ESTIMASI MODEL LINEAR SPASIAL DENGAN GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON REGRESSION (GWPR)

SKRIPSI

oleh:
MEGA OKTAVIA M
NIM. 07610035

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

ESTIMASI MODEL LINEAR SPASIAL DENGAN GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON REGRESSION (GWPR)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

oleh:
MEGA OKTAVIA M
NIM. 07610035

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

ESTIMASI MODEL LINEAR SPASIAL DENGAN GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON REGRESSION (GWPR)

SKRIPSI

oleh:
MEGA OKTAVIA M
NIM. 07610035

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 13 September 2011

Dosen Pembimbing I,	Dosen Pembimbing II,
Sri Harini M.Si	Dr. H. Munirul Abidin M.Ag
NIP. 19731014 200212 2 002	NIP. 19720420 200212 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ESTIMASI MODEL LINEAR SPASIAL DENGAN GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON REGRESSION (GWPR)

SKRIPSI

oleh:
MEGA OKTAVIA M
NIM. 07610035

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal:

Susunan Dewan Penguji			**Tanda Tangan**
1. Penguji Utama	:	**Abdul Aziz M.Si** **NIP. 19760318 200604 1 002**	______________
2. Ketua Penguji	:	**Abdussakir M.Pd** **NIP. 19751006 200312 1 001**	______________
3. Sekretaris Penguji	:	**Sri Harini M.Si** **NIP. 19731014 200212 2 002**	______________
4. Anggota	:	**Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag** **NIP. 19720420 200212 1 003**	______________

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika,

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Mega Oktavia M

NIM : 07610035

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Model Linear Spasial dengan Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil-alihan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 12 Agustus 2011

Yang membuat pernyataan,

MEGA OKTAVIA M
NIM. 07610035

MOTTO

قُل لَّوۡ كَانَ ٱلۡبَحۡرُ مِدَادٗا لِّكَلِمَٰتِ رَبِّي لَنَفِدَ ٱلۡبَحۡرُ قَبۡلَ أَن تَنفَدَ

كَلِمَٰتُ رَبِّي وَلَوۡ جِئۡنَا بِمِثۡلِهِۦ مَدَدٗا ١٠٩

Katakanlah: Sekiranya lautan menjadi tinta untuk (menulis) kalimat-kalimat Tuhanku, sungguh habislah lautan itu sebelum habis (ditulis) kalimat-kalimat Tuhanku, meskipun Kami datangkan tambahan sebanyak itu (pula)".

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orangtua tercinta (Bapak M.Chozin Ghozali dan ibu Supami) yang selalu memberikan do'a, kasih sayang serta nasehat yang sampai kapanpun tak akan terlupakan.

Adik-adik tersayang (M. Asma'ul Ulum dan Abdul aziz)

KATA PENGANTAR

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Alhamdulillah, puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Shalawat dan salam semoga tercurahkan kepada Rasulullah Muhammad SAW, atas jasa beliau kita dapat keluar dari kegelapan menuju cahaya nur Ilahi

Penulisan skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan, bimbingan, dan motivasi dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih, semoga Allah SWT membalas semua kebaikan dan menyinari jalan yang diridhoi-Nya, khususnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, sebagai rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, S.U, D.Sc sebagai dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, sebagai ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Sri Harini M.Si dan Dr. H. Munirul Abidin M.Ag sebagai dosen pembimbing skripsi.
5. Semua guru yang telah memberikan ilmu yang sangat berharga kepada penulis.
6. Teman-teman saya warga H room yang selalu memberi semangat
7. Seluruh mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2007.

8. Semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini, yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat. Amin

Malang, 20 Agustus 2011

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK

Masrufatin, Mega Oktavia . 2011. **Estimasi Model Spasial dengan Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pembimbing : (I) Sri Harini M.Si

(II) Dr.H Munirul Abidin M.Ag

Analisis regresi merupakan analisis statistik yang bertujuan untuk memodelkan hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon. Apabila variabel respon berdistribusi poisson maka model regresi yang digunakan adalah regresi poisson. Masalah utama dari metode ini adalah jika metode ini diterapkan pada data spasial akan terjadi heterogenitas. Untuk mengatasi permasalahan pada data spasial maka metode statistik yang akan digunakan adalah metode *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) yaitu bentuk lokal dari regresi poisson dimana lokasi diperhatikan.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa estimasi parameter model GWPR menggunakan metode MLE dan diselesaikan dengan menggunakan iterasi Newton-Rhapson akan menghasilkan estimasi parameter yang berupa iterasi. Pengujian parameter secara parsial menggunakan distribusi t. Aplikasi model GWPR pada data angka kematian yang dipengaruhi oleh fasilitas di Jawa Timur menunjukkan bahwa dengan menggunakan pembobot fungsi kernel gauss maka akan menghasilkan beberapa variabel yang mempengaruhi angka kemiskinan.

Hal ini mempermudahkan peneliti untuk menggambarkan parameter lokal yang dapat menjelaskan variasi spasial dalam hubungan antara angka kemiskinan yang dipengaruhi oleh banyaknya fasilitas layanan kesehatan dengan keadaan wilayah. Dalam pemodelan global dari data yang bersifat spasial dimana proses yang dimodelkan stasioner untuk setiap wilayah dan mungkin akan menyembunyikan perbedaan lokal yang menarik dan penting dalam penentuan angka kemiskinan yang dipengaruhi banyaknya layanan fasilitas kesehatan dipropinsi Jawa Timur. Untuk mengetahui estimasi parameter kita menggunakan metode MLE dan diselesaikan dengan iterasi Newton-Rhapson.

Kata Kunci: *Geographically Weighted Poisson Regression*, *Maximum Likelihood Estimator*, Newton-Rhapson, Angka kemiskinan di Jawa Timur, Kernel Gauss

ABSTRACT

Masrufatin, Mega Oktavia. 2011. **Spatial Estimation Model With Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)**. Thesis. Mathematics Department of Science and Technology, Faculty State Islamic University of Malang Maulana Malik Ibrahim.

Supervisor: (I) Sri Harini M.Si

(II) Dr. H. Munirul Abidin M.A

Regression analysis is a statistical analysis that aims to model the relationship between predictor variables with response variable. Poisson regression is used to variable respon poisson distributed. model used was Poisson regression. The main problem of this method is if the method is applied to spatial data heterogeneity will be occur. To overcome the problem of spatial data on the statistical methods to be used is the method of Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR) is the local form of Poisson regression in which the location of attention.

The results showed that the estimated model parameters GWPR using MLE method and solved using Newton-Rhapson iteration will produce parameter estimates in the form of iteration. Testing parameters are partially using the t distribution Applications GWPR model in which mortality data are affected by the facility in East Java showed that by using a weighted kernel function gauss it will generate some variables that affect poverty rates.

This facilitate researchers to describe the local parameters that can explain the spatial variation in the relationship between poverty rates are influenced by many health care facilities with state of the region. In the global modeling of data which are spatially stationary process that is modeled for each region and will probably hide local differences are interesting and important in determining the amount of poverty that affected health care facilities dipropinsi East Java. To determine the parameter estimation we use the MLE method and solved by Newton-iteration Rhapson.

Keywords: *Geographically Weighted Poisson Regression*, *Maximum Likelihood Estimator*, Newton-Rhapson, The poverty rate in East Java, Gauss Kernel

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika adalah sekumpulan cara atau aturan-aturan yang berkaitan dengan pengumpulan data, analisis data, penyajian data dan penarikan kesimpulan atas data-data yang berbentuk angka dengan menggunakan asumsi-asumsi tertentu. Ayat Al-Qur’an yang berhubungan dengan statistika terdapat dalam surat Al-Baqoroh ayat 261

مَّثَلُ ٱلَّذِينَ يُنفِقُونَ أَمْوَٰلَهُمْ فِى سَبِيلِ ٱللَّهِ كَمَثَلِ حَبَّةٍ أَنۢبَتَتْ سَبْعَ سَنَابِلَ فِى كُلِّ سُنۢبُلَةٍ مِّا۟ئَةُ حَبَّةٍ ۗ

وَٱللَّهُ يُضَٰعِفُ لِمَن يَشَآءُ ۗ وَٱللَّهُ وَٰسِعٌ عَلِيمٌ ﴿٢٦١﴾

Dari ayat di atas dapat dihubungkan dengan statistika bahwa dari hal yang kecil bisa menjadi besar, sebagaimana ayat di atas dari satu benih bisa tumbuh menjadi tujuh bulir dan pada tiap bulirnya menghasilkan seratus biji. Balasan Allah terhadap orang yang menafkahkan hartanya dijalan Allah adalah pahala atau ganjaran yang berlipat-lipat di atas kehendak-Nya karena Allah Maha Luas karunia-Nya. Ini membuktikan bahwa dalam Al-Qur’an juga ada perhitungan sebagaimana dalam statistika.

Dalam statistika terdapat dua jenis yaitu statistika diskriptif dan statistika inferensia. Statistika diskriptif adalah statistika yang membahas mengenai diskripsi atau pengumpulan data serta penyajiannya sedangkan statistika inferensia adalah bagian statistika yang mempelajari mengenai penafsiran dan penarikan kesimpulan yang berlaku secara umum dari data yang telah tersedia yang juga berfungsi meramalkan dan mengontrol keadaan (Irianto, 2003). Banyak masalah praktis yang berhubungan dengan statistika inferensia, salah satunya adalah mengenai regresi yang merupakan metode statistika yang paling umum digunakan. Metode regresi adalah metode yang menghubungkan variabel *respon* dan variabel *predictor* (Smeeth dan Draper, 1992). Sebagaimana dalam Al-Qur’an dijelaskan dalam surat Ar’d ayat 18

لِلَّذِينَ ٱسْتَجَابُوا۟ لِرَبِّهِمُ ٱلْحُسْنَىٰ ۚ وَٱلَّذِينَ لَمْ يَسْتَجِيبُوا۟ لَهُۥ لَوْ أَنَّ لَهُم مَّا فِى ٱلْأَرْضِ جَمِيعًا وَمِثْلَهُۥ

مَعَهُۥ لَٱفْتَدَوْا۟ بِهِۦٓ ۚ أُو۟لَٰٓئِكَ لَهُمْ سُوٓءُ ٱلْحِسَابِ وَمَأْوَىٰهُمْ جَهَنَّمُ ۖ وَبِئْسَ ٱلْمِهَادُ ﴿١٨﴾

Dari ayat di atas kita tahu bahwa ada variabel *respon* dan variabel *prediktor* antara balasan amal seseorang dengan prilakunya, ‘Barang siapa yang memenuhi seruan Tuhannya maka mereka akan mendapat balasan baik sebaliknya barang siapa yang tidak memenuhi seruan Tuhannya maka mereka akan mendapat balasan buruk dan tempat tinggal mereka adalah jahanam’, tiap-tiap manusia memperoleh balasan amal perbuatannya masing-masing yang mau memenuhi panggilan Allah pasti dapat pembalasan atas kebaikannya. Dari sini sangat terlihat bahwa amal seseorang sangat dipengaruhi oleh prilakunya.

