ESTIMASI REGRESI MODEL LOGIT

DENGAN METODE *MAKSIMUM LIKELIHOOD*

SKRIPSI

Oleh:

DINUL WAFA
NIM. 05510048

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM

MALANG

2009

ESTIMASI REGRESI MODEL LOGIT
DENGAN METODE *MAKSIMUM LIKELIHOOD*

SKRIPSI

Diajukan Kepada:

**Universitas Islam Negeri
Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

Oleh:

**DINUL WAFA
NIM. 05510048**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG**

2009

ESTIMASI REGRESI MODEL LOGIT
DENGAN METODE *MAKSIMUM LIKELIHOOD*

SKRIPSI

Oleh:

DINUL WAFA
NIM. 05510048

Telah Disetujui untuk Diuji :

Dosen Pembimbing I,	**Dosen Pembimbing II,**
Sri Harini, M.Si	**Abdul Aziz, M.Si**
NIP. 19731014 200112 2 002	**NIP. 19760318 200604 1 002**

Tanggal, 6 November 2009

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ESTIMASI REGRESI MODEL LOGIT
DENGAN METODE *MAKSIMUM LIKELIHOOD*

SKRIPSI

Oleh:

DINUL WAFA
NIM. 05510048

Telah dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal, 25 November 2009

Susunan Dewan Penguji			Tanda Tangan
1.	Penguji Utama	: Dr. Makbul Muksar, M.Si NIP. 19681103 199203 1 002	( )
2.	Ketua	: Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	( )
3.	Sekretaris	: Sri Harini, M.Si NIP. 19731014 200112 2 002	( )
4.	Anggota	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	( )

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

SURAT PERNYATAAN

KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : DINUL WAFA

NIM : 05510048

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul : Estimasi Regresi Model Logit Dengan Metode *Maksimum Likelihood*

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 6 November 2009

Yang membuat pernyataan,

Dinul Wafa

NIM. 05510048

MOTTO

فان مع العسر يسرا

Karena Sesungguhnya sesudah kesulitan itu

ada kemudahan

خير الناس انفعهم للناس

Sebaik-Baik Manusia Adalah Yang Bermanfaat Bagi Manusia Yang Lain

"SLOW BUT SURE"

PERSEMBAHAN

Penulis persembahkan karya kecil terbaik ini kepada:

(Almarhum) Ayahanda dan ibunda tercinta. Karena engkaulah aku terlahir dewasa dan engkaulah yang selalu meneteskan embun kasih sayang setiap saat kepadaku dan senantiasa mendo'akan disetiap waktu dan langkah kakiku.

Semua keluarga besar Al-Fatin dan El-Ibrahim terima kasih atas kasih sayang, do'a, dan perhatiannya serta motivasinya yang tidak akan pernah penulis lupakan demi terselesaikannya penulisan skripsi ini.

Semoga Allah membalas semua kebaikan

yang telah diberikan kepada penulis.

Sahabatku Zisur Bonenk semoga hanya dia seorang yang ada hatinya.

Serta sahabatku Nino, Anji dan Qidosh terima kasih atas motivasinya.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, hidayah serta inayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini yang berjudul **"Estimasi Regresi Model Logit dengan Metode *Maksimum Likelihood*"** sebagai salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan S1 dan memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si).

Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Baginda Rasulullah Muhammad SAW, yang telah menuntun umatnya dari kegelapan menuju jalan yang terang-benderang yakni *Ad-dinul* Islam.

Selama penulisan skripsi ini penulis telah banyak mendapat bimbingan, masukan, motivasi dan arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan panghargaan tertinggi kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman B. Sumitro, SU, DSc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang .
3. Abdussakir, M.Pd selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Saintek Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

4. Sri Harini, M.Si sebagai dosen pembimbing Matematika yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan pengarahan, sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Abdul Aziz, M.Si selaku Dosen Pembimbing Integrasi Sains Matematika dan Islam yang telah banyak memberi arahan kepada penulis.
6. Mohammad Jamhuri, M.Si sebagai dosen wali matematika penulis yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, dan masukannya mulai dari awal masuk bangku perkuliahan sampai pada akhir penulisan skripsi ini dan segenap Dosen Fakultas Sains dan Teknologi, khususnya dosen jurusan Matematika yang telah mendidik dan memberikan ilmunya yang tak ternilai harganya.
7. Kedua orang tua penulis (Alm) Bpk. Ali Wafa Fatin dan Ibu Susiana yang senantiasa memberi semangat dan limpahan do'a serta pengorbanan yang tiada ternilai, sungguh kasih sayang mereka memberikan ketenangan dan motivasi dalam mengarungi arus kehidupan dunia ini, serta adikku tercinta Nasihul Wafa terima kasih banyak telah memotivasi dalam penulisan skripsi ini.
8. Pamanku tercinta H. Asy'ari Fatin sekeluarga yang juga membantu memberikan dukungan moril dan materil dalam penyelesin penulisan skripsi ini.
9. Pamanku tercinta Sugiaman sekeluarga yang juga membantu memberikan dukungan moril dan materil dalam penyelesin penulisan skripsi ini.
10. Segenap teman-teman matematika angkatan 2005 yang selalu menemani dalam sedih dan tawa terutama teman satu bimbingan skripsi yang telah

memberikan banyak pengalaman dan memberikan motivasi dalam penyelesaian penulisan skripsi ini.

11. Terima kasih juga penulis sampaikan kepada teman-teman Asatidz TPQ NH tetap kompak serta para jama'ah Musholla NH yang telah mendoakan dan memotivasi demi selesainya skripsi ini.
12. Semua pihak yang terlibat baik secara langsung maupun tidak langsung pada proses terselesaikannya penulisan skripsi ini.

Semoga Allah SWT membalas kebaikan semuanya. Amin.

Dengan segala kerendahan hati dan jiwa, penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga kritik dan saran sangat penulis harapkan demi tercapainya suatu titik kesempurnaan.

Semoga skripsi dapat diambil manfaatnya terutama bagi penulis dan umumnya bagi yang membacanya. Amin.

Malang, 6 November 2009

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GRAFIK

Grafik Halaman

ABSTRAK

Wafa, Dinul. 2009. **Estimasi Regresi Model Logit dengan Metode *Maksimum Likelihood*.** Skripsi Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: Sri Harini, M.Si dan Abdul Aziz, M.Si.

Kata kunci: Estimasi Parameter, Regresi Model Logit, *Maksimum Likelihood*.

Estimasi merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan dari sampel, dalam hal ini peubah acak yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Estimasi parameter merupakan suatu metode untuk mengetahui sekitar berapa nilai-nilai populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Nilai populasi yang ditaksir adalah suatu nilai rata-rata dengan notasi μ dan nilai simpangan baku dengan notasi σ.

Teori estimasi sendiri digolongkan menjadi estimasi titik *(Point Estimate)* dan pendugaan selang *(Interval Estimation)*. Salah satu Estimasi titik adalah metode *maksimum likelihood*. Metode ini mempunyai beberapa kriteria atau bersifat takbias (*unbias*), efisien dan konsisten, sehingga untuk mencapai estimasi titik yang baik dapat dicari dan diketahui dengan menggunakan metode estimasi *maksimum likelihood*. Kemudian diaplikasikan pada data pengaruh lama kerja terhadap absensi pekerja atau karyawan UPTD dinas kebersihan sebagai pendukung dalam penelitian ini.

Regresi model logit dapat diestimasi dengan metode *maksimum likelihood* karena dalam mengestimasi hanya melihat y = 1 atau y = 0. Karena variabel dependennya terdiri dari 2 kategori yaitu y = 1 (ya) atau y = 0 (tidak), maka untuk sebuah objek penelitian, kondisi dengan 2 kategori tersebut mengakibatkan y berdistribusi *Bernoulli*.

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa bentuk dari estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood* adalah:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \frac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{n.\hat{\beta}_0}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}}$$

Dengan

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\left(\ln(\bar{Y}) - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\right)}{n} + \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{n}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2 - n \cdot \left(\ln\left(\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\right) + \ln(n) - \ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)\right)}$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan alat untuk menyederhanakan penyajian pemahaman masalah. Dengan menggunakan bahasa matematik, suatu masalah dapat menjadi lebih sederhana untuk disajikan, dipahami, dianalisa, dan dipecahkan. Berbagai konsep matematika kini menjadi alat analisis yang penting dalam kehidupan sehari-hari.

Seiring perkembangan jaman salah satu cabang ilmu matematika yaitu metode statistika banyak diterapkan di berbagai bidang kehidupan. Statistika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang paling banyak mendapatkan perhatian dan dipelajari oleh ilmuan dari hampir semua bidang ilmu pengetahuan, terutama peneliti yang dalam penelitiannya banyak menggunakan statistika sebagai dasar analisis maupun perancangannya. Dapat dikatakan statistika mempunyai sumbangan yang penting dan besar terhadap kemajuan berbagai bidang ilmu pengetahuan.

Salah satu metode statistika yang banyak digunakan regresi. Analisis regresi telah berkembang dan memiliki perubahan yang semakin banyak. Selain dengan data kuantitatif, analisis regresi juga dapat dilakukan terhadap data kualitatif. Data kualitatif adalah data yang tidak bersifat numerik, tetapi dapat diolah dan dihitung dengan cara merubah dari data kualitatif menjadi data kuantitatif.

Data kualitatif misalnya adalah status perkawinan, tingkat pendidikan, kepemilikan mobil dan sebagainya. Agar dapat diolah, data kualitatif harus diubah ke dalam data kuantitatif, misalnya status kawin dinyatakan 1, tidak kawin dinyatakan 0. Data seperti ini sering juga disebut data kategorik, (karena angka menunjukkan kategori data), atau data dikotomis (karena membagi observasi ke dalam beberapa klasifikasi), atau data *dummy* (karena datanya bukan merupakan data sesungguhnya, tetapi hanya representasi, misalnya status kawin diwakili dengan angka 1, tetapi angka 1 tidak selalu berarti statusnya kawin, karena bisa saja angka 1 berarti pria).

Variabel kategorik dapat digunakan pada variabel dependen maupun variabel independen. Apabila variabel kategorik digunakan di dalam independen (baik bersama-sama dengan variabel numerik lainnya maupun tanpa disertai variabel numerik lain) masih dapat diselesaikan dengan menggunakan analisis regresi metode OLS (*ordinary least squares*). Namun apabila yang menggunakan data kategorik adalah variabel dependen, maka analisis regresi dengan metode OLS (*ordinary least squares*) tidak dapat digunakan untuk penyelesiannya.

