

**FUNGSI KERNEL GAUSSIAN UNTUK MEMODELKAN DATA UAN
SMA AL MA'HADUL ISLAMI BEJI BANGIL PASURUAN**

SKRIPSI

**OLEH
MUHAMMAD ABDUL ADZIM
NIM. 08610025**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015**

**FUNGSI KERNEL GAUSSIAN UNTUK MEMODELKAN DATA UAN
SMA AL MA'HADUL ISLAMI BEJI BANGIL PASURUAN**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh
Muhammad Abdul Adzim
NIM. 08610025**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015**

**FUNGSI KERNEL GAUSSIAN UNTUK MEMODELKAN DATA UAN
SMA AL MA'HADUL ISLAMI BEJI BANGIL PASURUAN**

SKRIPSI

Oleh
Muhammad Abdul Adzim
NIM. 08610025

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 27 Mei 2015

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Dr. Sri Harini, M.Si,
NIP. 19731014 200112 2 002

H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**FUNGSI KERNEL GAUSSIAN UNTUK MEMODELKAN DATA UAN
SMA AL MA'HADUL ISLAMI BEJI BANGIL PASURUAN**

SKRIPSI

**Oleh
Muhammad Abdul Adzim
NIM. 08610025**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal 26 Juni 2015

Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si

Ketua Penguji : Fachrur Rozi, M.Si

Sekretaris Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si

Anggota Penguji : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Muhammad Abdul Adzim

NIM : 08610025

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Fungsi Kernel Gaussian untuk Memodelkan Data UAN
SMA Al Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan.

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 22 Juni 2015
Yang membuat pernyataan,

Muhammad Abdul Adzim
NIM. 08610025

MOTO

خير الناس أنفعهم للناس

“Sebaik-baik manusia diantaramu adalah yang paling banyak manfaatnya bagi orang lain.” (HR. Bukhari dan Muslim)

وَالْعَصْرِ ﴿١﴾ إِنَّ الْإِنْسَانَ لِفِي خُسْرٍ ﴿٢﴾ إِلَّا الَّذِينَ ءَامَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ
وَتَوَاصَوْا بِالْحَقِّ وَتَوَاصَوْا بِالصَّبْرِ ﴿٣﴾

“demi masa. Sesungguhnya manusia itu benar-benar dalam kerugian, kecuali orang-orang yang beriman dan mengerjakan amal saleh dan nasehat menasehati supaya mentaati kebenaran dan nasehat menasehati supaya menepati kesabaran.”

(Qs. Al ‘Ashr/103: 1-3)

PERSEMBAHAN

Penulis persembahkan karya ini untuk:

Ayahanda Abdur Rachim Wahab (almarhum) dan Ibunda Siti Maryam tercinta yang telah membesarkan, mendidik, membimbing, dan memberikan segenap cinta kasih kepada penulis, serta iringan doanya yang selalu menyertai setiap langkah penulis.

Kakak dan adik tersayang Waddluha dan Ali Ridlo Anwar yang senantiasa memberikan inspirasi, motivasi, dan dukungan materiil maupun moril.

Paman terkasih Ahmad Sholeh sekeluarga.

Semoga Allah Swt. memberikan kebahagiaan di dunia dan akhirat.



KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt. atas limpahan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya sehingga penulisan skripsi dengan judul “*Fungsi Kernel Gaussian Untuk Memodelkan Data UAN SMA Al Ma’hadul Islami Beji Bangil Pasuruan*” ini dapat diselesaikan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam penulis haturkan kepada Nabi Muhammad, keluarga, dan para sahabat beliau.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak akan selesai tanpa adanya bantuan dari beberapa pihak. Pada kesempatan kali ini penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan arahan dengan sabar dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan banyak arahan dan bimbingan kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika dan dosen Jurusan Matematika terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya yang dapat dijadikan bekal di masa depan, terutama Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku dosen wali yang selalu mendukung penulis untuk segera menyelesaikan skripsi ini.
7. Kedua orang tua penulis almarhum bapak Abdur Rachim Wahab dan ibu Siti Maryam, yang telah mengajarkan kesabaran, keikhlasan, dan rasa syukur dalam mencapai kesuksesan. Berkat doa dan ridho beliau, Allah memberi berbagai kemudahan kepada penulis. Berkat beliau juga penulis selalu bersemangat untuk menyelesaikan skripsi ini.
8. Kakak dan adik penulis Wadduha dan Ali Ridlo Anwar yang selalu memberikan semangat dan motivasi kepada penulis.
9. Zainal Arifin dan sekeluarga yang telah banyak memberikan dukungan, semangat, saran, dan fasilitas kepada penulis selama belajar dan mencari ilmu.
10. Sahabat-sahabati “Matematika 2008”, terutama Aris Ardiansyah, Wahdatul Hanifah, dan kawan-kawan yang lainnya.
11. Sahabat-sahabat Ma’had Sunan Ampel Al-Ali, khususnya Lutfi Aminullah, Bisri Musthofa, Lukman Hakim dan yang lainnya. Terima kasih telah berbagi ilmu di bangku kuliah.
12. Seluruh teman-teman dan semua pihak yang tidak mungkin untuk dicantumkan namanya satu-persatu, terima kasih banyak atas segala bentuk bantuan dan dukungannya.

Semoga skripsi ini memberikan manfaat kepada pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi.

Malang, Juni 2015

Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
ABSTRAK	xiv
ABSTRACT	xv
ملخص	xvi
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Masalah	5
1.6 Sistematika Penulisan	5
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Regresi Semiparametrik	7
2.2 Regresi Parametrik	8
2.3 Regresi Nonparametrik	8
2.4 Uji Asumsi pada <i>Error</i>	9
2.4.1 Uji Asumsi Kenormalan	9
2.4.2 Uji Asumsi <i>Non-Multikolinieritas</i>	10
2.4.3 Uji Asumsi Kehomogenan Ragam <i>Error</i>	11
2.5 Estimator Kernel	11
2.6 Metode Estimasi Least Square	15
2.7 Pemilihan Bandwidth Optimal	20
2.8 Regresi Kernel	21

2.9 Deret Mac Laurin.....	24
2.10 Kelayakan Model.....	25
2.11 Ujian Nasional Sebagai Sarana Kontrol Standart Nasional Pendidikan.....	26
2.12 Kajian Al-Quran.....	27
2.12.1 Kajian Estimasi.....	27
2.12.2 Kajian Pendidikan.....	30
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Jenis dan Sumber Data.....	32
3.2 Variabel Penelitian.....	32
3.3 Analisis Data	33
BAB IV PEMBAHASAN	
4.1 Deskripsi Data	34
4.2 Analisis Data	37
4.3 Integrasi Al-Quran	81
BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan	84
4.2 Saran	84
DAFTAR PUSTAKA	85
LAMPIRAN	87
RIWAYAT HIDUP	112

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Data Variabel Nilai Rata-rata UAN SMA, Rapot SMA, NUM SMP, Jenis Kelamin, dan Prestasi Siswa.....	34
Tabel 4.2 Data Rata-rata Variabel Nilai Rata-rata UAN SMA, Rapot SMA, NUM SMP, Jenis Kelamin, dan Prestasi Siswa	36
Tabel 4.3 Hasil MSE (X_3) Estimator Fungsi Kernel Gaussian	52
Tabel 4.4 Hasil MSE (X_4) Estimator Fungsi Kernel Gaussian	78



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Grafik Data Awal UAS SMA	87
Lampiran 2. Grafik Data Rata-rata UAS SMA	88
Lampiran 3. Hasil <i>Bandwidth</i> Optimal	89
Lampiran 4. Proses Menghitung Pembilang	91
Lampiran 5. Proses Menghitung Penyebut	92
Lampiran 6. Proses MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian	94
Lampiran 7. Model Estimator Fungsi Kernel Gaussian	95
Lampiran 8. Tabel Data Variabel Nilai Rata-rata UAN SMA, Nilai Rata-rata Rapot SMA, Nilai Rata-rata NUM SMP, Jenis Kelamin, dan Prestasi Siswa SMA Al Ma'hadul Islami	96
Lampiran 9. Tabel Data Hasil MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian Jenis Kelamin (X_3)	100
Lampiran 10. Tabel Data Hasil MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian Prestasi Siswa (X_4)	104
Lampiran 11. Program untuk Mencari $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, dan β_4	109
Lampiran 12. Program untuk Menampilkan Plot Data Nonparametrik	110
Lampiran 13. Gambar Hasil dari Data Nonparametrik	111

ABSTRAK

Adzim, Muhammad Abdul. 2015. **Estimasi Kernel untuk Memodelkan Data UAN SMA Al Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata kunci: Estimasi Kernel, Fungsi Kernel Gaussian

Data UAN SMA merupakan data runtun waktu yang sering bergonta - ganti, sehingga menganalisisnya dapat menggunakan metode runtun waktu dan analisis regresi. Namun, banyak asumsi yang harus dipenuhi. Oleh karena itu, alternatif lainnya adalah dengan menggunakan analisis regresi nonparametrik yaitu estimator kernel. Estimator Kernel adalah salah satu metode yang cukup efektif untuk mengestimasi data yang memiliki fluktuasi dan yang sulit diprediksi bentuknya. Dalam estimator kernel terdapat bandwidth optimum yang diperoleh dengan meminimumkan MSE. Macam-macam fungsi kernel: Epanechnikov, Quartic, Triangular, Gaussian, Uniform, Triweight, dan Cosines. Fungsi kernel Gaussian lebih mudah dalam perhitungan dan penggunaannya serta lebih sering digunakan sedangkan fungsi kernel yang lain perlu memasukkan syarat dalam pengerjaannya. Salah satu ciri estimator yang baik yaitu memiliki MSE terkecil dan sifat estimator yang efisien. Untuk mengetahui estimator model terbaik dan yang lebih efisien..