Pada model regresi diasumsikan bahwa lokasi pengamatan tidak mempengaruhi model. Asumsi ini akan menghasilkan kesalahan dan munculnya autokorelasi jika pengaruh lokasi pengamatan tidak diperhatikan, untuk menyelesaikan pemodelan tersebut digunakan analisis regresi spasial.

Analisis regresi spasial adalah pengembangan dari model regresi sederhana dengan memperhatikan lokasi pengamatan, autokorelasi dan heterogenitas pada data. Salah satu dampak heterogenitas spasial adalah munculnya nilai parameter regresi yang bervariasi secara spasial karena ada pengaruh lokasi. Untuk mendeteksi dan menganalisis nilai parameter tersebut salah satu metode yang digunakan adalah *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR).

GWPR adalah bentuk lokal dari regresi poisson dimana lokasi diperhatikan yang berasumsi bahwa data berdistribusi poisson. Ada beberapa penelitian yang berhubungan dengan GWPR salah satunya adalah Brundson (1996), Salmon Notje Aulele (2009) dan Septika (2010) yang menggunakan GWPR untuk memodelkan angka kematian bayi di provinsi Jawa Timur. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa ada variasi yang signifikan terhadap jumlah kematian bayi diseluruh kabupaten/kota di provinsi Jawa Timur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model yang lebih baik digunakan untuk menganalisa data AKB di tiap kabupaten/kota di provinsi Jawa Timur berdasarkan nilai AIC yang terkecil adalah model GWPR. Hasil penelitian di atas belum menyajikan penaksiran parameter model GWPR secara terperinci sehingga belum dapat digunakan secara umum. Selain AKB banyak juga yang harus diperhatikan pemerintah salah satunya adalah kemiskinan.

Jumlah penduduk miskin Jawa Timur masih relatif tinggi. Menurut BPS provinsi Jawa Timur tahun 2009, jumlah penduduk miskin di Jawa Timur pada bulan maret 2009 sebesar 6.65 juta (18.51%). Sebagian besar (65.26%) penduduk miskin berada pada daerah pedesaan sedangkan sisanya (34.74%) berada didaerah perkotaan.

Ada beberapa perbedaan dan indikator tentang kemiskinan yang digunakan dalam menentukan angka kemiskinan. Salah satu indikator kemiskinan menurut Bappenas adalah terbatasnya fasilitas kesehatan bagi masyarakat miskin. Pemenuhan fasilitas kesehatan yang layak masih menjadi persoalan bagi masyarakat miskin. Pada umumnya kesulitan pelayanan kesehatan ini disebabkan oleh kurangnya perhatian pemerintah terhadap masyarakat miskin.

Kriteria penentuan penduduk miskin tentunya tergantung kondisi daerah masing-masing. Seperti yang dilakukan oleh BPS, perhitungan garis kemiskinan sebagai kriteria penentuan penduduk miskin dibedakan untuk daerah perkotaan dan perdesaan. Persoalan kemiskinan di Indonesia terjadi hampir di seluruh wilayah baik di perkotaan maupun di pedesaan. Dengan karakter daerah yang berbeda, maka persoalan kemiskinan di wilayah perkotaan semestinya berbeda dengan daerah pedesaan. Oleh karena itu kriteria penduduk miskin di kota semestinya berbeda dengan kriteria penduduk miskin di kota (Rumiati dkk, 1998).

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dalam penelitian ini akan dicari Estimasi Model Linear Spasial dengan Metode *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) yang akan diaplikasikan untuk pemodelan angka kemiskinan dengan pembobot fungsi Kernel Gauss.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana estimasi parameter model regresi spasial dengan GWPR ?
2. Bagaimana hasil estimasi parameter dan statistika uji dari GWPR untuk data kemiskinan di Jawa Timur ?

1.3 Tujuan Penelitian

1. Mengetahui estimasi parameter model linear spasial dengan GWPR.
2. Mengetahui hasil estimasi parameter dan statistika uji dari GWPR untuk data kemiskinan di Jawa Timur.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah :

1. Jenis pembobot yang digunakan adalah fungsi Kernel Gauss.
2. Data keluarga miskin di Jawa Timur yang dipakai adalah data tahun 2009.
3. Metode yang digunakan adalah *Maximum Likelihood Estimator* (MLE).

1.5 Manfaat Penelitian

1.5.1 Bagi Penulis

1. Mampu mengaplikasikan mata kuliah statistika yang pernah dipelajari di bangku kuliah dalam kehidupan sehari-hari.
2. Menambah pengetahuan dan wawasan, khususnya keterkaitan antara matematika dengan angka kemiskinan pada suatu wilayah.

1.5.2 Bagi Pembaca

1. Memperkaya wawasan dalam memanfaatkan ilmu matematika.
2. Membantu pembaca yang ingin mempelajari dan memperluas ilmu pengetahuan khususnya dalam aplikasi matematika.
3. Sebagai tambahan literatur penunjang khususnya bagi mahasiswa matematika.

1.6 Metode Penelitian

1.6.1 Pendekatan Penelitian

Pada penelitian ini menggunakan pendekatan diskriptif kuantitatif untuk mencari estimasi parameter serta menganalisis permasalahan dengan menggunakan teori yang mendukung dalam masalah yang diangkat. Pendekatan ini menggambarkan objek penelitian yang dihubungkan dan ditelaah dengan teori-teori yang ada, dimana data penelitian yang dipakai adalah diambil dari variabel angka kemiskinan.

Oleh karena itu tujuan dari penelitian diskriptif kuantitatif adalah ingin menggambarkan realita empirik sesuai dengan fenomena yang ada. Selanjutnya adalah berupa penyesuaian terhadap konsep-konsep yang berhubungan dengan permasalahan yang ada.

1.6.2 Data dan Sumber Data

Data dalam penelitian ini adalah data sekunder mengenai variabel-variabel angka kemiskinan. Sumber data dalam penelitian ini diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) kota Malang.

1.6.3 Variabel

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data angka kemiskinan tahun 2009, dengan :

Y: angka kemiskinan,

X_1: banyaknya dokter,

X_2: banyaknya Rumah Sakit (pemerintah dan swasta),

X_3: banyaknya puskesmas,

X_4: banyaknya Desa pada tiap kabupaten/kota yang ada di Jawa Timur berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS).

1.6.4 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data dalam penulisan ini menggunakan beberapa metode antara lain :

1. Metode Dokumentasi

   Memanfaatkan data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistika (BPS) kota Malang. Metode ini digunakan untuk mengambil data tentang angka kemiskinan.

2. Metode Literatur

   Metode ini dipergunakan untuk memperoleh data dari buku, catatan dan laporan yang menunjang penyusunan laporan penelitian ini.

1.6.5 Analisis Data

Setelah data terkumpul langkah selanjutnya adalah analisis data dilakukan berdasarkan teori-teori yang sudah ada dalam statistika yang mendukung pada masalah dalam penelitian ini. Tahap-tahapnya adalah sebagai berikut:

1. Langkah-langkah untuk mengkaji estimasi parameter pada model GWPR adalah sebagai berikut :
   1. Menentukan model regresi spasial Poisson
   2. Membentuk fungsi densitas bersama
   3. Menentukan fungsi densitas yang akan diestimasi parameternya
   4. Menaksir parameter dengan memaksimumkan fungsi densitas tersebut
   5. Untuk mendapatkan estimasi parameter μ dari model GWPR dilakukan dengan menggunakan pendekatan metode Newton Rhapson.
2. Aplikasi pada penentuan angka kemiskinan Jawa Timur Tahun 2009 dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   1. Pengambilan data
   2. Menentukan koordinat lokasi penelitian, dalam kasus ini kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur.
   3. Menentukan nilai bandwidth optimum dengan menggunakan metode *Akaike's Information Criterion* (AIC).
   4. Menghitung jarak Eucliden anatara lokasi pengamatan berdasarkan posisi geografis.

5. Menghitung matriks pembobot dengan menggunakan fungsi kernel Gauss
6. Menaksir parameter dari model GWPR pada data.
7. Menentukan statistika uji dari metode GWPR dengan hipotesis:

   $H_0: \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \cdots = \beta_p(u_i, v_i) = 0$

   $H_1: paling\ tidak\ ada\ satu\ \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$
8. Membuat kesimpulan

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah dan memahami skripsi ini secara keseluruhan maka penulis menggambarkan sistematika penulisannya yang terdiri dari empat BAB dan masing-masing akan dijelaskan sebagai berikut:

BAB I : Merupakan bab pendahuluan yang menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian yang meliputi: pendekatan penelitian, data dan sumber data, vaiabel metode pengumpulan data dan analisis data, dan sistematika penulisan

BAB II : Dalam bab ini akan dijelaskan beberapa pengertian dan teori-teori tentang regresi linear sederhana, data spasial, Model *Geographically Weighted Regresion* (GWR), Model Regresi Poisson, *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR), Estimasi Parameter Model Regresi Poisson, Uji Hipotesis, *Maximum Likelihood Estimator* (MLE), Likelihood Rasio Test, Pengujian Parameter Model Regresi Poisson, kajian masalah estimasi dan angka kemiskinan dalam Al-Qur'an.

BAB III : Pembahasan merupakan BAB inti dari penulisan yang menjabarkan tentang Estimasi Model Linear Spasial dengan GWPR dan aplikasinya.

BAB IV : Penutup yang merupakan kesimpulan dari pembahasan hasil penelitian yang telah diterangkan dan dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Regresi Linear Sederhana

Regresi merupakan suatu alat ukur yang digunakan untuk mengukur ada atau tidaknya hubungan antara dua variabel yaitu variabel *prediktor (X)* dan variabel *respon (Y)*. Istilah regresi yang berarti ramalan atau taksiran pertama kali diperkenalkan oleh Sir Francis Galton 1877. Analisis regresi lebih akurat dalam analisis korelasi karena pada analisis kesulitan dalam menunjukkan tingkat perubahan suatu variabel terhadap variabel lainnya dapat ditentukan. Jadi dengan analisis regresi peramalan atau perkiraan nilai variabel regresi *respon* dari nilai variabel *prediktor* lebih akurat (Algifari, 1997).

