PROYEKSI GEOMETRI *FUZZY* PADA RUANG

SKRIPSI

Oleh:
MUHAMMAD IZZAT UBAIDILLAH
NIM. 08610024

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

PROYEKSI GEOMETRI *FUZZY* PADA RUANG

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
MUHAMMAD IZZAT UBAIDILLAH
NIM. 08610024

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2012

PROYEKSI GEOMETRI *FUZZY* PADA RUANG

SKRIPSI

Oleh:
MUHAMMAD IZZAT UBAIDILLAH
NIM. 08610024

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal, 13 Agustus 2012

Pembimbing I	Pembimbing II
Evawati Alisah, M.Pd	**Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag**
NIP.19720604 199903 2 001	**NIP.19720420 200212 1 003**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

PROYEKSI GEOMETRI *FUZZY* PADA RUANG

SKRIPSI

Oleh:
MUHAMMAD IZZAT UBAIDILLAH
NIM. 08610024

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal, 04 September 2012

Susunan Dewan Penguji			Tanda Tangan
1. Penguji Utama	:	**H. Wahyu H. Irawan, M.Pd** NIP. 19710420 200003 1 003	( )
2. Ketua	:	**Abdussakir, M.Pd** NIP. 19751006 200312 1 001	( )
3. Sekretaris	:	**Evawati Alisah, M.Pd** NIP. 19720604 199903 2 001	( )
4. Anggota	:	**Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag** NIP. 19720420 200212 1 003	( )

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Muhammad Izzat Ubaidillah
NIM	:	08610024
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa penelitian yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 26 Juli 2012
Yang Membuat Pernyataan,

Muhammad Izzat Ubaidillah
NIM. 08610024

MOTTO

Sesungguhnya Allah tidak mengubah keadaan sesuatu kaum
sehingga mereka mengubah nasib mereka sendiri
(Ar-Ra'd 013 ; 11)

PERSEMBAHAN

Peneliti mempersembahkan kepada :

Kedua orang tua peneliti Aufar dan Nurul Hidayah yang selalu mendidik dan mendo'akan peneliti.

Serta seluruh orang-orang yang selalu ada untuk memberi bimbingan, motivasi dan semangat.

KATA PENGANTAR

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Puji syukur yang begitu mendalam penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Penulis mengucapkan terima kasih seiring do'a dan harapan *jazakumullah ahsanul jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini. Untuk itu iringan do'a dan ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU, DSc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
4. Evawati Alisah, M.Pd dan Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag selaku dosen pembimbing skripsi, yang telah memberikan banyak pengarahan dan pengalaman yang berharga.
5. Segenap civitas akademika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama seluruh dosen mahasiswa Jurusan Matematika, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.

6. Ayahanda, Ibunda tercinta dan adik-adik peneliti serta seluruh keluarga yang senantiasa memberikan do'a dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu.
7. Sahabat-sahabat mahasiswa jurusan Matematika angkatan 2008 serta sahabat-sahabat dari jurusan lain yang telah mewarnai hari-hari peneliti, terima kasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah saat menuntut ilmu bersama.
8. Sahabat-sahabat selama mengerjakan skripsi seperti Muhammad Mahfud Suyudi, Fuad Adi Saputro dan teman-teman yang lain yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
9. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, terima kasih atas keikhlasan bantuan baik berupa moral maupun spiritual yang sudah diberikan pada penulis.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi. *Amin Ya Rabbal Alamin.*

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, 26 Juli 2012

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR SIMBOL

$\perp$ = Tegak lurus

$\parallel$ = Sejajar

$\cap$ = Irisan *(Intersection)*

$\cup$ = Gabungan *(Union)*

$\subset$ = Subset

$\times$ = Hasil kali kartesius

$\in$ = Anggota

$\overrightarrow{OP}$ = Vektor $\overrightarrow{OP}$

$|\overrightarrow{OP}|$ = Panjang vektor $\overrightarrow{OP}$

P = Titik P

$\tilde{P}$ = Titik *fuzzy* $\tilde{P}$

g = Garis g

$\tilde{g}$ = Garis *fuzzy* $\tilde{g}$

V = Bidang V

$\tilde{V}$ = Bidang *fuzzy* $\tilde{V}$

P' = Hasil proyeksi tegas titik P

g' = Hasil proyeksi tegas garis g

$\widetilde{g}'$ = Hasil proyeksi *fuzzy* titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dan garis *fuzzy* $\tilde{g}$

$\widetilde{V}'$ = Hasil proyeksi *fuzzy* titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$

$\tilde{R}$ = Relasi *fuzzy*

$\mu_{\tilde{P}}$ = Derajat keanggotaan garis *fuzzy* $\tilde{P}$

$\mu_{\tilde{R}}$ = Derajat keanggotaan relasi $\tilde{R}$

$\overset{\vee}{x}\ \mu_{\tilde{R}}(x, y)$ = Harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$ yang relatif terhadap variabel x

ABSTRAK

Ubaidillah, Muhammad Izzat. 2012. **Proyeksi Geometri *Fuzzy* pada Ruang.** Skripsi. Program S1 Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: 1. Evawati Alisah, M.Pd
2. Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag

Kata Kunci : Geometri *Fuzzy*, Relasi *Fuzzy*, Proyeksi Geometri *Fuzzy*.

Geometri *fuzzy* merupakan perkembangan dari geometri tegas, yang mana pada geometri tegas unsur-unsurnya hanya ada dan tidak ada, pada geometri *fuzzy* unsur-unsur tersebut berkembang dengan ketebalan yang dimiliki oleh masing-masing unsur tersebut.

Proyeksi geometri tegas merupakan pembentukan bayangan suatu unsur geometri yang diproyeksikan terhadap unsur proyektor, dengan sifat tegak lurus yang diwakili oleh masing-masing unsurnya, pembahasannya difokuskan pada koordinat hasil proyeksi. Sedangkan proyeksi geometri *fuzzy* mempunyai pembahasan yang lebih luas, yang mencakup tentang koordinat hasil proyeksi, keeratan relasi masing-masing unsur dan ketebalan derajat keanggotaan masing-masing unsur tersebut. Penelitian ini dilakukan untuk mendeskripsikan dan menganalisis prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang serta menjelaskan perbedaan antara proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang.

Proyeksi titik *fuzzy* $\tilde{P}(x_{\tilde{P}}, y_{\tilde{P}}, z_{\tilde{P}}|\mu_{\tilde{P}})$ terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \left\{\begin{matrix}(A_1x + B_1y + C_1z = D)\\(A_2x + B_2y + C_2z = D)\end{matrix} |\mu_{\tilde{g}}\right\}$, dengan fungsi derajat keanggotaan keeratan relasi $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_i)$ mempunyai hasil proyeksi $\widetilde{P'} \equiv \left\{\begin{matrix}(A_1x + B_1y + C_1z = D)\\(A_2x + B_2y + C_2z = D)\end{matrix} |\mu_{\widetilde{P'}}\right\}$, dengan $\mu_{\widetilde{P'}}$ merupakan derajat keanggotaan ketebalan garis $\widetilde{P'}$, proyeksi titik *fuzzy* $\tilde{P}(x_{\tilde{P}}, y_{\tilde{P}}, z_{\tilde{P}}|\mu_{\tilde{P}})$ terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0|\mu_{\tilde{V}}\}$ dengan fungsi derajat keanggotaan keeratan relasi $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_i)$ mempunyai hasil $\tilde{P} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0|\mu_{\widetilde{P'}}\}$ dengan $\mu_{\widetilde{P'}}$ merupakan derajat keanggotaan ketebalan bidang $\widetilde{P'}$, dan proyeksi garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \left\{\begin{matrix}(A_1x + B_1y + C_1z = D)\\(A_2x + B_2y + C_2z = D)\end{matrix} |\mu_{\tilde{g}}\right\}$ terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0|\mu_{\tilde{V}}\}$ dengan fungsi derajat keanggotaan keeratan relasi $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_{\boldsymbol{i}}, \tilde{Q}_i)$ mempunyai hasil $\tilde{g} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0|\mu_{\widetilde{g'}}\}$ dengan $\mu_{\widetilde{g'}}$ merupakan derajat keanggotaan ketebalan bidang $\widetilde{g}'$.

ABSTRACT

Ubaidillah, Muhammad Izzat. 2012. **Projection of Fuzzy Geometry in Space**. Thesis. S1 Department of Mathematics Faculty of Science and Technology of the State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Advisor: 1. Evawati Alisah, M.Pd
2. Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag

Keywords: *Fuzzy* Geometry, *Fuzzy* Relations, *Fuzzy* Geometry Projection.

Fuzzy geometry is an outgrowth of crisp geometry, which in crisp geometry elements are exist and not exist, while on fuzzy geometry elements are developed by thickness which is owned by each of these elements.

Crisp projection geometries is the formation of a shadow of geometries element projected on the projectors element, with perpendicular properties which are represented by their respective elemental, the discussion focused on the results of the projection coordinates. While the fuzzy projective geometries have richer discussion, which includes about coordinates of projection results, the mutual relation of each element and the thickness of each element. This research was conducted to describe and analyzing procedure fuzzy projective geometries on the space and explain the differences between crisp projection geometries and fuzzy projection geometries on space.

Projections of fuzzy point $\tilde{P}(x_{\tilde{P}}, y_{\tilde{P}}, z_{\tilde{P}}|\mu_{\tilde{P}})$ to fuzzy line $\tilde{g} \equiv \left\{\begin{matrix}(A_1x + B_1y + C_1z = D)\\(A_2x + B_2y + C_2z = D)\end{matrix}|\mu_{\tilde{g}}\right\}$, with function of degree of membership relations $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_i)$, to have result $\widetilde{P'} = \left\{\begin{matrix}(A_1x + B_1y + C_1z = D)\\(A_2x + B_2y + C_2z = D)\end{matrix}|\mu_{\widetilde{P'}}\right\}$, with $\mu_{\widetilde{P'}}$ is the degree of membership thickness of $\widetilde{P'}$, Projections of fuzzy point $\tilde{P}(x_{\tilde{P}}, y_{\tilde{P}}, z_{\tilde{P}}|\mu_{\tilde{P}})$ to fuzzy plane $\tilde{V} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0|\mu_{\tilde{V}}\}$, with function of degree of membership relations $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_i)$, to have result $\widetilde{P'} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0|\mu_{\widetilde{P'}}\}$, with $\mu_{\widetilde{P'}}$ is the degree of membership thickness of $\widetilde{P'}$, and Projections of fuzzy line $\tilde{g} \equiv \left\{\begin{matrix}(A_1x + B_1y + C_1z = D)\\(A_2x + B_2y + C_2z = D)\end{matrix}|\mu_{\tilde{g}}\right\}$ to fuzzy plane $\tilde{V} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0|\mu_{\tilde{V}}\}$, with function of degree of membership relations $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$, to have result $\tilde{g} \equiv \left\{Ax + By + Cz + D = 0\middle|\mu_{\widetilde{g}}\right\}$, with $\mu_{\widetilde{g'}}$ is the degree of membership thickness of $\widetilde{g'}$.

الملخص

عبيد الله، محمد عزت. ٢٠١٢. غامض الهندسة الإسقاط على الفضاء . أطروحة. (ش١) قسم الرياضيات بكلية العلوم والتكنولوجيا جامعة الدولة الإسلامية إبراهيم مولانا مالانغ مالك.
المشرفين: (١)عفوتى ئليسة، م ف د
(٢) در . ه.منرول عبدن، م ع غ

كلمات البحث: هندسة الغامضية, متصلة الغامضية, توقيع الهندسة الغامضية.

هندسة الغامضية هي متعدى من هندسة العدلية, والتي في هندسة العدلية صورتها من الوجود والعدام, وعلى هندسة الغامضيةصورتها متعدى لاتفاسر مع متعدى بالغلظة على صورة ذالك.

توقيع الهندسة العدلية حافة بلون الظلة من صورة كمترى يوقع من الواقع, بصفة القيم المستقيم الموكل من الفرد ثعبها, مبحثها مخا صص من توقيعها, وتوقيع الهندسة الغامضية له بحث أوسع منها, المحتوى من توقيعها, المتصلة من الإنفراد صورتها, والغلظة من صورتها. وهذا التجاسس للدراسة والتباين عل توقيع الهندسة الغامضية على فن, وتمييز منهما.

إلى خط غامض $\tilde{P}(x_{\tilde{P}}, y_{\tilde{P}}, z_{\tilde{P}} | \mu_{\tilde{P}})$ توقعات نقطة غامض $\tilde{g} \equiv \left\{ \begin{matrix} (A_1x + B_1y + C_1z = D) \\ (A_2x + B_2y + C_2z = D) \end{matrix} \middle| \mu_{\tilde{g}} \right\}$، مع وظيفة من درجة العلاقات العضوية $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_i)$، أن يكون نتيجة $\widetilde{P'} = \left\{ \begin{matrix} (A_1x + B_1y + C_1z = D) \\ (A_2x + B_2y + C_2z = D) \end{matrix} \middle| \mu_{\widetilde{P'}} \right\}$، مع $\mu_{\widetilde{P'}}$ هو درجة سمك عضوية $\widetilde{P'}$، إلى خط غامض$\tilde{P}(x_{\tilde{P}}, y_{\tilde{P}}, z_{\tilde{P}} | \mu_{\tilde{P}})$ لطائرة غامض $\tilde{V} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0 | \mu_{\tilde{V}}\}$، مع وظيفة من درجة العلاقات العضوية $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_i)$، أن يكون نتيجة $\widetilde{P'} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0 | \mu_{\widetilde{P'}}\}$، مع $\mu_{\widetilde{P'}}$ هو درجة سمك عضوية $\widetilde{P'}$، و توقعات خط غامض $\tilde{g} \equiv \left\{ \begin{matrix} (A_1x + B_1y + C_1z = D) \\ (A_2x + B_2y + C_2z = D) \end{matrix} \middle| \mu_{\tilde{g}} \right\}$، لطائرة غامض $\tilde{V} \equiv \{Ax + By + Cz + D = 0 | \mu_{\tilde{V}}\}$، مع وظيفة من درجة العلاقات العضوية $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$، أن يكون نتيجة $\tilde{g} \equiv \left\{ Ax + By + Cz + D = 0 \middle| \mu_{\widetilde{g'}} \right\}$، مع $\mu_{\widetilde{g'}}$ هو درجة سمك عضوي $\widetilde{g'}$.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan yang dibutuhkan dalam kehidupan sehari-hari kita dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Akan tetapi, sebagian besar orang beranggapan bahwa matematika adalah ilmu yang sangat sulit karena penuh dengan simbol-simbol, angka-angka, serta rumus-rumus yang rumit dan membingungkan, bahkan mereka terkadang berpendapat bahwa tidak ada hubungannya dengan kehidupan nyata. Padahal dalam Al-Qur'an surat Ali Imron ayat 199 yang berbunyi :

وَإِنَّ مِنْ أَهْلِ ٱلْكِتَـٰبِ لَمَن يُؤْمِنُ بِٱللَّهِ وَمَآ أُنزِلَ إِلَيْكُمْ وَمَآ أُنزِلَ إِلَيْهِمْ خَـٰشِعِينَ لِلَّهِ لَا يَشْتَرُونَ بِـَٔايَـٰتِ ٱللَّهِ ثَمَنًا قَلِيلًا ۗ أُو۟لَـٰٓئِكَ لَهُمْ أَجْرُهُمْ عِندَ رَبِّهِمْ ۗ إِنَّ ٱللَّهَ سَرِيعُ ٱلْحِسَابِ ١٩٩

Artinya : dan Sesungguhnya diantara ahli kitab ada orang yang beriman kepada Allah dan kepada apa yang diturunkan kepada kamu dan yang diturunkan kepada mereka sedang mereka berendah hati kepada Allah dan mereka tidak menukarkan ayat-ayat Allah dengan harga yang sedikit. mereka memperoleh pahala di sisi Tuhannya. Sesungguhnya Allah Amat cepat perhitungan-Nya.

Dalam ayat di atas sudah jelas bahwa Allah SWT menciptakan langit dan bumi bersama segala sesuatu yang ada di dalamnya termasuk matematika itu sendiri yang keberadaannya tidak lain adalah untuk memenuhi kebutuhan manusia terutama dalam berhitung untuk menjalani kehidupan dunia. Sesungguhnya Allah SWT telah mengajarkan semua yang dibutuhkan oleh manusia semuanya telah terangkum dalam Al-Qur'an. Karena matematika juga merupakan salah satu ilmu pengetahuan Allah yang telah ditemukan oleh manusia yang pada dasarnya digunakan untuk menghitung.

Dalam matematika terdapat konsep proyeksi geometri pada ruang (R^3) yang mana ilmu tersebut mambahas tentang pembentukan bayangan suatu titik terhadap suatu garis atau bidang. dengan syarat garis hubung titik dan titik hasil harus tegak lurus dengan garis atau bidang. pembentukan bayangan suatu garis terhadap suatu bidang, dengan syarat garis hubung garis dan garis hasil harus tegak lurus dengan bidang tersebut (Sundawa, 2009).

Konsep proyeksi tersebut juga telah dibahas sejak zaman dahulu yaitu dalam Al-Qur'an walaupun tidak dijelaskan secara eksplisit. Sebagaimana firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surat Ali Imron ayat 145 :

وَمَا كَانَ لِنَفْسٍ أَن تَمُوتَ إِلَّا بِإِذْنِ ٱللَّهِ كِتَـٰبًا مُّؤَجَّلًا ۗ وَمَن يُرِدْ ثَوَابَ ٱلدُّنْيَا نُؤْتِهِۦ مِنْهَا
وَمَن يُرِدْ ثَوَابَ ٱلْـَٔاخِرَةِ نُؤْتِهِۦ مِنْهَا ۚ وَسَنَجْزِى ٱلشَّـٰكِرِينَ ﴿١٤٥﴾

Artinya : Sesuatu yang bernyawa tidak akan mati melainkan dengan izin Allah, sebagai ketetapan yang telah ditentukan waktunya. barang siapa menghendaki pahala dunia, niscaya Kami berikan kepadanya pahala dunia itu, dan barang siapa menghendaki pahala akhirat, Kami berikan (pula) kepadanya pahala akhirat itu. dan Kami akan memberi Balasan kepada orang-orang yang bersyukur.

Ayat tersebut menjelaskan apabila manusia mengerjakan suatu perbuatan maka akan mendapatkan balasan pada saat masih di dunia ataupun balasan kelak di akhirat nanti.

Dalam matematika juga terdapat konsep himpunan (set), himpunan itu sendiri ditentukan oleh adanya anggota, akan tetapi dalam himpunan *fuzzy* mendefinisikan anggota-anggotanya dalam interval 0 sampai 1. Konsep himpunan tersebut ternyata juga telah dibahas dalam Al-Qur'an surat Al-Jaatsiyah ayat 4 yang berbunyi :

وَفِي خَلْقِكُمْ وَمَا يَبُثُّ مِن دَآبَّةٍ ءَايَٰتٌ لِّقَوْمٍ يُوقِنُونَ ﴿٤﴾

Artinya : Dan pada penciptaan kamu dan pada binatang-binatang yang melata yang bertebaran (di muka bumi) terdapat tanda-tanda (kekuasaan Allah) untuk kaum yang meyakini.

Surat di atas menyebutkan tentang penciptaan Allah yaitu salah satunya kamu (manusia) dan sekumpulan binatang-binatang yang bertebaran di muka bumi ini, itu bukti kekuasaan Allah yang telah menciptakan sekumpulan jenis-jenis makhluk hidup yang tersebar di muka bumi ini.

Geometri ini merupakan cabang matematika. Di sisi lain, geometri ini dapat di aplikasikan dan dengan teori Matematika yang kebetulan bisa dikatakan baru yaitu logika *fuzzy*. Logika *fuzzy* dikatakan karena berhasil mengembangkan keilmuannya dengan logika baru tanpa meninggalkan aturan-aturan dasar dari yang telah berlaku pada logika tegas. Misalnya untuk aturan operasi invers, komplemen, gabungan, irisan dan lain-lain yang juga terdapat dalam logika *fuzzy*. Hanya saja kaidah kebenarannya berkembang dari *bivalue* (dua nilai / binner) menjadi *multivalue* (banyak nilai). Derajat keanggotaan dan himpunan *fuzzy* merupakan hal dasar dalam pengembangan logika klasik menjadi logika *fuzzy*. Untuk itulah Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar pada University of California, Berkeley, Amerika Serikat mengembangkan konsep himpunan *fuzzy*. Dalam himpunan *fuzzy* zadeh mendefinisikannya dengan menggunakan apa yang disebut fungsi keanggotaan yang nilainya berada dalam selang tertutup [0,1] (Susilo, 2006:5).

Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam Al-Qur’an, di mana pada manusia sering terjadi keragu-raguan dalam hal kepercayaan, seperti dalam surat

Al-Hadiid ayat 14 yang berbunyi : Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam Al-Qur’an, di mana pada manusia sering terjadi keragu-raguan dalam hal kepercayaan, seperti dalam surat Al-Hadiid ayat 14 yang berbunyi :

يُنَادُونَهُمْ أَلَمْ نَكُن مَّعَكُمْ ۖ قَالُوا۟ بَلَىٰ وَلَـٰكِنَّكُمْ فَتَنتُمْ أَنفُسَكُمْ وَتَرَبَّصْتُمْ وَٱرْتَبْتُمْ وَغَرَّتْكُمُ ٱلْأَمَانِىُّ
حَتَّىٰ جَآءَ أَمْرُ ٱللَّهِ وَغَرَّكُم بِٱللَّهِ ٱلْغَرُورُ ﴿١٤﴾

Artinya : Orang-orang munafik itu memanggil mereka (orang-orang mukmin) seraya berkata: "Bukankah Kami dahulu bersama-sama dengan kamu?" mereka menjawab: "Benar, tetapi kamu mencelakakan dirimu sendiri dan menunggu (kehancuran Kami) dan kamu ragu- ragu serta ditipu oleh angan-angan kosong sehingga datanglah ketetapan Allah;dan kamu telah ditipu terhadap Allah oleh (syaitan) yang Amat penipu.

Ayat di atas menjelaskan tentang golongan yang masih diragukan kedudukannya apakah mereka iman atau kafir pada Allah SWT. Golongan tersebut disebut dengan orang-orang munafik karena orang-orang munafik itu dahulu juga orang-orang mukmin akan tetapi mukmin yang ragu-ragu karena sudah tertipu oleh setan.

Himpunan tegas dapat direpresentasikan secara himpunan *fuzzy*. Misalnya titik dan garis dalam geometri dapat direpresentasikan secara himpunan *fuzzy* dengan derajat keanggotaan. Suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar tingkat keanggotaan suatu elemen (x) dalam suatu himpunan (A), sering dikenal dengan nama derajat keanggotaan, dinotasikan dengan $\mu_A(x)$. Pada himpunan tegas, hanya ada dua nilai derajat keanggotaan, yaitu $\mu_A(x) = 1$ untuk x adalah anggota himpunan (A) dan $\mu_A(x) = 0$ untuk x bukan anggota himpunan (A) (Kusumadewi dan Purnomo, 2006:3). Dasar teorinya bahwa dalam proyeksi klasik sifat titik dan garis hanyalah ada dan tidak ada. Apabila terdapat titik dan garis maka derajat keanggotaannya 1, sedangkan yang tidak ada diartikan derajat keanggotaannya 0. Akan tetapi, dalam geometri *fuzzy* maka nantinya akan berkembang titik dan garis akan direpresentasikan tidak hanya dengan ada dan tidak ada, tetapi berkembang dengan ketebalan yang berbeda untuk derajat keanggotaan yang berbeda.

Definisi proyeksi geometri adalah pembentukan bayangan serta terdapatnya sifat tegak lurus yang diwakili oleh masing-masing unsurnya. Bidang proyeksi terdapat garis normal yang mewakili masing-masing bidang yang saling tegak lurus. Hal ini diperluas pada proyeksi ruang dengan metode serupa. Pembahasan penelitian ini merupakan perpaduan antara teori-teori geometri dengan teori-teori logika *fuzzy*. Oleh karena itu peneliti tertarik untuk mengkaji pembahasan selanjutnya yang berjudul "***Proyeksi Geometri Fuzzy pada Ruang***".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang dipaparkan di atas maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang?
2. Bagaimana perbedaan antara proyeksi geometri tegas dengan proyeksi geometri *fuzzy*?

1.3 Tujuan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah yang sudah di paparkan maka tujuan penelitian ini adalah :

1. Mendiskripsikan dan menganalisis prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang.
2. Menjelaskan perbedaan antara proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy*.

1.4 Batasan Masalah

Pada penelitian ini peneliti memberikan batasan masalah pada proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang (sistem koordinat kartesius dimensi tiga (R^3)) yang meliputi proyeksi geometri *fuzzy* titik terhadap garis, titik terhadap bidang dan garis terhadap bidang.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Lembaga

   Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan referensi dalam pengembangan ilmu matematika khususnya di seluruh lembaga Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

2. Peneliti

   Adapun manfaat kajian ini adalah untuk megetahui bentuk proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang yang merupakan penggabungan dari ilmu geometri Euclid dengan ilmu yang dapat dibilang cukup baru yaitu logika *fuzzy*.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan *(library research)*, yaitu dengan mengumpulkan informasi yang berasal dari perpustakaan, seperti jurnal, buku-buku, dan lain-lain.

