STRUKTUR DAN SIFAT-SIFAT K-ALJABAR

SKRIPSI

OLEH
RAFI AINUR ISA
NIM. 19610105

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2024

STRUKTUR DAN SIFAT-SIFAT K-ALJABAR

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Rafi Ainur Isa
NIM. 19610105

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2024

STRUKTUR DAN SIFAT-SIFAT K-ALJABAR

SKRIPSI

Oleh
Rafi Ainur Isa
NIM. 19610105

Telah Disetujui untuk Diuji
Malang, 14 Mei 2024

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Evawati Alisah, M.Pd.	Achmad Nashichuddin, M.A.
NIP. 19720604 199903 2 001	NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

STRUKTUR DAN SIFAT-SIFAT K-ALJABAR

SKRIPSI

Oleh
Rafi Ainur Isa
NIM. 19610105

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat.)
Tanggal 12 Juni 2024

Ketua Penguji	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph. D.	....
Anggota Penguji 1	: Intan Nisfulaila, M.Si.	....
Anggota Penguji 2	: Evawati Alisah, M.Pd.	....
Anggota Penguji 3	: Achmad Nashichuddin, M.A.	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama	: Rafi Ainur Isa
NIM	: 19610105
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Struktur dan Sifat-sifat K-Aljabar

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perilkau tersebut.

Malang, 12 Juni 2024
Yang membuat pernyataan,

Rafi Ainur Isa
NIM. 19610105

MOTO

"Jadilah manusia yang sebenar-benarnya manusia"

(KHR. Moh. Kholil As'ad)

PERSEMBAHAN

Pertama-tama saya ucapkan syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan kasih sayangnya sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta, Bapak Sura'ie dan Ibu Monawarah, yang selalu memanjatkan do'a, memberikan motivasi, nasehat, perhatian dan kasih sayang kepada anaknya. Terimakasih kepada kedua orang tua penulis karena sudah menjadi orang tua yang terbaik bagi penulis, penulis bangga mempunyai kedua orang tua yang kuat dan penuh keteladanan, semoga Allah SWT memberikan penuh kasih sayang sebagaimana beliau menyayangi penulis wakti kecil hingga sekarang.

Guru tercinta KHR. Moh. Kholil As'ad Syamsul Arifin yang sangat penulis takzimi, yang tidak pernah putus asa mendo'akan santri-santri beliau, serta memberikan nasehat kerohanian kepada penulis. Penulis bangga bisa menjadi murid dari beliau. Semoga Allah SWT mewujudkan cita-cita beliau.

Saudara perempuan penulis Irfa Agustina Nur Aisya, nenek penulis Sa'ada dan H. Wati, bibik dan paman penulis, serta kekasih saya Wihdatul Ummah, yang selalu memberikan dukungan semangat, motivasi, perhatian, dan selalu mendoakan penulis.

Kepada teman-teman yang seangkatan dan satu daerah dengan penulis yang selalu memberikan support, dukungan, dan menjadi tempat curhat penulis. Terimakasih kepada kalian semua. Semoga Allah SWT membalas kebaikan yang telah diberikan kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur kami panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat, karunia, dan petunjuk-Nya yang senantiasa mengiringi langkah kami dalam menyelesaikan proposal skripsi ini, dengan tema "Struktur dan Sifat-Sifat Skripsi" semoga sholawat dan penghormatan selalu kita sampaikan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah memberikan petunjuk kepada manusia menuju jalan yang benar, yakni agama Islam, dan semoga kelak mendapatkan syafaat dari beliau di akhirat.

Dalam proses penyelesaian skripsi tersebut, penulis memperoleh banyak hal terutama dukungan, masukan, arahan, dan kontribusi berharga yang diberikan berbagai pihak. Oleh sebab itu, penulis sangat berterimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. M. Zainuddin, M.A., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd., selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan berbagai pengetahuan, pengalaman, arahan, nasihat, serta motivasi kepada penulis.
5. Achmad Nashichuddin, M.A., selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan ilmu, nasihat, bimbingan, pengalaman, serta motivasi kepada penulis.
6. Semua pengajar di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
7. Ibunda tercinta Munawarah dan ayahanda tercinta Sura'ie serta seluruh kerabat yang mendo'akan, memberikan motivasi, dukungan, nasehat, dan kasih sayang supaya memungkinkan penulis menyelesaikan tugas akhir ini.

8. Teman-teman angkatan 2019 program studi matematika yang selalu memberikan sumber daya, semangat, serta informasi yang diperlukan oleh penulis dalam penelitian ini. Semua kontribusi dan dukungan ini sangat berarti bagi kelancaran penulisan skripsi ini.
9. Tidak lupa, untuk teman-teman seperjuangan yang satu daerah dengan penulis yang selalu memberikan dorongan agar tugas akhir ini cepat selesai.

Semoga Allah SWT senantiasa membalas semua bantuan dan kebaikan yang sudah diberikan kepada penulis. Penulis berharap agar skripsi ini dapat berguna khususnya penulis sendiri serta kalangan pembaca, untuk menambah wawasan keilmuan yang selalu berkembang. Aamiin.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 12 Juni 2024

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .... **i**
HALAMAN PENGAJUAN .... **ii**
HALAMAN PERSETUJUAN .... **iii**
HALAMAN PENGESAHAN .... **iv**
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN .... **v**
MOTO .... **vi**
PERSEMBAHAN .... **vii**
KATA PENGANTAR .... **viii**
DAFTAR ISI .... **x**
ABSTRAK .... **xi**
ABSTRACT .... **xii**
مستخلص البحث .... **xiii**
BAB I PENDAHULUAN **1**
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Tujuan Penelitian 4
1.4 Manfaat Penelitian 5
1.5 Definisi Istilah 5
1.6 Batasan Masalah 6
BAB II KAJIAN TEORI **7**
2.1 Himpunan 7
2.2 Operasi Biner 9
2.3 Grup 10
2.4 Ring 12
2.5 Konsep Dasar K-Aljabar 14
2.6 Rasionalisasi Perbuatan Manusia 17
BAB III METODE PENELITIAN **21**
3.1 Jenis Penelitian 21
3.2 Langkah-Langkah Penelitian 21
BAB IV PEMBAHASAN **23**
4.1 Struktur K-Aljabar 23
4.1.1 K-Grup 23
4.1.2 K-Ring 24
4.1.3 Field 25
4.1.4 K-Field 28
4.2. Sifat-Sifat K-Aljabar 30
4.3. Rasionalisasi Beragama dalam Perspektif Teori Aljabar 31
BAB V PENUTUP **38**
5.1 Kesimpulan 38
1. Struktur K-Aljabar 38
2. Sifat- sifat K-Aljabar 39
5.2 Saran 39
DAFTAR PUSTAKA **40**
RIWAYAT HIDUP **42**

ABSTRAK

Isa, Rafi Ainur. 2024. **Struktur dan Sifat-sifat K-Aljabar**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Evawati Alisah, M.Pd., (II) Achmad Nashichuddin, M.A.

Kata kunci: Operasi Biner, Grup, K-Aljabar

K-Aljabar adalah cabang dari aljabar abstrak yang mempelajari struktur aljabar dengan operasi biner yang memenuhi sifat-sifat tertentu, seperti asosiatif, komutatif, dan distributif. Aljabar adalah cabang matematika yang mempelajari struktur aljabar, seperti grup, ring, dan field. Penilitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan struktur K-Aljabar dibandingkan dengan Aljabar serta sifat-sifat pada K-Aljabar. Penelitian ini dilakukan menggunakan studi literatur. Pola pembahasannya dimulai dari kasus atau contoh hingga pembahasan yang umum. K-Aljabar terdiri dari tiga bagian, yaitu K-Grup penjumlahan K-Aljabar dalam konteks ruang vektor atau modul atas K yang elemen-elemen grup penjumlahan adalah elemen dari K, dan operasi penjumlahan dapat dianggap sebagai penjumlahan biasa dalam K. K-Ring adalah struktur aljabar dengan dua operasi (penjumlahan dan perkalian) yang memenuhi sifat-sifat tertentu dan melibatkan K-field sebagai filed skalar. K-Aljabar adalah generalisasi dari konsep ring yang juga merupakan ruang vektor atas K, menggabungkan operasi aljabar dan operasi skalar. K-Field adalah merupakan salah satu struktur K-Aljabar dengan operasi perkalian bersifat distributif terhadap operasi penjumlahan. Sehingga dari tiga struktur tersebut terdapat tiga sifat-sifat yang mendasari yaitu sifat Asosiatif, Komutatif, dan Distributif. Penelitian ini berkontribusi pada pemahaman yang lebih mendalam mengenai struktur dan operasi dalam K-Aljabar.

ABSTRACT

Isa, Rafi Ainur. 2024. **On the structure and properties of K-Algebra**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Evawati Alisah, M.Pd., (II) Achmad Nashichuddin, M.A.

Keywords: Binary Operations, Groups, K-Algebra

K-Algebra is a branch of abstract algebra that studies algebraic structures with binary operations that satisfy certain properties, such as associative, commutative, and distributive. Algebra is the branch of mathematics that studies algebraic structures, such as groups, rings, and fields. This study aims to describe the structure of K-Algebra compared to Algebra and the properties of K-Algebra. This research was conducted using literature studies. The pattern of discussion starts from cases or examples to general discussions. K-Algebra consists of three parts, namely K-Algebraic addition group in the context of vector spaces or modules over K whose addition group elements are elements of K, and addition operations can be thought of as ordinary addition in K. K-Ring is an algebraic structure with two operations (addition and multiplication) that satisfy certain properties and involves K-fields as scalar files. K-Algebra is a generalization of the ring concept which is also an upper vector space K, combining algebraic operations and scalar operations. K-Field is one of the K-Algebraic structures with multiplication operations being distributive to addition operations. So that from these three structures there are three underlying properties, namely Associative, Commutative, and Distributive properties. This research contributes to a deeper understanding of structures and operations in K-Algebra.

مستخلص البحث

عيس عين الرفيق، ٣٢٠٢ : **ستروكتور دان سيفات سيفات** $K\text{-}Aljabar$. البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرفه الأولى: **إيفا واتى أليسة**، الماجستير ، المشرف الثاني : أحمد ناصح الدين، الماجستير.