Model regresi linear secara umum dapat dinyatakan dengan:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p + \varepsilon \qquad (2.1)$$

Jika diambil sebanyak p pengamatan, maka model di atas dapat dituliskan sebagai:

$$Y = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \qquad (2.2)$$

dimana:

i = 1,2,....,p

Y = variabel *respon*

X = variabel *prediktor*

$\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p$ = parameter model

ε = error

Menurut Draper (1992) persamaan regresi linear sederhana dapat diubah dalam bentuk matriks yaitu sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\beta + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.3}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ . \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \ldots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \ldots & x_{2p} \\ & & . & & \\ & & . & & \\ & & . & & \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \ldots & x_{np} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ . \\ . \\ . \\ \beta_p \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

dimana:

$\boldsymbol{Y}$ =vektor variabel respon berdimensi $n \; x \; 1$

$\boldsymbol{X}$ = vektor variabel prediktor berdimensi $n \; x \; q$, dimana $q = p + 1$

β = variabel parameter regresi berdimensi $q \; x \; 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor galat model regresi berdimensi $n \; x \; 1$

2.2 Data Spasial

Data spasial adalah data pengukuran yang memuat informasi lokasi. Misal Z(s_i), i=1,2,...,n data pengukuran Z dilokasi atau koordinat s_i. Cressie (1991) menyatakan bahwa data spasial merupakan salah satu model data respon, karena spasial dikumpulkan dari lokasi spasial berbeda yang mengindikasikan ketergantungan antara pengukuran data dengan lokasi. Data spasial banyak dijumpai dalam disiplin ilmu yang membutuhkan data dengan informasi lokasi, antara lain: Geology, ilmu tanah, epidemiology, ilmu tanaman, ekologi, kehutanan dan astronomi.

Ada dua tahap utama dalam menganalisis data spasial yaitu tahap analisis struktural dan tahap estimasi parameter. Tahap estimasi merupakan proses prediksi parameter berdasarkan data spasial.

2.3 Model *Geographically Weighted Regresion* (GWR)

Dalam regional science teknik analisis regresi linear telah berkembang secara luas, meskipun penggabungan yang secara eksplisit dari lokasi dan ruang tidak memiliki pertimbangan secara umum. Gracia Isabel (2007), analisis spasial varian dan model-model dan perubahan struktur merupakan contoh-contoh yang baik dari perhitungan metode-metode untuk aturan spasial diskrit pada pengekspesian atau perluasan dan penyaringan adaptif spasial. Perhatian yang sangat besar mengenai variasi yang kontinue pada ruang dan studi.

Anselin (1988) menyebutkan bahwa heterogenitas spasial (*Spasial heterogenity*) didalam regional science merupakan salah satu hal penting yang perlu mendapatkan perhatian khusus. Terjadinya heterogenitas spasial dapat disebabkan oleh kondisi unit-unit spasial didalam satu wilayah penelitian yang pada dasarnya tidak homogen. Misalnya saja tingkat pendapatan masing-masing wilayah atau daerah berbeda-beda.

Bitter,dkk (2007) menyatakan bahwa parameter regresi *Ordinarry Least Square* (OLS) yang dihasilkan hanya merupakan nilai rata-rata (*Average Value*) parameter regresi dari semua titik lokasi apabila terjadi heterogenitas *spasial*.

Ketidak mampuan mengakomondasi informasi apabila terjadi keheterogenan spasial akan menghasilkan nilai duga parameter regresi yang bias dan hilangnya kemampuan dalam menjelaskan fenomena data yang sebenarnya. Menurut Shi, dkk (2006), *Geographically Weighted Regresion* (GWR) semakin sering digunakan dalam analisis data yang berhubungan dengan heterogenitas spasial.

Metode *Geographically Weighted Regresion* (GWR) adalah suatu teknik yang membawa kerangka dari model regresi linear sederhana menjadi model regresi terboboti. Menurut Fotheringham dkk (dalam Mennis, 2006), GWR adalah metode statistik yang digunakan untuk menganalisis heterogenitas spasial. Heterogenitas yang dimaksud adalah suatu keadaan dimana pengukuran hubungan diantara variabel berbeda-beda antara lokasi yang satu dengan lokasi yang lain.

Yu dan Wei (2005) menerangkan bahwa heterogenitas spasial terjadi apabila satu peubah bebas yang sama memberikan respon yang tidak sama pada lokasi yang berbeda didalam satu wilayah penelitian. Brundson (1996) dalam Bitter, dkk (2007) menyebutkan bahwa inti penggunaan metode GWR adalah menentukan model regresi untuk masing-masing titik lokasi sehingga model-model regresi yang diperoleh akan bersifat unik, yaitu model regresi untuk titik yang satu berbeda dengan tititk-titik yang lainnya.

Metode GWR adalah suatu teknik yang membawa kerangka dari model regresi sederhana menjadi model regresi terboboti (Fotheringham, 2002). Model GWR dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j(u_i, v_i)\, X_{ij} + \varepsilon_i \qquad (2.4)$$

dimana:

i: 1,...,n

j: 1,...,k

n: banyaknya pengamatan

p: banyaknya variabel *prediktor*

u_i: koordinat spasial *longitude* untuk pengamatan ke-i

v_i: koordinat spasial *latitude* untuk pengamatan ke-i

$\beta_0(\square_i v_i)$: parameter model GWR

$X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip}$: peubah-peubah bebas pada pengamatan ke-i

ε_i: galat ke-i yang diasumsikan identik, prediktor, berdistribusi normal dengan mean nol serta varian konstan

Dengan demikian setiap parameter dihitung pada setiap titik lokasi geografis. Hal ini menghasilkan variasi pada nilai parameter regresi disuatu kumpulan wilayah geografis. Jika nilai parameter regresi konstan pada tiap-tiap wilayah geografis, maka model GWR adalah model global, artinya tiap-tiap wilayah geografis mempunyai model yang sama. Hal ini merupakan kasus khusus dari GWR.

2.4 Model Regresi Poisson

Regresi poisson merupakan suatu bentuk analisis regresi yang digunakan untuk memodelkan data yang berbentuk jumlah, misalnya data tersebut dilambangkan dengan Y yaitu banyaknya kejadian yang terjadi dalam satu periode waktu atau wilayah tertentu. Regresi poisson mengasumsikan bahwa variabel random Y berdistribusi poisson. Suatu variabel random Y didefinisikan mempunyai distribusi poisson jika fungsi peluangnya diberikan sebagai berikut(Mood, Graybill & Boes, 1974)

$$f_Y(x) = f_Y(x;\mu) = \begin{cases} \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}, & x = 0,1,2,\ldots \\ 0 \; untuk \; lainnya \end{cases} \quad (2.5)$$

Dengan parameter $\mu > 0$. Persamaan diatas disebut fungsi peluang Poisson. Model regresi poisson dapat ditulis sebagai berikut

$$\ln(\mu_i) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} \qquad ; i = 1,2,\ldots,n \quad (2.6)$$

dengan

$$\mu_i = \mu_i(x_i) = exp\left(x_i{}^T \beta(u_i, v_i)\right)$$

2.5 *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR)

Model GWPR ini merupakan model regresi linier lokal yang menghasilkan penaksiran parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik/ lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Dalam model GWPR variabel respon yang diprediksi dengan variabel prediktor yang masing-masing koefesien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Dinotasikan $U_i = (u_i, v_i)$ yang merupakan vektor koordinat dua dimensi (lintang,bujur) lokasi i, sehingga model regresi poisson dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i \sim poisson\ [\mu_i]$$

$$\mu_i = exp\left(\sum k\beta_k(U_i)\, x_{ik}\right)$$

dimana

$y_i = \ nilai\ observasi\ variabel\ \ respon\ ke\ i$

$x_{ik} = nilai\ observasi\ variabel\ prediktor\ k\ pada\ pengamatan\ \ lokasi\ U_i$

$\beta_u(U_i) = koefesien\ regresi\ untuk\ setiap\ lokasi\ U_i$

2.6 Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Penaksir parameter regresi poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Taksiran maksimum Likelihood untuk parameter β_k dinyatakan dengan $\hat{\beta}_k$ yang merupakan penyelesaian dari turunan pertama dari fungsi likelihoodnya, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mengambil n sampel random $y_1, y_2, y_3, \ldots y_n$
2. Membuat fungsi likelihoodnya berdasarkan persamaan distribusi poisson yang ditunjukkan pada persamaan (2.5) kemudian diturunkan terhadap â disama dengankan dengan nol sehingga syarat perlu $\frac{\partial \ln l(\beta)}{\partial \beta} = 0$, pada beberapa kasus tertentu cara derivatif ini kadang tidak menghasilkan suatu solusi yang eksplisit karena persamaannya masalah berbentuk implisit. Alternatif lain yang dapat digunakan untuk mencari *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) adalah dengan menggunakan metode iterasi numerik yaitu Newton Rhapson. Ide dasar dari model ini adalah memaksimumkan fungsi likelihood (Myers.1990).

3. Membentuk matrik Hessian H

   Matrik Hessian disebut juga matrik informasi

$$\boldsymbol{H}\big(\beta(m)\big)(k+1)x(k+1) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \ln l(\beta)}{\partial \beta_0} & \cdots & \dfrac{\partial^2 \ln l(\beta)}{\partial \beta_0 \beta_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ simetri & \cdots & \dfrac{\partial^2 \ln l(\beta)}{\partial {\beta_k}^2} \end{bmatrix}$$

4. Memasukkan nilai $\widehat{\beta}_0$ kedalam elemen-elemen faktor g dan matrik H, sehingga diperoleh vektor $g\big(\hat{\beta}_0\big)$ dalam matrik H$\big(\widehat{\beta}_0\big)$.
5. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan $\widehat{D}_{(m+1)} = \widehat{\beta}_m - H^{-1}{}_{(m)}\ g_{(m)}$. Nilai $\widehat{\beta}_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen pada iterasi ke m.
6. Jika belum didapatkan penaksir parameter yang konvergen maka dilanjutkan kembali langkah 5 sehingga iterasi ke m = m+1. Iterasi berhenti pada keadaan konvergen yaitu pada saat $\|\, 0(m+1)U_i - \beta(m)U_i\| \leq \varepsilon$ dimana ε merupakan bilangan yang sangat kecil.

