MENENTUKAN BILANGAN COVER TITIK DAN COVER SISI PADA GRAF KOMPLIT K_n, GRAF BIPARTISI KOMPLIT $K_{n,n}$ DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT $K_{m,n}$ DENGAN m, n $\in \mathbb{N}$

SKRIPSI

Oleh :

AMANAH YULIANTI
NIM. 05510045

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
MALANG
2010

MENENTUKAN BILANGAN COVER TITIK DAN COVER SISI PADA GRAF KOMPLIT K_n, GRAF BIPARTISI KOMPLIT $K_{n,n}$ DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT $K_{m,n}$ DENGAN m, n $\in \mathbb{N}$

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh :

AMANAH YULIANTI
NIM. 05510045

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
MALANG
2010

MENENTUKAN BILANGAN COVER TITIK DAN COVER SISI PADA GRAF KOMPLIT K_n, GRAF BIPARTISI KOMPLIT $K_{n,n}$ DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT $K_{m,n}$ DENGAN m, n $\in \mathbb{N}$

SKRIPSI

Oleh :

AMANAH YULIANTI
NIM. 05510045

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 17 Februari 2010

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Drs. H. Turmudzi, M. Si	**Abdussakir, M. Pd**
NIP. 19571005 198203 1 006	**NIP. 19751006 200312 1 001**

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M. Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

MENENTUKAN BILANGAN COVER TITIK DAN COVER SISI PADA GRAF KOMPLIT K_n, GRAF BIPARTISI KOMPLIT $K_{n,n}$ DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT $K_{m,n}$ DENGAN m, n $\in \mathbb{N}$

SKRIPSI

Oleh :

AMANAH YULIANTI
NIM. 05510045

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal, 09 April 2010

Susunan Dewan Penguji		**Tanda Tangan**
1. **Penguji Utama**	: **Sri Harini, M. Si** **NIP: 19731014 200112 2 002**	( )
2. **Ketua Penguji**	: **Hairur Rahman, M. Si** **NIP. 19800429 200604 1 003**	( )
3. **Sekretaris**	: **Drs. H. Turmudi, M. Si** **NIP: 19571005 198203 1 006**	( )
4. **Anggota**	: **Abdussakir, M.Pd** **NIP: 19751006 200312 1 001**	( )

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi

Abdussakir, M.Pd
NIP: 19751006 200312 1001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Amanah Yulianti

NIM : 05510045

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 20 Februari 2010

Yang membuat pernyataan

Amanah Yulianti

NIM. 05510045

MOTTO

... لَئِن شَكَرۡتُمۡ لَأَزِيدَنَّكُمۡۖ وَلَئِن كَفَرۡتُمۡ إِنَّ عَذَابِي لَشَدِيدٞ ٧

Artinya: " ... Sesungguhnya jika kamu bersyukur, pasti kami akan menambah (nikmat) kepadamu, dan jika kamu mengingkari (nikmat-Ku), Maka Sesungguhnya azab-Ku sangat pedih" (Q. S. Ibrahim: 7).

إِنَّ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ وَعَمِلُواْ ٱلصَّٰلِحَٰتِ إِنَّا لَا نُضِيعُ أَجۡرَ مَنۡ أَحۡسَنَ عَمَلًا ٣٠

Artinya: " ... Sesunggunya mereka yang beriman dan beramal saleh, tentulah kami tidak akan menyia-nyiakan pahala orang-orang yang mengerjakan amalan(nya) dengan yang baik" (Q. S. Al-Kahfi: 30).

PERSEMBAHAN

Teriring do'a dan rasa syukur teramat besar,
karya ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda H. Khotiman dan Ibunda Hj. Suprihatin yang senantiasa memberikan do'a, dukungan dan hal terbaik bagi ananda. Dari lubuk hati yang paling dalam ananda hanya bisa berkata "Terimakasih atas segala kasih sayang, kebaikan dan pengorbanan kalian sehingga ananda mengerti akan arti ilmu". Semoga amal kalian diterima di sisi Allah. Amin ya rabbal 'alamin.

Kedua adik tersayang, Ari dan Ami yang senantiasa memberikan motivasi serta tulus ikhlas mencurahkan segala cinta dan kasih sayangnya kepadaku.

Ibu Nyai. Hj. Muhassonah Iskandar, terimakasih atas segala nasehat dan amalan-amalan yang diberikan kepadaku selama 6 tahun bersamam. Jasa-jasamu tidak akan pernah aku lupakan.

Keluarga di Sumatera dan Jawa terutama paman Jamingan sekeluarga yang ada di Jombang, terimakasih sudah menjadi wakil dari orang tuaku selama aku berada di Jawa.

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, hidayah dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Agung Muhammad SAW yang mana beliau telah mengantarkan manusia dari jalan kebodohan menuju jalan yang penuh dengan ilmu pengetahuan.

Keberhasilan penulisan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, pengarahan dan bantuan dari berbagai pihak baik berupa pikiran, motivasi, tenaga, maupun do'a dan restu. Karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU. DSc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd selaku Ketua Jurusan Matematika sekaligus dosen pembimbing agama yang telah memberikan bimbingan dan petunjuk serta kemudahan kepada penulis untuk menyusun skripsi.

4. Drs. H. Turmudzi, M.Si selaku dosen pembimbing yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan pengarahan dalam penyelesaian skripsi ini.
5. Jamhuri, M.Si selaku dosen wali yang telah memberikan motivasi dan bimbingan mulai semester satu hingga semester akhir.
6. Segenap dosen Matematika yang telah berjasa memberikan ilmunya, membimbinng dan memberikan motivasi dalam penyelesaian skripsi ini.
7. Kedua orang tua penulis Bapak H. Khotiman dan Ibu Hj. Suprihatin yang tidak pernah berhenti memberikan kasih sayang, do'a dan dorongan semangat kepada penulis selama ini.
8. Teman-teman Matematika angkatan 2005, teman-teman Khodijah kamar 42 dan kamar 11 serta teman-teman kos di Jl. Gajayana 36, terima kasih atas keceriaan yang telah diberikan selama kebersamaan kita.
9. Keluarga besar Gerakan Pramuka GKM 04.335-04.336 UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, terima kasih atas semua pengalaman, dukungan dan motivasinya selama ini.
10. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah banyak membantu penyelesaian skripsi ini.

Semoga Allah SWT, melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa di dunia ini tidak ada yang sempurna. Begitu juga dalam penulisan skripsi ini, yang tidak luput dari kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu, dengan segala ketulusan dan kerendahan hati penulis sangat mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun.

Akhirnya, penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi pembaca pada umumnya.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Februari 2010

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

No Judul **Halaman**

ABSTRAK

Yulianti, Amanah. 2010. *Menentukan Bilangan Cover Titik Dan Cover Sisi Pada Graf Komplit K_n, Graf Bipartisi Komplit $K_{n,n}$ dan Graf Bipartisi Komplit $K_{m,n}$ dengan m, $n \in \mathbb{N}$.* Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: Drs. H. Turmudzi, M. Si dan Abdussakir, M. Pd.

Kata Kunci: Graf Komplit, Graf Bipartisi Komplit, Bilangan Cover Titik, Bilangan Cover Sisi.

Sebuah titik dan sisi dikatakan saling cover pada graf G jika titik dan sisi tersebut *incident* pada G. Titik cover di G merupakan himpunan dari titik-titik yang mengcover semua sisi di G dan sisi cover pada graf G (tanpa titik terisolasi) merupakan himpunan sisi-sisi yang mengcover semua titik di G. Kardinalitas minimum titik cover pada graf G disebut bilangan cover titik (*vertex covering number*) dan dilambangkan dengan $\alpha(G)$. Sedangkan kardinalitas minimum sisi cover pada graf G disebut bilangan cover sisi (*edge covering number*) dan dilambangkan dengan $\alpha_1(G)$. Skripsi ini membahas penentuan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit K_n, graf bipartisi komplit $K_{n,n}$ dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$.

Penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui cara menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit K_n, graf bipartisi komplit $K_{n,n}$ dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$.

Berdasarkan hasil pembahasan, langkah-langkah yang dilakukan dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut: a) Menggambar beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit, b) Mencari himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit, c) Menentukan bilangan cover titik dan cover sisi dengan menghitung kardinalitas minimum dari himpunan cover titik dan himpunan cover sisi, dan d) Mencari pola dari bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit. Pola tersebut kemudian dirumuskan sebagai konjektur dan dibuktikan kebenarannya. Berdasarkan langkah-langkah tersebut, diperoleh bahwa:

1. Jika K_n adalah graf komplit dengan $n \in \mathbb{N}$, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah
$$\alpha(K_n) = (n-1) \text{ dan } \alpha_1(K_n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, \text{dengan n genap} \\ \frac{(n+1)}{2}, \text{dengan n ganjil} \end{cases}$$
2. Jika $K_{n,n}$ adalah graf bipartisi komplit dengan $n \in \mathbb{N}$, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah
$$\alpha(K_{n,n}) = n \text{ dan } \alpha_1(K_{n,n}) = n.$$
3. Jika $K_{m,n}$ adalah graf bipartisi komplit dengan m, $n \in \mathbb{N}$ dan $m < n$, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah
$$\alpha(K_{m,n}) = m \text{ dan } \alpha_1(K_{m,n}) = n.$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika itu pada dasarnya berkaitan dengan pekerjaan menghitung, sehingga tidak salah jika kemudian ada yang menyebut matematika adalah ilmu hitung atau ilmu al-hisab. Dalam urusan hitung-menghitung ini, Allah adalah rajanya. Allah sangat cepat dalam menghitung dan sangat teliti (Abdusysyakir, 2007: 83). Hal tersebut telah dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Ali Imran ayat 199 yang berbunyi:

... إِنَّ ٱللَّهَ سَرِيعُ ٱلْحِسَابِ ﴿١٩٩﴾

Artinya: "... Sesungguhnya Allah amat cepat perhitungan-Nya" (Q. S. Ali Imran: 199).

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdusysyakir, 2007: 79).

Dalam kehidupan sehari-hari banyak permasalahan yang memerlukan pemecahan. Seiring dengan bantuan matematika permasalahan tesebut menjadi lebih mudah dipahami, lebih mudah dipecahkan atau bahkan dapat ditunjukkan bahwa suatu persoalan tidak mempunyai penyelesaian. Untuk keperluan tersebut, perlu dicari pokok permasalahannya dan kemudian dibuat rumusan atau model matematikanya.

Diantara cabang matematika yang banyak manfaatnya untuk kehidupan sehari-hari adalah teori graf. Dengan menggunakan rumusan atau model teori graf yang tepat, suatu permasalahan menjadi semakin jelas, sehingga mudah menganalisisnya. Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek lainnya.

Graf G adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 4).

Graf komplit (*complete graph*) adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung. Graf komplit dengan n titik dinotasikan sebagai K_n (Wilson dan Watkins, 1990: 36). Graf bipartisi (*bipartite graph*) adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi himpunan M dan N sedemikian sehingga setiap sisi graf menghubungkan titik di M ke titik di N. Graf bipartisi komplit adalah graf bipartisi yang setiap titik di partisi M dihubungkan dengan tepat satu sisi ke setiap titik di partisi N. Graf bipartisi komplit dengan m titik pada M dan n titik pada N, dilambangkan dengan $K_{m,n}$ dan jumlah sisi pada graf bipartisi komplit adalah mn (Wilson dan Watkins, 1990: 38).