Dalam penelitian ini dicari efisiensi relatif estimator fungsi kernel Gaussian terhadap data UAN SMA, model terbaik dari estimator tersebut berdasarkan MSE, serta estimasi data UAN SMA dengan menggunakan model terbaik. Pada penelitian ini metode yang digunakan adalah sebagai berikut: Menemukan masalah, melakukan analisis data dan pemecahan masalah. Kemudian penarikan simpulan, yang berisikan hasil yang telah diperoleh dari penelitian dan pembahasan.

Kesimpulan yang dapat diambil dari hasil penelitian dan pembahasan menunjukkan bahwa estimator fungsi kernel Gaussian lebih efisien dan merupakan model terbaik. Dengan efisiensi relatif diperoleh sebesar 0,1529998961, varians serta MSE estimator fungsi kernel Gaussian terkecil. Model terbaik ini dapat digunakan untuk estimasi, hasil estimasi data UAN SMA dengan model terbaik untuk yang terakhir yaitu sebesar 0,07649994805. Berdasarkan kesimpulan di atas, penulis menyarankan agar menggunakan estimator fungsi kernel Gaussian dalam pemodelan data yang lain, dan dapat dikembangkan lagi dari sifat estimator yang lain.

ABSTRACT

Adzim, Muhammad A. 2015. **Kernel Estimation for SMA Al Islami Ma'ahadul Bangil Beji UAN Data Modeling, Pasuruan**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Keywords: Estimation Kernel, Kernel Gaussian function

SMA UAN Data is a time series data that are often varying, so that it can be analyzed using the method of time series and regression analysis. However, many assumptions must be met. Therefore, another alternative is to use nonparametric regression analysis namely kernel estimators. Kernel estimator is one of the most effective methods for estimating data that has fluctuating and unpredictable forms. In kernel estimators there is the optimum bandwidth obtained by minimizing MSE. Various kinds of kernel functions are as follow: Epanechnikov, Quartic, Triangular, Gaussian, Uniform, Triweight, and Cosines. Gaussian kernel function is easier in its calculation and usage and more commonly used kernel functions while others need to include a condition in the process. One characteristic of a good estimator is having the smallest MSE and the nature of the efficient estimator.

To determine the best and more efficient model estimator. In this study the relative efficiency estimator Gaussian kernel function to the SMA UAN data is determined, the best model of the estimator is based on the MSE, as well as SMA UAN data estimation using the best models. In this study, the method used is as follows: Finding problems, performing data analysis and problem solving. The next step is concluding, which contains the results that have been obtained from the study and discussion.

The conclusion that can be drawn from the results of research and discussion shows that the estimator function Gaussian kernel is more efficient and is the best model. With relative efficiency obtained for 0,1529998961, variance and the MSE estimator of smallest the Gaussian kernel function. The best models can be used for estimation, the estimation of high school UAN data with the best model for the latter is equal 0,07649994805. Based on the above conclusion, the authors suggest to use Gaussian kernel function estimator for modeling other data, and can be developed further on the nature of the other estimators.

ملخص

عظيم ، محمد عبد ٢٠١٥ . مقدر نواة لنموذج بيانات لـ UAN SMA المعهد الإسلامي باجي بانجيل، فاسورون. بحث جامعي. الشعبة الرياضيات، كلية العلوم و التكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) الدكتور سري حريني الماجستير ، (٢) الحاج وحي هـ. إروان الماجستير.

الكلمات الرئيسية: تقدير نواة، نواة وظيفة جاوس
البيانات UAN SMA هي بيانات السلاسل الزمنية في كثير من الأحيان متغير دائما، بحيث يمكن تحليلها باستخدام السلاسل الزمنية وتحليل الانحدار. ومع ذلك، فإن العديد من الافتراضات التي يجب الوفاء بها. ولذلك، ثمة بديل آخر هو استخدام تحليل الانحدار غير معلمية فهو المقدرات النواة. مقدر نواة هو واحد من أكثر طريقة فعالية لتقدير البيانات التي تقلب وأشكال لا يمكن التنبؤ بها. في مقدرات نواة هي عرض النطاق الترددي الأمثل التي تم الحصول عليها عن طريق تقليل MSE. أنواع مختلفة من دالة النواة: Epanechnikov, Quartic, Triangular, Gaussian, Uniform, Triweight, dan Cosines. دالة النواة جاوس أكثر سهولة في الحساب واستخدام وأكثر من ذلك تستخدم عادة دالة النواة بينما يحتاج البعض الآخر لتشمل شرط في هذه العملية. واحدة من مقدر الجيد الذي لديه أصغر MSE وطبيعة مقدر كفاءة. لتحديد أفضل مقدر نموذج وأكثر كفاءة.

في هذه الدراسة تسعى كفاءة مقدر دالة النواة جاوس النسبية للبيانات UAN SMA، أفضل نموذج للمقدر يستند إلى MSE، وكذلك تقديرات بيانات SMA باستخدام أفضل النماذج. في هذه الدراسة، والطريقة المستخدمة هي كما يلي: مشاكل الحقائق، وأداء تحليل البيانات وحل المشكلة. ثم استخلاص النتائج، والذي يحتوي على النتائج التي تم الحصول عليها من الدراسة والمناقشة.

الاستنتاج الذي يمكن استخلاصه من نتائج البحث والمناقشة ويبين أن دالة مقدر نواة جاوس هو أكثر كفاءة وهي النموذج الأفضل. مع الكفاءة النسبية التي تم الحصول عليها هي 0,1529998961، والتباين MSE مقدر أصغر دالة النواة جاوس. أفضل النماذج يمكن استخدامها لتقدير وتقييم البيانات UAN SMA مع أفضل نموذج لهذا الأخير هو على قدم هي

0,07649994805. وبناء على النتيجة المذكورة أعلاه، يقترح الكاتب أن استخدام جاوس نواة ودالة مقدر للاستخدام في نمذجة البيانات الأخرى، ويمكن تطويرها على طبيعة المقدرات الأخرى.



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis statistik sudah berkembang dengan pesat, salah satunya adalah pada penyelesaian analisis data kuantitatif dan kualitatif yang muncul bersamaan. Salah satu analisa data yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut adalah dengan metode analisis regresi semiparametrik. Metode regresi semiparametrik merupakan salah satu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel independen dengan variabel dependen yang tidak diketahui bentuk fungsinya. Estimasi fungsi regresi semiparametrik dilakukan berdasarkan data pengamatan dengan menggunakan teknik (*smoothing*). Di dalam al-Quran sendiri dijelaskan tentang estimasi yaitu terdapat di dalam surat As-Shaffat 147 yang menyebutkan:

وَأَرْسَلْنَاهُ إِلَىٰ مِائَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ ﴿١٤٧﴾

Dan Kami utus Dia kepada seratus ribu orang atau lebih (QS. As-Shaffat/37:147).

Ayat tersebut menerangkan tentang estimasi karena adanya kata-kata yang berbunyi *seratus ribu orang atau lebih*. Ini menandakan adanya estimasi atau penafsiran di dalam ayat tersebut, kata-kata seratus ribu orang dan kata lebih itu menandakan ketidak pastian dari suatu hitungan maka harus diestimasi untuk masalah itu ditambah dengan kata atau yang menjelaskan pilihan antara seratus ribu orang dan lebih dari seratus ribu orang.

Pada metode analisis regresi semiparametrik terdapat beberapa teknik *smoothing* antara lain histogram, estimator kernel, deret orthogonal, estimator spline, k-NN, deret fourier, dan wavelet. Dan terdapat fungsi kernel, antara lain kernel *Uniform*, *Triangle*, *Triweight*, *Epanechnikov*, *Gaussian*, *Quartic* dan *Cosinus*. Teknik tersebut mempunyai keunggulan di dalam mengestimasi parameter. Salah satu metode estimasi parameter adalah dengan menggunakan pendekatan kernel yang memiliki bentuk fleksibel dan perhitungan matematisnya mudah disesuaikan. Beberapa peneliti yang telah melakukan penelitian tentang regresi semiparametrik. Lilis Laume (2008) telah melakukan penelitian tentang estimasi parameter pada regresi semiparametrik untuk data longitudinal. Oky Widya Gusti (2011) melakukan penelitian tentang regresi semiparametrik spline dalam memodelkan hasil UNAS SMAN 1 Sekaran Lamongan. Anisa Ika Indrayanti (2014) melakukan penelitian tentang regresi kernel dengan metode nonparametrik.