Salah satu analisis regresi yang menggunakan variabel kategorik untuk variabel dependennya yaitu regresi model logit. Regresi model logit merupakan model regresi yang digunakan untuk menganalisis variabel *dependent* berupa variabel kategorik (0 dan 1). Regresi model logit dapat digunakan pada dua kondisi yang berbeda, tergantung pada datanya. Ada dua jenis data dalam menganalisis regresi model logit tersebut, yaitu data pada level individual (*mikro*) dan data berkelompok atau tiruan (*grouped logit*). Karena regresi model logit merupakan variabel kategorik pada variabel dependennya maka untuk menganalisisnya menggunakan metode estimasi *maksimum likelihood*.

Teori estimasi sendiri dalam digolongkan menjadi estimasi titik *(point estimate)* dan estimasi selang *(interval estimation)*. Istilah statistik yang sering didengar adalah estimasi yang merupakan terjemahan dari kata *estimation*. Pada dasarnya, estimasi adalah suatu metode yang digunakan untuk menduga beberapa parameter pada suatu populasi dengan menggunakan sampel.

Estimasi titik yang cukup penting adalah metode *maksimum likelihood*. Estimasi ini pertama kali dikembangkan oleh R.A Fisher tahun 1920. Estimasi yang digunakan disini merupakan contoh dari estimasi titik. Salah satu metode estimasi adalah estimasi *maksimum likelihood*. Metode ini mempunyai beberapa kriteria seperti ketidakbiasan, efisiensi dan konsistensi.

Terkait tentang estimasi yang juga dapat diartikan sebagai perkiraan telah disinggung dalam Al-Qur'an Surat Az-Zumar ayat 47:

وَلَوۡ أَنَّ لِلَّذِينَ ظَلَمُواْ مَا فِي ٱلۡأَرۡضِ جَمِيعٗا وَمِثۡلَهُۥ مَعَهُۥ لَٱفۡتَدَوۡاْ بِهِۦ مِن سُوٓءِ ٱلۡعَذَابِ
يَوۡمَ ٱلۡقِيَٰمَةِۚ وَبَدَا لَهُم مِّنَ ٱللَّهِ مَا لَمۡ يَكُونُواْ يَحۡتَسِبُونَ ٤٧

Artinya:"Dan Sekiranya orang-orang yang zalim mempunyai apa yang ada di bumi semuanya dan (ada pula) sebanyak itu besertanya, niscaya mereka akan menebus dirinya dengan itu dari siksa yang buruk pada hari kiamat. dan jelaslah bagi mereka azab dari Allah yang belum pernah mereka perkirakan".

Dari ayat diatas dapat diketahui bahwa, kaitan ayat tersebut dengan metode estimasi (perkiraan) adalah terletak pada lafadh "يحتسبون". Karena pada ayat tersebut sudah tampak jelas bahwa adzab dan hukuman dari Allah SWT kepada mereka adalah sesuatu yang tidak pernah terlintas dalam pikiran dan perkiraan mereka. Dalam Surat Ali-'Imran ayat 24 juga disinggung masalah metode estimasi (perkiraan):

ذَٰلِكَ بِأَنَّهُمْ قَالُوا۟ لَن تَمَسَّنَا ٱلنَّارُ إِلَّآ أَيَّامًا مَّعْدُودَٰتٍ ۖ وَغَرَّهُمْ فِى دِينِهِم مَّا كَانُوا۟ يَفْتَرُونَ ﴿٢٤﴾

Artinya:"Hal itu adalah karena mereka mengaku: "Kami tidak akan disentuh oleh api neraka kecuali beberapa hari yang dapat dihitung". mereka diperdayakan dalam agama mereka oleh apa yang selalu mereka ada-adakan".

Kaitan dari ayat tersebut dengan metode estimasi (pendugaan) terletak pada lafadh "الا اياما معدودت", yang dimaksud pada lafadz tersebut adalah hari-hari yang terbilang (tertentu). Pada ayat tersebut tidak dijelaskan secara jelas lama waktu ketika orang yahudi mentukan masa akan disentuh oleh api neraka, akan tetapi hanya tertulis "beberapa hari saja".

Dari latar belakang di atas, peneliti akan mengkaji masalah estimasi regresi model logit dengan judul ***"Estimasi Regresi Model Logit Dengan Metode Maksimum Likelihood".***

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka dapat ditentukan rumusan masalah yaitu bagaimana bentuk estimasi parameter regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood*.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mendeskripsikan bentuk estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood*.

1.4 Batasan Masalah

Berdasarkan pada latar belakang dan rumusan masalah serta tujuan kajian di atas, agar pembahasan tidak meluas, maka sangat perlu kiranya diberikan batasan masalah. Adapun batasan masalah pada kajian ini hanya membahas bentuk estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood* pada data tingkat individu (mikro), yang diaplikasikan pada data pengaruh lama kerja terhadap absensi pekerja atau karyawan UPTD dinas kebersihan pada Tahun 2003 (dikategorikan = 0, jika tidak mendapat peringatan berupa SP I dan dikategorikan = 1, jika mendapat peringatan berupa SP I) dengan bantuan *software* Eviews 4.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari pembahasan masalah ini adalah sebagai berikut:

1. Manfaat bagi Penulis

   Untuk memperdalam dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji permasalahan tentang estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood.*

2. Manfaat bagi Pembaca

   Sebagai tambahan wawasan dan informasi tentang estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood*.

3. Manfaat bagi Perkembangan Ilmu Matematika

   Sebagai sumbangan pemikiran keilmuan Matematika, khususnya bidang Statistika.

1.6 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini menggunakan penelitian perpustakaan *(library research).* penelitian perpustakaan bertujuan untuk mengumpulkan data dan informasi dengan bermacam-macam material yang terdapat dalam ruangan perpustakaan, seperti buku, majalah, dokumen catatan dan kisah-kisah sejarah lainnya. (Mardalis, 1990: 28).

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood*.
2. Menentukan model regresi logit.

3. Menentukan estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood* dengan cara:
   a. Menentukan fungsi distribusi peluang pada regresi model logit.
   b. Menentukan fungsi *likelihood* dari fungsi distribusi peluang pada regresi model logit.
   c. Menentukan fungsi *maksimum likelihood* (*log likelihood*) dari fungsi *likelihood* .
   d. Memaksimumkan fungsi *log likelihood* dengan mendeferensialkan fungsi *log likelihood* terhadap parameter β_0 dan β_1, dan menyamakannya dengan nol
   e. Menentukan estimasi $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ dari β_0 dan β_1 .
   f. Menentukan sifat-sifat penaksir *unbiased*, konsisten dan efisien.
4. Mengapliskasikan estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood* pada data pengaruh lama kerja terhadap absensi pekerja atau karyawan UPTD dinas kebersihan pada Tahun 2003 (dikategorikan = 0, jika tidak mendapat peringatan berupa SP I dan dikategorikan = 1, jika mendapat peringatan berupa SP I) dengan bantuan *software* Eviews 4.
5. Membuat kesimpulan, Kesimpulan merupakan jawaban singkat dari permasalahan yang telah dikemukan dalam pembahasan.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar dalam pembahasan penelitian ini sistematis, maka penulis menyusun sistematika penulisan sebagai berikut :

BAB I : Pendahuluan, yang berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penelitian.

BAB II : Kajian pustaka, kajian yang berisi teori-teori tentang estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood*, dan kajian tentang regresi model logit dan estimasi dalam Al-Qur'an yang diambil dari berbagai literatur (buku, majalah, internet, dan lain-lain) yang berkaitan dengan penelitian.

BAB III : Pembahasan, berisi hasil penelitian yang mengkaji estimasi regresi model logit dengan metode *maksimum likelihood* dan menentukan sifat-sifat pendugaan parameter metode *maksimum likelihood*. Dan diaplikasikan pada data pengaruh lama kerja terhadap absensi pekerja atau karyawan UPTD dinas kebersihan pada Tahun 2003 (dikategorikan = 0, jika tidak mendapat peringatan berupa SP I dan dikategorikan = 1, jika mendapat peringatan berupa SP I) dengan bantuan *software* Eviews 4.

BAB IV : Penutup, berisi kesimpulan dan saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Estimasi Parameter

2.1.1 Pengertian Estimasi Parameter

Dalam statistik, estimasi adalah suatu metode untuk mengetahui sekitar nilai-nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Nilai-nilai populasi sering disebut dengan parameter populasi, sedangkan nilai-nilai sampel sering disebut dengan statistik sampel. Dalam metode estimasi, parameter populasi yang ingin diestimasi itu adalah berupa nilai rata-rata yang diberi notasi μ dan nilai simpangan baku dengan notasi σ. Dengan menggunakan data sampel maka berusaha untuk mengetahui karakteristik populasi.

Estimasi adalah proses yang menggunakan sampel (statistik) untuk mengestimasi hubungan parameter dengan populasi yang tidak diketahui. Estimasi merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan dari sampel, dalam hal ini peubah acak yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan estimasi ini keadaan parameter populasi dapat diketahui (Hasan, 2002: 11). Menurut Yitnosumarto (1990: 211-212): estimasi adalah anggota peubah acak dari statistik yang (anggota peubah diturunkan). Besaran sebagai hasil penerapan estimasi terhadap data dari semua contoh disebut nilai taksir.

2.1.2 Sifat-Sifat Penaksir

1) Tak bias (*unbiased*)

Satu hal yang menjadi tujuan dalam pendugaan adalah penduga harus mendekati nilai sebenarnya dari parameter yang diduga tersebut. Misalkan terdapat parameter θ. Jika $\hat{\theta}$ merupakan penduga tak bias (*unbiased estimator*) dari parameter θ, maka: $E(\hat{\theta}) = \theta$, (Yitnosumarto, 1990:212).

2) Efisien

Suatu penduga (misalkan: $\hat{\theta}$) dikatakan efisien bagi parameter (θ) apabila penduga tersebut mempunyai varians yang kecil. Apabila terdapat lebih dari satu penduga, penduga yang efisien adalah penduga yang mempunyai varians terkecil. Dua penduga dapat dibandingkan efisiensi relative (*relative efficiency*). Efisien relative $\hat{\theta}_2$ terhadap $\hat{\theta}_1$ dirumuskan:

$$\mathrm{R}\left(\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_1\right) = \frac{E\left(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}\right)^2}{E\left(\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}\right)^2}$$

$$= \frac{E\left(\hat{\theta}_1 - E\left(\hat{\theta}_1\right)\right)^2}{E\left(\hat{\theta}_2 - E\left(\hat{\theta}_2\right)\right)^2}$$

$$= \frac{\operatorname{var} \hat{\theta}_1}{\operatorname{var} \hat{\theta}_2}$$

$R = \frac{\hat{\theta}_1}{\hat{\theta}_2}$, jika R > 1 maka $\hat{\theta}_1 > \hat{\theta}_2$ artinya secara relatif $\hat{\theta}_2$ lebih efisien daripada $\hat{\theta}_1$, dan jika R < 1 maka $\hat{\theta}_1 < \hat{\theta}_2$ artinya secara relatif $\hat{\theta}_1$ lebih efisien daripada $\hat{\theta}_2$.