Sebuah titik dan sisi dikatakan saling cover pada graf G jika titik dan sisi tersebut *incident* pada G. Titik cover di G merupakan himpunan dari titik-titik yang mengcover semua sisi di G dan sisi cover pada graf G (tanpa titik terisolasi) merupakan himpunan sisi-sisi yang mengcover semua titik di G. Kardinalitas minimum titik cover pada graf G disebut bilangan cover titik (*vertex covering number*) dan dilambangkan dengan $\alpha(G)$. Sedangkan kardinalitas minimum sisi cover pada graf G disebut bilangan cover sisi (*edge covering number*) dan dilambangkan dengan $\alpha_1(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 243).

Hal yang menarik untuk dikaji mengenai himpunan cover adalah penentuan α dan α_1. Sejauh ini penelitian tentang penentuan α dan α_1 masih jarang dilakukan. Penelitian yang mirip adalah penentuan β dan β_1 yang dilakukan oleh Denok Sanggrahati (2009). Oleh karena itu, penulis ingin mengkaji tentang himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada graf komplit K_n, graf bipartisi komplit $K_{n,n}$ dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$. Dalam pembahasan ini difokuskan pada penentuan bilangan cover titik dan cover sisi.

Dalam penentuan α dan α_1 penulis yakin akan menemukan rumusnya, karena segala sesuatu itu pasti ada qadarnya (ketentuannya), ada aturan dan ada rumusnya. Hal tersebut terdapat dalam Al-Qur'an surat Al-Furqaan ayat 2 yang berbunyi:

... وَخَلَقَ كُلَّ شَيۡءٖ فَقَدَّرَهُۥ تَقۡدِيرٗا ٢

Artinya: " ... dia Telah menciptakan segala sesuatu, dan dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya" (Q. S. Al-Furqaan: 2)

Berdasarkan uraian tersebut maka penulis tertarik mengambil judul pada skripsi ini yaitu " **Menentukan Bilangan Cover Titik Dan Cover Sisi Pada Graf Komplit K_n, Graf Bipartisi Komplit $K_{n,n}$ dan Graf Bipartisi Komplit $K_{m,n}$ dengan m, n** $\in \mathbb{N}$".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagaimana cara menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit K_n dengan n ∈ ℕ ?
2. Bagaimana cara menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf bipartisi komplit $K_{n,n}$ dengan n ∈ ℕ?
3. Bagaimana cara menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf bipartisi komplit $K_{m,n}$ dengan m, n ∈ ℕ dan m < n?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah:

1. Untuk mengetahui cara menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit K_n dengan n ∈ ℕ.
2. Untuk mengetahui cara menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf bipartisi komplit $K_{n,n}$ dengan n ∈ ℕ.
3. Untuk mengetahui cara menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf bipartisi komplit $K_{m,n}$ dengan m, n ∈ ℕ dan m < n.

1.4 Manfaat Penulisan

a. Bagi penulis

Dengan penulisan ini, diharapkan dapat menambah wawasan dan pengetahuan tentang himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit dan selanjutnya dapat digunakan sebagai sarana untuk mengembangkan pengetahuan tentang ilmu yang diperoleh selama mengikuti perkuliahan khususnya yang berkaitan dengan graf.

b. Bagi Pembaca

Sebagai bahan untuk menambah wawasan pengetahuan tentang himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit.

c. Bagi Lembaga

Dapat digunakan sebagai tambahan bahan pustaka, tambahan sarana pembelajaran dan bahan pengembangan ilmu pengetahuan khususnya ilmu matematika yang berkaitan dengan teori graf

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library research*) atau kajian pustaka, yakni melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi-informasi serta objek yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut. Studi kepustakaan merupakan penampilan argumentasi penalaran keilmuan untuk memaparkan hasil olah pikir mengenai suatu permasalahan atau topik kajian kepustakaan yang dibahas dalam penelitian ini.

Adapun langkah-langkah yang digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Menggambar beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
b. Mencari himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
c. Menentukan bilangan cover titik dan cover sisi dengan menghitung kardinalitas minimum dari himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
d. Mencari pola dari bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit. Pola tersebut kemudian dirumuskan sebagai konjektur dan dibuktikan kebenarannya.

1.6 Sistematikan Penulisan

Sistematika penulisan disini terdiri dari empat bab dan masing-masing bab dibagi menjadi beberapa subbab dengan sistematika sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Bab kedua menguraikan kajian teori yang berkaitan dengan pembahasan, antara lain pengertian graf, adjacent dan incident, derajat titik, graf komplit, graf bipartisi, graf bipartisi komplit, cover titik dan cover sisi serta kajian keagamaan.

BAB III PEMBAHASAN

Pada bab ini berisi tentang analisis himpunan cover titik dan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit disertai dengan pembuktian dari konjektur yang diperoleh.

BAB IV PENUTUP

Berisi tentang kesimpulan dari hasil penelitian dan saran sebagai acuan bagi peneliti selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

2.1.1 Definisi Graf

Graf merupakan salah satu dari cabang ilmu matematika yang sudah banyak aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari, akan tetapi dalam teori graf masih banyak sekali kajian di dalamnya. Graf G terdiri atas himpunan yang tidak kosong dari elemen-elemen yang disebut titik (*vertices* atau *node*) yang dalam penulisan ini disimbolkan dengan V, sedangkan himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) disimbolkan dengan E dan seterusnya menggunakan istilah titik dan sisi.

Secara matematis graf didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 1

Graf G adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 4).

Banyaknya unsur di V disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$, sedangkan banyaknya unsur di E disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G tersebut cukup ditulis dengan p dan q.

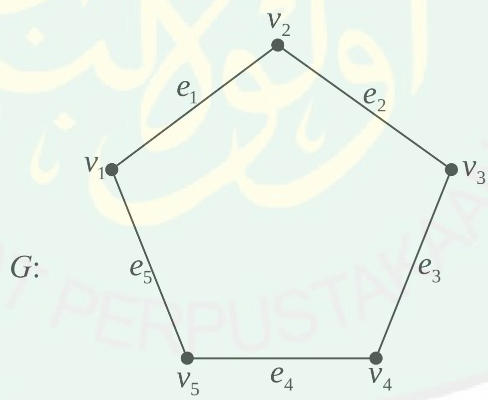
Sedangkan menurut Wilson dan Watkins graf didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2

Graf G terdiri atas himpunan yang tidak kosong dari elemen-elemen yang disebut titik dan suatu daftar pasangan tidak terurut elemen itu yang disebut sisi. Himpunan titik dari graf G disebut himpunan titik G, dinotasikan dengan $V(G)$ dan daftar sisi disebut daftar sisi G, dinotasikan dengan $E(G)$ (Wilson dan Watkins, 1992: 9).

Dari kedua definisi di atas, sama-sama memiliki persamaan yaitu graf G terdiri dari himpunan titik dan sisi. Himpunan titik dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$.

Contoh graf dapat dilihat pada gambar 2.1 di bawah ini:



Gambar 2.1 Graf G yang Terdiri dari Titik dan Sisi.

Pada gambar 2.1 graf G mempunyai 5 titik sehingga $p(G) = 5$ dan mempunyai 5 sisi yaitu $e_1 = v_1v_2$, $e_2 = v_2v_3$, $e_3 = v_3v_4$, $e_4 = v_4v_5$ dan $e_5 = v_1v_5$, sehingga ukuran G adalah $q(G) = 5$.

2.1.2 Adjacent dan Incident

Misalkan v dan u adalah titik-titik dari suatu graf. $e = vu$ merupakan sisi dari graf G, jika v dan u dihubungkan ataupun dikaitkan oleh suatu sisi vu, maka dapat didefinisikan sebagai berikut:

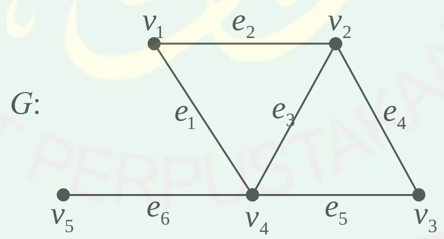
Definisi 3

Sisi $e = vu$ dikatakan menghubungkan titik v dan u. Jika $e = vu$ adalah sisi di graf G, maka v dan u disebut terhubung langsung (*adjacent*), v dan e serta u dan e disebut terkait langsung (*incident*), titik v dan u disebut ujung dari sisi e (Chartrand dan Lesniak, 1986: 4).

Untuk penulisan selanjutnya menggunakan istilah *adjacent* dan *incident*.

Contoh:

Misal $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ maka G dapat digambarkan dalam gambar 2.2 berikut:



Gambar 2.2 Titik dan Sisi yang Adjacent dan Incident

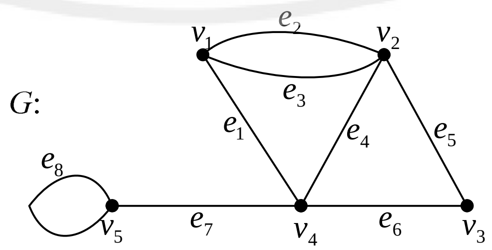
Pada gambar 2.2, order dari G adalah 5, atau dapat ditulis $p(G) = 5$, sedangkan ukuran dari G adalah 6 atau dapat ditulis $q(G) = 6$. Pada gambar 2.2, titik yang terhubung langsung di graf G adalah titik v_1 dan v_2, v_1 dan v_4, v_2 dan v_3, v_2 dan v_4, v_3 dan v_4, serta v_4 dan v_5. Maka dapat dikatakan bahwa titik v_1 *adjacent* dengan titik v_2, titik v_1 *adjacent* dengan titik v_4, titik v_2 *adjacent* dengan titik v_3, titik v_2 *adjacent* dengan titik v_4, titik v_3 *adjacent* dengan titik v_4 dan titik v_4 *adjacent* dengan titik v_5. Titik v_1 dan v_5, titik v_2 dan v_5, serta titik v_3 dan v_5 tidak *adjacent* karena tidak terdapat sisi diantara kedua titik tersebut. Sedangkan titik yang *incident* adalah pada sisi e_1 yang *incident* dengan v_1 dan v_4, pada sisi e_2 yang *incident* dengan v_1 dan v_2, pada sisi e_3 yang *incident* dengan v_2 dan v_4, pada sisi e_4 yang *incident* dengan v_2 dan v_3, pada sisi e_5 yang *incident* dengan v_3 dan v_4, pada sisi e_6 yang *incident* dengan v_4 dan v_5. Sisi e_1 dan e_3 disebut *adjacent* sedangkan e_4 dan e_6 tidak *adjacent*.

Dalam graf terdapat multigraf, definisi multigraf itu sendiri adalah sebagai berikut:

Definisi 4

Sisi yang menghubungkan dua titik yang sama disebut gelang (*loop*). Sedangkan dua sisi atau lebih yang menghubungkan dua titik, maka sisi tersebut dinamakan sisi ganda (*multiple edge*). Jika terdapat suatu graf yang mengandung *loop* atau sisi ganda dinamakan multigraf (Chartrand dan Lesniak, 1986: 4).

Contoh:



Gambar 2.3 Multigraf

Pada gambar 2.3 di atas graf G adalah contoh multigraf karena mengandung *loop*, yaitu sisi e_8 dan mengandung sisi ganda yaitu sisi e_2 dan e_3.

