contoh



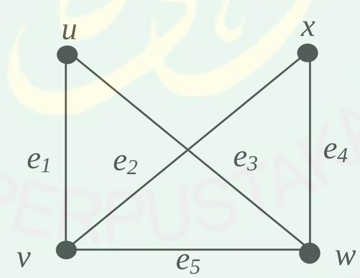
Gambar 2.5 Graf Trivial dan Nontrivial

Pada gambar 2.5 G_1 merupakan graf trivial karena G_1 hanya memuat satu titik atau berorder satu dan himpunan sisinya merupakan himpunan kosong. Sedangkan G_2 merupakan graf non trivial karena berorder lebih dari satu.

Definisi 3

Sisi $e = (u,v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u,v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), u dan e serta v dan e disebut terkait langsung (*incident*). Untuk selanjutnya, sisi $e = (u,v)$ akan ditulis $e = uv$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

Contoh



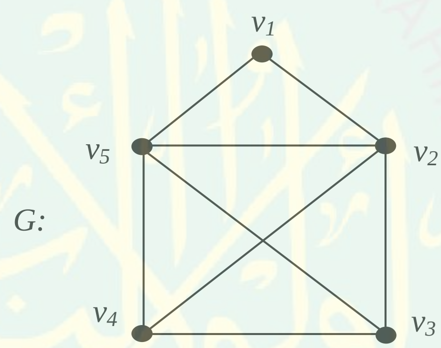
Gambar 2.6 Graf G

Dari gambar 2.6 tersebut, titik u dan e_1 serta e_1 dan v adalah *incident* (terkait langsung) dan titik u dan v adalah *adjacent* (terhubung langsung).

Definisi 4

Derajat dari titik v di graf G, ditulis $\deg_G(v)$, adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung (*incident*) dengan v. Jika dalam konteks pembicaraan hanya terdapat satu graf G, maka tulisan $\deg_G(v)$ disingkat menjadi $\deg(v)$. Titik yang berderajat ganjil disebut titik ganjil (*odd vertices*). Titik yang berderajat nol disebut titik terisolasi (*isolated vertices*) dan titik yang berderajat satu disebut titik ujung (*end vertices*). Titik yang berderajat genap disebut *titik genap* dan titik yang berderajat ganjil disebut *titik ganjil*. (Chartrand dan Lesniak, 1986:7)

Contoh



Gambar 2.7 Graf dengan derajat titik

Berdasarkan gambar 2.7 diperoleh bahwa:

$deg(v_1) = 2$,

$deg(v_2) = 4$,

$deg(v_3) = 3$,

$deg(v_4) = 3$, dan

$deg(v_5) = 4$.

Titik v_3 dan v_4 adalah titik ganjil, titik v_1,v_2 dan v_5 adalah titik genap. Karena tidak ada titik yang berderajat 0 dan 1, maka graf G tidak mempunyai *titik terisolasi* dan *titik* *ujung*. Hubungan antara jumlah derajat semua titik dalam suatu graf *G* dengan banyaknya sisi, yaitu *q*, adalah

$\sum_{v \in G} \deg(v) = 2q$

Hal ini dinyatakan dalam teorema berikut:

Teorema 1

Jika graf *G* dengan $V(G) = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$

Maka $\sum_{i=1}^{p} \deg v_i = 2q$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:7)

Bukti:

Setiap sisi terkait langsung dengan 2 titik. Bila derajat tiap titik tersebut dijumlahkan maka sisi tersebut dihitung 2 kali.

Akibat Teorema 1

Pada sebarang graf, banyaknya titik yang berderajat ganjil adalah genap (Chartrand dan Lesniak, 1986:7).

Bukti:

Misalkan graf *G* dengan titik sebanyak *q*, maka ambil *W* yang memuat himpunan titik ganjil di *G* serta *U* yang memuat himpunan titik genap di *G*. Dari teorema 1 maka diperoleh:

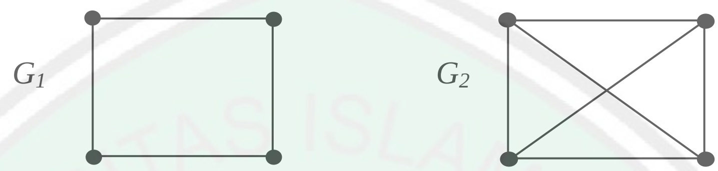
$\sum_{v \in v(G)} \deg v = \sum_{v \in W} \deg v + \sum_{v \in U} \deg v = 2q$

Dengan demikian karena $\sum_{v \in U} \deg v$ genap, maka $\sum_{v \in W} \deg v$ juga genap. Sehingga $|W|$ adalah genap.

Definisi 5

Graf beraturan-r adalah graf yang semua titiknya berderajat r dengan r adalah bilangan asli, atau $\deg(v) = r$, $\forall\ v \in V(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:9)

Contoh



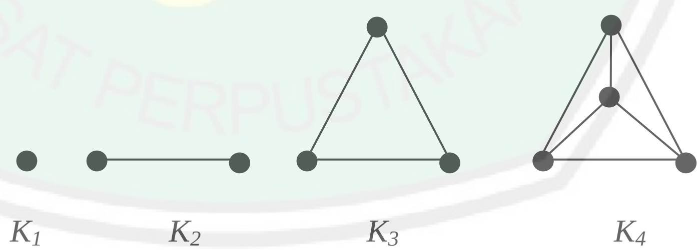
Gambar 2.8 Graf Beraturan

Dari gambar 2.8 graf G_1 disebut graf beraturan-2 karena derajat tiap titiknya adalah 2. Graf G_2 disebut graf beraturan-3 karena derajat tiap titiknya adalah 3.

Definisi 6

Graf Komplit (*Complete graph*) adalah graf dengan setiap pasang titik yang berbeda dihubungkan oleh satu sisi. Graf komplit dengan n titik dinyatakan dengan K_n. (Abdussakir, dkk,2009:21)

Contoh



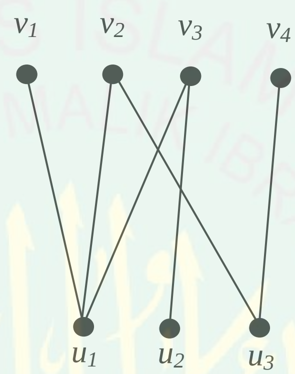
Gambar 2.9 Graf Komplit

Dari gambar 2.9 K_1, K_2, K_3, dan K_4 adalah graf komplit karena tiap titik dalam graf tersebut selalu *adjacent* dengan semua titik yang lain.

Definisi 7

Garf bipartisi (*bipartite graph*) adalah garf yang himpunan titik pada G dapat dipartisi menjadi dua himpunan tak kosong V_1 dan V_2 sehingga masing-masing sisi pada graf G tersebut menghubungkan satu titik di V_1 dengan satu titik di V_2. (Abdussakir, dkk, 2009:21)

Contoh



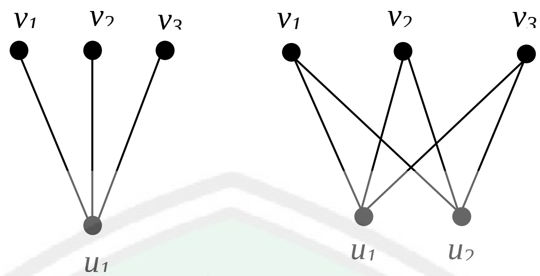
Gambar 2.10 Graf bipartisi

Pada gambar 2.10 G adalah graf bipartisi dengan himpunan partisi $V_1 = \{v_1,v_2,v_3,v_4\}$ dan $V_2 = \{u_1,u_2,u_3\}$.

Definisi 8

Graf bipartisi komplit adalah graf bipartisi yang masing-masing titik pada suatu partisi terhubung langsung dengan semua titik pada suatu partisi terhubung langsung dengan semua titik pada partisi yang lain. Graf bipartisi komplit dengan m titik pada salah satu partisi dan n titik pada partisi yang lain ditulis $K_{m,n}$. (Abdussakir, dkk, 2009:22)

Contoh



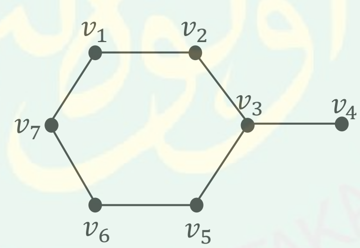
Gambar 2.11 Graf Bipartisi Komplit $K_{1,3}$ dan $K_{2,3}$

2.3 Graf Terhubung

Definisi 9

Misalkan *u* dan *v* titik berbeda pada graf *G*. maka titik *u* dan *v* dapat dikatakan terhubung (*connected*), jika terdapat lintasan *u*-*v* di *G*. Sedangkan suatu graf *G* dapat dikatakan terhubung (*connected*), jika untuk setiap titik *u* dan *v* di *G* terhubung (Chartrand dan Lesniak, 1986:28).

Contoh



Gambar 2.12 Graf Terhubung

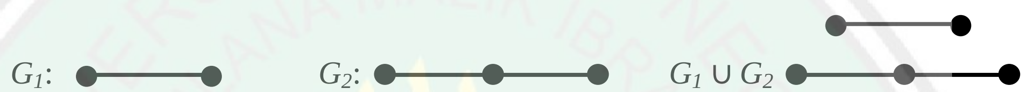
Graf pada gambar 2.12 adalah graf terhubung, karena setiap titik yang ada pada graf tersebut terhubung satu sama lain.

2.4 Operasi Pada Graf

Definisi 10

Union Graph atau graf gabungan dari G_1 dan G_2 ditulis $G=G_1 \cup G_2$ adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Jika graf G terdiri atas n kali graf H, n ≥ 2, maka ditulis $G=nH$. Graf $G_1 \cup G_2$ dapat digambarkan sebagai berikut (Abdussakir, dkk, 2009:33)

Contoh

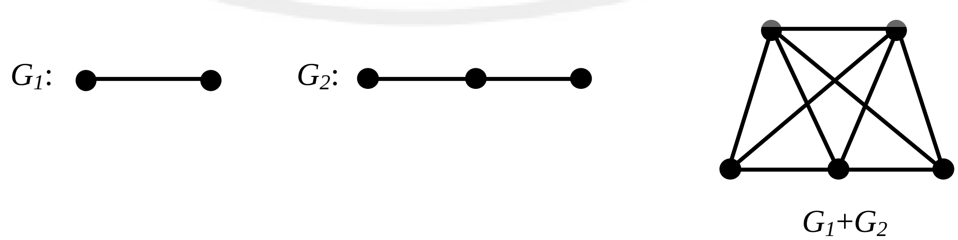


Gambar 2.13 Graf $G_1 \cup G_2$

Definisi 11

Joint Graph atau penjumlahan graf dari G_1 dan G_2 ditulis dengan $G= G_1+ G_2$, adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv|u \in V(G_1)$ dan $v \in V(G_2)\}$. Dengan menggunakan operasi penjumlahan, maka jelas bahwa $K_{m,n} \cong \overline{K}_m + \overline{K}_n$. Berikut ini adalah contoh untuk operasi penjumlahan graf $G_1 + G_2$ (Abdussakir, dkk, 2009:33).