2.7 Uji Hipotesis

Pengujian hipotesis adalah salah satu cara dalam statistika untuk menguji ‘parameter’ populasi berdasarkan statistik sampelnya, untuk dapat diterima atau ditolak pada tingkat signifikansi tertentu. Pada prinsipnya pengujian hipotesis ini adalah membuat kesimpulan sementara untuk melakukan penyanggahan atau pembenaran dari permasalahan yang akan ditelaah. Sebagai wahana untuk menetapkan kesimpulan sementara tersebut kemudian ditetapkan hipotesis nol dan hipotesis alternatifnya (Supangat, 2008: 293).

Hipotesis nol (H_0) untuk memprediksi bahwa variabel bebas tidak mempunyai efek pada variabel terikat dalam populasi. H_0 juga untuk memprediksi tidak adanya perbedaan antara suatu kondisi dengan kondisi yang lain. Sedangkan hipotesis alternatif, biasa dilambangkan dengan H_1, yang memprediksi bahwa variabel bebas mempunyai efek pada variabel terikat dalam populasi. H_1 juga untuk memprediksi adanya perbedaan antara suatu kondisi dengan kondisi yang lainnya (Irianto, 2006: 97-98).

Menurut Supangat (2008: 294), pernyataan hipotesis nol ini merupakan dugaan terhadap parameter suatu permasalahan yang akan dilakukan kajian untuk membenarkan atau menyanggah informasi dari suatu populasinya, berdasarkan statistik sampel pada tingkat signifikansi tertentu. Ada beberapa pengertian dalam pelaksanaan pengujian hipotesis, diantaranya:

1. Tingkat signifikansi / taraf nyata (α)

   Tingkat signifikansi (taraf nyata) adalah luas daerah di bawah kurva yang merupakan daerah penolakan hipotesis nolnya.

2. Tingkat keyakinan / tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$

   Tingkat keyakinan (tingkat kepercayaan) adalah luas daerah di bawah kurva yang merupakan daerah penerimaan hipotesis nolnya.

2.7.1 Uji t

Pengujian hipotesis dapat dilakukan dengan metode uji t, yaitu uji signifikansi tiap-tiap parameter.

Hipotesis:

$H_0 : \beta_i = 0$ untuk suatu i tertentu; $i = 1, 2, 3, \ldots, p$

$H_1 : \beta_i \neq 0$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$t_{\text{hitung}} = \frac{\hat{\beta}_i}{SE(\hat{\beta}_i)} \quad ; i = 1, 2, 3, \ldots, p$$

H_0 ditolak jika $|t_{\text{hitung}}| > t_{\text{tabel}(\alpha, \text{n-1})}$; dengan α adalah tingkat signifikansi yang dipilih. Bila H_0 ditolak, artinya parameter tersebut signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi α (Wei, 1994).

2.7.2 Uji-F

Menurut Nita herawati pengujian terhadap ketepatan model, dengan menggunakan uji koefisien R^2 (koefisien determinasi) dan uji F. Dengan hipotesis sebagai berikut:

Ho : $\beta_1 = \beta_2 = \ldots\ldots = \beta_k = 0$

Ha : tidak semua β_k sama untuk $k = 1, 2, 3, \ldots, N$

Pengujian dilakukan dengan membandingkan nilai F-hitung dan F-tabel. Jika F-hitung > F-tabel, Ho ditolak yang artinya secara keseluruhan koefisien regresi signifikan atau sekurang-kurangnya satu variabel bebas memberikan kontribusi untuk memprediksi nilai variabel tergantung. Untuk uji koefisien determinasi $\left(R^2\right)$, yaitu koefisien yang mengukur seberapa besar variasi dari variable tergantung dapat dijelaskan oleh variasi dari variable bebas di mana nilai R^2 mempunyai rentang nilai antara 0 sampai dengan 1 (Gujarati, 1992: 182). Perhitungan koefisien β dan konstanta untuk satu regresi dengan model misalkan $Y = f(x_1, x_2)$.

2.8 Maximum Likelihood Estimator (MLE)

Definisi:

Fungsi likelihood dari n variable random $x_1, x_2, \dots, x_n$ didefinisikan sebagai fungsi kepadatan bersama dari n variable random. Fungsi kepadatan bersama $f_{x_1 x_2 .. x_n}(x_1 \dots x_n; \theta)$ yang mempertimbangkan fungsi dari θ. Jika $x_1 \dots x_n$ adalah sampel random dari fungsi kepadatan $f(x;\theta)$, maka fungsi likelihoodnya adalah $f(x_1;\theta)f(x_2;\theta) \dots f(x_n;\theta)$. (Mood,Graybill and Boes,1986:278)

Untuk meningkatkan dalam mempelajari fungsi likelihood sebagai fungsi dari θ, dapat dinotasikan $L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) atau\ L(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Contoh:

Jika $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah random sampel dari distribusi $x \sim N(0,1)$, fungsi likelihoodnya adalah $L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1;\theta)f(x_2;\theta) \dots f(x_n;\theta)$, karena berdistribusi normal, maka fungsi $f(x;\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}} e^{-\frac{1}{2}(xi-\theta)^2}$ fungsi likelihoodnya adalah:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1;\theta)f(x_2;\theta)\dots f(x_n;\theta)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}(x_1-\theta)^2\right)} . \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}(x_2-\theta)^2\right)} \dots . . \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}(x_n-\theta)^2\right)}$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}(x_1-\theta)^2\right)+\left(-\frac{1}{2}(x_2-\theta)^2\right)+\dots+\left(-\frac{1}{2}(x_n-\theta)^2\right)}$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}((x_1-\theta)^2)+((x_2-\theta)^2)+\dots+((x_n-\theta)^2)}$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_1-\theta)^2}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_1-\theta)^2}$$

Sehingga fungsi likelihoodnya dapat ditulis sebagai berikut

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_1-\theta)^2}$$

Sejauh ini metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) merupakan metode estimasi yang umum digunakan. Jika diketahui sampel acak X dengan sebaran peluang $L(\,x;\theta)$ yang berarti mempunyai parameter θ yang tidak diketahui besarnya. Jika diambil berukuran n dengan nilai-nilai pengamatan $x_1, x_2, \dots, x_p$, maka fungsi peluangnya adalah $L\theta = f(x_1,\theta).(x_2,\theta) \dots . . (x_n,\theta)$ penduga kemungkinan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dari θ adalah sebuah nilai θ yang memaksimumkan fungsi kemungkinan L(θ). Jika dari populasi yang berdistribusi $f(X|\theta_1, \theta_2, \dots, n)$ fungsi likelihoodnya didefinisikan

$$L(\theta|x) = L(\theta_1, \theta_2, .., \theta_k | x_1, x_2, .., x_n) = \prod f(\, x_i \,| \theta_1, \theta_2, .., \theta_k) \qquad (2.7)$$

Jika fungsi likelihoodnya diturunkan terhadap θ_i maka akan diperoleh penyelesaian atau estimasi parameter-parameter $(\theta_1, \theta_2, .., \theta_k)$ dengan memaksimumkan fungsi (2.7) dan menyamakan dengan nol, diperoleh

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} L(\theta|x) = 0 \quad i = 1,2, \dots, k \qquad (2.8)$$

Untuk lebih jelasnya, misalkan peubah acak X yang tersebar normal dengan nilai tengah μ dan ragam σ^2 $X = NID(\mu, \sigma^2)$ dimana μ dan σ^2 tidak diketahui. Fungsi kemungkinan contohnya menurut Yitnosumarto (1990) adalah

$$L(\mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{xi-\mu}{\sigma})^2} \qquad (2.9)$$

MLE berhubungan dengan *Likelihood Rasio Test* (LRT) dalam penentuan statistik uji. LRT Λ dapat diperoleh dari proses pembagian

$$\Lambda = \frac{L(\widehat{\omega})}{L(\widehat{\Omega})}$$

$$L(\widehat{\omega}) = maxL(\omega) dan\ L(\widehat{\Omega}) = \max L(\Omega)$$

dimana

ω: himpunan parameter dibawah hipotesis nol (H_0)

Ω: himpunan parameter dibawah populasi

L(ω): fungsi likelihood dibawah H_0

L(Ω) : fungsi likelihood dibawah populasi

Keputusan tolak H_0 jika $\Lambda < \Lambda_0 < 1$

2.9 Likelihood Rasio Test

Misal $X_1, X_2, \ldots, X_n$ adalah sampel acak dari distribusi poisson $p(x|\theta) = \frac{e^{-\mu}\mu^{y}}{y!}$ diperoleh likelihood dari pengujian statistik $H_0: \theta = \theta_0; H_1: \theta \neq \theta_0$

Solusi

$$L(\theta|y_1, y_2, \ldots, y_n) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\mu}\mu^{y_i}}{y_i!}$$

$$= \theta \sum_{i=1}^{n} y_i e^{-\theta} \mathrm{X} \frac{1}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

$jika\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 0\ kemudian\ L(\theta) = e^{-n\theta}$ maksimum dari 1 di θ=0. Sebaliknya maksimum likelihood estimator adalah $\hat{\theta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} = \bar{x}$. Formula yang sama untuk special case

$$L(\hat{\theta}) = \bar{x} \sum_{i=1}^{?} x_i\, e^{-n\bar{x}} \mathrm{X} \frac{1}{\prod_{i=1}^{n} x_1!}$$

dan likelihood rasionya adalah

$$\lambda = \frac{L(\theta_0)}{L(\hat{\theta})} = \frac{\theta_0}{\bar{x}} e^{n(\bar{x}-\theta_0)} \text{ untuk } \begin{cases} \sum x_i > 0 \\ \lambda = e^{-n\theta_0} \text{ untuk yang lain} \end{cases}$$

2.10 Pengujian Parameter Model Regresi Poisson

Pengujian parameter model dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian ini untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel respon. Bentuk hipotesis pengujian parameter model secara parsial adalah:

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0 \;\; ; i = 1,2, \dots, n \quad ; k = 1,2, \dots, p$

$H_1 : \beta_k(u_i,\ v_i) \neq 0$

Dalam pengujian hipotesis diatas dapat digunakan statistik uji sebagai berikut:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{se\left(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\right)}$$

Nilai standar error $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ diperoleh dari:

$$se\left(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\right) = \sqrt{var\left(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\right)}$$

Dengan $var\left(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\right)$ merupakan element ke-k diagonal pada matriks $var\left(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)\right)$ yang berukuran $\left((p+1)x(p+1)\right)\, dan\, \hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ merupakan taksiran parameter model yang memaksimumkan fungsi log-likelihood. Kriteria pengujiannya adalah tolak $H_0 \; jika \;\; |Z_{hit}| > Z_{\alpha/2;\, n-(p+1)}$

2.11 Kajian Masalah Estimasi dan Angka Kemiskinan dalam Al-Qur'an

2.11.1 Analisis Regresi

Al-Qur'an surat Ali-Imron ayat 190-191 dapat digunakan untuk analisis regresi dengan cara mempartisinya (membagi) dan hasil partisian ayat tersebut dimisalkan dengan sebuah variabel, yaitu:

إِنَّ فِي خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَٱخْتِلَٰفِ ٱلَّيْلِ وَٱلنَّهَارِ لَءَايَٰتٍ لِّأُو۟لِى ٱلْأَلْبَٰبِ ﴿١٩٠﴾ ٱلَّذِينَ

يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِى خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ رَبَّنَا مَا

خَلَقْتَ هَٰذَا بَٰطِلًا سُبْحَٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ ٱلنَّارِ ﴿١٩١﴾

Artinya :190. Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal,

191. (yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata): "Ya Tuhan kami, tiadalah Engkau menciptakan Ini dengan sia-sia, Maha Suci Engkau, Maka peliharalah kami dari siksa neraka.