3) Konsisten

Suatu penduga dikatakan konsisten, jika memenuhi syarat, sebagai berikut:

1) Jika ukuran sampel semakin bertambah maka penduga akan mendekati parameternya. Jika besar sampel menjadi tak terhingga maka penduga konsisten harus dapat memberi suatu penduga titik yang sempurna terhadap parameternya. Jadi, ($\hat{\theta}$) merupakan penduga konsisten, jika dan hanya jika:

$$\mathrm{E}\left(\hat{\theta} - \mathrm{E}(\theta)\right)^2 \to 0 \text{ jika } n \to \infty$$

2) Jika ukuran sampel bertambah besar maka distribusi sampling penduga akan mengecil menjadi suatu garis tegak lurus di atas parameter yang sama dengan probabilitas sama dengan 1, (Hasan, 2002: 113-115).

2.2 Metode *Maksimum Likelihood*

2.1.1 Fungsi *Likelihood*

Definisi 2.1:

Fungsi *likelihood* dari n variabel random $X_1, X_2, \ldots, X_n$ didefinisikan sebagai fungsi kepadatan bersama dari n variabel random. Fungsi kepadatan bersama

$f(x_1,...,x_n;\theta)$, yang memertimbangkan fungsi dari θ. Jika $X_1, X_2, ... , X_n$ adalah sampel acak dari fungsi kepadatan $f(x;\theta)$, maka fungsi likelihoodnya adalah $f(x_1;\theta)\ f(x_2;\theta)...\ f(x_n;\theta)$, (Mood, Graybill and Boes, 1986: 278).

2.1.2 Estimasi *Maksimum Likelihood*

Definisi 2.2:

Estimasi *maksimum likelihood*, misalkan:

$$L(\theta) = L(x_1, x_{2,} ..., x_n;\theta) \tag{2.1}$$

Merupakan fungsi *likelihood* dari variabel random $X_1, X_2, ... , X_n$. Jika $\hat{\theta}$ [di mana $\hat{\theta} = \hat{\theta}(x_1,x_2,...,x_n)$ merupakan fungsi dari pengamtan $x_1, x_2,..., x_n$] adalah nilai $\hat{\theta}$ pada Θ yang memaksimumkan $L(\theta)$, maka $\hat{\Theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2,..., X_n,)$ adalah *maksimimum likelihood* estimator dari θ untuk sampel $x_1, x_2,..., x_n$, (Mood, Graybill and Boes, 1986: 279).

2.3 Peubah Acak

Peubah acak (variabel random) adalah suatu fungsi yang nilai berupa bilangan real yang ditentukan oleh setiap unsur dalam ruang sampel. Peubah acak dinyatakan dengan huruf kapital *X,Y,Z,...*, sedangkan nilainya dinyatakan dengan huruf kecil *x,y,z,...* .Dengan konsep peubahl acak, setiap kejadian dalam ruang sampel dapat dihubungkan dengan suatu himpunan bilangan real. Peubah acak terbagi menjadi dua jenis yaitu Peubah acak diskrit dan Peubah acak kontinu.

2.3.1 Peubah Acak Diskrit

Peubah acak *X* dikatakan diskrit, jika himpunan semua nilai yang mungkin dari *X*, yaitu $x_1, x_2, ..., x_n$ atau merupakan himpunan terhitung (*countable*). Fungsi yang berbentuk $f(x) = P(X = x) = x_1, x_2, ...$ disebut fungsi kepadatan probabilitas diskrit (*discrete probability density function)* untuk *X* atau disingkat pdf.

Definisi 2.3:

Himpunan pasangan terurut $(x, f(x))$ merupakan suatu fungsi peluang, fungsi massa peluang, atau distribusi peluang peubah acak diskret *X* bila, untuk setiap kemungkinan hasil *x:*

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_x f(x) = 1$
3. $P(X = x) = f(x)$

(Walpole & Myers, 1995 :54)

Definisi 2.4:

Distribusi kumulatif $F(x)$ suatu peubah acak diskret *X* dengan distribusi peluang $f(x)$ dinyatakan oleh:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t), \text{ untuk } -\infty < x < \infty \qquad (2.2)$$

(Walpole & Myers, 1995: 79)

2.3.2 Peubah Acak Kontinu

Distribusi probabilitas bagi peubah acak kontinu tidak dapat disajikan dalam bentuk tabel, akan tetapi distribusinya dapat dinyatakan dalam persamaan yang merupakan fungsi nilai-nilai peubah acak kontinu dan dapat digambarkan dalam bentuk kurva.

(Wibisono, 2005: 226)

Definisi 2.5:

Fungsi $f(x)$ adalah fungsi padat peluang peubah acak kontinu X, yang didefinisikan atas himpunan semua bilangan real R, bila

1. $f(x) \geq 0$ untuk semua $x \in R$.
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
3. $P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx$

(Walpole & Myers, 1995 :60)

Definisi 2.6:

Distribusi kumulatif $F(x)$ suatu peubah acak kontinu X dengan fungsi padat $f(x)$ dinyatakan oleh:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt, \text{ untuk } -\infty < x < \infty \qquad (2.3)$$

(Walpole & Myers, 1995: 87)

2.4 Ekspektasi Dan Variansi

2.4.1 Ekspektasi

Definisi 2.7:

Jika X adalah suatu peubah acak diskrit dan $p(x)$ adalah fungsi peluang dari x, maka ekspektasi dari peubah acak X adalah:

$$E(X) = \sum_{x \in X} x P_x(x) \tag{2.4}$$

Definisi 2.8:

Jika X adalah suatu peubah acak kontinu dan $f(x)$ adalah fungsi padat peluang dari x, maka nilai harapan (ekspektasi) dari peubah acak X adalah:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_x(x) dx \tag{2.5}$$

(Dudewich & Mishra,1995: 246)

Definisi 2.9:

Misalkan X suatu peubah acak dengan fungsi padat peluang f dan g suatu fungsi dari X. Nilai harapan dari X adalah:

$$E[g(X)] = \sum g(x) f(x) \text{, untuk } X \text{ diskret, dan} \tag{2.6}$$

$$E[g(X)] = \int_{\infty}^{-\infty} g(x) f(x) dx \text{, untuk } X \text{ kontinu} \tag{2.7}$$

(Barnes. 1994 : 100)

Teorema 2.1:

Bila a dan b konstan, maka

$$E(aX + b) = a\,E(X) + b \tag{2.8}$$

(Walpole & Myers, 1995 :60)

Bukti:

Dengan menggunakan definisi 2.3, maka

$$\begin{aligned} E(aX+b) &= \int_{-\infty}^{\infty}(aX+b)f(x)dx \\ &= a\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx + b\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \\ &= aE(x)+b\cdot 1 \\ &= aE(x)+b \end{aligned}$$

Jadi terbukti bahwa $E(aX + b) = a\,E(X) + b$. sehingga berkibat:

1. Bila $a = 0$ maka $E(b) = b$
2. Bila $b = 0$ maka $E(aX) = a\,E(X)$

Teorema 2.2:

Sifat-sifat harapan matematika (ekspektasi).

Bila c suatu tetapan $g(X)$, $g_1(X)$, $g_2(X)$ suatu fungsi yang harapannya ada,

Maka:

1. $E(c) = c$;
2. $E(cg(X)) = cEg(X)$;
3. $E(g_1(X) + g_2(X)) = Eg_1(X) + E\,g_2(X)$;
4. $Eg_1(X) \le Eg_2(X)$ jika $g_1(x) \le g_2(x)$ untuk semua x;
5. $|Eg(X)| \le E|g(X)|$

Bukti:

1. $E(c)=\int_{-\infty}^{\infty} cf(x)dx$

$$= c\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx, \qquad (\textit{menurut definisi } 2.5: \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1)$$
$$= c \cdot 1$$
$$= c$$

2. $E(cg(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} c \cdot g(x)f(x)dx$

$$= c\int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$$
$$= cEg(X)$$

3. $E(g_1(X)+g_2(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} (g_1(X)+g_2(X))f(x)dx$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (g_1(x))f(x)dx + \int_{-\infty}^{\infty} (g_2(x))f(x)dx$$
$$= E(g_1(X)) + E(g_2(X))$$

Sesuai dengan sifat integral, $\int (a+b)xdx = \int a \cdot xdx + \int b \cdot xdx$ dengan a dan b adalah suatu konstanta.

4. $Eg_1(X) \le Eg_2(X)$

$\int_{-\infty}^{\infty} g_1(x)f(x)dx \le \int_{-\infty}^{\infty} g_2(x)f(x)dx$, jika $g_1(X) \le g_2(X)$

(Dudewich & Mishra,1995: 249)

Sifat-sifat ini juga dapat dibuktikan untuk peubah acak diskrit dengan cara yang sama.

2.4.2 Variansi

Definisi 2.10:

Misalkan X peubah acak dengan distribusi peluang $f(x)$ dan rataan μ. Variansi X adalah:

$$\sigma^2 = E[(X-\mu)^2] = \sum_x (x-\mu)^2 f(x), \text{ bila } X \text{ diskrit} \quad (2.9)$$

Dan

$$\sigma^2 = E[(X-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx, \text{ bila } X \text{ kontinu} \quad (2.10)$$

(Walpole & Myers, 1995 : 104)

Teorema 2.3:

$$\text{var}(X) = E(X^2) - \mu^2 \quad (2.11)$$

Bukti:

$$\begin{aligned}\text{var}(X) &= E(X-\mu)^2\\ &= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2)\\ &= E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2\\ &= E(X^2) - 2\mu\mu + \mu^2\\ &= E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2\\ &= E(X^2) + \mu^2\end{aligned}$$

Teorema 2.4:

$$\text{var}(aX+b) = a^2 \text{var}(X) \quad (2.12)$$

Bukti:

$$\text{var}(aX+b) = E[(aX+b) - E(aX+b)]^2$$

$$= E[a(X) + b - aE(X) + b]^2$$

$$= E[a(X) - aE(X) + b - b]^2$$

$$= E[a(X) - aE(X)]^2$$

$$= E[a(X - EX)]^2$$

$$= E[a^2(X - \mu)^2]$$

$$= a^2 E[(X - \mu)^2]$$

$$= a^2 \operatorname{var}(X)$$

(Dudewich & Mishra,1995:255)

2.5 Analisis Regresi

Istilah regresi pertama kali diperkenalkan oleh oleh Sir Francis Galton pada tahun 1877, dalam makalahnya yang berjudul *Family Likeness in Stature*. Analisis regresi adalah teknik analisis yang mencoba menjelaskan bentuk hubungan antara peubah-peubah yang mendukung sebab akibat. Prosedur analisisnya didasarkan atas distribusi probabilitas bersama peubah-peubahnya. Bila hubungan ini dapat dinyatakan dalam persamaan matematik, maka kita dapat memamfaatkan untuk keperluan-keperluan lain misalnya peramalan (Wibisono, 2005: 529). Tujuan utama dari analisis regresi adalah mendapatkan dugaan (ramalan) dari suatu variabel dengan menggunakan variabel lain yang diketahui. Analisis regresi mempunyai dua jenis pilihan yaitu regresi linier dan regresi non linier. Namun yang akan dibahas dalam Penelitian ini hanyalah mengenai regresi non linier dengan model logit.