Contoh

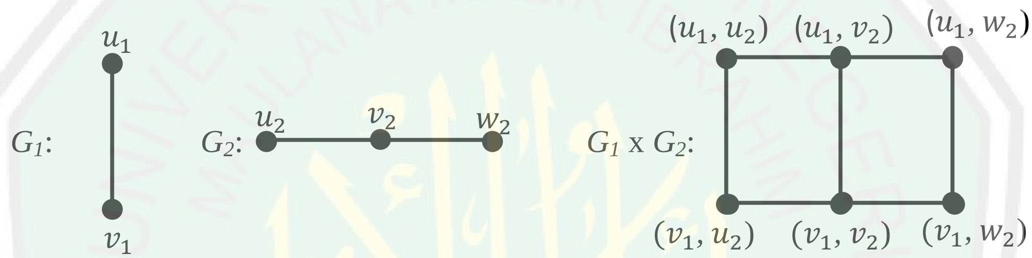


Gambar 2.14 Joint Graf

Definisi 12

Cartesius product graph dari G_1 dan G_2 ditulis dengan $G = G_1 \times G_2$ adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \times V(G_2)$ dan dua titik (u_1, u_2) dan (v_1, v_2) dari G terhubung langsung (*adjacent*) jika dan hanya jika $u_1 = v_1$ dan $u_2 v_2 \in E(G_2)$ atau $u_2 = v_2$ dan $u_1 v_1 \in E(G_1)$. Berikut ini adalah contoh untuk perkalian kartesius dari G_1 dan G_2 (Abdussakir, dkk, 2009:34).

Contoh



Gambar 2.15 Perkalian Graf

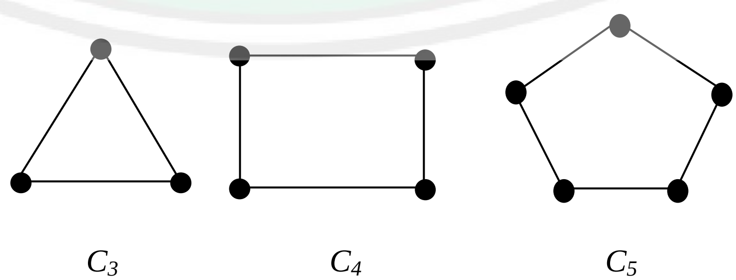
2.5 Graf yang Berkaitan dengan Sikel

2.5.1 Graf Sikel (*Cycle Graph*)

Definisi 13

Graf sikel adalah graf terhubung beraturan dua dengan n titik, $n \geq 3$ dan n sisi dinotasikan dengan C_n (Chartrand dan Lesniak, 1986:28).

Contoh



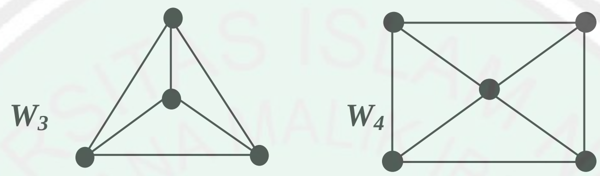
Gambar 2.16 Graf Sikel

2.5.2 Graf Roda (*Wheel Graph*)

Definisi 14

Graf roda adalah graf yang dibentuk dari operasi *joint graph* antara graf sikel (C_n) dan graf komplit dengan satu titik (K_1). Graf roda dinotasikan dengan W_n dan $n \geq 3$ (Harary, 1969: 46).

Contoh



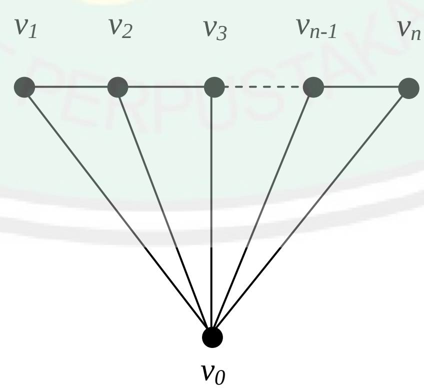
Gambar 2.17 Graf Roda

2.5.3 Graf Kipas

Definisi 15

Graf kipas dibentuk dari penjumlahan graf komplit (K_1) dan graf lintasan (P_n), yaitu $F_n = K_1 + P_n$. Dengan demikian graf kipas mempunyai (n + 1) titik dan (2n - 1) sisi (Gallian, 2007:16)

Contoh



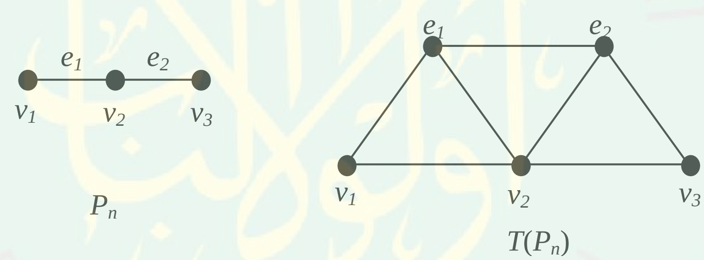
Gambar 2.18 Graf Kipas (F_n)

2.6 Graf Total

Definisi 16

Jika G adalah sebuah graf, $V(G)$ dan $E(G)$ adalah himpunan titik dan sisi dari graf G. Graf total dari G yang dinotasikan dengan $T(G)$ didefinisikan sebagai himpunan titik di $T(G)$ adalah $(V(G) \cup E(G))$ dan dua titik x,y di $T(G)$ adalah *adjacent* di $T(G)$ jika memenuhi salah satu kasus berikut: i) x,y di $V(G)$ dan x *adjacent* dengan y dalam G, ii) x,y di $E(G)$ dan x,y *adjacent* dalam G iii) x dalam $V(G)$, dan y dalam $E(G)$, dan x,y *incident* dalam G (Ali dan Panayappan, 2010:1).

Contoh :



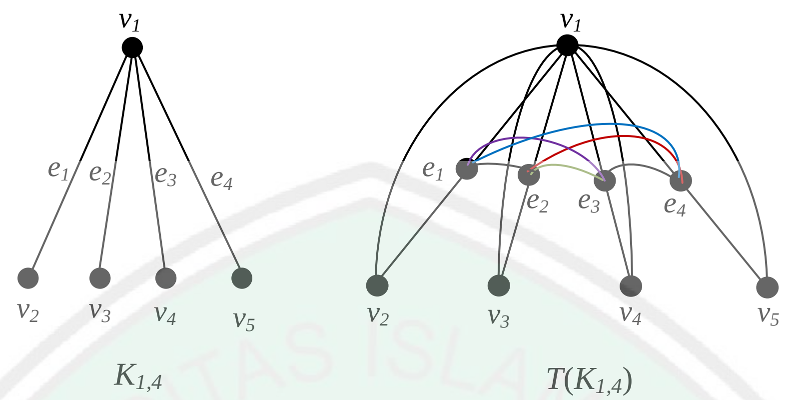
Gambar 2.19 Graf Lintasan dan Graf Total dari P_n

2.7 Multiplisitas Sikel

Definisi 16

Jika G adalah sebuah graf, $V(G)$ dan $E(G)$ adalah himpunan titik dan sisi dari graf G. $CM(G)$ merupakan notasi dari multiplisitas sikel yang didefinisikan sebagai banyaknya sikel yang disjoint sisi di graf G (Ali dan Panayappan, 2010:1).

Contoh :



Gambar 2.20 Graf Star dan Graf Total dari Graf Star $K_{1,4}$

Pada contoh di atas untuk mencari jumlah multiplisitas sikel dari graf $K_{1,4}$ kita mencari graf totalnya terlebih dahulu, dan diperoleh jumlah multiplisitas sikel dari graf di atas adalah 5 dengan mendaftar sikelnya sehingga kita mudah menemukan multiplisitas sikel. Multiplisitas sikel pada graf star $K_{1,4}$ di atas adalah sebagai berikut: $CM\ [T(K_{1,4})] = 5$ dan anggotanya adalah $\{v_1e_1v_2v_1,\ v_1e_2v_3v_1,\ v_1e_3v_4v_1,\ v_1e_4v_5v_1,\ e_1e_2e_3e_1\}$

BAB III
PEMBAHASAN

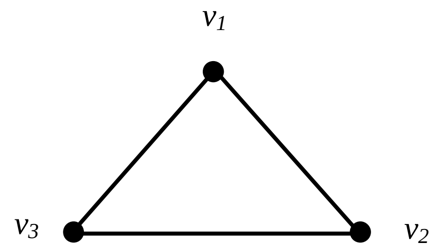
Pada bab ini akan dibahas tentang multiplisitas sikel pada graf komplit K_n serta multiplisitas sikel dari graf total pada graf kipas F_n dan graf roda W_n untuk $n \geq 3$ dan n bilangan asli. Jika G adalah sembarang graf, $V(G)$ dan $E(G)$ adalah himpunan titik dan sisi dari graf G. Graf total dari G yang dinotasikan dengan $T(G)$ didefinisikan sebagai himpunan titik di $T(G)$ adalah $\left(V(G) \cup E(G)\right)$ dan dua titik x,y di $T(G)$ adalah *adjacent* di $T(G)$ jika memenuhi salah satu kasus berikut: i) x,y di $V(G)$ dan x *adjacent* dengan y dalam G, ii) x,y di $E(G)$ dan x,y *adjacent* dalam G, iii) x dalam $V(G)$, dan y dalam $E(G)$, dan x,y *incident* dalam G. Sehingga *multiplisitas sikel* dari total graf merupakan banyaknya sikel yang disjoin sisi di graf G.

3.1 Multiplisitas Sikel Dari Graf Komplit K_n

Diberikan graf komplit K_n dengan n banyaknya titik dan $n \geq 3$ untuk n bilangan asli dan memiliki titik-titiknya, yaitu $V = \{v_0, v_1, v_2, \cdots, v_n\}$.