Adapun langkah-langkah yang diambil oleh peneliti dalam penelitian ini adalah:

1. Mempelajari literatur utama dan pendukung yang dijadikan bahan dalam penelitian ini.

2. Diberikan titik *fuzzy* pada ruang sebagai unsur yang diproyeksikan dan garis *fuzzy* pada ruang sebagai unsur proyektor.
3. Mencari koordinat hasil proyeksi tegas titik *fuzzy* pada garis *fuzzy*.
4. Mencari derajat keanggotaan relasi antara titik *fuzzy* dan garis *fuzzy*.
5. Mencari derajat keanggotaan ketebalan hasil proyeksi *fuzzy* pada garis *fuzzy* dengan diketahui derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy*, derajat keanggotaan ketebalan garis *fuzzy*, dan derajat keanggotaan relas titik *fuzzy* dan garis *fuzzy*.
6. Memberikan contoh beserta solusi proyeksi titik *fuzzy* terhadap garis *fuzzy*.
7. Mengulangi langkah poin 3 sampai poin 6 untuk mencari hasil proyeksi titik *fuzzy* terhadap bidang *fuzzy* dengan diberikan titik *fuzzy* pada ruang sebagai unsur yang diproyeksikan dan bidang *fuzzy* pada ruang sebagai unsur proyektor, kemudian mencari koordinat hasil proyeksi tegas titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy*. Selanjutnya, Mencari derajat keanggotaan ketebalan hasil proyeksi *fuzzy* pada bidang *fuzzy* dengan diketahui derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy*, derajat keanggotaan ketebalan bidang *fuzzy*, dan derajat keanggotaan relasi titik *fuzzy* dan bidang *fuzzy*. Setelah itu, Memberikan contoh beserta solusi proyeksi titik *fuzzy* terhadap bidang *fuzzy*.
8. Langkah untuk proyeksi garis *fuzzy* terhadap bidang *fuzzy* juga dilakukan dengan diberikan garis *fuzzy* pada ruang sebagai unsur yang diproyeksikan dan bidang *fuzzy* pada ruang sebagai proyektor seperti langkah pada proyeksi titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* yaitu mencari koordinat hasil proyeksi tegas garis *fuzzy* pada bidang *fuzzy*. Selanjutnya mencari derajat

keanggotaan relasi antara garis *fuzzy* dan bidang *fuzzy*. Kemudian mencari derajat keanggotaan ketebalan hasil proyeksi *fuzzy* pada bidang *fuzzy* dengan diketahui derajat keanggotaan ketebalan garis *fuzzy*, derajat keanggotaan ketebalan bidang *fuzzy*, dan derajat keanggotaan relas garis *fuzzy* dan bidang *fuzzy*. Setelah itu, memberikan contoh beserta solusi proyeksi garis *fuzzy* terhadap bidang *fuzzy*.

9. Menjelaskan perbedaan antara proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang.
10. Merumuskan kesimpulan dari hasil analisis.

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah memahami tulisan ini, peneliti membagi kajian penelitian ini ke dalam empat bab sebagai berikut :

1. BAB I PENDAHULUAN : Pada bab ini peneliti memaparkan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan masalah, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, serta sistematika penulisan itu sendiri.
2. BAB II KAJIAN PUSTAKA : Peneliti membahas tentang landasan teori yang dijadikan ukuran standarisasi dalam pembahasan pada bab yang merupakan kajian teoritis, yaitu tentang proyeksi tegas serta logika *fuzzy* dan lain-lain.
3. BAB III PEMBAHASAN : Dalam bab ini dipaparkan pembahasan tentang analisis dari proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang yang disertai dengan perbedaan antara proyeksi geometri tegas dengan proyeksi geometri *fuzzy*.

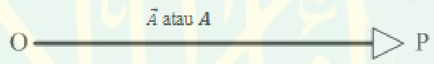
4. BAB IV PENUTUP : Dalam bab ini dikemukakan kesimpulan akhir penelitian ini serta beberapa saran.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Vektor

Vektor adalah besaran yang mempunyai besar dan arah, seperti perpindahan *(displacement)*, kecepatan, gaya dan percepatan (Spiegel, 1999:1).

Vektor digambarkan oleh suatu anak panah $\overrightarrow{OP}$ yang mendefinisikan arahnya sedangkan besarnya dinyatakan oleh panjang anak panah. Ujung pangkal O dari anak panah disebut titik asal atau titik pangkal vektor dan ujung kepala P disebut titik terminal dan besarnya dinyatakan oleh $\vec{A}$ atau $\boldsymbol{A}$ (Spiegel, 1999:1).



Gambar 2. 1 Vektor $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$

Sedangkan skalar adalah besaran yang mempunyai besar tetapi tanpa arah, seperti massa, panjang, waktu, suhu dan sebarang bilangan riil. Skalar dinyatakan oleh huruf-huruf biasa seperti dalam aljabar elementer. Operasi-operasi dengan skalar mengikuti aturan-aturan yang sama seperti dalam aljabar elementer (Spiegel, 1999:1).

Definisi 1

Jika $\vec{V}$ adalah vektor yang memiliki titik awal dan akhir (v_1, v_2, v_3), maka komponen pembentuk $\vec{V}$ diberikan oleh:

$$\vec{V} = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$$

Koordinat v_1, v_2 dan v_3 disebut komponen $\vec{V}$. Jika kedua titik awal dan akhir tetap pada asalnya, maka $\vec{V}$ disebut vektor nol *(zero vector)* dan dinotasikan oleh $0 = \langle 0, 0, 0 \rangle$ (Larson dan Edward, 2010:765).

2.1.1 Panjang (Besaran) Vektor

Jika $P(p_1, p_2, p_3)$ dan $Q(q_1, q_2, q_3)$ merupakan titik awal dan akhir $\vec{V}$ pada segmen garis, komponen pembentuk vektor $\vec{V}$ direpresentasikan oleh $\overrightarrow{PQ}$ yaitu $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle q_1 - p_1, q_2 - p_2, q_3 - p_3 \rangle$. Formula panjang (atau besaran) $\vec{V}$ adalah

$$\begin{aligned} |\vec{V}| &= \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 + (q_3 - p_3)^2} \\ &= \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2 + +{v_3}^2} \quad \text{(Larson dan Edward, 2010: 765).} \end{aligned}$$

Contoh:

Diberikan titik $P(1,1,1)$ dan $Q(2,4,3)$, untuk mengetahui besaran $\vec{V}$, digunakan rumus panjang vektor.

$$\begin{aligned} |\vec{V}| &= \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 + (q_3 - p_3)^2} \\ &= \sqrt{(2-1)^2 + (4-1)^2 + (3-1)^2} \\ &= 3{,}74 \end{aligned}$$

Jadi $\vec{V}$ memiliki besaran 3,74

2.1.2 Penjumlahan Vektor dan Perkalian Skalar

$\vec{A} + \vec{B} = \overrightarrow{AB}$ adalah vektor yang diwakili oleh segmen garis berarah yang pangkalnya berimpit dengan pangkal $\vec{A}$ dan ujungnya berimpit dengan ujung $\vec{B}$ dan pangkal $\vec{B}$ berimpit dengan ujung $\vec{A}$ (Soebari, 1995:1-2).

Definisi 2

Diberikan vektor $\vec{A} = \langle A_1, A_2, A_3 \rangle$ dan vektor $\vec{B} = \langle B_1, B_2, B_3 \rangle$, dan c scalar, didefinisikan:

1. Penjumlahan vektor $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ adalah $\vec{A} + \vec{B} = \langle A_1 + B_1, A_2 + B_2, A_3 + B_3 \rangle$.
2. Perkalian skalar c dan $\vec{A}$ adalah vektor $c\vec{A} = \langle cA_1, cA_2, , cA_3 \rangle$.
3. Bentuk negatif $\vec{B}$ adalah vektor $-\vec{B} = (-1)\vec{B} = \langle -B_1, -B_2, -B_3 \rangle$
4. Selisih $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ adalah $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + \left(-\vec{B}\right) = \langle A_1 - B_1, A_2 - B_2, A_3 - B_3 \rangle$ (Larson dan Edward, 2010:766).

2.1.3 Perkalian antara Dua Vektor

Perkalian vektor antara dua vektor $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ ditulis $\vec{A} \times \vec{B}$ (dibaca $\vec{A}$ kros$\vec{B}$) dan didefinisikan $\vec{A} \times \vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right| \sin\theta\, \vec{M}$ dengan θ adalah sudut antara $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ dan $\vec{M}$ adalah vektor satuan yang tegak lurus $\vec{A}$ dan tegak lurus $\vec{B}$ sesuai dengan sistem yang digunakan (sistem putar kanan atau putar kiri).

Suatu skrup putar kanan jika diputar sesuai arah sumbu x positif menuju sumbu y positif, skrup tersebut akan bergerak ke arah z positif. Sistem semacam ini dinamakan sistem putar kanan. Sedangkan sebaliknya disebut sistem putar kiri. Pada sistem putar kanan, berlaku:

$$\vec{\imath} \times \vec{\imath} = \vec{\jmath} \times \vec{\jmath} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

$$\vec{\imath} \times \vec{\jmath} = \vec{k} \qquad \vec{\jmath} \times \vec{\imath} = -\vec{k}$$

$$\vec{\jmath} \times \vec{k} = \vec{\imath} \qquad \vec{k} \times \vec{\jmath} = -\vec{\imath}$$

$$\vec{k} \times \vec{\imath} = \vec{\jmath} \qquad \vec{\imath} \times \vec{k} = -\vec{\jmath}$$

Jadi :

$$\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB} \quad = \left(x_a\vec{\imath} + y_a\vec{\jmath} + z_a\vec{k}\right) \times \left(x_b\vec{\imath} + y_b\vec{\jmath} + z_b\vec{k}\right)$$

$$= (y_a x_b - z_a y_b)\vec{\imath} - (x_a z_b - z_a x \times_b)\vec{\jmath} - (x_a y_b - y_a x_b)\vec{k}$$

$$= \begin{vmatrix} y_a & z_a \\ y_b & z_b \end{vmatrix}\vec{\imath} - \begin{vmatrix} x_a & z_a \\ x_b & z_b \end{vmatrix}\vec{\jmath} + \begin{vmatrix} x_a & y_a \\ x_b & y_b \end{vmatrix}\vec{k}$$

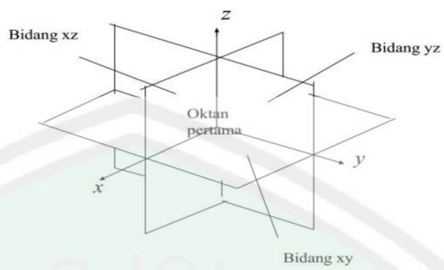
$$= \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \end{vmatrix}$$ (Larson dan Edward, 2010:769).

Pada perkalian vektor dua vektor berlaku hukum-hukum sebagai berikut:

1. $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ (Hukum Komutatif tak berlaku Hasil-Kali Silang)
2. $\vec{A} \times (\vec{B} + C) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times C$ (Hukum Distributif)
3. $m(\vec{A} \times \vec{B}) = (m\vec{A}) \times \vec{B} = \vec{A} \times (m\vec{B}) = (\vec{A} \times \vec{B})m$ di mana m scalar
4. $i \times i = j \times j = k \times k = 0, \quad i \times j = j \times k = k \times i = 1$
5. Jika $\vec{A} = \vec{A}_1 i + \vec{A}_2 j + \vec{A}_3 k$ dan $\vec{B} = \vec{B}_1 i + \vec{B}_2 j + \vec{B}_3 k$, maka
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \vec{A}_1 & \vec{A}_2 & \vec{A}_3 \\ \vec{B}_1 & \vec{B}_2 & \vec{B}_3 \end{vmatrix}$$
6. Besarnya $\vec{A} \times \vec{B}$ sama dengan luas jajaran genjang dengan sisi-sisi $\vec{A}$ dan $\vec{B}$.
7. Besarnya $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ dan $\vec{A}$ beserta $\vec{B}$ bukanlah vektor-vektor nol, maka $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ sejajar (Larson dan Edward, 2010:771).

2.2 Sistem Koordinat Kartesius Ruang (R^3)

Dalam sistem ini (sistem koordinat kartesius siku-siku) terdapat tiga sumbu yang saling tegak lurus diantaranya, yaitu sumbu X, sumbu Y dan sumbu Z. Disamping koordinat siku-siku ada pula koordinat miring. Koordinat ini pada dasarnya sama, hanya bedanya pada koordinat kartesius miring ketiga sumbunya tidak saling tegak lurus. Sebuah titik P dengan koordinat (x, y, z), berarti jarak titik P terhadap YOZ, XOZ dan XOY berturut-turut x, y dan z disebut absis, ordinat dan aplikat. Harga x, y dan z dapatn positif, dapat pula negatif, maupun nol. Positif jika searah dengan sumbu positif dan negatif jika searah dengan negatif (Soebari, 1995:6).



Gambar 2. 2 Oktan Pertama Koordinat *XYZ*

Dalam sistem koordinat kartesius, ruangan dibagi menjadi 8 (delapan) oktan dengan ketentuan sebagai berikut:

Tabel 2. 1 Oktan Sistem Koordinat Kartesius

Koord.	Okt.1	Okt.2	Okt.3	Okt.4	Okt.5	Okt.6	Okt.7	Okt.8
z	+	+	+	+	−	−	−	−
x	+	−	−	+	+	−	−	+
y	+	+	−	−	+	+	−	−

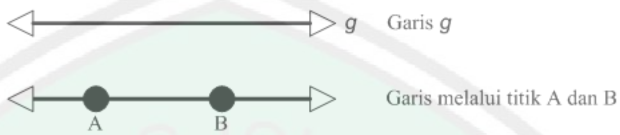
Sumber: Soebari, 1995:6

2.3 Geometri Tegas

2.3.1 Titik, Garis, dan Bidang

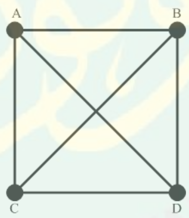
Titik dinyatakan dengan noktah, dan diberi nama dengan huruf besar. Contoh: $P(x_P, y_P, z_P)$ (Rich, 2002:2). Titik juga ditunjukkan atau dilukiskan dengan " ●". Melalui dua titik yang berlainan, dapat dibuat tepat satu garis (Alisah dan Idris, 2009:237).

Garis lurus terbetuk oleh suatu titik yang selalu bergerak kearah yang sama. Suatu garis lurus dapat diperpanjang ke segala arah secara tidak terbatas (Rich, 2002:2). Garis tidak memiliki batas, baik ke kiri maupun kekanan, sehingga panjangnya tidak terbatas, dan yang digambar hanya sebagai wakilnya saja. Garis biasanya diberi simbol, yaitu dengan huruf kecil, misalnya: a, b, c, d dan seterusnya (Alisah dan Idris, 2009:237). Gambar suatu garis adalah sebagai berikut:



Gambar 2. 3 Garis g dan Garis yang Melalui Titik A dan B

Garis yang melalui titik A dan B dilambangkan dengan AB. Di samping itu dikenal pula ruas garis (segmen), ruas garis adalah bagian dari garis lurus yang terbatas pada pangkal dan ujungnya. Sedangkan bidang adalah suatu permukaan di mana suatu garis yang menghubungkan dua titik pada permukaan tersebut secara keseluruhan akan terletak pada permukaan tersebut (Rich, 2002:2).



Gambar 2. 4 Bidang ABCD

2.3.2 Persamaan Bidang

Persamaan umum bidang datar adalah $Ax + By + Cz + D = 0$, bidang tersebut tegak lurus dengan vektor $A\vec{\imath} + B\vec{\jmath} + C\vec{k}$ atau yang sering disebut dengan normal bidang dan dinotasikan dengan $\vec{n}$. Jika suatu bidang melalui titik P dan mempunyai normal $A\vec{\imath} + B\vec{\jmath} + C\vec{k}$, maka persamaan bidang tersebut adalah (Soebari, 1995:12-13).

$$A(x - x_p) + B(y - y_p) + C(z - z_p) = 0$$

2.3.3 Persamaan Garis

Garis lurus dapat diartikan sebagai perpotongan antara dua bidang datar, jadi persamaan suatu garis lurus merupakan gabungan antara persamaan dua bidang datar (Soebari, 1995:20).

Persamaan garis yang melalui misal titik $P(x_1, y_1, z_1)$ dan mempunyai vektor arah $p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$ adalah:

$$\frac{(x - x_1)}{p} = \frac{(y - y_1)}{q} = \frac{(z - z_1)}{r}$$

Persamaan tersebut dikatakan persamaan garis dalam bentuk standar. Dengan jalan yang sama, akan diperoleh persamaan garis yang misalnya melalui titik $P(x_p, y_p, z_p)$ dan $Q(x_q, y_q, z_q)$, yaitu:

$$\frac{x - x_p}{x_q - x_p} = \frac{y - y_p}{y_q - y_p} = \frac{z - z_p}{z_q - z_p}$$

Dalam bentuk parameter, persamaan garis dapat dituliskan:

$$x = a + pt, \qquad y = b + qt, \qquad z = c + rt$$

dengan t merupakan parameter

Sedangkan p, q, r dinamakan bilangan arah garis. Jika ada p, q atau r yang sama dengan nol, maka persamaan garis harus dinyatakan dalam gabungan persamaan dua bidang. Maka persamaan garis tersebut

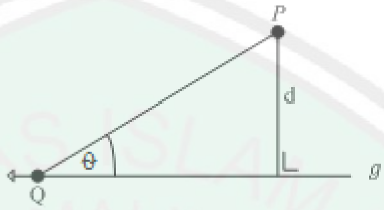
$$g \equiv \begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D = 0 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D = 0 \end{cases}$$ (Soebari, 1995:21).

Vektor arah garis g tersebut adalah:

$$\vec{g} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}$$ (Soebari, 1995:21).

2.3.4 Jarak Titik ke Garis pada Ruang (R^3)

Untuk menentukan jarak antara titik dan garis, ditentukan titik yang terletak pada garis. Misalkan akan ditentukan jarak antara titik P dengan garis g. Tentukan sebarang titik Q pada g, maka berlaku:



Gambar 2. 5 Jarak Titik P ke Garis g

$$|\overrightarrow{PQ} \times \vec{g}| = |\overrightarrow{PQ}| \cdot |\vec{g}| \sin\theta$$

$$|\overrightarrow{PQ} \times \vec{g}| = |\overrightarrow{PQ}| \cdot |\vec{g}| \frac{d}{|\overrightarrow{PQ}|}$$

Jadi jarak titik P ke garis g adalah

$$d = \frac{|\overrightarrow{PQ} \times \vec{g}|}{|\vec{g}|} \quad (\text{Soebari}, 1995{:}\, 25).$$

Contoh :

Untuk menentukan jarak titik $P(2,5,1)$ ke garis $g = \begin{cases} 4x + 5y - z = 7 \\ 2x + 3y - 4z = 1 \end{cases}$, maka ditentukan terlebih dahulu titik Q (sebarang yang terletak pada g) untuk lebih mudahnya peneliti memilih titik yang berpotongan dengan bidang koordinat XOY, yang berarti koordinat $z = 0$. Misalkan titik potong tersebut $Q(x_q, y_q, 0)$.

$$4x_q + 5y_q = 7 \text{ dan } 2x_q + 3y_q = 1$$

Dari perhitungan subtitusi didapatkan nilai $x_q = 8$ dan $y_q = -5$.

Jadi titik potong tersebut adalah $Q(8,-5,0)$ dan $\overrightarrow{PQ}$ adalah

$$(8-2)\vec{\imath} + (-5-5)\vec{\jmath} + (0-1)\vec{k}, \text{ atau } 6\vec{\imath} - 10\vec{\jmath} - \vec{k}$$

Sedangkan vektor arah garis g adalah

$$\vec{g} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = (-20+3)\vec{i} - (-16+2)\vec{j} + (12-10)\vec{k}$$

$$= -17\vec{i} + 14\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{g} \times \overrightarrow{PQ} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -17 & 14 & 2 \\ 6 & -10 & -1 \end{vmatrix} = (-14+20)\vec{i} - (17-12)\vec{j} + (170-84)\vec{k}$$

$$= 6\vec{i} - 5\vec{j} + 86\vec{k}$$

$$\left|\vec{g} \times \overrightarrow{PQ}\right| = \sqrt{36+25+7396} = \sqrt{7457} = 86{,}35$$

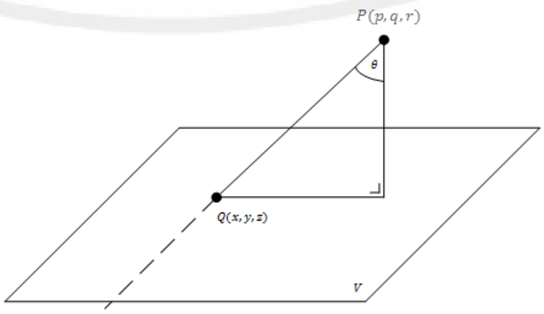
Jadi jarak titik P terhadap garis g adalah

$$d = \frac{\left|\overrightarrow{PQ} \times \vec{g}\right|}{|\vec{g}|} = \frac{\sqrt{7475}}{\sqrt{289+196+4}}$$

2.3.5 Jarak Titik ke Bidang

Untuk menentukan jarak titik $P(p,q,r)$ terhadap bidang $V \equiv Ax + By + Cz + D = 0$, ditentukan terlebih dahulu sebarang titik yang terletak pada bidang tersebut (Soebari, 1995:16).

Untuk lebih mudahnya, ambil salah satu titik potongnya dengan sumbu koordinat, misal sumbu x, yaitu: $Q\left(-\frac{D}{A}, 0{,}0\right)$ dengan pemisalan posisi Q pada gambar berikut:



Gambar 2. 6 Jarak Titik P ke Bidang V

$\overrightarrow{QP} = \left(p + \frac{D}{A}\right)\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$

$\overrightarrow{n_V} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$

$$\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{n_V} = |\overrightarrow{QP}| \cdot |\overrightarrow{n_V}|\, cos\theta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$\theta =$ Sudut antara $\overrightarrow{n_V}$ dan $\overrightarrow{QP}$

$$cos\,\theta = \frac{d}{|\,\overrightarrow{QP}\,|} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

d = Jarak antara titik P terhadap bidang V

Berdasarkan Persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{n_V} = |\overrightarrow{QP}| \cdot |\overrightarrow{n_V}| \frac{d}{|\,\overrightarrow{QP}\,|} \quad (d \text{ harus positif})$$

$$d = \frac{\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{n_V}}{|\overrightarrow{n_V}|}$$

$$= \frac{\left(p + \frac{D}{A}\right)A + qB + rC}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Perhitungan lebih lanjut diperoleh:

$$d = \left|\frac{A_p + B_q + C_r + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}\right| \quad (\text{Soebari}, 1995: 17)$$

Contoh:

Diberikan titik $P(4,1,2)$ dan bidang $V \equiv x - y + z - 1 = 0$, untuk mengetahui jarak titik P ke bidang V (d), digunakan rumus jarak titik ke bidang.

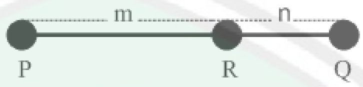
$$d = \frac{|Ax_p + By_p + Cz_p + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + +C^2}} = \frac{|1(4) - 1(1) + 1(2) - 1|}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (1)^2}}$$

$$= 2{,}31$$

Jadi jarak titik P ke bidang V adalah 2,31.

2.3.6 Titik pada Segmen Garis

Ditentukan titik $P(x_p, y_p, z_p)$ dan titik $Q(x_q, y_q, z_q)$ untuk menentukan koordinat titik R yang terletak pada segmen garis $\overline{PQ}$ sedemikian sehingga $\overrightarrow{PR} : \overrightarrow{RQ}$ adalah $m : n$ (Soebari, 1995:9).



Gambar 2. 7 Perbandingan m dan n

Terlihat pada gambar 2.7 bahwa

$$\overrightarrow{PR} : \overrightarrow{RQ} = m : n$$

Dengan demikian:

$$n[(x_r - x_p)\vec{\imath} + (y_r - y_p)\vec{\jmath} + (z_r - z_p)\vec{k}]$$

$$= m[(x_q - x_r)\vec{\imath} + (y_q - y_r)\vec{\jmath} + (z_q - z_r)\vec{k}]$$

Persamaan tersebut benar, jika:

$$n(x_r - x_p) = m(x_q - x_r),$$

$$n(y_r - y_p) = m(y_q - y_r),$$

$$n(z_r - z_p) = m(z_q - z_r).$$

Berdasarkan ketiga persamaan tersebut diperoleh koordinat R:

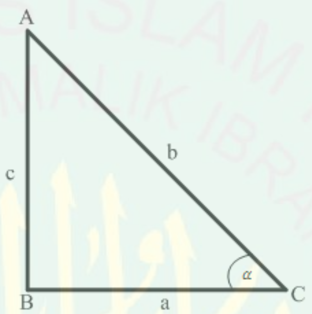
$$x_r = \frac{m\,x_q + n\,x_p}{m + n}, y_r = \frac{m\,y_q + n\,y_p}{m + n}, z_r = \frac{m\,z_q + n\,z_p}{m + n}$$

Jika R berada pada perpanjangan PQ sedemikian sehingga $\overrightarrow{PR} : \overrightarrow{RQ} = m : -n$ maka koordinat titik R adalah

$$x_r = \frac{m\,x_q - n\,x_p}{m - n}, y_r = \frac{m\,y_q - n\,y_p}{m - n}, z_r = \frac{m\,z_q - n\,z_p}{m - n} \quad \text{(Soebari, 1995: 10).}$$

2.3.7 Teorema Pythagoras

Pythagoras adalah seorang ahli matematika dan filsafat berkebangsaan Yunani yang hidup pada tahun 569 – 475 sebelum Masehi. Sebagai ahli metematika, Pythagoras terkenal dengan teorema Pythagoras yang berbunyi : kuadrat panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku adalah sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi-sisi yang lain (Sundawa, 2009).