Penelitian tersebut dilakukan untuk mengembangkan ilmu pengetahuan terutama dibidang statistik semiparametrik yang diaplikasikan. Ilmu pengetahuan bisa dicari pada lembaga pendidikan diantaranya adalah sekolah menengah atas. Pemilihan lembaga pendidikan sebagai salah satu model regresi semiparametrik adalah untuk mengukur tingkat kemajuan pembelajaran siswa secara lokal atau secara parsial sekolah masing-masing. Sebagaimana firman Allah Swt. dalam al-Quranul Karim surat Al-Mujadilah ayat 11

يَأْتِيهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا إِذَا قِيلَ لَكُمْ تَفَسَّحُوا فِي الْمَجَالِسِ فَأَفْسَحُوا يَفْسَحِ
 اللَّهُ لَكُمْ وَإِذَا قِيلَ أَنْشُرُوا فَأَنْشُرُوا يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ
 أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ﴿١١﴾

Hai orang-orang beriman apabila dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. Dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan(QS. Al-Mujadilah/58:11)

Ayat di atas menerangkan dua masalah sekaligus yaitu masalah memodelkan dan masalah ilmu (pendidikan). Kata-kata yang menjelaskan tentang memodelkan adalah *berdirilah kamu*, kata-kata tersebut menjelaskan model karena Allah memerintahkan makhluknya untuk berdiri (bangkit), maka makhluk tersebut harus berdiri, di sini yang menjadi model adalah makhluk dan yang memodelkan adalah Khaliq. Sedangkan kata-kata *orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan* menjelaskan tentang masalah ilmu (pendidikan), orang yang berkecimpung di dalam dunia pendidikan pastinya harus mempunyai ilmu terutama ilmu yang sesuai dengan bidang yang digelutinya atau yang diampuhnya, setidaknya orang yang diberi ilmu oleh Allah adalah orang yang mau dan ada keinginan terhadap ilmu, dari lanjutan kata-kata tersebut adalah *beberapa derajat*, itu menandakan orang yang berilmu bisa dipastikan akan mendapatkan derajat yang tinggi di sisi Allah apalagi di sisi makhlukNya.

Pada penelitian ini menggunakan data nilai UAN sebagai standar kompetensi, kualitas pendidikan di Indonesia. Karena, semakin tinggi nilai UAN, maka semakin berkualitas pendidikan di sekolah tersebut. Tinggi rendahnya nilai dapat dipengaruhi oleh beberapa faktor, oleh karena itu untuk mengetahui penyebab faktor-faktor tersebut dapat menggunakan estimator dari metode kernel *Gaussian*.

Berdasarkan latar belakang tersebut pada penelitian ini akan dikaji “Fungsi Kernel Gaussian untuk Memodelkan Data UAN SMA Al Ma’hadul Islami Beji Bangil Pasuruan”

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana model fungsi kernel gaussian untuk data UAN SMA Al Ma’hadul Islami Beji Bangil Pasuruan?

1.3 Tujuan Penelitian

Mendapatkan model fungsi kernel gaussian untuk data UAN SMA Al Ma’hadul Islami Beji Bangil Pasuruan.

1.4 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini peneliti memberikan batasan masalah agar tidak melebar yaitu:

- a. Model fungsi kernel yang digunakan adalah model gaussian.
- b. Model regresi pada penelitian ini adalah semiparametrik.

- c. Data pada penelitian ini diambil dari data UAN SMA Al Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan tahun 2012/2013 – 2013/2014.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini:

- a. Bagi penulis

Penelitian ini digunakan sebagai tambahan informasi dan wawasan tentang estimasi kernel, khususnya tentang kernel gaussian serta mampu mengaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari.

- b. Bagi lembaga

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi tambahan kepustakaan sebagai sarana dalam pengembangan ilmu pengetahuan khususnya di jurusan matematika dalam kajian statistika.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penelitian yang digunakan dalam penelitian adalah:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi: latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini akan diuraikan beberapa teori yang dapat digunakan sebagai kerangka landasan penelitian ini, diantaranya adalah regresi semiparametrik, regresi parametrik, regresi nonparametrik, uji asumsi pada error, estimator kernel, metode estimasi *Least Square*, pemilihan

Bandwidth Optimal, regresi kernel, deret *Mac Laurin*, kelayakan model, ujian nasional sebagai sarana kontrol standart nasional pendidikan, kajian al-Quran.

Bab III Metode Penelitian

Metode penelitian meliputi: jenis dan sumber data, variabel penelitian, dan analisis data.

Bab IV Pembahasan

Pada bab ini akan dibahas mengenai estimasi semiparametrik pada kernel gaussian dan juga akan dibahas mengenai analisis data dengan terlebih dahulu kita memeriksa data tersebut termasuk normal atau tidak. Setelah itu akan dihitung *knot I* optimal menggunakan GCV dan juga menduga bentuk tentative regresi kernel. Kemudian akan dipilih model terbaik serta menguji signifikansi model regresi semiparametrik dan melakukan pengujian pada error.

Bab V Penutup

Pada bab ini akan diuraikan kesimpulan yang akan ditarik dari hasil analisis. Kemudian berdasarkan kesimpulan tersebut kemudian diuraikan implikasi kebijaksanaannya. Di samping itu juga akan diuraikan keterbatasan–keterbatasan yang terdapat dalam penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Regresi Semiparametrik

Model regresi semiparametrik merupakan bentuk pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor yang terdiri dari regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Memiliki kedua komponen parametrik dan nonparametrik berarti model semiparametrik. Kelas ini model semiparametrik sederhana adalah penting dalam dirinya sendiri tetapi juga berfungsi sebagai pengantar regresi semiparametrik lebih kompleks dan efek dari beberapa prediktor dimodelkan secara nonparametrik. Sehingga model regresi semiparametrik adalah

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + f(t_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

$$Y = X\beta + f + \varepsilon \quad (2.2)$$

dimana

y_i : variabel respon dari data ke $- i$

β_0, β_1 : parameter yang akan diestimasi

x_i : variabel prediktor dari data ke $- i$ untuk komponen parametrik

$f(t_i)$: fungsi regresi yang tidak diketahui bentuknya untuk komponen nonparametrik

t_i : variabel prediktor dari data ke $- i$ untuk komponen nonparametrik

ε_i : *error* ke $- i$ yang diasumsikan menyebar $N \sim (0, \sigma^2)$

Model regresi semiparametrik terdiri dari unsur parametrik $\beta_0 + \beta_1 x_i$ dan unsur nonparametrik $f(t_i)$ (Ruppert, 2003)

2.2 Regresi Parametrik

Regresi parametrik merupakan metode statistika yang digunakan untuk mengestimasi bentuk hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon dimana bentuk kurva regresinya diketahui. Hubungan antara variabel respon dan prediktor dalam model dapat terjadi dengan fungsi linier maupun nonlinier dalam parameter.

Secara umum model regresi parametrik dengan satu variabel prediktor adalah

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (2.4)$$

dimana

y_i : variabel respon dari data ke- i

β_0, β_1 : parameter yang tidak diketahui yang akan diestimasi

x_i : variabel prediktor dari data ke- i

ε_i : *error* ke- i yang diasumsikan menyebar $N \sim (0, \sigma^2)$

(Ruppert, 2003)

2.3 Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik digunakan apabila bentuk pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor tidak diketahui bentuk kurva regresinya. Dalam regresi nonparametrik kurva regresi hanya diasumsikan mulus (*smooth*) dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu sehingga mempunyai sifat fleksibilitas yang tinggi (Winarti dan Sony, 2010).

Secara umum model regresi nonparametric dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad (2.5)$$

dimana:

y_i : variabel respon ke- i

$f(x_{ij})$: adalah fungsi *smooth* yang tidak diketahui ke- i dan ke- j

ε_i : *error* ke- i yang saling bebas yang menyebar $N \sim (0, \sigma^2)$

(Yatchew, 2003)

2.4 Uji Asumsi pada *Error*

2.4.1 Uji Asumsi Kenormalan

Dalam analisis regresi diperlukan pengujian terhadap normalitas pada *error*. Untuk uji normalitas dapat digunakan uji *Jarque-Bera* dengan menggunakan formula sebagai berikut:

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right] \quad (2.6)$$

dimana S menunjukkan *Skewness* dan K menunjukkan Kurtosis. Kesalahan pengganggu kemungkinan berasal dari distribusi normal jika nilai JB lebih kecil dari nilai χ_{adf}^2 tertentu (Algifari, 2000). *Skewness* dapat diperoleh dari hasil bagi momen ketiga rata-rata dengan pangkat tiga dari standar deviasi, sedangkan kurtosis bisa didapatkan dari hasil bagi momen keempat rata-rata dengan kuadrat dari momen kedua, sehingga bisa dirumuskan sebagai berikut:

$$S = \frac{E(X - E(X))^3}{\sigma^3} \quad (2.7)$$

dan

$$S = \frac{E(X - E(X))^4}{[E(X - E(X))^2]^2} \quad (2.8)$$

2.4.2 Uji Asumsi Non-multikolinieritas

Istilah multikolinieritas diciptakan oleh Ragner Frish. Istilah itu berarti adanya hubungan linier yang sempurna atau eksak diantara variabel-variabel bebas dalam model regresi. Apabila terjadi kolinieritas sempurna maka koefisien regresi dari variabel X tidak dapat ditentukan dan *standart error*-nya tak terhingga. Jika kolinieritasnya kurang sempurna, walau koefisien dari regresi dari variabel X dapat ditentukan, tetapi *standard error*-nya tinggi, yang berarti koefisien regresi tidak dapat diperkirakan dengan tingkat ketelitian yang tinggi. Jadi semakin kecil korelasi diantara variabel bebasnya maka semakin baik model regresi yang akan diperoleh. Dengan demikian, masalah multikolinieritas adalah masalah derajat (Firdaus, 2004).