الكلمات المفتاحية: العمليات الثنائية ، المجموعات ، $K\text{-}Aljabar$ ١

$K\text{-}Aljabar$ هو فرع من الجبر التجريدي الذي يدرس الهياكل الجبرية ذات العمليات الثنائية التي تحقق خصائص معينة، مثل الترابط والتبادل والتوزيع. الجبر هو فرع من فروع الرياضيات يدرس الهياكل الجبرية، مثل المجموعات والحلقات والحقول. يهدف هذا البحث إلى وصف بنية $K\text{-}Aljabar$ مقارنة بالجبر وخصائص $K\text{-}Aljabar$. تم إجراء هذا البحث باستخدام دراسة الأدب. يبدأ نمط المناقشة من الحالات أو الأمثلة إلى المناقشات العامة. يتكون $K\text{-}Aljabar$ من ثلاثة أجزاء وهي K- مجموعة الإضافة K- الجبر في سياق الفضاءات المتجهة أو الوحدات النمطية فوق K حيث عناصر مجموعة الإضافة هي عناصر K، ويمكن اعتبار عملية الجمع عملية إضافة عادية في K. $K\text{-}Ring$ عبارة عن بنية جبرية تحتوي على عمليتين (الجمع والضرب) تستوفي خصائص معينة وتتضمن حقل K كحقل عددي. $K\text{-}Algebra$ هو تعميم لمفهوم الحلقة وهو أيضًا فضاء متجه فوق K، يجمع بين العمليات الجبرية والعمليات العددية. $K\text{-}Field$ عبارة عن بنية $K\text{-}Algebra$ حيث يتم توزيع عملية الضرب على عملية الجمع. إذن من هذه الهياكل الثلاثة هناك ثلاث خصائص أساسية، وهي الخصائص الترابطية والتبادلية والتوزيعية.يساهم هذا البحث في فهم أعمق للهياكل والعمليات في $K\text{-}Aljabar$.

.

.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar Abstrak merupakan bidang matematika yang mempelajari struktur aljabar, seperti grup, ring, field, dan ruang vektor. Istilah "Aljabar Abstrak" diperkenalkan sejak permulaan abad kedua puluh untuk membedakan dari bidang yang umumnya disebut sebagai aljabar. Aljabar merupakan studi aturan manipulasi rumus dan ekspresi aljabar yang melibatkan variabel dan bilangan riil atau kompleks, yang ini lebih dikenal sebagai aljabar elementer.

Grup merupakan salah satu bidang kajian Aljabar Abstrak yang berfokus pada ekplorasi struktur himpunan. Konsep grup mengacu pada himpunan takkosong, dilengkapi dengan menggunakan satu operasi biner khusus. Sebuah himpunan dapat dikatakan grup jika memenuhi memenuhi beberapa sifat dasar, yaitu tertutup, sifat asosiatif, memiliki elemen identitas, dan setiap anggota himpunan memiliki invers. Grup juga mempunyai aplikasi luas dalam matematika sendiri dan keilmuan alam. Pada bidang kimia grup digunakan untuk mengklasifikasikan unsur kimia. Unsur-unsur dalam satu grup sering memiliki sifat-sifat serupa, seperti sifat reaktivitas. Salah satu aspek menarik dari K-Aljabar adalah kemiripannya dengan konsep grup. Oleh karena itu, penulis merasa tertarik untuk mendalaminya dan melakukan penelitian kembali struktur serta karakteristik yang terkait dengan K-Aljabar melalui pengembangan lebih lanjut.

Konsep grup pada aljabar yang ditambahkan dengan operasi biner, yang kemudian menciptakan sebuah konsep inovatif yang disebut K-Aljabar. K-Aljabar mencakup definisi, karekteristik, dan beberapa teorema. Ini adalah Struktur Aljabar yang terbentuk dari suatu grup G, dengan e adalah elemen identitas pada G untuk setiap $x, y \in G$. Sementara itu, operasi biner yang dipakai adalah operasi biner $\odot$, yang didefinisikan sebagai $x \odot y = x * y^{-1} = xy^{-1}$ untuk setiap $x, y \in G$ serta mematuhi aksioma-aksioma tertentu. (Akram, 2005).

K-Aljabar adalah cabang dari aljabar abstrak yang mempelajari struktur aljabar dengan operasi biner yang memenuhi sifat-sifat tertentu, seperti asosiatif, komutatif, dan distributif. Aljabar adalah cabang matematika yang mempelajari struktur aljabar, seperti grup, ring, dan field. Aljabar adalah bidang yang melibatkan manipulasi simbol-simbol matematika untuk memahami dan menyelesaikan masalah dalam konteks struktur aljabar tersebut. Terdapat berbagai jenis aljabar, seperti aljabar linier, aljabar abstrak, aljabar Boolean, dan banyak lagi, yang masing-masing memiliki aturan dan properti khusus. K-Aljabar biasanya digunakan untuk memahami struktur matematika yang melibatkan himpunan dengan operasi biner, seperti grup, ring, dan field.

Alam semesta mengandung prinsip-prinsip matematika dalam bentuknya, walaupun alam semesta diciptakan ketika matematika itu belum ada. Semua isinya alam semesta dijadikan Allah SWT dengan akurasi yang sangat tinggi, melibatkan perhitungan yang teliti dan cermat, serta menggunakan rumus dan persamaan yang rapi dan seimbang.

Allah Subhanahu Wa Ta'ala berfirman:

اِنْ اَحْسَنْتُمْ اَحْسَنْتُمْ لِاَنْفُسِكُمْ ۗوَاِنْ اَسَأْتُمْ فَلَهَاۗ فَاِذَا جَاۤءَ وَعْدُ الْاٰخِرَةِ لِيَسٗۤـُٔوْا وُجُوْهَكُمْ
وَلِيَدْخُلُوا الْمَسْجِدَ كَمَا دَخَلُوْهُ اَوَّلَ مَرَّةٍ وَّلِيُتَبِّرُوْا مَا عَلَوْا تَتْبِيْ

Yang artinya:
"Jika kamu berbuat baik (berarti) kamu berbuat baik untuk dirimu sendiri. Dan jika kamu berbuat jahat, maka (kerugian kejahatan) itu untuk dirimu sendiri. Apabila datang saat hukuman (kejahatan) yang kedua, (Kami bangkitkan musuhmu) untuk menyuramkan wajahmu lalu mereka masuk ke dalam masjid (Masjidilaqsa), sebagaimana ketika mereka memasukinya pertama kali dan mereka membinasakan apa saja yang mereka kuasai." (Surah Al Isra' Ayat 7) (Departemen Agama RI., 2006).

Pada ayat diatas Allah SWT memberikan balasan terhadap pekerjaan kita semasa hidup di dunia, sehingga jika kita mengerjakan kebaikan maka kita pun akan mendapatkan kebaikan juga dan jika kita berbuat kejahatan atau kebatilan maka Allah SWT membalas dengan keburukan. Maka kalau dikaitkan dengan sifat abstrak matematika, ini berarti objek matematika berasal semenjak proses dengan mengabstraksi peristiwa atau fenomena yang ada di dunia nyata. Dikarenakan objek-objek matematika ini berasal dari proses abstraksi dunia nyata, maka matematika bisa digali hingga ke metode abstraksi. Ini adalah dasar dari cara kita belajar matematika.

Berdasarkan penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Nugroho, (2017) yang bertujuan menjelaskan struktur dan sifat-sifat kajian K-Aljabar. Berjudul Struktur dan Sifat-Sifat K-Aljabar, penelitian ini menggunakan metode kajian pustaka. Dengan cara mengumpulkan berbagai sumber dan teorema-teorema yang mendukung pada kajian K-Aljabar. Judul ini masih sedikit dilakukan atau diteliti oleh sebagian mahasiswa dan juga judul ini sangat menarik karena konsep K-Aljabar yang hampir dengan konsep grup. Oleh karena, dalam pengembangan pembahasannya, penulis tertarik untuk membahas kembali struktur dan sifat-sifat K-Aljabar.

Penelitian yang dilakukan oleh Kamil (2016) yang menjelaskan tentang K-Aljabar, yakni K-Aljabar dibangun atas suatu grup dengan menggunakan operasi biner $\odot$ pada $(G,*)$ sehingga untuk setiap x, y di G didefinisikan $x \odot \mathrm{y} = \mathrm{x} * y^{-1}$ dan e adalah unsur identitas di G, $(G,*,\odot\, e)$ memenuhi aksioma-aksioma pada K-Aljabar. Dalam penelitian ini diperoleh sifat-sifat K-Aljabar.

Penelitian selanjutnya yang dilakukan oleh Arifin (2012) yang mengkaji tentang K-Aljabar, menunjukkan bahwa K-Aljabar adalah salah satu struktur aljabar yang dibangun atas suatu grup. Misalkan $G = (G,*)$ suatu grup terhadap operasi biner $*$, dan e adalah unsur identitas pada G. $\forall x, y$ di G didefinisikan operasi $x \odot y = x * y^{-1}$. Maka $(G,*,\odot\, e)$ memenuhi aksioma-aksioma tertentu yang disebut K-Aljabar. Penelitian ini menggunakan metode kepustakaan untuk mengkaji sifat-sifat K-Aljabar pada grup komutatif dan grup tidak komutatif. Berdasarkan latar belakang dan penelitian terdahulu maka, peneliti mengambil judul "Struktur dan Sifat-sifat K-Aljabar". Peneliti merasa judul ini relevan dengan beberapa mata kuliah yang telah peneliti pelajari.

1.2 Rumusan Masalah

Dari paparan latar belakang diatas maka menghasilkan beberapa rumusan masalah yaitu:

1. Bagaimana struktur K-Aljabar?
2. Bagaimana sifat-sifat pada K-Aljabar?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah sebelumnya, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan struktur K-Aljabar dibandingkan dengan Aljabar.

2. Deskripsi K-Aljabar dan sifat-sifatnya.

1.4 Manfaat Penelitian

1. Penelitian ini digunakan sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan tentang toeri K-Aljabar, untuk pengembangan matematika, khususnya pada bidang aljabar.
2. Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya jurusan matematika untuk bidang aljabar.
3. Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk bahan referensi bagi pihak yang ingin mengetahui lebih banyak tentang teori-teori K-aljabar serta pengembangan dari teori-teori tersebut.