Gambar 2. 8 Segitiga Siku-siku

Gambar 2.8 di atas menunjukkan suatu segitiga siku-siku ABC dengan panjang sisi miring b, panjang sisi alas a, dan tinggi c. Berdasarkan teorema Pythagoras, dalam segitiga siku-siku tersebut berlaku :

$$b^2 = c^2 + a^2 \text{ atau } b = \sqrt{c^2 + a^2}$$

Untuk menentukan panjang sisi-sisi yang lainnya seperti panjang sisi alas a atau tinggi c, dengan menggunakan rumus umum teorema Pythagoras diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$b^2 = c^2 + a^2 \rightarrow c^2 = b^2 - a^2 \text{ atau } c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

$$b^2 = c^2 + a^2 \rightarrow a^2 = b^2 - c^2 \text{ atau } a = \sqrt{b^2 - c^2}$$

Dari uraian tersebut, penulisan teorema Pythagoras pada setiap sisi segitiga siku-siku dapat dituliskan sebagai berikut (Sundawa, 2009):

$$b = \sqrt{c^2 + a^2},\ \ c = \sqrt{b^2 - a^2},\ \ a = \sqrt{b^2 - c^2}$$

2.4 Proyeksi Geometri Tegas

Proyeksi suatu titik adalah pembentukan bayangan suatu titik terhadap satu garis atau bidang, dengan syarat garis hubung titik dan titik hasil proyeksinya harus tegak lurus dengan garis atau bidang tersebut (Sundawa, 2009).

Menentukan panjang proyeksi titik P (x, y, z), jika titik hasil proyeksi P' (x, y, z) diketahui yaitu :

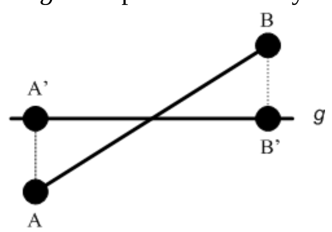
Panjang proyeksi = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Sedangkan untuk menentukan panjang jarak proyeksi titik P (x, y, z), jika persamaan garis $Ax + By + Cz + D = 0$ diketahui yaitu :

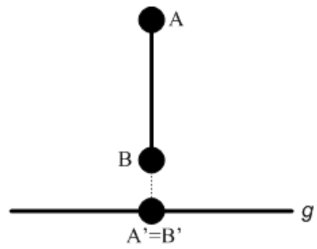
Panjang jarak proyeksi = $\frac{|Ax_p + By_p + Cz_p + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

Selain pada titik, proyeksi pun dapat dilakukan pada suatu garis. Gambar di bawah ini terdapat berbagai macam proyeksi suatu garis terhadap garis yang lain. Misalkan suatu garis AB di proyeksikan terhadap g. Hasil yang diperoleh adalah garis $A'B'$. Kedua garis yang diproyeksikan selalu tegak lurus dengan garis proyektornya (Sundawa, 2009).

Gambar 2. 9 Garis $A'B' \in g$ Merupakan Hasil Proyeksi dari Garis AB



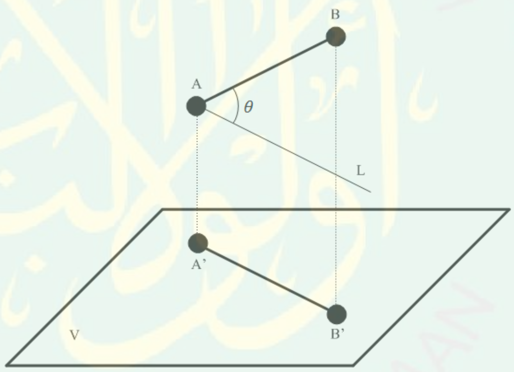
Gambar 2. 10 Garis AB Memotong Garis g dan Garis $A'B'$ Sebagai Hasil Proyeksi



Gambar 2. 11 Garis AB Tegak Lurus Garis g terhadap Garis Proyektor

2.4.1 Definisi Proyeksi Ruang (Tegas)

Proyeksi geometri merupakan pembentukan bayangan suatu unsur geometri yang diproyeksikan terhadap unsur proyektor, dengan sifat tegak lurus yang diwakili oleh masing-masing unsurnya (Stein dan Barchellos, 1992:688). Pembahasan proyeksi pada ruang ditekankan pada tiga hal, yaitu proyeksi titik ke garis, proyeksi titik ke bidang, dan proyeksi garis ke bidang.



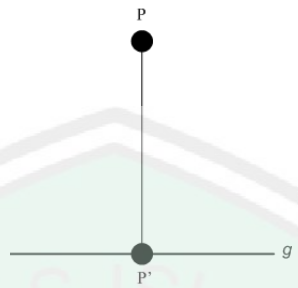
Gambar 2. 12 Proyeksi Garis AB pada Bidang V

Diberikan segmen garis $\overline{AB}$ dan ruang V. Tegak lurus dari A dan B pada V, lihat gambar 2.13, dua titik A dan B bertemu di V di titik A' dan B'. Segmen $\overline{A'B'}$ disebut proyeksi pada $\overline{AB}$ pada Bidang V. Maka akan ditemukan panjang pada $\overline{A'B'}$, gambar garis L sejajar $\overline{A'B'}$ dan melewati A. Jika θ sudut antara $\overline{AB}$ dan L, $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Sudut θ disebut sudut antara $\overline{AB}$ dan bidang V.

$$\overline{A'B'} = \overline{AB} \cos\theta \quad \text{(Stein dan Barchellos, 1992: 689)}$$

2.4.2 Prosedur Proyeksi Geometri Tegas pada Ruang (R^3)

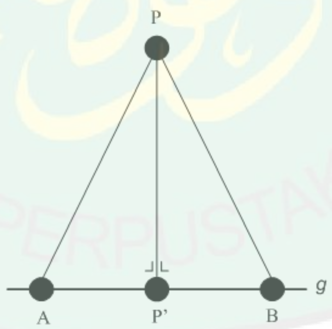
1. Proyeksi Titik pada Garis



Gambar 2. 13 Proyeksi Titik *P* pada Garis *g*

Misalkan suatu titik $P(x_P, y_P, z_P)$ diproyeksikan terhadap garis $g \equiv \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z = D \\ A_2x + B_2y + C_2z = D \end{cases}$. Untuk mencari hasil proyeksi, yaitu koordinat titik P', dapat ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Menentukan sebarang dua titik pada garis g, misal titik $A(x_a, y_{a,} z_a)$ dan $B(x_b, y_{b,} z_b)$, sedemikian hingga $A \neq B$.



Gambar 2. 14 Sebarang Titik *A* dan *B* pada *g*

Kemudian menurut Larson dan Edward (2010:765) dapat dicari besar dari vektor $|\overrightarrow{AP}|$ dan $|\overrightarrow{PB}|$ sebagai berikut:

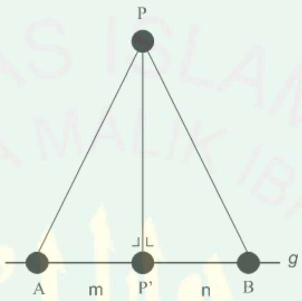
$$|\overrightarrow{AP}| = \sqrt{(x_p - x_a)^2 + (y_p - y_a)^2 + (z_p - z_a)^2}$$

$$|\overrightarrow{PB}| = \sqrt{(x_b - x_p)^2 + (y_b - y_p)^2 + (z_b - z_p)^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

Setelah itu menurut Soebari (1995:25) dapat ditentukan jarak antara titik P dan P'.

$$|\overrightarrow{PP'}| = \frac{|\overrightarrow{AP} \times \vec{g}|}{|\vec{g}|} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

Setelah diketahui $|\overrightarrow{PP'}|$, $|\overrightarrow{AP}|$, dan $|\overrightarrow{PB}|$. Selanjutnya akan dicari nilai $|\overrightarrow{AP'}|$ dan $|\overrightarrow{P'B}|$ dengan menggunakan teorema Pythagoras.



Gambar 2. 15 Sebarang Titik m dan n di g

$$|\overrightarrow{AP'}| = \mathrm{m} = \sqrt{|\overrightarrow{AP}|^2 - |\overrightarrow{PP'}|^2}$$

$$|\overrightarrow{P'B}| = \mathrm{n} = \sqrt{|\overrightarrow{PB}|^2 - |\overrightarrow{PP'}|^2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

Setelah didapatkan m dan n maka koordinat P' menurut Soebari (1995:10) dapat dicari dengan perbandingan.

Gambar 2. 16 Perbandingan antara m dan n

$$\overrightarrow{AP'} : \overrightarrow{P'B} = m : n$$

$$m[(x_b - x_{p'}) + (y_b - y_{p'}) + (z_b - z_{p'})]$$

$$= n[(x_{p'} - x_a) + (y_{p'} - y_a) + (z_{p'} - z_a)]$$

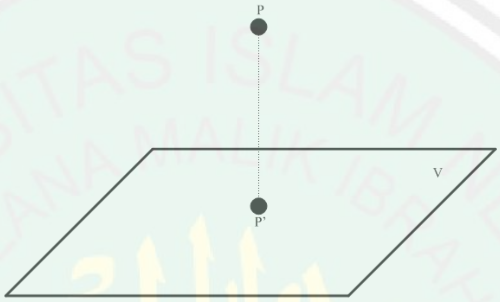
$$x_{p'} = \frac{m(x_b) + n(x_a)}{m + n}$$

$$y_{p'} = \frac{m(y_b) + n(y_a)}{m + n}$$

$$z_{p'} = \frac{m(z_b) + n(z_a)}{m + n}$$

Jadi didapatkan koordinat $P'(x_{p'}, y_{p'}, z_{p'})$.

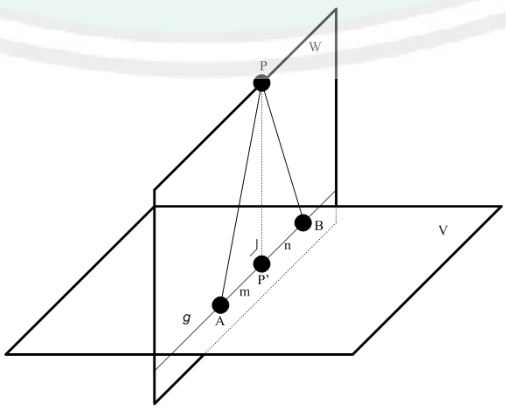
2. Proyeksi Titik pada Bidang



Gambar 2. 17 Proyeksi Titik P ke Bidang V

Misalkan suatu titik $P(x_P, y_P, z_P)$ di proyeksikan terhadap bidang $V \equiv A_V x + B_V y + C_V z + D = 0$. Untuk mencari hasil proyeksi, yaitu koordinat titik P', dapat ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Menetukan sebarang titik di bidang V (misalnya titik A, untuk lebih mudahnya, ambil titik A berpotongan dengan koordinat misal sumbu X dan titik B berpotongan dengan koordinat misal sumbu Y).



Gambar 2. 18 Bidang W yang Melalui Titik A dan Titik B

Kemudian menurut Larson dan Edward (2010:765) dapat dicari besar dari vektor $|\overrightarrow{AP}|$ dan $|\overrightarrow{PB}|$ seperti pada persamaan (3) sebagai berikut:

$$|\overrightarrow{AP}| = \sqrt{(x_p - x_a)^2 + (y_p - y_a)^2 + (z_p - z_a)^2}$$

$$|\overrightarrow{PB}| = \sqrt{(x_b - x_p)^2 + (y_b - y_p)^2 + (z_b - z_p)^2}$$

Setelah itu menurut Soebari (1995:17) dapat ditentukan jarak antara titik P dan P' sebagai berikut:

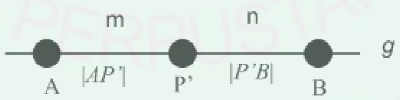
$$|\overrightarrow{PP'}| = \frac{|Ax_p + By_p + Cz_p + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (6)$$

Setelah diketahui $|PP'|$, $|AP|$, dan $|PB|$. Selanjutnya akan dicari $|AP'|$ dan $|P'B|$ dengan teorema Pythagoras seperti pada persamaan (5).

$$|\overrightarrow{AP'}| = \mathrm{m} = \sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2 - |\overrightarrow{PP'}|^2}$$

$$|\overrightarrow{P'B}| = \mathrm{n} = \sqrt{|\overrightarrow{PB}|^2 - |\overrightarrow{PP'}|^2}$$

Setelah didapatkan m dan n maka koordinat p' menurut Soebari (1995:10) dapat dicari dengan perbandingan sebagai berikut:



Gambar 2. 19 Perbandingan antara m dan n

$$\overrightarrow{AP'} : \overrightarrow{P'B} = m : n$$

$$m[(x_b - x_{p'})i + (y_b - y_{p'}) + (z_b - z_{p'})]$$

$$= n[(x_{p'} - x_a)i + (y_{p'} - y_a) + (z_{p'} - z_a)]$$

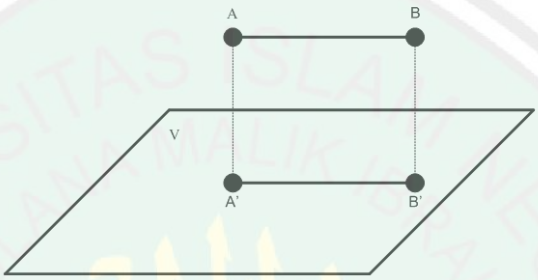
$$x_{p'} = \frac{m(x_b) + n(x_a)}{m + n}$$

$$y_{p'} = \frac{m(y_b) + n(y_a)}{m+n}$$

$$z_{p'} \ = \frac{m(z_b) + n(z_a)}{m+n} \text{(Soebari, 1995: 10).}$$

Jadi didapatkan koordinat $P'(x_{p'}, y_{p'}, z_{p'})$.

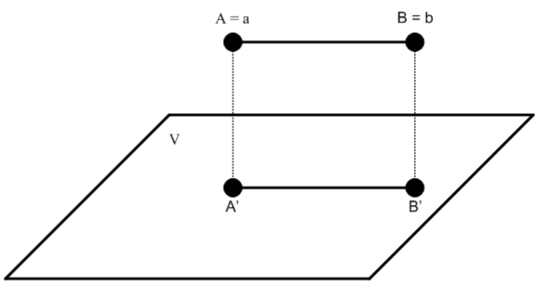
3. Proyeksi Garis pada Bidang



Gambar 2. 20 Proyeksi Garis AB ke Bidang V

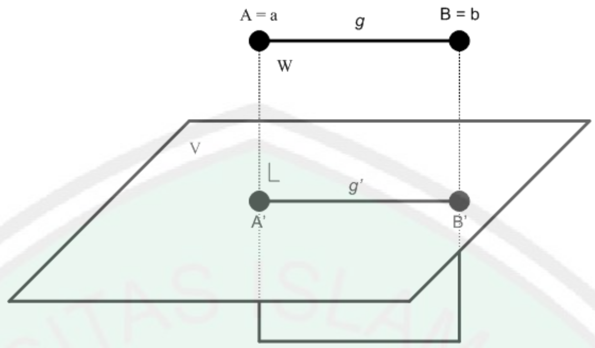
Misalkan suatu garis $AB = \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z = D \\ A_2x + B_2y + C_2z = D \end{cases}$ diproyeksikan terhadap bidang $V \equiv A_V x + B_V y + C_V z + D = 0$. Untuk mencari hasil proyeksi, yaitu koordinat garis $A'B'$, dapat ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Menentukan sembarang titik A dan titik B pada g (perpanjangan garis ab), untuk lebih mudahnya ambil titik A yang merupakan perpotongan antara garis g dengan bidang XOY, sedangkan titik B merupakan perpotongan antara garis g dengan bidang YOZ.



Gambar 2. 21 Sebarang Titik A dan B di Garis g

Setelah itu mencari persamaan bidang W yang melalui titik A dan titik B serta tegak lurus dengan bidang V.



Gambar 2. 22 Bidang W Tegak Lurus Bidang V

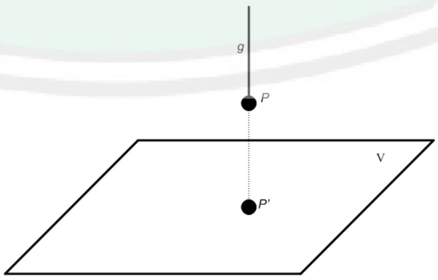
Karena W tegak lurus dengan V, berarti $\overrightarrow{n_W}$ tegak lurus $\overrightarrow{n_V}$ dan karena W melalui A dan B berarti $\overrightarrow{n_W}$ tegak lurus $\overrightarrow{AB}$, menurut Soebari (1995:16) maka:

$$\overrightarrow{n_W} = \overrightarrow{n_V} \times \overrightarrow{AB}$$

Sehingga dapat diketahui persamaan garis g' (hasil proyeksi) yang mana perpotongan antara bidang V dan bidang W. Jadi persamaan g' merupakan gabungan persamaan bidang V dan bidang W.

Bentuk proyeksi garis ke bidang di atas dapat dibilang jika garis dan bidang sejajar. Selain bentuk tersebut terdapat bentuk lain yakni di antaranya:

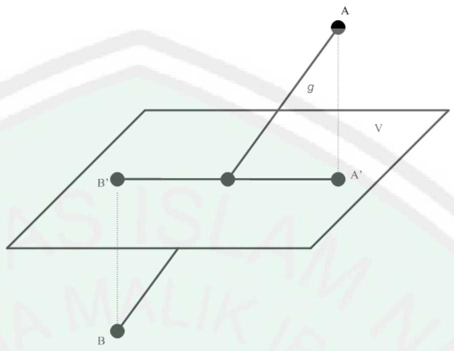
a. Bentuk proyeksi jika garis dan bidang saling tegak lurus



Gambar 2. 23 Proyeksi Jika Garis g dan Bidang V Saling Tegak Lurus

Gambar 2.23 di atas menunjukkan garis g tegak lurus dengan bidang V dan proyeksinya diwakili titik P dan hasilnya juga berupa titik bukan berupa garis. Kemungkinan proyeksi ini terjadi jika garis g tegak lurus dengan setiap garis pada bidang V (Krismanto, 2008:9).

b. Bentuk proyeksi jika garis dan bidang tidak saling tegak lurus dan sejajar



Gambar 2. 24 Proyeksi Jika Garis g dan Bidang V Tidak Saling Tegak Lurus dan Tidak Sejajar

Gambar 2.24 menunjukkan garis g saling berpotongan dengan bidang V dan proyeksinya diwakili titik A dan titik B dan hasilnya berupa titik A' dan titik B' yang apabila dihubungkan menjadi garis $A'B'$. Kemungkinan ini terjadi jika terdapat garis g tidak tegak lurus dengan bidang V, serta garis g menembus bidang V (Krismanto, 2008:8).

2.5 Teori Himpunan *Fuzzy*

Teori himpunan *fuzzy* diperkenalkan oleh Lotfi A. Zadeh pada tahun 1965. Himpunan *fuzzy* didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan *real* pada interval [0,1]. Nilai keangotaannya menunjukkan bahwa suatu unsur dalam semesta pembicaraanya tidak hanya berada interval 0 atau 1, namun juga terletak di antaranya. Dengan kata lain, nilai kebenarannya suatu unsur tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah (Kusumadewi dkk, 2002:17).

Teori himpunan fuzzy merupakan kerangka matematis yang digunakan untuk mempresentasikan ketidakpastian, ketidakjelasan (Kusumadewi dkk, 2006:2).

Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam Al-Qur'an, di mana pada manusia sering terjadi ketidak jelasan dalam hal kepercayaan, seperti dalam surat An-Nisaa ayat 142-143 yang berbunyi :

إِنَّ ٱلۡمُنَٰفِقِينَ يُخَٰدِعُونَ ٱللَّهَ وَهُوَ خَٰدِعُهُمۡ وَإِذَا قَامُوٓاْ إِلَى ٱلصَّلَوٰةِ قَامُواْ كُسَالَىٰ يُرَآءُونَ ٱلنَّاسَ وَلَا يَذۡكُرُونَ ٱللَّهَ إِلَّا قَلِيلٗا ١٤٢ مُّذَبۡذَبِينَ بَيۡنَ ذَٰلِكَ لَآ إِلَىٰ هَٰٓؤُلَآءِ وَلَآ إِلَىٰ هَٰٓؤُلَآءِۚ وَمَن يُضۡلِلِ ٱللَّهُ فَلَن تَجِدَ لَهُۥ سَبِيلٗا ١٤٣

Artinya : Sesungguhnya orang-orang munafik itu menipu Allah, dan Allah akan membalas tipuan mereka. dan apabila mereka berdiri untuk shalat mereka berdiri dengan malas. mereka bermaksud riya (dengan shalat) di hadapan manusia. dan tidaklah mereka menyebut Allah kecuali sedikit sekali. mereka dalam Keadaan ragu-ragu antara yang demikian (iman atau kafir): tidak masuk kepada golongan ini (orang-orang beriman) dan tidak (pula) kepada golongan itu (orang-orang kafir), Maka kamu sekali-kali tidak akan mendapat jalan (untuk memberi petunjuk) baginya.

Akan tetapi karena orang munafik memiliki sifat-sifat khusus yang membuat beberapa orang menganggap munafik dan fasik itu berbeda. Sehingga dianggap perlu untuk memperlakukan munafik sebagai kategori yang berbeda yang sama tingkatannya dengan kafir dan iman dalam pembagian seluruh bidang akhlak islam menjadi 3 kategori utama: (1) Mukmin ”orang yang percaya”, (2) Kafir ”orang yang tidak percaya”, (3) Munafik ”hipokrit”. Beberapa ahli filologi Arab menilai munafik sebagai salah satu jenis dari kafir, dan menyebutkan ”kufr al- nifaq ”, yang secara harfiah ”jenis munafik dari kafir ”. Akan tetapi terdapat pendapat tertentu di mana munafik muncul lebih diperlakukan secara tepat sebagai suatu kategori semantik independen yang terdapat diantara ”percaya” dan

”tidak percaya”. Jika diintegrasikan dalam teori *fuzzy*, maka orang munafik merupakan suatu anggota himpunan yang memiliki derajat keanggotaan pada interval [0, 1]. Di mana derajat keanggotaan 1 untuk orang yang beriman dan derajat keanggotaan 0 untuk orang yang kafir (Izutsu, 1993: 213).

2.5.1 Konsep Dasar Himpunan *Fuzzy*

Pada dasarnya konsep himpunan fuzzy merupakan perluasan dari konsep himpunan klasik. Pada teori himpunan tegas (*Crisp*), keberadaan suatu unsur pada suatu himpunan (A), hanya akan memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yaitu menjadi anggota himpunan (A) atau tidak manjadi anggota (A). Suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar tingkat keanggotaan suatu elemen (x) dalam suatu himpunan (A), sering dikenal dengan nama derajat keanggotaan, dinotasikan dengan $\mu_A(x)$. Pada himpunan tegas, hanya ada dua nilai derajat keanggotaan, yaitu $\mu_A(x) = 1$ untuk x adalah anggota himpunan (A) dan $\mu_A(x) = 0$ untuk x bukan anggota himpunan (A) (Kusumadewi dkk, 2006:3).

Secara matematis suatu himpunan *fuzzy* A dalam semesta wacana X dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut

$$A = \{(x|\mu_A(x))|x \in X\}$$

di mana μ_A adalah fungsi keanggotaan dari himpunan *fuzzy* A, yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X ke selang tertutup $[0,1]$. Apabila semesta X adalah himpunan yang kontinu, maka himpunan *fuzzy* A dinyatakan dengan

$$A = \int_{x \in X} x|\mu_A(x) \qquad \text{(Susilo, 2006: 51).}$$

di mana lambang $\int$ di sini bukan lambang integral seperti yang dikenal dalam kalkulus, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan *fuzzy* A. Apabila semesta X adalah himpunan yang diskrit, maka himpunan *fuzzy* A dinyatakan dengan

$$A = \sum_{x \in X} x | \mu_A(x) \qquad \text{(Susilo, 2006: 51).}$$

lambang Σ di sini tidak melambangkan operasi penjumlahan seperti yang dikenal dalam aritmatika, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan *fuzzy* A (Susilo, 2006:51).

Pada himpunan *fuzzy* nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A(x) = 0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan A, demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A(x) = 1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A.

a. Jika derajat keanggotaan 1, maka elemen itu pasti anggota himpunan.
b. Jika derajat keanggotaan 0, maka elemen itu pasti bukan anggota himpunan.
c. Jika derajat keanggotaan 0 – 1 maka nilai itu menyatakan derajat kepercayaan bahwa elemen itu didalam anggota himpunan (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:6).

2.5.2 Notasi-notasi Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* mempunyai dua atribut yaitu Linguistik dan Numeris. Himpunan *fuzzy* linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: muda, parobaya, tua. Sedangkan numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variable seperti: 40, 25, 50, dan sebagainya (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:6).

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu:

1. Variabel *fuzzy*

Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*. Contoh: umur, temperature, permintaan, dan lain-lain.

2. Himpunan *fuzzy*

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.

Contoh :

a. Variabel umur terbagi menjadi tiga himpunan *fuzzy*, yaitu: muda, parobaya, dan tua.
b. Variabel temperatur terbagi menjadi lima himpunan *fuzzy*, yaitu: dingin, sejuk, normal, hangat, dan panas.

3. Semesta pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

Contoh :

a. Semesta pembicaraan untuk variabel umur: $[0, +\infty]$

b. Semesta pembicaraan untuk variabel temperature: $[0, 40]$ (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:8).

4. Domain

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:6-8).