Kolinieritas seringkali dapat diduga kalau nilai R^2 cukup tinggi dan kalau koefisien regresi sederhana juga tinggi. Akan tetapi tidak satupun atau sedikit sekali koefisien regresi parsial yang signifikan secara individu kalau dilakukan *uji-t*. Maksudnya hipotesis nol bahwa koefisien regresi parsial sama dengan nol hampir semuanya diterima. Jadi secara individual tidak mempunyai pengaruh terhadap variabel bebas Y. Apabila nilai R^2 tinggi, ini berarti bahwa uji F melalui analisis varian, pada umumnya akan menolak hipotesis nol yang mengatakan bahwa secara simultan atau bersama-sama, koefisien regresi parsialnya bernilai nol (Supranto, 2005).

2.4.3 Uji Asumsi Kehomogenan Ragam *Error*

Salah satu asumsi pada *error* adalah $var(\varepsilon_i) = \sigma^2$ yaitu variasi dari faktor pengganggu selalu sama pada data pengamatan yang satu ke data pengamatan yang lain. Jika hal itu dipenuhi berarti variasi faktor pengganggu pada kelompok data tersebut bersifat homoskedastik. Jika asumsi tersebut tidak dipenuhi maka terjadi penyimpangan terhadap faktor pengganggu yang disebut heteroskedastisitas.

2.5 Estimator Kernel

Model pendekatan nonparametrik yang umum digunakan adalah estimator kernel. Hal ini disebabkan estimator mempunyai beberapa kelebihan, yaitu:

1. Estimator kernel mempunyai bentuk yang fleksibel dan secara matematik mudah dikerjakan.
2. Estimator kernel mempunyai rata-rata kekonvergenan yang relative cepat.

(Hardle, 1990)

Pengembangan dari estimator histogram adalah estimator kernel. Estimator kernel ini disebut juga estimator densitas kernel Rosenblatt-Parzen karena dikenalkan pertama kali oleh Parzen (1962) dan Rosenblatt (1956) (Hardle, 1994:32). Menurut Eubank (1998) pada dasarnya estimator kernel sama dengan estimator linier lainnya hanya saja metode kernel lebih khusus dalam penggunaan metode *bandwith*.

Menurut Halim dan Bisono (2006) terdapat tiga macam estimator kernel, yaitu:

1. Nadaraya Watson Estimate

2. Prielley-Chao Estimate
3. Gasser-Muller Estimate

Selain estimator kernel terdapat juga fungsi kernel. Suatu fungsi kernel harus merupakan fungsi kontinyu, berharga riil, simetris, dan terbatas. Secara umum fungsi Kernel didefinisikan sebagai berikut (Hardle, 1990 dalam Komang dan Gusti, 2012):

$$K_h(x) = \frac{1}{h} K\left(\frac{x}{h}\right), \text{ untuk } -\infty < x < \infty, h > 0 \quad (2.9)$$

dengan:

K : fungsi kernel

h : *bandwith* atau parameter pemulus

Fungsi kernel di atas harus memenuhi beberapa syarat, yaitu:

- (i). $K(x) \geq 0$, untuk semua x
- (ii). $\int_{-\infty}^{\infty} K(x)dx = 1$
- (iii). $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 K(x)dx = \sigma^2 > 0$
- (iv). $\int_{-\infty}^{\infty} xK(x)dx = 0$

Sedangkan estimator densitas kernel untuk fungsi densitas $f(x)$ didefinisikan:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - X_i) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \quad (2.10)$$

Dari persamaan di atas dapat dilihat bahwa fungsi \hat{f}_h dipengaruhi oleh fungsi kernel K dan parameter pemulus h . Menurut Nyoman dan Sri (2012), parameter pemulus (*bandwidth*) dalam fungsi densitas kernel berfungsi untuk mengatur kehalusan kurva yang akan diestimasi. Peran *bandwidth* ini diasumsikan seperti lebar interval pada histogram.

Selanjutnya dibahas tentang perkalian taksiran kepadatan kernel jika *bandwidth*nya dinyatakan dengan h_i atau $h = h_j, \dots, h_d$, maka taksiran kepadatannya adalah:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\prod_{j=1}^d h_j^{-1} \right) K_h \left(\frac{x_1 - X_{i1}}{h_1}, \dots, \frac{x_d - X_{id}}{h_d} \right) \quad (2.11)$$

Sehingga perkalian taksiran kepadatan kernel adalah perkalian dari kernel marginal, yaitu:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^d K_{j,h_j}(x_j - X_{ij}) \quad (2.12)$$

dimana $K_{j,h_j}(\cdot)$ adalah kepadatan kernel komponen ke- j dalam dimensi ke- d dengan *bandwidth* h_j

Pada estimator kernel terdapat beberapa fungsi kernel yang dapat digunakan untuk estimasi sebaran data diantaranya:

1. Kernel Uniform: $K(x) = \frac{1}{2} I(|x| \leq 1)$
2. Kernel Segitiga (Triangle): $K(x) = (1 - |x|) I(|x| \leq 1)$
3. Kernel Epanechnikov: $K(x) = \frac{3}{4} (1 - x^2) I(|x| \leq 1)$
4. Kernel Kuadrat (Quartik): $K(x) = \frac{15}{16} (1 - x^2)^2 I(|x| \leq 1)$

5. Kernel Triweight: $K(x) = \frac{35}{32}(1-x^2)^3 I(|x| \leq 1)$

6. Kernel Gaussian: $K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) -\infty < x < \infty$

7. Kernel Cosinus: $K(x) = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) I(|x| \leq 1)$

8. Kernel Tricube: $K(x) = \frac{70}{81}(1-|x|^3)^3 I(|x| \leq 1)$

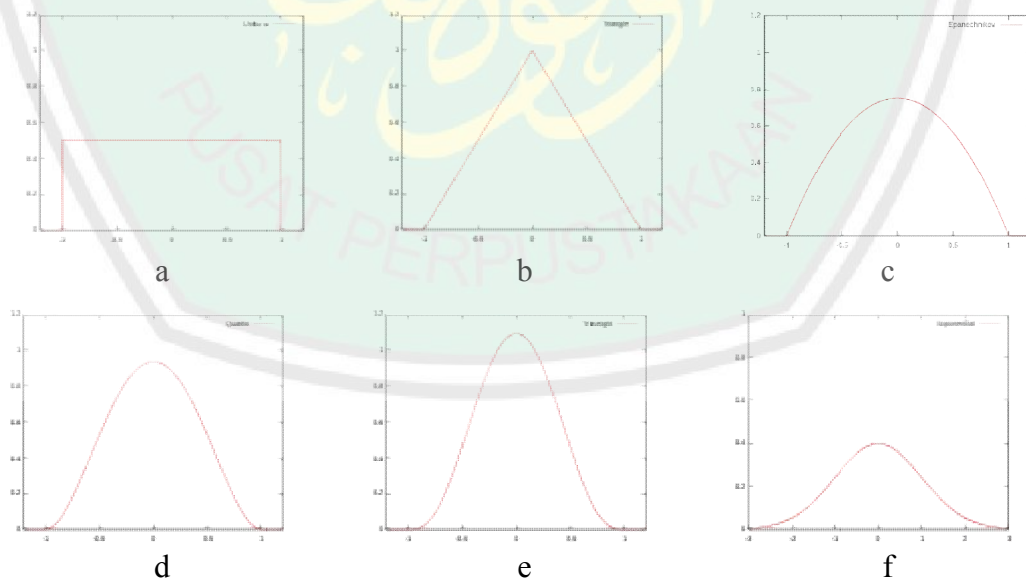
9. Kernel Logistik: $K(x) = \frac{1}{e^x + 2 + e^{-x}}$

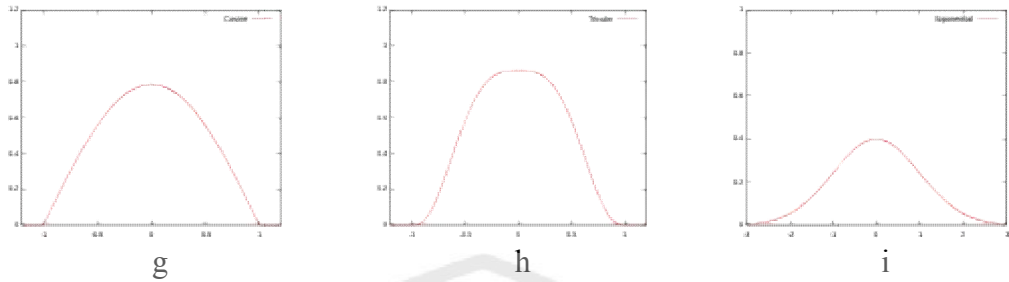
dengan I adalah fungsi indikator

$$I(x) = \begin{cases} 1 & \text{jika } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{jika } |x| > 1 \end{cases}$$

(Sudarno, 2011)

Masing-masing gambar grafik fungsi kernel di atas ditunjukkan pada Gambar 2.1





Gambar 2.1 Grafik Fungsi Kernel
 Sumber: Jurnal Matematika Chapter 2, Universitas Sumatera Utara

- Keterangan:
- a :fungsi kernel uniform
 - b :fungsi kernel triangle
 - c :fungsi kernel Epanechnikov
 - d :fungsi kernel Kuartik
 - e :fungsi kernel Triweight
 - f : fungsi kernel Gaussian
 - g : fungsi kernel Cosinus
 - h : fungsi kernel Tritube
 - i : fungsi kernel Logistik

2.6 Metode Estimasi *Least Square*

Metode estimasi least square merupakan salah satu teknik pendugaan parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan. Metode yang dikembangkan oleh Carl Friedrich Gauss ini dapat digunakan untuk mengestimasi nilai rata-rata (*central moments*) dari peubah acak. Gauss adalah yang pertama mengaplikasikan perataan kuadrat terkecil dalam hitungan masalah astronomi sehingga metode *least square* ini menjadi populer (Firdaus, 2004:30).