2.6 Analisis Regresi Non Linier

2.6.1 Pengertian

Regresi non linier adalah regresi yang variabel-variabelnya ada yang berpangkat. Bentuk grafik regresi non linier adalah berupa lengkungan (Hasan, 2002: 279). Sedangkan Menurut Supranto (1994:262) hubungan fungsi antara dua variabel *X* dan *Y* tidak selalu bersifat linier, akan tetapi bisa juga bukan linier (non linier). Diagram pencar dari hubungan yang linier akan menunjukkan suatu pola yang dapat didekati dengan garis lurus, sedangkan yang bukan linier harus didekati dengan garis lengkung. Dan menurut Sugiarto (1992:29) hubungan fungsi diantara dua peubah *X* dan *Y* dikatakan tidak linier apabila laju perubahan dalam *Y* yang berhubungan dengan perubahan satu satuan *X* tidak konstan untuk suatu jangkauan nilai-nilai *X* tertentu.

2.6.2 Bentuk-bentuk Regresi Non Linier

Beberapa bentuk persamaan regresi non linier antara lain:

1. Bentuk Eksponensial

$$Y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik}} \varepsilon_i \qquad (2.15)$$

Dengan transformasi logaritma, persamaan (2.15) dapat diperoleh:

$$\ln(Y_i) = \ln(e^{\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik}} \varepsilon_i)$$

$$\ln(Y_i) = \ln e^{\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik}} + \ln \varepsilon_i$$

$$\ln(Y_i) = (\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik}) \ln e + \ln \varepsilon_i$$

$$\ln(Y_i) = (\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik})(1) + \ln \varepsilon_i$$

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik} + \ln \varepsilon_i \tag{2.16}$$

Model seperti ini adalah model linear dalam bentuk semi log.

2. Bentuk berkebalikan (Respirokal)

$$Y_i = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i} \tag{2.17}$$

Transformasi modelnya adalah

$$\frac{1}{Y_i} = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

Bentuk respirokal yang lain adalah

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{X_i} + \ldots + \varepsilon_i \tag{2.18}$$

3. Bentuk logistik (logit)

$$Y_i = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 X_i)}} \tag{2.19}$$

Bentuk lain dari Logit

$$Y_i = \frac{e^{(\beta_0 + \beta_1 X_i)}}{1 + e^{(\beta_0 + \beta_1 X_i)}} \tag{2.20}$$

4. Bentuk Polynomial

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2}^2 + \beta_3 X_{i3}^3 + \ldots + \varepsilon_i \tag{2.21}$$

khususnya bentuk parabola dan bentuk polynomial pangkat 3

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2}^2 + \varepsilon_i$$

Dan

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2}^2 + \beta_3 X_{i3}^3 + \varepsilon_i$$

(Sudjana, 2005:337)

2.7 Model Regresi logit

Regresi model logit adalah model regresi yang dirancang secara khusus untuk menangani analisis regresi dengan variabel dependen berupa variabel probabilitas, yakni variabel yang nilainya hanya bisa berkisar antara 0 hingga 1. Regresi model logit merupakan prosedur pemodelan yang diterapkan untuk memodelkan variabel dependen (*Y*) yang bersifat kategori berdasarkan satu atau lebih variabel independen (*X*), baik itu yang bersifat kategori maupun kontinu. Regresi model logit memungkinkan estimasi persamaan regresi, yang dapat menjaga agar hasil prediksi variabel dependennya tetap berada di rentang nilai antara 0 hingga 1.

Menurut Gujarati (2006:174), secara umum model probabilitas regresi logit dengan melibatkan beberapa variabel independen (*x*) dapat diformulasikan sebagai berikut :

$$P_i = E(Y=1|X_i) = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_{1i})}}, \qquad (2.22)$$

Untuk mempermudah pemaparan persamaan (2.22) dapat ditulis:

$$P_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_{1i})}}$$

$$= \frac{1}{1+e^{-z_i}}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{1}{e^{z_i}}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1+e^{z_i}}{e^{z_i}}}$$

$$= \frac{e^{z_i}}{1+e^{z_i}} \tag{2.23}$$

Jika persamaan (2.23) merupakan P_i = 1 (sukses atau Ya), maka $(1-P_i)$ = 0 (gagal atau tidak), adalah

$$(1-P_i) = 1 - \frac{e^{z_i}}{1+e^{z_i}}$$

$$= \frac{1+e^{z_i} - e^{z_i}}{1+e^{z_i}}$$

$$= \frac{1}{1+e^{z_i}} \tag{2.24}$$

dengan $Z_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i}$

(Gujarati, 2006:174)

Persamaan (2.23) disebut *cummulative logistic distribution function.* Nilai Z berkisar antara $-\infty$ sampai $+\infty$, P_i akan berkisar antara 0 dan 1, dan P_i berhubungan secara nonlinier dengan Z_i atau X_i, sebab Z_i merupakan fungsi dari X_i, jadi memenuhi syarat sebagai probabilitas, yang nilainya antara 0-1.

Pada regresi model logit P_i tidak hanya berhubungan secara nonlinier dengan X_i tetapi juga dengan parameter β, hal ini terlihat dalam persamaan (2.22). Oleh karena itu persamaan (2.22) tidak bisa menggunakan OLS (*ordinary least squares*) untuk menduga parameter-parameter persamaan (2.22). Agar persamaan (2.22) dapat dilinierkan maka persamaan (2.22) harus seperti pada persamaan (2.23), sebagai berikut:

Dari persamaan (2.23) dan persamaan (2.24) dapat dituliskan:

$$\frac{P_i}{(1-P_i)} = \frac{\dfrac{e^{z_i}}{(1+e^{z_i})}}{\dfrac{1}{1+e^{z_i}}}$$

$$= \frac{\dfrac{e^{z_i}}{1+e^{z_i}} \cdot 1+e^{z_i}}{1} = e^{z_i} \qquad (2.25)$$

$\frac{P_i}{(1-P_i)} = e^{z_i}$ merupakan *"odd ratio"*, artinya merupakan rasio untuk $Y_i = 1$ dan $Y_i = 0$. Jika diambil *"natural log"*, yaitu *ln = log* dari *"odd ratio"* maka

$$L_i = \ln\left(\frac{P_i}{1-P_i}\right)$$

$$= \ln e^{z_i}$$

$$= z_i$$

$$= \beta_0 + \beta_1 X_i \qquad (2.26)$$

L_i disebut sebagai logit, dan persamaan (2.26) disebut regresi model logit. Untuk mengestimasi parameter koefisien regresi model logit digunakan metode *maksimum likelihood*. Metode ini digunakan untuk menghitung intercept dan koefisien konstanta sehingga kemungkinan pengamatan nilai *Y* (variabel dependen) adalah semaksimal mungkin sehingga mendekati nilai yang sebenarnya. Dengan menggunakan pendektan model logit, P_i akan berada dikisaran 1 dan 0.

2.8 Kajian Al-Quran tentang Analisis Regresi Model Logit dan Estimasi

2.8.1 Analisis Regresi

Dalam Al-Quran, surat Ali Imron Ayat 190-191, ayat-ayat ini bisa digunakan untuk analisis regresi dengan cara mempartisinya (membagi-bagi) dan hasil partisian ayat-ayat tersebut dimisalkan dengan sebuah variabel, yaitu:

إِنَّ فِي خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَٱخْتِلَٰفِ ٱلَّيْلِ وَٱلنَّهَارِ لَأَيَٰتٍ لِّأُوْلِي ٱلْأَلْبَٰبِ ﴿١٩٠﴾
ٱلَّذِينَ يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ
وَٱلْأَرْضِ رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَٰذَا بَٰطِلًا سُبْحَٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ ٱلنَّارِ ﴿١٩١﴾

Artinya: 190. "Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal",

191. "(yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata): "Ya Tuhan Kami, Tiadalah Engkau menciptakan ini dengan sia-sia, Maha suci Engkau, Maka peliharalah Kami dari siksa neraka".

Apabila kedua ayat tersebut dipartisi, maka diperoleh sebanyak dua bagian, yaitu :

لِّأُوْلِي ٱلْأَلْبَٰبِ……………………. (*Y*) .

يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ ٱلْأَرْضِ..(*X*)

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa penciptaan langit dan bumi serta pergantian siang dan malam merupakan tanda-tanda kebesaran Allah yang melekat pada diri seorang *ulul albab*, (*Y*) dianggap sebagai variabel dependen. Sedangkan kreteria *ulul albab* itu adalah gabungan dari orang-

orang yang mempunyai karakter "*mengingat Allah sambil berdiri, duduk atau dalam keadan berbaring serta memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi*", (*X*) dianggap sebagai variabel independen.

2.8.2 Regresi Model Logit

Perhatikan Surat Al-Israa' ayat 12, yaitu:

وَجَعَلْنَا ٱلَّيْلَ وَٱلنَّهَارَ ءَايَتَيْنِ ۖ فَمَحَوْنَآ ءَايَةَ ٱلَّيْلِ وَجَعَلْنَآ ءَايَةَ ٱلنَّهَارِ مُبْصِرَةً لِّتَبْتَغُوا۟
فَضْلًا مِّن رَّبِّكُمْ وَلِتَعْلَمُوا۟ عَدَدَ ٱلسِّنِينَ وَٱلْحِسَابَ ۚ وَكُلَّ شَىْءٍ فَصَّلْنَٰهُ تَفْصِيلًا ﴿١٢﴾

Artinya: "Dan Kami jadikan malam dan siang sebagai dua tanda, lalu Kami hapuskan tanda malam dan Kami jadikan tanda siang itu terang, agar kamu mencari kurnia dari Tuhanmu, dan supaya kamu mengetahui bilangan tahun-tahun dan perhitungan. dan segala sesuatu telah kami terangkan dengan jelas".