2.1.3 Derajat Titik

Untuk memiliki istilah tertentu bagi banyaknya sisi yang bertemu pada suatu titik, maka digunakan definisi berikut ini:

Definisi 5

Derajat titik v di graf G adalah banyaknya sisi e di G yang *incident* dengan titik v. Derajat titik v di graf G dinotasikan dengan $\deg_G(v)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 7).

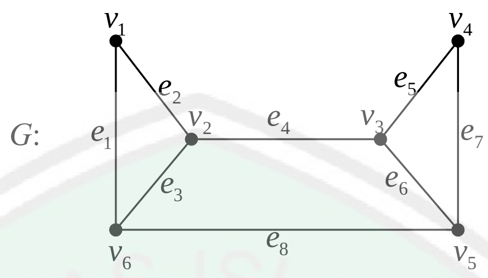
Menurut Wison dan Watkins, derajat titik didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 6

Misal G adalah graf tanpa *loop* dan misal v adalah suatu titik dari G, derajat v adalah banyaknya sisi yang bertemu dengan v dan dinotasikan oleh der v (Wilson dan Watkins, 1992: 11).

Dari kedua definisi derajat titik di atas memilliki perbedaan, Wilson dan Watkins hanya mengatakan graf tanpa *loop* sedangkan Chartrand dan Lesniak tidak. Perbedaan yang lain terletak pada simbol derajat. Akan tetapi menurut Wilson dan Watkins, walaupun derajat suatu titik telah didefinisikan hanya untuk graf tanpa *loop*, definisi ini bisa diperluas untuk graf yang memiliki *loop*, hal ini dilakukan dengan mengingat bahwa setiap *loop* meyumbang 2 pada derajat titiknya.

Perhatikan contoh derajat titik di bawah ini:



Gambar 2.4 Graf dengan Derajat Titik

Berdasarkan gambar 2.4, diperoleh bahwa:

$deg\ (v_1) = 2$

$deg\ (v_2) = 3$

$deg\ (v_3) = 3$

$deg\ (v_4) = 2$

$deg\ (v_5) = 3$

$deg\ (v_6) = 3$

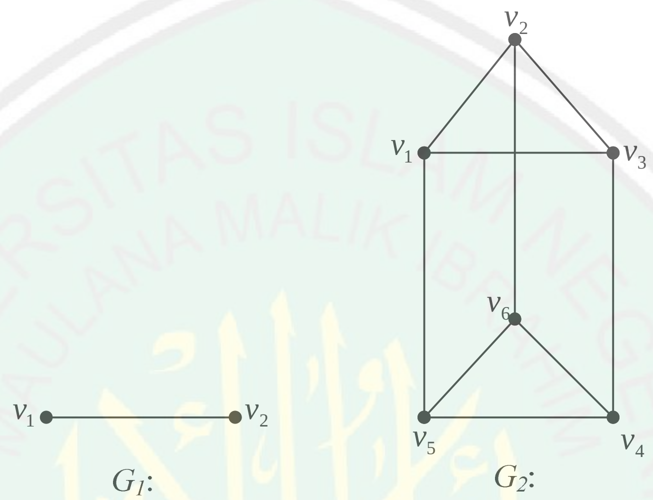
Titik v_2, v_3, v_5 dan v_6 adalah titik yang berderajat ganjil (*odd vertices*), titik v_1 dan v_4 adalah titik yang berderajat genap (*even vertices*).

Jika dalam konteks pembicaraan hanya terdapat satu graf G maka tulisan $\deg_G (v)$ disingkat menjadi deg (v). Titik yang berderajat genap sering disebut titik genap (*even vertices*) dan titik yang berderajat ganjil disebut titik ganjil (*odd vertices*). Titik yang berderajat nol disebut *isolated vertices* dan titik yang berderajat satu disebut titik ujung (*end vertices*) (Chartrand dan Lesniak, 1986: 7).

Jika setiap titik dalam suatu graf mempunyai derajat yang sama maka derajat tersebut disebut dengan graf reguler (*regular graphs*). Sebuah graf G

dikatakan *r* reguler atau reguler berderajat *r* jika setiap titik di *G* mempunyai derajat *r* (Chartrand dan Lesniak, 1986: 9).

Contoh:



Gambar 2.5 Graf Derajat-*r*

Graf G_1 pada gambar 2.5 merupakan graf beraturan-1 karena derajat tiap titiknya adalah 1 dan graf G_2 merupakan graf beraturan-3 karena derajat tiap titiknya adalah 3.

Hubungan antara jumlah derajat semua titik dalam suatu graf *G* dengan banyak sisi, yaitu *q*, adalah

$$\sum_{v \epsilon G} \deg(v) = 2q$$

Hal ini dinyatakan dalam teorema berikut:

Teorema 1

Misal graf *G* dengan banyaknya titik *p* dan banyaknya sisi *q*, dengan *V*(*G*) = $\{v_1, v_2, \ldots, v_p\}$, maka

$$\sum_{i=1}^{p} \deg\ (v_i) = 2q(\text{Chartrand dan Lesniak}, 1986{:}\ 7)$$

Bukti:

Setiap sisi terkait langsung dengan 2 titik. Bila derajat tiap titik tersebut dijumlahkan maka sisi tersebut dihitung 2 kali.

Akibat teorema 1

Pada sebarang graf, banyaknya titik yang berderajat ganjil adalah genap (Chartrand dan Lesniak, 1986: 7).

Bukti:

Misalkan graf *G* dengan sisi sebanyak *q*, maka ambil *W* yang memuat himpunan titik ganjil di *G* serta *U* yang memuat himpunan titik genap di *G*. Dari teorema 1 maka diperoleh:

$$\sum_{v \in G} \deg v = \sum_{v \in W} \deg v + \sum_{v \in U} \deg v = 2q$$

Dengan demikian karena $\sum_{v \in U} \deg v$ genap, maka $\sum_{v \in W} \deg v$ juga genap.

Sehingga |*W*| adalah genap.

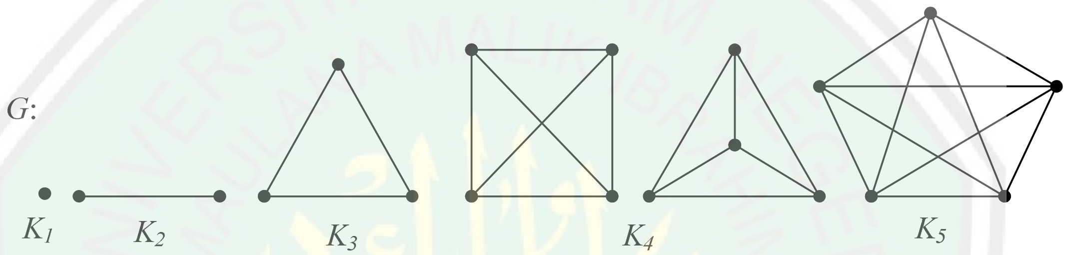
2.1.4 Graf Komplit

Graf komplit atau kata lain dari graf lengkap merupakan salah satu dari jenis graf dan merupakan graf sederhana, yaitu graf yang tidak mengandung *loop* maupun sisi ganda.

Definisi 7

Graf komplit (*complete graph*) adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung. Graf komplit dengan *n* titik dinotasikan sebagai K_n (Wilson dan Watkins, 1992: 36).

Contoh:



Gambar 2.6 Graf Komplit

Gambar di atas merupakan contoh graf komplit dengan jumlah titik sebanyak 1 sampai 6, setiap dua titik yang berbeda dalam masing-masing graf di atas dihubungkan oleh satu sisi, dengan demikian graf-graf tersebut merupakan graf komplit.

2.1.5 Graf Bipartisi

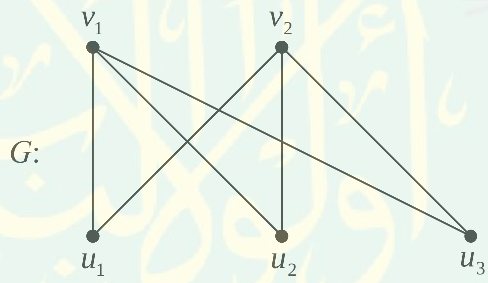
Jenis-jenis graf yang lain yaitu graf bipartisi. Kata lain dari bipartisi adalah bagian, sedangkan bipartisi berarti dua bagian. Oleh karena itu, definisi dari graf bipartisi adalah sebagai berikut:

Definisi 8

Graf bipartisi (*bipartite graph*) adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi himpunan M dan N sedemikian sehingga setiap sisi graf menghubungkan titik di M ke titik N (Wilson dan Watkins, 1990: 38)

Berdasarkan pengertian di atas, simbol M untuk partisi yang pertama atau dapat ditulis M = $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$. Sedangkan simbol N untuk partisi yang kedua atau dapat ditulis N = $\{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$. Himpunan titik dalam satu partisi tidak boleh *adjacent*.

Lebih jelasnya dapat dilihat pada contoh di bawah ini:



Gambar 2.7 Graf Bipartisi

Graf G pada gambar 2.7 adalah graf bipartisi karena himpunan titik di G dapat dipecah menjadi dua himpunan, yaitu M = $\{v_1, v_2\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3\}$. Sehingga masing-masing sisi di G mempunyai ujung di M dan di N.

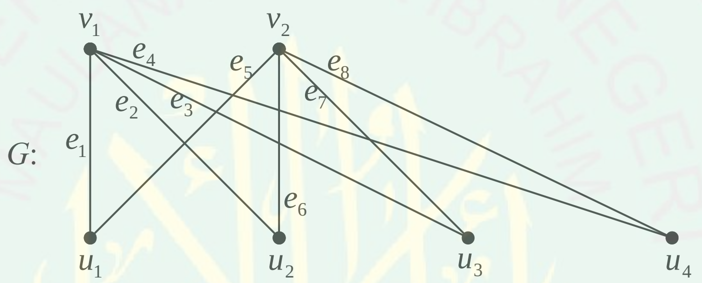
2.1.6. Graf Bipartisi Komplit

Graf bipartisi komplit juga termasuk jenis-jenis graf dan pada sub-sub sebelumnya telah dijelaskan mengenai graf komplit dan graf bipartisi, sedangkan untuk graf bipartisi komplit didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 9

Graf bipartisi komplit adalah graf bipartisi yang setiap titik di partisi M dihubungkan dengan tepat satu sisi ke setiap titik di partisi N. Graf bipartisi komplit dengan *m* titik pada M dan *n* titik pada N, dilambangkan dengan $K_{m,n}$ dan jumlah sisi pada graf bipartisi komplit adalah *mn* (Wilson dan Watkins, 1990: 38).

Contoh:



Gambar 2.8 Graf Bipartisi Komplit

Pada gambar 2.8, $K_{2,4}$ adalah graf bipartisi komplit dengan M = $\{v_1, v_2\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$. Karena jumlah titik di M dinotasikan dengan *m*, maka *m* = 2. Sedangkan jumlah titik di N dinotasikan dengan *n*, maka *n* = 4. Sedemikian hingga sisi yang menghhubungkan titik di M dan titik di N ada 8 sisi.

2.2 Cover Titik dan Cover Sisi

Titik terisolasi pada suatu graf *G* merupakan titik yang tidak memiliki pasangan, atau dengan kata lain titik yang tidak mempunyai sisi, yang berarti graf tersebut memiliki derajat 0.