3.3.1 Graf Komplit K_3

Graf komplit adalah graf dengan setiap pasang titik yang berbeda dihubungkan oleh satu titik, graf komplit dengan 3 titik dinyatakan dengan K_3 seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.1Graf Komplit K_3

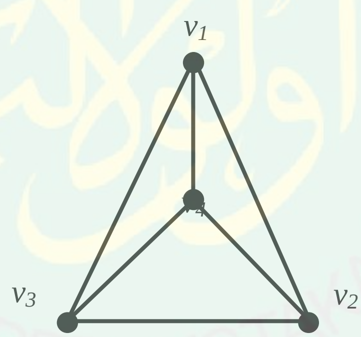
Sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka dari gambar di atas diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$v_1 v_3 v_2 v_1$

$$\therefore CM[K_3] = 1$$

3.3.2 Graf Komplit K_4

Graf komplit adalah graf dengan setiap pasang titik yang berbeda dihubungkan oleh satu titik, graf komplit dengan 4 titik dinyatakan dengan K_4 seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.2 Graf komplit K_4

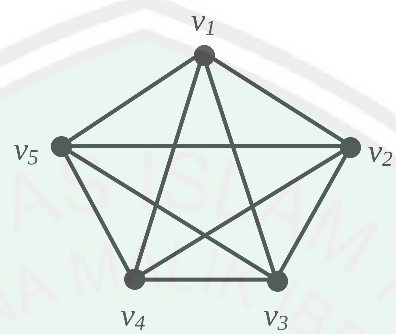
Sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka dari gambar di atas diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$v_1 v_4 v_2 v_1$

$$\therefore CM[K_4] = 1$$

3.3.3 Graf Komplit K_5

Graf komplit adalah graf dengan setiap pasang titik yang berbeda dihubungkan oleh satu titik, graf komplit dengan 5 titik dinyatakan dengan K_5 seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.3 Graf Komplit K_5

Sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka dari gambar di atas diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

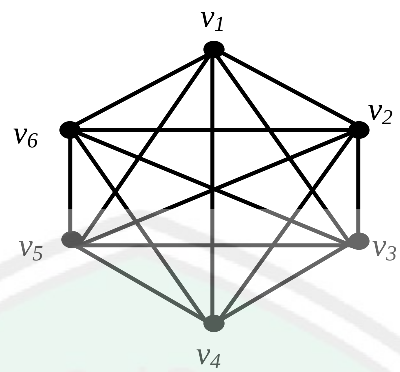
$C_1=\{ v_i v_{(i+3)} v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 2\}$ dan $|C_1| = 2$

$C_2 = \{ v_i v_{(i+2)} v_{(i+3)} v_{(i+4)} v_i \mid i = 1\}$ dan $|C_2| = 1$

$$\therefore CM[K_5] = 3$$

3.3.4 Graf Komplit K_6

Graf komplit adalah graf dengan setiap pasang titik yang berbeda dihubungkan oleh satu titik, graf komplit dengan 6 titik dinyatakan dengan K_6 seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.4 Graf Komplit K_6

Sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka dari gambar di atas diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

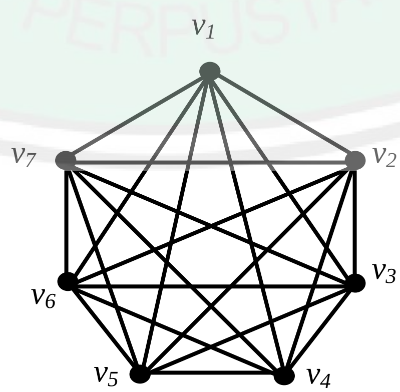
C_1 ={ $v_i v_{(i+3)} v_{(i+1)} v_i \ | 1 \leq i \leq 3$} dan $|C_1| = 3$

C_2 ={ $v_i v_{(i+4)} v_{(i+(n-1))} v_i \ | \ i=1$} dan $|C_2| = 1$

$$\therefore CM[K_6] = 4$$

3.3.5 Graf Komplit K_7

Graf komplit adalah graf dengan setiap pasang titik yang berbeda dihubungkan oleh satu titik, graf komplit dengan 7 titik dinyatakan dengan K_7 seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.5 Graf Komplit K_7

Sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka dari gambar di atas diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

C_1 = { $v_i v_{(i+3)} v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 4$} dan $|C_1| = 4$

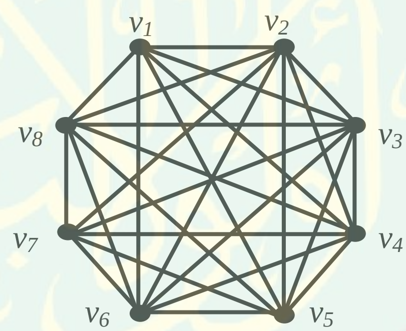
C_2 ={ $v_i v_{(i+2)} v_{(i+(n-1))} v_i \mid i=1$} dan $|C_2| = 1$

C_3 ={ $v_i v_{(i+4)} v_{(i+5)} v_i \mid i=1,2$} dan $|C_3| = 2$

$$\therefore CM[K_7] = 7$$

3.3.6 Graf Komplit K_8

Graf komplit adalah graf dengan setiap pasang titik yang berbeda dihubungkan oleh satu titik, graf komplit dengan 8 titik dinyatakan dengan K_8 seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.6 Graf Komplit K_8

Sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka dari gambar di atas diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

C_1 = { $v_i v_{(i+3)} v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 5$} dan $|C_1| = 5$

C_2 ={ $v_i v_{(i+5)} v_{(i+6)} v_i \mid i=1,2$} dan $|C_2| = 2$

C_3 ={ $v_i v_{(i+2)} v_{(i+(n-1))} v_i \mid i=1$} dan $|C_3| = 1$

$$\therefore CM[K_8] = 8$$

Berdasarkan data di atas yaitu jumlah multiplisitas sikel pada graf komplit K_n, maka diperoleh tabel sebagai berikut:

Tabel 3.1 Jumlah Multiplisitas Sikel Graf Komplit K_n

No	Graf Komplit (K_n)	$CM\ [K_n]$
1	K_3	$1=\left[\!\left[\frac{3^2-3}{6}\right]\!\right]$
2	K_4	$1=\left[\!\left[\frac{4^2-2.4}{6}\right]\!\right]$
3	K_5	$3=\left[\!\left[\frac{5^2-5}{6}\right]\!\right]$
4	K_6	$4=\left[\!\left[\frac{6^2-6.2}{6}\right]\!\right]$
5	K_7	$7=\left[\!\left[\frac{7^2-7}{6}\right]\!\right]$
6	K_8	$8=\left[\!\left[\frac{8^2-2.8}{6}\right]\!\right]$
⋮	⋮	⋮
n	K_n	$\left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$ untuk n ganjil $\left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right]$ untuk n genap

Dari tabel di atas maka diperoleh pola yang menghasilkan teorema sebagai berikut:

Teorema 1

Multiplisitas Sikel pada graf komplit K_n adalah:

$$CM[K_n] = \begin{cases} \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ ganjil \\ \left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ genap \end{cases}$$

Bukti:

Kasus I: Jika *n* ganjil

Sikel yang disjoint sisi dari K_n adalah: C_1= { $v_i v_{(i+3)} v_{(i+1)} v_i$ | $1 \leq i \leq n-3$}, C_2 ={ $v_i v_{(i+2)} v_{(i+(n-1))} v_i$ | $i \geq 1$}, C_3 = { $v_i v_{(i+4)} v_{(i+5)} v_i$ | $i \geq 1$}, C_4= { $v_i v_{(i+2)} v_{(i+3)} v_{(i+4)} v_i$ |$i \geq 1$ }, C_5={ $v_i v_{(i+2)} v_{(i+1)} v_i$ | $i \geq 1$}. C_1,C_2,C_3,C_4 dan C_5 = $\mathcal{C}_i$. $|\mathcal{C}_i|$ = $\left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$, akan dibuktikan banyaknya sikel yang disjoin sisi di $\mathcal{C}_i$ adalah $\left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$ jika *n* ganjil. Jika *n* = 3, maka banyaknya sikel yang disjoin sisi di K_3 adalah 1 yaitu $\{v_1 v_3 v_2 v_1\}$ dan dapat ditulis $\left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right] = 1$. Samahalnya dengan *n* = *5*, banyaknya sikel yang disjoint sisi di K_5 adalah 3 yaitu { $v_1 v_4 v_2 v_1, v_2 v_5 v_3 v_2, v_1 v_3 v_4 v_5 v_1$} dan dapat ditulis $\left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$ = 3. Perhatikan bahwa $|\mathcal{C}_i|$ dengan *i* = *3*, *5* adalah benar.

Anggap *m* = *2k-1* benar, $|\mathcal{C}_i|$ = $\left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$ = $\left[\!\left[\frac{(2k-1)^2-(2k-1)}{6}\right]\!\right]$ = $\left[\!\left[\frac{2k^2-3k+1}{3}\right]\!\right]$ benar. Untuk mengetahui apakah *n* = *2k +1* benar, dapat diperiksa dengan perhitungan berikut:

$$
\begin{aligned}
|\mathcal{C}_{2k-1}| &= \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right] \\
&= \left[\!\left[\frac{(2k+1)^2-(2k+1)}{6}\right]\!\right] \\
&= \left[\!\left[\frac{2k^2+k}{3}\right]\!\right]
\end{aligned}
$$

Jadi ternyata *n* = *2k +1* benar. Berdasarkan prinsip induksi matematika, kita simpulkan bahwa $|\mathcal{C}_i|$ = $\left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$ benar untuk *n* ganjil.

Kasus II: Untuk *n* genap

Sikel yang disjoint sisi dari K_n adalah: C_1 = { $v_i v_{(i+3)} v_{(i+1)} v_i$ | $1 \leq i \leq n\text{-}3$}, C_2 ={ $v_i v_{(i+5)} v_{(i+6)} v_i$ | $i \geq 1$}, C_3 = {$v_i v_{(i+2)} v_{(i+(n-1))} v_i$ | $i \geq 1$}, C_4 = {$v_i v_{(i+4)} v_{(i+(n-1))} v_i$ | $i \geq 1$}. $C_1, C_2, C_3, C_4 = \mathcal{C}_i$. $|\mathcal{C}_i| = \left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right]$, jumlah maksimal sikel yang disjoint sisi di ambil dari K_n menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

Langkah 1

Ambil sikel yang disjoint sisi $c_i = e_i e_{(i+1)} e_{(i+2)} e_i$ (i = 1,3,5, . . . , n-1). Jelas bahwa $c_1, c_2, \ldots, c_{n-1}$ adalah sikel-sikel yang disjoint sisi, sehingga didapatkan $\frac{n}{2}$ sikel yang disjoint sisi.

Langkah 2

Hapus sisi $e_i e_{\left(\frac{n}{2}-i\right)}$($i$ = 1, 2, . . . , $\frac{n}{2}$) dari K_n.