1.5 Definisi Istilah

Untuk menghidari potensi penafsiran yang salah terhadap judul skripsi, maka diperlukan definisi operasional sebagai berikut:

1. Ring adalah himpunan yang memiliki dua operasi yang terdefinisi dengan jelas didalamnya.
2. K-Ring adalah struktur yang terdiri dari sebuah himpunan K bersama dengan dua operasi biner.
3. Field adalah suatu struktur aljabar yang terdiri dari dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian.
4. K-Field adalah himpunan bagian dari K-Aljabar. Setiap K-Field juga merupakan K-Aljabar, tetapi tidak semua K-Aljabar merupakan K-Field.

1.6 Batasan Masalah

Agar penelitian lebih terfokus dan tidak meluas dari pembahasan dimaksudkan, maka skripsi ini membataskan ruang lingkup penelitian kepada sifat-sifat K-Aljabar, yaitu komutatif, asosiatif, dan distributif.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Himpunan

Definisi 1. Himpunan

Himpunan adalah sekelompok benda atau objek yang telah dideskripsikan secara tegas. Benda-benda dalam himpunan ini disebut anggota atau elemen himpunan. Himpunan ini biasanya disimbolkan menggunakan huruf kapital, misalkan Z atau B; jika a merupakan elemen himpunan Z, maka ditulis $a \in Z$. (Judson, 2013)

Ada cara-cara yang digunakan untuk membentuk himpunan, yaitu menyebutkan anggota-anggota yang ada, menyatakan syarat-syarat anggota, dan menggunakan simbol-simbol untuk pembentuk himpunan. Misalnya, diberikan himpunan B dan a elemen B, maka secara simbolik ditulis $a \in B$. Sedangkan jika a bukan elemen dari B ditulis $a \notin B$.

Contoh:

$$X = \{2, 4, 6,\}$$

beserta menyebut ketentuan elemen-elemennya:

X = Himpunan tiga bilangan genap positif pertama

Jadi dengan notasi pembentukan himpunan:

$$X = \{\, x | x < 7, x \text{ bilangan genap positif} \}$$

Sehingga jelas ada 3 elemen himpunan X dan dapat ditulis sebagai $4 \in X$. Sedangkan 5 tidak termasuk elemen dari A dan ditulis $5 \notin X$.

Jika M dan N adalah himpunan, maka M disebut himpunan bagian sejati (*proper subset*) pada N jika dan hanya jika setiap elemen M merupakan elemen N, dapat ditulis $M \subseteq N$ dan $M \neq N$. Notasi yang umum digunakan untuk M subset N adalah $M \subset N$. Dua himpunan dianggap sama jika dan hanya jika dua himpunan mempunyai elemen yang sama. Dengan kata lain $M = N$ jika elemen M merupakan elemen N dan begitupun sebaliknya, jika setiap elemen N merupakan elemen M. Oleh karena itu, untuk menunjukkan bahwa $M = N$ harus dibuktikan bahwa $M \subseteq N$ dan $N \subseteq M$.

Contoh:

Misalkan $A = \{0,1,2,3,4,5\}$ dan $B = \{0,1\}$, karena $0 \in A$ dan $1 \in A$ maka $(B \subseteq A)$.

Gabungan antara himpunan M dan N merupakan himpunan yang elemen-elemennya mencakup seluruh elemen pada himpunan M dan N. Penulisan matematik yang digunakan adalah $M \cup N = \{x | x \in M$ atau $x \in N\}$.

Contoh:

$M = \{1,2,3,4\}$ dan

$N = \{4,5,6\}$

Maka $M \cup N = \{1,2,3,4,5,6\}$.

Irisan dua himpunan M dan N merupakan himpunan yang beranggotakan elemen-elemen yang ada di dalam himpunan M dan juga terdapat dalam himpunan N. Hal ini secara matematik dituliskan sebagai $M \cap N = \{x | x \in M$ dan $x \in N\}$. (Judson, 2013)

Contoh:

$N = \{1,2,3,4\}$ dan

$M = \{4,5,6,\}$

Maka $\cap N = \{4\}$.

2.2 Operasi Biner

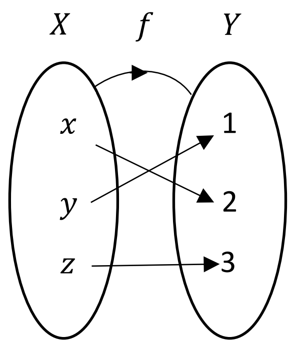
Definisi 2. Operasi Biner

Misalkan X dan Y himpuan tidak kosong dan $f: X \to Y$ merupakan pemetaan (*fungsi*) jika dan hanya jika untuk setiap elemen di X mempunyai pasangan di Y, dan jika kedua elemen sama di X memiliki pasangan yang sama di Y, secara matematis dinyatakan sebagai

$\forall x_1, x_2 \in X, x_1 = x_2$, berlaku $f(x_1) = f(x_2)$. (Anton, 2000)

Contoh:

Misalkan $X = \{x, y, z\}$ dan $Y = \{1,2,3\}$. dan $f: X \to Y$ seperti pada diagram berikut:



Maka, himpunan f diperoleh $f\{(x, 2), (y, 1), (z, 3)\}$, maka f suatu pemetaan dari X ke Y.

Operasi biner $*$ pada himpunan Z adalah pemetaan dari setiap pasangan berurutan x, y dalam Z dengan tepat satu anggota $x * y$ dalam Z.

Beberapa sifat operasi biner.

Misalkan $*$ adalah operasi biner pada himpunan Z yang takkosong

1. Operasi biner $*$ bersifat komutatif jika $x * y = y * x, \forall x, y \in Z$.
2. Operasi biner $*$ bersifat asosiatif jika $(x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in Z$.
3. Elemen $e \in Z$ dikatakan elemen identitas pada Z jika $e * x = x * e = x$, $\forall x \in Z$.
4. Elemen $x \in Z$ dikatakan mempunyai invers y pada Z jika $x * y = y * x = e$, elemen y disebut invers dari x, dan bisa ditulis dengan $y = x^{-1}$. (Setiawan, 2011)

Contoh:

Misalkan B merupakan himpunan semua bilangan bulat. Operasi $+$ pada B merupakan operasi biner, sebab operasi $+$ merupakan pemetaan dari $B \times B \rightarrow B$, yaitu $\forall(a, b) \leq (B \times B)$, maka $(a + b) \in B$. Jadi jumlah dua bilangan bulat adalah bilangan bulat pula.

2.3 Grup

Kajian tentang grup merupakan pembahasan utama pada Struktur Aljabar atau Aljabar Abstrak. Himpunan yang operasi binernya memenuhi sifat-sifat tertentu merupakan ide sentral dari Struktur Aljabar atau Aljabar Abstrak.

Definisi 3. Grup

Misalkan G adalah himpunan tidak kosong dan $*$ adalah operasi biner di G. Himpunan $(G,*)$ dikatakan grup jika memenuhi beberapa aksioma berikut:

1. Tertutup

   $\forall p, q \in G$ berlaku $p * q \in G$.

2. Asosiatif.

   $\forall p, q, r \in G$ berlaku $(p * q) * r = p * (q * r)$

3. Himpunan G memiliki elemen identitas.

   $\exists e \in G, \forall p \in G$ sehingga berlaku $e * p = p * e = p$

4. Setiap elemen di G memiliki invers.

   $\forall p \in G, \exists p^{-1} \in G$ sehingga berlaku $p * p^{-1} = p^{-1} * p = e$

Jika operasi $*$ bersifat komutatif, yaitu $\forall p, q \in G$ berlaku $p * q = q * p$, maka $(G,\ *)$ dikatakan grup komutatif (Grup Abel). (Andari, 2015)

Catatan.

Misalkan e elemen identitas dari G dan p sebarang unsur di G. Berikut istilah yang digunakan.

1. Misalkan e elemen identitas dari G dan p sebarang unsur di G. Berikut istilah yang digunakan.
   a. Jika $e * p = p$, maka e disebut elemen identitas kiri di G
   b. Jika $p * e = p$, maka e disebut elemen identitas kanan di G
   c. Jika $e * p = p * e = p$, maka e disebut elemen identitas di G
2. Misalkan p sembarang unsur dari G dan p^{-1} elemen dari G. Berikut istilah yang digunakan.
   a. Jika $p^{-1} * p = e$, maka p^{-1} disebut sebagai invers kiri dari p.
   b. Jika $p * p^{-1} = e$, maka p^{-1} disebut sebagai invers kanan dari p.
   c. Jika $p^{-1} * p = p * p^{-1} = e$, maka p^{-1} disebut sebagai invers dari p.

Contoh:

Selidiki apakah $(\mathbb{Z}, +)$ merupakan grup?

Jawab:

Perhatikan bahwa $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, jadi jelas $\mathbb{Z}$ bukan himpunan kosong. Kemudian ambil sembarang $p, q, r \in \mathbb{Z}$, Maka:

1. Karena p dan q adalah bilangan bulat, maka $p+q$ juga merupakan bilangan bulat. Jadi $\mathbb{Z}$ tertutup terhadap operasi $+$.
2. Perhatikan bahwa $(p+q)+r=p+q+r=p+(q+r)$ sehingga operasi + bersifat asosiatif di $\mathbb{Z}$.
3. Pilih $e=0\in\mathbb{Z}$, kemudian ambil sembarang $p\in\mathbb{Z}$ sehingga berlaku $0+p=p=p+0$. Jadi $\mathbb{Z}$ mempunyai elemen identitas yaitu $e=0$.
4. Pilih $p^{-1}=-p$. Karena $p\in\mathbb{Z}$, maka $-p\in\mathbb{Z}$. Selanjutnya perhatikan bahwa $+(-p)=0=(-p)+p$. Jadi $-p$ adalah invers dari p. Jadi, setiap elemen $\mathbb{Z}$ mempunyai invers.

Dengan demikian $\mathbb{Z}$ adalah grup terhadap operasi $+$ sebab melengkapi semua aksioma yang menjadi syarat untuk grup, dan ini bisa disimbolkan sebagai $(\mathbb{Z},+)$. Grup A disebut abelian apabila operasi biner $*$ bersifat komutatif.