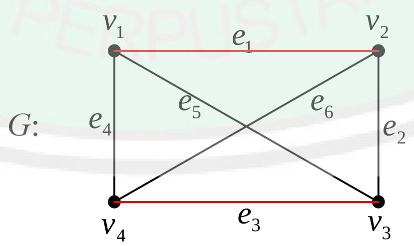
Sebuah titik dan sisi dikatakan saling cover pada graf *G* jika titik dan sisi tersebut *incident* pada *G*. Titik cover di *G* merupakan himpunan dari titik-titik yang mengcover semua sisi di *G* dan sisi cover pada graf *G* (tanpa titik terisolasi) merupakan himpunan sisi-sisi yang mengcover semua titik di *G* (Chartrand dan Lesniak, 1986: 243).

Bilangan kardinal (*cardinal number*) adalah bilangan yang menyatakan berapa banyak benda dalam sebuah himpunan objek. Misalnya, sebuah himpunan terdiri atas 1 meja dan 4 kursi, yang berarti memiliki bilangan kardinal 5 (Sujak, Hasanah dan Ismail, 2008: 26).

Kardinalitas minimum titik cover pada graf *G* disebut bilangan cover titik (*vertex covering number*) dan dilambangkan dengan $\alpha(G)$. Sedangkan kardinalitas minimum sisi cover pada graf *G* disebut bilangan cover sisi (*edge covering number*) dan dilambangkan dengan $\alpha_1(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 243).

Kardinalitas minimum di sini maksudnya adalah banyaknya anggota dari himpunan cover titik dan cover sisi yang diambil minimumnya atau banyaknya anggota terkecil dari titik yang mengcover sisi dan sisi yang mengcover titik.

Untuk lebih jelasnya diberikan contoh di bawah ini:



Gambar 2.9 Cover Titik dan Cover Sisi pada graf *G*

$\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ merupakan himpunan titik pada *G*. $\{v_1, v_2, v_3\}$, $\{v_1, v_2, v_4\}$, $\{v_2, v_3, v_4\}$, $\{v_1, v_3, v_4\}$ dan $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ adalah himpunan cover titik.

Jadi bilangan cover titik di *G* adalah $\alpha(G) = 3$.

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ merupakan himpunan sisi pada G. Himpunan cover sisi dapat terjadi pada $\{e_1, e_3\}$, $\{e_2, e_4\}$, $\{e_5, e_6\}$, $\{e_1, e_3\ e_6\}$, $\{e_1, e_4, e_5\}$ dan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$, salah satunya seperti terlihat pada gambar 2.9 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di G adalah $\alpha_1(G) = 2$.

2.3 Kajian Keagamaan

Semua yang ada di alam ini ada ukurannya, ada hitung-hitungannya, ada rumusnya, atau ada persamaannya. Ahli matematika atau fisika tidak membuat suatu rumus sedikitpun. Mereka hanya menemukan rumus atau persamaan. Albert Einstein tidak membuat rumus $e = m\,D^2$, dia hanya menemukan dan menyimbolkannya. Rumus-rumus yang ada sekarang bukan diciptakan manusia, tetapi sudah disediakan. Manusia hanya menemukan dan menyimbolkannya dalam bahasa matematika. Lihatlah bagaimana Archimedes menemukan hitungan mengenai volume benda melalui media air. Hukum Archimedes itu sudah ada sebelumnya, dan dialah yang menemukan pertama kali melalui hasil menelaah dan membaca ketetapan Allah.

Bola merupakan suatu bentuk bangun geometri. Jika memperhatikan bentuk lintasan bumi saat mengelilingi matahari, demikian juga lintasan-lintasan planet lain saat mengelilingi matahari, ternyata lintasannya berbentuk ellips. Ellips juga merupakan bangun geometri. Geometri merupakan suatu cabang matematika. Penentuan bilangan cover titik dan cover sisi yang akan dibahas pada skripsi ini mempunyai langkah-langkah tersendiri. Salah satu langkah-langkah tersebut yaitu mencari pola dari bilangan cover titik dan cover sisi yang kemudian pola tersebut dirumuskan sebagai konjektur dan dibuktikan kebenarannya. Firman Allah yang menyatakan hal tersebut terdapat dalam Al-Qur'an surat Al-Baqarah ayat 111 yang berbunyi:

... قُلْ هَاتُوا۟ بُرْهَـٰنَكُمْ إِن كُنتُمْ صَـٰدِقِينَ ﴿١١١﴾

Artinya: " ... Katakanlah: "Tunjukkanlah bukti kebenaranmu jika kamu adalah orang yang benar" (Q. S. Al-Baqarah: 111).

Menurut Abu Aliyah, Mujahid, As-Saddi, dan Ar-Rabbi' Ibnu Anas, arti burhanakum ialah hujah (alasan) kalian, sehingga kalian berani mengatakan demikian. Sedangkan menurut Qatadah artinya bukti kalian atas hal tersebut (Ibnu Katsir Ad-dimasyqi, 2000: 834).

Alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi. Perhatikan firman Allah dalam Al-Qur'an surat Al-Qamar ayat 49 berikut:

إِنَّا كُلَّ شَىْءٍ خَلَقْنَـٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

*Artinya: " ... Sesungguhnya kami menciptakan segala sesuatu menurut uku*ran" (Q. S. Al-Qamar: 49).

Dalam Al-Qur'an kata *qadar* dari segi bahasa dapat berarti ketentuan yang tidak bertambah atau berkurang, atau berarti kuasa. Tetapi karena ayat tersebut berbicara tentang segala sesuatu yang berada dalam kuasa Allah SWT, maka adalah lebih tepat memahaminya dalam arti ketentuan dan sistem yang telah ditetapkan terhadap segala sesuatu, tidak hanya terbatas pada salah satu aspeknya saja. Manusia misalnya, telah ada *qadar* yang ditetapkan Allah SWT baginya. Selaku jenis makhluk hidup ia dapat makan, minum dan berkembang biak melalui sistem yang ditetapkan-Nya. Manusia memiliki petensi baik dan buruk, mereka dituntut untuk mempertanggungjawabkan pilihannya. Manusia dianugerahi Allah SWT petunjuk dengan kedatangan sekian Rasul untuk membimbing mereka. Akalpun dianugerahkan-Nya kepada mereka, demikian seterusnya yang kesemuanya dan yang selainnya termasuk dalam sistem yang sangat tepat, teliti dan akurat yang telah ditetapkan Allah SWT. Demikian juga Allah SWT telah menetapkan sistem dan *qadar* untuk ganjaran atau balasan-Nya yang diberikan kepada setiap orang (Shihab, 2003: 482).

Berdasarkan uraian di atas, penulis mencoba memberikan penjelasan lebih mendalam mengenai *qadar* atau aturan dari berbagai sumber yang bisa dijadikan sebagai dasar atau acuan. Untuk merelevansikan kata *qadar* dengan pembahasan skripsi ini, penulis mengambil topik mengenai bagaimana menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit. Bilangan cover ini akan berbentuk rumus yang nilainya bergantung pada banyaknya titik pada graf komplit dan graf bipartisi komplit. Penulis sangat yakin akan menemukan rumus tersebut, karena telah dijamin bahwa segala sesuatu ada *qadar*nya, ada aturannya dan ada rumusnya. *Qadar* dalam pembahasan ini dapat dimaknai bilangan cover titik dan cover sisi itu sendiri.

Beberapa ulama' menafsiri kata *qadar* pada surat Al-Qamar ayat 49, diantaranya: Sayyid Quthb menafsiri bahwa segala sesuatu, segala yang kecil, segala yang besar, segala yang bertutur, segala yang bisu, segala yang bergerak, segala yang diam, segala hal yang telah lampau, segala hal yang akan terjadi, segala hal yang diketahui, segala hal yang tidak diketahui, segala hal Kami (Allah SWT) ciptakan menurut ukuran. Yaitu ukuran yang menentukan hakikatnya, yang menentukan sifatnya, yang menentukan *qadar*nya, yang menentukan waktunya, yang menentukan tempatnya, yang menentukan kaitannya dengan segala perkara yang ada di sekitarnya serta pengaruhnya terhadap keberadaan alam nyata ini (Quthb, 2008: 109).

Syaikh Abu Bakar Al-jazairi menafsiri bahwa sesungguhnya Allah telah menciptakan segala sesuatu menurut takdir (ketentuan), misalnya dengan mencatatnya di *Lauhul Mahfudh* sebelum diciptakannya langit dan bumi. Semuanya akan terjadi sesuai dengan catatannya, baik ukuran, bentuk, waktu maupun tempatnya dan tidak akan meleset sedikitpun (Al-Jazairi, 2004: 198).

Imam Baidhowi menafsiri bahwa sesungguhnya Allah SWT menciptakan segala sesuatu dengan ketentuan dan aturan yang teratur dan mendatangkan hikmah atau telah ditentukan di *Lauhul Mahfudh* sebelum diciptakan. Allah SWT menciptakan segala sesuatu dengan ketentuan-ketentuan dan aturan-aturan yang telah di tentukan dengan berbagai macam hikmah yang bisa didatangkan dari setiap ciptaannya, para malaikat sebagai mahluk yang selalu diperintah untuk melakukan tugas ketentuan itu, karena ketentuan-ketentuan itu telah ditulis di *Lauhul Mahfudh* sebelum diciptakan, seperti hal-hal yang berkaitan dengan usia, rezeki, dan jodoh telah ditentukan dengan jumlah dan bilangan yang teratur dan tertata rapi sesuai dengan ukurannya (Abu Al-Khair dan Al-Baidlawi, 1999: 393).

Demikian juga firman Allah dalam Al-Qur'an surat Al-Furqaan ayat 2 disebutkan:

... وَخَلَقَ كُلَّ شَيْءٍ فَقَدَّرَهُۥ تَقْدِيرًا ﴿٢﴾

Artinya: " ... Dan Dia Telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya" (Q. S. Al-Furqaan: 2)

Beberapa ulama' menafsirkan kata *qadar* pada surat Al-Furqaan ayat 2 di atas diantaranya: Imam Baidhowi menafsiri bahwa sesungguhnya Kami (Allah SWT dan para malaikat) menciptan sesuatu yang telah ditentukan sehingga menjadi teratur agar mendatangkan kebajikan atau sudah menjadi ketentuan di *Lauhul-Mahfuzh*. Dalam penciptaan segala sesuatu, sudah menjadi keharusan ukuran dan jumlah itu harus ditentukan agar tidak ada sesuatu yang merugikan atau malah membahayakan maka disitulah arti pentingnya penjumlahan (Abu Al-Khair dan Al-Baidlawi, 1999: 393).

Ahmad Musthafa Al-Maraghi menafsiri bahwa segala sesuatu sesuai dengan tuntutan kehendak-Nya (Allah SWT) yang didasarkan atas hikmah yang sempurna, serta mempersiapkan untuk menerima apa yang dikehendaki-Nya, berupa keistimewaan dan perbuatan yang sesuai dengannya. Maka, Dia mempersiapkan manusia untuk dapat memahami, memikirkan urusan dunia dan akherat, menemukan berbagai industri dan memanfaatkan apa yang terdapat di permukaan serta di dalam perut bumi. Dia juga mempersiapkan berbagai jenis hewan untuk melakukan berbagai pekerjaan yang sesuai dengannya dan kemampuannya.

Dengan demikian, penentuan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf yang akan dibahas pada skripsi ini memiliki arti yang sangat penting dalam memahami tafsiran kata *qadar* yang terdapat dalam Al-Qur'an surat Al-Qamar ayat 49 dan surat Al-Furqaan ayat 2. Pembahasan skripsi ini akan semakin menguatkan keimanan kita sebagai umat Islam bahwa segala sesuatu telah ada *qadar*nya.