Langkah 3

Ambil sejumlah $\left[\!\left[\frac{n^2-5n}{6}\right]\!\right]$ sikel yang disjoint sisi dari K_n – { $e_i e_{\left(\frac{n}{2}-i\right)}$ ($i = 1,2, \ldots, \frac{n}{2}$)}.

Karena itu $\frac{n}{2}$ + $\left[\!\left[\frac{n^2-5n}{6}\right]\!\right]$ = $\left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right]$. Karena $e_i e_{\left(\frac{n}{2}-i\right)}$($i$ = 1, 2, . . . , $\frac{n}{2}$) adalah sisi yang tidak *adjacent* dalam K_n jadi terbukti $CM\,[K_n]$ = $\left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right]$ untuk *n* genap.

3.2 Multiplisitas Sikel dari Graf Total pada Graf Kipas F_n

Diberikan graf kipas F_n dengan *n* banyaknya titik dan $n \geq 3$ untuk *n* bilangan asli dan memiliki titik-titiknya, yaitu $V = \{v_0, v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, e_3, \cdots, e_m\}$.

3.2.1 Graf Kipas F_3

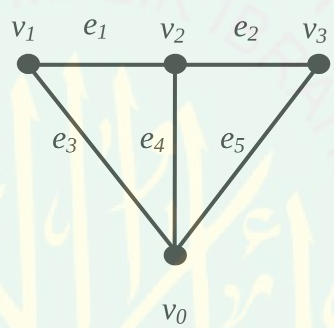
Cara menggambarkan graf kipas dimana n = 3, maka dimisalkan terlebih dahulu bahwa :

K_1 = 

dan

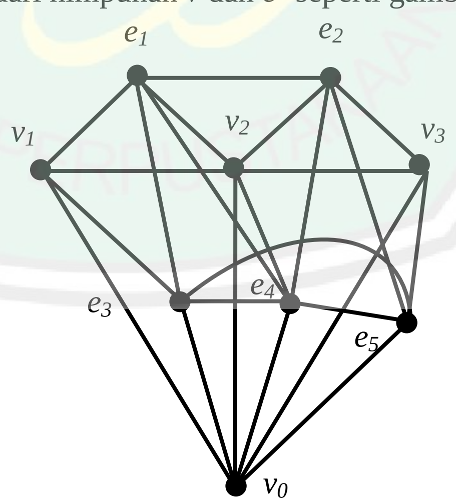
P_3 = 

Maka bentuk dari graf kipas $F_3 = K_1 + P_3$ adalah :



Gambar 3.7 Graf Kipas (F_3)

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf kipas F_3 dimana terdapat 9 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti gambar di bawah ini:



Gambar 3.8 Graf Total dari Graf Kipas (F_3)

Berdasarkan graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+(n-1))} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 3\}$ dan $|C_1| = 3$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 2\}$ dan $|C_2| = 2$

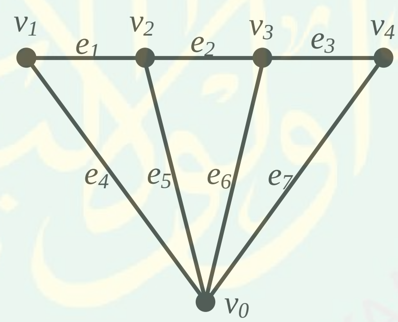
$C_3 = \{e_i e_{(i+2)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 3\}$ dan $|C_3| = 1$

$C_4 = \{\{e_i e_{(i+n)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 1\}$ dan $|C_4| = 1$

$$\therefore CM[T(F_3)] = 7$$

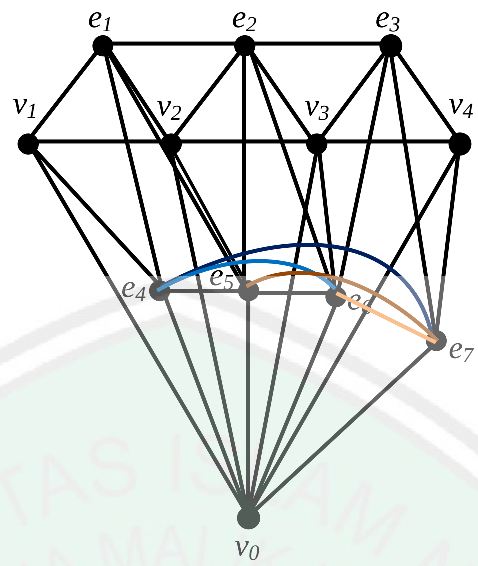
3.2.2 Graf Kipas F_4

Graf kipas F_4 dibentuk dari hasil penjumlahan graf komplit (K_1) dan graf lintasan P_4, yaitu $F_4 = K_1 + P_4$. Graf kipas F_4 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.9 Graf Kipas (F_4)

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf kipas F_4 dimana terdapat 12 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.10 Graf Total dari Graf kipas F_4

Berdasarkan gambar graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$C_1 = \{\{v_i e_{(i+(n-1))} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 4\}$ dan $|C_1| = 4$

$C_2 = \{ v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 3\}$ dan $|C_2| = 3$

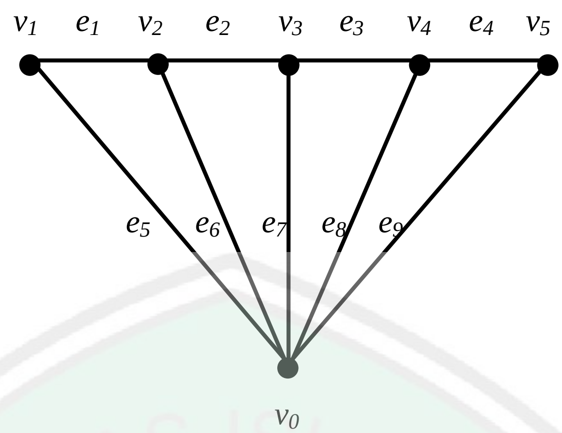
$C_3 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 4\}$ dan $|C_3| = 1$

$C_4 = \{e_i e_{(i+n)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 1,2\}$ dan $|C_4| = 2$

$$\therefore CM[T(F_4)] = 10$$

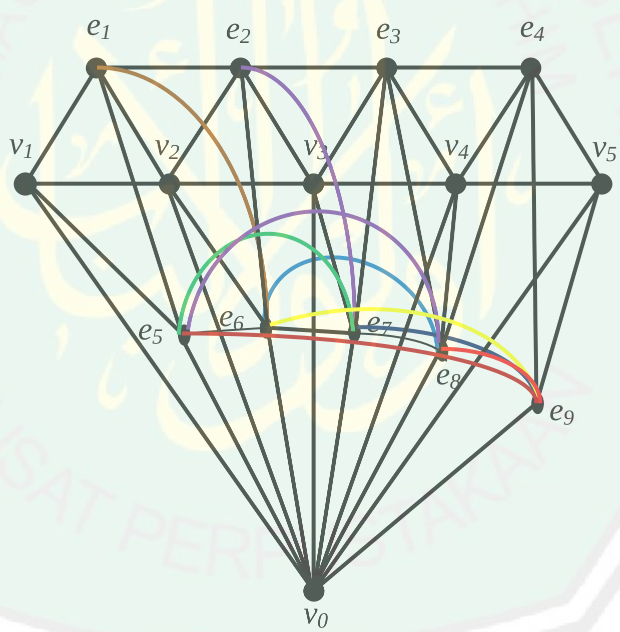
3.2.3 Graf Kipas F_5

Graf kipas (F_5) dibentuk dari hasil penjumlahan graf komplit (K_1) dan graf lintasan (P_5), yaitu $F_5 = K_1 + P_5$ Graf kipas F_5 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.11 Graf Kipas F_5

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf kipas F_5 dimana terdapat 15 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.12 Graf Total dari Graf Kipas F_5

Berdasarkan gambar graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+(n-1))} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 5\}$ dan $|C_1|=5$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 4\}$ dan $|C_2| = 4$

$C_3 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 5,6\}$ dan $|C_3| = 2$

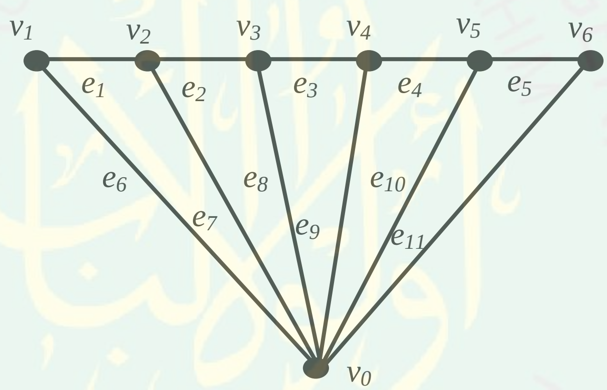
$C_4 = \{e_i e_{(i+2)} e_{(i+3)} e_{(i+4)} e_i \mid i = 5\}$ dan $|C_4| = 1$

$C_5 = \{e_i e_{(i+n)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 1,2,3\}$ dan $|C_5| = 3$

$$\therefore CM[T(F_5)] = 15$$

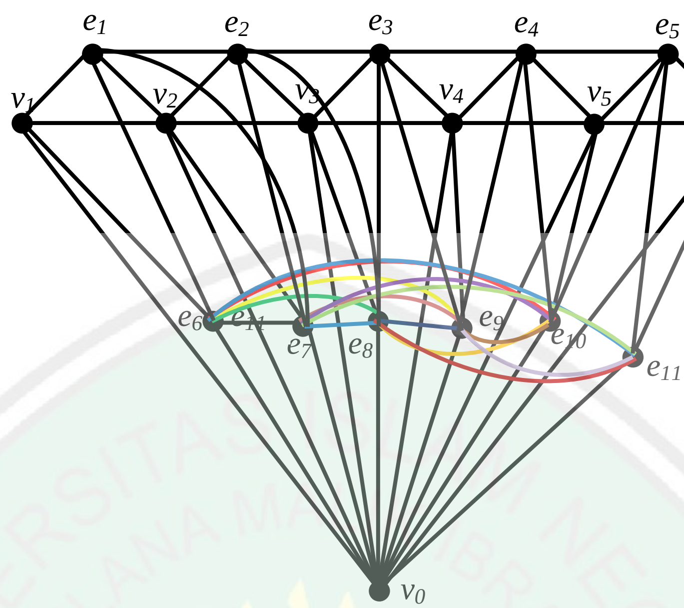
3.2.4 Graf Kipas F_6

Graf kipas (F_6) dibentuk dari hasil penjumlahan graf komplit (K_1) dan graf lintasan (P_6), yaitu $F_6 = K_1 + P_6$ Graf kipas F_6 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.13 Graf Kipas F_6