Misalkan ada persamaan model regresi linier:

$$Y = \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \tag{2.13}$$

dengan sejumlah n data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & & \vdots \\ X_{n1} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

yang dapat disederhanakan sebagai

$$\vec{Y} = X\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \quad (2.15)$$

Variabel ε sangat memegang peran dalam model ekonometrika, tetapi variabel ini tidak dapat diteliti dan tidak pula tersedia informasi tentang bentuk distribusi kemungkinannya. Di samping asumsi mengenai distribusi probabilitasnya, beberapa asumsi lainnya khususnya tentang sifat statistiknya perlu dibuat dalam menerapkan metode OLS.

Berkaitan dengan model yang telah dikemukakan sebelumnya, Gauss telah membuat asumsi mengenai variabel ε sebagai berikut:

1. Nilai rata-rata atau harapan variabel ε adalah sama dengan nol atau

$$E(\varepsilon) = 0 \quad (2.16)$$

Berarti nilai bersyarat ε yang diharapkan adalah sama dengan nol dimana syaratnya yang dimaksud tergantung pada nilai X . Dengan demikian, untuk nilai X tertentu mungkin saja nilai ε sama dengan nol, mungkin positif atau negatif, tetapi untuk banyak nilai X secara keseluruhan nilai rata-rata ε diharapkan sama dengan nol.

2. Tidak terdapat korelasi serial atau autokorelasi antar variabel untuk setiap observasi. Dengan demikian dianggap bahwa tidak terdapat hubungan yang positif atau negatif antara ε_i dan ε_j . Dan tidak terdapat heteroskedastisitas antar variabel ε untuk setiap observasi, atau dikatakan bahwa setiap variabel

ε memenuhi syarat homoskedastisitas. Artinya variable ε mempunyai varian yang positif dan konstan yang nilainya σ^2 , yaitu

$$\text{Var}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) & \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) & \cdots & \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_n) \\ \text{cov}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) & \text{var}(\varepsilon_2) & \cdots & \text{cov}(\varepsilon_2, \varepsilon_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\varepsilon_n, \varepsilon_1) & \text{cov}(\varepsilon_n, \varepsilon_2) & \cdots & \text{var}(\varepsilon_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

sehingga asumsi kedua ini dapat dituliskan dalam bentuk

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= E[(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i))(\varepsilon_j - E(\varepsilon_j))] \\ \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= E[\varepsilon_i \varepsilon_j - 2\varepsilon_i E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j)] \\ \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= E(\varepsilon_i \varepsilon_j) - 2E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) + E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) \\ \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= E(\varepsilon_i \varepsilon_j) - E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) \\ \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= E(\varepsilon_i \varepsilon_j) \\ \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= \sigma_{ij} \end{aligned}$$

3. Variabel X dan variable ε adalah saling tidak tergantung untuk setiap observasi sehingga

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X_i, \varepsilon_i) &= E[(X_i - E(X_i))(\varepsilon_i - E(\varepsilon_i))] \\ &= E[(X_i - \bar{X})(\varepsilon_i - 0)] \\ &= E[(X_i - \bar{X})\varepsilon_i] \\ &= (X_i - \bar{X})E(\varepsilon_i) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

dari ketiga asumsi ini diperoleh:

$$E(Y) = X\beta \quad (2.19)$$

dan kovariansi:

$$Cov(Y_i, Y_j) = \sigma_{ij} \quad (2.20)$$

Misalkan sampel untuk \vec{Y} diberikan. Maka aturan main yang memungkinkan pemakaian sampel tadi untuk mendapatkan taksiran dari $\vec{\beta}$ adalah dengan membuat $\vec{\varepsilon} = \vec{Y} - \mathbf{X}\vec{\beta}$ sekecil mungkin. Dengan aturan main ini, diharapkan akan menghasilkan komponen sistematis yang lebih berperan dari pada komponen stokastiknya. Karena bila komponen stokastik yang lebih berperan artinya hanya diperoleh sedikit informasi tentang $\vec{\beta}$. Dengan kata lain, \mathbf{X} tidak mampu menjelaskan \vec{Y} .

Untuk tujuan ini maka perlu memilih parameter $\vec{\beta}$ sehingga

$$S = \vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon} = (\vec{Y} - \mathbf{X}\vec{\beta})^T (\vec{Y} - \mathbf{X}\vec{\beta}) \quad (2.21)$$

dimana S sekecil mungkin (minimal).

Persamaan (2.18) adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Dan akibatnya, transpose skalar tidak merubah nilai skalar tersebut.

Sehingga S dapat ditulis sebagai berikut (Aziz, 2010:23):

$$\begin{aligned} S &= (\vec{Y} - \mathbf{X}\vec{\beta})^T (\vec{Y} - \mathbf{X}\vec{\beta}) \\ &= (\vec{Y}^T - \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T) (\vec{Y} - \mathbf{X}\vec{\beta}) \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - \vec{Y}^T \mathbf{X}\vec{\beta} - \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \vec{Y} + \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - (\vec{Y}^T \mathbf{X}\vec{\beta})^T - \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \vec{Y} + \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \vec{Y} - \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \vec{Y} + \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\vec{\beta} \\ &= \vec{Y}^T \vec{Y} - 2\vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \vec{Y} + \vec{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\vec{\beta} \end{aligned} \quad (2.22)$$

untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan pertama S terhadap $\vec{\beta}$,

$$\begin{aligned}\frac{dS}{d\beta} &= 0 - 2X^T\vec{Y} + X^T X\vec{\beta} + (\beta^T X^T X)^T \\ &= -2X^T\vec{Y} + X^T X\vec{\beta} + X^T X\vec{\beta} \\ &= -2X^T\vec{Y} + 2X^T X\vec{\beta}\end{aligned}\quad (2.23)$$

dan menyamakannya dengan nol diperoleh

$$\begin{aligned}-2X^T\vec{Y} + 2X^T X\vec{\beta} &= 0 \\ 2X^T\vec{Y} &= 2X^T X\vec{\beta} \\ X^T\vec{Y} &= X^T X\vec{\beta}\end{aligned}\quad (2.24)$$

yang dinamakan sebagai persamaan normal, dan

$$\vec{\beta}_{ols} = (X^T X)^{-1} X^T \vec{Y}\quad (2.25)$$

yang dinamakan sebagai penaksir (*estimator*) parameter $\vec{\beta}$ secara kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square, OLS*) (Aziz, 2010:24).

Metode estimasi *least square* pada umumnya digunakan pada model linier karena jika digunakan pada model nonlinier lebih sulit untuk diselesaikan dan tidak praktis. Jika digunakan pada model nonlinier, maka perlu dilakukan linierisasi atau ditransformasikan ke dalam bentuk linier terlebih dahulu karena hubungan nonlinier dalam kasus tertentu dapat ditransformasikan menjadi hubungan linier, dengan cara mengubah variabel-variabel yang terkait secara tepat (Gujarati, 2009: 35).

2.7 Pemilihan *Bandwidth* Optimal

Padaregrsi kernel pemilihan *bandwidth* jauh lebih penting dari pada pemilihan fungsi kernel. Jika *bandwidth* yang dipilih terlalu kecil maka akan menghasilkan estimasi yang kurang *smooth* (*under smooth*), sebaliknya jika *bandwidth* yang dipilih terlalu besar maka akan menghasilkan estimasi yang sangat *smooth* (*over smooth*) yang tidak sesuai dengan pola sebaran data. Sehingga harus dipilih nilai *bandwidth* yang optimal agar dihasilkan estimasi terbaik (Mustika dkk, 2005).