BAB III

PEMBAHASAN

Pada Bab III ini akan dibahas mengenai bagaimana cara menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit (K_n), graf bipartisi komplit ($K_{n,n}$) dan graf bipartisi komplit ($K_{m,n}$). Dalam pembahasan ini, langkah-langkah yang dilakukan adalah:

a. Menggambar beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
b. Mencari himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
c. Menentukan bilangan cover titik dan cover sisi dengan menghitung kardinalitas minimum dari himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
d. Mencari pola dari bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit. Pola tersebut kemudian dirumuskan sebagai konjektur dan dibuktikan kebenarannya.

3.1 Cover Titik dan Cover Sisi pada Graf Komplit (K_n) dengan $n \in \mathbb{N}$

1. Graf Komplit K_n, dengan n = 2

Gambar 3.1 Graf Komplit K_2

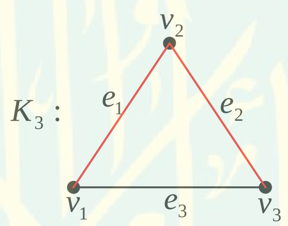
Himpunan titik pada graf komplit K_2 adalah $\{v_1, v_2\}$. Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1\}$ dan $\{v_2\}$.

Jadi bilangan cover titik di K_2 adalah $\alpha(K_2) = 1$.

Graf K_2 dengan $\{e_1\}$. Himpunan cover sisi dapat terjadi pada $\{e_1\}$ seperti terlihat pada gambar 3.1 garis yang berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di K_2 adalah $\alpha_1(K_2) = 1$.

2. Graf Komplit K_n, dengan $n = 3$



Gambar 3.2 Graf Komplit K_3

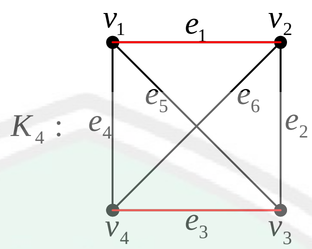
Himpunan titik pada graf komplit K_3 adalah $\{v_1, v_2, v_3\}$. Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2\}$, $\{v_1, v_3\}$ dan $\{v_2, v_3\}$.

Jadi bilangan cover titik di K_3 adalah $\alpha(K_3) = 2$.

Graf K_3 dengan $\{e_1, e_2, e_3\}$. Himpunan cover sisi dapat terjadi pada $\{e_1, e_2\}$, $\{e_1, e_3\}$ dan $\{e_2, e_3\}$, salah satunya seperti terlihat pada gambar 3.2 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di K_3 adalah $\alpha_1(K_3) = 2$.

3. Graf Komplit K_n, dengan n = 4



Gambar 3.3 Graf Komplit K_4

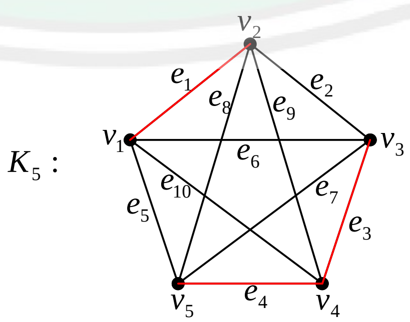
Himpunan titik pada graf komplit K_4 adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$. Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3\}$, $\{v_1, v_2, v_4\}$ dan $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.

Jadi bilangan cover titik di K_4 adalah $\alpha(K_4) = 3$.

Graf K_4 dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$. Himpunan cover sisi dapat terjadi pada $\{e_1, e_3\}$, $\{e_2, e_4\}$, $\{e_5, e_6\}$, $\{e_1, e_3\ e_6\}$, $\{e_1, e_4, e_5\}$ dan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$, salah satunya seperti terlihat pada gambar 3.3 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di K_4 adalah $\alpha_1(K_4) = 2$.

4. Graf Komplit K_n, dengan n = 5



Gambar 3.4 Graf Komplit K_5

Himpunan titik pada graf komplit K_5 adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$. Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $\{v_1, v_2, v_3, v_5\}$ dan $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$.

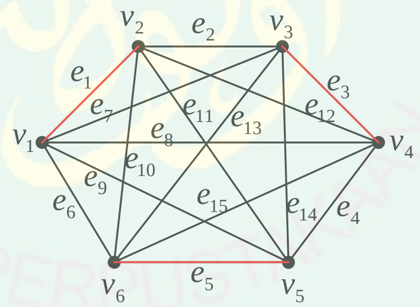
Jadi bilangan cover titik di K_5 adalah $\alpha(K_5) = 4$.

Graf K_5 dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_3, e_4\}$, seperti terlihat pada gambar 3.4 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di K_5 adalah $\alpha_1(K_5) = 3$.

5. Graf Komplit K_n, dengan $n = 6$

K_6 :



Gambar 3.5 Graf Komplit K_6

Himpunan titik pada graf komplit K_6 adalah $\{v_1, v_2, {}_3, v_4, v_5, v_6\}$.

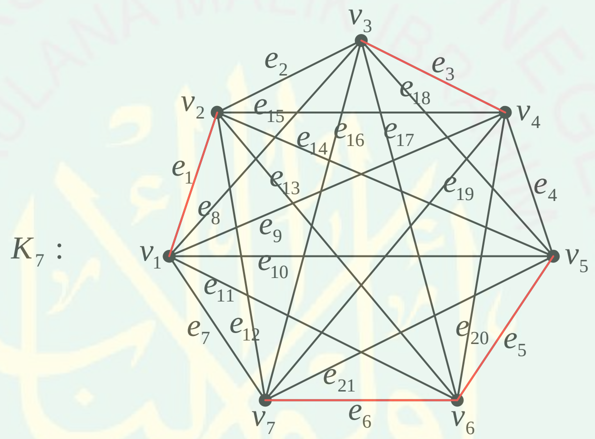
Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_6\}$ dan $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$.

Jadi bilangan cover titik di K_6 adalah $\alpha(K_6) = 5$.

Graf K_6 dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_3, e_5\}$, seperti terlihat pada gambar 3.5 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di K_6 adalah $\alpha_1(K_6) = 3$.

6. Graf Komplit K_n, dengan $n = 7$



Gambar 3.6 Graf Komplit K_7

Himpunan titik pada graf komplit K_7 adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$. Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$, $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_7\}$ dan $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$.

Jadi bilangan cover titik di K_7 adalah $\alpha(K_7) = 6$.

Graf K_7 dengan

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}\}$.

Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_3, e_5, e_6\}$, seperti terlihat pada gambar 3.6 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di K_7 adalah $\alpha_1(K_7) = 4$.

Berdasarkan hasil penentuan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit K_n, untuk n = 2, 3, …, 7, maka dapat dibuat tabel sebagai berikut:

Tabel 3.1 Bilangan Cover Titik dan Cover Sisi pada Graf Komplit K_n

Graf (K_n)	$\alpha(K_n)$	$\alpha_1(K_n)$
K_2	1	1
K_3	2	2
K_4	3	2
K_5	4	3
K_6	5	3
K_7	6	4

Dalam menentukan pola, Tabel 3.1 diatas perlu dimodifikasi untuk melihat bilangan cover titik dan cover sisi pada indeks genap dan ganjil.

Tabel 3.2 Bilangan Cover Titik dan Cover Sisi Pada Graf Komplit K_n dengan Kolom Genap dan Ganjil

K_n dengan n Genap	α	α_1	K_n dengan n Ganjil	α	α_1
K_2	1 = (2-1)	$1 = \frac{2}{2}$	K_3	2= (3-1)	$2 = \frac{(3+1)}{2}$
K_4	3= (4-1)	$2 = \frac{4}{2}$	K_5	4= (5-1)	$3 = \frac{(5+1)}{2}$
K_6	5= (6-1)	$3 = \frac{6}{2}$	K_7	6= (7-1)	$4 = \frac{(7+1)}{2}$
…	…	…	…	…	…
K_n	(n-1)	$\frac{n}{2}$	K_n	(n-1)	$\frac{(n+1)}{2}$

Setelah melihat pola pada Tabel 3.2 , maka diperoleh konjektur sebagai berikut:

Misalkan K_n adalah graf komplit dengan n titik, maka bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha(K_n) = (n\text{-}1)$$

dan

$$\alpha_1(K_n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, \text{dengan n genap} \\ \frac{(n+1)}{2}, \text{dengan n ganjil} \end{cases}$$

Dengan demikian, maka dapat dirumuskan bilangan cover titik dan cover sisi berikut beserta buktinya.

Jika K_n adalah graf komplit, maka

$$\alpha(K_n) = (n\text{-}1)$$

dan

$$\alpha_1(K_n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, \text{dengan n genap} \\ \frac{(n+1)}{2}, \text{dengan n ganjil} \end{cases}$$

Bukti:

Misalkan himpunan titik K_n adalah $V(K_n) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$.

Himpunan cover titik yang mungkin dibuat pada graf K_n adalah setiap titik berbeda pada K_n selalu saling dihubungkan oleh satu sisi atau dengan kata lain, satu sisi pasti mempunyai dua titik yang berbeda.

Jika v_1 dihubungkan dengan v_2 maka sisi yang lain belum ikut atau belum tercover, oleh karena itu dihubungkan lagi dengan v_3 sampai v_n hingga semua sisi pada K_n tercover. Sedangkan pada graf K_n selalu ada satu titik yang tidak mengcover semua sisi karena sudah dicover oleh titik yang lain. Dengan demikian, maka $\alpha(K_n) = (n\text{-}1)$.

Jika n genap, maka dapat dibuat himpunan cover sisi minimum berikut:

$$M = \{v_1v_2, v_3v_4, v_5\,v_6, \ldots, v_{n-1}v_n\}.$$

Dengan melihat indeks pertama pada $v_1v_2, v_3v_4, v_5\,v_6, \ldots, v_{n-1}v_n$, diperoleh barisan 1, 3, 5, …, n-1 atau 2, 4, 6, …, n

Ambil salah satu barisan, misalnya 2, 4, 6, … , n

Maka barisan ini adalah barisan aritmatika dengan suku awal a=2 dan beda b=2. Jadi diperoleh rumus umum suku ke n sebagai berikut:

$$U_m = a + (m\text{-}1)\,b$$

$$= 2 + (m\text{-}1)\,2$$

$$= 2m$$

Diketahui $U_m = n$

$2m = n$

$m = \frac{n}{2}$

Jadi banyak suku pada barisan 2, 4, 6, …, n adalah $\frac{n}{2}$ suku

M memuat anggota sebanyak $\frac{n}{2}$ sisi. Jadi $\alpha_1(K_n) = \frac{n}{2}$.

Jika n ganjil, maka dapat dibuat himpunan cover sisi minimum berikut:

$$N = \{v_1v_2, v_3v_4, v_5v_6, \ldots, v_{n-2}v_{n-1}, v_{n-1}v_n\}.$$

Dengan melihat indeks pertama pada $v_1v_2, v_3v_4, v_5v_6, \ldots, v_{n-2}v_{n-1}, v_{n-1}v_n$, diperoleh barisan 1, 3, 5, …, n-2, n-1

Dalam perhitungan ini untuk $v_{n-1}v_n$ tidak diikutkan terlebih dahulu karena dapat merusak rumus.

Perhatikan barisan 1, 3, 5, …, n-2

Maka barisan ini adalah barisan aritmatika dengan suku awal a=1 dan beda b=2.