2.4 Ring

Sistem bilangan yang telah dikenal seperti bilangan bulat, bilangan rasional dan bilangan kompleks mempunyai dua operasi yang didefinisikan yaitu penjumlahan dan perkalian. Sistem aljabar dengan dua operasi termasuk dalam sistem aljabar yang dinamakan *ring*. Ring adalah himpunan yang memiliki dua operasi yang terdefinisi dengan jelas didalamnya, dan memenuhi beberapa kondisi. Misalkan R adalah himpunan yang didalamnya terdapat hubungan kesamaan, dinotasikan dengan $=$, dan operasi penjumlahan dan perkalian dinotasikan dengan $+$ dan $\times$, yang terdefinisi. Maka R adalah ring (dengan berdasarkan kepada kedua operasi) jika aksioma-aksioma dibawah ini terpenuhi:

1. Himpunan R tertutup terhadap penjumlahan, yaitu $x \in R$ dan $y \in R$ mengakibatkan $x + y \in R$.
2. Penjumlahan di R bersifat asosiatif, yaitu $x + (y + z) = (x + y) + z$ untuk semua $x, y, z \in R$.
3. Himpunan R mengandung identitas penjumlahan 0 yaitu $x + 0 = 0 + x = x$ untuk setiap $x \in R$.
4. Himpunan R mengandung invers penjumlahan, yaitu untuk setiap x di R, terdapat $-x$ di R sedemikian sehingga $x + (-x) = (-x) + x = 0$,
5. Penjumlahan di R bersifat komutatif, yaitu $x + y = y + x$ untuk semua $x, y \in R$.
6. Himpunan R tertutup terhadap perkalian, yaitu $x \in R$ dan $y \in R$ mengakibatkan $x \times y \in R$.
7. Perkalian di R bersifat asosiatif, yaitu $x \times (y \times z) = (x \times y) \times z$ untuk setiap $x, y, z \in R$.
8. Berlaku sifat distributif, yaitu $x \times (x + y) = x \times y + x \times z$ dan $(x + y) \times z = x \times z + y \times z$ untuk semua $x, y, z \in R$. (Gilbert & Gilbert, 2014)

Contoh:

Buktikan bahwa himpunan $\mathbb{Z}$ dengan operasi penjumlahan $(+)$ dan perkalian $(\times)$ merupakan ring.

Jawab:

Untuk membuktikan bahwa $\mathbb{Z}$ adalah ring, maka akan ditunjukkan bahwa $\mathbb{Z}$ memenuhi semua aksioma ring.

1. Himpunan $\mathbb{Z}$ tertutup terhadap penjumlahan, yaitu $a, b \in \mathbb{Z}$, maka $a + b \in \mathbb{Z}$.

2. Operasi penjumlahan $(+)$ bersifat asosiatif di $\mathbb{Z}$, yaitu $(a+b)+c=a+(b+c)$ untuk semua $a,b,c \in \mathbb{Z}$.
3. Himpunan $\mathbb{Z}$ mempunyai elemen identitas penjumlahan, yaitu ada elemen $0 \in \mathbb{Z}$ sehingga $a+0=a$ untuk semua $a \in \mathbb{Z}$.
4. Himpunan $\mathbb{Z}$ mempunyai elemen invers penjumlahan, yaitu untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$, ada elemen $-a \in \mathbb{Z}$ sehingga $a+(-a)=0$.
5. Operasi penjumlahan $(+)$ bersifat komutatif di $\mathbb{Z}$, yaitu $a+b=b+a$ untuk semua $a,b \in \mathbb{Z}$.
6. Himpunan $\mathbb{Z}$ tertutup terhadap perkalian, yaitu jika $a,b \in \mathbb{Z}$, maka $a \times b \in \mathbb{Z}$.
7. Operasi perkalian $(\times)$ bersifat asosiatif di $\mathbb{Z}$, yaitu $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ untuk semua $a,b,c \in \mathbb{Z}$.
8. Berlaku sifat distributif perkalian $(\times)$ terhadap penjumlahan $(+)$ di $\mathbb{Z}$, yaitu $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$ dan $(a+b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$ untuk semua $a,b,c \in \mathbb{Z}$.

Jadi, karena semua aksioma terpenuhi, maka himpunan $\mathbb{Z}$ dengan operasi penjumlahan dan perkalian merupakan ring.

2.5 Konsep Dasar K-Aljabar

Struktur Aljabar mengacu pada himpunan elemen yang tidak kosong, yang diberikan operasi biner setidaknya satu, dan memenuhi aksioma-aksioma yang berlaku. Salah satu contoh dari Struktur Aljabar ini adalah K-Aljabar. K-Aljabar ini terbentuk dari grup $(G,*)$ menggunakan penerapan operasi biner $\odot$. Dalam hal ini, $\forall\, p, q \in G$ dideskripsikan $p \odot q = p * q^{-1}$ dan e merupakan elemen identitas himpunan G.

Definisi 6. K-Aljabar

Misalkan $(G,*)$ suatu grup dan pada G didefinisikan operasi $\odot$ sedemikian sehingga $\forall\, p, q \in G, p \odot q = p * q^{-1}$ maka akan membentuk struktur aljabar baru yaitu $< G,*,\odot, e >$. Suatu $< G,*,\odot, e >$ dinamakan K-Aljabar, jika G adalah grup dengan orde lebih dari 2 dan $\forall p, q, r \in G$ berlaku:

1. $(p \odot q) \odot (p \odot r) = \big(p \odot \big((e \odot r) \odot (e \odot q)\big)\big) \odot p$
2. $p \odot (p \odot q) = \big(p \odot (e \odot q)\big) \odot p$
3. $p \odot p = e$
4. $p \odot e = p$
5. $e \odot p = p^{-1}$

Dengan operasi $\odot$ yang didefinisikan tersebut, dapat disimpulkan bahwa G bersifat tertutup terhadap operasi $\odot$. (Dar & Akram, 2006)

Contoh:

Misalkan $(\mathbb{Z}, +)$ merupakan grup dengan identitas $e = 0$. Dideskripsikan operasi $\odot$ untuk $\mathbb{Z}$, sebagai $p \odot q = p + (-q)$, $\forall p, q, r \in \mathbb{Z}$. Akan dibuktikan bahwa $(\mathbb{Z}, +, \odot, 0)$ merupakan K-Aljabar.

Jawaban:

Ambil sembarang $p, q, r \in \mathbb{Z}$,

a. Akan ditunjukkan bahwa

   $(p \odot q) \odot (p \odot r) = \big(p \odot \big((e \odot r) \odot (e \odot q)\big)\big) \odot p$

   Ruas kiri = $(p \odot q) \odot (p \odot r)$

$= (p + (-q)) \odot (p + (-r))$

$= (p - q) + (-(p - r))$

$= (p - q) + (r - p)$

$= r - q$

Ruas kanan = $\left(p \odot ((e \odot r) \odot (e \odot q))\right) \odot p$

$= \left(p \odot ((-r) \odot (-q))\right) \odot p$

$= \left(p \odot ((-r) + q)\right) \odot p$

$= (p + ((-q) + r) + (-p)$

$= (p - q) + (r - p)$

$= r - q$

Karena $(p \odot q) \odot (p \odot r) = r - q$ dan

$\left(p \odot ((e \odot r) \odot (e \odot q))\right) \odot p = r - q$ maka

$(p \odot q) \odot (\odot r) = \left(p \odot ((e \odot r) \odot (e \odot q))\right) \odot p$

b. Akan ditunjukkan bahwa

$p \odot (p \odot q) = (p \odot (e \odot q)) \odot p$

Ruas kiri = $p \odot (p \odot q)$

$= p \odot (p - q)$

$= p + (q - p)$

$= q$

Ruas kanan = $(p \odot (e \odot q)) \odot p$

$= (p \odot (-q)) \odot p$

$= (p + q) + (-p)$

$= q$

Karena $p \odot (p \odot q) = q$ dan $\big(p \odot (e \odot q)\big) \odot p = q$ maka

$p \odot (p \odot q) = \big(p \odot (e \odot q)\big) \odot p$

c. $p \odot p = p + (-p)$

$= p - p$

$= 0$

Jadi $p \odot p = 0$.

d. Perhatikan bahwa

$p \odot 0 = p + 0$

$= p$

Jadi $p \odot 0 = p$.

e. Perhatikan bahwa

$0 \odot p = 0 + (-p)$

$= -p$

Jadi $0 \odot p = -p$.

Jadi, dikarenakan semua aksioma pada K-Aljabar tercukupi maka $(\mathbb{Z}, +, \odot, 0)$ adalah K-Aljabar.

2.6 Rasionalisasi Perbuatan Manusia

Salah satu karakteristik dari pemikiran teologis modern adalah rasional. Banyak tokoh Islam, seperti Muhammad Abduh, berusaha untuk mewujudkan pemikiran tersebut. Abduh adalah seorang tokoh salafi yang menjunjung tinggi daya nalar dan tetap setia pada teks-teks agama, meskipun beliau tidak menjadikan sebagai sesuatu yang tak tergantikan. Islam adalah agama yang melibatkan banyak aspek yang terkait satu sama lain. Khususnya Aqidah (doktrin keimanan), Syariah (hukum Islam), dan Akhlak (moral dan spiritualitas) adalah tiga komponen utama dalam Islam. perbuatan manusia diharapkan berdasarkan akal, pertimbangan yang matang, dan juga berdasarkan prinsip-prinsip serta nilai-nilai yang diikuti dalam ajaran Islam. (Abbas, 2014)

Menurut Muhammad Abduh Ada beberapa nilai penting tentang rasionalisasi perbuatan manusia dalam Islam.