Kaitan dari ayat tersebut dengan regresi model logit terletak pada lafadh "وجعلنا اليل والنهارءايتين " yang mempunyai arti "*Dan Kami jadikan malam dan siang sebagai dua tanda*". Waktu yang ada di dunia dapat dikategorikan menjadi dua, yaitu waktu siang dan malam. Pada ayat ini juga dianjurkan agar menusia memanfaatkan waktu dengan sebaik-baiknya serta menyuruh manusia mencari kurnia dari Tuhannya, dan dianjurkan supaya kamu mengetahui bilangan tahun-tahun dan perhitungan (ilmu matematika) dan segala sesuatu telah kami terangkan dengan jelas.

Dari penjelasan ayat di atas, terdapat dua waktu di dunia ini yang dikategorikan siang dan malam. Karena waktu dapat kategorikan menjadi dua, maka ayat di atas ada kaitannya dengan logit yang merupakan nama lain kategorik.

Dalam Ayat Al-Qur’an yang lain kata logit yang dapat diartikan kategorik (dikelompokkan) juga terdapat pada penafsiran surat Surat Az-Zumar ayat 71 dan 73, yaitu:

وَسِيقَ ٱلَّذِينَ كَفَرُوٓاْ إِلَىٰ جَهَنَّمَ زُمَرًاۖ حَتَّىٰٓ إِذَا جَآءُوهَا فُتِحَتۡ أَبۡوَٰبُهَا وَقَالَ لَهُمۡ خَزَنَتُهَآ أَلَمۡ يَأۡتِكُمۡ رُسُلٞ مِّنكُمۡ يَتۡلُونَ عَلَيۡكُمۡ ءَايَٰتِ رَبِّكُمۡ وَيُنذِرُونَكُمۡ لِقَآءَ يَوۡمِكُمۡ هَٰذَاۚ قَالُواْ بَلَىٰ وَلَٰكِنۡ حَقَّتۡ كَلِمَةُ ٱلۡعَذَابِ عَلَى ٱلۡكَٰفِرِينَ ٧١

Artinya: 71. “Orang-orang kafir dibawa ke neraka Jahannam berombong-rombongan. sehingga apabila mereka sampai ke neraka itu dibukakanlah pintu-pintunya dan berkatalah kepada mereka penjaga-penjaganya: "Apakah belum pernah datang kepadamu Rasul-rasul di antaramu yang membacakan kepadamu ayat-ayat Tuhanmu dan memperingatkan kepadamu akan Pertemuan dengan hari ini?" mereka menjawab: "Benar (telah datang)". tetapi telah pasti Berlaku ketetapan azab terhadap orang-orang yang kafir”.

وَسِيقَ ٱلَّذِينَ ٱتَّقَوۡاْ رَبَّهُمۡ إِلَى ٱلۡجَنَّةِ زُمَرًاۖ حَتَّىٰٓ إِذَا جَآءُوهَا وَفُتِحَتۡ أَبۡوَٰبُهَا وَقَالَ لَهُمۡ خَزَنَتُهَا سَلَٰمٌ عَلَيۡكُمۡ طِبۡتُمۡ فَٱدۡخُلُوهَا خَٰلِدِينَ ٧٣

Artinya: 73. “Dan orang-orang yang bertakwa kepada Tuhan dibawa ke dalam syurga berombong-rombongan (pula). sehingga apabila mereka sampai ke syurga itu sedang pintu-pintunya telah terbuka dan berkatalah kepada mereka penjaga-penjaganya: "Kesejahteraan (dilimpahkan) atasmu. Berbahagialah kamu! Maka masukilah syurga ini, sedang kamu kekal di dalamnya".

Surat Az-Zumar termasuk golongan surat-surat *Makiyah*. Dinamakan *Az Zumar* (rombongan-rombongan) karena kata *Az Zumar* yang terdapat pada ayat 71 dan 73 ini. Dalam dua ayat tersebut diterangkan keadaan manusia di hari kiamat setelah mereka dihisab, di waktu itu mereka (manusia) terbagi atas dua rombongan (dikategorikan atau dikelompokkan), yaitu: satu rombongan dibawa ke neraka dan satu rombongan lagi dibawa ke surga.

Masing-masing rombongan memperoleh balasan dari apa yang mereka kerjakan di dunia dahulu.

2.8.3 Estimasi

Pada Surat Ali Imran bila ditafsirkan juga bisa digunakan untuk kata estimasi yaitu pada ayat:

يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَـٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِى خَلْقِ ٱلسَّمَـٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ

Kaitan dari ayat tersebut dengan estimasi terletak pada lafadh "يذكرون الله" yang mempunyai arti ”*yang mengingat Allah*” dan juga terletak pada lafadh "ويتفكرون فى خلق السموت والارض " yang mempunyai arti “*mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi*”. Di sini tidak ditentukan berapa banyaknya orang mengingat Allah dan juga memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi.

Dalam Ayat Al-Qur’an yang lain estimasi juga terdapat pada penafsiran surat Ash-Shaffaat yang menyinggung masalah satuan angka. Surat Ash-Shaffaat adalah Makiyah, yakni turun sebelum Nabi hijrah ke Madinah. *Ash-Shaffaat* berarti yang berbaris-baris. Dinamai dengan *Ash-Shaaffaat* (yang bershaf-shaf) ada hubungannya dengan perkataan *Ash-Shaaffaat* yang terletak pada ayat permulaan surat ini yang mengemukakan bagaimana para malaikat yang berbaris di hadapan Tuhannya yang bersih jiwanya, tidak dapat digoda oleh setan. Hal ini hendaklah menjadi *i'tibar* bagi manusia dalam menghambakan dirinya kepada Allah, yang tidak tahu berapa banyak jumlahnya, kecuali Allah SWT sendiri.

Estimasi dalam matematika disinggung dalam surat Ash-Shaffaat ayat 147, yaitu:

وَأَرْسَلْنَٰهُ إِلَىٰ مِاْئَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Artinya: Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih (Qs. Ash-Shaffaat:147)

Pada Qs. Ash-Shaffaat ayat 147 tersebut dijelaskan bahwa Nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100.000 orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, maka terdapat rasa atau kesan ketidakpastian dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus. Mengapa harus menyatakan 100.000 atau lebih? Mengapa tidak menyatakan dengan jumlah yang sebenarnya? Bukankah Allah SWT mengetahui yang ghaib dan yang nyata? Bukankah Allah SWT Maha Mengetahui Segala Sesuatu, termasuk jumlah umat Nabi Yunus? (Abdusysyakir, 2007: 153).

Abdusysyakir (2007:155-156), juga mengatakan dalam bukunya bahwa estimasi adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak. Dalam matematika terdapat tiga jenis estimasi yaitu estimasi banyak atau jumlah (*numerositas*), estimasi pengukuran dan estimasi komputasional. Sebagaimana dijelaskan dalam uraian berikut ini:

1. Estimasi banyak atau jumlah

   Estimasi banyak adalah menentukan banyaknya objek tanpa menghitung secara eksak. Objek disini maknanya sangat luas. Objek dapat bermakna orang, uang kelereng, titik, dan mobil. Estimasi pada

Qs. Ash-Shaffaat ayat 147 adalah estimasi banyak yaitu banyaknya orang.

2. Estimasi pengukuran

Estimasi pengukuran adalah menentukan ukuran sesuatu tanpa menghitung secara eksak. Ukuran disini maknanya sangat luas. Ukuran dapat bermakna ukuran waktu, panjang, luas, usia dan volume. Ketika melihat orang berjalan tanpa menanyakan tanggal lahirnya, pembaca dapat menebak atau menaksir usianya. Atau pembaca menaksir waktu yang diperlukan untuk melakukan perjalanan dari malang ke jakarta menggunakan sepeda motor. Pembaca juga dapat menaksir berat suatu benda hanya melihat suatu bentuknya.

3. Estimasi komputasional

Estimasi komputasional adalah menentukan hasil suatu operasi hitung tanpa menghitungnya secara eksak. Ketika diminta menentukan hasil 97 x 23 dalam waktui sepuluh detik, seorang mungkin akan melihat puluhannya saja sehingga memperoleh hasil 90 x 20 =1800 inilah estimasi komputasional. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa Seseorang mungkin akan menghitung dengan cara membulatkan kepuluhan terdekat.

Dari pengertian diatas, maka dapat diketahui kaitan ayat di atas dengan estimasi ṭerletak pada kalimat "مائة ألف أويزيدون" karena ayat tersebut dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus tidak dengan perhitungan secara eksak.

Dari dua kajian diatas Al-Quran sebagai imam dari umat Islam tidak hanya menjelaskan tentang agama saja, tetapi juga menjelaskan tentang Matematika dalam hal ini tentang analisis regresi dan estimasi. Secara garis besar Al-Quran berbicara tentang matematika tidak seperti berbicara tentang agama mana secara gamlang dijelaskan, ketika berbicara tentang matematika kita perlu penafsiran secara mendalam.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Estimasi Regresi Model Logit Dengan Metode *Maksimum Likelihood*

Menurut Gujarati (2006:174), secara umum model probabilitas regresi logit dengan melibatkan beberapa variabel independen (*x*) dapat diformulasikan sebagai berikut :

$$P_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_{1i})}} = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 \cdot X_{i1}}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 \cdot X_{i1}}}$$

Dimana:

P_i = probabilitas regresi logit

X_{i1} = variabel bebas (*independent variable*)

β_0 = kontanta atau intersept regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi

β_1 = koefisien regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi

e = eksponensial

Untuk mengestimasi hanya melihat y = 1 atau y = 0. Karena variabel dependennya terdiri dari 2 kategori yaitu y = 1 (ya) atau y = 0 (tidak), maka untuk sebuah objek penelitian, kondisi dengan 2 kategori tersebut mengakibatkan y berdistribusi *Bernoulli*, yaitu:

$$P(Y_i = 1) = P_i$$

$$P(Y_i = 0) = 1 - P_i$$

untuk suatu sampel acak dengan n observasi jika $f(Y_i)$ menunjukkan probabilitas bahwa Y_i = 1 atau 0 maka fungsi distribusi peluang untuk y adalah:

$$f(Y_i) = P_i^{y_i}(1-P_i)^{1-y_i} \text{, untuk } y = 0,1$$

Karena fungsi distribusi dari regresi model logit adalah membentuk distribusi *Bernoulli* maka dalam mengestimasi parameter β ini dapat didekati dengan estimasi dengan metode *maksimum likelihood*.

Adapun langkah-langkah estimasi dengan metode *maksimum likelihood* adalah:

Langkah I: Menentukan fungsi padat peluang distribusi *Bernoulli*.