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf kipas F_6 dimana terdapat 18 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.14 Graf Total dari Graf Kipas F_6

Berdasarkan gambar graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+(n-1))} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 6\}$ dan $|C_1| = 6$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 5\}$ dan $|C_2| = 5$

$C_3 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 6,7,8\}$ dan $|C_3| = 3$

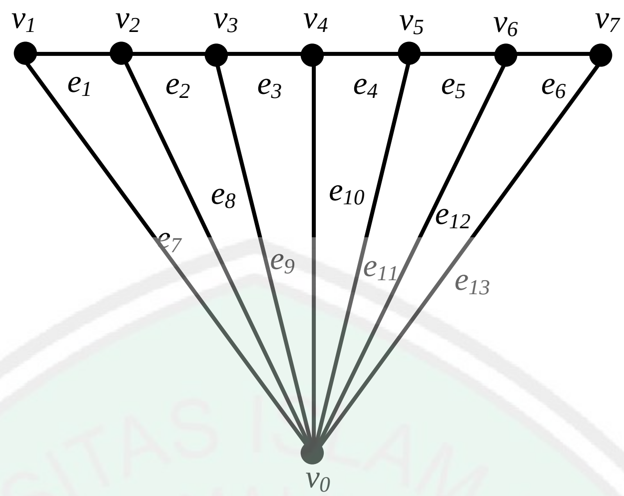
$C_4 = \{e_i e_{(i+4)} e_{(i+(n-1))} e_i \mid i = 6\}$ dan $|C_4| = 1$

$C_5 = \{e_i e_{(i+n)} e_{(i+1)} e_i \mid 1 \leq i \leq 4\}$ dan $|C_5| = 4$

$$\therefore CM[T(F_6)] = 19$$

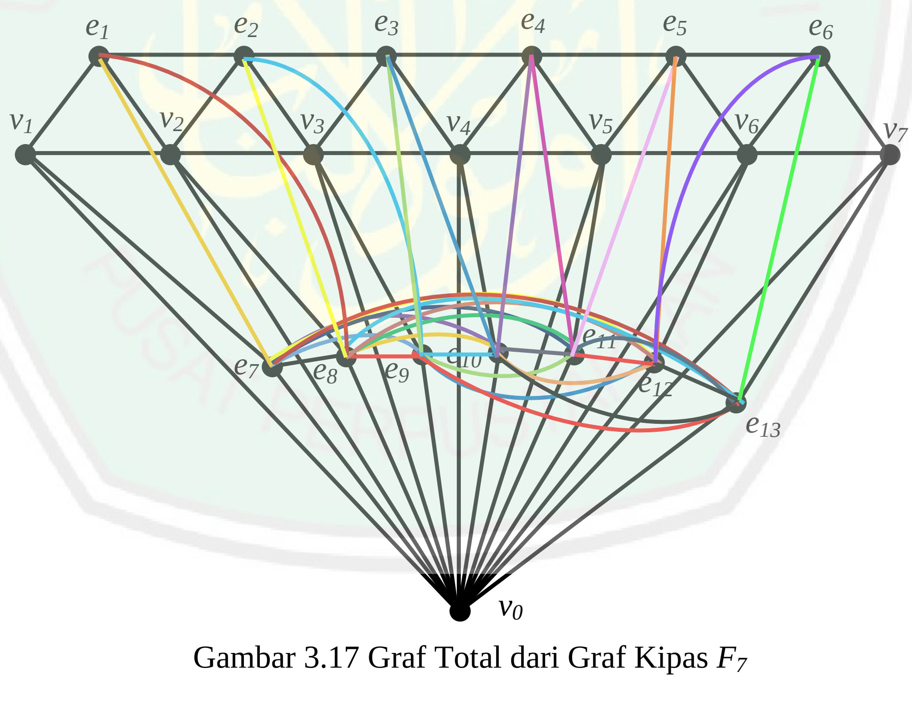
3.2.5 Graf Kipas F_7

Graf kipas (F_7) dibentuk dari hasil penjumlahan graf komplit (K_1) dan graf lintasan (P_7), yaitu $F_7 = K_1 + P_7$ Graf kipas F_7 dapat digambarkan pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.16 Graf Kipas F_7

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf kipas F_7 dimana terdapat 21 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.17 Graf Total dari Graf Kipas F_7

Berdasarkan gambar graf total di atas dan sesuai dengan definsi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+(n-1))} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 7\}$ dan $|C_1|=7$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 6\}$ dan $|C_2|=6$

$C_3 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 7, 8, 9, 10\}$ dan $|C_3| = 4$

$C_4 = \{e_i e_{(i+4)} e_{(i+5)} e_i \mid i = 7, 8\}$ dan $|C_4| = 2$

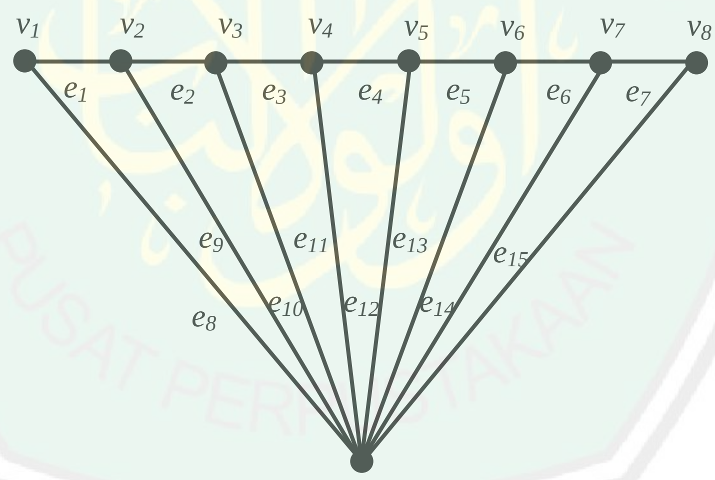
$C_5 = \{e_i e_{(i+2)} e_{(i+(n-1))} e_i \mid i = 7\}$ dan $|C_5| = 1$

$C_6 = \{e_i e_{(i+n)} e_{(i+1)} e_i \mid 1 \leq i \leq 5\}$ dan $|C_6| = 5$

$$\therefore CM[T(F_7)] = 25$$

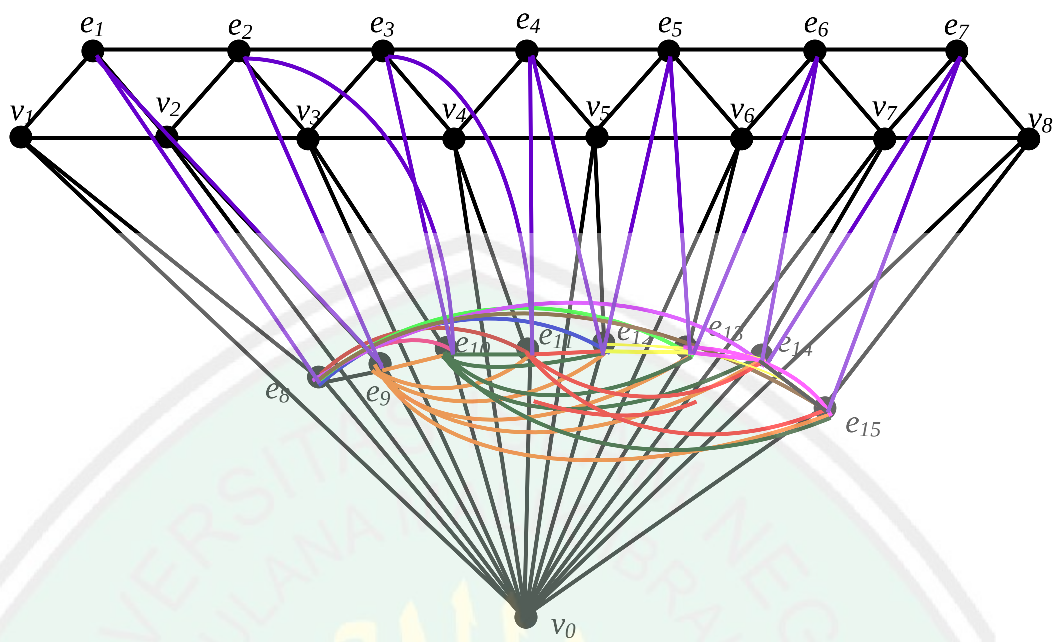
3.2.6 Graf Kipas F_8

Graf kipas (F_8) dibentuk dari hasil penjumlahan graf komplit (K_1) dan graf lintasan (P_8), yaitu $F_8 = K_1 + P_8$ Graf kipas F_8 dapat digambarkan pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.18 Graf Kipas F_8

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf kipas F_8 dimana terdapat 24 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.19 Graf Total dari Graf kipas F_8

Berdasarkan gambar graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+(n-1))} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 8\}$ dan $|C_1|=8$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 7\}$ dan $|C_2|=7$

$C_3 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 8,9,10,11,12\}$ dan $|C_3| = 5$

$C_4 = \{e_i e_{(i+5)} e_{(i+6)} e_i \mid i = 8, 9\}$ dan $|C_4| = 2$

$C_5 = \{e_i e_{(i+2)} e_{(i+(n-1))} e_i \mid i = 8\}$ dan $|C_4| = 1$

$C_6 = \{e_i e_{(i+n)} e_{(i+1)} e_i \mid 1 \leq i \leq 6\}$ dan $|C_4| = 6$

$$\therefore CM[T(F_8)] = 29$$

Berdasarkan data di atas yaitu jumlah multiplisitas sikel pada graf kipas F_n, maka diperoleh tabel sebagai berikut:

Tabel 3.2 Jumlah Multiplisitas dari Graf Total pada Sikel Graf Kipas F_n

No	Graf Kipas (F_n)	$CM\ [T(F_n)]$
1	F_3	$7=\left[\!\left[\frac{3^2+17.3}{6}-3\right]\!\right]$
2	F_4	$10=\left[\!\left[\frac{4^2+16.4}{6}-3\right]\!\right]$
3	F_5	$15=\left[\!\left[\frac{5^2+17.5}{6}-3\right]\!\right]$
4	F_6	$19=\left[\!\left[\frac{6^2+16.6}{6}-3\right]\!\right]$
5	F_7	$25=\left[\!\left[\frac{7^2+17.7}{6}-3\right]\!\right]$
6	F_8	$29=\left[\!\left[\frac{8^2+16.8}{6}-3\right]\!\right]$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	F_n	$\left[\!\left[\frac{n^2+17n-18}{6}\right]\!\right]$ untuk n ganjil $\left[\!\left[\frac{n^2+16n-18}{6}\right]\!\right]$ untuk n genap

Dari tabel di atas maka diperoleh pola yang menghasilkan teorema sebagai berikut:

Teorema 2

Multiplisitas Sikel dari graf total pada graf kipas F_n adalah:

$$CM[T(F_n)]=\begin{cases}\left[\!\left[\frac{n^2+17n-18}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ ganjil \\ \left[\!\left[\frac{n^2+16n-18}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ genap\end{cases}$$

Bukti:

Misal $V(F_n) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n\}$ dan $E(F_n) = \{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}$ dari definisi graf total di atas, maka diperoleh $V[T(F_n)] = V(F_n) \cup E(F_n)$ dan $E[T(F_n)] =$

$\{v_ie_i/\ 1 \le i \le n\} \cup \{v_iv_{(i+1)} |\ 0 \le i \le n\} \cup \{e_iv_{(i+1)} |\ 1 \le i \le n\} \cup \{e_ie_{(i+1)} |\ 1 \le i \le n-1\}$

$\{v_iv_{(i+(n-1))} \mid 1 \le i \le n\} \cup \{e_ie_{(i+n)} / 1 \le i \le n\} \cup \{e_ie_{(i+(n+1))} / 1 \le i \le n\}$.