Contoh:

a. Muda $= [0, 45]$

b. Parobaya $= [35, 55]$

c. Tua $= [45, +\infty]$

2.5.3 Fungsi Keanggotaan

Setiap himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan suatu fungsi keanggotaan. Ada beberapa cara untuk menyatakan himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan. Untuk semesta hingga diskrit biasanya dipakai cara daftar, yaitu daftar anggota-anggota semesta bersama dengan derajat keanggotaannya. Seperti misalnya, dalam semesta X = {Rudi, Eny, Linda, Anton, Ika} yang terdiri dari para mahasiswa dengan indeks prestasi berturut-turut 3.2, 2.4, 3.6, 1.6, 2.8, himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ = "himpunan mahasiswa yang pandai" dapat dinyatakan dengan cara daftar sebagai berikut (Susilo, 2006:55):

$$\tilde{A} = \{\text{Rudi}|0.8, \text{Eny}|0.6, \text{Linda}|0.9, \text{Anton}|0.4, \text{Ika}|0.7\}$$

Untuk semesta tak hingga yang kontinu, cara yang paling sering digunakan adalah cara analitik untuk mempresentasikan fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* yang bersangkutan dalam bentuk suatu formula matematis yang dapat disajikan dalam bentuk grafik. Misalnya $\tilde{A}$ adalah himpunan kabur "bilangan *real* yang dekat dengan 2". Maka $\tilde{A}$ dapat disajikan dengan

$$\tilde{A} = \int_{x \in R} x | e^{-(x-2)^2} \quad (\text{Susilo}, 2006{:}\,55).$$

2.5.4 Operasi Dasar Himpunan *Fuzzy*

Operasi-operasi dasar himpunan *fuzzy* menurut Kusumadewi dan Purnomo (2004:25-26):

1. Operasi "Dan" (*Intersection*)

Operasi ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan klasik. α-predikat sebagai hasil operasi dengan operator "Dan" diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar element pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Ditunjukkan sebagai $A \cap B$ adalah suatu *fuzzy* subset C dari U sehingga $C = A \cap B$ dan derajat keanggotaannya:

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Contoh:

$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

$A = \{1|1, 2|0.8, 3|0.2, 4|0.1, 7|0{,}6\}$

$B = \{1|0.1, 2|0.2, 3|0.7, 4|0{,}7\ 5|0.8\}$

$A \cap B = \min(\mu_A, \mu_B)$

$= \{1|0.1, 2|0.2, 3|0.2, 4|0{,}1\}$

2. Operasi “Atau” (*Union*)

Operasi ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan tegas. α-predikat sebagai hasil operasi dengan operator “Atau” diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Ditunjukkan sebagai $A \cup B$ adalah suatu *fuzzy* subset D dari U sehingga $D = A \cup B$ dan derajat keanggotaannya:

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

Contoh:

$U = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$

$A = \{1|1, 2|0.8, 3|0.2, 4|0.1, 7|0,6\}$

$B = \{1|0.1, 2|0.2, 3|0.7, 4|0,7\ 5|0.8\}$

$A \cup B = \max(\mu_A, \mu_B)$

$= \{1|1, 2|0.8, 3|0.7, 4|0.7, 5|0.8, 7|0.6\}$

3. Operasi “Tidak” (*Complement*)

Operasi ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan tegas. α-predikat sebagai hasil operasi dengan operator “Tidak” diperoleh dengan mengurangkan nilai-nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1. Ditunjukkan sebagai A’ (a komplemen) dan derajat keanggotaannya:

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A$$

Contoh:

$U = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$

$A = \{1|1, 2|0.8, 3|0.2, 4|0.1, 7|0,6\}$

$A' = 1 - \mu_A$

$= \{1|0, 2|0.2, 3|0.8, 4|0.9, 5|1, 6|1, 7|0.4, 8|1, 9|1, 10|1\}$

4. Operasi Relasi (*Fuzzy Relation*)

Relasi *fuzzy* $\tilde{R}$ antara elemen-elemen dalam himpunan X dengan elemen-elemen dalam himpunan Y didefinisikan sebagai himpunan bagian *fuzzy* dalam $X \times Y$, yaitu himpunan *fuzzy*

$$\tilde{R} = \{((x,y), \mu_{\tilde{R}}(x,y)) | (x,y) \in X \times Y\}$$

Relasi *fuzzy* $\tilde{R}$ itu juga disebut relasi *fuzzy* pada himpunan (semesta) $X \times Y$. Jika $X = Y$, maka $\tilde{R}$ disebut relasi *fuzzy* pada himpunan X.

Relasi tegas hanya menyatakan adanya (yaitu $(x,y) \in R$) atau tidak adanya (yaitu $(x,y) \notin R$) hubungan antara elemen-elemen dari suatu himpunan dengan elemen-elemen dari himpunan lainnya, sedangkan relasi *fuzzy* lebih luas dari itu juga menyatakan derajat eratnya hubungan tersebut. Dengan demikian relasi *fuzzy* memperluas konsep relasi tegas untuk dapat menangkap dan menyajikan realita dunia nyata dengan baik.

Contoh:

Misalnya X={31, 78, 205}, Y={1, 27, 119}, dan $\tilde{R}$ adalah relasi *fuzzy* “jauh lebih besar” antara elemen-elemen dalam X dengan elemen-elemen dalam Y. Maka relasi tersebut dapat disajikan sebagai

$$\tilde{R} = (31,1)|0.3 + (31,27)|0.1 + (31,119)|0.2 + (78,1|0.5) + (78,27)|0.3 + (78,119|0.4) + (205,1)|0.9 + (205,27)|0.7 + (205,119)|0.4$$

Jika $\tilde{R}$ adalah suatu relasi *fuzzy* pada semesta $X \times Y$, maka invers dari $\tilde{R}$, yang dinyatakan dengan $\tilde{R}^{-1}$, adalah relasi *fuzzy* pada semesta $Y \times X$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}^{-1}}(y,x) = \mu_{\tilde{R}}(x,y)$$

5. Operasi komposisi (*Fuzzy Compotition*)

Seperti halnya pada relasi tegas, relasi *fuzzy* juga dapat di komposisikan. Jika $\widetilde{R_1}$adalah relasi *fuzzy* pada $X \times Y$ dan $\widetilde{R_2}$ adalah relasi *fuzzy* pada $Y \times Z$, maka *komposisi relasi fuzzy* $\widetilde{R_1}$ dan $\widetilde{R_2}$, yang dinotasikan dengan $\widetilde{R_1}$o $\widetilde{R_2}$, adalah relasi *fuzzy* pada $X \times Z$ dengan fungsi keanggotaan :

$$\mu_{\widetilde{R_1}\circ\widetilde{R_2}}(x,z) = \max\{\min\{\mu_{\widetilde{R_1}}(x,y), \mu_{\widetilde{R_2}}(y,z)\}\}.$$

Contoh : Misalkan *X*={31, 78, 205}, *Y*={1, 27, 119} dan *Z*={10, 225, 24}, dan relasi *fuzzy* $\widetilde{R_1}$ adalah relasi "jauh lebih besar" antara elemen-elemen dalam *X* dengan elemen-elemen dalam *Y* yang disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\widetilde{R_1} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.0 \\ 0.5 & 0.3 & 0.0 \\ 0.9 & 0.7 & 0.4 \end{pmatrix}$$

Misalkan $\widetilde{R_2}$ adalah relasi *fuzzy* "jauh lebih kecil" antara elemen-elemen dalam dalam *Y* dengan elemen-elemen dalam *Z* yang disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\widetilde{R_2} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.9 & 0.5 \\ 0.0 & 0.8 & 0.3 \\ 0.0 & 0.5 & 0.0 \end{pmatrix}$$

Jika dipakai komposisi max-min, maka :

$$\mu_{\widetilde{R_1}\circ\widetilde{R_2}}(31,10) = \max\{\min\{\mu_{\widetilde{R_1}}(31,y), \mu_{\widetilde{R_2}}(y,10)\}\}.$$

$$= \max\{\min\{\mu_{\widetilde{R_1}}(31,1), \mu_{\widetilde{R_2}}(1,10),$$

$$\min\{\mu_{\widetilde{R_1}}(31,27), \mu_{\widetilde{R_2}}(27,10)\},$$

$$\min\{\mu_{\widetilde{R_1}}(31,119), \mu_{\widetilde{R_2}}(119,10)\}$$

$$= \max\{\min\{0.3, 0.1\}, \min\{0.1, 0.0\}, \min\{0.0, 0.0\}$$

$$= \max\{0.1, 0.0, 0.0\} \quad = 0.1$$

2.6 Proyeksi dari Suatu Relasi *Fuzzy*

Misalkan $\tilde{R}$ suatu relasi *fuzzy* dalam $X \times Y; \tilde{R} \subset X \times Y$, kemudian dengan nilai $\overset{\vee}{x}\ \mu_{\tilde{R}}(x,y) =$ harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(x,y)$ relatif terhadap variabel x, proyeksi dari suatu relasi *fuzzy* didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 3

Misalkan $\tilde{R} \subset X \times Y$. Himpunan bagian *fuzzy* $p(\tilde{R}) \subset Y$ dengan fungsi keanggotaan:

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y) = \overset{\vee}{x}\ \mu_{\tilde{R}}(x,y)$$

Dinamakan proyeksi relasi *fuzzy* $p(\tilde{R})$ (Djauhari, 1990:55).

Contoh:

Diketahui relasi fuzzy $\tilde{R} \subset E_1 \times E_2$ sebagai berikut:

Tabel 2. 2 Tabel Relasi Fuzzy $\tilde{R} \subset E_1 \times E_2$

$\tilde{R}$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
x_1	0,1	0,6	0	0,8	0,9	0,9
x_2	0,2	0,8	1	0,1	0,7	0
x_3	1	0	0,3	1	0	0,3
x_4	0,3	0,1	0,6	0	0,5	0,7

Sumber: Djauhari, 1990:56

Carilah proyeksi relasi $\vec{R}$ yang relatif terhadap variabel x.

Untuk mencari proyeksi relasi $\vec{R}$ yang relatif terhadap variabel x, maka digunakan rumus proyeksi suatu relasi fuzzy $\mu_{p(\tilde{R})}(y) = \overset{\vee}{x}\ \mu_{\tilde{R}}(x,y)$. Untuk setiap $y \in E_2$.

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_1) = maks\ \{0{,}1, 0{,}2, 1, 0{,}3\} = 1$$

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_2) = maks\ \{0{,}6, 0{,}8, 0, 0{,}1\} = 0{,}8$$

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_3) = maks\ \{0, 1, 0{,}3, 0{,}6\} = 1$$

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_4) = maks\ \{0{,}8, 0{,}1, 1, 0\} = 1$$

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_5) = maks\ \{0{,}9, 0{,}7, 0, 0{,}5\} = 0{,}9$$

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_6) = maks\ \{0{,}9, 0, 0{,}3, 0{,}7\} = 0{,}9$$

Jadi proyeksi relasi $\vec{R}$ yang relatif terhadap variabel x adalah

$$\mu_{p(\tilde{R})}(y_i) = \{(y_1|1), (y_2|0{,}8), (y_3|1), (y_4|1), (y_5|0{,}9), (y_6|0{,}9)\}.$$

2.7 Kajian tentang Proyeksi Geometri *Fuzzy* dalam Al-Qur'an

Al-Qur'an dikenal sebagai kitab yang aktif. Ia bisa memberikan bebagai landasan-landasan sebagai dasar sumber adanya ilmu pengetahuan lainnya. Secara umum konsep dasar dari ilmu matematika terdapat juga dalam Al-Qur'an, dan beberapa konsep dari berbagai cabang dari ilmu matematika juga dibahas dalam Al-Qur'an yang salah satunya adalah tentang proyeksi geometri *fuzzy*.

Konsep proyeksi geometri *fuzzy* dalam matematika mambahas tentang pembentukan bayangan suatu titik atau garis terhadap suatu garis maupun bidang. dengan syarat garis hubung titik atau garis tersebut serta titik atau garis hasil harus tegak lurus dengan garis maupun bidang proyeksi dan akan berkembang dipresentasikan tidak hanya dengan ada dan tidak ada, tetapi berkembang dengan ketebalan yang berbeda dan atau pemberian warna yang berbeda untuk derajat keanggotaan yang berbeda.

Konsep proyeksi goemetri *fuzzy* dibahas dalam Al-Qur'an walaupun tidak dijelaskan secara explisit. Sebagaimana firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surat An-Nahl ayat 97 :

مَنۡ عَمِلَ صَٰلِحٗا مِّن ذَكَرٍ أَوۡ أُنثَىٰ وَهُوَ مُؤۡمِنٞ فَلَنُحۡيِيَنَّهُۥ حَيَوٰةٗ طَيِّبَةٗۖ وَلَنَجۡزِيَنَّهُمۡ أَجۡرَهُم
بِأَحۡسَنِ مَا كَانُواْ يَعۡمَلُونَ ٩٧

Artinya : Barang siapa yang mengerjakan amal saleh, baik laki-laki maupun perempuan dalam keadaan beriman, maka sesungguhnya akan Kami berikan kepadanya kehidupan yang baik dan sesungguhnya akan Kami beri balasan kepada mereka dengan pahala yang lebih baik dari apa yang telah mereka kerjakan.

Ayat tersebut dijelaskan apabila manusia mengerjakan amal saleh maka akan mendapatkan balasan dengan pahala yang lebih baik. Dalam ayat tersebut dapat ditemukan kandungan konsep matematika di dalamnya yaitu dimana keadaan laki-laki maupun perempuan itu sebagai titik *fuzzy*, garis *fuzzy*, atau bidang *fuzzy* yang akan diproyeksikan. Disebut titik *fuzzy*, garis *fuzzy*, atau bidang *fuzzy* karena keadaan laki-laki maupun perempuan di dunia ini masih kabur atau tergantung sifat manusia yang dapat berubah pada setiap saat dan amal saleh itu sebagai garis proyektor yang saling tegak lurus dengan titik, garis, atau bidang hasil proyeksi tersebut. Sedangkan pahala tersebut mewakili hasil poyeksi itu sendiri.

BAB III
PEMBAHASAN

Pada bab ini peneliti akan membahas tentang proyeksi geometri *fuzzy*, di mana akan menjelaskan definisi dari geometri *fuzzy*, prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang (R^3) itu sendiri serta memberikan contoh beserta solusi proyeksi geometri *fuzzy*.

3.1 Geometri *Fuzzy*

Proyeksi geometri *fuzzy* merupakan pengembangan dari proyeksi geometri tegas dengan himpunan *fuzzy*, yang secara explisit menurut Djauhari (1990:48) didefinisikan sebagai berikut :

Misal $P(x_P, y_P, z_P)$ merupakan suatu titik di koordinat ruang (R^3), $\tilde{P} = (P|\mu_{\tilde{P}})$ himpunan *fuzzy* di P, jadi $\tilde{P} = (x_P, y_P, z_P|\, \mu_{\tilde{P}})$ dinamakan titik *fuzzy*, contoh: titik *fuzzy* $P(2{,}4{,}2)$ dengan derajat keanggotaan misalnya $\mu_{\tilde{P}} = 0{,}7$, jadi titik *fuzzy* $\tilde{P} = (2\ , 4\ , 2|0{,}7)$.

Misal $g \equiv \begin{pmatrix} (A_1x + B_1y + C_1z = D) \\ (A_2x + B_2y + C_2z = D) \end{pmatrix}$ merupakan suatu persamaan garis di koordinat ruang (R^3), $\tilde{g} = (g|\mu_{\tilde{g}})$ himpunan *fuzzy* di g, jadi $\tilde{g} = \left(\begin{matrix} (A_1x + B_1y + C_1z = D) \\ (A_2x + B_2y + C_2z = D) \end{matrix} |\mu_{\tilde{g}}\right)$ dinamakan garis *fuzzy*, contoh: garis $g\begin{cases} (x + y - z = 4) \\ (x - 2y + 3z = -5) \end{cases}$ dengan derajat keanggotaan misalnya $\mu_{\tilde{g}} = 0{,}5$, jadi garis *fuzzy* $\tilde{g} = \left(\begin{matrix} (x + y - z = 4) \\ (x - 2y + 3z = -5) \end{matrix} |0{,}5\right)$.

Sedangkan yang terakhir misal $V \equiv Ax + By + Cz = D$ merupakan persamaan bidang dikoordinat ruang (R^3), $\tilde{V} = (V|\, \mu_{\tilde{V}})$ himpunan *fuzzy* di V, jadi $\tilde{V} = (Ax + By + Cz = D\ |\ \mu_{\tilde{V}})$ dinamakan bidang *fuzzy*, contoh: bidang $V \equiv 2x + 2y + 5z = 3$ denga keanggotaan misalnya $\mu_{\tilde{V}} = 0{,}9$, jadi bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (2x + 2y + 5z = 3|0{,}9)$

Unsur-unsur pada geometri *fuzzy* meliputi titik *fuzzy*, garis *fuzzy*, serta bidang *fuzzy*. Dalam penggambaran unsur-unsur geometri *fuzzy* diperlukan perbedaan tebal tipis titik *fuzzy*, garis *fuzzy* dan bidang *fuzzy* untuk membedakan derajat keanggotaan.

3.2 Proyeksi Geometri *Fuzzy* pada Ruang

Pada proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang ini akan dibahas tentang bagaimana prosedur-prosedur untuk mencari hasil proyeksi *fuzzy*. Pembahasan tentang proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang terdiri dari proyeksi titik *fuzzy* pada garis *fuzzy*, proyeksi titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* dan proyeksi garis *fuzzy* pada bidang *fuzzy*.

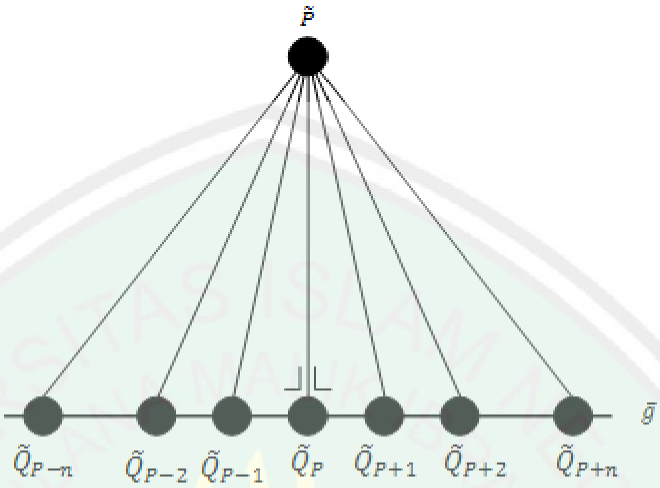
3.2.1 Proyeksi Titik *Fuzzy* pada Garis *Fuzzy*

Misal suatu titik *fuzzy* $\tilde{P}(x_p, y_p, z_p|\mu_{\tilde{p}})$ diproyeksikan terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \left(\begin{cases}(A_1x + B_1y + C_1z + D = 0)\\(A_2x + B_2y + C_2z + D = 0)\end{cases} |\mu_{\tilde{g}}\right)$, untuk mengetahui hasil proyeksi *fuzzy* titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* tersebut, dapat dicari dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Diberikan titik *fuzzy* $\tilde{P}(x_p, y_p, z_p|\mu_{\tilde{p}})$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \left(\begin{cases}(A_1x + B_1y + C_1z + D = 0)\\(A_2x + B_2y + C_2z + D = 0)\end{cases} |\mu_{\tilde{g}}\right)$ sebagai unsur proyektor.
2. Mencari koordinat hasil proyeksi fuzzy titik *fuzzy* $\tilde{P}\{x_p, y_p, z_p|\mu_{\tilde{P}}\}$ yang saling tegak lurus dengan garis *fuzzy* $\tilde{g} = \left(\begin{cases}(A_1x + B_1y + C_1z + D = 0)\\(A_2x + B_2y + C_2z + D = 0)\end{cases} |\mu_{\tilde{g}}\right)$.

   Koordinat hasil proyeksi yang saling tegak lurus tersebut didefinisikan dengan

$\tilde{Q}_p$ yang terdapat pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$ seperti yang digambarkan pada gambar 3.1 sebagai berikut:



Gambar 3. 1 Proyeksi Geometri *Fuzzy* Titik *Fuzzy* $\tilde{P}$ Terhadap Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$

Untuk mencari koordinat $\tilde{Q}_p$ yaitu dengan langkah-langkah yang *similiar* dengan mencari proyeksi tegas titik pada bidang yaitu sebagai berikut:

a. Menentukan sebarang dua titik pada garis $\tilde{g}$, misal titik $\tilde{A}(x_a, y_{a,} z_a)$ dan $\tilde{B}(x_b, y_{b,} z_b)$, sedemikian hingga $\tilde{A} \neq \tilde{B}$

b. Kemudian menurut Larson dan Edward (2010:765) yang terdapat pada persamaan (3) pada bab sebelumnya, dapat dicari besar dari vektor $\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}}\right|$ dan $\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{B}}\right|$ yang peneliti definisikan sebagai berikut:

$$\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}}\right| = \sqrt{\left(x_p - x_a\right)^2 + \left(y_p - y_a\right)^2 + \left(z_p - z_a\right)^2}$$

$$\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{B}}\right| = \sqrt{\left(x_b - x_p\right)^2 + \left(y_b - y_p\right)^2 + \left(z_b - z_p\right)^2}$$

c. Setelah itu menurut Soebari (1995:25) yang terdapat pada persamaan (4) pada bab sebelumnya, dapat ditentukan jarak antara titik $\tilde{P}$ dan $\tilde{P}'$ yang peneliti definisikan sebagai berikut:

$$\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{P}'}\right| = \frac{\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}} \times \vec{\tilde{g}}\right|}{\left|\vec{\tilde{g}}\right|}$$

d. Setelah diketahui $\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{P}'}\right|$, $\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}}\right|$, dan $\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{B}}\right|$. Selanjutnya akan dicari nilai $\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}'}\right|$ dan $\left|\overrightarrow{\tilde{P}'\tilde{B}}\right|$ dengan menggunakan teorema Pythagoras sesuai pada persamaan (5) yang terdapat pada bab sebelumnya.

e. Setelah didapatkan $\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}'}\right|$ dan $\left|\overrightarrow{\tilde{P}'\tilde{B}}\right|$ maka menurut Soebari (1995:10) secara explisit, koordinat $\tilde{P}'$ dapat dicari dengan perbandingan, yang mana hasil perbandingan tersebut merupakan hasil proyeksi *fuzzy* titik pada garis dimana titik *fuzzy* tersebut saling tegak lurus dengan bidang *fuzzy*.

3. Setelah ditemukan koordinat titik *fuzzy* $\tilde{Q}_p$, menurut Soebari (1995:25) dapat dicari jarak (v) antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_p$ dengan menggunakan rumus yang peneliti definisikan sebagai berikut:

$$v = \frac{\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{Q}_p} \times \vec{\tilde{g}}\right|}{\left|\vec{\tilde{g}}\right|}$$

Kemudian menurut Larson dan Edward (2010:765) dapat dicari jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i$ (titik-titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$, $\tilde{Q}_i \in \tilde{g}$) yang dinotasikan dengan w_i yang peneliti definisikan *similar* dengan persamaan (3) pada bab sebelumnya yaitu sebagai berikut:

$$w_i = \sqrt{\left(x_{\tilde{Q}_i} - x_{\tilde{P}}\right)^2 + \left(y_{\tilde{Q}_i} - y_{\tilde{P}}\right)^2 + \left(z_{\tilde{Q}_i} - z_{\tilde{P}}\right)^2}$$

4. Mencari derajat keanggotaan relasi antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan garis *fuzzy* $\tilde{g}$ yang didefinisikan dengan ($\mu_{\tilde{R}}$), dimana $\tilde{R}$ merupakan relasi dari titik *fuzzy* $\tilde{P}$ pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$, $\left(\tilde{R} \subset \tilde{P} \times \tilde{g}\right)$ (Djauhari, 1990: 55).

$$\tilde{R} = [\{(\tilde{P},\tilde{Q}_i)|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i)\}|(\tilde{P},\tilde{Q}_i) \in \tilde{P} \times \tilde{g}]$$

dengan

$\tilde{P}$ = Titik *fuzzy* $\tilde{P}$.

$\tilde{Q}_i$ = Titik-titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$.

$(\tilde{Q}_i \in \tilde{g} \ \ , i = p - n, \dots, p - 2, p - 1, p \ , p + 1, p + 2, \dots, p + n\}$

$\tilde{Q}_p$ = Titik *fuzzy* $\tilde{P}'$(hasil proyeksi tegas titik *fuzzy* $\tilde{P}$).

Pada proyeksi geometri *fuzzy* titik *fuzzy* ke garis *fuzzy*, hasil proyeksi tidak hanya berupa satu titik *fuzzy* seperti pada proyeksi geometri tegas, akan tetapi semua titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* proyektor dengan derajat keanggotaan ketebalan yang dipengaruhi oleh derajat keanggotaan global relasi *fuzzy*.

Derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ dapat diketahui dengan fungsi berikut:

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = e^{-(w_i - v)^{0,5}}$$

dengan

v = Jarak terdekat titik *fuzzy* $\tilde{P}$ pada $\tilde{Q}_p$

w_i = Jarak titik *fuzzy* $\tilde{P}$ pada $\tilde{Q}_i$

Derajat keanggotaan relasi tersebut merupakan representasi dari seberapa besar atau kuat relasi antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan garis *fuzzy* $\tilde{g}$, dengan berasumsi jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan $\tilde{Q}_i \in \tilde{g}$ semakin dekat, maka kekuatan $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar. Sedangkan jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan $\tilde{Q}_i$ semakin jauh maka berlaku sebaliknya. Akan tetapi, kekuatan relasi tersebut masih berada dalam interval $[0,1]$. Relasi tersebut dapat digambar ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

Tabel 3. 1 Tabel Matriks Relasi Titik *Fuzzy* $\tilde{P}$ dengan Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$, $\left(\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i)\right)$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n}$	...	$\tilde{Q}_{p-1}$	$\tilde{Q}_p$	$\tilde{Q}_{p+1}$	...	$\tilde{Q}_{p+n}$

$\tilde{P}$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n})$

Sumber: Djauhari, 1990:55.