Fungsi distribusi *Bernoulli* adalah:

$$f(Y_i) = P_i^{y_i}(1-P_i)^{1-y_i} \text{ untuk y = 0,1}$$

fungsi di atas digunakan untuk mencari fungsi padat peluang peubah acak untuk $y_1, y_2, ..., y_n$, yaitu:

$$\begin{aligned} f(Y_i) &= f(y_1, y_2, ..., y_n) \\ &= f(y_1) \cdot f(y_2) \cdot ... \cdot f(y_n) \\ &= P_i^{y_1}(1-P_i)^{1-y_1} \cdot P_i^{y_2}(1-P_i)^{1-y_2} \cdot ... \cdot P_i^{y_n}(1-P_i)^{1-y_n} \\ &= P_i^{y_1+y_2+...+y_n}(1-P_i)^{1-y_1+1-y_2+...+1-y_n} \\ &= P_i^{\sum_{i=1}^{n} y_i}(1-P_i)^{\sum_{i=1}^{n}(1-y_i)} \end{aligned}$$

karena $(1-P_i)^{\sum_{i=1}^{n}(1-y_i)}$ menjadi $(1-P_i)^{\left(n-\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}$ maka fungsi distribusi binomial, sehingga menjadi berikut

$$= P_i^{\sum_{i=1}^{n} y_i} (1-P_i)^{\left(n-\sum_{i=1}^{n} y_i\right)} \tag{3.1}$$

Langkah II: Membentuk fungsi padat peluang (3.1) ke dalam model $L(Y_i)$ yang dinamakan dengan fungsi *likelihood*.

Fungsi *likelihood* dari fungsi padat peluang (3.1) adalah:

$$L(Y_i) = L(f(Y_i))$$

$$= P_i^{\sum_{i=1}^{n} y_i} (1-P_i)^{\left(n-\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}$$

$$= P_i^{y_1}(1-P_i)^{1-y_1} \cdot P_i^{y_2}(1-P_i)^{1-y_2} \cdot \ldots \cdot P_i^{y_n}(1-P_i)^{1-y_n}$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left(P_i^{y_i}(1-P_i)^{1-y_i}\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left(P_i^{y_i}\frac{(1-P_i)^1}{(1-P_i)^{y_i}}\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left(\left(\frac{P_i}{(1-P_i)}\right)^{y_i}(1-P_i)^1\right)$$

$$= \left(\frac{P_i}{(1-P_i)}\right)^{\sum_{i=1}^{n} y_i} (1-P_i)^n \tag{3.2}$$

Langkah III: Membentuk fungsi *likelihood* (3.2) ke dalam model $\ln L(Y_i)$ yang dinamakan dengan fungsi *log likelihood*.

Sehingga fungsi *log likelihood* dari fungsi *likelihood* (3.2) adalah:

$$L(Y_i) = \ln L(Y_i)$$

$$= \ln\left(\prod_{i=1}^{n}\left(\left(\frac{P_i}{(1-P_i)}\right)^{y_i}(1-P_i)\right)\right)$$

$$= \sum_{i-1}^{n}\left(\ln\left(\left(\frac{P_i}{(1-P_i)}\right)^{y_i}(1-P_i)\right)\right)$$

dengan persamaan (2.26) dan (2.24) maka diperoleh:

$$= \sum_{i=1}^{n}\left((\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})^{y_i} + \ln\left(\frac{1}{1+e^{\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i}}}\right)\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left((\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})^{y_i} + \ln\left(1+e^{\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i}}\right)^{-1}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i}) - \ln\left(1+e^{\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i}}\right)\right) \qquad (3.3)$$

Langkah IV: Memaksimumkan fungsi *log likelihood* (3.3) dengan mendeferensialkan fungsi *log likelihood* (3.3) terhadap parameter β_0 dan β_1 dan menyamakannya dengan nol. Sehingga untuk mendapatkan nilai β_0 dan β_1 dapat dicari dengan mendeferensialkan persamaan (3.3) terhadap parameter β_0 dan β_1, yaitu:

$$\frac{\partial \ln L(Y_i)}{\partial \beta_0} = 0 \text{, dan } \frac{\partial \ln L(Y_i)}{\partial \beta_1} = 0 \tag{3.4}$$

- Diturunkan terhadap β_0 :

$$\frac{\partial \ln L(Y_i)}{\partial \beta_0} = 0$$

$$\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}) - \ln\left(1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}\right)\right)\right)}{\partial \beta_0} = 0$$

$$\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)\right)}{\partial \beta_0} - \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} \ln\left(1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}\right)\right)}{\partial \beta_0} = 0$$

$$\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^{n} Y_i \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}{\partial \beta_0} - \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} \ln\left(1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}\right)\right)}{\partial \beta_0} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}} \cdot e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}}{\sum_{i=1}^{n} \left(1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}\right)} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = \frac{e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}}{n + e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}}$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i \left(n + e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)} \right) = e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i \cdot n + \sum_{i=1}^{n} Y_i \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)} = e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}$$

$$n \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i = e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)} - \sum_{i=1}^{n} Y_i \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}$$

$$n \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i = e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)$$

$$e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i}{1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i}$$

untuk mempermudah penyelesaian maka masing-masing ruas dikalikan dengan ln yaitu:

$$\ln e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)} = \ln\left(\frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i}{1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right) \cdot \ln(e) = \ln\left(\frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i}{1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right) \cdot 1 = \ln\left(n \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)$$

$$n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i} = \ln\left(n \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)$$

$$n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i} = \ln(n) + \ln\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)$$

$$n \cdot \hat{\beta}_0 = \ln(n) + \ln\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\ln(n) + \ln\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i}}{n}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\ln(n)}{n} + \ln(\overline{Y}) - \frac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} - \hat{\beta}_1 \cdot \overline{X} \qquad (3.5)$$

- Diturunkan terhadap β_1 :

$$\frac{\partial \ln L(Y_i)}{\partial \beta_1} = 0$$

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}) - \ln\left(1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}\right)\right)\right)}{\partial \beta_1} = 0$$

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i})\right)}{\partial \beta_1} - \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n} \ln\left(1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}\right)\right)}{\partial \beta_1} = 0$$

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i})\right)}{\partial \beta_1} - \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n} \ln\left(1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}\right)\right)}{\partial \beta_1} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i}) - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}} X_{1i} \cdot e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i}) - \sum_{i=1}^{n} \frac{X_{1i} \cdot e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}}{1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i}) - \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{1i} \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}}{\sum_{i=1}^{n}\left(1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}}\right)} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_{1i} \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}}{n+e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot\left(n+e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}\right)=\sum_{i=1}^{n} X_{1i} \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot n+\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot\left(e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}\right)=\sum_{i=1}^{n} X_{1i} \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot n=\sum_{i=1}^{n} X_{1i} \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}-\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot\left(e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot n=\sum_{i=1}^{n} X_{1i} \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}\cdot\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{1i} \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot n}{\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}$$

untuk mempermudah penyelesaian maka masing-masing ruas dikalikan dengan ln yaitu:

$$\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i} \cdot e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}\right)=\ln\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot n}{1-\sum_{i=1}^{n} Y_i}\right)$$

$$\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)+\ln\left(e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}\right)=\ln\left(\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\cdot n\right)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)$$

$$\ln\left(e^{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 \cdot X_{1i}\right)}\right)=\ln\left(\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1\cdot X_{1i}\right)\ln(e)=\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i\cdot X_{1i})\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1\cdot X_{1i}\right)\cdot 1=\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i\cdot X_{1i})\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$n\cdot\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}=\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i\cdot X_{1i})\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}=\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i\cdot X_{1i})\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)-n\cdot\hat{\beta}_0$$

$$\hat{\beta}_1=\frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i\cdot X_{1i})\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)-n.\hat{\beta}_0}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}$$

$$\hat{\beta}_1=\frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i\cdot X_{1i})\right)}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}+\frac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}-\frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}-\frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}-\frac{n.\hat{\beta}_0}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}} \qquad (3.6)$$

Langkah V: Menentukan estimasi $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ dari β_0 dan β_1 fungsi padat peluang distribusi *Bernoulli* pada regresi model logit.

Dari persamaan (3.5) dapat diperoleh suatu estimasi β_0;

$$\hat{\beta}_0=\frac{\ln(n)}{n}+\ln(\overline{Y})-\frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)}{n}-\hat{\beta}_1\cdot\overline{X} \qquad (3.7)$$

Dari persamaan (3.6) dapat diperoleh suatu estimasi β_1;

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \frac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{n.\hat{\beta}_0}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} \quad (3.8)$$

Karena persamaan di atas berupa persamaan simultan, maka untuk mencari estimasi β_0 dan estimasi β_1 menggunakan solusi penyelesaian persamaan simultan, sebagai berikut:

Misal: $a = \frac{\ln(n)}{n} + \ln(\overline{Y}) - \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n}$

$b = \overline{X}$

dan

$$c = \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \frac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}}$$

$$d = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}}$$

Sehingga menjadi:

$$\hat{\beta}_0 = a - \hat{\beta}_1 \cdot c \quad (3.9)$$

$$\hat{\beta}_1 = b - \hat{\beta}_0 \cdot d \quad (3.10)$$

Persamaan (3.10) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.9) diperoleh:

$$\hat{\beta}_0 = a - \hat{\beta}_1 \cdot c$$

$$= a - \left(b - \hat{\beta}_0 \cdot d\right) \cdot c$$

$$= a - bc + \hat{\beta}_0 \cdot dc$$

$$\hat{\beta}_0 (1 - dc) = a - bc$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{a - bc}{1 - dc}$$

Sehingga diperoleh estimasi sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\dfrac{\ln(n)}{n} + \ln(\bar{Y}) - \dfrac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} - \bar{X} \cdot \left(\dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i})\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \dfrac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \dfrac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} \right)}{1 - \dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} \cdot \dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i})\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \dfrac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \dfrac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\dfrac{\ln(n)}{n} + \ln(\bar{Y}) - \dfrac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} - \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}}{n} \cdot \left(\dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i})\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \dfrac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \dfrac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} \right)}{1 - \dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} \cdot \left(\dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i})\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \dfrac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \dfrac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} \right)}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\dfrac{\ln(n)}{n} + \ln(\bar{Y}) - \dfrac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} - \dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i})\right)}{n} - \dfrac{\ln(n)}{n} + \dfrac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} + \dfrac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{n}}{1 - \dfrac{n}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2} \cdot \left(\ln\left(\sum_{i=1}^{n} (Y_i \cdot X_{1i})\right) + \ln(n) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right) \right)}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\frac{\ln(n)}{n} + \ln(\bar{Y}) - \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right)}{n} - \frac{\ln(n)}{n} + \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} + \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{n}}{\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2} - \frac{n}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2} \cdot \left(\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right) + \ln(n) - \ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)\right)}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\frac{\ln(n)}{n} + \ln(\bar{Y}) - \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right)}{n} - \frac{\ln(n)}{n} + \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{n} + \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{n}}{\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2 - n \cdot \left(\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right) + \ln(n) - \ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\left(\ln(\bar{Y}) - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right)}{n} + \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{n}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2 - n \cdot \left(\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right) + \ln(n) - \ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)\right)}$$

Sehingga diperoleh hasil estimasi yang tidak mengandung persamaan simultan, yaitu:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \frac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{n.\hat{\beta}_0}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}}$$

Dengan

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\left(\ln(\bar{Y}) - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right)}{n} + \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{n}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2 - n \cdot \left(\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i \cdot X_{1i})\right) + \ln(n) - \ln\left(1-\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)\right)}$$

Untuk mendapatkan estimasi yang baik, maka untuk hasil estimasi parameter di atas harus memenuhi sifat unbias, konsisten dan efisien.