Apabila kedua ayat tersebut dipartisi, maka diperoleh sebanyak dua bagian, yaitu

لِّأُو۟لِى ٱلْأَلْبَٰبِ .... (*Y*)

يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِى خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ......(*X*)

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa penciptaan langit dan bumi serta pergantian siang dan malam merupakan tanda-tanda kebesaran Allah yang melekat pada diri seorang *ulul albab*, (*Y)* dianggap variabel *respon*. Sedangkan kriteria *ulul albab* itu adalah gabungan dari orang-orang yang mempunyai karakter ' *mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan* *berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi' (X*) dianggap *prediktor*.

Mempelajari matematika yang sesuai dengan paradigma Ulul Albab tidak cukup berbekal kemampuan intelektual semata, tetapi perlu didukung secara bersama dengan kemampuan emosional dan spiritual. Pola pikir deduktif dan logis dalam matematika juga bergantung pada kemampuan intuitif dan imajinatif serta mengembangkan pendekatan rasional empiris dan logis (Abdussakir, 2006).

Seringkali dijumpai dalam masyarakat umum sebuah pandangan bahwa konsep agama dan matematika tidak memiliki relasi yang setara. Agama yang diekspresikan oleh para pemeluknya di satu sisi cenderung memfokuskan diri pada kegiatan yang bersifat ritual suci dan ukhrawi, sedangkan matematika memiliki corak yang kental. Namun, dalam sejarah dapat dicermati bahwa agama ternyata memiliki peran yang signifikan dalam membangunkan umatnya dalam tidur panjangnya untuk mengkaji ilmu matematika lebih mendalam.

Statistika adalah cabang matematika yang berkaitan dengan pengumpulan data, pengolahan data, analisis data, dan penarikan kesimpulan. Kegiatan utama dalam statistika adalah pengumpulan data, hal ini dibicarakan Al-Qur'an dalam Surat Al-Qomar 52:

وَكُلُّ شَيۡءٖ فَعَلُوهُ فِي ٱلزُّبُرِ ٥٢

Artinya: "Dan segala sesuatu yang telah mereka perbuat tercatat dalam buku-buku catatan".

2.11.2 Estimasi

Estimasi adalah ketrampilan untuk menentukan sesuatu tanpa menghitung secara teliti. Dalam Al-Qur'an masalah estimasi atau taksiran juga dibicarakan yaitu pada surat As-Shaff yang menyinggung masalah satuan angka, surat ini turun sebelum nabi hijrah ke Madinah. As-Shaff berarti yang berbaris-baris. Dinamakan As-Shaff (yang bershaf-shaf) ada hubungan dengan perkataan As-Shaff yang terletak pada permulaan surat ini yang mengemukakan bagaimana para malaikat berbaris di hadapan Tuhannya yang bersih jiwanya, tidak dapat digoda oleh syetan. Hal ini hendaklah menjadi i'tibar bagi manusia dalam menghambakan dirinya kepada Allah, yang tidak tahu berapa banyak jumlahnya kecuali Allah SWT sendiri.

Estimasi dalam matematika disinggung dalam surat As-Shaff ayat 147, yaitu:

وَأَرْسَلْنَٰهُ إِلَىٰ مِائَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Artinya: "Dan kami utus mereka kepada seratus ribu orang atau lebih".

Pada surat tersebut dijelaskan bahwa nabi yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100.000 orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, terdapat kesan keraguan dalam menentukan jumlah umat nabi Yunus. Mengapa harus menyatakan 100.000 atau lebih? Mengapa tidak menyatakan dengan jumlah yang sebenarnya? Bukankah Allah mengetahui semua yang ghoib dan yang nyata. Kalau ditelaah Allah mengetahui segala sesuatu maka kesan keraguan atau taksiran inilah yang dalam matematika dinamakan dengan estimasi.

Dalam ayat lain juga dijelaskan yaitu pada surat Ali Imron ayat 191 yaitu

يَذۡكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمٗا وَقُعُودٗا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمۡ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلۡقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِ

Kaitan ayat tersebut dengan estimasi adalah terletak pada lafadh ٱللَّهَ يَذۡكُرُونَ yang mempunyai arti *'yang mengingat Allah'* dan juga terletak pada lafadh وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلۡقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِ yang mempunyai arti' *mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi'* disini tidak ditentukan berapa banyaknya orang mengingat Allah dan juga memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi.

Abdussyakir (2007) mengatakan bahwa estimasi adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak. Dalam matematika terdapat tiga jenis estimasi yaitu estimasi jumlah (*numerositas*), estimasi pengukuran dan estimasi komputasional.

1. Estimasi jumlah

   Estimasi jumlah adalah menentukan banyaknya objek tanpa menghitung secara acak. Objek disin maknanya sangat luas, objek dapat bermakna orang, uang, mobil dsb. Estimasi pada surat As-Shaff ayat 147 adalah estimasi banyaknya orang.

2. Estimasi pengukuran

   Estimasi pengukuran adalah menentukan ukuran sesuatu tanpa menghitung secara eksak. Ukuran disini maknanya sangat luas. Ukuran dapat berupa ukuran waktu, panjang, luas, usia, volume dsb. Kita dapat menaksir berat suatu benda tanpa mengukurnya hanya melihat benda tersebut.

3. Estimasi komputasional

   Estimasi komputasional adalah menentukan hasil suatu operasi hitung tanpa menghitungnya secara eksak. Ketika diminta menentukan hasil 97 x 20 dalam waktu sepuluh detik, seseorang mungkin akan melihat puluhannya saja sehingga memperoleh hasil 90 x 20=1800 inilah estimasi komputasional. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa seseorang mungkin akan menghitung dengan cara membulatkan kepuluhan terdekat.

Sumber studi matematika sebagaimana sumber ilmu pengetahuan dalam islam adalah konsep tauhid. Allah menciptakan alam semesta ini dengan aturan dan ukuran yang serapi-rapinya, ternyata tidak hanya ada pada firman-Nya saja, tetapi itu semua telah terbukti dapat dilihat dan dirasakan secara langsung segala apa yang ada di muka bumi ini yang kesemuannya tertata dengan sempurna. Matematika yang dipelajari oleh manusia sejak dahulu salah satu konsepnya terdapat dalam Al-Qur’an adalah statistika.

BAB III

PEMBAHASAN

Data spasial merupakan data pengukuran yang memuat suatu informasi lokasi. Pada data spasial, seringkali pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang berdekatan (*neighboring*). Data spasial merupakan salah satu jenis data *respon*, karena data dikumpulkan dari lokasi spasial berbeda yang mengindintikasikan terdapatnya ketergantungan antara pengukuran data dengan lokasi. Akibatnya, apabila dibentuk suatu model regresi linier akan menghasilkan autokorelasi serta heterogenitas pada data. Ada beberapa metode yang bisa digunakan dalam mengatasi permasalahan diatas salah satunya adalah metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE).

3.1 Estimasi Parameter Model GWPR

Model GWPR merupakan pengembangan dari model regresi poisson. Model ini menghasilkan estimasi parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Dalam model GWPR variabel respon yang diprediksi dengan variabel prediktor yang masing-masing koefesien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Model GWPR merupakan pengembangan dari distribusi poisson yaitu

$y_i \sim Poisson\ (\mu(x_i, \beta))$ dengan μ_i dari model regresi poisson adalah

$$\mu_i = \mu_i(x_i) = \exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij}\right)$$

$$\ln(\mu_i) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} \tag{3.1}$$

Jika dijabarkan dalam bentuk matrik

$$\begin{bmatrix} ln\,\mu_1 \\ \ln\mu_2 \\ \vdots \\ \ln\mu_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ & \vdots & & \ddots & \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$\ln\mu_i = x_{ij}\beta_j$

dengan

$i = 1,2,\dots,n$

$j = 1,2,\dots,k$

3.1.1 Estimasi Parameter $\boldsymbol{\beta(u_i, v_i)}$

Estimasi parameter model GWPR dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Estimasi parameter diperoleh dengan memaksimumkan fungsi loglikelihood dari model regresi poisson. Model regresi poisson dibentuk dari model poisson yang dinyatakan sebagai berikut

$$f(y) = \frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!} \tag{3.2}$$

Karena dalam model poisson dibentuk dari n sampel dengan menggunakan fungsi densitas bersama maka persamaan (3.2) dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$f(y_1.y_2 \dots y_n) = \frac{e^{-\mu}\mu^{y_1}}{y_1!}.\frac{e^{-\mu}\mu^{y_2}}{y_2!}\dots\frac{e^{-\mu}\mu^{y_n}}{y_n!}$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\frac{e^{-\mu}\mu^{y_i}}{y_i!} \tag{3.3}$$

Setelah didapatkan fungsi densitas bersama dari model poisson selanjutnya model tersebut dirubah dalam bentuk model regresi poisson sebagai berikut:

$$f(y_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp\left(-\mu(x_i,\beta)\right)\left(\mu(x_i,\beta)\right)^{y_i}}{y_i!}$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \left(\exp\left(-\mu(x_i,\beta)\right)\left(\mu(x_i,\beta)\right)^{y_i} \frac{1}{y_i}! \right)$$

$$= \exp\left(-\mu(x_1,\beta)\right)\left(\mu(x_1,\beta)\right)^{y_1} \frac{1}{y_1}!. \exp\left(-\mu(x_2,\beta)\right)\left(\mu(x_2,\beta)\right)^{y_2} \frac{1}{y_2}! \ldots$$

$$\exp\left(-\mu(x_n,\beta)\right)\left(\mu(x_n,\beta)\right)^{y_n} \frac{1}{y_n}!$$

$$= \exp\left(\sum_{i=1}^{n} -\mu(x_i,\beta)\right)\left(\left(\mu(x_i,\beta)\right)^{\sum_{i=1}^{n} y_i}\right)\sum_{i=1}^{n}(y_i!)^{-1}$$