Sehingga diperoleh derajat keanggotaan relasi titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan garis *fuzzy* $\tilde{g}$ $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$ yaitu:

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})), \ldots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p})), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})), \ldots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n}))\}$$

5. Setelah diketahui $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$, kemudian peneliti mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{P}}$ dengan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$ yang dinotasikan dengan μ_k sebagai berikut:

$$\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})), \ldots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p})), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})), \ldots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n}))\}$$

Derajat keanggotaan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi $(\mu_{\tilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i))$ merupakan irisan (*intersection*) dari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi $\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$ dengan derajat keanggotaan ketebalan garis *fuzzy* proyektor $\mu_{\tilde{g}}$ (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:25).

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n}) &= \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n}),\mu_{\tilde{g}}) \\
&\vdots \\
\mu_{\tilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1}) &= \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1}),\mu_{\tilde{g}}) \\
\mu_{\tilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p}) &= \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p}),\mu_{\tilde{g}}) \\
\mu_{\tilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1}) &= \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1}),\mu_{\tilde{g}})
\end{aligned}$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n}) \;=\min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n}),\mu_{\tilde{g}})$$

Sehingga didapatkan derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi sebagai berikut:

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})),\dots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})),$$
$$((\tilde{P},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p})),((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})),\dots,$$
$$((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n}))\}$$

6. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa garis *fuzzy*

$$\widetilde{P'} \equiv \left(\begin{cases}(A_1x + B_1y + C_1z + D = 0)\\(A_2x + B_2y + C_2z + D = 0)\end{cases}|\mu_{\widetilde{P'}}\right)$$

Dengan koordinat yang sama dengan garis *fuzzy* proyektor $\tilde{g}$ karena $\widetilde{P'} \in \tilde{g}$, dan dengan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* sebagai berikut:

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})),\dots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1})),$$
$$((\tilde{P},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p})),((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1})),\dots,$$
$$((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n}))\}$$

Contoh 1

Misal diberikan : Titik *fuzzy* $\tilde{P}(2\,,4\,,2|0{,}7)$

Garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \left(\begin{cases}(x + y - z = 4)\\(x - 2y + 3z = -5)\end{cases}|0{,}5\right)$

Kemudian titik *fuzzy* $\tilde{P}$ diproyeksikan terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g}$. Cari hasil proyeksi geometri *fuzzy* dari titik *fuzzy* $\tilde{P}$ terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g}$.

Penyelesaian 1

1. Diketahui Titik *fuzzy* $\tilde{P}(2,\ 4,\ 2|0{,}7)$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan

   Garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \left(\begin{matrix}(x + y - z = 4)\\(x - 2y + 3z = -5)\end{matrix}|0{,}5\right)$

2. Mencari koordinat hasil proyeksi titik *fuzzy* $\tilde{P}(2,\ 4,\ 2|0{,}7)$ yang saling tegak lurus dengan garis *fuzzy* $\tilde{g} \equiv \left(\begin{matrix}(x + y - z = 4) \\ (x - 2y + 3z = -5)\end{matrix} |0{,}5\right)$. Sesuai langkah-langkah yang sudah dijelaskan di atas, didapatkan koordinat hasil proyeksi titik *fuzzy* $\tilde{P}$ yang saling tegak lurus dengan garis *fuzzy* $\tilde{g}$, yaitu $\tilde{P} = (0{,}65\ ,\ 4{,}39\ ,\ 1{,}04) = \tilde{Q}_P$.

   Setelah itu, mencari jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_P$ dengan langkah sebagai berikut:

$$\text{jarak } (v) = \frac{\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{Q}_p} \times \vec{g}\right|}{|\vec{g}|}$$

   dengan

   Vektor $\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{Q}_p} = (0{,}65 - 2)\vec{\imath} + (4{,}39 - 4)\vec{\jmath} + (1{,}04 - 2)\vec{k}$

$$= -1{,}35\vec{\imath} + 0{,}39\vec{\jmath} - 0{,}96\vec{k}$$

   Maka besar vektor $\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{Q}_p}\right| = \sqrt{(-1{,}35)^2 + (0{,}39)^2 + (-0{,}96)^2}$

$$= \sqrt{1{,}82 + 0{,}15 + 0{,}92} = \sqrt{2{,}89}$$

   Vektor $\vec{g} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = (3 - 2)\vec{\imath} - (3 + 1)\vec{\jmath} + (-2 - 1)\vec{k}$

$$= \vec{\imath} - 4\vec{\jmath} - 3\vec{k}$$

   Maka besar vektor $|\vec{g}| = \sqrt{(1)^2 + (-4)^2 + (-3)^2}$

$$= \sqrt{26}$$

   Kemudian peneliti dapat menentukan

$$\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{Q}_p} \times \vec{g} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1{,}35 & 0{,}39 & -0{,}96 \\ 1 & -4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= (-1{,}17 - 3{,}84)\vec{\imath} - (4{,}05 + 0{,}96)\vec{\jmath} + (5{,}4 - 0{,}39)\vec{k}$$

$$= -5{,}01\vec{\imath} - 5{,}01\vec{\jmath} + 5{,}01\vec{k}$$

dan besar vektor $\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{Q}_p} \times \vec{g}\right| = \sqrt{(-5{,}01)^2 + (-5{,}01)^2 + (5{,}01)^2}$

$$= \sqrt{75{,}3}$$

Sehingga diperoleh

$$\text{jarak } (v) = \frac{\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{Q}_p} \times \vec{g}\right|}{|\vec{g}|} = \frac{\sqrt{75{,}3}}{\sqrt{26}} = \sqrt{2{,}9} = 1{,}7$$

Selanjutnya mencari jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan titik-titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i \in \tilde{g}$, misalkan titik-titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\vec{g}$, yaitu:

$$\tilde{Q}_i = \tilde{Q}_{p-n}, \dots, (0{,}5\ \ ,5, 1{,}5), (0{,}65\ \ ,4{,}39\ \ ,1{,}04), (0{,}8\ \ ,3{,}8\ \ ,0{,}6), \dots, \tilde{Q}_{p+n}$$

Sehingga

$$w_{\tilde{Q}_{p-n}} = n$$

$$\vdots$$

$$w_{(0{,}5\ ,5\ \ ,1{,}5)} = \sqrt{(0{,}5-2)^2 + (5-4)^2 + (1{,}5-2)^2}$$

$$= 3{,}5$$

$$w_{(0{,}65\ \ ,4{,}39\ \ ,1{,}04)} = 1{,}7$$

$$w_{(0{,}8\ \ ,3{,}8\ \ ,0{,}6)} = \sqrt{(0{,}8-2)^2 + (3{,}8-4)^2 + (0{,}6-2)^2}$$

$$= 3{,}44$$

$$\vdots$$

$$w_{\tilde{Q}_{p+n}} = n$$

3. Peneliti mencari derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_i\right) = e^{-(w_i - v)^{0{,}5}}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_{p-n}) \quad = n$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_{(0,5\ \ ,5\ \ ,1,5)}) \quad = e^{-(3,5-1,7)^{0,5}} \quad = 0,261$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_{p}) \quad = e^{-(1,7-1,7)^{0,5}} \quad = 1$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_{(0,8\ \ ,3,8\ \ ,0,6)}) = e^{-(3,44-1,7)^{0,5}} \quad = 0,267$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_{p+n}) \quad = n$$

Relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel matriks berikut:

Tabel 3. 2 Tabel Matriks Hasil Relasi Titik *Fuzzy* $\tilde{P}$ dengan Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n}$	…	$\tilde{Q}_{(0,5\ \ ,5\ \ ,1,5)}$	$\tilde{Q}_{p}$	$\tilde{Q}_{(0,8\ \ ,3,8\ \ ,0,6)}$	…	$\tilde{Q}_{p+n}$
$\tilde{P}$	n	…	0,261	1	0,267	…	n

Sumber: Peneliti

Sehingga diperoleh

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p-n})|n), \dots, ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{(0,5\ \ ,5\ \ ,1,5)})|0,261), ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p})|1)$$
$$((\tilde{P}, \tilde{Q}_{(0,8\ \ ,3,8\ \ ,0,6)})|0,267), \dots, ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p+n})|n)\}$$

4. Selanjutnya mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{P}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang dinotasikan dengan μ_k.

$$\mu_k(\tilde{P}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p-n})|n), \dots, ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{(0,5\ \ ,5\ \ ,1,5)})|0,7 \times 0,261),$$
$$\left((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p})\middle|0,7 \times 1\right), ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{(0,8\ \ ,3,8\ \ ,0,6)})|0,7 \times$$
$$0,267), \dots, ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p+n})|n)\}$$
$$= \{((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p-n})|n), \dots, ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{(0,5\ \ ,5\ \ ,1,5)})|0,182), ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p})|0,7)$$
$$((\tilde{P}, \tilde{Q}_{(0,8\ \ ,3,8\ \ ,0,6)})|0,187), \dots, ((\tilde{P}, \tilde{Q}_{p+n})|n)\}$$

Setelah itu, mencari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi ($\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$) yang merupakan irisan $\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$ dengan

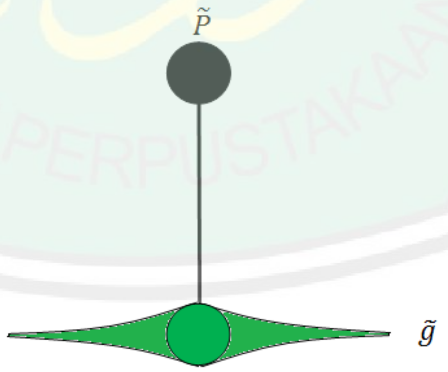
$$
\begin{aligned}
\mu_{\tilde{g}}\mu_{\widetilde{P'}}\left(\tilde{P},\tilde{Q}_i\right) &= \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})|\min(n\ \ ,0{,}5)),\ldots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{(0{,}5\ \ ,5\ \ ,1{,}5)})| \\
&\quad \min(0{,}182\ \ ,0{,}5)),((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|\min(0{,}7\ \ ,0{,}5)), \\
&\quad ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(0{,}8\ \ ,3{,}8\ \ ,0{,}6)})|\min(0{,}187\ \ ,0{,}5)),\ldots, \\
&\quad ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n})|\min(n\ \ ,0{,}5))\} \\
&= \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})|n),\ldots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{(0{,}5\ \ ,5\ \ ,1{,}5)})|0{,}182),((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|0{,}5) \\
&\quad ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(0{,}8\ \ ,3{,}8\ \ ,0{,}6)})|0{,}187),\ldots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n})|n)\}
\end{aligned}
$$

5. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa garis *fuzzy*

$$\widetilde{P}' = \begin{cases}(x+y-z=4)\\(x-2y+3z=-5)\end{cases} |\mu_{\widetilde{P'}}$$

Dengan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\mu_{\widetilde{P'}}\left(\tilde{P},\tilde{Q}_i\right) &= \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n})|n),\ldots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{(0{,}5\ \ ,5\ \ ,1{,}5)})|0{,}182),((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|0{,}5) \\
&\quad ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(0{,}8\ \ ,3{,}8\ \ ,0{,}6)})|0{,}187),\ldots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n})|n)\}
\end{aligned}
$$



Gambar 3. 2 Hasil Proyeksi Titik *Fuzzy* $\tilde{P}(2,\ 4,\ 2|0{,}7)$ pada Garis Fuzzy
$\tilde{g} \equiv \begin{pmatrix}(x+y-z=4)\\(x-2y+3z=-5)\end{pmatrix}|0{,}5$

Keterangan:

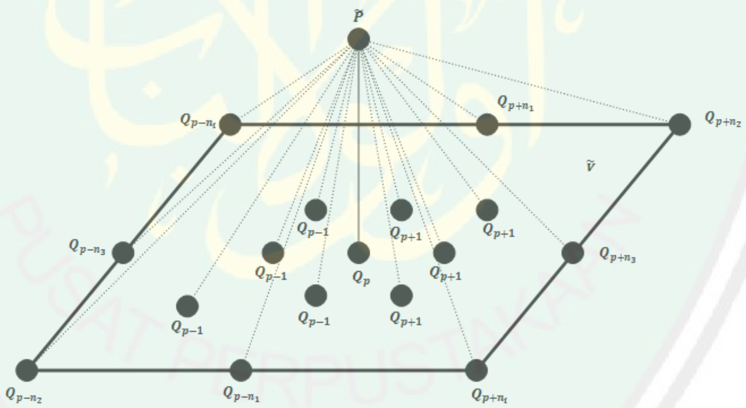
● = Titik $\tilde{P}$ yang diproyeksikan.

● = Garis $\tilde{g}$ sebagai proyektor sekaligus merupakan hasil proyeksi karena $\widetilde{P}' \in \tilde{g}$

3.2.2 Proyeksi Titik *Fuzzy* pada Bidang *Fuzzy*

Misal suatu titik *fuzzy* $\tilde{P}(x_p, y_p, z_p | \mu_{\tilde{P}})$ diproyeksikan terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (Ax + By + Cz = D \mid \mu_{\tilde{V}})$, untuk mengetahui koordinat hasil proyeksi *fuzzy* pada titik *fuzzy* ke bidang *fuzzy* tersebut, dapat dicari dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Diberikan titik *fuzzy* $\tilde{P}(x_p, y_p, z_p | \mu_{\tilde{P}})$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (Ax + By + Cz = D \mid \mu_{\tilde{V}})$ sebagai unsur proyektor.
2. Mencari koordinat hasil proyeksi tegas titik *fuzzy* $\tilde{P}(x_p, y_p, z_p | \mu_{\tilde{P}})$ pada bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (Ax + By + Cz = D \mid \mu_{\tilde{V}})$. Koordinat hasil proyeksi tegas tersebut didefinisikan dengan $\tilde{Q}_p$ pada koordinat bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ yang digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3. 3 Proyeksi Geometri *Fuzzy* Titik *Fuzzy* $\tilde{P}$ Terhadap Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$

Untuk mencari koordinat $\tilde{Q}_p$ yaitu dengan langkah-langkah yang *similiar* dengan mencari proyeksi tegas titik pada bidang yaitu sebagai berikut:

a. Menentukan sebarang dua titik pada garis $\tilde{g}$, misal titik $\tilde{A}(x_a, y_{a,} z_a)$ dan $\tilde{B}(x_b, y_{b,} z_b)$, sedemikian hingga $\tilde{A} \neq \tilde{B}$.

b. Kemudian menurut Larson dan Edward (2010:765) dapat dicari besar dari vektor $\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}}\right|$ dan $\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{B}}\right|$ seperti pada persamaan (3) yang peneliti definisikan sebagai berikut:

$$\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}}\right| = \sqrt{\left(x_p - x_a\right)^2 + \left(y_p - y_a\right)^2 + \left(z_p - z_a\right)^2}$$

$$\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{B}}\right| = \sqrt{\left(x_b - x_p\right)^2 + \left(y_b - y_p\right)^2 + \left(z_b - z_p\right)^2}$$

c. Setelah itu, sesuai pada persamaan (6) yang terdapat pada bab sebelumnya menurut Soebari (1995:17) dapat ditentukan jarak antara titik $\tilde{P}$ dan $\tilde{P}'$ yang peneliti definisikan sebagai berikut:

$$\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{P}'}\right| = \frac{\left|Ax_p + By_p + Cz_p + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

d. Setelah diketahui $\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{P}'}\right|$, $\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}}\right|$, dan $\left|\overrightarrow{\tilde{P}\tilde{B}}\right|$. Selanjutnya akan dicari nilai $\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}'}\right|$ dan $\left|\overrightarrow{\tilde{P}'\tilde{B}}\right|$ dengan menggunakan teorema Pythagoras sesuai pada persamaan (5) yang terdapat pada bab sebelumnya.

e. Setelah didapatkan $\left|\overrightarrow{\tilde{A}\tilde{P}'}\right|$ dan $\left|\overrightarrow{\tilde{P}'\tilde{B}}\right|$ maka menurut Soebari (1995:10) secara explisit, koordinat $\tilde{P}'$ dapat dicari dengan perbandingan, yang mana hasil perbandingan tersebut merupakan hasil proyeksi *fuzzy* titik pada garis dimana titik *fuzzy* tersebut saling tegak lurus dengan bidang *fuzzy*.

3. Setelah ditemukan koordinat titik *fuzzy* $\tilde{Q}_p$, menurut Soebari (1995:17) dapat dicari jarak (v) antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_p$ dengan menggunakan rumus yang peneliti definisikan sebagai berikut:

$$v = \frac{\left|Ax_p + By_p + Cz_p + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Kemudian menurut Larson dan Edward (2010:765) dapat dicari jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i$ (titik-titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, $\tilde{Q}_i \in \tilde{V}$) yang dinotasikan dengan w_i yang peneliti definisikan *similar* dengan persamaan (3) pada bab sebelumnya yaitu sebagai berikut:

$$w_i = \sqrt{\left(x_{\tilde{Q}_i} - x_{\tilde{P}}\right)^2 + \left(y_{\tilde{Q}_i} - y_{\tilde{P}}\right)^2 + \left(z_{\tilde{Q}_i} - z_{\tilde{P}}\right)^2}$$

4. Setelah itu mencari derajat keanggotaan relasi antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ yang didefinisikan dengan $(\mu_{\tilde{R}})$, dimana $\tilde{R}$ merupakan relasi dari titik *fuzzy* $\tilde{P}$ ke bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, $\left(\tilde{R} \subset \tilde{P} \times \tilde{V}\right)$ (Djauhari, 1990: 55).

$$\tilde{R} = \left[\left\{\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_i\right) | \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_i\right)\right\} | \left(\tilde{P}, \tilde{Q}_i\right) \in \tilde{P} \times \tilde{V}\right]$$

dengan

$\tilde{P}$ = Titik *fuzzy* $\tilde{P}$

$\tilde{Q}_i$ = Titik-titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$,

$(Q_i \in \tilde{V} \;\; , i = p - n_n, \dots, p - 2_n, p - 1_n, p\,, p + 1_n, p + 2_n, \dots, p + n_n\}$

$\tilde{Q}_p$ = Titik *fuzzy* P' (hasil proyeksi tegas titik *fuzzy* $\tilde{P}$).

Pada proyeksi geometri *fuzzy* pada titik *fuzzy* ke bidang *fuzzy*, hasil proyeksi tidak hanya berupa satu titik *fuzzy* seperti pada proyeksi geometri tegas, akan tetapi semua titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* proyektor dengan derajat keanggotaan ketebalan yang dipengaruhi oleh derajat keanggotaan global relasi *fuzzy*.

Derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ bisa diketahui dengan fungsi berikut :

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_i\right) = e^{-(w_i - v)^{0,5}}$$

dengan

v = Jarak terdekat $\tilde{P}$ pada $\tilde{Q}_p$

w_i = Jarak $\tilde{P}$ pada $\tilde{Q}_i$

Derajat keanggotaan relasi tersebut merupakan representasi dari seberapa besar atau kuat relasi antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dengan berasumsi jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan $\tilde{Q}_i \in \tilde{V}$ semakin dekat, maka kekuatan $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar. Sedangkan jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan $\tilde{Q}_i$ semakin jauh maka berlaku sebaliknya. Akan tetapi kekuatan relasi tersebut masih berada dalam interval $[0,1]$. relasi tersebut dapat digambar ke dalam bentuk matriks sebagai berikut :

Tabel 3. 3 Tabel Matriks Relasi Titik *Fuzzy* $\tilde{P}$ dengan Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$, $\left(\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i)\right)$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n_n}$	…	$\tilde{Q}_{p-1_n}$	$\tilde{Q}_p$	$\tilde{Q}_{p+1_n}$	…	$\tilde{Q}_{p+n_n}$
$\tilde{P}$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})$

Sumber: Djauhari, 1990:55

Sehingga diperoleh derajat keanggotaan relasi titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, yaitu:

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},Q_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})), ((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_p)), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n}))\}$$

5. Setelah diketahui $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$, kemudian peneliti mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{P}}$ dengan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$ yang dinotasikan dengan μ_k sebagai berikut:

$$\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})), ((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_p)), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|\mu_{\tilde{P}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n}))\}$$

Selanjutnya, derajat keanggotaan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi $(\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i))$ merupakan irisan (*intersection*) dari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi $\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$ dengan derajat keanggotaan ketebalan bidang *fuzzy* proyektor $\mu_{\tilde{V}}$ (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:25).

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n}) = \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n}),\mu_{\tilde{V}})$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n}) = \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n}),\mu_{\tilde{V}})$$

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p}) = \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p}),\mu_{\tilde{V}})$$

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n}) = \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n}),\mu_{\tilde{V}})$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n}) = \min(\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n}),\mu_{\tilde{V}})$$

Sehingga didapatkan derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi sebagai berikut:

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})),\dots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p})),((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})),\dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n}))\}$$

6. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ karena $\widetilde{P'} \in \tilde{V}$

$$\widetilde{P'} = \{Ax + By + Cz = D \mid \mu_{\widetilde{P'}}\}$$

Dengan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* sebagai berikut:

$$\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})),\dots,((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p-1_n})), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p})),((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+1_n})),\dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|\mu_{\widetilde{P'}}(\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n}))\}$$

Contoh 2

Misal diberikan : Titik *fuzzy* $\tilde{P}(2\ \ ,2\ \ ,2|0,7)$

Bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (x + y - z = 6|0,5)$

Kemudian titik *fuzzy* $\tilde{P}$ diproyeksikan terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V}$. Cari hasil proyeksi *fuzzy* dari titik *fuzzy* $\tilde{P}$ terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V}$.

Penyelesaian 2

1. Diketahui Titik *fuzzy* $\tilde{P}(2\ \ ,2\ \ ,2|0,7)$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan Bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (x + y - z = 6|0,5)$ sebagai proyektor.
2. Mencari koordinat hasil proyeksi titik *fuzzy* $\tilde{P}(2\ \ ,2\ \ ,2|0,7)$ yang saling tegak lurus terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (x + y - z = 6|0,5)$. Sesuai langkah-langkah yang dijelaskan di atas, didapatkan koordinat hasil proyeksi titik *fuzzy* $\tilde{P}$ pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ yang saling tegak lurus, yaitu $\tilde{P} = (3\ \ ,3\ \ ,0) = \tilde{Q}_P$

   Setelah itu, peneneliti mencari jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_P$ dengan langka sebagai berikut:

$$\text{jarak } (v) = \frac{|Ax_p + By_p + Cz_p + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$= \frac{|1.2 + 1.2 - 1.2 - 6|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (-1)^2}} = 2{,}4$$

   Selanjutnya mencari jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{P}$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i \in \tilde{V}$). misalkan diambil sebarang titik-titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* $\vec{V}$, yaitu

$$\tilde{Q}_i = \tilde{Q}_{p-n_n}, \dots, (1\ \ ,1\ \ ,-4), (3\ \ ,3\ \ ,0), (5\ \ ,5\ \ \ ,4), \dots, \tilde{Q}_{p+n_n}$$

   Sehingga

$$w_{\tilde{Q}_{p-n_n}} = n$$

$$\vdots$$

$$w_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)} = \sqrt{(1-2)^2 + (1-2)^2 + (-4-2)^2}$$

$$= 6,2$$

$$w_{(3\ \ ,3\ \ ,0)} = 2,4$$

$$w_{(5\ \ ,5\ \ ,4)} = \sqrt{(5-2)^2 + (5-2)^2 + (4-2)^2}$$

$$= 4,69$$

$$\vdots$$

$$w_{\tilde{Q}_{p+n_n}} = n$$

3. Kemudian peneliti mencari derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_i\right) = e^{-(w_i - v)^{0,5}}$$

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_{p-n_n}\right) = n$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)}\right) = e^{-(6,2-2,4)^{0,5}} = 0,14$$

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_p\right) = e^{-(2,4-2,4)^{0,5}} = 1$$

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_{(5\ \ ,5\ \ ,4)}\right) = e^{-(4,69-2,4)^{0,5}} = 0,22$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P}, \tilde{Q}_{p+n_n}\right) = n$$

Relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel matriks berikut:

Tabel 3. 4 Tabel Matriks Hasil Relasi Titik *Fuzzy* $\tilde{P}$ dengan Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n_n}$	…	$\tilde{Q}_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)}$	$\tilde{Q}_p$	$\tilde{Q}_{(5\ \ ,5\ \ ,4)}$	…	$\tilde{Q}_{p+n_n}$
$\tilde{P}$	n	…	0,14	1	0,22	…	n

Sumber: Peneliti

Sehingga diperoleh

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|n), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)})|0{,}14), ((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|1)$$

$$((\tilde{P},\tilde{Q}_{(5\ \ ,5\ \ ,4)})|0{,}22), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|n)\}$$

4. Selanjutnya mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{P}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang dinotasikan dengan μ_k

$$\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|n), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)})|0{,}7 \times 0{,}14), ((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|$$

$$0{,}7 \times 1), ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(5\ \ ,5\ \ ,4)})|0{,}7 \times 0{,}22), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|n)\}$$

$$= \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|n), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)})|0{,}098), ((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|0{,}7)$$

$$((\tilde{P},\tilde{Q}_{(5\ \ ,5\ \ ,4)})|0{,}154), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|n)\}$$

Kemudian mencari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi ($\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$) yang merupakan irisan $\mu_k(\tilde{P},\tilde{Q}_i)$ dengan $\mu_{\tilde{V}}$

$$\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|\min(n\ \ ,0{,}5)), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)})|$$

$$\min(0{,}098\ \ ,0{,}5)), ((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|\min(0{,}7\ \ ,0{,}5))((\tilde{P},\tilde{Q}_{(5\ \ ,5\ \ ,4)})|$$

$$\min(0{,}154\ \ ,05)) \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|\min(n\ \ ,0{,}5))\}$$

$$= \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|n), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)})|0{,}098), ((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|0{,}5)$$

$$((\tilde{P},\tilde{Q}_{(5\ \ ,5\ \ ,4)})|0{,}154), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|n)\}$$

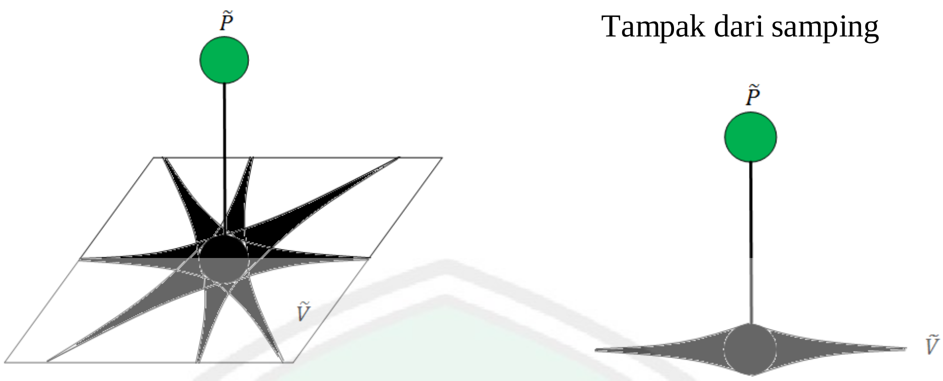
5. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa bidang *fuzzy*

$$\tilde{P}' = (x + y - z = 6|0{,}5)$$

Dengan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{P}'}(\tilde{P},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{P},\tilde{Q}_{p-n_n})|n), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{(1\ \ ,1\ \ ,-4)})|0{,}098), ((\tilde{P},\tilde{Q}_p)|0{,}5)$$

$$((\tilde{P},\tilde{Q}_{(5\ \ ,5\ \ ,4)})|0{,}154), \dots, ((\tilde{P},\tilde{Q}_{p+n_n})|n)\}$$



Gambar 3. 4 Hasil Proyeksi Titik *Fuzzy* $\tilde{P}(2\ \ ,2\ \ ,2|0{,}7)$ terhadap Bidang *Fuzzy* $\tilde{V} = (x + y - z = 6|0{,}5)$

Keterangan:

= Titik $\tilde{P}$ yang diproyeksikan.