1. Akal (*Aql*): Akal merupakan daya berpikir yang jika digunakan dengan baik membuat seseorang untuk memahami dan mengatasi masalah yang sedang dihadapinya. “*Aql*” atau “Akal” mengacu pada konsep ini, yang berfungsi sebagai alat untuk menjaga manusia agar tidak terjerumus dalam dosa dan kesalahan. Kemampuan berfikir ini dianggap sebagai tujuan yang harus diperjuangkan, karena inilah yang dapat menyelamatkan seseorang.
2. Kebebasan Manusia: Manusia memiliki hak untuk memiliki kebebasan dalam keputusan dan tindakan mereka. Dalam bidang teologi dan filsafat, terdapat dua konsep yang terhubung dengan ini. *Pertama*, ada pandangan yang menyatakan bahwa segala tindakan manusia telah ditentukan sejak awal, bahkan sebelum kelahirannya. Dalam konteks teologi Islam, pandangan ini disebut sebagai konsep *jabariah*. *Kedua*, manusia memiliki keterbatasan dalam kebebasannya berdasarkan pada batas kemauan dan tindakan manusia, dan pemahaman ini dalam Islam disebut dengan *qadariyah*.
3. Kepatuhan pada Syariat: Syariat terdapat dua jenis hukum syariat, yakni yang pasti (qat’i) dan yang tidak pasti (zhanni). Hukum syariat yang

pertama, yaitu yang pasti, harus diketahui dan diterapkan oleh setiap Muslim tanpa perlu penjelasan lebih lanjut, sebagaimana tercantum jelas di Al-Qur’an beserta Al-Hadits. Sementara itu jenis kedua hukum syariat mempunyai ketentuan tak menentu. Menurut beliau, ketidakpastian hukum seperti ini merupakan bidang ijtihad yang dikuasai oleh para mujtahid. Jadi berlaina pandangan merupakan hal yang wajar-wajar saja. Keberagaman pemikiran di segala bidang mustahil tercipta. Umat Islam sebaiknya menghadapi perbedaan pendapat dengan cara mengacu kembali kepada sumber utama mereka, yaitu Al-Qur'an dengan Al-Hadits. Mereka yang mempunyai pengetahuan mendalam dalam agama diharapkan untuk melakukan ijtihad, sementara bagi orang awam yang kurang berpengetahuan, adalah kewajiban untuk berkonsultasi dengan ahli agama yang berkompeten untuk mendapatkan pemahaman yang lebih baik. (Abbas, 2015)

Dengan demikian, dalam perspektif Islam, rasionalisasi tindakan manusia mengacu pada penggunaan akal, kebebasan berkehendak dan perbuatan, serta ketaatan pada hukum syariat. Rasionalisasi tindakan manusia untuk hidup sesuai dengan pedoman agama Islam dan bertaqwa kepada Allah SWT.

Menjadi baik untuk diri sendiri itu mudah untuk seseorang, akan tetapi seseorang tidak bisa berbuat baik kepada dirinya sendiri tanpa memberi manfaat terhadap orang lain. Sejatinya Allah memerintahkan seluruh hamba-Nya untuk berbuat baik yang telah difirmankan Allah melalui surah-Nya yaitu:

اِنْ اَحْسَنْتُمْ اَحْسَنْتُمْ لِاَنْفُسِكُمْۗ وَاِنْ اَسَأْتُمْ فَلَهَاۗ

Artinya: *“Jika kamu berbuat baik (berarti) kamu berbuat baik untuk dirimu sendiri. Dan jika kamu berbuat jahat, maka (kerugian kejahatan) itu untuk dirimu sendiri”* (QS. Al Isra: 7). (Shihab, 2002)

Apabila kalian berbuat kebaikan dengan patuh, hal ini sebenarnya merupakan kebaikan pada dirimu sendiri, sebab pahala dari tindakan baik itu menjadi milikmu. Sebaliknya, jika kamu melakukan perbuatan buruk yang merugikan, maka akibat buruk akan menjadi milikmu sebagai balasan atas tindakan burukmu. Setiap tindakan yang kita lakukan, seberapa kecil pun itu pasti akan mendapatkan balasan yang setimpal, diterangkan dalam firman Allah dalam surah-Nya.

Artinya: “*Maka barang siapa yang mengerjakan kebaikan seberat biji dzarrah, niscaya dia akan melihat (balasan)nya. Dan barang siapa mengerjakan kejahatan sebesar zarrah, niscaya dia akan melihat (balasan)nya.*” (QS. Al – Zalzalah ayat 7-8). (Shihab, 2002)

Menurut tafsiran Quraish Shihab (Shihab, 2002) menjelaskan ayat diatas tentang kata ‘zarrah’ yang ada pada ayat ini sebenarnya, untuk menggambarkan sesuatu yang sangat kecil dan paling terkecil. Dengan ayat yang digunakan Allah SWT ini, mencoba menjelaskan bagaimana perlakuan yang adil-Nya terhadap seluruh umat manusia. Dimana setiap amal, sekecil apapun, akan benar-benar mendapat pahala.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dilakukan menggunakan studi literatur. Studi literatur merupakan ikhtisar komprehensif tentang penelitian yang sudah dilakukan mengenai topik yang spesifik untuk menunjukkan kepada pembaca apa yang sudah diketahui tentang topik tersebut dan apa yang belum diketahui, untuk mencari rasional dari penelitian yang sudah dilakukan atau untuk ide penelitian selanjutnya (Denney & Tewksbury, 2013). Pola pembahasannya dimulai dari kasus atau contoh hingga pembahasan yang umum. Jenis penelitian ini dapat dikatakan sebagai penelitian kepustakaan. Penelitian ini dilakukan melalui pencarian dan mempelajari buku, artikel, jurnal, dan catatan-catatan tentang struktur dan sifat-sifat K-Aljabar juga beberapa penelitian terdahulu yang relevan dengan isu utama yang sedang diselidiki.

3.2 Langkah-Langkah Penelitian

Berdasarkan definisi K-Aljabar pada literatur Gratzer serta teorema-teorema yang telah dibuktikan pada Bab II, maka penulis mengembangkan menjadi sifat-sifat dari operasi K-Aljabar dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menganalisis keterkaitan antara definisi dan teorema pada K-Aljabar.
2. Membuktikan keberlakuan operasi dasar aljabar pada K-Aljabar dengan minimal satu operasi biner serta digeneralisir dengan himpunan lainnya.

3. Mencari persamaan dan perbedaan antara satu operasi biner dengan gabungan beberapa operasi biner.
4. Menerapkan sifat-sifat dasar Aljabar melalui teorema dan buktinya pada K-Aljabar.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Struktur K-Aljabar

4.1.1 K-Grup

Dalam konteks K-Aljabar atau aljabar komutatif, grup biasanya merujuk pada grup penjumlahan. Sebuah grup penjumlahan pada K-Aljabar adalah himpunan bersama dengan operasi penjumlahan dan memenuhi sifat-sifat grup penjumlahan. Sifat-sifat ini sering digunakan dalam K-Aljabar untuk membentuk struktur aljabar yang lebih kompleks.

Sebuah grup pada K-Aljabar adalah himpunan G bersama dengan operasi biner $(*)$ yang memenuhi sifat-sifat berikut:

1. Tertutup, hasil operasi biner $(*)$ pada dua elemen K-Aljabar (a dan b) selalu merupakan elemen K-Aljabar.
2. Asosiatif, operasi biner $(*)$ bersifat asosiatif, sehingga urutan operasi tidak mempengaruhi hasil. $(a * b) * c = a * (b * c)$.
3. Mempunyai elemen identitas (e) di K-Aljabar, sehingga perkalian dengan elemen identitas menghasilkan elemen itu sendiri.
4. Mempunyai eleman invers, setiap elemen a di K-Aljabar memiliki elemen invers a^{-1}, sehingga perkalian dengan elemen invers menghasilkan elemen identitas. $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$.

Dalam K-Aljabar, biasanya grup penjumlahan dipahami dalam konteks ruang vektor atau modul atas K. Dengan demikian, elemen-elemen grup penjumlahan adalah elemen dari K, dan operasi penjumlahan dapat dianggap sebagai penjumlahan biasa dalam K.

Contoh:

Diketahui K-Aljabar $(A, +, *, K)$ dengan grup $(A, +)$ dan konstanta K. Buktikan bahwa elemen invers (a^{-1}) dalam grup $(A, +)$ juga merupakan elemen invers dalam K-Aljabar $(A, +, *, K)$.

Jawaban:

Untuk setiap $a \in A$, terdapat $a^{-1} \in A$ sehingga $a + a^{-1} = K$. maka

$a * a^{-1} = (a + K) * a^{-1}$

$= (a + a^{-1}) * a^{-1}$ (substitusi $K = a + a^{-1}$)

$= K * a^{-1}$ (sifat satu grup)

$= a^{-1}$ (sifat konstanta K)

Jadi elemen invers dalam grup $(A, +)$ juga merupakan elemen invers dalam K-Aljabar.

4.1.2 K-Ring

Dalam matematika abstrak, istilah "K-Ring" dan "K-Aljabar" sering kali merujuk pada struktur aljabar tertentu yang melibatkan konsep K-field.

1. Sebuah K-Ring adalah himpunan R dengan dua operasi, biasanya disebut penjumlahan dan perkalian, yang memenuhi sifat-sifat berikut:
   a. R membentuk grup penjumlahan yang melengkapi dengan elemen identitas 0.
   b. R bersifat asosiatif dengan operasi perkalian $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ untuk setiap $a, b, c \in R$.

c. Hukum distribusi penjumlahan terhadap perkalian: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \ \ dan \ \ (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ untuk setiap $a, b, c \ \in R$.

Dalam konteks ini, K adalah field yang sering dianggap sebagai field skalar. Ring ini membawa dua operasi (penjumlahan dan perkalian), dan perkaliannya mematuhi sifat komutatif.

2. Sebuah K-Aljabar aljabar komutatif adalah struktur aljabar yang terkait dengan K-ring dan berfungsi sebagai generalisasi dari konsep ring. Sebuah K-Aljabar adalah K-Ring yang juga merupakan ruang vektor atas K sehingga perkalian dengan skalar dari K bersifat terdistribusi terhadap penjumlahan dan perkalian aljabar. Ring biasanya lebih umum, sementara aljabar komutatif memasukkan elemen-elemen dari ring ke dalam struktur ruang vektor dan memperluas operasi-operasi tersebut dengan pengenalan perkalian dengan skalar dari K-field.

Jadi, K-Ring adalah struktur aljabar dengan dua operasi (penjumlahan dan perkalian) yang memenuhi sifat-sifat tertentu dan melibatkan K-field sebagai field skalar. K-Aljabar adalah generalisasi dari konsep ring yang juga merupakan ruang vektor atas K, menggabungkan operasi aljabar dan operasi skalar.