Untuk mencari estimasi parameter dari model regresi poisson tersebut dilakukan dengan menggunakan parameter Maksimum Likelihood Estimator (MLE) dengan cara membuat fungsi likelihood dari (3.4)

$$L(\beta|y_i) = \exp\left(\sum_{i=1}^{n} -\mu(x_i,\beta)\right)\left(\left(\mu(x_i,\beta)\right)^{\sum_{i=1}^{n} y_i}\right)\sum_{i=1}^{n}(y_i!)^{-1} \qquad (3.5)$$

Dari fungsi likelihood pada persamaan (3.5) untuk menghitung fungsi eksponen dengan cara me-ln-kan fungsi likelihood pada persamaan tersebut sehingga didapatkan

$$ln\, L(\beta|y_i) = \sum_{i=1}^{n} [-\mu(x_i,\beta) + y_i \ln \mu(x_i,\beta) - \ln y_i!]$$

Untuk menghitung eksponen pada persamaan (3.4) dilakukan dengan cara me-ln-kn fungsi log likelihood dari persamaan tersebut yaitu

$$\ln L(\beta|y_i) = \sum_{i=1}^{n} [-\mu(x_i,\beta) + y_i \ln \mu(x_i,\beta) - \ln y_i!]$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} \mu(x_i,\beta) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(\mu(x_i,\beta)\right) - \sum_{i=1}^{n} \ln y_i \qquad (3.6)$$

dimana fungsi dari $\left(\mu(x_i,\beta)\right)$ adalah

$$\log(\mu_i) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij}$$

dengan mengikuti $\left((x_i, \beta)\right) = x_i\beta$ maka persamaan (3.6) dapat dinyatakan dengan

$$\ln L(\beta|y_i) = -\sum_{i=1}^{n} \exp(x_i\beta) + \sum_{i=1}^{n} y_i\, x_i\beta - \sum_{i=1}^{n} \ln y_i\,! \qquad (3.7)$$

Faktor letak geografis merupakan faktor pembobot pada model GPR. Faktor ini memiliki nilai yang berbeda untuk setiap daerah yang menunjukkan setiap lokal dari model GPR, karena adanya pembobot pada model maka model GPR berubah menjadi GWPR. Oleh karena itu pembobot diberikan pada bentuk log-likelihoodnya untuk model GWPR untuk pengamatan ke-j pada lokasi ke-i

$$\ln L(\beta(u_i, v_i)) = \sum_{j=1}^{n} \left[y_j x_j \beta(u_j, v_j) - \exp\left(x_j \beta(u_j, v_j)\right) - \ln y_i! \right] \boldsymbol{W}_{ij}\left(u_j, v_j\right)$$

Estimasi parameter diperoleh dengan memaksimumkan fungsi log-likelihoodnya dengan cara menurunkannya terhadap $\beta(u_j, v_j)$ kemudian hasilnya disamadengankan nol.

$$\frac{\partial \ln L(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta(u_j, v_j)} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \left[y_j x_j \beta(u_j, v_j) - \exp\left(x_j \beta(u_j, v_j)\right) - \ln y_i \right] \boldsymbol{W}_{ij}\left(u_j, v_j\right)}{\partial \beta(u_j, v_j)}$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \left[y_j\, x_j - x_j \exp\left(x_j \beta(u_j, v_j)\right)\right] \boldsymbol{W}_{ij}(u\ , v_j)$$

Nilai estimasi diperoleh dengan memaksimumkan bentuk diferensial tersebut sehingga diperoleh

$$\frac{\partial \ln L(\beta(u_i, v_i))}{\partial \beta(u_j, v_j)} = \sum_{j=1}^{n} (y_j x_j - x_j \left(\exp\left(x_j \beta(u_j, v_j)\right)\right) \boldsymbol{W}_{ij}(u_i, v_i) = 0 \quad (3.8)$$

Persamaan di atas merupakan persamaan yang berbentuk implisit, sehingga untuk menyelesaikan permasalahan tersebut digunakan suatu prosedur iterasi numerik yaitu dengan menggunakan pendekatan metode iterasi Newton Rhapson

$$\beta^{(m+1)}(u_i, v_i) = \beta_m(u_i, v_i) - \boldsymbol{H}_m{}^{-1}\left(\beta_m(u_i, v_i)\right) g_m\left(\beta_m(u_i, v_i)\right) \quad (3.9)$$

dimana

$$g_m\left(\beta_m(u_i, v_i)\right) = \frac{\partial \ln L\left(\beta(u_i, v_i)\right)}{\partial \beta(u_i, v_i)}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i w_{ij}(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^{n} x_i w_{ij}(u_i, v_i) \exp\left(x_i \beta(u_i, v_i)\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(x_i w_{ij}(u_i, v_i) - x_i w_{ij}(u_i, v_i) \exp\left(x_i \beta(u_i, v_i)\right)\right)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_i w_{ij}(u_i, v_i) \exp\left(x_i \beta(u_i, v_i)\right) + \sum_{i=1}^{n} x_i w_{ij}(u_i, v_i) y_i \quad (3.9)$$

$$\boldsymbol{H}_m\left(\beta_m(u_i,v_i)\right) = \frac{\partial \ln L(\beta(u_i,v_i))}{\partial\beta(u_i,v_i)\partial\beta^T(u_i,v_i)}$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_i w_{ij}(u_i,v_i) x_i^T \exp\left(x_i^T \beta(u_i,v_i)\right) \qquad (3.10)$$

Apabila persamaan (3.9) dan (3.10) disubtitusikan ke persamaan (3.8), maka diperoleh

$$\hat{\beta}^{(m+1)}(u_i,v_i) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \boldsymbol{W}_{ij}(u_i,v_i)\hat{\mu}_i x_1^T\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \boldsymbol{W}_{ij}(u_i,v_i)\hat{\mu}_i\right)\left\{\left(\frac{y_i-\hat{\mu}_i}{\hat{\mu}_i}\right)\right.$$
$$\left. + x_i^T \hat{\beta}_m(u_i,v_i)\right\}$$

atau

$$\hat{\beta}^{(m+1)}(u_i,v_i) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \boldsymbol{W}_{ij}(u_i,v_i)\hat{y}_i x_i^T\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \boldsymbol{W}_{ij}(u_i,v_i)\hat{y}_i\right)\left\{\left(\frac{y_i-\hat{\mu}_i}{\hat{\mu}_i}\right)\right.$$
$$\left. + x_i^T \hat{\beta}_m(u_i,v_i)\right\}$$

Dengan mengulang prosedur iterasi untuk setiap titik regresi ke-i dengan m=1, maka estimasi parameter lokal akan didapatkan. Iterasi berhenti pada saat konvergen yaitu pada saat iterasi mulai dari iterasi ke 7 sampai iterasi ke 18 yaitu $\left\|\beta^{(m+1)}(u_i,v_i) - \beta^m(u_i,v_i)\right\| \leq \varepsilon$, dimana ε merupakan bilangan yang sangat kecil.

3.2 Aplikasi Data

Indikator-indikator yang digunakan dalam menentukan gambaran derajat kesehatan masyarakat antara lain adalah banyaknya rumah sakit dan puskesmas. Oleh karena itu angka kemiskinan sangat berpengaruh terhadap kesehatan masyarakat. Jumlah angka kemiskinan tertinggi di Jawa Timur adalah kabupaten Lamongan, kota Surabaya dan kota Batu. Terjadi keberagaman angka kemiskinan tiap kabupaten/kota dipropinsi Jawa Timur ini kemungkinan disebabkan oleh perbedaan jumlah layanan kesehatan disetiap kabupaten/kota, disamping letak geografis tiap kabupaten/kota di propinsi Jawa Timur. Sebagai langkah awal untuk menganalisa model GWPR, maka perlu diperoleh model poisson terlebih dahulu. Sebelum membentuk model regresi poisson maka perlu dilakukan uji kolinieritas untuk mengetahui apakah antara variabel prediktor telah memenuhi kondisi tidak saling berkorelasi.

Beberapa kriteria yang dapat digunakan untuk mengetahui adanya kolinieritas diantara variabel prediktor antara lain dengan menggunakan koefesien korelasi (*Pearson correlation*). Dari kriteria tersebut diketahui bahwa tidak terdapat korelasi diantara variabel prediktor. Dari hasil pengujian didapatkan hasil nilai korelasi diantara variabel prediktor kurang dari 0.95 sehingga dapat dikatakan bahwa tidak terjadi kasus multikolinieritas sehingga variabel-variabel tersebut dapat digunakan dalam pembentukan model regresi poisson. Berikut ini adalah estimasi parameter model regresi poisson.

Tabel 1: Estimasi Parameter Model Regresi Poisson

Variable	Estimate	Standard Error	T-hitung	T-tabel
β_0	8.535906	0.003134	2723.64582	2.032244
β_1	0.015526	0.000058	267.68965	
β_2	-0.085355	0.000320	-266.73437	
β_3	0.038101	0.000126	302.38889	
β_4	0.002009	0.000009	223.22222	

Sumber: Analisis Penulis

3.2.1 Uji Signifikansi Parameter

Setelah diperoleh estimasi parameter model regresi poisson, maka perlu dilakukan uji signifikansi parameter dengan menggunakan uji t.

Hipotesis : H_0 : $\beta_0 = 0$ dan H_1 : $\beta_0 \neq 0$

Penolakan H_0 didasarkan pada t-hitung dan t-tabel.