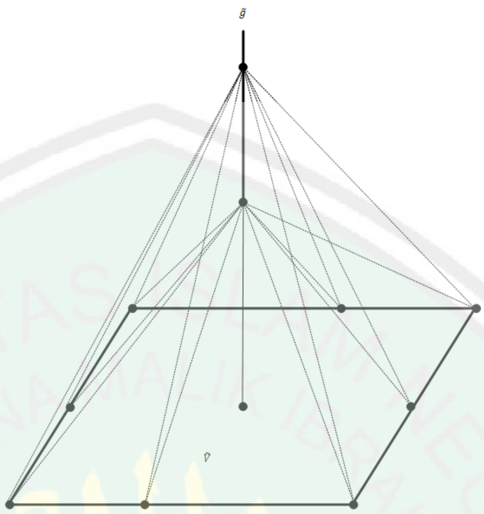
= Bidang $\tilde{V}$ sebagai proyektor sekaligus hasil proyeksi yang mana $\tilde{P}' \in \tilde{V}$

3.2.3 Proyeksi Garis *Fuzzy* pada Bidang *Fuzzy*

Pada proyeksi geometri *fuzzy* pada garis *fuzzy* ke bidang *fuzzy*, sama halnya pada proyeksi geometri tegas yaitu terdapat tiga bentuk proyeksi diantaranya garis *fuzzy* yang diproyeksikan tegak lurus dengan bidang *fuzzy* proyektor, garis *fuzzy* yang diproyeksikan sejajar dengan bidang *fuzzy* proyektor, dan garis *fuzzy* yang diproyeksikan tidak sejajar dan tidak saling tegak lurus dengan bidang *fuzzy* proyektor.

Misal suatu garis *fuzzy* $\tilde{g}$ diproyeksikan terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V} \equiv \{Ax + By + Cz = D \mid \mu_{\tilde{V}}\}$, seperti yang dikatakan pada paragraf sebelumnya, yaitu pada proyeksi garis *fuzzy* pada bidang *fuzzy* terdapat tiga macam bentuk proyeksi, yaitu sebagai berikut:

A. Proyeksi Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ pada Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$ Jika Garis $\tilde{g}$ Saling Tegak Lurus dengan Bidang $\tilde{V}$



Gambar 3. 5 Proyeksi Geometri *Fuzzy* Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ pada Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$ jika $\tilde{g}$ Tegak Lurus $\tilde{V}$

Kemungkinan proyeksi ini terjadi jika garis *fuzzy* $\tilde{g}$ tegak lurus dengan setiap garis *fuzzy* pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ (Krismanto, 2008:9). Garis *fuzzy* $\tilde{g}$ tegak lurus dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ jika dan hanya jika vektor arah garis *fuzzy* sama atau berkelipatan dengan vektor normal bidang *fuzzy*. Untuk mengetahui hasil proyeksi *fuzzy* dapat dicari dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Diberikan garis *fuzzy* $\tilde{g}$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan bidang *fuzzy* sebagai unsur proyektor.
2. $\tilde{g}_p(x_{\tilde{g}_p}, y_{\tilde{g}_p}, z_{\tilde{g}_p})$ merupakan titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$ yang mempunyai jarak terdekat dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dan $\tilde{Q}_p(x_{\tilde{Q}_p}, y_{\tilde{Q}_p}, z_{\tilde{Q}_p})$ merupakan titik *fuzzy* hasil proyeksi dari titik *fuzzy* $\tilde{g}_p \in \tilde{g}$ yang saling tegak lurus dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$. Menurut Larson dan Edward (2010:765) dapat dicari jarak terdekat antara garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, yang dinotasikan v dengan syarat garis *fuzzy* $\tilde{g}$ tidak berpotongan dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$. Maka peneliti

dapat mencari dengan langkah *similiar* dengan persamaan (3) yang terdapat pada bab sebelumnya yaitu sebagai berikut:

$$v = \sqrt{\left(x_{\tilde{Q}_p} - x_{\tilde{g}_p}\right)^2 + \left(y_{\tilde{Q}_p} - y_{\tilde{g}_p}\right)^2 + \left(z_{\tilde{Q}_p} - z_{\tilde{g}_p}\right)^2}$$

Kemudian menurut Larson dan Edward (2010:765) dapat dicari jarak antara titik-titik *fuzzy* pada $\tilde{g}_i(x_{\tilde{g}_i}, y_{\tilde{g}_i}, z_{\tilde{g}_i})$ dimana $(\tilde{g}_i \in \tilde{g})$, dengan titik-titik *fuzzy* pada $\tilde{Q}_i(x_{\tilde{Q}_i}, y_{\tilde{Q}_i}, z_{\tilde{Q}_i})$ dimana $(\tilde{Q}_i \in \tilde{V})$, sedangkan w adalah jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i$, Maka peneliti dapat mencari dengan langkah *similiar* dengan persamaan (3) yang terdapat pada bab sebelumnya yaitu sebagai berikut:

$$w_i = \sqrt{(x_{\tilde{Q}_i} - x_{\tilde{g}_i})^2 + (y_{\tilde{Q}_i} - y_{\tilde{g}_i})^2 + (z_{\tilde{Q}_i} - z_{\tilde{g}_i})^2}$$

3. Mencari derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ antara garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dengan $\tilde{R}$ merupakan notasi relasi dari titik-titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$ ke titik-titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, $(\tilde{R} \subset \tilde{g} \times \tilde{V})$ (Djauhari, 1990: 55).

$$\tilde{R} = [\{(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)\}|(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) \in \tilde{g} \times \tilde{V}]$$

Dimana

$\tilde{g}_i$ = Titik-titik *fuzzy* elemen pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$, $i = 1,2,3, \dots, n$

$\tilde{Q}_i$ = Titik-titik *fuzzy* elemen pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, $\{\tilde{Q}_i \in \tilde{V}\ , i = p - n_i, \dots, p-2, p-1, p, p+1, p+2, \dots, p+n_i\}$

Derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ bisa diketahui dengan fungsi berikut :

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) = e^{-(w_i - v)^{0,5}}$$

Dimana

v = Jarak terdekat garis *fuzzy* $\tilde{g}$ pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$

w_i = Jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan $\tilde{Q}_i$

Derajat keanggotaan relasi tersebut merupakan representasi dari seberapa besar atau kuat relasi antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dengan berasumsi jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan $\tilde{Q}_i \in \tilde{V}$ semakin dekat, maka kekuatan $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar. Sedangkan jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan $\tilde{Q}_i$ semakin juah, maka berlaku sebaliknya yaitu kekuatan $\mu_{\tilde{R}}$ semakin kecil, akan tetapi kekuatan masing-masing relasi tersebut masih berada pada interval [0, 1]. relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel matriks berikut:

Tabel 3. 5 Tabel Matriks Relasi Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ dengan Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$, $\tilde{g}$ Tegak Lurus $\tilde{V}$, $\left(\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)\right)$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n_i}$	…	$\tilde{Q}_{p-1}$	$\tilde{Q}_p$	$\tilde{Q}_{p+1}$	…	$\tilde{Q}_{p-n_i}$
$\tilde{g}_1$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-n_i})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p+1})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-n_i})$
$\tilde{g}_2$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-n_i})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p+1})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-n_i})$
$\tilde{g}_3$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p-n_i})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p+1})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, Q_{p-n_i})$
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮
$\tilde{g}_n$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-n_i})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p+1})$	…	$\mu_{\tilde{R}}(g_n, \tilde{Q}_{p-n_i})$

Sumber: Djauhari, 1990:55

Karena tabel 3.5 di atas terdiri dari satu kolom dan n baris, maka di ambil harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$, sehingga diperoleh satu nilai $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang mewakili n baris untuk setiap kolom, untuk mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$ digunakan proyeksi relasi $\tilde{R}$, yaitu $p(\tilde{R}) \subset \tilde{Q}_i$, dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut (Maman, 1990:55):

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{Q}_i) = \overset{\vee}{\tilde{g}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1,\tilde{Q}_{p-n_i}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2,\tilde{Q}_{p-n_i}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n,\tilde{Q}_{p-n_i})\right\}$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1,\tilde{Q}_{p-1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2,\tilde{Q}_{p-1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n,\tilde{Q}_{p-1})\right\}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1,\tilde{Q}_{p}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2,\tilde{Q}_{p}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n,\tilde{Q}_{p})\right\}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1,\tilde{Q}_{p+1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2,\tilde{Q}_{p+1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n,\tilde{Q}_{p+1})\right\}$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1,\tilde{Q}_{p+n_i}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2,\tilde{Q}_{p+n_i}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n,\tilde{Q}_{p+n_i})\right\}$$

Sehingga peneliti memperoleh derajat keanggotaan relasi garis *fuzzy* $\tilde{g}$ pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ dengan $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_i)$ sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})), \dots, ((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1})), ((\tilde{g},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p})), ((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1})), \dots, ((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i}))\}$$

4. Selanjutnya dicari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{g}}$ dengan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang dinotasikan dengan μ_k.

$$\mu_k(\tilde{g},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})), \dots, ((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1})), ((\tilde{g},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p})), ((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1})), \dots, ((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i}))\}$$

Derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi $(\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},Q_i))$ merupakan irisan dari hasil hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi $\mu_k(\tilde{g},\tilde{Q}_i)$ dengan derajat keanggotaan ketebalan bidang *fuzzy* yang dinotasikan $\mu_{\tilde{V}}$ (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:25).

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i}) = \min(\mu_k(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i}),\mu_{\tilde{V}})$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1}) = \min(\mu_k(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1}),\mu_{\tilde{V}})$$

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p}) = \min(\mu_k(\tilde{g},\tilde{Q}_{p}),\mu_{\tilde{V}})$$

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1}) = \min(\mu_k(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1}),\mu_{\tilde{V}})$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i}) = \min(\mu_k(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i}),\mu_{\tilde{V}})$$

Sehingga didapatkan derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi sebagai berikut

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})),\dots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1})),$$
$$((\tilde{g},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p})),((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1})),\dots,$$
$$((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i}))\}$$

5. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa bidang *fuzzy* $\tilde{g}' \in \tilde{V}$

$$\tilde{g}' \equiv \left\{Ax + By + Cz + D = 0\middle|\mu_{\tilde{g}'}\right\}$$

Dengan ketebalan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})),\dots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p-1})),$$
$$((\tilde{g},\tilde{Q}_{p})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p})),((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+1})),\dots,$$
$$((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i}))\}$$

Contoh 3

Misal diberikan : Bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (-2x - 3y - 4z = -9|0,5)$

Persamaan garis *fuzzy* $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x+5}{2} = \frac{(y-1)}{3} = \frac{(z-4)}{4}\right\}\middle|0,7\right)$

Kemudian carilah hasil proyeksi garis *fuzzy* $\tilde{g}$ terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V}$.

Penyelesaian 3

1. Diberikan garis *fuzzy* $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x+5}{2} = \frac{(y-1)}{3} = \frac{(z-4)}{4}\right\} \middle| 0{,}7\right)$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (-2x - 3y - 4z = -9|0{,}5)$ sebagai unsur proyektor.
2. Sebelum mencari hasil proyeksi, peneliti terlebih dahulu melakukan pengecekan apakah permasalahan ini termasuk dalam kategori garis *fuzzy* $\tilde{g}$ yang tegak lurus dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$. Jika vektor arah garis *fuzzy* sama atau berkelipatan dengan vektor normal bidang *fuzzy* maka keduanya saling tegak lurus.

   Diketahui vektor arah garis *fuzzy* $\tilde{g}$ = [2, 3, 4] dan normal bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ = [-2, -3, -4] saling berkelipatan, yaitu [2, 3, 4] = -1 [2, 3, 4] berarti terbukti garis *fuzzy* $\tilde{g}$ tegak lurus dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$.

   Setelah itu, peneliti mencari jarak terdekat antara garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ yang dinotasikan dengan v. karena garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ saling berpotongan maka $v = 0$. Sedangkan untuk jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i$ yang didefinisikan dengan w_i, dengan

$$\tilde{g}_i = (-5\ \ ,1\ \ ,4), (-7\ \ ,-2\ \ ,0), (-9\ \ ,-5\ \ ,-4), \dots\ \ , \tilde{g}_n$$

   Dan

$$\tilde{Q}_i = \tilde{Q}_{p-n_i}, \dots, (-6\ \ ,3\ \ ,3), (-5\ \ ,1\ \ ,4), (-4\ \ ,3\ \ ,2), \dots, \tilde{Q}_{p+n_i}$$

   adalah sebagai berikut:

Tabel 3. 6 Tabel Perhitungan w_i

w_i	$\tilde{Q}_{p-n_i}$	…	$\tilde{Q}_{(-6\ \ ,3\ \ ,3)}$	$\tilde{Q}_{(-5\ \ ,1:4)}$	$\tilde{Q}_{(-4\ \ ,3\ \ ,2)}$	…	$\tilde{G}_{p-n_i}$
$\tilde{g}_{(-5\ \ ,1\ \ ,4)}$	n	…	2,449	0	3	…	n

$\tilde{g}_{(-7\ ,-2\ ,0)}$	n	...	5,916	5,385	6,164	...	n
$\tilde{g}_{(-9\ ,-5\ ,-4)}$	n	...	11,045	10,770	11,180	...	n
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮
$\tilde{g}_n$	n	...	n	n	n	...	n

Sumber: Peneliti

3. Selanjutnya mencari derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) = e^{-(w_i - v)^{0,5}}$$

Didapatkan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ sebagai berikut:

Tabel 3. 7 Tabel Matriks Hasil Relasi Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ dengan Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$, $\tilde{g}$ Tegak Lurus $\tilde{V}$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n_i}$	...	$\tilde{Q}_{(-6\ ,3\ ,3)}$	$\tilde{Q}_{(-5\ ,1:4)}$	$\tilde{Q}_{(-4\ ,3\ ,2)}$	...	$\tilde{G}_{p-n_i}$
$\tilde{g}_{(-5\ ,1\ ,4)}$	n	...	0,209	1	0,177	...	n
$\tilde{g}_{(-7\ ,-2\ ,0)}$	n	...	0,088	0,098	0,084	...	n
$\tilde{g}_{(-9\ ,-5\ ,-4)}$	n	...	0,036	0,037	0,035	...	n
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮
$\tilde{g}_n$	n	...	n	n	n	...	n

Sumber: Peneliti

Selanjutnya mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$ dengan proyeksi relasi $\tilde{R}$, yaitu $p(\tilde{R}) \subset Q_i$, dengan fungsi keanggotaan.

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{Q}_i) = \overset{\vee}{\tilde{g}}_i \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i}) \qquad = \text{maks}\ \{n, n, n, \dots n_i\} = n$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-6\ ,3\ ,3)}) \quad = \text{maks}\,\{0{,}209\ \ ,0{,}088\ \ ,0{,}036\ \ , \dots\ \ , n_i\} = 0{,}209$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-5\ ,1\ ,4)}) \quad = \text{maks}\,\{1\ \ ,0{,}098\ \ ,0{,}084\ \ , \dots\ \ , n_i\} = 1$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-4\ ,3\ ,2)}) \quad = \text{maks}\,\{0{,}177\ \ ,0{,}084\ \ ,0{,}035\ \ , \dots\ \ , n_i\} = 0{,}177$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}) \quad = \text{maks}\,\{n, n, n, \dots n_i\} = n$$

4. Selanjutnya mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan μ_k

$$\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|n_i), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-6\ ,3\ ,3)})|0{,}7 \times 0{,}209),$$

$$((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-5\ ,1\ ,4)})|\ 0{,}7 \times 1), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-4\ ,3\ ,2)})|0{,}7 \times$$

$$0{,}177), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|n_i)\}$$

$$= \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|n_i), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-6\ ,3\ ,3)})|0{,}146), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-5\ ,1:4)})|0{,}7)$$

$$((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-4\ ,3\ ,2)})|0{,}124), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|n_i)\}$$

Kemudian mencari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi $(\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i))$ yang merupakan irisan $\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_i)$ dengan $\mu_{\tilde{V}}$.

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|\min(n_i\ \ , 0{,}5)), \dots, (\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-6\ ,3\ ,3)})|\min(0{,}146\ \ , 0{,}5)),$$

$$((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-5\ ,1\ ,4)})|\min(0{,}7\ \ , 0{,}5)), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-4\ ,3\ ,2)})|\min(0{,}124\ \ , 0{,}5))$$

$$, \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|\min(n_i\ \ , 0{,}5))\}$$

$$= \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|n_i), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-6\ ,3\ ,3)})|0{,}146), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-5\ ,1:4)})|$$

$$0{,}5)((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-4\ ,3\ ,2)})|0{,}124), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|n_i)\}$$

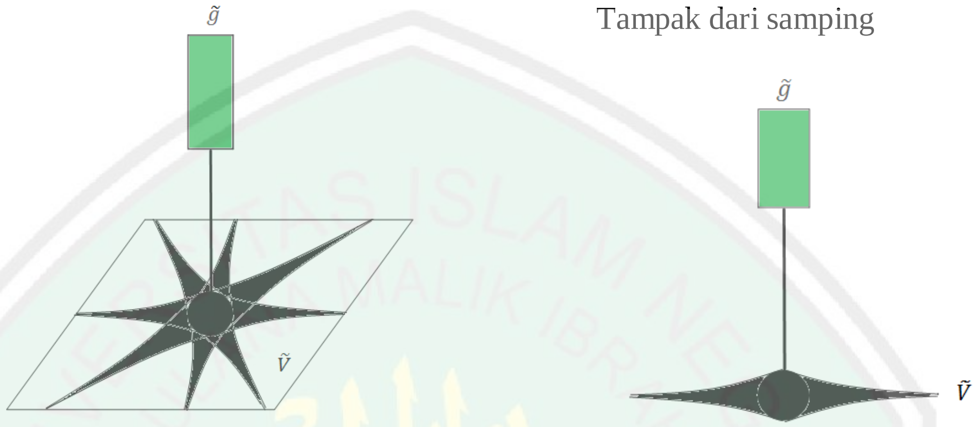
5. Jadi didapatkan hasil proyeksi garis *fuzzy* berupa bidang *fuzzy* sebagai berikut:

$$\widetilde{g'} \equiv \{-2x - 3y - 4z = -9|\mu_{\tilde{g}}\}$$

Dengan ketebalan:

$$\mu_{\tilde{g}}\left(\tilde{g}, \tilde{Q}_i\right) = \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|n_i), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-6\ \ ,3\ \ ,3)})|0{,}146),$$

$$((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-5\ \ ,1\ \ ,4)})|0{,}5), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{(-4\ \ ,3\ \ ,2)})|0{,}124), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|n_i)\}$$



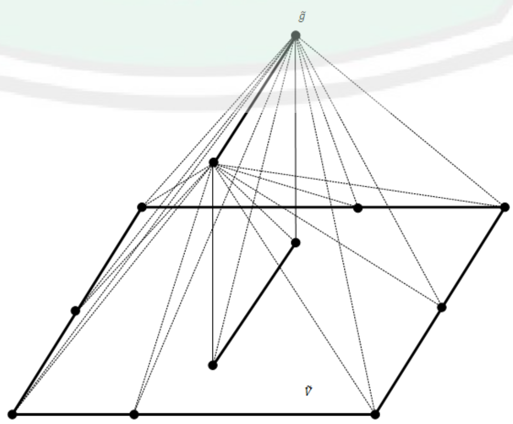
Gambar 3. 6 Hasil Proyeksi Bidang *Fuzzy* $\tilde{V} = \{-2x - 3y - 4z = -9|0{,}5\}$ pada Garis *Fuzzy* $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x+5}{2} = \frac{(y-1)}{3} = \frac{(z-4)}{4}\right\} \middle| 0{,}7\right)$

Keterangan:

= Garis $\tilde{g}$ yang diproyeksikan.

= Bidang $\tilde{V}$ sebagai proyektor sekaligus hasil proyeksi yang mana $\tilde{g}' \in \tilde{V}$

B. Proyeksi Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ pada Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$ Jika Garis $\tilde{g}$ Saling Sejajar dengan Bidang $\tilde{V}$



Gambar 3. 7 Proyeksi Geometri *Fuzzy* Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ Terhadap Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$, $\tilde{g}$ Sejajar $\tilde{V}$

Kemungkinan ini terjadi jika dan hanya jika hasil kali titik *fuzzy* kedua vektor bernilai nol ($\vec{g}.\vec{V} = 0$) dengan kata lain (aA+bB+cC = 0) serta sebarang titik *fuzzy* A pada $\tilde{g}$ tidak terletak pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$. Untuk mengetahui hasil proyeksi *fuzzy* dapat dicari dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Diberikan garis *fuzzy* $\tilde{g}$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan bidang *fuzzy* sebagai unsur proyektor.

   $\tilde{g}(x_{\tilde{g}}, y_{\tilde{g}}, z_{\tilde{g}})$ merupakan titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$, dan persamaan bidang *fuzzy* $\tilde{V} \equiv \{Ax + By + Cz = D \mid \mu_{\tilde{V}}\}$. Menurut Soebari (1995:17) jarak terdekat antara garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, yang dinotasikan v dengan syarat v merupakan panjang garis *fuzzy* hubung $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dimana v tegak lurus dengan garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dan dapat dicari dengan langkah sebagai berikut :

$$v = \frac{\left|Ax_{\tilde{g}} + By_{\tilde{g}} + Cz_{\tilde{g}} + D|\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

2. Kemudian menurut Larson dan Edward (2010:765) dapat dicari jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i(x_{\tilde{g}_i}, y_{\tilde{g}_i}, z_{\tilde{g}_i}), (\tilde{g}_i \in \tilde{g})$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i(x_{\tilde{Q}_i}, y_{\tilde{Q}_i}, z_{\tilde{Q}_i}), (\tilde{Q}_i \in \tilde{V})$. dimana w adalah jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i$, dan peneliti definisikan *similar* dengan persamaan (3) pada bab sebelumnya yaitu sebagai berikut:

$$w_i = \sqrt{\left(x_{\tilde{Q}_i} - x_{\tilde{g}_i}\right)^2 + \left(y_{\tilde{Q}_i} - y_{\tilde{g}_i}\right)^2 + \left(z_{\tilde{Q}_i} - z_{\tilde{g}_i}\right)^2}$$

3. Selanjutnya menurut Djauhari (1990: 55) dapat dicari derajat keanggotaan relasi ($\mu_{\tilde{R}}$) antara garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dengan $\tilde{R}$ merupakan

notasi relasi dari titik-titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$ ke titik-titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, $\left(\tilde{R} \subset \tilde{g} \times \tilde{V}\right)$

$$\tilde{R} = \left[\left\{\left(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i\right) | \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i\right)\right\} | \left(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i\right) \in \tilde{g} \times \tilde{V}\right]$$

dengan

$\tilde{g}_i$ = Titik-titik *fuzzy* elemen pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$, $\{\tilde{g}_i \in \tilde{g} \quad, i = 1,2,3, \dots, n_i\}$

$\tilde{Q}_i$ = Titik-titik *fuzzy* elemen pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$,
$\tilde{Q}_i \in \tilde{V} \quad, i = p - n_i, \dots, p-2, p-1, p, p+1, p+2, \dots, p + n_i\}$

Derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ bisa diketahui dengan fungsi berikut :

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i\right) = e^{-(w_i - v)^{0,5}}$$

Dimana

v = Jarak terdekat garis *fuzzy* $\tilde{g}$ pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$

w_i = Jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan $\tilde{Q}_i$

Derajat keanggotaan relasi tersebut merupakan representasi dari seberapa besar atau kuat relasi antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan garis *fuzzy* $\tilde{V}$, dengan berasumsi jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$dengan $\tilde{Q}_i \in \tilde{V}$ semakin dekat, maka kekuatan $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar. Sedangkan jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$dengan $\tilde{Q}_i$ semakin jauh maka berlaku sebaliknya. Dan kekuatan relasi tersebut masih berada dalam interval [0,1]. relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel matriks berikut:

Tabel 3. 8 Tabel Matriks Relasi Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ dengan Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$, dimana $\tilde{g}$ Sejajar $\tilde{V}$ $\left(\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)\right)$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n_i}$	…	$\tilde{Q}_{p-1}$	$\tilde{Q}_p$	$\tilde{Q}_{p+1}$	…	$\tilde{Q}_{p-n_i}$
$\tilde{g}_1$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-n_i}\right)$	…	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-1}\right)$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_p\right)$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p+1}\right)$	…	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-n_i}\right)$
$\tilde{g}_2$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-n_i}\right)$	…	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-1}\right)$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_p\right)$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p+1}\right)$	…	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-n_i}\right)$

$\tilde{g}_3$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p-n_i})$	$\cdots$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p+1})$	$\cdots$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_3, Q_{p-n_i})$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$\tilde{g}_n$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-n_i})$	$\cdots$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p+1})$	$\cdots$	$\mu_{\tilde{R}}(g_n, \tilde{Q}_{p-n_i})$

Sumber: Djauhari, 1990:55

Karena tabel 3.8 di atas terdiri dari satu kolom dan n baris, maka di ambil harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$, sehingga diperoleh satu nilai $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang mewakili n baris untuk setiap kolom, untuk mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$ digunakan proyeksi relasi $\tilde{R}$, yaitu $p(\tilde{R}) \subset \tilde{Q}_i$, dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut (Maman, 1990:55):

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{Q}_i) = \overset{\vee}{\tilde{g}} \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-n_i}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-n_i}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-n_i})\right\}$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-1})\right\}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_p) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_p), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_p), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_p)\right\}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p+1}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p+1}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p+1})\right\}$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}) = \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p+n_i}), \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p+n_i}), \dots, \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p+n_i})\right\}$$

Sehingga peneliti memperoleh derajat keanggotaan relasi garis *fuzzy* $\tilde{g}$ pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ dengan $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i)$ sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|1), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})|1), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_p)|1), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})|1), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|1)\}$$

dimana $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) = 1$, terjadi ketika relasi antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i$ bernilai sama dimana $w_i = v$, sehingga harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$ bernilai 1.