Terdapat beberapa metode yang digunakan dalam pemilihan *bandwidth* yang optimal salah satunya adalah menggunakan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV). Adapun GCV didefinisikan dengan (Michael, dkk., 1979):

$$GCV = \frac{MSE}{\left(\frac{1}{n} \text{tr}(I - H(h))\right)^2} \quad (2.26)$$

dengan

n : banyaknya data

I : matriks identitas

h : *bandwidth*

X : Matriks data

$$H(h) = X(X'X + nhI)^{-1}X' \quad (\text{Michael dkk., 1979})$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - m_h(x_i))^2 \quad (2.27)$$

Kebaikan suatu estimator dapat dilihat dari tingkat kesalahannya. Terdapat beberapa criteria untuk menentukan estimator terbaik dalam model regresi nonprametrik, diantaranya:

1. *Mean Square Error* (MSE)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

2. *Root Mean Square Error* (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

3. *Mean Absolute Deviation* (MAD)

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |e_i|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n}$$

(Komang dan Gusti, 2013)

2.8 Regresi Kernel

Jika diberikan model regresi nonparametrik:

$$y_i = m(x_i) + \varepsilon_i \quad (2.28)$$

Terdapat beberapa metode untuk mengestimasi model regresi nonparametrik pada persamaan (2.15) salah satunya adalah regresi kernel. Regresi kernel merupakan teknik statistik nonparametrik untuk menaksir nilai ekspektasi bersyarat dari suatu variabel random. Nilai ekspektasi umumnya dinotasikan dengan $E(Y|X)$. Tujuan dari regresi kernel adalah mendapatkan hubungan nonlinier antara variabel X dengan Y . Ekspektasi Bersyarat Y terhadap X dinyatakan sebagai berikut :

$$E(Y|X) = \mathbf{m}(X) \text{ atau } \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{m}(x) = \int \frac{\mathbf{y}f(x, \mathbf{y})d\mathbf{y}}{f(x)} \quad (2.29)$$

dimana

$f(x, y)$: kepadatan bersama dari (X, Y)

$f(x)$: kepadatan marginal X

(Musholawati, 2002)

Persamaan $m(x)$ tidak dapat dihitung secara normal, tetapi solusi numerik diselesaikan dengan menggunakan deret kernel. Tetapi \hat{Y} dapat dihitung. Menurut Musholawati (2002), pada pengepasan kurva regresi pembobotan tidak dilakukan pada frekuensi X tetapi pada variabel respon Y disekitar X . Maka pembobotan pengamatan Y_i ditentukan oleh jarak X_i terhadap X . Sehingga taksiran yang digunakan adalah:

$$\hat{m}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_h(x : X_1, \dots, X_n) Y_i \quad (2.30)$$

dimana W_h adalah bobot pengalusan yang dipengaruhi oleh penghalus h dan variabel X_1, \dots, X_n . Sehingga bentuk umum penghalus regresi nonparametrik dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{m}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_{hi}(x) Y_i \quad (2.31)$$

(Musholawati, 2002)

dengan $W_{hi}(x) = W_h(x : X_1, \dots, X_n)$.

Pada regresi kernel, dikenalkan 3 macam estimator untuk menghitung penaksir $\hat{y} = m(x)$, salah satunya adalah estimator Nadaraya-Watson. Bentuk penaksir Nadaraya Watson ini diperoleh berdasarkan pada fungsi kepadatan kernel (Hardle (1993) dalam Musholawati (2002)). Berdasarkan perkalian taksiran

fungsi kernel pada persamaan (2.12), maka dapat diketahui taksiran kepadatan bersama $f(x, y)$ sebagai berikut:

$$\hat{f}_{h_1 h_2}(x, y) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K_{h_1}(x - X_i) K_{h_2}(y - Y_i) \quad (2.32)$$

Sehingga taksiran penyebut pada persamaan Nadaraya Watson dapat diperoleh dari integral fungsi kepadatan bersama $f(x, y)$ (Kartika Sari, 2000):

$$\begin{aligned} \int y \hat{f}_{h_1 h_2}(x, y) &= n^{-1} \sum_{i=1}^n K_{h_1}(x - X_i) \int y K_{h_2}(y - Y_i) dy \\ &= n^{-1} \sum_{i=1}^n K_{h_1}(x - X_i) \int \frac{y}{h_2} K\left(\frac{(y - Y_i)}{h_2}\right) dy \\ &= n^{-1} \sum_{i=1}^n K_{h_1}(x - X_i) \int (sh_2 + Y_i) K(s) ds \\ &= n^{-1} \sum_{i=1}^n K_{h_1}(x - X_i) Y_i \end{aligned} \quad (2.33)$$

dimana $\int (sh_2 + Y_i) K(s) ds = Y_i$, sedangkan taksiran pembilangnya adalah taksiran kepadatan kernel pada persamaan (2.10). Sehingga dari kombinasi kedua taksiran probabilitas bersyarat pada persamaan (2.16) akan diperoleh persamaan Nadaraya Watson, yaitu:

$$\hat{m}(x) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - X_i) Y_i}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - X_i)} \quad (2.34)$$

dimana

$$\sum_{i=1}^n K_h(x - X_i) = \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \quad (2.35)$$

sehingga

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right) Y_i}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)} \quad (2.36)$$

dengan K adalah fungsi kernel dan h adalah *bandwidth* atau *smoothing parameter*, dan pengontrol kemulusan (Siana dan Indriati, 2006).

Kemudian dari persamaan (2.11) diperoleh

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n K_h(x - x_i) y_i}{\sum_{i=1}^n K_h(x - x_i)} + \varepsilon \quad (2.37)$$

2.9 Deret MacLaurin

Deret MacLaurin adalah bentuk khusus dari deret Taylor. Dimana dianggap bahwa titik $x_0 = 0$ sehingga dari persamaan ini

$$f(x + \alpha_n) = \sum_{j=0}^p \frac{\alpha_n^j}{j!} f^{(j)}(x) + o(\alpha_n^p) \quad (2.38)$$

akan berubah menjadi:

$$f(x) = \sum \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n \quad (2.39)$$

dengan

$$f^{(n)}(0) = \left. \frac{d^n f}{dx^n} \right|_{x=0} \quad (2.40)$$

$$f^{(0)}(0) = f(0) \quad (2.41)$$

Persamaan (2.39) adalah persamaan dari deret MacLaurin. Persamaan (2.39) dapat diperoleh dengan persamaan (2.38), dengan mensubstitusikan x dengan $x - x_0$, sehingga

$$f(x - x_0) = \sum \frac{f^{(n)}(0)}{n!} (x - x_0)^n \quad (2.42)$$

Apabila $x_0 = 0$, maka deret ini disebut dengan deret MacLaurin.

Contoh:

Hitunglah deret MacLaurin untuk e^x

Jawab:

$$f(x) = e^x \quad f(0) = 1$$

$$f'(x) = e^x \quad f'(0) = 1$$

$$f''(x) = e^x \quad f''(0) = 1$$

$$f'''(x) = e^x \quad f'''(0) = 1$$

$$f^{(4)}(x) = e^x \quad f^{(4)}(0) = 1$$

Jadi Deret Mac Laurin dari e^x adalah

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n \\ &= \frac{f(0)}{0!} x^0 + \frac{f^{(1)}(0)}{1!} x^1 + \frac{f^{(2)}(0)}{2!} x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!} x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!} x^4 \\ &= 1 + x + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{24} x^4 \end{aligned}$$

(Purcell, 1987:62).

2.10 Kelayakan Model

Koefisien Determinasi yang disimbolkan dengan R^2 adalah alat untuk mengukur proporsi keragaman atau variansi total disekitar nilai tengah y yang

dapat dijelaskan oleh model regresi. Secara umum semakin besar nilai R^2 , maka semakin baik pula model yang didapatkan karena mampu menjelaskan lebih banyak data.

Rumus R^2 adalah

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \quad (2.43)$$

dimana

\hat{y}_i : nilai duga peubah respon ke-i

\bar{y} : rata-rata peubah respon

y_i : nilai peubah respon ke-i

(Draper & Smith, 1992)

2.11 Ujian Nasional sebagai Sarana Kontrol Standarisasi Nasional Pendidikan

Lembaga pendidikan nasional merupakan suatu institusi publik untuk mewujudkan suatu tujuan bersama yaitu mencerdaskan kehidupan manusia Indonesia. Sebagai suatu lembaga publik tentunya lembaga tersebut haruslah akuntabel, berarti transparan, terbuka, dapat nilai oleh anggota masyarakat. Dengan kata lain performance haruslah mempunyai indikator-indikator akan keberhasilan atau kegagalannya. Sehingga lahirlah peraturan yang mengupayakan adanya standart nasional.

Standart adalah patokan. Sewaktu-waktu tingkat pencapaian standart tersebut diketahui sampai di mana efektifitasnya. Untuk mengetahui itu diperlukan sarana-sarana seperti ujian atau evaluasi nasional.

Maka dari pada itu negara Republik Indonesia mengadakan Ujian Akhir Nasional sebagai standart pendidikan yang ada di negara ini. Ujian Akhir Nasional (UAN) sendiri setiap tahunnya standartnya tidak sama dan semestinya bertambah naik itu dikarenakan keinginan pemerintah untuk meningkatkan mutu pendidikan dan SDM negara Indonesia. Tahun ajaran 2013/2014 ke bawah UAN menentukan kelulusan siswa–siswi SMA se Indonesia setidaknya mempunyai persentase untuk kelulusannya, tetapi untuk tahun ajaran 2014/2015 ini UAN hanya digunakan sebagai standart Negara saja tanpa mempengaruhi kelulusan siswa–siswi SMA, dan kelulusan sepenuhnya diserahkan kepada sekolahannya masing–masing di seluruh Indonesia.

UAN sendiri di jadikan patokan oleh pemerintah sebagai ukuran tingkat pendidikan di Negara ini karena mempunyai beberapa parameter, yaitu untuk SMA parameternya setiap tahun berbeda salah satu contohnya adalah di tahun 2012/2013 KKM mata pelajaran UAN (bahasa indonesia, bahasa inggris, matematika, biologi/ sosiologi, kimia/ ekonomi, dan fisika/ geograsfi) 5,00 sedangkan di tahun 2013/2014 KKM mata pelajaran UAN 5,10. Itu semua pemerintah melakukan peningkatan KKM karena inginnya pemerintah untuk meningkatkan mutu pendidikan di Indonesia.