Dari tabel 1 tersebut terlihat bahwa terdapat 5 parameter yang memiliki pengaruh yang signifikan terhadap model yaitu $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ *dan* β_4 sehingga model regresi poisson yang dibentuk untuk data kemiskinan propinsi Jawa Timur adalah

$$\mu_i = \exp(x_{ij}\beta)$$

$$\mu_i = \exp(8.535906 + 0.015526x_{1,i} + -0.085355x_{2,i} + 0.038101x_{3,i} + 0.002009x_{4,i})$$

Selanjutnya dilakukan pemodelan dengan menggunakan pendekatan GWPR. Langkah-langkah untuk membangun model ini adalah dengan memilih *bandwidth* (G) optimum, menentukan matriks pembobot, penaksiran parameter dan pengujian hipotesis. Nilai *bandwidth* untuk propinsi Jawa Timur diperoleh dari hasil iterasi yang konvergen adalah (q) = 1.091. Pada posisi pusat yang memiliki wilayah geografis yang semakin luas maka akan memiliki *bandwidth* yang semakin besar pula, karena jarak euclidian dengan tetangga terdekat yang semakin besar. Untuk setiap lokasi pusat akan diperoleh nilai *bandwidth* optimum yang berbeda-beda.

Setelah mendapatkan nilai *bandwidth* optimum, langkah selanjutnya adalah mendapatkan matriks pembobot, dimana dalam penelitian ini akan digunakan pembobot fungsi kernel Gauss. Misalkan matriks pembobot dilokasi (u_1,v_1) adalah $W(u_1,v_1)$ maka langkah awal untuk mendapatkan matrik pembobot ini adalah dengan mencari jarak euclid lokasi (u_1,v_1) kesemua lokasi penelitian. Matrik pembobot yang dibentuk dari fungsi kernel Gauss pada lokasi (u_1,v_1) yaitu kabupaten Pacitan adalah

$W(u_1,v_1)$ = diag (1,000000 0,998414 0,999639 0,999768 0,999765 0,999846
0,926183 0,998761 0,99745 0,997252 0,999261 0,999563
0,999769 0,999066 0,999802 0,999819 0,999969 0,999538
0,999303 0,998765 0,999175 0,999898 0,999984 0,991429
0,99986 0,999998 0,999806 0,999998 0,981903 0,999846
0,999017 0,992304 0,999464 0,999914 0,99997 0,99928
0,918494 0,949438)

Estimasi parameter model GWPR menggunakan metode Newton Rhapson dapat diselesaikan dengan menggunakan softwer GWR4 sehingga didapatkan nilai estimasi parameter disemua lokasi (u_i,v_i)

Tabel 2 Estimasi Parameter Model GWPR

Model GWPR

Variable	Nilai $\hat{\beta}$		Mean	STD	Range
	Max	Min			
Intercept	8.598167	7.491152	7.999039	0.293710	1.107015
β_1	0.029673	-0.094727	0.008308	0.029822	0.124400
β_2	0.437500	-0.257952	-0.012629	0.131970	0.695452
β_3	0.188477	0.010492	0.036269	0.044463	0.177985
β_4	0.005135	0.000819	0.003681	0.001073	0.004316

output: GWR4

Setelah diperoleh estimasi parameter model GWPR, maka perlu dilakukan uji signifikansi parameter untuk mengetahui pengaruh angka kemiskinan terhadap fasilitas kesehatan di Jawa Timur dengan menggunakan uji t.

Statistik uji pada model GWPR dengan hipotesis:

$H_0: \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \cdots = \beta_p(u_i, v_i)$

$H_1: paling\ tidak\ ada\ satu\ \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$

Hasil pengujian dapat dilihat di lampiran 3, yaitu semua hasil yaitu menolak H_0 jadi dapat disimpulkan bahwa semua lokasi mempengaruhi angka kemiskinan di Jawa Timur.

3.3 Regresi dan Estimasi dalam Persepektif Islam

Dalam Al-Qur'an surat Ali-Imron ayat 190-191 ayat ini bisa digunakan untuk analisis regresi dengan cara mempartisinya (membagi) dan hasil partisian ayat tersebut dimisalkan dengan sebuah variabel, yaitu:

إِنَّ فِي خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَٱخْتِلَٰفِ ٱلَّيْلِ وَٱلنَّهَارِ لَءَايَٰتٍ لِّأُو۟لِى ٱلْأَلْبَٰبِ ﴿١٩٠﴾ ٱلَّذِينَ

يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِى خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ رَبَّنَا مَا

خَلَقْتَ هَٰذَا بَٰطِلًا سُبْحَٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ ٱلنَّارِ ﴿١٩١﴾

Artinya :190. Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal,

191. (yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata): "Ya Tuhan kami, tiadalah Engkau menciptakan Ini dengan sia-sia, Maha Suci Engkau, Maka peliharalah kami dari siksa neraka.

Apabila kedua ayat tersebut dipartisi, maka diperoleh sebanyak dua bagian, yaitu

لِّأُو۟لِى ٱلْأَلْبَٰبِ .... (*Y*)

يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِى خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ.....(*X*)

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa penciptaan langit dan bumi serta pergantian siang dan malam merupakan tanda-tanda kebesaran Allah yang melekat pada diri seorang *ulul albab*, (*Y)* dianggap variabel *respon*. Sedangkan kriteria *ulul albab* itu adalah gabungan dari orang-orang yang mempunyai karakter ' *mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadaan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi' (X*) dianggap *prediktor*. Variabel prediktor sangat berpengaruh terhadap variabel respon karena yang menentukan variabel respon adalah variabel prediktor.

Ayat di atas dapat diimplementasikan dalam angka kemiskinan pada bidang kesehatan, ada beberapa perbedaan dan indikator tentang kemiskinan yang digunakan dalam menentukan angka kemiskinan. Salah satu indikator kemiskinan menurut Bappenas adalah terbatasnya fasilitas kesehatan bagi masyarakat miskin. Pemenuhan fasilitas kesehatan yang layak masih menjadi persoalan bagi masyarakat miskin. Pada umumnya kesulitan pelayanan kesehatan ini disebabkan oleh kurangnya perhatian pemerintah terhadap masyarakat miskin.

Untuk mewujudkan pembangunan itu kita menggunakan estimasi parameter atau taksiran karena kita tidak akan bisa tahu secara pasti. Dalam Al-Quran estimasi disinggung dalam surat As-Shaff ayat 147 yaitu:

وَأَرْسَلْنَٰهُ إِلَىٰ مِائَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Artinya: Dan kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih.

Pada surat tersebut dijelaskan bahwa nabi yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100.000 orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, terdapat kesan keraguan dalam menentukan jumlah umat nabi Yunus.

Dalam menentukan angka kemiskinan kita juga tidak bisa memastikan secara tepat akan hasil perhitungan yang kita lakukan, kita menggunakan taksiran atau perkiraan dalam menentukannya. Seperti contoh diatas dalam menentukan daerah yang berpengaruh terhadap angka kemiskinan kita menggunakan estimasi karena kita tidak bisa mengatakan langsung bahwa dalam suatu daerah itu termasuk daerah yang berpengaruh apa tidak karena banyak faktor yang mempengaruhinya.

Pada contoh di atas diketahui estimasi pada data angka kemiskinan yang dipengaruhi oleh layanan kesehatan, dengan menggunakan sofwer GWR4. Angka kemiskinan yang sangat tinggi adalah di kabupaten Lamongan, kota Surabaya dan kota Batu. Ini adalah hasil estimasi tertinggi dengan menggunakan empat indeks, yaitu banyaknya dokter, banyaknya Rumah Sakit (pemerintah dan swasta), banyaknya puskesmas dan banyaknya Desa. Keempat indeks ini sangat mempengaruhi angka kemiskinan walaupun sebenarnya masih banyak faktor yang mempengaruhi selain empat indeks tersebut. Jadi dalam penelitian ini semua kota dan kabupaten mempengaruhi angka kemiskinan terutama didaerah Jawa Timur tahun 2009.

Dalam Al-Qur'an dijelaskan tentang pengaruh amal seseorang terhadap perbuatannya yaitu dalam surat Ar'd ayat 18 yang berbunyi

لِلَّذِينَ ٱسۡتَجَابُواْ لِرَبِّهِمُ ٱلۡحُسۡنَىٰۚ وَٱلَّذِينَ لَمۡ يَسۡتَجِيبُواْ لَهُۥ لَوۡ أَنَّ لَهُم مَّا فِي ٱلۡأَرۡضِ جَمِيعٗا

وَمِثۡلَهُۥ مَعَهُۥ لَٱفۡتَدَوۡاْ بِهِۦٓۚ أُوْلَٰٓئِكَ لَهُمۡ سُوٓءُ ٱلۡحِسَابِ وَمَأۡوَىٰهُمۡ جَهَنَّمُۖ وَبِئۡسَ ٱلۡمِهَادُ ١٨

Artinya: Bagi orang-orang yang memenuhi seruan Tuhannya, (disediakan) pembalasan yang baik. dan orang-orang yang tidak memenuhi seruan Tuhan, sekiranya mereka mempunyai semua (kekayaan) yang ada di bumi dan (ditambah) sebanyak isi bumi itu lagi besertanya, niscaya mereka akan menebus dirinya dengan kekayaan itu. orang-orang itu disediakan baginya hisab yang buruk dan tempat kediaman mereka ialah Jahanam dan Itulah seburuk-buruk tempat kediaman.

‘Barang siapa yang memenuhi seruan Tuhannya maka mereka akan mendapat balasan baik sebaliknya barang siapa yang tidak memenuhi seruan Tuhannya maka mereka akan mendapat balasan buruk dan tempat tinggal mereka adalah jahanam’, tiap-tiap manusia memperoleh balasan amal perbuatannya masing-masing yang mau memenuhi panggilan Allah pasti dapat pembalasan atas kebaikannya. Dari sini sangat terlihat bahwa amal seseorang sangat dipengaruhi oleh prilakunya.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari hasil analisis data dan pembahasan dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model GWPR adalah bentuk lokal dari regresi poisson dimana lokasi diperhatikan yang berasumsi bahwa data berdistribusi poisson. Estimasi parameter model GWPR menggunakan metode MLE dan diselesaikan dengan menggunakan iterasi Newton-Rhapson menghasilkan

$$\hat{\beta}^{(m+1)}(u_i,v_i)=\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\boldsymbol{W}_{ij}(u_i,v_i)\hat{y}_i x_i{}^T\right)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\boldsymbol{W}_{ij}(u_i,v_i)\hat{y}_i\right)\left\{\left(\frac{y_i-\hat{\mu}_i}{\hat{\mu}_i}\right)+x_i{}^T\hat{\beta}_m(u_i,v_i)\right\}$$

2. Hasil estimasi parameter GWPR pada data kemiskinan di Jawa Timur adalah sebagai berikut

Variabel	Nilai $\widehat{\beta}$		Mean	STD	Range
	Max	Min			
Intercept	8.598167	7.491152	7.999039	0.293710	1.107015
β_1	0.029673	-0.094727	0.008308	0.029822	0.124400
β_2	0.437500	-0.257952	-0.012629	0.131970	0.695452
β_3	0.188477	0.010492	0.036269	0.044463	0.177985
β_4	0.005135	0.000819	0.003681	0.001073	0.004316

Dari hasil statistik uji diperoleh semua kabupaten/kota mempengaruhi angka kemiskinan. Angka kemiskinan yang sangat tinggi adalah di kabupaten Lamongan, kota Surabaya dan kota Batu. Ini adalah hasil estimasi tertinggi dengan menggunakan empat indeks, yaitu banyaknya dokter, banyaknya Rumah Sakit (pemerintah dan swasta), banyaknya puskesmas dan banyaknya Desa.