4.1.3 Field

Field adalah suatu struktur aljabar yang terdiri dari dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian, di mana himpunan terhadap penjumlahan, struktur tersebut merupakan abelian, himpunan tanpa nol dengan operasi perkalian merupakan grup abelian, dan operasi perkalian bersifat distributif terhadap operasi penjumlahan. Suatu field $(R, +, \times)$ adalah suatu himpunan takkosong R dengan operasi biner penjumlahan $(+)$ dan perkalian $(\times)$ pada R yang memenuhi aksioma-aksioma berikut:

1. Himpunan R terhadap penjumlahan $(+)$
   a. Tertutup: untuk setiap $a, b \in R$, maka $a + b \in R$.
   b. Asosiatif: untuk setiap $a, b, c \in R$, maka $(a + b) + c = a + (b + c)$.
   c. Mempunyai unsur kesatuan: adanya elemen identitas α sehingga $b + \alpha = \alpha + b = b,\ \forall\, b \in R$
   d. Mempunyai invers: untuk setiap $a \in R$ terdapat $b \in R$ sedemikian hingga $a + b = b + a = \alpha$.
   e. Komutatif: untuk setiap $a, b \in R$, maka $a + b = b + a$.
2. Himpunan R tanpa nol terhadap perkalian $(\times)$
   f. Tertutup: untuk setiap $a, b \in R$, maka $a \times b \in R$.
   g. Asosiatif: untuk setiap $a, b, c \in R$, maka $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.
   h. Mempunyai unsur kesatuan: adanya elemen identitas β sehingga $a \times \beta = \beta \times a = a, \forall\, a \in R$
   i. Mempunyai invers: untuk setiap $a \in R - \{0\}$ terdapat $b \in R$ sehingga $a \times b = b \times a = \beta$.
   j. Komutatif: untuk setiap $a, b \in R$, maka $a \times b = b \times a$.
3. Distributif perkalian $(\times)$ terhadap penjumlahan $(+)$ untuk setiap $a, b, c \in R$, jika memenuhi:
   a. Ditribusi kiri: untuk setiap $a, b, c \in R$ memenuhi $a \times (b + \mathrm{c}) = (\mathrm{a} \times b) + (a \times c)$.
   b. Ditributif kanan: untuk setiap $a, b, c \in R$ memenuhi $(a + b) \times c = (\mathrm{a} \times c) + (b \times c)$.

Bersifat distributif perkalian terhadap penjumlahan. (Im & Tasman, 2014)

Contoh:

Misalkan $\mathbb{Q}$ adalah himpunan bilangan rasional, tunjukkan bahwa $\mathbb{Q}$ merupakan field!

Solusi:

Untuk menunjukkan bahwa $\mathbb{Q}$ merupakan field, maka harus menunjukkan bahwa $\mathbb{Q}$ memenuhi semua aksioma field.

1. Himpunan $\mathbb{Q}$ tertutup terhadap penjumlahan, yaitu jika $p, q \in \mathbb{Q}$, maka $p + q \in \mathbb{Q}$.
2. Operasi penjumlahan $(+)$ bersifat asosiatif di $\mathbb{Q}$, yaitu $(p + q) + r = p + (q + r)$ untuk semua $p, q, r \in \mathbb{Q}$.
3. Himpunan $\mathbb{Q}$ mempunyai elemen indentitas penjumlahan, yaitu ada elemen $0 \in \mathbb{Q}$ sehingga $p + 0 = p$ untuk semua $p \in \mathbb{Q}$.
4. Himpunan $\mathbb{Q}$ mempunyai elemen invers penjumlahan, yaitu untuk setiap $p \in \mathbb{Q}$, ada elemen $-p \in \mathbb{Q}$ sehingga $p + (-p) = 0$.
5. Himpunan $\mathbb{Q}$ tertutup terhadap perkalian, yaitu jika $p, q \in \mathbb{Q}$, maka $p \times q \in \mathbb{Q}$.
6. Operasi perkalian $(\times)$ bersifat asosiatif di $\mathbb{Q}$, yaitu $(p \times q) \times r = p \times (q \times r)$ untuk semua $p, q, r \in \mathbb{Q}$.
7. Himpunan $\mathbb{Q}$ mempunyai elemen indentitas perkalian, yaitu ada elemen $1 \in \mathbb{Q}$ sehingga $p \times 1 = p$ untuk semua $p \in \mathbb{Q}$.
8. Himpunan $\mathbb{Q}$ mempunyai elemen invers perkalian, yaitu untuk setiap $p \in \mathbb{Q}$ dengan $p \neq 0$, ada elemen $p^{-1} \in \mathbb{Q}$ sehingga $p \times p^{-1} = 1$.

9. Berlaku sifat distributif perkalian $(\times)$ terhadap penjumlahan $(+)$ di $\mathbb{Q}$, yaitu jika $p \times (q + r) = (p \times q) + (p \times r)$ dan jika $(p + q) \times r = (p \times r) + (q \times r)$ untuk semua $p, q, r \in \mathbb{Q}$.

Jadi, karena semua aksioma terpenuhi maka himpunan $\mathbb{Q}$ merupakan field.

4.1.4 K-Field

Hubungan antara field dan K-Aljabar adalah suatu konsep dalam matematika yang berkaitan dengan ekstensi field dan struktur aljabar yang melibatkan field tertentu, yang disebut field dasar atau K-field. Sebuah field adalah struktur yang terdiri dari himpunan elemen dengan dua operasi biner, yaitu penjumlahan dan perkalian. Field memiliki sifat-sifat tertentu, seperti komutatif, asosiatif, adanya elemen identitas, dan adanya elemen invers. Sedangkan K-Aljabar merujuk pada konsep dalam aljabar abstrak dimana suatu aljabar memperluas field. Jika K adalah field, maka K-Aljabar adalah struktur aljabar yang memperluas K sebagai field dasar. Ekstensi field adalah konsep dimana memperluas himpunan elemen field dengan menambahkan elemen-elemen baru. Ekstensi ini dapat dinyatakan sebagai $\frac{L}{K}$, yang berarti L adalah field yang memperluas K. Sebagai contoh: jika L adalah perluasan dari K, maka L dapat dianggap sebagai K-Aljabar, dan operasi seperti penjumlahan dan perkalian di L melibatkan elemen-elemen dari K dan L. Dengan demikian, hubungan field dengan K-Aljabar terletak pada cara memperluas dan memahami struktur aljabar yang lebih kompleks dibandingkan dengan field biasa. Berikut adalah aksioma-aksioma yang mendasari K-Field:

1. Aksioma field:

   a. Field terhadap operasi penjumlahan $(+)$

   - Himpunan K bersifat komutatif terhadap penjumlahan $(+)$: $a + b = b + a$ untuk semua $a, b \in K$
   - Himpunan K bersifat asosiatif terhadap penjumlahan $(+)$: $(a + b) + c = a + (b + c)$ untuk semua $a, b, c \in K$
   - Himpunan K mempunyai elemen indentitas terhadap penjumlahan $(+)$: terdapat elemen $0 \in K$ sehingga $a + 0 = a$ untuk semua $a \in K$
   - Himpunan K mempunyai invers terhadap penjumlahan $(+)$: $\forall a \in K$, terdapat elemen $-a \ \in K$ sehingga $a + (-a) = 0$

   b. Field terhadap operasi perkalian $(\times)$

   - Himpunan K bersifat komutatif terhadap perkalian $(\times)$: $a \times b = b \times a$ untuk semua $a, b \in K$
   - Himpunan K bersifat asosiatif terhadap perkalian $(\times)$: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ untuk semua $a, b, c \in K$
   - Himpunan K mempunyai elemen indentitas terhadap perkalian $(\times)$: terdapat elemen $1 \in K$ sehingga $a \times 1 = a$ untuk semua $a \in K$
   - Himpunan K mempunyai invers terhadap perkalian $(\times)$: $\forall a \in K$, $a \neq 0$ terdapat elemen $a^{-1} \ \in K$ sehingga $a \times (-a) = 1$.

   c. Himpunan K bersifat distributif perkalian terhadap penjumlahan: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ untuk semua $a, b, c \in K$.

2. Aksioma K-Aljabar

   a. Perkalian skalar: $\forall a \in K$ dan $k \in F$, berlaku $k \times (a \times b) = (k \times a) \times b = a \times (k \times b)$.

b. Himpunan K bersifat distributif perkalian vektor: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

4.2. Sifat-Sifat K-Aljabar

K-Aljabar memiliki banyak sifat yang memungkinkan untuk memahami struktur dan operasi yang terilibat dalam objek matematika. Berikut beberapa sifat umum dalam K-Aljabar:

1. Asosiatif: sifat asosiatif dalam konteks K-Aljabar memungkinkan untuk mengubah urutan perkalian tanpa mengubah hasil akhir. Misalkan $a, b, c \in K$, dengan sifat asosiatif dapat mengekpresikan perkalian ketiga unsur tersebut dalam bentuk manapun, dan hasilnya akan tetap sama. Dalam notasi ini dapat ditulis sebagai:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

   Ini berarti dapat mengelompokkan a dan b terlebih dahulu, atau b dan c terlebih dahulu, atau a dan c terlebih dahulu, dan hasil perkaliannya akan sama.
2. Komutatif: operasi dalam K-Aljabar bersifat komutatif jika operasi tidak mempengaruhi hasil akhirnya. Misalkan, untuk setiap $a, b, \in K$, jika $a \cdot b = b \cdot a$, maka operasi · adalah komutatif.
3. Distributif: operasi dalam K-Aljabar bersifat distributif terhadap operasi lainnya. Misalkan untuk setiap $a, b, c \in K, a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ dan $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

Ini hanya beberapa sifat umum dalam K-Aljabar, dan tergantung pada struktur aljabar tertentu, sifat-sifat tambahan atau modifikasi dapat berlaku. Misalnya, dalam teori grup, kita fokus pada himpunan dengan satu operasi dan sifat-sifat grup. Dalam teori ring dan field, kita memperkenalkan dua operasi penjumlahan dan perkalian dengan sifat-sifat tertentu.