2.12 Kajian Al–Quran

2.12.1 Kajian Estimasi dalam Al-Quran

Adapun salah satu ayat al-Quran yang menginspirasi tentang estimasi adalah surat Al-Baqarah ayat 259 yang berbunyi:

أَوْ كَالَّذِي مَرَّ عَلَى قَرْيَةٍ وَهِيَ خَاوِيَةٌ عَلَى عُرُوشِهَا قَالَ أَنَّى يُحْيِي هَذِهِ اللَّهُ
 بَعْدَ مَوْتِهَا فَأَمَاتَهُ اللَّهُ مِائَةَ عَامٍ ثُمَّ بَعَثَهُ ۖ قَالَ كَمْ لَبِثْتَ قَالَ لَبِثْتُ يَوْمًا أَوْ
 بَعْضَ يَوْمٍ ۖ قَالَ بَل لَّبِثْتَ مِائَةَ عَامٍ فَانظُرْ إِلَى طَعَامِكَ وَشَرَابِكَ لَمْ يَتَسَنَّهْ
 وَانظُرْ إِلَى حِمَارِكَ وَلِنَجْعَلَكَ آيَةً لِلنَّاسِ ۖ وَانظُرْ إِلَى الْعِظَامِ كَيْفَ نُنشِزُهَا ثُمَّ
 نَكْسُوهَا لحمًا فَلَمَّا تَبَيَّنَ لَهُ ۖ قَالَ أَعْلَمُ أَنَّ اللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ ﴿٢٥٩﴾

Atau apakah (kamu tidak memperhatikan) orang yang melalui suatu negeri yang (temboknya) telah roboh menutupi atapnya. Dia berkata: "Bagaimana Allah menghidupkan kembali negeri ini setelah hancur?" Maka Allah mematikan orang itu seratus tahun, kemudian menghidupkannya kembali. Allah bertanya: "Berapakah lamanya kamu tinggal di sini?" Ia menjawab: "Saya tinggal di sini sehari atau setengah hari". Allah berfirman: "Sebenarnya kamu telah tinggal di sini seratus tahun lamanya; lihatlah kepada makanan dan minumanmu yang belum lagi beubah; dan lihatlah kepada keledai kamu (yang telah menjadi tulang belulang); Kami akan menjadikan kamu tanda kekuasaan Kami bagi manusia; dan lihatlah kepada tulang belulang keledai itu, kemudian Kami menyusunnya kembali, kemudian Kami membalutnya dengan daging". Maka tatkala telah nyata kepadanya (bagaimana Allah menghidupkan yang telah mati) diapun berkata: "Saya yakin bahwa Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu (QS. Al-Baqarah/2:259).

Ayat di atas menerangkan dua permasalahan sekaligus yaitu tentang estimasi (peramalan) dan pemodelan. Ayat tersebut mengandung estimasi karena adanya kata-kata "Saya telah tinggal di sini sehari atau setengah hari", itu

menandakan bahwasannya tidak adanya kejelasan antara sehari dan setengah hari apalagi ditambah dengan kata sambung atau yang mana itu menandakan pilihan jadi bisa dipastikan kata-kata itu menjelaskan tentang estimasi. Sedangkan kata-kata yang menjelaskan tentang pemodelan adalah *“lihatlah kepada makanan dan minumanmu yang belum lagi perubah dan lihatlah kepada keledai kamu (yang telah menjadi tulang belulang)”*, dari 2 kalimat itu sudah jelas pastinya menerangkan tentang pemodelan, kalimat yang pertama memodelkan tentang makanan dan minuman kaum yang telah dimatikan selama 100 tahun lalu dihidupkan kembali dan kalimat yang kedua memodelkan tentang hewan peliharaannya yaitu keledai yang sudah menjadi tulang belulang lalu Allah SWT menghidupkan kembali dengan membalutkan beberapa daging terhadap tulang belulang tersebut lalu jadilah hewan keledai seperti layaknya hewan yang hidup.

Salah satu sifat estimator adalah tidak bias yaitu nilai estimasi harus mendekati nilai sebenarnya dengan nilai yang akan diestimasi. Dalam hadist Qudsi dikatakan:

Dari Abu Hurairah r.a, yang berkata bahwa Rasulullah SAW bersabda: “sesungguhnya Allah SWT berfirman ‘Aku menurut sangkaan hamba-Ku terhadap-Ku, dan aku bersamanya jika dia berdo’a (minta tolong) kepadaku”. (HR. At-Turmudzi, Husnu adz-Dzaan billah. Hadist ini dikatakan hadist hasan shahih).

Penjelasan firman Allah yang berbunyi *“Aku menurut sangkaan hamba-Ku terhadap-Ku,”* adalah jika seorang hamba menyangka Allah menerima amal shahih yang dilakukan maka Allah akan menerima dan memberinya pahala yang setimpal, dan Allah mengampuni jika seorang hamba tersebut benar-benar

bertaubat. Demikian sebaliknya jika seorang hamba menyangka Allah tidak akan menerima amal shalih yang dilakukan maka Allah akan bertindak demikian.

Dalam firman Allah tersebut jelas sekali bahwa apa yang kita sangka kepada Allah itu akan sama dengan apa yang akan Allah lakukan kepada kita dalam arti sangkaan kita. Jika kita menyangka Allah akan mengampuni semua dosa kita maka Allah akan mengampuninya, begitu pula sebaliknya, jika kita menyangka bahwa Allah tidak akan mengampuni dosa kita, maka Allah akan bertindak demikian. Seperti itulah sifat unbiased pada estimator yang baik, yang berarti bahwa apa yang akan diestimasi oleh suatu estimator itu harus sama dengan apa yang akan diestimasi.

2.12.2 Kajian Pendidikan dalam Al-Quran

Suatu negara akan menjadi negara yang maju jika mempunyai tingkat SDM (Sumber Daya Manusia) yang tinggi, tingkat SDM yang tinggi bisa diwujudkan di suatu negara jika negara tersebut membenahi dan memperhatikan sektor pendidikan dengan sebaik-baiknya. Jadi pendidikan mempunyai peran yang penting dalam kemajuan suatu negara tidak hanya itu dengan ilmu pun manusia tidak hanya bisa memajukan negaranya tapi juga bisa dekat dengan Sang Pencipta yakni Allah SWT sebagai mana hadist dibawah ini:

Tuntutlah ilmu, sesungguhnya menuntut ilmu adalah pendekatan diri kepada Allah Azza wajalla, dan mengajarkannya kepada orang yang tidak mengetahuinya adalah sodaqoh. Sesungguhnya ilmu pengetahuan menempatkan orangnya, dalam kedudukan terhormat dan mulia (tinggi). Ilmu pengetahuan adalah keindahan bagi ahlinya di dunia dan di akhirat (HR. Ar-Rabii').

Dari hadist di atas ada beberapa kata yang menjelaskan tentang peranan ilmu dengan mahabbah kepada Sang Ilahi yaitu *Tuntutlah ilmu, sesungguhnya menuntut ilmu adalah pendekatan diri kepada Allah Azza wajalla*. Jadi bisa dikatakan bahwasannya makhluk yang mempunyai ilmu pengetahuan terutama dalam bidang agama akan bisa mendekatkannya kepada Allah SWT. Sedangkan potongan kata-kata yang lain dari hadist tersebut adalah *Sesungguhnya ilmu pengetahuan menempatkan orangnya, dalam kedudukan terhormat dan mulia (tinggi)*. Sudah barang tentu orang yang punya ilmu akan mempunyai kedudukan yang mulia dan terhormat, itu bisa terlaksana jika orang yang punya ilmu itu mau melaksanakan ilmunya dengan baik dan di jalan yang benar dan tepat.



BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Data pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari SMA Al Ma'hadul Islami yang beralamat di Jalan Pandaan Bangil Kenep Km 02 Beji Pasuruan Telp. (0343) 748509. Variabel penelitian ini adalah “nilai UAN SMA, rata-rata nilai rapot SMA, rata-rata nilai NUM SMP, jenis kelamin, dan prestasi siswa tahun 2012/2013 -2013/2014”. Sumber data ini dari siswa lulusan 2013 dan 2014 dengan penjurusan IPA dan IPS di SMA Al Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan.

3.2 Variabel Penelitian

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data semiparametrik yang diklasifikasikan menjadi dua kategori, yaitu:

1. Variabel dependen (Y) adalah data rata-rata nilai UAN SMA Al Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan tahun 2012/2013 dan 2013/2014.
2. Variabel independen (X) adalah data rata-rata nilai rapot SMA, data rata-rata nilai ijazah SMP, dan data jenis kelamin siswa SMA Al Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan tahun 2012/2013 dan 2013/2014. Variabel yang termasuk dalam kelompok variabel kuantitatif adalah data rata-rata nilai rapot SMA dan data rata-rata nilai ijazah SMP. Sedangkan variabel yang termasuk dalam kelompok variabel kualitatif adalah data jenis kelamin dan data prestasi siswa. Data Independen yang termasuk variabel parametrik adalah variabel

data rata-rata nilai rapot SMA dan variabel data rata-rata nilai ijazah SMP, dan data independen yang termasuk variabel nonparametrik adalah variabel data jenis kelamin siswa.