4.2 SARAN

Dari penelitian ini saran yang dapat diberikan adalah dalam penelitian lebih lanjut hendaknya sampel yang digunakan sampai ke level lebih kecil (kecamatan) sehingga mampu mempertajam analisis spasialnya.

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN PRESS

Algifari. 1997. *Analisis Regresi Teori, Kasus dan Solusi*. Yokyakarta: BPFE-Yokyakarta

Brundson, Fotheringham and Charlton, Martin. 1998. *Grographically weighted Regression Modelling Spasial Non-Stationarity*. University UK

Draper, Norman dan Harry, Smith. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Umum

Hocking, R.1996. *Methods and Application of Linear Models*. New York: John Wiley & Sons

Irianto, Agus. 2006. *Statistik Konsep Dasar dan Aplikasinya*. Jakarta: Kencana Prenada Media

Mood, A.M, Graybill, F.A and Boes, D.C.1974. *Introduction to the Theory of Statistic, Thirt Edition*. Singapura: McGraw-Hill

Myers, RH.1990.*Classical and Modern Regresssion with Apllication, Second Edition*. Boston: PWS-KENT Publishing Company

Nataya, T. Fotheringham. Brundson and Charlton, Martin.2004. *Geographically Weighted Poisson Regresi for Disease Association Mapping, Statistic in Medicien*, volume 24 Issue 17, pages 2695-2717

Notjel, Salmon. A.2010. *Model Geographically Weighted Poisson Regression Studi Kasus : Jumlah Kematian Bayi di Jawa Timur & Jawa Tengah Tahun 2007*. Surabaya: Program Pascasarjana. Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: ITB

Tri, Septika. 2010. *Pemodelan Angka Kematian Bayi dengan Pendekatan Geographically Weighted Poisson Regresi (GWPR) di Provinsi Jawa Timur*. Surabaya: Mahasiswa Jurusan Statistik. Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Yitnosumarto, Suntoyo. 1990. *Dasar-Dasar Statistika*. *Jakarta*: C.V Rajawali

****

*   Semiparametric Geographically Weighted Regression   *

*   Release 1.0.3 (GWR 4.0.3)   *

*   1 July 2009   *

*   *

*   Tomoki Nakaya, Martin Charlton,   *

*   A. Stewart Fotheringham, Chris Brunsdon   *

*   (c) National University of Ireland Maynooth &   *

*   Ritsumeikan University   *

****

Program began at 8/7/2011 9:53:14 AM

****

Session: Jatim

****

Data filename: D:\SKRIPSIQ\GWR\SKRP NEW\Dadi Rek\Dataq\Valid sip.csv

Number of areas/points: 38

Model settings---------------------------------

Model type: Poisson

Geographic kernel: fixed Gaussian

Method for optimal bandwidth search: Golden section search

Criterion for optimal bandwidth: AIC

Number of varying coefficients: 5

Number of fixed coefficients: 0

Modelling options---------------------------------

Standardisation of independent variables: OFF

Testing geographical variability of local coefficients: OFF

GtoF Variable selection: OFF

FtoG Variable selection: OFF

Prediction at non-regression points: OFF

Variable settings---------------------------------

Area key: field1: Kabupaten/kota

Easting (x-coord): field7 : LONGITUDE

Northing (y-coord): field8: LATITUDE

Cartesian coordinates: Euclidean distance

Dependent variable: field2: Y

Offset variable is not specified

Intercept: varying intercept

Independent variable with varying coefficient: field3: X1

Independent variable with varying coefficient: field4: X2

Independent variable with varying coefficient: field5: X3

Independent variable with varying coefficient: field6: X4

****

****

Global regression result

****

< Diagnostic information >

Number of parameters: 5

Deviance: 731464.143891

Classic AIC: 731474.143891

AICc: 731476.018891

BIC/MDL: 731482.331822

Percent deviance explained 0.564712

Variable	Estimate	Standard Error	z(Est/SE)	Exp(Est)
Intercept	8.535906	0.003134	2723.388081	5094.446039
X1	0.015526	0.000058	268.125001	1.015647
X2	-0.085355	0.000320	-266.980590	0.918186
X3	0.038101	0.000126	303.325497	1.038836
X4	0.002009	0.000009	218.594460	1.002011

Bandwidth search <golden section search>

Limits: 0.680004595572706, 6.01274063967505

Golden section search begins...

Initial values

pL Bandwidth: 0.680 Criterion: 60648490864077.700

p1 Bandwidth: 2.717 Criterion: 583497.114

p2 Bandwidth: 3.976 Criterion: 603281.123

pU Bandwidth: 6.013 Criterion: 642034.694

iter 1 (p1) Bandwidth: 2.717 Criterion: 583497.114 Diff: 1.259

iter 2 (p1) Bandwidth: 1.939 Criterion: 566044.158 Diff: 0.778

iter 3 (p1) Bandwidth: 1.458 Criterion: 538026.212 Diff: 0.481

iter 4 (p1) Bandwidth: 1.161 Criterion: 500926.058 Diff: 0.297

iter 5 (p2) Bandwidth: 1.161 Criterion: 500926.058 Diff: 0.184

iter 6 (p1) Bandwidth: 1.161 Criterion: 500926.058 Diff: 0.114

iter 7 (p1) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.070

iter 8 (p2) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.043

iter 9 (p1) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.027

iter 10 (p2) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.017

iter 11 (p1) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.010

iter 12 (p2) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.006

iter 13 (p1) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.004

iter 14 (p2) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.002

iter 15 (p1) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.001

iter 16 (p2) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.001

iter 17 (p1) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.001

iter 18 (p2) Bandwidth: 1.091 Criterion: 487468.388 Diff: 0.000

Best bandwidth size 1.091

Minimum AIC 487468.388

****

GWR (Geographically weighted regression) result

****

Bandwidth and geographic ranges

Bandwidth size: 1.090702

Coordinate	Min	Max	Range
X-coord	111.200000	123.210000	12.010000
Y-coord	5.895000	8.500000	2.605000

Diagnostic information

Effective number of parameters (model: trace(S)): 12.504212

Effective number of parameters (variance: trace(S'WSW^-1)): 10.699721

Degree of freedom (model: n - trace(S)): 25.495788

Degree of freedom (residual: n - 2trace(S) + trace(S'WSW^-1)): 23.691297

Deviance: 487443.379968

Classic AIC: 487468.388392

AICc: 487482.175213

BIC/MDL: 487488.865116

Percent deviance explained 0.709926

****

<< Geographically varying coefficients >>

****

Estimates of varying coefficients have been saved in the following file.

Listwise output file: D:\SKRIPSIQ\GWR\SKRP NEW\Dadi Rek\Dataq\Valid sip.csv

Summary statistics for varying coefficients

Variable	Mean	STD
Intercept	7.999039	0.293710
X1	0.008308	0.029822
X2	-0.012629	0.131970
X3	0.036269	0.044463
X4	0.003681	0.001073

Variable	Min	Max	Range
Intercept	7.491152	8.598167	1.107015
X1	-0.094727	0.029673	0.124400
X2	-0.257952	0.437500	0.695452

X3	0.010492	0.188477	0.177985
X4	0.000819	0.005135	0.004316

Variable	Lwr Quartile	Median	Upr Quartile
Intercept	8.110683	8.202052	8.343028
X1	0.008530	0.014903	0.022904
X2	-0.050572	-0.036122	-0.030138
X3	0.020244	0.024213	0.026912
X4	0.003704	0.004040	0.004461

Variable	Interquartile R	Robust STD
Intercept	0.232345	0.172235
X1	0.014374	0.010655
X2	0.020434	0.015147
X3	0.006669	0.004943
X4	0.000757	0.000561

(Note: Robust STD is given by (interquartile range / 1.349))

****

GWR Analysis of Deviance Table

****

Source	Deviance	DOF	Deviance/DOF
Global model	731464.144	33.000	22165.580
GWR model	487443.380	23.691	20574.786
Difference	244020.764	9.309	26214.261

****

Program terminated at 8/7/2011 9:53:14 AM

Lampiran 3

Kabupaten/Kota	T-hitung	T-tabel	keputusan
Pacitan	477.5475	2.032244	Tolak H_0
Ponorogo	507.8824		Tolak H_0
Trenggalek	532.3591		Tolak H_0
Tulungagung	539.0207		Tolak H_0
Blitar	539.1809		Tolak H_0
Kediri	551.7403		Tolak H_0
Malang	157.0904		Tolak H_0
Lumajang	547.7015		Tolak H_0
Jember	490.7814		Tolak H_0
Banyuwangi	467.9256		Tolak H_0
Bondowoso	507.6251		Tolak H_0
Situbondo	473.9702		Tolak H_0
Probolinggo	565.7121		Tolak H_0
Pasuruan	553.2431		Tolak H_0
Sidoarjo	565.8446		Tolak H_0
Mojokerto	548.1195		Tolak H_0
Jombang	570.6249		Tolak H_0
Nganjuk	533.6362		Tolak H_0
Madiun	508.4474		Tolak H_0
Magetan	489.8833		Tolak H_0
Ngawi	493.3332		Tolak H_0
Bojonegoro	532.5816		Tolak H_0
Tuban	544.8883		Tolak H_0
Lamongan	187.3708		Tolak H_0
Gresik	570.739		Tolak H_0
Bangkalan	560.8468		Tolak H_0
Sampang	517.3455		Tolak H_0
Pamekasan	512.2272		Tolak H_0
Sumenep	366.263		Tolak H_0
Kediri	551.7403		Tolak H_0
Blitar	530.5655		Tolak H_0
Malang	344.2742		Tolak H_0
Probolinggo	536.8946		Tolak H_0
Pasuruan	572.0562		Tolak H_0
Mojokerto	525.8594		Tolak H_0
Madiun	522.2862		Tolak H_0
Surabaya	190.2412		Tolak H_0
Batu	187.3667		Tolak H_0