Jadi diperoleh rumus umum suku ke n sebagai berikut:

$$U_m = a + (m - 1)\, b$$

$$= 1 + (m - 1)\, 2$$

$$= 2m - 1$$

Diketahui $U_m = n - 2$

$$2m - 1 = n - 2$$

$$2m = n - 2 + 1$$

$$m = \frac{n-1}{2}$$

Salah satu dari himpunan N di atas yaitu $v_{n-1}v_n$ belum dihitung, maka ditambahkan dengan m sebagai berikut:

$$m = \frac{n-1}{2} + 1$$

$$= \frac{n+1}{2}$$

Jadi banyak suku pada barisan 1, 3, 5, …, n-2 adalah $\frac{n+1}{2}$ suku

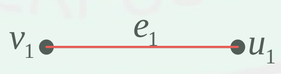
N memuat anggota sebanyak $\frac{(n+1)}{2}$ sisi. Jadi $\alpha_1(K_n) = \frac{(n+1)}{2}$.

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa

$$\alpha_1(K_n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, \text{dengan n genap} \\ \frac{(n+1)}{2}, \text{dengan n ganjil} \end{cases}$$

3.2 Cover Titik dan Cover Sisi pada Graf Bipartisi Komplit $K_{n,n}$ dengan n ∈ ℕ

1. Graf $K_{1,1}$

$K_{1,1}$:


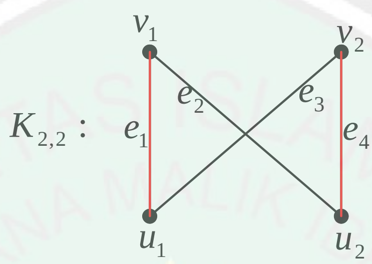
Gambar 3.7 Graf Bipartisi Komplit $K_{1,1}$

M = $\{v_1\}$ dan N = $\{u_1\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{1,1}$. Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1\}$ dan $\{u_1\}$.

Jadi bilangan cover titik di $K_{1,1}$ adalah α($K_{1,1}$) = 1.

Graf $K_{1,1}$ dengan $\{e_1\}$. Himpunan cover sisi dapat terjadi pada $\{e_1\}$. Jadi bilangan cover sisi di $K_{1,1}$ adalah $\alpha_1(K_{1,1}) = 1$.

2. Graf $K_{2,2}$

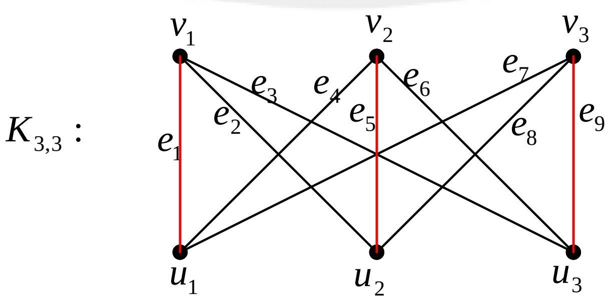


Gambar 3.8 Graf Bipartisi Komplit $K_{2,2}$

M = $\{v_1, v_2\}$ dan N = $\{u_1, u_2\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{2,2}$. Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2\}$ dan $\{u_1, u_2\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{2,2}$ adalah $\alpha(K_{2,2}) = 2$.

Graf $K_{2,2}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil adalah $\{e_1, e_4\}$ dan $\{e_2, e_3\}$, salah satunya seperti terlihat pada gambar 3.8 untuk garis berwarna merah. Jadi bilangan cover sisi di $K_{2,2}$ adalah $\alpha_1(K_{2,2}) = 2$.

3. Graf $K_{3,3}$



Gambar 3.9 Graf Bipartisi Komplit $K_{3,3}$

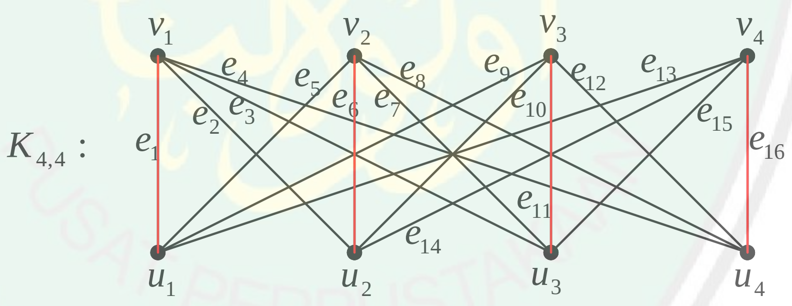
M = $\{v_1, v_2, v_3$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{3,3}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{3,3}$ adalah α ($K_{3,3}$) = 3.

Graf $K_{3,3}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_5, e_9\}$, seperti terlihat pada gambar 3.9 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{3,3}$ adalah $\alpha_1(K_{3,3}) = 3$.

4. **Graf $K_{4,4}$**



Gambar 3.10 Graf Bipartisi Komplit $K_{4,4}$

M = $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{4,4}$.

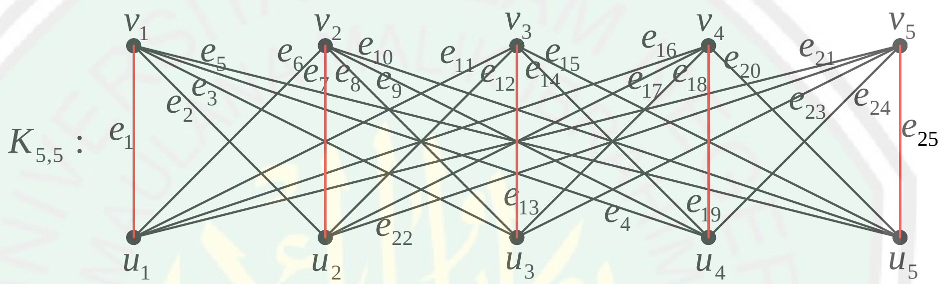
Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{4,4}$ adalah $\alpha(K_{4,4}) = 4$.

Graf $K_{4,4}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}\}$

Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_6, e_{11}, e_{16}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.10 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{4,4}$ adalah $\alpha_1(K_{4,4}) = 4$.

5. Graf $K_{5,5}$



Gambar 3.11 Graf Bipartisi Komplit $K_{5,5}$

M = $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{5,5}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{5,5}$ adalah $\alpha(K_{5,5}) = 5$.

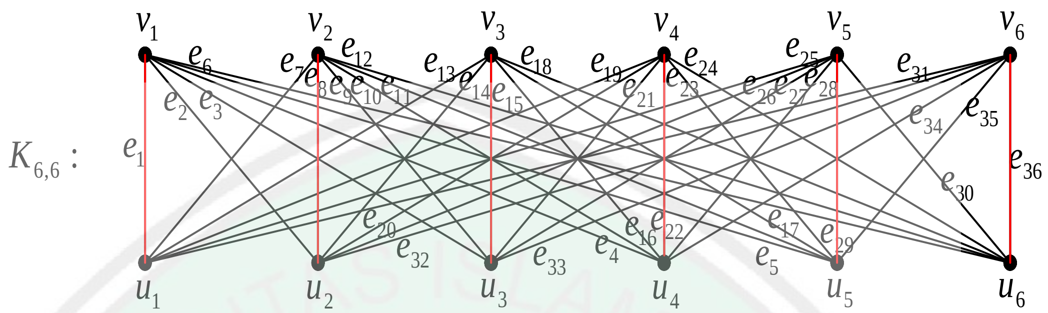
Graf $K_{5,5}$ dengan

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19},$

$e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}\}$

Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_7, e_{13}, e_{19}, e_{25}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.11 untuk garis berwarna merah. Jadi bilangan cover sisi di $K_{5,5}$ adalah $\alpha_1(K_{5,5}) = 5$.

6. Graf $K_{6,6}$



Gambar 3.12 Graf Bipartisi Komplit $K_{6,6}$

M = $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{6,6}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{6,6}$ adalah $\alpha(K_{6,6}) = 6$.

Graf $K_{6,6}$ dengan

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19},$

$e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30}, e_{31}, e_{32}, e_{33}, e_{34}, e_{35}, e_{36}\}$

Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_8, e_{15}, e_{22}, e_{29}, e_{36}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.12 untuk garis berwarna merah. Jadi bilangan cover sisi di $K_{6,6}$ adalah $\alpha_1(K_{6,6}) = 6$.

Berdasarkan hasil penentuan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf bipartisi komplit $K_{n,n}$, maka dapat dibuat tabel sebagai berikut:

Tabel 3.3 Bilangan Cover Titik dan Cover Sisi pada Graf Bipartisi Komplit $K_{n,n}$

Graf ($K_{n,n}$)	$\alpha(K_{n,n})$	$\alpha_1(K_{n,n})$
$K_{1,1}$	1	1
$K_{2,2}$	2	2
$K_{3,3}$	3	3
$K_{4,4}$	4	4
$K_{5,5}$	5	5
$K_{6,6}$	6	6
$K_{n,n}$	**n**	**n**

Berdasarkan Tabel 3.3 setelah melihat pola diperoleh konjektur sebagai berikut:

Misalkan $K_{n,n}$ adalah graf bipartisi komplit, maka bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha\ (K_{n,n}) = n$$

dan

$$\alpha_1(K_{n,n}) = n.$$

Dengan demikian, maka dapat dirumuskan bilangan cover titik dan cover sisi berikut beserta buktinya.

Jika ($K_{n,n}$) adalah graf bipartisi komplit dimana $n \in \mathbb{N}$, maka

$$\alpha(K_{n,n}) = \alpha_1(K_{n,n}) = n.$$

Bukti:

Misalkan himpunan titik $K_{n,n}$ dipartisi menjadi

$$M = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$$

dan

$$N = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$$

Karena $K_{n,n}$ adalah graf bipartisi komplit maka masing-masing titik di lain partisi akan saling terhubung langsung dan titik dalam satu partisi tidak saling terhubung langsung. Dengan demikian, maka $M = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ dan $N = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ adalah himpunan cover titik terkecil yang dapat dibuat.

Jadi $\alpha(K_{n,n}) = n$.

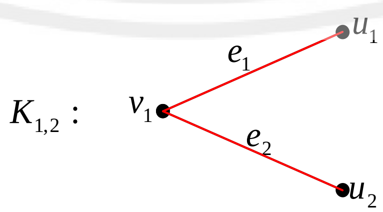
Salah satu himpunan cover sisi terkecil yang dapat dibuat adalah

$Z = \{v_1u_1, v_2u_2, v_3u_3, \ldots, v_nu_n\}$.

Dengan demikian, diperoleh bahwa $\alpha_1(K_{n,n}) = n$.

3.3 Cover Titik dan Cover Sisi pada Graf Bipartisi Komplit $K_{m,n}$ dengan m, n ∈ ℕ dan m < n

1. Graf $K_{1,2}$



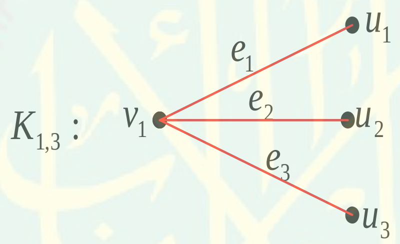
Gambar 3.13 Graf Bipartisi Komplit $K_{1,2}$

M = $\{v_1\}$ dan N = $\{u_1, u_2\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{1,2}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1\}$ dan $\{u_1, u_2\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{1,2}$ adalah $\alpha(K_{1,2}) = 1$.