4. Setelah diketahui $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) = 1$, maka hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{g}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan μ_k adalah $\mu_{\tilde{g}}$ sebagai berikut:

$$\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|\mu_{\tilde{g}}), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{g}}), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_p)|\mu_{\tilde{g}}),$$
$$((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{g}}), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\tilde{g}})\}$$

Karena $\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \mu_{\tilde{g}}$, maka dapat dicari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi $(\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, Q_i))$ merupakan irisan dari hasil hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi $\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_i)$ dengan derajat keanggotaan ketebalan bidang *fuzzy* yang dinotasikan $\mu_{\tilde{V}}$ (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:25).

$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i}) = \min(\mu_{\tilde{g}}, \mu_{\tilde{V}})$$
$$\vdots$$
$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1}) = \min(\mu_{\tilde{g}}, \mu_{\tilde{V}})$$
$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_p) = \min(\mu_{\tilde{g}}, \mu_{\tilde{V}})$$
$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1}) = \min(\mu_{\tilde{g}}, \mu_{\tilde{V}})$$
$$\vdots$$
$$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}) = \min(\mu_{\tilde{g}}, \mu_{\tilde{V}})$$

5. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa bidang *fuzzy* $\widetilde{g'} \in \tilde{V}$

$$\tilde{g}^{\frown} \equiv \left\{Ax + By + Cz + D = 0 \middle| \mu_{\tilde{g}^{\frown}}\right\}$$

Dengan ketebalan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{g}^{\frown}} = \mu_{\tilde{g}} \cap \mu_{\tilde{V}}$$

Contoh 4

Misal diberikan : Bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (-2x + 4y - 14z - 7 = 0|0{,}7)$ dan,

Persamaan garis *fuzzy* lurus $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x-2}{3} = \frac{(y+3)}{-2} = \frac{(z-6)}{-1}\right\} \middle| 0{,}5\right)$

Kemudian carilah hasil proyeksi garis *fuzzy* $\tilde{g}$ terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V}$.

Penyelesaian 4

1. Diberikan garis *fuzzy* $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x-2}{3} = \frac{(y+3)}{-2} = \frac{(z-6)}{-1}\right\} \middle| 0{,}5\right)$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan Bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (-2x + 4y - 14z - 7 = 0|0{,}7)$ sebagai unsur proyektor.
2. Sebelum mencari hasil proyeksi, peneliti menyelidiki terlebih dahulu apakah permasalahan ini termasuk kategori garis *fuzzy* $\tilde{g}$ yang sejajar dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dikatakan sejajar jika dan hanya jika hasil kali titik *fuzzy* kedua vektor bernilai nol ($\vec{g}.\vec{V} = 0$) dengan kata lain (aA+bB+cC = 0) serta sebarang titik *fuzzy A* pada $\tilde{g}$ tidak terletak pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$.

   Diketahui vektor arah garis *fuzzy* $\tilde{g}$ = [3, -2, -1] dan normal bidang *fuzzy* $\tilde{V} =$ [-2, -4, -14] , selanjutnya akan diselidiki apakah hasil kali titik *fuzzy* kedua vektor tersebut bernilai nol.

$$[3, -2, -1].[-2, -4, -14] = (3)(-2) + (-2)(4) + (-1)(-14)$$

$$= -6 - 8 + 14 = 0$$

Selanjutnya diselidiki apakan sebarang titik *fuzzy A*(2, -3, 6) pada g terletak juga pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$.

$$\tilde{V} \equiv -2x + 4y - 14z - 7 = 0$$

$$= -2(2) + 4(-3) - 14(6) - 7$$

$$= -4 - 12 - 84 - 7 = -107 \neq 0$$

Karena $(\vec{g}.\vec{V} = 0)$, tetapi untuk sebarang titik *fuzzy* A pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$ tidak terletak pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$. Berarti garis *fuzzy* $\tilde{g}$ sejajar bidang *fuzzy* $\tilde{V}$.

3. Pada permasalahan dalam kategori ini derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi $(\mu_{\widetilde{g}}(\tilde{g}, Q_i))$, $(Q_i \in \tilde{V})$ merupakan irisan dari derajat keanggotaan ketebalan garis *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{g}}$ dengan derajat keanggotaan ketebalan bidang *fuzzy* proyektor $\mu_{\tilde{V}}$.

$$\mu_{\widetilde{g}}(\tilde{g}, Q_{p-n_i}) = \min(\mu_{\tilde{g}}, \mu_{\tilde{V}})$$

$$= \min(0{,}5 \ , \ 0{,}7)$$

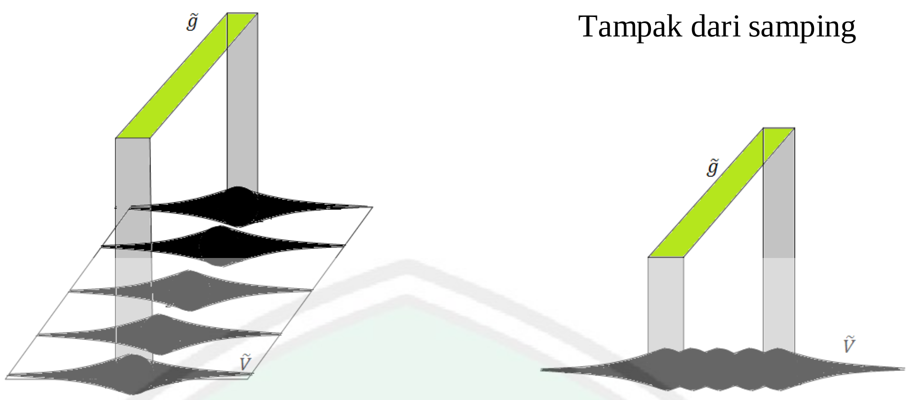
$$= 0{,}5$$

4. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa bidang *fuzzy*

$$\widetilde{g}' = \{-2x + 4y - 14z - 7 = 0 | \mu_{\widetilde{g}}\}$$

Karena $\widetilde{g}' \in \tilde{V}$, dengan ketebalan sebagai berikut:

$$\mu_{\widetilde{g}} = \mu_{\tilde{g}} \cap \mu_{\tilde{V}}$$

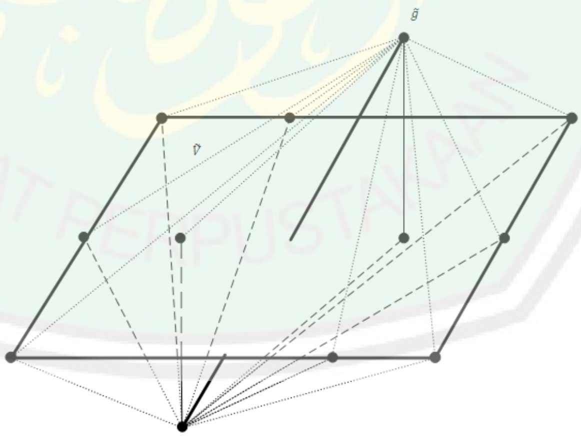


Gambar 3. 8 Hasil Proyeksi Garis *Fuzzy* $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x-2}{3} = \frac{(y+3)}{-2} = \frac{(z-6)}{-1}\right\} \middle| 0{,}5\right)$ pada Bidang *Fuzzy* $\tilde{V} = \{-2x + 4y - 14z - 7 = 0|0{,}7\}$

■ = Garis $\tilde{g}$ yang diproyeksikan.

■ = Bidang proyektor $\tilde{V}$ sekaligus hasil proyeksi berupa bidang $\widetilde{g'} \in \tilde{V}$.

C. Proyeksi Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ pada Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$ Jika Keduanya Tidak Saling Tegak lurus dan Tidak Sejajar



Gambar 3. 9 Proyeksi Geometri *Fuzzy* Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ Terhadap Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$ dimana $\tilde{g}$ Tidak Tegak lurus dan Tidak Sejajar Bidang $\tilde{V}$

Kemungkinan proyeksi ini terjadi jika dan hanya jika vektor arah garis *fuzzy* tidak sama dengan vektor normal bidang *fuzzy*, hasil kali titik *fuzzy* kedua vektor tidak sama dengan nol atau tidak sejajar dan sebarang titik *fuzzy* anggota garis *fuzzy* $\tilde{g}$. Untuk mengetahui hasil proyeksi geometri *fuzzy* dapat dicari dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Diberikan garis *fuzzy* $\tilde{g}$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ sebagai unsur proyektor.

2. $\tilde{g}_p(x_{\tilde{g}_p}, y_{\tilde{g}_p}, z_{\tilde{g}_p})$ merupakan titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$ yang mempunyai jarak terdekat dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dan $\tilde{Q}_p(x_{\tilde{Q}_p}, y_{\tilde{Q}_p}, z_{\tilde{Q}_p})$ merupakan titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ dimana $\tilde{g}_p\tilde{Q}_p \perp \tilde{V}$, menurut Larson dan Edward (2010: 765) dapat dicari jarak terdekat antara garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, yang dinotasikan v dengan syarat garis *fuzzy* $\tilde{g}$ tidak berpotongan dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$. Jika garis *fuzzy* g berpotongan dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, maka v bernilai 0, jika tidak berpotongan maka dapat dicari dengan langkah yang peneliti definisikan *similar* dengan persamaan (3) pada bab sebelumnya yaitu sebagai berikut :

$$v = \sqrt{\left(x_{\tilde{Q}_p} - x_{\tilde{g}_p}\right)^2 + \left(y_{\tilde{Q}_p} - y_{\tilde{g}_p}\right)^2 + \left(z_{\tilde{Q}_p} - z_{\tilde{g}_p}\right)^2}$$

   Kemudian menurut Larson dan Edward (2010: 765) dapat dicari jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i(x_{\tilde{g}_i}, y_{\tilde{g}_i}, z_{\tilde{g}_i}), (\tilde{g}_i \in \tilde{g})$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i(x_{\tilde{Q}_i}, y_{\tilde{Q}_i}, z_{\tilde{Q}_i}), (\tilde{Q}_i \in \tilde{V})$. dimana w adalah jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i$ yang peneliti definisikan *similar* dengan persamaan (3) pada bab sebelumnya yaitu sebagai berikut:

$$w_i = \sqrt{(x_{\tilde{Q}_i} - x_{\tilde{g}_i})^2 + (y_{\tilde{Q}_i} - y_{\tilde{g}_i})^2 + (z_{\tilde{Q}_i} - z_{\tilde{g}_i})^2}$$

3. Selanjutnya menurut Djauhari (1990:55) dapat dicari derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ antara garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dengan $\tilde{R}$ merupakan notasi

relasi dari titik-titik *fuzzy* pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$ ke titik-titik *fuzzy* pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, $(\tilde{R} \subset \tilde{g} \times \tilde{V})$ sebagai berikut:

$$\tilde{R} = [\{(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)\} | (\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) \in \tilde{g} \times \tilde{V}]$$

dengan

$\tilde{g}_i$ = Titik-titik *fuzzy* elemen pada garis *fuzzy* $\tilde{g}$, $\{\tilde{g}_i \in \tilde{g} \;, i = p - n_i, \dots, p-2, p-1, p, p+1, p+2, \dots, p+n_i\}$

$\tilde{Q}_i$ = Titik-titik *fuzzy* elemen pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, $\tilde{Q}_i \in \tilde{V} \;, i = p - n_i, \dots, p-2, p-1, p, p+1, p+2, \dots, p+n_i\}$

Derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ bisa diketahui dengan fungsi berikut :

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) = e^{-(w_i - v)^{0,5}}$$

dengan

v = Jarak terdekat garis *fuzzy* $\tilde{g}$ pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$

w_i = Jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan $\tilde{Q}_i$

Derajat keanggotaan relasi tersebut merupakan representasi dari seberapa besar atau kuat relasi antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$, dengan berasumsi jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan $\tilde{Q}_i \in \tilde{V}$ semakin dekat, maka kekuatan $\mu_{\tilde{R}}$ semakin besar. Sedangkan jika jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan $\tilde{Q}_i$ semakin jauh maka berlaku sebaliknya. Akan tetapi kekuatan relasi tersebut masih berada dalam interval [0,1].

Relasi tersebut dapat digambar ke dalam tabel matriks berikut:

Tabel 3. 9 Tabel Matriks Relasi Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ dan Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$, dimana $\tilde{g}$ Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar $\tilde{V}$, $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n_i}$	⋯	$\tilde{Q}_{p-1}$	$\tilde{Q}_p$	$\tilde{Q}_{p+1}$	⋯	$\tilde{Q}_{p-n_i}$
$\tilde{g}_1$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-n_i})$	⋯	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p+1})$	⋯	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-n_i})$
$\tilde{g}_2$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-n_i})$	⋯	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-1})$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_p)$	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p+1})$	⋯	$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-n_i})$

$\tilde{g}_3$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p-n_i}\right)$	$\cdots$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p-1}\right)$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_p\right)$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_3, \tilde{Q}_{p+1}\right)$	$\cdots$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_3, Q_{p-n_i}\right)$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$\tilde{g}_n$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-n_i}\right)$	$\cdots$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-1}\right)$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_p\right)$	$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p+1}\right)$	$\cdots$	$\mu_{\tilde{R}}\left(g_n, \tilde{Q}_{p-n_i}\right)$

Sumber: Djauhari, 1990:55

Karena tabel di atas terdiri dari satu kolom dan n baris, maka di ambil harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i\right)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$, sehingga diperoleh satu nilai $\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i\right)$ yang mewakili n baris untuk setiap kolom, untuk mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i\right)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$ digunakan proyeksi relasi $\tilde{R}$, yaitu $p\left(\tilde{R}\right) \subset \tilde{Q}_i$, dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut (Maman, 1990:55):

$$\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}, \tilde{Q}_i\right) = \mu_{p(\tilde{R})}\left(\tilde{Q}_i\right) = \overset{\vee}{\tilde{g}_i} \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i\right)$$

Sehingga didapatkan

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i}\right) &= \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-n_i}\right), \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-n_i}\right), , \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-n_i}\right)\right\} \\
&\vdots \\
\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1}\right) &= \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p-1}\right), \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p-1}\right), \ldots, \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p-1}\right)\right\} \\
\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}, \tilde{Q}_p\right) &= \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_p\right), \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_p\right), \ldots, \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_p\right)\right\} \\
\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1}\right) &= \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p+1}\right), \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p+1}\right), \ldots, \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p+1}\right)\right\} \\
&\vdots \\
\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}\right) &= \text{maks}\left\{\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_1, \tilde{Q}_{p+n_i}\right), \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_2, \tilde{Q}_{p+n_i}\right), , \mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_n, \tilde{Q}_{p+n_i}\right)\right\}
\end{aligned}$$

Sehingga peneliti memperoleh derajat keanggotaan relasi garis *fuzzy* $\tilde{g}$ pada bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ dengan $\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}, \tilde{Q}_i\right)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \{&((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})), \ldots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})), \\
&((\tilde{g}, \tilde{Q}_p) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_p)), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1}) | \mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})), \ldots,
\end{aligned}$$

$((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}))\}$

4. Selanjutnya dicari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{g}}$ dengan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang dinotasikan dengan μ_k.

   $$\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})), \ldots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_p)|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_p)), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})), \ldots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\tilde{g}}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}))\}$$

   Derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi $(\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, Q_i))$ merupakan irisan dari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi $\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_i)$ dengan derajat keanggotaan ketebalan bidang *fuzzy* yang dinotasikan $\mu_{\tilde{V}}$ (Kusumadewi dan Purnomo, 2004:25).

   $$\begin{aligned} \mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i}) &= \min(\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i}), \mu_{\tilde{V}}) \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1}) &= \min(\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1}), \mu_{\tilde{V}}) \\ \mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_p) &= \min(\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_p), \mu_{\tilde{V}}) \\ \mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1}) &= \min(\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1}), \mu_{\tilde{V}}) \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}) &= \min(\mu_k(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}), \mu_{\tilde{V}}) \end{aligned}$$

   Sehingga didapatkan derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi sebagai berikut

   $$\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})), \ldots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_p)|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_p)), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\tilde{g}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})), \ldots,$$

$$((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\widetilde{g'}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}))\}$$

5. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa bidang *fuzzy*

$$\widetilde{g'} \equiv \left\{Ax + By + Cz + D = 0 \middle| \mu_{\widetilde{g'}}\right\}$$

Dengan koordinat yang sama dengan bidang *fuzzy* proyektor $\tilde{V}$ karena $\widetilde{g'} \in \tilde{V}$, dan dengan ketebalan sebagai berikut:

$$\mu_{\widetilde{g'}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \{((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})|\mu_{\widetilde{g'}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i})), \dots, ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})|\mu_{\widetilde{g'}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-1})),$$

$$((\tilde{g}, \tilde{Q}_p)|\mu_{\widetilde{g'}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_p)), ((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})|\mu_{\widetilde{g'}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+1})), \dots,$$

$$((\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i})|\mu_{\widetilde{g'}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}))\}$$

Contoh 5

Misal diberikan : Bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (7x - 2y - 7z = 10|0{,}5)$

Persamaan garis *fuzzy* $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x-3}{-2} = \frac{(y-2)}{5} = \frac{(z-1)}{-3}\right\} \middle| 0{,}7\right)$

Kemudian carilah hasil proyeksi garis *fuzzy* $\tilde{g}$ terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V}$.

Penyelesaian 5

1. Diberikan garis *fuzzy* $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x-3}{-2} = \frac{(y-2)}{5} = \frac{(z-1)}{-3}\right\} \middle| 0{,}7\right)$ sebagai unsur yang diproyeksikan dan Bidang *fuzzy* $\tilde{V} = (7x - 2y - 7z = 10|0{,}5)$ sebagai unsur proyektor.
2. Sebelum mencari hasil proyeksi, peneliti terlebih dahulu menyelidiki apakah permasalahan ini termasuk dalam kategori garis *fuzzy* $\tilde{g}$ yang tidak saling tegaklurus dan tidak saling sejajar dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$

   Diketahui vektor arah garis *fuzzy* $\tilde{g}$ = [-2, 5, -3] dan normal bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ = [7, -2, -7] tidak saling berkelipatan, jadi terbukti tidak saling tegak lurus. Selanjutnya hasil kali kedua vektor tersebut $[-2{,}5, -3].[7, -2, -7] = -14 - 10 + 21 = -3$. Karena hasil kali kedua vektor diatas tidak sama dengan nol. Berarti garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ tidak saling sejajar. Jadi terbukti tidak saling tegak lurus dan tidak sejajar.

Setelah itu, peneliti mencari jarak terdekat antara garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ yang dinotasikan dengan v. karena garis *fuzzy* $\tilde{g}$ dengan bidang *fuzzy* $\tilde{V}$ saling berpotongan maka $v = 0$. Sedangkan untuk jarak antara titik *fuzzy* $\tilde{g}_i$ dengan titik *fuzzy* $\tilde{Q}_i$ yang didefinisikan dengan w_i, dengan

$$\tilde{g}_i = (1\ \ ,-3\ \ ,4), (3\ \ ,2\ \ ,1), (5\ \ ,7\ \ ,-4), \dots\ \ , \tilde{g}_n$$

Dan

$$\tilde{Q}_i = \tilde{Q}_{p-n_i}, \dots, (1\ \ ,2\ \ ,-1), (3\ \ ,2{:}\,1), (5\ \ ,2\ \ ,3), \dots, \tilde{Q}_{p+n_i}$$

adalah sebagai berikut:

Tabel 3. 10 Tabel Perhitungan w_i

w_i	$\tilde{Q}_{p-n_i}$	…	$\tilde{Q}_{(1\ ,2\ ,-1)}$	$\tilde{Q}_{(3\ ,2:1)}$	$\tilde{Q}_{(5\ ,2\ ,3)}$	…	$\tilde{G}_{p-n_i}$
$\tilde{g}_{(1\ ,-3\ ,4)}$	n	…	7,071	6,164	6,481	…	n
$\tilde{g}_{(3\ ,2\ ,1)}$	n	…	2,828	0	2,828	…	n
$\tilde{g}_{(5\ ,7\ ,-4)}$	n	…	7,071	7,348	8,602	…	n
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮
$\tilde{g}_n$	n	…	n	n	n	…	n

Sumber: Peneliti

3. Selanjutnya mencari derajat keanggotaan relasi $(\mu_{\tilde{R}})$ dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i) = e^{-(w_i - v)^{0,5}}$$

Didapatkan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ sebagai berikut:

Tabel 3. 11 Tabel Matriks Hasil Relasi Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$ dengan Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$, $\tilde{g}$ Tidak Tegak Lurus dan Tidak Sejajar $\tilde{V}$

$\tilde{R}$	$\tilde{Q}_{p-n_i}$	…	$\tilde{Q}_{(1\ ,2\ ,-1)}$	$\tilde{Q}_{(3\ ,2:1)}$	$\tilde{Q}_{(5\ ,2\ ,3)}$	…	$\tilde{G}_{p-n_i}$
$\tilde{g}_{(1\ ,-3\ ,4)}$	n	…	0,070	0,083	0,078	…	n
$\tilde{g}_{(3\ ,2\ ,1)}$	n	…	0,186	1	0,186	…	n
$\tilde{g}_{(5\ ,7\ ,-4)}$	n	…	0,070	0,037	0,053	…	n
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮
$\tilde{g}_n$	n	…	n	n	n	…	n

Sumber: Peneliti

Selanjutnya mencari harga maksimum dari $\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$ yang relatif terhadap variabel $\tilde{g}_i$ dengan proyeksi relasi $\tilde{R}$, yaitu $p(\tilde{R}) \subset Q_i$, dengan fungsi keanggotaan.