Kasus I: Jika *n* ganjil

Sikel yang disjoint sisi dari $T[F_n]$ adalah: $C_1 = \{v_ie_{(i+(n-1))}v_0v_i \mid 1 \le i \le n\}$, $C_2 = \{v_ie_iv_{(i+1)}v_i \mid 1 \le i \le n-1\}$, C_3 = {himpunan pada sikel yang disjoin sisi pada klik K_n } dan $C_4 = \{e_ie_{(i+n)}e_{(i+1)}e_i \mid 1 \le i \le n-2\}$, Terlihat bahwa C_i dengan $1 \le i \le 4$adalah himpunan-himpunan yang beranggotakan nilai maksimal dari sikel yang *disjoint* sisi dalam F_n. Sehingga jelas bahwa $|C_1| = n$, $|C_2| = n-1$, $|C_3| = \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$ dan $|C_4| = n-2$. Jika C_1, C_2, C_3 dan C_4 dijumlahkan maka $CM\ [T(F_n)] = |C_1| + |C_2| + |C_3| + |C_4| = n + n-1 + \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right] + n-2 = \left[\!\left[\frac{n^2+17n-18}{6}\right]\!\right]$ untuk setiap *n* ganjil.

Kasus II: Jika *n* genap

Sikel yang disjoint sisi dari $T[F_n]$ adalah: $C_1 = \{v_ie_{(i+(n-1))}v_0v_i \mid 1 \le i \le n\}$, $C_2 = \{v_ie_iv_{(i+1)}v_i \mid 1 \le i \le n-1\}$, C_3 = {himpunan sikel yang disjoin sisi di K_n } $C_4 = \{e_ie_{(i+n)}e_{(i+1)}e_i \mid 1 \le i \le n-2\}$. Terlihat bahwa C_i dengan $1 \le i \le 4$ adalah himpunan-himpunan yang beranggotakan nilai maksimal dari sikel yang *disjoint* sisi dalam F_n. Sehingga jelas bahwa $|C_1| = n$, $|C_2| = n-1$, $|C_3| = \left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right]$ dan $|C_4| = n-2$. Jika C_1, C_2, C_3 dan C_4 dijumlahkan maka $CM\ [T(F_n)] = |C_1| + |C_2| + |C_3| + |C_4| = n + n-1 + \left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right] + n-2 = \left[\!\left[\frac{n^2+16n-18}{6}\right]\!\right]$ untuk setiap *n* genap.

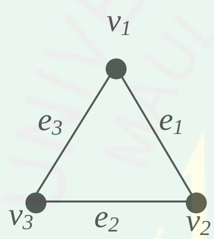
3.3 Multiplisitas Sikel dari Graf Total pada Graf Roda W_n

Diberikan graf roda (W_n) dengan n banyaknya titik dan $n \geq 3$ untuk n bilangan asli dan memiliki titik-titiknya, yaitu $V = \{v_0, v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, e_3, \cdots, e_{2n}\}$.

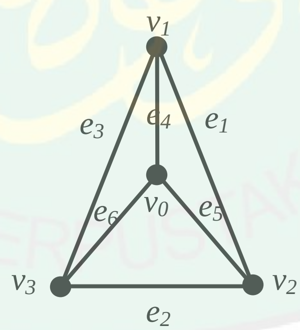
3.3.1 Graf Roda W_3

Cara menggambarkan graf roda dimana $n = 3$, maka dimisalkan terlebih dahulu bahwa :

$K_1 =$ 

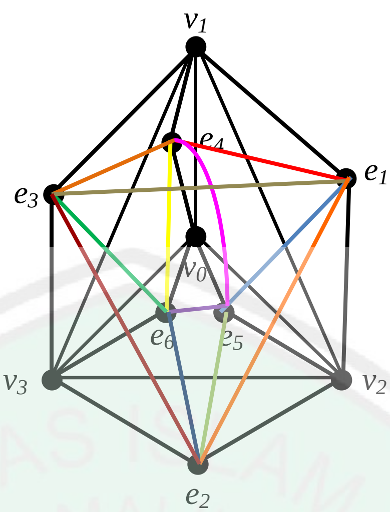
$C_3 =$ 

Maka gambar graf roda $W_3 = K_1 + C_3$ adalah:



Gambar 3.20 Graf Roda W_3

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf kipas W_3 dimana terdapat 10 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.21 Graf Total dari Graf Roda W_3

Berdasarkan gambar graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+n)} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 3\}$ dan $|C_1| = 3$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 3\}$ dan $|C_2| = 2$

$C_3 = \{v_i e_i v_{(i-(n-1))} v_i \mid i = 3\}$ dan $|C_3| = 1$

$C_4 = \{e_i e_{(i+2)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 4\}$ dan $|C_4| = 1$

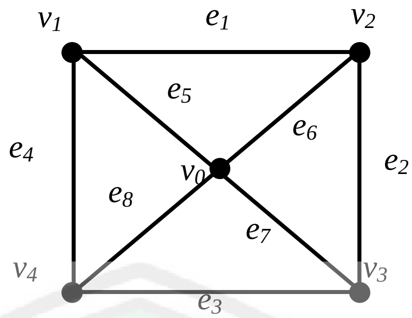
$C_5 = \{e_i e_{(i+(i+n))} e_{(i+1)} e_i \mid 1 \leq i \leq 2\}$ dan $|C_5| = 2$

$C_6 = \{e_i e_{(i+n)} e_{(i-(n-1))} e_i \mid i = 3\}$ dan $|C_6| = 1$

$$\therefore CM[T(W_3)] = 10$$

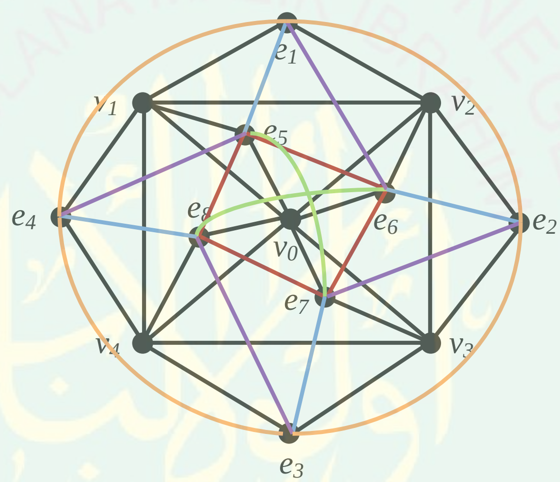
3.3.2 Graf Roda W_4

Untuk W_4 adalah graf roda dengan 4 titik yang mengelilingi titik pusat dan setiap titik tersebut *adjacent* terhadap titik pusat sehingga memiliki 8 sisi, seperti gambar di bawah ini:



Gambar 3.22 Graf Roda W_4

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf roda W_4 dimana terdapat 13 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.23 Graf Total dari Graf Roda W_4

Berdasarkan graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoint sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+n)} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 4\}$ dan $|C_1| = 4$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 3\}$ dan $|C_2| = 3$

$C_3 = \{v_i e_i v_{(i-(n-1))} v_i \mid i=4\}$ dan $|C_3| = 1$

$C_4 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i=5\}$ dan $|C_4| = 1$

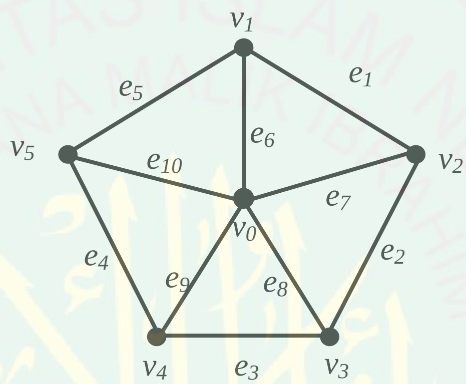
$C_5 = \{e_i e_{(i+(n+1))} e_{i+1} e_i \mid 1 \leq i \leq 3\}$ dan $|C_5| = 3$

$C_6 = \{e_i e_{(i+1)} e_{(i-(n-1))} e_i \mid i=4\}$ dan $|C_6| = 1$

$$\therefore CM[T(W_4)] = 13$$

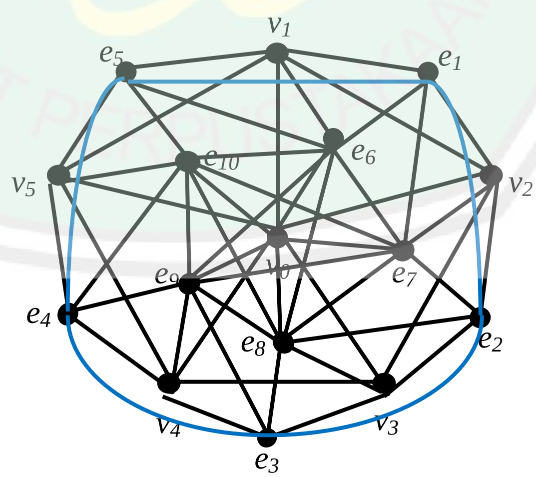
3.3.3 Graf Roda W_5

Untuk W_5 adalah graf roda yang memiliki 5 titik yang mengelilingi titik pusat dan setiap titik tersebut *adjacent* terhadap titik pusat sehingga memiliki 10 sisi, seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.24 Graf Roda W_5

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf roda W_4 dimana terdapat 16 titik yang terdiri dari himpunan *v* dan *e* seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.25 Graf Total dari Graf Roda W_5

Berdasarkan graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoin sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+n)} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 5\}$ dan $|C_1| = 5$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+n)} v_i \mid 1 \leq i \leq 4\}$ dan $|C_2| = 4$