1. Unbias (tak bias)

Jika $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ merupakan penduga tak bias (*unbiased estimator*) dari parameter β_0 dan β_1 maka: $E(\hat{\beta}_0) = \beta_0$ dan $E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$.

Untuk $E(\hat{\beta}_0) = \beta_0$

$$E(\hat{\beta}_0) = E\left(\frac{\ln(n) + \ln\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i}}{n} \right)$$

$$E(\hat{\beta}_0) = \frac{1}{n} E\left(\ln(n) + \ln\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i} \right)$$

$$E(\hat{\beta}_0) = \frac{1}{n} E\left(\ln(n) + \ln\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1}}}\right) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1}}}\right) - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i} \right)$$

$$E(\hat{\beta}_0) = \frac{1}{n} E\left(\ln(n) + \ln\left(\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}}{\sum_{i=1}^{n}\left(1 + e^{\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1}}\right)} \right) - \ln\left(1 - \left(\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}}{\sum_{i=1}^{n}\left(1 + e^{\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1}}\right)} \right)\right) - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i} \right)$$

$$E(\hat{\beta}_0) = \frac{1}{n} E\left(\ln(n) + \ln\left(\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}}{n + e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}} \right) - \ln\left(1 - \left(\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}}{n + e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}} \right)\right) - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i} \right)$$

$$E(\hat{\beta}_0) = \frac{1}{n} E\left(\ln(n) - \ln\left(\frac{n + e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}}{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}} \right) - \ln\left(\frac{n + e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})} - e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}}{n + e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0 + \beta_1 \cdot X_{i1})}} \right) - \hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{1i} \right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\ln(n)-\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}\right)-\ln\left(\frac{n}{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}\right)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\ln(n)-\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}\right)-\left(-\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{n}\right)\right)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\ln(n)+\ln\left(\frac{n+e^{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}}{n}\right)-\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}\right)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\ln(n)+\ln\left(\frac{\dfrac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{n}}{\dfrac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}}\right)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\ln(n)+\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{n}\cdot\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}\right)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\ln(n)+\ln\left(\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}}{n}\right)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\ln(n)+\ln\left(e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})}\right)-\ln(n)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\ln\left(e^{\sum_{i=1}^{n}\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_1\cdot X_{i1}}\right)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{i1})\cdot\ln(e)-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E\left(n\cdot\beta_0+\beta_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{i1}\cdot 1-\hat{\beta}_1\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}E(n\cdot\beta_0)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\frac{1}{n}n\cdot E(\beta_0)$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right)=\beta_0 \tag{3.11}$$

Untuk $E\left(\hat{\beta}_1\right)=\beta_1$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=E\left(\frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i\cdot X_{1i})\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)-n.\hat{\beta}_0}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}E\left(\ln\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i\cdot X_{1i})\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}E\left(\ln\left(\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}\cdot\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)+\ln(n)-\ln\left(1-\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}X_{1i}}E\left(\ln\left(\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}\right)+\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)+\ln(n)-\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}-e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}\right)-\ln\left(\sum_{i=1}^{n}X_{1i}\right)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} E\left(-\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}\right)+\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n}\right)+\ln(n)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} E\left(\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n}\right)-\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}\right)+\ln(n)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} E\left(\ln\left(\frac{\dfrac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n}}{\dfrac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}}\right)+\ln(n)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} E\left(\ln\left(\frac{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n}\cdot\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n+e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}\right)+\ln(n)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} E\left(\ln\left(\frac{e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}}{n}\right)+\ln(n)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} E\left(\ln\left(e^{\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1\cdot X_{1i})}\right)-\ln(n)+\ln(n)-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} E\left(n\cdot\beta_0+\beta_1\cdot\sum_{i=1}^{n} X_{1i}-n.\hat{\beta}_0\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} E\left(\beta_1\right)$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right)=\beta_1 \tag{3.12}$$

2. Efisien

Suatu penduga dikatakan efisien apabila penduga tersebut mempunyai varians yang kecil. Dengan manggunkan rumus efesiensi relatif, maka dapat diketahui:

Penduga efisien untuk $\hat{\beta}_0$:

$$R=\frac{E\left(\left(\hat{\beta}_0\right)_1^2-E\left(\hat{\beta}_0\right)_1\right)^2}{E\left(\left(\hat{\beta}_0\right)_2^2-E\left(\hat{\beta}_0\right)_2\right)^2}$$

$$=\frac{E\left(\left(\hat{\beta}_0\right)_1-E\left(\hat{\beta}_0\right)_1\right)^2}{E\left(\left(\hat{\beta}_0\right)_2-E\left(\hat{\beta}_0\right)_2\right)^2}$$

$$=\frac{\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right)_1}{\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right)_2} \tag{3.13}$$

Jika R > 1, maka $\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right)_2<\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right)_1$

Sehingga hal itu berarti bahwa $\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right)_2$ secara relatif lebih efisien daripada $\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right)_1$.

Penduga efisien untuk $\hat{\beta}_1$:

$$R=\frac{E\left(\left(\hat{\beta}_1\right)_1^2-E\left(\hat{\beta}_1\right)_1\right)^2}{E\left(\left(\hat{\beta}_1\right)_2^2-E\left(\hat{\beta}_1\right)_2\right)^2}$$

$$= \frac{E\left(\left(\hat{\beta}_1\right)_1 - E\left(\hat{\beta}_1\right)_1\right)^2}{E\left(\left(\hat{\beta}_1\right)_2 - E\left(\hat{\beta}_1\right)_2\right)^2}$$

$$= \frac{\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right)_1}{\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right)_2} \qquad (3.14)$$

Jika R > 1, maka $\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right)_2 < \operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right)_1$

Sehingga hal itu berarti bahwa $\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right)_2$ secara relatif lebih efisien daripada $\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right)_1$.

3. Konsisten

Suatu penduga dikatakan konsisten adalah jika $E\left(\hat{\theta} - E\left(\hat{\theta}\right)\right)^2 \rightarrow 0$ jika $n \rightarrow \infty$, sehingga untuk peubah acak $y_1, y_2, ..., y_n$ dengan parameter β_0 dan β_1 yang tidak diketahui dapat dituliskan:

$E\left(\hat{\beta}_0 - E\left(\hat{\beta}_0\right)\right)^2 \rightarrow 0$ untuk $n \rightarrow \infty$, dan $E\left(\hat{\beta}_1 - E\left(\hat{\beta}_1\right)\right)^2 \rightarrow 0$ untuk $n \rightarrow \infty$, sehingga:

Penduga konsisten untuk $\hat{\beta}_0$:

$$E\left(\hat{\beta}_0 - E\left(\hat{\beta}_0\right)\right)^2 = E\left(\left(\hat{\beta}_0 - E\left(\hat{\beta}_0\right)\right) \cdot \left(\hat{\beta}_0 - E\left(\hat{\beta}_0\right)\right)\right)$$

Dari persamaan (3.11) diperoleh $E\left(\hat{\beta}_0\right) = \beta_0$, maka

$$\begin{aligned}
E\left(\left(\hat{\beta}_0 - E\left(\hat{\beta}_0\right)\right) \cdot \left(\hat{\beta}_0 - E\left(\hat{\beta}_0\right)\right)\right) &= E\left(\left(\hat{\beta}_0 - \beta_0\right) \cdot \left(\hat{\beta}_0 - \beta_0\right)\right) \\
&= E\left(\hat{\beta}_0 - \beta_0\right) \cdot \left(\hat{\beta}_0 - \beta_0\right) \\
&= \left(E\left(\hat{\beta}_0\right) - E\left(\beta_0\right)\right) \cdot \left(\hat{\beta}_0 - \beta_0\right) \\
&= \left(\beta_0 - \beta_0\right) \cdot \left(\hat{\beta}_0 - \beta_0\right)
\end{aligned}$$

$$= (0)\cdot\left(\hat{\beta}_0 - \beta_0\right)$$

$$= 0 \qquad (3.15)$$

Penduga konsisten untuk $\hat{\beta}_1$:

$$E\left(\hat{\beta}_1 - E\left(\hat{\beta}_1\right)\right)^2 = E\left(\left(\hat{\beta}_1 - E\left(\hat{\beta}_1\right)\right)\cdot\left(\hat{\beta}_1 - E\left(\hat{\beta}_1\right)\right)\right)$$

Dari persamaan (3.12) diperoleh $E\left(\hat{\beta}_0\right) = \beta_0$, maka

$$E\left(\left(\hat{\beta}_1 - E\left(\hat{\beta}_1\right)\right)\cdot\left(\hat{\beta}_1 - E\left(\hat{\beta}_1\right)\right)\right) = E\left(\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)\cdot\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)\right)$$

$$= E\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)\cdot\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)$$

$$= \left(E\left(\hat{\beta}_1\right) - E(\beta_1)\right)\cdot\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)$$

$$= (\beta_1 - \beta_1)\cdot\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)$$

$$= (0)\cdot\left(\hat{\beta}_1 - \beta_1\right)$$

$$= 0 \qquad (3.16)$$

Dari persamaan (3.15) dan (3.16) diperoleh $E\left(\hat{\beta}_0 - E\left(\hat{\beta}_0\right)\right)^2 = 0$ dan $E\left(\hat{\beta}_1 - E\left(\hat{\beta}_1\right)\right)^2 = 0$, maka $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ merupakan penduga konsisten.