4.3. Rasionalisasi Beragama dalam Perspektif Teori Aljabar

Rasionalisasi sering dimaksudkan sebagai usaha individu untuk mencari-cari alasan yang dapat diterima secara sosial untuk membenarkan atau menyembunyikan perilakunya yang buruk. Rasionalisasi juga muncul ketika individu menipu dirinya sendiri dengan berpura-pura menganggap yang buruk adalah baik atau yang baik adalah yang buruk, atau dengan kata lain rasionalisasi adalah pembenaran tingkah laku melalui argument yang seolah-olah benar untuk menutupi sikapnya yang tidak dapat diterima oleh orang lain dengan cara merasionalisasikan (membuatnya nampak masuk akal). Dua faktor umum yang mempengaruhi timbulnya rasionalisasi, yaitu:

1. Rasa rendah diri

   Rasa rendah diri yaitu perasaan minder atau merasa tidak mampu untuk melakukan sesuatu tanpa bantuan orang lain dan melihat orang lain memiliki kemampuan yang lebih dari dirinya sendiri.

2. Iri hati

   Iri hati adalah perasaan tidak rela orang lain mendapatkan penghargaan, pujian, nilai baik, respon yang baik. Perasaan tidak senang oleh karena itu sesuatu yang dimiliki oleh orang lain, ada perasaan kehilangan atau kekurangan sesuatu yang ada pada orang lain, melihat orang lain memiliki sesuatu yang tidak ia miliki, membuat ia merasa kehilangan, tetapi tidak selalu bahwa ia ingin memiliki sesuatu itu. (Illu, 2019)

Dari beberapa rasionalisasi yang sering dilakukan oleh manusia, Rasulullah S.W.A. juga bersabda:

*"Setiap anak Adam pasti berbuat dosa, dan sebaik-baik orang yang berbuat dosa adalah mereka yang bertaubat." (*HR Tirmidzi)

Oleh karena itu, dalam Islam manusia dianjurkan untuk mengakui kesalahannya dan bertaubat kepada Allah SWT. Manusia tidak boleh melakukan rasionalisasi untuk membenarkan kesalahannya.

Rasionalisasi beragama adalah upaya untuk menjelaskan dan membenarkan ajaran agama dengan menggunakan akal budi. Dalam rasionalisasi beragama terdapat kebenaran yang universal yaitu penyesalan. Penyesalan adalah pengakuan atas kesalahan atau tindakan salah yang telah dilakukan. Dalam banyak agama, penyesalan sering kali dianggap sebagai langkah pertama menuju pemulihan, pertobatan, atau pencarian kebenaran. Penyesalan sebagai suatu cara untuk mencapai kebenaran yang lebih dalam tentang dirinya sendiri. Dalam perspektif teori aljabar, rasionalisasi beragama dapat diartikan sebagai upaya untuk menemukan pola-pola matematis dalam ajaran agama. Adapun beberapa manfaat dalam rasionalisasi beragama. Pertama, rasionalisasi beragama dapat membantu umat beragama untuk memahami ajaran agamanya secara lebih mendalam. Kedua, rasionalisasi bergama dapat membantu umat beragama untuk berdialog dengan umat beragama lain secara lebih konstruktif. Ketiga, rasionalisasi beragama dapat membantu umat beragama untuk berkontribusi pada kemajuan beradaban. Salah satu contoh rasionalisasi beragama dalam perspektif teori aljabar adalah penggunaan persamaan aljabar untuk menjelaskan hubungan antara manusia dengan Tuhan. Misalnya, persamaan aljabar $x^2 + y^2 = z^2$ dapat digunakan untuk menjelaskan hubungan antara manusia (x), Tuhan (y), dan alam semesta (z). Manusia adalah dua hal yang berbeda, tetapi keduanya saling berhubungan dan saling melengkapi. Sama seperti dalam persamaan aljabar, x^2 dan y^2 adalah dua bilangan kuadrat yang berbeda, tetapi keduanya saling berhubungan dan membentuk bilangan kuadrat yang sama (x^2).

K-Aljabar adalah cabang dari aljabar abstrak yang mempelajari struktur aljabar dengan operasi biner yang memenuhi sifat-sifat tertentu, seperti asosiatif, komutatif, dan distributif. K-Aljabar biasanya digunakan untuk memahami struktur matematika yang melibatkan himpunan dengan operasi biner, seperti grup, ring, dan field. Aljabar adalah cabang matematika yang mempelajari struktur aljabar, seperti grup, ring, dan field. Aljabar adalah bidang yang melibatkan manipulasi simbol-simbol matematika untuk memahami dan menyelesaikan masalah dalam konteks struktur aljabar tersebut. Terdapat berbagai jenis aljabar, seperti aljabar linier, aljabar abstrak, aljabar Boolean, dan banyak lagi, yang masing-masing memiliki aturan dan properti khusus. Selain bentuk dasar yang telah dijelaskan sebelumnya, K-Aljabar juga dapat didefinisikan dalam bentuk lain, yaitu:

1. K-Aljabar hiper, yaitu K-Aljabar yang dilengkapi dengan operasi hiper. Operasi hiper adalah operasi yang memetakan himpunan ke dalam himpunan.
2. K-Aljabar implikatif, yaitu K-Aljabar yang dilengkapi dengan operasi implikatif. Operasi implikatif adalah operasi yang memetakan dua himpunan ke satu himpunan.

3. K-Aljabar BCK, yaitu K-Aljabar yang dilengkapi dengan operasi biner, operasi hiper, dan operasi implikatif.

Pengembangan K-Aljabar masih terus dilakukan oleh para peneliti. Beberapa pengembangan K-Aljabar yang telah dilakukan oleh para peneliti:

1. Pengembangan K-Aljabar topologis. K-Aljabar topologis merupakan K-Aljabar yang dilengkapi dengan struktur topologis yang kompatibel dengan operasi biner dan operasi terbalik. Pengembangan K-Aljabar topologis dapat digunakan untuk mempelajari sifat-sifat aljabar topologis, seperti ruang topologis, ruang vektor topologis.
2. Pengembangan K-Aljabar fuzzy. K-Aljabar fuzzy merupakan K-Aljabar yang dilengkapi dengan struktur fuzzy yang kompatibel dengan operasi biner dan operasi terbalik. Pengembangan K-Aljabar fuzzy dapat digunakan untuk mempelajari sifat-sifat aljabar fuzzy, seperti fungsi fuzzy, sistem, dan model fuzzy.

Berikut adalah beberapa persamaan dan perbedaan antara K-Aljabar dengan Aljabar:

Persamaan:

1. K-Aljabar dan Aljabar adalah bidang matematika yang berfokus pada manipulasi simbol-simbol matematika.
2. Keduanya digunakan untuk memahami dan menyelesaikan masalah dalam konteks tertentu, baik itu struktur aljabar dalam aljabar konvensional atau sifat-sifat graf dalam K-Aljabar.

Perbedaan:

1. K-Aljabar terutama digunakan dalam konteks teori graf, yang berfokus pada representasi dan analisis graf, sedangkan Aljabar konvensional dapat diterapkan pada berbagai struktur matematika, seperti grup, ring, field, dan banyak lainnya.
2. Konteks: K-Aljabar adalah subbidang yang lebih spesifik dan terkait dengan teori graf, sedangkan Aljabar konvensional adalah bidang matematika yang sangat luas dan mencakup berbagai jenis aljabar.
3. Operasi: Aljabar konvensional memiliki operasi-aljabar khusus seperti penjumlahan, perkalian, dan invers, sementara K-Aljabar memiliki operasi yang lebih terkait dengan sifat-sifat graf, seperti komposisi relasi, perpotongan, dan serapan.
4. Aplikasi: Aljabar konvensional umumnya digunakan di berbagai cabang matematika dan sains, sementara K-Aljabar lebih khusus digunakan dalam teori graf, jaringan, dan komputer sains. (Bass, 1968)

   Dalam rangkaian yang lebih luas, K-Aljabar adalah salah satu alat penting dalam analisis graf yang membantu memodelkan dan memecahkan berbagai masalah dalam domain tersebut.

K-Aljabar adalah khususnya penting dalam konteks ring komutatif karena banyak sifat aljabar yang memungkinkan kita membuat generalisasi dan menyusun teori yang lebih abstrak. Ring komutatif sering kali memiliki sifat-sifat yang dapat dipelajari dengan menggunakan konsep-konsep aljabar dari K-Aljabar, dan teori K-Aljabar menyediakan kerangka kerja matematika yang dapat digunakan untuk memahami struktur matematika seperti ring. Oleh karena itu, hubungan antara ring dan K-Aljabar terletak pada penggunaan konsep K-Aljabar untuk memahami dan menggeneralisasi sifat-sifat aljabar dari ring komutatif. Hubungan antara ring dan K-Aljabar dalam konteks K-Ring, jika K merujuk pada suatu bidang, dapat dijelaskan dengan jelas bahwa elemen-elemen ring tersebut adalah elemen dari bidang tersebut, yang mungkin memberikan sifat-sifat tambahan seperti invers perkalian. K-Ring dapat dianggap sebagai kasus khusus dari K-Aljabar di mana kita mempertimbangkan struktur lebih lanjut atau keterkaitan yang mungkin dimiliki oleh elemen-elemen ring dengan bidang K-Ring.

Dalam struktur aljabar seperti grup, ring, dan aljabar, "elemen satuan" dan "elemen identitas" adalah istilah yang sering digunakan. Meskipun keduanya sering digunakan secara bergantian, ada perbedaan yang bergantung pada struktur aljabar tertentu.

Definisi elemen identitas

Elemen identitas adalah elemen e dalam suatu struktur aljabar tertentu yang, ketika dioperasikan dengan elemen lain menggunakan operasi tertentu, tidak mengubah nilai elemen tersebut. Misalnya, dalam grup, elemen identitas e memenuhi $e \cdot a = a \cdot e = a$ untuk setiap elemen a dalam grup.

Elemen satuan adalah elemen yang memiliki invers terhadap suatu operasi tertentu. Misalkan dalam ring atau grup, suatu elemen u memenuhi $u \cdot v = v \cdot u = 1$, dimana 1 adalah elemen identitas perkalian.

Persamaan elemen identitas dan elemen satauan

1. Kedua istilah ini umumnya merujuk pada elemen yang "tidak mengubah" nilai elemen lain dalam suatu operasi tertentu.

2. Dalam banyak konteks, khususnya dalam bidang atau ring, elemen identitas perkalian sering disebut sebagai elemen satuan.

Perbedaan elemen identitas dan elemen satauan

1. Elemen identitas dapat tidak selalu memiliki invers, sementara elemen satuan selalu memiliki invers terhadap suatu operasi tertentu.
2. Dalam beberapa konteks, terutama dalam grup, istilah "elemen identitas" lebih umum digunakan daripada "elemen satuan."