Graf $K_{1,2}$ dengan $\{e_1, e_2\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil adalah $\{e_1, e_2\}$. Jadi bilangan cover sisi di $K_{1,2}$ adalah $\alpha_1(K_{1,2}) = 2$.

2. Graf $K_{1,3}$



Gambar 3.14 Graf Bipartisi Komplit $K_{1,3}$

M = $\{v_1\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{1,3}$.

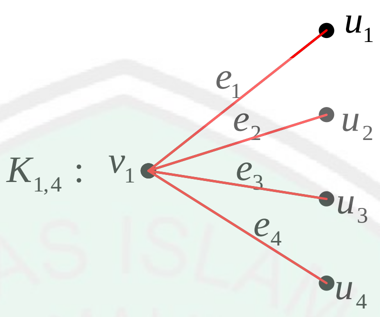
Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3\}$.

Jadi bilangan cover titik di $K_{1,3}$ adalah $\alpha(K_{1,3}) = 1$.

Graf $K_{1,3}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil adalah $\{e_1, e_2, e_3\}$.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{1,3}$ adalah $\alpha_1(K_{1,2}) = 3$.

3. Graf $K_{1,4}$



Gambar 3.15 Graf Bipartisi Komplit $K_{1,4}$

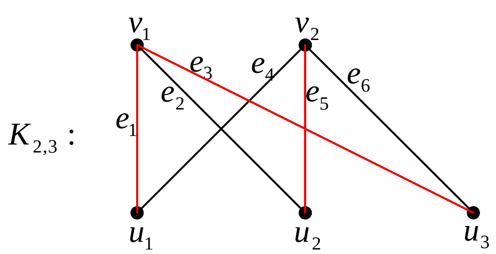
M = $\{v_1\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{1,4}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{1,4}$ adalah $\alpha(K_{1,4}) = 1$.

Graf $K_{1,4}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil adalah $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{1,4}$ adalah $\alpha_1(K_{1,2}) = 4$.

4. Graf $K_{2,3}$



Gambar 3.16 Graf Bipartisi Komplit $K_{2,3}$

M = $\{v_1, v_2\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{2,3}$.

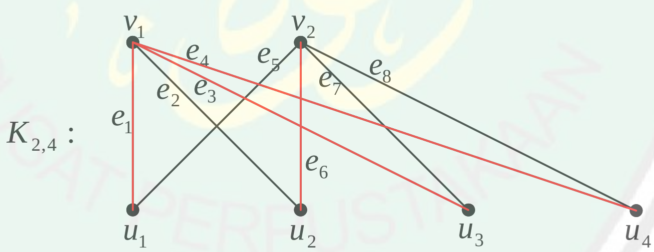
Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3\}$.

Jadi bilangan cover titik di $K_{2,3}$ adalah $\alpha(K_{2,3}) = 2$.

Graf $K_{2,3}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_3, e_5\}$, seperti terlihat pada gambar 3.16 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{2,3}$ adalah $\alpha_1(K_{2,3}) = 3$.

5. Graf $K_{2,4}$



Gambar 3.17 Graf Bipartisi Komplit $K_{2,4}$

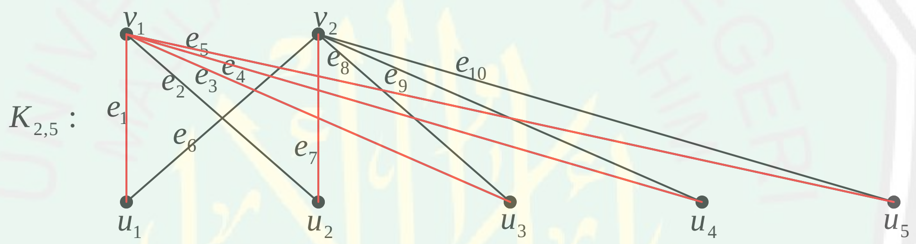
M = $\{v_1, v_2\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{2,4}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{2,4}$ adalah α $(K_{2,4}) = 2$.

Graf $K_{2,4}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_3, e_4, e_6\}$, seperti terlihat pada gambar 3.17 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{2,4}$ adalah $\alpha_1(K_{2,4}) = 4$.

6. Graf $K_{2,5}$



Gambar 3.18 Graf Bipartisi Komplit $K_{2,5}$

M = $\{v_1, v_2\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{2,5}$.

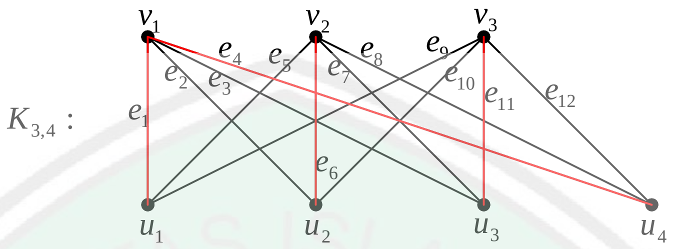
Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$.

Jadi bilangan cover titik di $K_{2,5}$ adalah $\alpha\ (K_{2,5}) = 2$.

Graf $K_{2,5}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_3, e_4, e_5, e_7\}$, seperti terlihat pada gambar 3.18 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{2,5}$ adalah $\alpha_1(K_{2,5}) = 5$.

7. Graf $K_{3,4}$



Gambar 3.19 Graf Bipartisi Komplit $K_{3,4}$

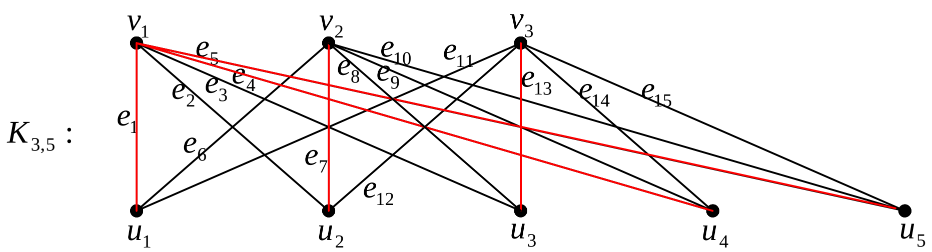
M = $\{v_1, v_2, v_3\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{3,4}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{3,4}$ adalah $\alpha(K_{3,4}) = 3$.

Graf $K_{3,4}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_4, e_6, e_{11}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.19 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{3,4}$ adalah $\alpha_1(K_{3,4}) = 4$.

8. Graf $K_{3,5}$



Gambar 3.20 Graf Bipartisi Komplit $K_{3,5}$

M = $\{v_1, v_2, v_3\}$dan N = $\{u_1, u_2, u_3, \cancel{u}_4, u_5\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{3,5}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$.

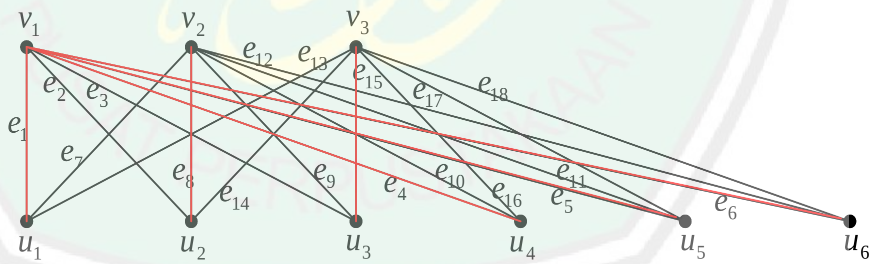
Jadi bilangan cover titik di $K_{3,5}$ adalah α($K_{3,5}$) = 3.

Graf $K_{3,5}$ dengan $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}\}$. Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_4, e_5, e_7, e_{13}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.20 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{3,5}$ adalah α_1($K_{3,5}$) = 5.

9. Graf $K_{3,6}$

$K_{3,6}$:



Gambar 3.21 Graf Bipartisi Komplit $K_{3,6}$

M = $\{v_1, v_2, v_3\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{3,6}$.

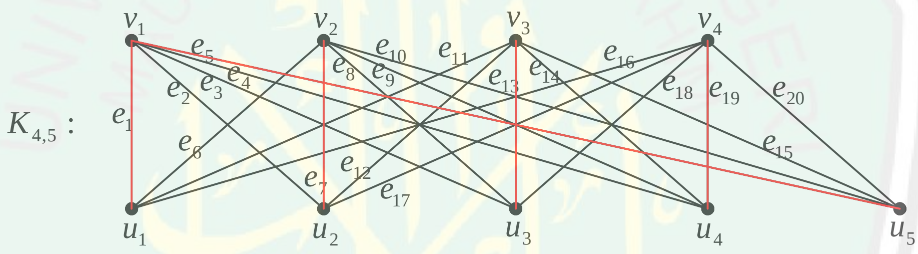
Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{3,6}$ adalah α($K_{3,6}$) = 3.

Graf $K_{3,6}$ dengan

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}\}$.

Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_4, e_5,$ 獮$_6, e_8, e_{11}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.21 untuk garis berwarna merah. Jadi bilangan cover sisi di $K_{3,6}$ adalah $\alpha_1(K_{3,6}) = 6$.

10. Graf $K_{4,5}$



Gambar 3.22 Graf Bipartisi Komplit $K_{4,5}$

M = $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{4,5}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$.

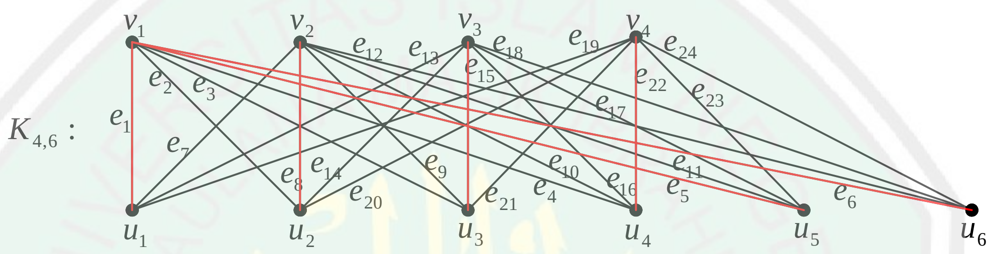
Jadi bilangan cover titik di $K_{4,5}$ adalah $\alpha(K_{4,5}) = 4$.

Graf $K_{4,5}$ dengan

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}\}$.

Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_5, e_7, e_{13}, e_{19}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.22 untuk garis berwarna merah. Jadi bilangan cover sisi di $K_{4,5}$ adalah $\alpha_1(K_{4,5}) = 5$.

11. Graf $K_{4,6}$



Gambar 3.23 Graf Bipartisi Komplit $K_{4,6}$

M = $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{4,6}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$. Jadi bilangan cover titik di $K_{4,6}$ adalah $\alpha(K_{4,6}) = 4$.

Graf $K_{4,6}$ dengan

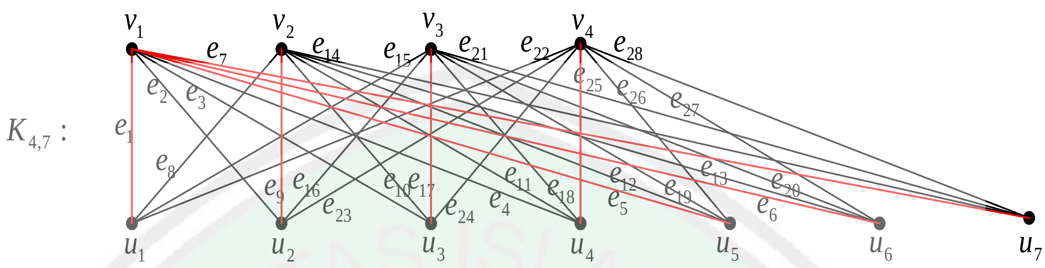
$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19},$

$e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}\}$.

Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_5, e_6, e_8, e_{15}, e_{22}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.23 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{4,6}$ adalah $\alpha_1(K_{4,6}) = 6$.

12. Graf $K_{4,7}$



Gambar 3.24 Graf Bipartisi Komplit $K_{4,7}$

M = $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan N = $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$ merupakan himpunan partisi pada graf bipartisi komplit $K_{4,7}$.

Himpunan cover titik dengan banyak anggota terkecil adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$.

Jadi bilangan cover titik di $K_{4,7}$ adalah $\alpha(K_{4,7}) = 4$.

Graf $K_{4,7}$ dengan

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19},$
$e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}\}$.

Himpunan cover sisi dengan banyak anggota terkecil salah satunya adalah $\{e_1, e_5, e_6, e_7, e_9, e_{12}, e_{25}\}$, seperti terlihat pada gambar 3.24 untuk garis berwarna merah.

Jadi bilangan cover sisi di $K_{4,7}$ adalah $\alpha_1(K_{4,7}) = 7$.

Berdasarkan hasil penentuan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf bipartisi komplit $K_{m,n}$, maka dapat dibuat tabel sebagai berikut:

Tabel 3.4 Bilangan Cover Titik dan Cover Sisi pada Graf Bipartisi Komplit $K_{m,n}$ dengan $m < n$

Graf ($K_{m,n}$)	**$\alpha(K_{m,n})$**	**$\alpha_1(K_{m,n})$**
$K_{1,2}$	1	2
$K_{1,3}$	1	3
$K_{1,4}$	1	4
$K_{2,3}$	2	3
$K_{2,4}$	2	4
$K_{2,5}$	2	5
$K_{3,4}$	3	4
$K_{3,5}$	3	5
$K_{3,6}$	3	6
$K_{4,5}$	4	5
$K_{4,6}$	4	6
$K_{4,7}$	4	7
$K_{m,n}$	**m**	**n**

Berdasarkan Tabel 3.4 setelah melihat pola diperoleh konjektur sebagai berikut:

Misalkan $K_{m,n}$ adalah graf bipartisi komplit dengan $m < n$, maka bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha(K_{m,n}) = m$$

dan

$$\alpha_1(K_{m,n}) = n.$$

Dengan demikian, maka dapat dirumuskan bilangan cover titik dan cover sisi berikut beserta buktinya.

Jika $K_{m,n}$ adalah graf bipartisi komplit dimana $m, n \in \mathbb{N}$ dengan $m < n$, maka $\alpha(K_{m,n}) = m$ dan $\alpha_1(K_{m,n}) = n$.

Bukti:

Misalkan himpunan titik $K_{m,n}$ dipartisi menjadi

$$M = \{v_1, v_2, \ldots, v_m\}$$

dan

$$N = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$$

dengan $m < n$.

Karena $K_{m,n}$ adalah graf bipartisi komplit maka masing-masing titik di lain partisi akan saling terhubung langsung dan titik dalam satu partisi tidak saling terhubung langsung. Dengan demikian, karena $m < n$,

maka $M = \{v_1, v_2, \ldots, v_m\}$ adalah himpunan cover titik terkecil yang dapat dibuat. Jadi $\alpha(K_{m,n}) = m$.

Salah satu himpunan cover sisi terkecil yang dapat dibuat adalah

$Z = \{v_1u_1, v_2u_2, v_3u_3, \ldots, v_mu_m, v_1u_{m+1}, v_1u_{m+2}, \ldots, v_1u_n\}$, karena $m < n$.

Dengan demikian, diperoleh bahwa $\alpha_1(K_{m,n}) = n$.

3.4 Tinjauan Agama Dari Hasil Pembahasan

Berdasarkan hasil pembahasan, jika direlevansikan dengan kajian agama yaitu sejajar dengan ayat yang menyebutkan bahwa segala sesuatu yang ada di dunia ini diciptakan oleh Allah SWT sudah ada ukurannya atau ada rumusnya dan ditata dengan sedemikian rapi dan sempurna, sebagaimana yang terdapat dalam surat Al-Qamar ayat 49 berikut:

إِنَّا كُلَّ شَيۡءٍ خَلَقۡنَٰهُ بِقَدَرٖ ٤٩

Artinya: " … Sesungguhnya kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran" (Q.S. Al-Qamar: 49).

Dalam surat Al-Furqaan ayat 2 juga disebutkan:

… وَخَلَقَ كُلَّ شَيۡءٖ فَقَدَّرَهُۥ تَقۡدِيرٗا ٢

Artinya: "… dan dia Telah menciptakan segala sesuatu, dan dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya" (Q.S. Al-Furqaan:2).

Dari kedua ayat tersebut, penulis semakin yakin akan menemukan rumus dan membuktikannya. Karena segala sesuatu telah ditentukan atau sudah ada sebelumnya yang diciptakan oleh Allah SWT, manusia hanya bisa menemukannya. Dengan kedua ayat tersebut dan berdasarkan langkah-langkah yang dilakukan pada pembahasan skripsi ini, rumus bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit yang diperoleh adalah sebagai berikut:

1. Jika K_n adalah graf komplit dengan $n \in \mathbb{N}$, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha(K_n) = (n\text{-}1)$$

dan

$$\alpha_1(K_n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, \text{dengan n genap} \\ \frac{(n+1)}{2}, \text{dengan n ganjil} \end{cases}$$

2. Jika $(K_{n,n})$ adalah graf bipartisi komplit dengan $n \in \mathbb{N}$, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha(K_{n,n}) = n$$

dan

$$\alpha_1(K_{n,n}) = n.$$

3. Jika $K_{m,n}$ adalah graf bipartisi komplit dengan $m, n \in \mathbb{N}$ dan $m < n$, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha(K_{m,n}) = m$$

dan

$${}_1(K_{m,n}) = n.$$

Penafsiran beberapa para ulama' yang relevan untuk dijadikan sebagai acuan atau dasar pada skripsi ini yaitu pada tafsir Imam Baidhowi yang menjelaskan bahwa Allah SWT menciptakan segala sesuatu dengan ketentuan dan aturan yang teratur dan mendatangkan hikmah atau sudah menjadi ketentuan di *Lauhul Mahfudh*.

Penafsiran kata *qadar* dapat direlevansikan antara konsep bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit dengan Al-Qur'an yaitu surat Al-Qamar ayat 49 dan surat Al-Furqaan ayat 2 yang tertera di atas, bahwa berdasarkan kedua ayat tersebut, sesuai dengan penafsiran Quraish Shihab yakni segala sesuatu berada dalam kuasa Allah SWT, ketentuan dan sistem yang telah ditetapkan terhadap segala sesuatu yang ada di muka bumi ini, manusia dianugerahi Allah SWT petunjuk dengan kedatangan sekian Rasul untuk membimbing mereka. Akalpun dianugerahkan-Nya kepada mereka, demikian seterusnya yang kesemuanya dan yang selainnya termasuk dalam sistem yang sangat tepat, teliti dan akurat yang telah ditetapkan Allah SWT, sehingga dengan kekuasaan-Nya maka semua akan terlihat rapi, teratur dan juga sempurna. Hal ini sama dengan masalah bilangan cover titik dan cover sisi yang teratur dan dengan rumus yang telah diperoleh dalam pembahasan skripsi ini.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab III, maka dapat diambil kesimpulan bahwa langkah-langkah untuk menentukan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit K_n, graf bipartisi komplit $K_{n,n}$ dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$ adalah sebagai berikut:

a. Menggambar beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
b. Mencari himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
c. Menentukan bilangan cover titik dan cover sisi dengan menghitung kardinalitas minimum dari himpunan cover titik dan himpunan cover sisi pada beberapa contoh graf komplit dan graf bipartisi komplit.
d. Mencari pola dari bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit dan graf bipartisi komplit. Pola tersebut kemudian dirumuskan sebagai konjektur dan dibuktikan kebenarannya.

Berdasarkan langkah-langkah tersebut, diperoleh bahwa:

1. Jika K_n adalah graf komplit dengan $n \in \mathbb{N}$, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha(K_n) = (n\text{-}1)$$

dan

$$\alpha_1(K_n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, \text{dengan n genap} \\ \frac{(n+1)}{2}, \text{dengan n ganjil} \end{cases}$$

2. Jika $K_{n,n}$ adalah graf bipartisi komplit dengan $n \in \mathbb{N}$, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha\ (K_{n,n}) = n$$

dan

$$\alpha_1(K_{n,n}) = n.$$

3. Jika $K_{m,n}$ adalah graf bipartisi komplit dengan m, $n \in \mathbb{N}$ dan m < n, maka rumus bilangan cover titik dan cover sisi masing-masing adalah

$$\alpha(K_{m,n}) = m$$

dan

$$\alpha_1(K_{m,n}) = n.$$

4.2 Saran

Pada skripsi ini, penulis hanya memfokuskan pada pokok bahasan bilangan cover titik dan cover sisi pada graf komplit K_n, graf bipartisi komplit $K_{n,n}$ dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$. Maka dari itu, untuk penulisan skripsi selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mengkaji masalah bilangan cover titik dan cover sisi pada graf-graf yang lain atau menggabungkan antara α dan β serta α_1 dan β_1.

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Chartrand, Gery and Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: Wadsworth, Inc.

Idris, M. Dkk. 2008. *Kamus MIPA*. Jogjakarta: Ar-Ruuz Media.

Shihab, M. Quaraish. 2002. Tafsir Al-Misbah: *Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an*. Jakarta: Lentera Hati

Wilson, Robin J dan Walkins, John J. 1990. *Graphs An Introductory Approach: A first Course in Discrete Mathematic*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

DEPARTEMEN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Malang 65144 Telp. / Fax. (0341) 558933

BUKTI KONSULTASI

Nama : Amanah Yulianti
NIM : 05510045
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Dosen pembimbing : 1. Drs. H. Turmudzi, M.Si
2. Abdussakir, M. Pd
Judul : Menentukan Bilangan Cover Titik Dan Cover Sisi Pada Graf Komplit K_n, Graf Bipartisi Komplit $K_{n,n}$ dan Graf Bipartisi Komplit $K_{m,n}$ dengan m, n ∈ ℕ.

No	Tanggal	Materi Konsultasi	Tanda Tangan	
1.	14 Mei 2009	Proposal Skripsi	1.	
2.	15 Juni 2009	ACC Proposal		2.
3.	8 Oktober 2009	Konsultasi BAB I	3.	
4.	4 Januari 2010	Revisi BAB I		4.
5.	5 Januari 2010	Konsultasi BAB II	5.	
6.	11 Januari 2010	Revisi BAB II		6.
7.	14 Januari 2010	Revisi BAB II	7.	
8.	25 Januari 2010	Konsultasi Keagamaan		8.
9.	30 Januari 2010	Konsultasi BAB III	9.	
10.	5 Februari 2010	Revisi Keagamaan BAB I dan BAB II		10.
11.	9 Februari 2010	Revisi BAB III	11.	
12.	11 Februari 2010	Konsultasi Keagamaan BAB III		12.
13.	12 Februari 2010	Revisi Keagamaan BAB IV dan Abstrak	13.	
14.	13 Februari 2010	ACC Keseluruhan		14.

Malang, 17 Februari 2010

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001