3.2 Aplikasi Estimasi Regresi Model Logit Dengan Metode *Maksimum Likelihood*

Model logit dapat diterapkan pada dua jenis data, yaitu data yang dikelompokkan (*grouped data*) dan data yang tidak dikelompokkan (*mikro*). Namun pada pembahasan ini hanya dikuhususkan pada data yang tidak dikelompokkan, karena dalam mengestimasi data yang tidak dikelompokkan hanya dilakukan dengan estimasi metode *maksimum likelihood.* Pada pengamatan dilakukan pada level individu (bukan kelompok), yaitu pada data pengaruh lama kerja terhadap absensi pekerja atau karyawan UPTD dinas kebersihan pada Tahun 2003 (dikategorikan = 0, jika tidak mendapat peringatan berupa SP I dan dikategorikan = 1, jika mendapat peringatan berupa SP I) dengan bantuan *software* Eviews 4.

Tabel 3.1: Data absensi pekerja atau karyawan UPTD dinas kebersihan pada Tahun 2003.

n	Skor Sanksi	Lama Kerja
1	1	36
2	1	39
3	0	43
4	0	84
5	0	53
6	1	27
7	1	25
8	0	33
9	0	6
10	0	29
11	0	28
12	0	27
13	0	26
14	0	25
15	1	23
16	0	15
17	1	15
18	0	5
19	0	17
20	0	25
21	0	29
22	1	19
23	0	19
24	0	19
25	0	19
26	0	23
27	0	23
28	1	24
29	0	23
30	0	21
31	0	21
32	0	15

33	1	15
34	1	24
35	1	12
36	0	12
37	0	32
38	0	51
39	0	26
40	1	17
41	1	9
42	0	5
43	0	4
44	0	5
45	0	36
46	0	32
47	0	30
48	0	27
49	0	26
50	0	18
51	1	11
52	0	36
53	0	28
54	0	36
55	0	36
56	0	25
57	0	36
58	0	36
59	0	36
60	0	48
61	0	52
62	0	51
63	0	36
64	0	51
65	1	7
66	0	43
67	0	42
68	0	41
69	0	29
70	0	26
71	0	40

(Sumber: Dinas kebersihan Kota Malang pada Tahun 2003)

Dengan**:** Y_i = Skor Sanksi

X_i = Lama Kerja dalam bulan

n = Banyak Karyawan

$\alpha = 0.05$

3.2.1 Interpretasi Output

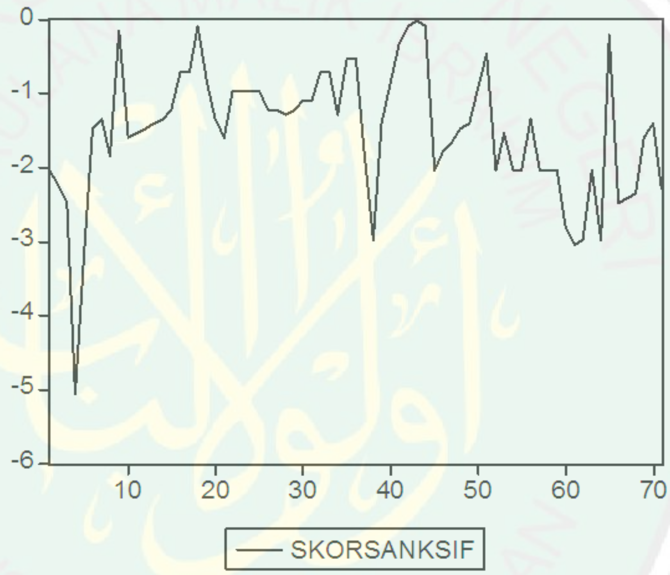
Dengan menggunakan *software* Eviews 4, diperoleh hasil estimasi regresi model logit seperti dalam lampiran 1:

- Model Estimasi

  Dari Output lampiran 1 diperoleh:

$$\text{skor sanksi} = 0.228 - 0.063 \cdot \text{lama kerja}$$

  Dengan grafik sebagai berikut:



Grafik 3.1: Model Estimasi Skor Sanksi

- Untuk mengetahui penaksiran absensi karyawan yang terkena SP atau tidak yang berada di UPTD pada dinas kebersihan Kota Malang dengan pendekatan probabilitas. Fungsi dari regresi model logit yang diperoleh dari output adalah sebagai berikut:

$$P_i = \frac{e^{0.228 - 0.063 \cdot X_{1i}}}{1 + e^{0.228 - 0.063 \cdot X_{1i}}}$$

Dari fungsi di atas jika diperoleh nilai probabilitas yang besarnya antara 0.1-0.5 atau kurang dari 0.5 maka didefinisikan ke dalam kelompok 0 (karyawan yang tidak pernah terkena SP) dan jika diperoleh nilai probabilitas yang besarnya antara 0.5-1 atau lebih dari 0.5 maka didefinisikan ke dalam kelompok 1 (karyawan yang pernah terkena SP).

- Karena jumlah data besar $(n \geq 30)$ maka sesuai dengan lampiran 1 digunakan statistik uji z. Pada lampiran 1, nilai z menunjukkan nilai mutlak = 2.28 dan nilai probabilitas lama kerja 0.0224 hal ini menunjukkan absensi pengaruh terhadap lama kerja karyawan. Sedangkan nilai koefisien determinasi (R^2) yang digunakan adalah $R^2_{Mc\ Fadden}$. Nilai R^2_{McF} = 0.086. dan nilai koefisien korelasi (R) $= \sqrt{0.086} = 0.293$, dengan kata lain 30 % data absensi pengaruh terhadap lama kerja karyawan.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diatas, dapat disimpulkan bahwa bentuk estimasi parameter regresi model logit dengan parameter β_0 dan β_1 tidak diketahui, sehingga parameter tersebut diestimasi dengan menggunakan metode *maksimum likelihood* menghasilkan, sebagai berikut:

- Estimasi untuk β_0 :

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\left(\ln\left(\overline{Y}\right) - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\right)}{n} + \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{n} \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)^2 - n \cdot \left(\ln\left(\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\right) + \ln(n) - \ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right) - \ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right) \right)}$$

- Estimasi untuk β_1 ;

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i \cdot X_{1i}\right)\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} + \frac{\ln(n)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(1 - \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n} X_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}} - \frac{n.\hat{\beta}_0}{\sum_{i=1}^{n} X_{1i}}$$

4.2 Saran

Pada penelitian ini peneliti menggunakan metode *maksimum likelihood* dalam mencari estimasi regresi model logit. Bagi pembaca yang ingin melakukan penelitian serupa, peneliti menyarankan:

1. Mengunakan regresi dengan model lain dan diestimasi dengan metode yang sama, yaitu metode *maksimum likelihood*.
2. Menggunakan regresi model yang sama dan diestimasi dengan metode berbeda.
3. Estimasi dilakukan secara program.

DAFTAR PUSTAKA

Awat J. Napa. 1995. *Metode Statistik dan Ekonometri.* Yogyakarta: Liberty.

Abdusysyakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN PRESS.

Depag RI. 1989. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Surabaya: CV. Jaya Sakti.

Draper Norman, Smith Harry. 1992. *Analisis Regresi Terapan Edisi Kedua*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Dudewicz. J Edward, Mishra N. Satya. 1995. *Statistika Matematika Modern*, Bandung: ITB.

Gujarati Damodar. Zain Gujarati. 1999. *Ekonometrika Dasar* Jakarta: Erlangga.

Hasan Iqbal. 2002. *Pokok-Pokok Materi Statistik 2 (Statistik Deskriptif)*. Jakarta: Bumi Aksara.

Mardalis. 1990. *Metode Penelitian Suatu Pendekatan Proposal*. Jakarta: Bumi Aksara.

Mood, M Alexander dkk.1986. *Introduction to the Theory of Statistics*. Mcgraw-Hill Book Company.

Pasaribu Amudi. 1983. *Pengantar Statistik*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Supranto. J. 2004. *Ekonometri Buku Kedua*. Ghalia Indonesia.

Wahyo Winarno Wing. 2007. *Analisis Ekonometrika dan Statistika dengan Eviews*. Yogyakarta: Sekolah Tinggi Ilmu Manajemen YKPN.

Walpole, Ronald E. & Myers Raymond H. 1995. *Ilmu peluang dan statistika untuk insinyur dan ilmuwan terjemahan RK Sembiring*. Bandung: ITB.

Wibisono Yusuf. 2005. *Metode Statistik.* Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

Yitnosumarto, Suntoyo. 1990. *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: C.V Rajawali.

Lampiran (1): Output Eviews 4

Dependent Variable: SKORSANKSI
Method: ML - Binary Logit (Quadratic hill climbing)
Date: 11/06/09 Time: 05:29
Sample: 1 71
Included observations: 71
Convergence achieved after 5 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.228709	0.680431	0.336123	0.7368
LAMAKERJA	-0.062966	0.027582	-2.282889	0.0224

Mean dependent var	0.211268	S.D. dependent var	0.411113
S.E. of regression	0.398672	Akaike info criterion	0.997961
Sum squared resid	10.96681	Schwarz criterion	1.061698
Log likelihood	-33.42761	Hannan-Quinn criter.	1.023307
Restr. log likelihood	-36.60982	Avg. log likelihood	-0.470811
LR statistic (1 df)	6.364436	McFadden R-squared	0.086923
Probability(LR stat)	0.011643		
Obs with Dep=0	56	Total obs	71
Obs with Dep=1	15		

BUKTI KONSULTASI

Nama : Dinul Wafa
NIM : 05510048
Fakultas/ Jurusan : Saintek/ Matematika
Dosen pembimbing : I. Sri Harini, M.Si
II. Abdul Aziz, M.Si
Judul : Estimasi Regresi Model Logit Dengan Metode *Maksimum Likelihood*

No.	Tanggal	Materi Konsultasi	Tanda Tangan	
1.	14 Mei 2009	Proposal Skripsi	1.	
2.	27 Mei 2009	ACC Proposal Skripsi		2.
3.	10 Juni 2009	Konsultasi BAB I	3.	
4.	27 Juli 2009	Konsultasi BAB I dan BAB II		4.
5.	12 September 2009	Konsultasi BAB I dan BAB II Keagamaan	5.	
6.	27 Oktober 2009	Konsultasi BAB I, BAB II dan BAB III		6.
7.	30 Oktober 2009	Konsultasi BAB I, BAB II dan BAB III	7.	
8.	1 November 2009	ACC BAB I dan BAB II		8.
9.	2 November 2009	Revisi Keagamaan BAB II	9.	
10.	3 November 2009	Konsultasi BAB III		10.
11.	4 November 2009	Konsultasi BAB III	11.	
12.	5 November 2009	Revisi Keagamaan BAB II		12.
13.	7 November 2009	ACC Keagamaan BAB II	13	
14.	7 November 2009	ACC BAB III		14.
15.	7 November 2009	ACC Keseluruhan	15	

Malang, 25 September 2009

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd

NIP. 19751006200312 1 001