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

1. Struktur K-Aljabar

a. K-Grup penjumlahan K-Aljabar dalam konteks ruang vektor atau modul atas K yang elemen-elemen grup penjumlahan adalah elemen dari K, dan operasi penjumlahan dapat dianggap sebagai penjumlahan biasa dalam K.

b. K-Ring adalah struktur aljabar dengan dua operasi (penjumlahan dan perkalian) yang memenuhi sifat-sifat tertentu dan melibatkan K-field sebagai filed skalar. K-Aljabar adalah generalisasi dari konsep ring yang juga merupakan ruang vektor atas K, menggabungkan operasi aljabar dan operasi skalar.

c. K-Field adalah merupakan salah satu struktur K-Aljabar dengan operasi perkalian bersifat distributif terhadap operasi penjumlahan. Suatu field $(R, +, \times)$ adalah suatu himpunan tak kosong R dengan operasi biner penjumlahan $(+)$ dan perkalian $(\times)$ pada R, Distributif perkalian $(\times)$ terdapat penjumlahan $(+)$ untuk setiap $a, b, c \in R$, jika memenuhi:

   Distributif: untuk setiap $a, b, c \in R$ memenuhi $a \times (b + \mathrm{c}) = (\mathrm{a} \times b) + (a + c)$. $(a + b) \times c = (\mathrm{a} \times c) + (b + c)$. Bersifat distributif perkalian terhadap penjumlahan.

2. Sifat- sifat K-Aljabar

a. Asosiatif: Sifat asosiatif dalam konteks K-Aljabar memungkinkan untuk mengubah urutan perkalian tanpa mengubah hasil akhir. Misalkan $a, b, c \in K$, dengan sifat asosiatif dapat mengekpresikan perkalian ketiga unsur tersebut dalam bentuk manapun, dan hasilnya akan tetap sama, dapat ditulis $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

b. Komutatif: sifat ini menyatakan jika urutan operand tidak mempengaruhi hasilnya. Misalkan, untuk setiap $a, b, \in K$, jika $a \cdot b = b \cdot a$,

c. Distributif: Misalkan untuk setiap $a, b, c \in K, a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ dan $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

5.2 Saran

Saran untuk penelitian berikutnya adalah K-Aljabar dapat diaplikasikan dalam himpunan berarti bisa diaplikasikan pada himpunan bilangan, dihedral, dan modulo atau kongruensi, yang dilengkapi dengan teorema, bukti, dan contohnya.

DAFTAR PUSTAKA

Abbas, N. (2014). Muhammad Abduh: Konsep Rasionalisme Dalam Islam. Jurnal Dakwah Tabligh, 15(1), 51-68. https://doi.org/10.24252/jdt.v15i1.338

Al-Mahalli, J., & As-Suyuti, J. (2000). Tafsir Jalalain (Berikut Asbabun Nuzul Ayat Surat Al-Fatihah sd Al-Isra'). Sinar Baru Algensindo. http://dx.doi.org/10.24042/klm.v11i1.979

Andari, A. (2015). Teori Grup. Universitas Brawijaya Press.

Anton, H. 2000. Dasar-dasar Aljabar Linier. Batam: Interaksara

Aprilisa, M., Bakar, N. N., & Yanita, Y. (2019). SIFAT-SIFAT K-ALJABAR. *Jurnal Matematika UNAND*, *8*(2), 93-100. https://doi.org/10.25077/jmu.8.2.93-100.2019

Arifin, F. (2012). *K-Aljabar Pada Grup Komutatif dan Grup Tidak Komutatif*. Skripsi tidak diterbitkan. Malang: Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang

Bass, H. (1968), Teori K Aljabar , Seri Catatan Kuliah Matematika, New York-Amsterdam: WA Benjamin, Inc., Zbl 0174.30302

Bogart, K. P., Gratzer, G., & Fraleigh, J. B. (1969). A First Course in Abstract Algebra. The American Mathematical Monthly, 76(7), 842. https://doi.org/10.2307/2317912

Dar, K., & Akram, M. (2005). On a K-Algebra Built on a Group. Southeast Asean Bulletin of Mathematics, 29, 41-49.

Dar, K., & Akram, M. (2006). On Subclasses OF K(G)-Algebras. Annuals of University of Crainova, 33, 235-240.

Deni Nugroho, R. B. (2017). STRUKTUR DAN SIFAT-SIFAT K-ALJABAR . UNNES Journal of Mathematics, 83 91. https://doi.org/10.15294/ujm.v6i1. 13066

Denney, A. S., & Tewksbury, R. (2013). How to write a literature review. Journal of criminal justice education, 24(2), 218-234. https://doi.org/10.1080/10511253.2012.730617

Departemen Agama RI, 2006. Al-Qur'an Al-Karim dan Terjemah Bahasa Indonesia. Kudus: Menara Kudus.

F. D. LestariM. HafiyusholehA. H. AsyharW. D. UtamiA. Z. Arifin. (2019). Properties of K-Isomorphism on K-Algebra. Journal of Physics: Conference Series, 1-7. 10.1088/1742-6596/1211/1/012053

Fraleigh, J. (1969). *A FIRST COURSE IN ABSTRACK ALGEBRA*. Canada: Addison Wesley Publishing Company.

Gilbert, L., & Gilbert, J. (2015). Elements of Modern Algebra Eight Edition.

Harahap (2021). PembelajaranAljabar Melalui Aplikasi Wolfram Alpha. Jurnal MatematikaVol. 20, No. 1. Hal: 51-58. https://journals.unisba.ac.id/index.php/matematika/article/view/1548

Illu, J. (2019). Pengaruh Rasionalisasi Terhadap Relasi Interpersonal. *Phronesis: Jurnal Teologi dan Misi*, *2*(1), 74-82. https://doi.org/10.47457/phr.v2i1.33

Im Manik, N., & Tasman, D. (2014). Piranti Lunak Pengujian Struktur Matematika Grup, Ring, Field Berbasis Osp (Open Source Program). *ComTech: Computer, Mathematics and Engineering Applications*, *5*(1), 373-386.

Jabali, S. G., Supriyono, S., & Nugraheni, P. (2020). Pengembangan Media Game Visual Novel Berbasis Etnomatematika Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Pada Materi Aljabar. Alifmatika: Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran Matematika, 2(2), 185 198. https://doi.org/10.35316/alifmatika.2020.v2i2.185-198

Kamil, I.M. (2016). *Kajian Terhadap K-Aljabar*. Skripsi tidak diterbitkan. Malang: Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang.

Nugroho, D. (2017). *Struktur dan Sifat-sifat K-Aljabar*. Skripsi tidak diterbitkan. Semarang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang.

Setiawan, A. 2011. Aljabar Abstrak (Teori Grup dan Teori Ring). Salatiga: UKSW. https://doi.org/10.35316/alifmatika.2020.v2i2.185-198

Shihab, M. Quraish. (2002). Tafsir Al-Misbah, 15. Jakarta: Lentera Hati.

Tuniyaz, R. (2023). On the standard quantized matrix algebra Mq(n): From a constructive-computational viewpoint. Journal of Algebra and Its Applications. https://doi.org/10.1142/S0219498824500920

RIWAYAT HIDUP

Rafi Ainur Isa lahir di Sumenep pada tanggal 16 Juli 2000. Laki-laki yang biasa dipanggil Rafi ini beralamat di Jalan Pasar Rao No 1 RT.17/RW.10 Desa Paseraman, Kecamatan Arjasa, Kabupaten Sumenep. Anak pertama dari dua bersaudara yakni dari pasangan Bapak Sura'ie dan Ibu Monawarah.

Penulis telah menempuh pendidikan formal mulai dari TK PGRI dan lulus pada tahun 2007. Setelah itu, penulis menempuh pendidikan dasar di SDN Paseraman 1 dan lulus pada tahun 2013. Selanjutnya, penulis menempuh jenjang pendidikan menengah pertama di SMPN 1 Arjasa dan selesai pada tahun 2016. Setelah itu, penulis melanjutkan pendidikan menengah atas di MA Ibrahimy Walisongo Situbondo dan lulus pada tahun 2019. Selanjutnya, penulis melanjutkan pendidikan tinggi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahimy Malang pada tahun 2019.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Rafi Ainur Isa
NIM : 19610105
Fakultas / Program Studi : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Struktur dan Sifat-sifat K-Aljabar
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd
Pembimbing II : Achmad Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	3 April 2023	Konsultasi Judul	1.
2.	08 Juni 2023	Konsultasi Bab I sampai Bab 3	2.
3.	26 Juni 2023	Konsultasi Bab I sampai Bab 3	3.
4.	04 September 2023	Konsultasi Revisi Bab I sampai Bab III	4.
5.	11 September 2023	Konsultasi Revisi Bab I sampai Bab III	5.
6.	12 September 2023	Konsultasi Bab I dan Bab II(Kajian Keislaman)	6.
7.	16 September 2023	Konsultasi Revisi Bab I dan Bab II(Kajian Keislaman)	7.
8.	20 September 2023	Konsultasi Revisi Bab I dan Bab II(Kajian Keislaman) dan ACC	8.
9.	08 November 2023	Revisi Bab I sampai Bab III	9.
10.	16 November 2023	Konsultasi Bab IV	10.
11.	27 November 2023	Konsultasi Revisi Bab IV	11.
12.	30 November 2023	Konsultasi Bab IV dan Bab V	12.
13.	06 Desember 2023	Konsultasi Revisi Bab IV dan Bab V	13.
14.	14 Desember 2023	Konsultasi Revisi Bab IV (keagamaan) dan Bab V	14.
15.	16 Desember 2023	Konsultasi Revisi Bab IV dan Bab V dan ACC	15.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	18 Desember 2023	Konsultasi Bab IV (Integrasi Agama) dan ACC	16.
17.	31 Januari 2024	Revisi Bab IV dan Bab V	17. ef.
18.	06 Februari 2024	Konsultasi Bab IV dan Bab V	18. ef.
19.	03 Mei 2024	Konsultasi Bab IV(Integrasi Agama) dan ACC	19.
20.	13 Mei 2024	ACC Bab I sampai Bab V untuk Sidang Skripsi	20. ef.
21.	12 Juni 2024	ACC Keseluruhan Akhir	21. ef.

Malang, 12 Juni 2024
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005