$C_3 = \{v_i e_i v_{(i-(n-1))} v_i \mid i = 5\}$ dan $|C_3| = 1$

$C_4 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 6,7\}$ dan $|C_4| = 2$

$C_5 = \{e_i e_{(i+2)} e_{(i+3)} e_{(i+4)} e_i \mid i = 6\}$ dan $|C_5| = 1$

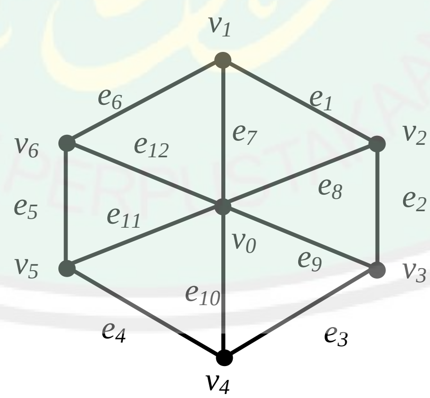
$C_6 = \{e_i e_{(i+(n+1))} e_{(i+1)} e_i \mid 1 \leq i \leq 4\}$ dan $|C_6| = 4$

$C_7 = \{e_i e_{(i+1)} e_{(i-(n-1))} e_i \mid i = 5\}$ dan $|C_7| = 1$

$$\therefore CM[T(W_5)] = 18$$

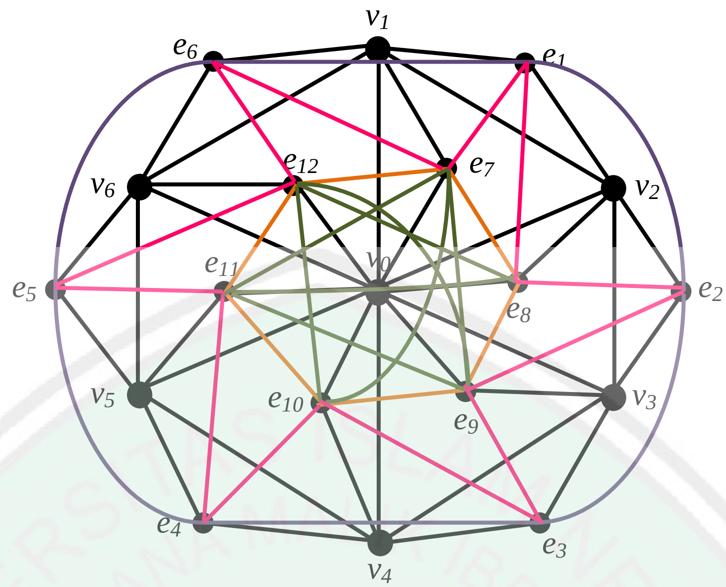
3.3.4 Graf Roda W_6

Untuk W_6 adalah graf roda yang memiliki 6 titik yang mengelilingi titik pusat dan setiap titik tersebut *adjacent* terhadap titik pusat sehingga memiliki 12 sisi, seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.26 Graf Roda W_6

Sesuai definisi dari graf total Bentuk graf total pada graf roda W_6 dimana terdapat 19 titik yang terdiri dari himpunan *v* dan *e* seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.27 Graf Total dari Graf Roda W_6

Berdasarkan graf total di atas dan sesuai dengan definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoin sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+n)} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 6\}$ dan $|C_1| = 6$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 5\}$ dan $|C_2| = 5$

$C_3 = \{v_i e_i v_{(i-(n-1))} v_i \mid i=6\}$ dan $|C_3| = 1$

$C_4 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid I = 7,8,9\}$ dan $|C_4| = 3$

$C_5 = \{e_i e_{(i+4)} e_{(i+(n-1))} e_i \mid i=7\}$ dan $|C_5| = 1$

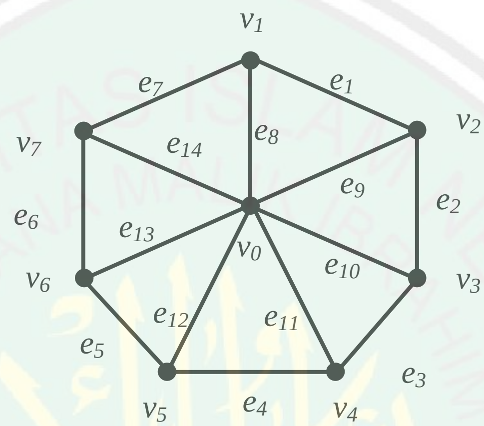
$C_6 = \{e_i e_{(i+(n+1))} e_{(i+1)} e_i \mid 1 \leq i \leq 5\}$ dan $|C_6| = 5$

$C_7 = \{e_i e_{(i+1)} e_{(i-(n-1))} e_i \mid i = 6\}$ dan $|C_7| = 1$

$$\therefore CM[T(W_6)] = 22$$

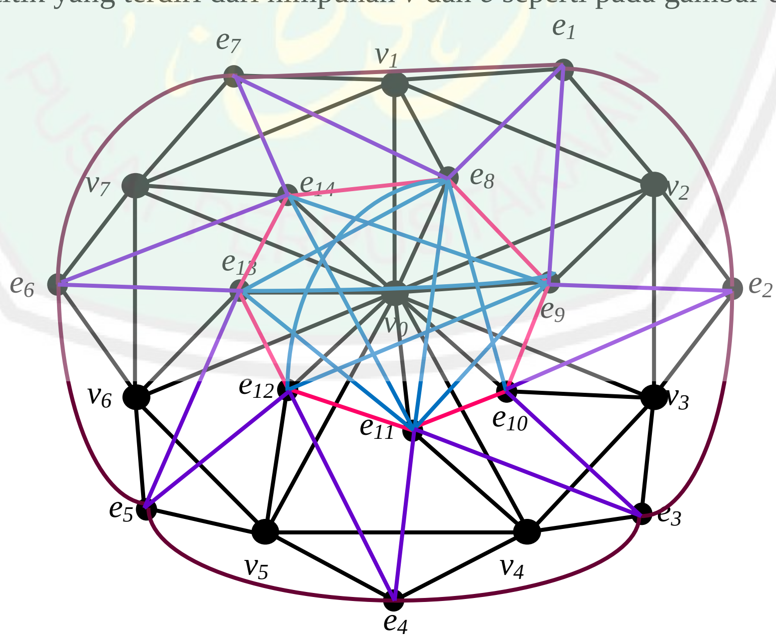
3.3.5 Graf Roda W_7

Untuk W_7 adalah graf roda yang memiliki 7 titik yang mengelilingi titik pusat dan setiap titik tersebut *adjacent* terhadap titik pusat sehingga memiliki 14 sisi, seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.28 Graf Roda W_7

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf roda W_6 dimana terdapat 19 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.29 Graf Total dari Graf Roda W_7

Berdasarkan graf total di atas dan sesuai definisi dari multiplisitas sikel maka diperoleh sikel yang disjoin sisi adalah:

$C_1 = \{v_i e_{(i+n)} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 7\}$ dan $|C_1| = 7$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 6\}$ dan $|C_2| = 6$

$C_3 = \{v_i e_i v_{(i-(n-1))} v_i \mid i=7\}$ dan $|C_3| = 1$

$C_4 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i=8,9,10,11\}$ dan $|C_4| = 4$

$C_5 = \{e_i e_{(i+2)} e_{(i+(n-1))} e_i \mid i=8\}$ dan $|C_5| = 1$

$C_6 = \{e_i e_{(i+4)} e_{(i+5)} e_i \mid i = 8,9\}$ dan $|C_6| = 2$

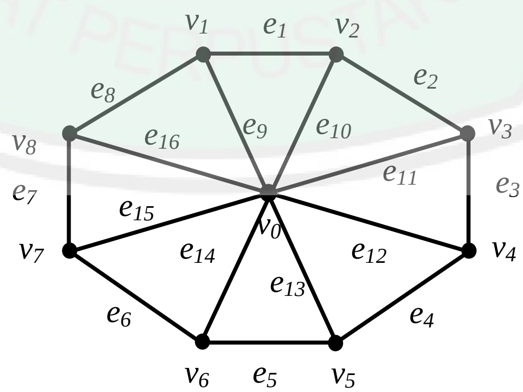
$C_7 = \{e_i e_{(i+(n+1))} e_{i+1} e_i \mid 1 \leq i \leq 6\}$ dan $|C_7| = 6$

$C_8 = \{e_i e_{(i+1)} e_{(i-(n-1))} i_i \mid i = 7\}$ dan $|C_8| = 1$

$$\therefore CM[T(W_7)] = 28$$

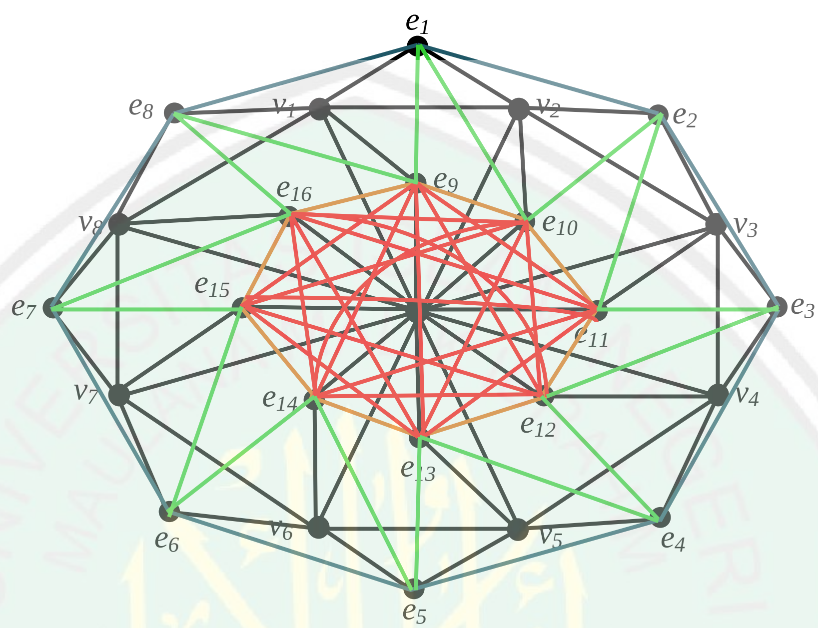
3.3.6 Graf Roda W_8

Untuk W_8 adalah graf roda yang memiliki 8 titik yang mengelilingi titik pusat dan setiap titik tersebut *adjacent* terhadap titik pusat sehingga memiliki 16 sisi, seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.30 Graf Roda W_8