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_i) = \mu_{p(\tilde{R})}(\tilde{Q}_i) = \overset{\vee}{\tilde{g}_i}\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}_i, \tilde{Q}_i)$$

Sehingga didapatkan

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p-n_i}) = \text{maks}\,\{n, n, n, \ldots n_i\} = n$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{(1\ ,2\ ,-1)}) = \text{maks}\,\{0{,}070\ \ ,0{,}186\ \ ,0{,}070\ \ ,\ldots\ \ ,n_i\} = 0{,}186$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{(3\ ,2:1)}) = \text{maks}\,\{0{,}083\ \ ,1\ \ ,0{,}037\ \ ,\ldots\ \ ,n_i\} = 1$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{(5\ ,2\ ,3)}) = \text{maks}\,\{0{,}078\ \ ,0{,}186\ \ ,0{,}053\ \ ,\ldots\ \ ,n_i\} = 0{,}186$$

$$\vdots$$

$$\mu_{\tilde{R}}(\tilde{g}, \tilde{Q}_{p+n_i}) = \text{maks}\,\{n, n, n, \ldots n_i\} = n$$

4. Selanjutnya mencari hasil perkalian derajat keanggotaan ketebalan titik *fuzzy* yang diproyeksikan $\mu_{\tilde{s}}$ dan derajat keanggotaan relasi $\mu_{\tilde{R}}$, yang didefinisikan dengan μ_k

$\mu_k\left(\tilde{g},\tilde{Q}_i\right) = \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|n_i),\ldots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{(1\ ,2\ ,-1)})|0{,}7\times 0{,}070),((\tilde{g},\tilde{Q}_{(3\ ,2:1)})|$

$0{,}7\times 1),((\tilde{g},\tilde{Q}_{(5\ ,2\ ,3)})|0{,}7\times 0{,}053),\ldots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|n_i)\}$

$= \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|n_i),\ldots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{(1\ ,2\ ,-1)})|0{,}049),$

$((\tilde{g},\tilde{Q}_{(3\ ,2:1)})|0{,}7),((\tilde{g},\tilde{Q}_{(5\ ,2\ ,3)})|0{,}037),\ldots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|n_i)\}$

Kemudian mencari derajat keanggotaan ketebalan masing-masing titik *fuzzy* hasil proyeksi $(\mu_{\tilde{g}}\left(\tilde{g},\tilde{Q}_i\right))$ yang merupakan irisan $\mu_k\left(\tilde{g},\tilde{Q}_i\right)$ dengan $\mu_{\tilde{V}}$

$\mu_{\tilde{g}}\left(\tilde{g},\tilde{Q}_i\right) = \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|\min(n_i\ ,0{,}5)),\ldots,(\tilde{g},\tilde{Q}_{(1\ ,2\ ,-1)})|$

$\min(0{,}049\ ,0{,}5)),\left((\tilde{g},\tilde{Q}_{(3\ ,2:1)})\right|\min(0{,}7\ ,0{,}5)\Big),$

$\left((\tilde{g},\tilde{Q}_{(5\ ,2\ ,3)})\right|\min(0{,}037\ ,0{,}5)),\ldots,$

$((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|\min(n_i\ ,0{,}5))\}$

$= \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|n_i),\ldots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{(1\ ,2\ ,-1)})|0{,}049),((\tilde{g},\tilde{Q}_{(3\ ,2:1)})|0{,}5)$

$((\tilde{g},\tilde{Q}_{(5\ ,2\ ,3)})|0{,}037),\ldots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|n_i)\}$

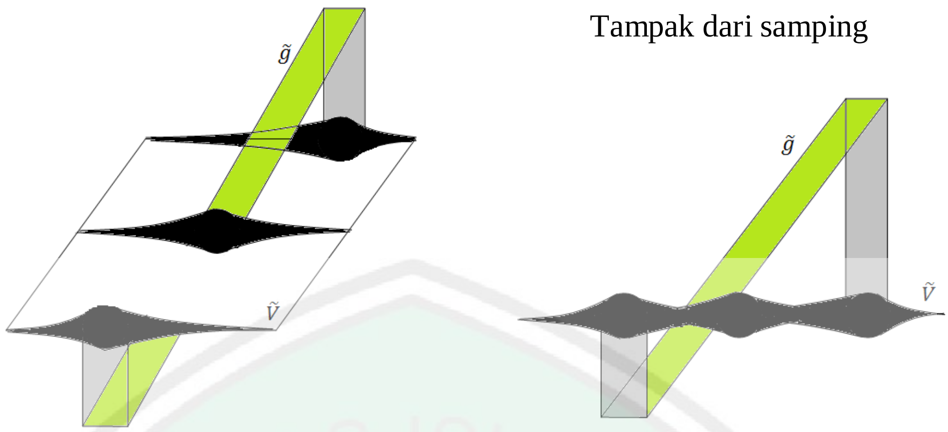
5. Jadi didapatkan hasil proyeksi berupa bidang *fuzzy*

$$\tilde{g}' = \{7x - 2y - 7z = 10|\mu_{\tilde{g}}\}$$

Dengan ketebalan sebagai berikut:

$\mu_{\tilde{g}}\left(\tilde{g},\tilde{Q}_i\right) = \{((\tilde{g},\tilde{Q}_{p-n_i})|n_i),\ldots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{(1\ ,2\ ,-1)})|0{,}049),((\tilde{g},\tilde{Q}_{(3\ ,2:1)})|0{,}5)$

$((\tilde{g},\tilde{Q}_{(5\ ,2\ ,3)})|0{,}037),\ldots,((\tilde{g},\tilde{Q}_{p+n_i})|n_i)$



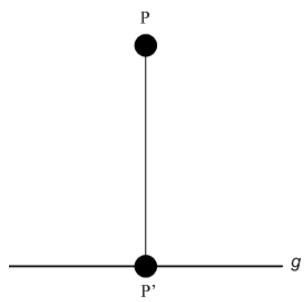
Gambar 3. 10 Hasil Proyeksi Garis $\tilde{g} = \left(\left\{\frac{x-3}{-2} = \frac{(y-2)}{5} = \frac{(z-1)}{-3}\right\} \middle| 0{,}7\right)$ Terhadap Bidang $\tilde{V} = \{7x - 2y - 7z = 10|0{,}5\}$

= Garis $\tilde{g}$ yang diproyeksikan.

= Bidang $\tilde{V}$ proyektor sekaligus hasil proyeksi berupa $\tilde{g} \in \tilde{V}$.

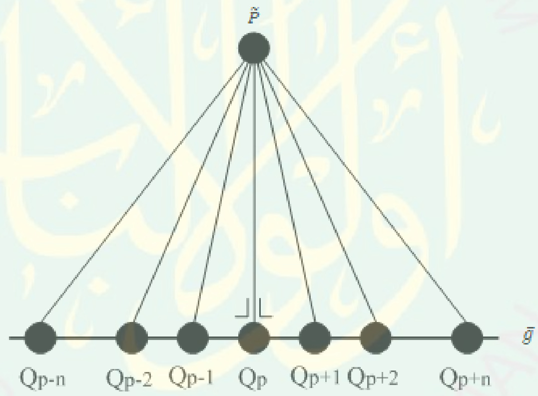
3.3 Perbedaan Proyeksi Tegas dan Proyeksi Geometri *Fuzzy*

Pada dasarnya proyeksi geoemtri tegar dan proyeksi geometri *fuzzy* memiliki konsep yang sama yaitu pembentukan bayangan suatu unsur yang diproyeksikan terhadap unsur proyektor. Pada proyeksi geometri tegas unsur yang diproyeksikan dan unsur proyektor merupakan unsur-unsur geometri umum yang berupa titik, garis, dan bidang yang pembahasannya hanya pada sistem koordinat kartesius. Selain itu pada proyeksi klasik terdapat syarat tegak lurus antara unsur yang diproyeksikan dengan unsur proyektor, sehingga hasil proyeksi terbatas antara ada dan tidak adanya hasil proyeksinya pada syarat tersebut. Seperti yang digambarkan berikut ini



Gambar 3. 11 Proyeksi Geometri Tegas Titik P pada Garis g

Akan tetapi pada proyeksi geometri *fuzzy* konsep proyeksi geometri *fuzzy* berkembang lebih luas. Pada proyeksi geometri *fuzzy* unsur-unsur geometri seperti titik *fuzzy*, garis *fuzzy*, dan bidang *fuzzy* pembahsannya tidak hanya tentang koordinat tetapi juga dibahas tentang ketebalan unsur-unsur geometri tersebut, yang direpresentasikan dengan derajat keanggotaan. sedangkan untuk hasilnya, pada proyeksi geometri *fuzzy* cenderung lebih global karena semua anggota unsur proyektor dianggap sebagai hasil proyeksi unsur tersebut dengan derajat keanggotaan ketebalan tertentu, yang mana derajat keanggotaan ketebalan tersebut dipengaruhi oleh derajat keanggotaan kekuatan relasi antara unsur-unsur yang diproyeksikan dan unsur-unsur proyektor. Seperti pada gambar berikut ini.



Gambar 3. 12 Proyeksi Geometri *Fuzzy* Titik *Fuzzy* $\tilde{P}$ pada Garis *Fuzzy* $\tilde{g}$

Dalam kehidupan sehari-hari proyeksi geometri dapat dihubungkan dengan orang-orang bertaqwa dan kafir. Yang mana dalam surat Al-Baqarah ayat 2-5 dijelaskan salah satu ciri-ciri orang yang bertaqwa.

ذَٰلِكَ ٱلْكِتَٰبُ لَا رَيْبَ ۛ فِيهِ ۛ هُدًى لِّلْمُتَّقِينَ ﴿٢﴾ ٱلَّذِينَ يُؤْمِنُونَ بِٱلْغَيْبِ وَيُقِيمُونَ ٱلصَّلَوٰةَ
وَمِمَّا رَزَقْنَٰهُمْ يُنفِقُونَ ﴿٣﴾ وَٱلَّذِينَ يُؤْمِنُونَ بِمَآ أُنزِلَ إِلَيْكَ وَمَآ أُنزِلَ مِن قَبْلِكَ وَبِٱلْءَاخِرَةِ هُمْ
يُوقِنُونَ ﴿٤﴾ أُو۟لَٰٓئِكَ عَلَىٰ هُدًى مِّن رَّبِّهِمْ ۖ وَأُو۟لَٰٓئِكَ هُمُ ٱلْمُفْلِحُونَ ﴿٥﴾

Artinya : Kitab (Al Quran) ini tidak ada keraguan padanya, petunjuk bagi mereka yang bertaqwa, (yaitu) mereka yang beriman kepada yang ghaib, yang mendirikan shalat, dan menafkahkan sebahagian rezki yang Kami anugerahkan kepada mereka. dan mereka yang beriman kepada kitab (Al Quran) yang telah diturunkan kepadamu dan Kitab-Kitab yang telah diturunkan sebelummu, serta mereka yakin akan adanya (kehidupan) akhirat. mereka Itulah yang tetap mendapat petunjuk dari Tuhan mereka, dan merekalah orang-orang yang beruntung.

Sedangkan orang yang kafir mempunyai ciri-ciri yang telah disebutkan dalam surat Al Baqarah ayat 6-16 yang berbunyi.

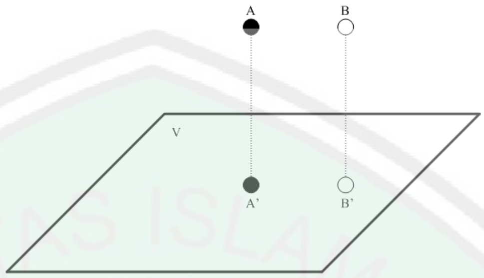
إِنَّ ٱلَّذِينَ كَفَرُواْ سَوَآءٌ عَلَيۡهِمۡ ءَأَنذَرۡتَهُمۡ أَمۡ لَمۡ تُنذِرۡهُمۡ لَا يُؤۡمِنُونَ ﴿٦﴾ خَتَمَ ٱللَّهُ عَلَىٰ
قُلُوبِهِمۡ وَعَلَىٰ سَمۡعِهِمۡۖ وَعَلَىٰٓ أَبۡصَٰرِهِمۡ غِشَٰوَةٞۖ وَلَهُمۡ عَذَابٌ عَظِيمٞ ﴿٧﴾ وَمِنَ ٱلنَّاسِ مَن
يَقُولُ ءَامَنَّا بِٱللَّهِ وَبِٱلۡيَوۡمِ ٱلۡأٓخِرِ وَمَا هُم بِمُؤۡمِنِينَ ﴿٨﴾ يُخَٰدِعُونَ ٱللَّهَ وَٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ وَمَا
يَخۡدَعُونَ إِلَّآ أَنفُسَهُمۡ وَمَا يَشۡعُرُونَ ﴿٩﴾ فِي قُلُوبِهِم مَّرَضٞ فَزَادَهُمُ ٱللَّهُ مَرَضٗاۖ وَلَهُمۡ عَذَابٌ
أَلِيمُۢ بِمَا كَانُواْ يَكۡذِبُونَ ﴿١٠﴾ وَإِذَا قِيلَ لَهُمۡ لَا تُفۡسِدُواْ فِي ٱلۡأَرۡضِ قَالُوٓاْ إِنَّمَا نَحۡنُ
مُصۡلِحُونَ ﴿١١﴾ أَلَآ إِنَّهُمۡ هُمُ ٱلۡمُفۡسِدُونَ وَلَٰكِن لَّا يَشۡعُرُونَ ﴿١٢﴾ وَإِذَا قِيلَ لَهُمۡ ءَامِنُواْ كَمَآ
ءَامَنَ ٱلنَّاسُ قَالُوٓاْ أَنُؤۡمِنُ كَمَآ ءَامَنَ ٱلسُّفَهَآءُۗ أَلَآ إِنَّهُمۡ هُمُ ٱلسُّفَهَآءُ وَلَٰكِن لَّا يَعۡلَمُونَ ﴿١٣﴾
وَإِذَا لَقُواْ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ قَالُوٓاْ ءَامَنَّا وَإِذَا خَلَوۡاْ إِلَىٰ شَيَٰطِينِهِمۡ قَالُوٓاْ إِنَّا مَعَكُمۡ إِنَّمَا نَحۡنُ
مُسۡتَهۡزِءُونَ ﴿١٤﴾ ٱللَّهُ يَسۡتَهۡزِئُ بِهِمۡ وَيَمُدُّهُمۡ فِي طُغۡيَٰنِهِمۡ يَعۡمَهُونَ ﴿١٥﴾ أُوْلَٰٓئِكَ ٱلَّذِينَ ٱشۡتَرَوُاْ
ٱلضَّلَٰلَةَ بِٱلۡهُدَىٰ فَمَا رَبِحَت تِّجَٰرَتُهُمۡ وَمَا كَانُواْ مُهۡتَدِينَ ﴿١٦﴾

Artinya : Sesungguhnya orang-orang kafir, sama saja bagi mereka, kamu beri peringatan atau tidak kamu beri peringatan, mereka tidak juga akan beriman. Allah telah mengunci-mati hati dan pendengaran mereka, dan penglihatan mereka ditutup. dan bagi mereka siksa yang Amat berat. di antara manusia ada yang mengatakan: "Kami beriman kepada Allah dan hari kemudian," pada hal mereka itu Sesungguhnya bukan orang-orang yang beriman. mereka hendak menipu Allah dan orang-orang yang beriman, Padahal mereka hanya menipu dirinya sendiri sedang mereka tidak sadar. dalam hati mereka ada penyakit, lalu ditambah Allah penyakitnya , dan bagi mereka siksa yang pedih, disebabkan mereka berdusta. dan bila dikatakan kepada mereka:"Janganlah kamu membuat kerusakan di muka bumi". mereka menjawab: "Sesungguhnya Kami *orang-orang yang Mengadakan perbaikan."Ingatlah, Sesungguhnya mereka Itulah orang-orang yang membuat kerusakan, tetapi mereka tidak sadar. apabila dikatakan kepada mereka: "Berimanlah kamu sebagaimana orang-orang lain telah beriman." mereka menjawab: "Akan berimankah Kami sebagaimana orang-orang yang bodoh itu telah beriman?" Ingatlah, Sesungguhnya merekalah orang-orang yang bodoh , tetapi mereka tidak tahu. dan bila mereka berjumpa dengan orang-orang yang beriman, mereka mengatakan: "Kami telah beriman". dan bila mereka kembali kepada syaitan-syaitan mereka, mereka mengatakan: "Sesungguhnya Kami sependirian dengan kamu, Kami hanyalah berolok-olok."Allah akan (membalas) olok-olokan mereka dan membiarkan mereka terombang-ambing dalam kesesatan mereka. mereka Itulah orang yang membeli kesesatan dengan petunjuk, Maka tidaklah beruntung perniagaan mereka dan tidaklah mereka mendapat petunjuk.*

Kedua golongan diatas bisa digambarkan dalam proyeksi geometri *fuzzy* yakni manusia sebagai obyek yang akan diproyeksikan. Keimanan dan kekafiran sebagai garis hunbung antara titik yang diproyeksikan terhadap garis sebagai bidang proyektornya yang saling tegak lurus, dan hasil proyeksinya berupa balasan yang mana orang-orang bertaqwa akan beruntung sedangkan orang-orang kafir merugi.

Tingkat keimanan manusia di dunia ini sangatlah berbeda-beda. Jika dilihat sifat-sifat yang sesuai dengan surat Al-Baqarah ayat 2-5 tingkat keimanan manusia yang paling sempurna adalah Nabi Muhammad SAW. Sedangkan yang terdapat dalam surat Al-Baqarah ayat 6-16 adalah orang yang sama sekali tidak mempunyai keimanan atau kafir seperti Fir’aun. Sedangkan kebanyakan dari manusia sering lalai dalam melaksanakan perintah Allah. Sehingga dapat mengurangi tingkat keimanan manusia sehingga hal ini mengurangi tingkat keimanan seseorang, namu masih tergolong orang-orang yang beriman.

Bentuk di atas jika dihubungkan dengan *fuzzy* yang memiliki derajat keanggotaan maka tingkat keimanan Nabi Muhammad SAW adalah 1 dan tingkat keimanan Fir'aun adalah 0. Sedangkan seorang manusia biasa yang terkadang lalai bisa dikatakan tingkat keimanannya berkisar antara 0 dan 1. Jika digambarkan secara matematis akan tampak seperti berikut:

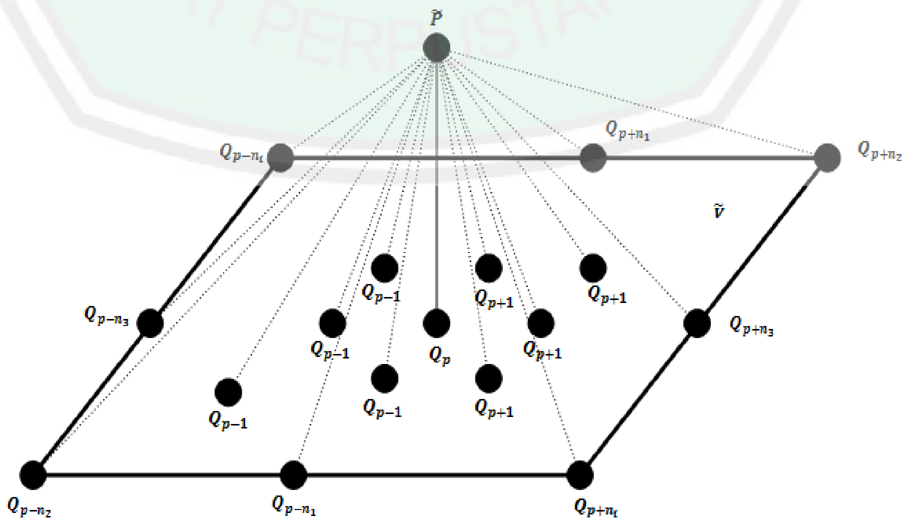


Gambar 3. 13 Proyeksi Titik *A* dan *B*

dimana :

V	= Bidang yang mewakili hasil perbuatan
A	= Orang yang beriman
B	= Orang kafir
A'	= Balasan orang yang beriman
B'	= Balasan orang kafir

Sedangkan dalam proyeksi geometri *fuzzy* secara matematis dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 3. 14 Proyeksi Titik *Fuzzy* $\tilde{P}$ Terhadap Bidang *Fuzzy* $\tilde{V}$

dimana :

$\tilde{V}$ = Bidang *fuzzy* yang mewakili hasil perbuatan

$\tilde{P}$ = Golongan orang-orang yang beriman

$\tilde{Q}'_p$ = Variabel yang mewakili balasan perbuatan

$\tilde{Q}'_{p-n_i}$ = Variabel yang mewakili balasan perbuatan, dengan $n_i \in \mathbb{R}$

$\tilde{Q}'_{p+n_i}$ = Variabel yang mewakili balasan perbuatan, dengan $n_i \in \mathbb{R}$

Dalam proyeksi geometri *fuzzy*, sebagai manusia yang terkadang lalai jika diproyeksikan akan mendapatkan hasil proyeksi geometri *fuzzy* berupa balasan yang tergantung tingkat kelalaiannya. Gambar diatas menunjukkan bahwa semakin kuat atau tebal maka akan semakin kuat keimanan manusia dengan sang maha pemberi balasan (Allah SWT). Apabila keimanan manusia dengan Allah semakin kuat maka manusia tersebut akan semakin menjadi orang-orang yang beruntung pula kelak di dunia maupun akhirat nanti. Jarak terdekat antara $\tilde{P}$ dengan $\tilde{Q}'_p$ adalah 1 yang menggambarkan tingkat keimanan Nabi Muhammad SAW, sedangkan jarak $\tilde{P}$ dengan $\tilde{Q}'_{p-n_i}$ atau jarak $\tilde{P}$ dengan $\tilde{Q}'_{p+n_i}$ adalah antara 0 dan 1 yang menggambar keimanan manusia biasa. Semakin manusia itu lalai maka semakin lemah keimanan dan semakin berkurang juga petunjuk dan keberuntungan yang Allah berikan kepada manusia tersebut.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada Bab III, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang, yaitu:
   a. Prosedur proyeksi geometri *fuzzy* pada bidang diawali dengan mencari koordinat hasil proyeksi yang saling tegak lurus suatu unsur yang diproyeksikan terhadap unsur proyektor.
   b. Selanjutnya mencari derajat keanggotaan relasi masing-masing unsur yang didefinisikan sebagai berikut ini

      Untuk poyeksi titik *fuzzy* $\tilde{P}$ terhadap garis *fuzzy* $\tilde{g}$

      $$\tilde{R} = \left[\left\{\left(\tilde{P},\tilde{Q}_i\right)|\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P},\tilde{Q}_i\right)\right\}|\left(\tilde{P},\tilde{Q}_i\right) \in \tilde{P} \times \tilde{g}\right]$$

      Untuk poyeksi titik *fuzzy* $\tilde{P}$ terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V}$

      $$\tilde{R} = \left[\left\{\left(\tilde{P},\tilde{Q}_i\right)|\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{P},\tilde{Q}_i\right)\right\}|\left(\tilde{P},\tilde{Q}_i\right) \in \tilde{P} \times \tilde{V}\right]$$

      Untuk poyeksi garis *fuzzy* $\tilde{g}$ terhadap bidang *fuzzy* $\tilde{V}$

      $$\tilde{R} = \left[\left\{\left(\tilde{g}_i,\tilde{Q}_i\right)|\mu_{\tilde{R}}\left(\tilde{g}_i,\tilde{Q}_i\right)\right\}|\left(\tilde{g}_i,\tilde{Q}_i\right) \in \tilde{g} \times \tilde{V}\right]$$

   c. Mencari hasil kali derajat keanggotaan unsur yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi masing-masing unsur.
   d. Mencari hasil proyeksi dengan derajat keanggotaan yang merupakan irisan hasil kali derajat keanggotaan unsur yang diproyeksikan dan derajat keanggotaan relasi masing-masing unsure dengan derajat keanggotaan unsur proyektor.

2. Perbedaan proyeksi geometri tegas dan proyeksi geometri *fuzzy* yaitu
   a. Pada proyeksi geometri tegas unsur yang diproyeksikan dan unsur proyektor hanya bersifat *bivalue*, yaitu ada dan tidak ada. Sedangkan pada proyeksi geometri *fuzzy* unsur geometri bersifat *multivalue*, dengan ketebalan yang yang direpresentasikan dengan derajat keanggotaan dalam interval [0,1].
   b. pada proyeksi geometri *fuzzy* cenderung lebih global dibandingkan dengan proyeksi geometri tegas karena pada proyeksi geometri tegas terdapat syarat tegak lurus antara unsur yang diproyeksikan dengan unsur proyektor, sehingga hasil proyeksi terbatas antara ada dan tidak adanya hasil proyeksinya pada syarat tersebut, sedangkan pada geometri *fuzzy* semua anggota unsur proyektor dianggap sebagai hasil dari unsur yang diproyeksikan tersebut dengan derajat keanggotaan ketebalan tertentu. Derajat keanggotaan ketebalan tersebut dipengaruhi oleh derajat keanggotaan kekuatan relasi antara unsur-unsur yang diproyeksikan dan unsur-unsur proyektor.

4.2 Saran

Pada penelitian ini, pembahasan proyeksi geometri *fuzzy* pada ruang masih dalam sistem koordinat kartesius. Oleh karena itu, pada penelitian selanjutnya disarankan untuk mengkaji proyeksi geometri *fuzzy* dalam sistem koordinat polar, bola, silinder dan lain-lain.

DAFTAR PUSTAKA

Alisah, Evawati dan Idris. 2009. *Buku Pintar Matematika*. Jogjakarta: Mitra Pelajar

Casse, Rey. 2006. *Projective Geometry An Introduction*. New york: Oxford University Press Inc.

Djauhari, Maman. 1990. *Himpunan Fuzzy*. Jakarta: Karunika Universitas Terbuka.

Izutsu, Toshihiko. 1993. *Ethico-Religius Concepts in the Qur'an*. Terjemahan Agus Fahri Husein. Yogyakarta: PT. Tiara Wacana.

Krismanto, 2008. *Pembelajaran Sudut dan Jarak dalam Ruang Dimensi Tiga di SMA*. Yogyakarta: Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika.

Kusumadewi, Sri. 2002. *Analisis & Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, Sri dkk. 2006. *Fuzzy Multi-Attribute Decision Making*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, Sri, dan Purnomo, Hari. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Larson, Ron, dan Edwards. Bruce H. 2010. *Calculus*. Belmont: Cengage Learning.

Rich, Barnett. 2002. *Geometri*. Jakarta: Erlangga

Soebari. 1995. *Geometri Analitik*. Malang: FMIPA IKIP MALANG.

Spiegel, R.Murray. 1999. *Analisis Vektor*. Jakarta: Erlangga.

Stein, K. Sherman dan Barchellos, Anthony. 1992. *Calculus and Analytic Geometry*. US: Mc.Graw Hill.

Sundawa, Dadang. 2009. *Teorema Pythagoras dan Garis-Garis pada Segitiga*. (Online: http://www.crayonpedia.org/mw/BSE:Teorema Pythagoras dan Garis-Garis pada Segitiga 8.1 (BAB 5). diakses 7 Mei 2012).

Susilo, Frans. 2006. *Himpunan dan Logika Fuzzy serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Muhammad Izzat Ubaidillah
NIM : 08610024
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skrips : Proyeksi Geometri *Fuzzy* pada Ruang

Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd
Pembimbing II : Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag

No	Tanggal	HAL	Tanda Tangan	
1	20 Maret 2012	Konsultasi BAB I	1.	
2	27 Maret 2012	Konsultasi BAB II	2.	
3	10 April 2012	Konsultasi Kajian Agama BAB I		3.
4	26 Mei 2012	Konsultasi Kajian Agama BAB II		4.
5	12 Juni 2012	Revisi BAB II	5.	
6	19 Juni 2012	Konsultasi BAB III	6.	
7	18 Juli 2012	Konsultasi BAB III	7.	
8	26 Juli 2012	Konsultasi BAB III	8.	
9	06 Agusutus 2012	Konsultasi Bab IV	9.	
10	08 Agusutus 2012	Konsultasi Kajian Agama BAB III		10.
11	09 Agustus 2012	ACC Kajian Agama		11.
12	13 Agustus 2012	ACC Keseluruhan	12.	

Malang, 13 Agustus 2012
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001