Sesuai definisi dari graf total maka bentuk graf total pada graf roda W_6 dimana terdapat 21 titik yang terdiri dari himpunan v dan e seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 3.31 Graf Total dari Graf Roda W_8

Berdasarkan graf total di atas dan sesuai dengan definisi multiplisitas sikel maka diperoleh multiplisitas sikel pada graf roda W_7 yaitu:

$C_1 = \{v_i e_{(i+n)} v_0 v_i \mid 1 \leq i \leq 8\}$ dan $|C_1| = 8$

$C_2 = \{v_i e_i v_{(i+1)} v_i \mid 1 \leq i \leq 7\}$ dan $|C_2| = 7$

$C_3 = \{v_i e_i v_{(i-(n-1))} v_i \mid i=8\}$ dan $|C_2| = 1$

$C_4 = \{e_i e_{(i+3)} e_{(i+1)} e_i \mid i = 9,10,11,12,13\}$ dan $|C_4| = 5$

$C_5 = \{e_i e_{(i+5)} e_{(i+6)} e_i \mid i=9,10\}$ dan $|C_5| = 2$

$C_6 = \{e_i e_{(i+2)} e_{(i+(n-1))} e_i \mid i=9\}$ dan $|C_6| = 1$

$C_7 = \{e_i e_{(i+(n+1))} e_{(i+1)} e_i \mid 1 \leq i \leq 7\}$ dan $|C_7| = 7$

$C_8 = \{e_i e_{(i+1)} e_{(i-(n-1))} e_i \mid i = 8\}$ dan $|C_8| = 1$

$$\therefore CM[T(W_8)] = 32$$

Berdasarkan data di atas yaitu jumlah multiplisitas sikel pada graf kipas W_n. Maka diperoleh tabel sebagai berikut:

Tabel 3.3 Jumlah Multiplisitas Sikel dari Graf Total pada Graf Roda W_n

No	Graf Roda (W_n)	$CM\,[T(W_n)]$
1	W_3	$10 = \left[\!\left[\frac{3^2+17.3}{6}\right]\!\right]$
2	W_4	$13 = \left[\!\left[\frac{4^2+16.4}{6}\right]\!\right]$
3	W_5	$18 = \left[\!\left[\frac{5^2+17.5}{6}\right]\!\right]$
4	W_6	$22 = \left[\!\left[\frac{6^2+16.6}{6}\right]\!\right]$
5	W_7	$28 = \left[\!\left[\frac{7^2+17.7}{6}\right]\!\right]$
6	W_8	$32 = \left[\!\left[\frac{8^2+16.8}{6}\right]\!\right]$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	W_n	$\left[\!\left[\frac{n^2+17n}{6}\right]\!\right]$ untuk n ganjil $\left[\!\left[\frac{n^2+16n}{6}\right]\!\right]$ untuk n genap

Dari tabel di atas maka diperoleh pola yang menghasilkan teorema sebagai berikut:

Teorema 3

Multiplisitas Sikel dari graf total pada graf roda

$$CM[T(W_n)] = \begin{cases} \left[\!\left[\frac{n^2+17n}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ ganjil \\ \left[\!\left[\frac{n^2+16n}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ genap \end{cases}$$

Bukti:

Misal $V(W_n)$ = $\{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n\}$ dan $E(W_n)$ = $\{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}$ dari definisi graf total di atas, maka diperoleh $V[T(W_n)] = V(W_n) \cup E(W_n)$ dan $E[T(W_n)]$ = $\{v_ie_i | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_iv_{(i+1)} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{e_iv_{(i+1)} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{e_ie_{(i+1)} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_ie_{(i+n)} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_ie_n | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_iv_n | 1 \leq i \leq n\} \cup \{e_ie_n | 1 \leq i \leq n\} \cup \{e_ie_{(n+1)} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{e_ie_{(n+2)} | 1 \leq i \leq n\}$.

Kasus I: Jika n ganjil

Sikel yang disjoint sisi dari $T[W_n]$ adalah : $C_1 = \{v_ie_{(i+n)}v_0v_i \mid 1 \leq i \leq n\}$, C_2 = $\{v_ie_iv_{(i+1)}v_i \mid 1 \leq i \leq n\text{-}1\}$, $C_3 = \{v_ie_iv_{(i-(n-1))}v_i \mid i \geq n\}$, C_4 = {himpunan sikel yang disjoin sisi di K_n }, C_5 = $\{e_ie_{(i+(n+1))}e_{(i+1)}e_i \mid 1 \leq i \leq n\text{-}1\}$, C_6 = $\{e_ie_{(i+1)}e_{(i-(n-1))}e_i \mid i \geq n\}$. Terlihat bahwa C_i dengan $1 \leq i \leq 6$ adalah himpunan-himpunan yang beranggotakan nilai maksimal dari sikel yang *disjoint* sisi dalam W_n. Sehingga jelas bahwa $|C_1| = n$, $|C_2| = n\text{-}1$, $|C_3| = 1$, $|C_4| = \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right]$, $|C_5| = n\text{-}1$ dan $|C_6|$ = 1. Jadi, jika C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 dan C_6 dijumlahkan maka $CM\,[T(W_n)] = |C_1| + |C_2| + |C_3| + |C_4| + |C_5| + |C_6| = n + n\text{-}1 + 1 + \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right] + n\text{-}1 + 1 = \left[\!\left[\frac{n^2+17n}{6}\right]\!\right]$ untuk setiap n ganjil.

Kasus II: Jika n genap

Sikel yang disjoint sisi dari $T[W_n]$ adalah : $C_1 = \{v_ie_{(i+n)}v_0v_i \mid 1 \leq i \leq n\}$, C_2 = $\{v_ie_iv_{(i+1)}v_i \mid 1 \leq i \leq n\text{-}1\}$, $C_3 = \{v_ie_iv_{(i-(n-1))}v_i \mid i \geq n\}$, C_4 = {himpunan sikel yang disjoin sisi di K_n }, C_5 = $\{e_ie_{(i+(n+1))}e_{(i+1)}e_i \mid 1 \leq i \leq n\text{-}1\}$, C_6 = $\{e_ie_{(i+1)}e_{(i-(n-1))}e_i \mid i \geq n\}$. Terlihat bahwa C_i dengan $1 \leq i \leq 6$ adalah himpunan-

himpunan yang beranggotakan nilai maksimal dari sikel yang *disjoint* sisi dalam W_n. Sehingga jelas bahwa $|C_1| = n$, $|C_2| = n\text{-}1$, $|C_3| = 1$, $|C_4| = \left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right]$, $|C_5| = n\text{-}1$ dan $|C_6| = 1$. Jadi, jika C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 dan C_6 dijumlahkan maka $CM\,[T(W_n)] = |C_1| + |C_2| + |C_3| + |C_4| + |C_5| + |C_6| = n + n\text{-}1 + 1 + \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right] + n\text{-}1 + 1 = \left[\!\left[\frac{n^2+16n}{6}\right]\!\right]$ untuk setiap n genap.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari pembahasan tentang *multiplisitas sikel* pada graf komplit K_n dan graf total pada graf kipas F_n dan graf roda W_n, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Rumus umum dari multiplisitas sikel pada graf komplit K_n dengan $n \geq 3$ adalah $CM[K_n] = \begin{cases} \left[\!\left[\frac{n^2-n}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ ganjil \\ \left[\!\left[\frac{n^2-2n}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ genap \end{cases}$
2. Rumus umum dari multiplisitas sikel dari graf total pada graf kipas F_n dengan $n \geq 3$ adalah $CM[T(F_n)] = \begin{cases} \left[\!\left[\frac{n^2+17n-18}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ ganjil \\ \left[\!\left[\frac{n^2+16n-18}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ genap \end{cases}$
3. Rumus umum dari multiplisitas sikel dari graf total pada graf roda W_n dengan $n \geq 3$ adalah $CM[T(W_n)] = \begin{cases} \left[\!\left[\frac{n^2+17n}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ ganjil \\ \left[\!\left[\frac{n^2+16n}{6}\right]\!\right] & untuk\ n\ genap \end{cases}$

4.2 Saran

Karena penelitian ini masih membahas tentang multiplisitas sikel pada graf komplit K_n dan graf total pada graf kipas K_n dan graf roda W_n , maka penelitian ini dapat dilanjutkan dengan mencari multiplisitas sikel dari graf total pada graf lain.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press.

Abdussakir, dkk. 2009. *Teory Graf : Topik Dasar untuk Tugas Akhir/Skripsi*. Malang: UIN-Malang Press.

Ali, Akbar. dan Panayappan, S. 2010. *Cycle Multiplicity of Total Graph of C_n, P_n, and $K_{1,n}$.* *http//www.Ajol.info/index.php/ijest.issue/view/7620.* (diakses pada tanggal 5 Februari 2011)

Chartrand, G. dan Lesniak, L. 1986. *Graph and Digraph 2nd Edition.* California: Wadswoeth. Inc.

Gallian, Joseph. 2007. *A Dynamic Survey of Graph Labeling*. *http//www.combinatories.org/survey/ds6.pdf.* (diakses pada tanggal 10 Maret 2011)

Harary, Frank. 1969. *Graph Theory*. Amerika: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Mahfudiyah, Lutvi.2008. *Pelabelan Graceful Pada Graf Kipas F_n Dan Graf Kipas Ganda dF_n, n Bilangan Asli dan $n \geq 2$.* Tugas Akhir Tidak Dipublikasikan Malang: Sainstek.

Rosen, Kenneth H. 2003. *Discrete Mathemathics and Its Application: Fifth Edition. Singapura*: McGraw Hill.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341) 551343
Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Muslihatin
NIM : 07610037
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul skripsi : Multiplisitas Sikel pada Graf Komplit K_n dan Graf Total dari Graf Kipas F_n dan Graf Roda W_n
Pembimbing I : Abdussakir, M.Pd
Pembimbing II : Dr. H. Ahmad Barizi, M.A

No	Tanggal	Hal	Ttd.
1	5 Mei 2011	Konsultasi masalah	1.
2	20 Mei 2011	Konsultasi BAB I	2.
3	20 Mei 2011	ACC BAB I dan konsultasi BAB II	3.
4	15 Juni 2011	Konsultasi kajian agama	4.
5	16 Juni 2011	ACC BAB II	5.
6	25 Juli 2011	Revisi kajian agama	6.
7	11 Juli 2011	Konsultasi BAB III	7.
8	14 Juli 2011	Revisi BAB III	8.
9	16 Juli 2011	ACC BAB III	9.
10	15 Juli 2011	Konsultasi BAB IV	10.
11	15 Juli 2011	ACC kajian agama	11.
12	16 Juli 2011	ACC BAB IV	12.
13	16 Juli 2011	ACC keseluruhan	13.

Malang, 16 Juli 2011

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001