3.3 Analisis Data

Adapun langkah-langkah analisis data adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan data penelitian
2. Menentukan fungsi kernel gaussian dengan x adalah variabel nonparametrik yaitu jenis kelamin
3. Pemilihan *bandwidth* optimal fungsi kernel gaussian
4. Mencari estimasi parameter $\hat{m}(x)$
5. Mencari *error*
6. Memilih model estimasi kernel gaussian terbaik dengan menggunakan parameter MSE
7. Menentukan parameter untuk data parametrik dengan mencari nilai β .

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data dari lembaga pendidikan SMA Al-Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan. Peneliti hanya mengambil sampel data untuk penelitiannya berupa data nilai rata-rata UAN (Y), data nilai rata-rata raport SMA (X_1), data nilai rata-rata NUM SMP (X_2), data jenis kelamin siswa-siswi (X_3), dan data prestasi siswa (X_4). Kelima variabel tersebut diambil dari data siswa-siswi angkatan lulusan 2012/2013 dan 2013/2014.

Tabel 4.1 Data Variabel Nilai Rata-rata UAN SMA, Rapot SMA, NUM SMP, Jenis Kelamin, dan prestasi siswa

TAHUN	JENIS DATA	JUMLAH	RATA - RATA	Persentase (%)		Persentase (%)		
				L	P	SP	P	KP
2012/2013	Y	88	8,08	-	-	-	-	-
	X_1	88	8,28	-	-	-	-	-
	X_2	88	8,22	-	-	-	-	-
	X_3	88	-	51,14	48,86	-	-	-
	X_4	88	-	-	-	68,18	4,55	27,27
2013/2014	Y	93	7,85	-	-	-	-	-
	X_1	93	8,46	-	-	-	-	-
	X_2	93	8,04	-	-	-	-	-
	X_3	93	-	39,79	60,21	-	-	-
	X_4	93	-	-	-	30,11	12,9	56,99

Dari Tabel 4.1 didapat penjelasan seperti berikut: nilai rata-rata UAN (Y) di atas diambil dari 6 nilai mata pelajaran yang di UAN kan berupa bahasa indonesia, bahasa inggris, matematika, kimia/ sosiologi, biologi/ ekonomi, dan fisika/ geografi. Sedangkan nilai rata-rata raport SMA (X_1) didapat dari seluruh mata pelajaran yang ada di sekolah tersebut. Nilai rata-rata NUM SMP (X_2)

diambil dari 4 nilai mata pelajaran yang di UAN kan di masa SMP, mata pelajaran tersebut diantaranya: bahasa indonesia, bahasa inggris, matematika, dan IPA. Untuk data jenis kelamin siswa (X_3) diambil jenis kelamin laki-laki dan perempuan yang mana jumlah laki-laki dan perempuan sebagai berikut: laki-laki = 99 siswa dengan kreteria 45 siswa dari angkatan lulusan tahun 2012/2013, 37 siswa dari angkatan lulusan tahun 2013/2014 dan perempuan = 82 siswi dengan kreteria 43 siswi dari angkatan lulusan tahun 2012/2013, 56 siswi dari angkatan lulusan tahun 2013/2014. Dari jumlah siswa menurut jenis kelamin bisa didapatkan presentasinya sebagai berikut: angkatan lulusan tahun 2012/2013 yaitu laki-laki = 51,14% dan perempuan = 48,86%; angkatan lulusan tahun 2013/2014 yaitu laki – laki = 39,79% dan perempuan = 60,21%. Sedangkan data prestasi siswa (X_4) mempunyai kreteria sendiri dalam pembagian kategori prestasinya, untuk siswa angkatan lulusan tahun 2012/2013-2013/2014 yang Sangat Pintar (SP) bersimbol 3 dengan jumlah siswa/siswi 88 dari 59 siswa dan 29 siswi dengan presentase siswa 67% dan siswi 33%; siswa/siswi yang Pintar (P) bersimbol 2 dengan jumlah siswa/siswi 16 dari 12 siswa dan 4 siswi dengan presentase siswa 75% dan siswi 25%; dan siswa/siswi yang Kurang Pintar (KP) bersimbol 1 dengan jumlah siswa/siswi 77 dari 28 siswa dan 48 siswi dengan presentase siswa 36% dan siswi 64%, sedangkan presentase total antara siswa/siswi yang sangat pintar, pintar, dan kurang pintar adalah 48,62%; 8,84%; dan 42,54%. Sedangkan rincian persentase data prestasi siswa (X_4) setiap angkatan lulusan sebagai berikut: angkatan lulusan tahun 2012/2013 yang sangat pintar, pintar, dan kurang pintar adalah 68,18; 4,55; dan 27,27. Angkatan lulusan

tahun 2013/2014 yang sangat pintar, pintar, dan kurang pintar adalah 30,11; 12,9; dan 56,99.

Tabel 4.2 Data Rata-rata Variabel Nilai Rata-rata UAN SMA, Rapot SMA, NUM SMP, Jenis Kelamin, dan prestasi siswa dari tabel 4.1

TAHUN	JENIS DATA	JUMLAH	RATA – RATA
2012/2013	Y	88	8,08
	X ₁	88	8,28
	X ₂	88	8,22
	X ₃	88	-
	X ₄	88	-
2013/2014	Y	93	7,85
	X ₁	93	8,46
	X ₂	93	8,04
	X ₃	93	-
	X ₄	93	-

Tabel 4.2 adalah jumlah seluruh siswa angkatan lulusan 2012/2013-2013/2014 dan rata-rata dari variabel nilai rata-rata UAN (Y), nilai rata-rata raport SMA (X₁), dan nilai rata-rata NUM SMP (X₂), jenis kelamin siswa-siswi (X₃), dan prestasi siswa (X₄) dari Tabel 4.1.

Pada Tabel 4.2, data pada tahun ajaran 2012/2013 terdapat 2 jenis data yang disimbolkan dengan suatu variabel diantaranya Y sebagai data dependen yang berupa data rata-rata UAN SMA dengan nilai 8,08 dari jumlah 88 siswa, rata-rata tersebut menunjukkan nilai rata-ratanya di atas KKM karena KKM untuk tahun ajaran tersebut adalah 5,00. Sedangkan variabel X yang termasuk jenis data independen dibagi menjadi 4 macam yaitu X₁, X₂, X₃ dan X₄, variabel X₁ berupa data rata-rata nilai raport SMA dengan nilai 8,28 dari jumlah 88 siswa, nilai rata-rata tersebut sudah di atas KKM nilai raport SMA yaitu 8,00, sedangkan variabel X₂ berupa data rata-rata nilai ijazah SMP dengan nilai 8,22 dari 88 siswa, nilai rata-rata ini juga sudah di atas KKM yaitu 5,00. Untuk variabel

X_3 dan X_4 berupa data jenis kelamin yang tidak mempunyai rata-rata hanya mempunyai jumlah yaitu 88 siswa.

Pada Tabel 4.2, data pada tahun ajaran 2013/2014 terdapat 2 jenis data yang disimbolkan dengan suatu variabel diantaranya Y sebagai data dependen yang berupa data rata-rata UAN SMA dengan nilai 7,85 dari 93 siswa, rata-rata tersebut menunjukkan nilai rata-ratanya di atas KKM karena KKM untuk tahun ajaran tersebut adalah 5,5. Sedangkan variabel X yang termasuk jenis data independen dibagi menjadi 4 macam yaitu X_1 , X_2 , X_3 dan X_4 . Variabel X_1 berupa data rata-rata nilai rapot SMA dengan nilai 8,46 dari jumlah 93 siswa, nilai rata-rata tersebut sudah di atas KKM nilai rapot SMA yaitu 8,00, sedangkan variabel X_2 berupa data rata-rata nilai ijazah SMP dengan nilai 8,04 dari 93 siswa, nilai rata-rata ini juga sudah di atas KKM yaitu 5,5. Untuk variabel X_3 dan X_4 berupa data jenis kelamin yang tidak mempunyai rata-rata hanya mempunyai jumlah yaitu 93 siswa.

4.2 Analisis Data

Pada pemodelan data ini menggunakan fungsi kernel gaussian sebagai berikut:

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right), \quad -\infty < x < \infty \quad (4.1)$$

dengan x adalah variabel nonparametrik yaitu jenis kelamin.

Setelah dibuat fungsi kernel Gaussian dengan variabel jenis kelamin selanjutnya dicari *bandwidth*nya terlebih dahulu dengan langkah sebagai berikut ini:

1. Mencari bandwidth dengan persamaan (4.1) yang diperoleh dengan meminimumkan MSE dengan langkah sebagai berikut:

1.1 Mencari σ (Standard deviasi)

Untuk meminimalkan MSE, maka dicari σ (standard deviasi) dengan menggunakan rumus $\sigma_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{181-1} \sum_{i=1}^{181} (y_i - \bar{y})^2$$

$$\sigma = 0,7$$

Setelah didapatkan standard deviasi, maka langkah selanjutnya adalah mencari R (jangkauan antar kuartil)

1.2 Mencari R

R adalah jangkauan antar kuartil dengan persamaan:

$$R = K_3 - K_1$$

$$K_3 = \text{kuartil atas data}$$

$$K_1 = \text{kuartil bawah data}$$

Sebelum menghitung jangkauan kuartil terlebih dahulu datanya diurutkan dari yang terbesar hingga yang terkecil, setelah itu dihitunglah jangkauan kuartilnya seperti di bawah ini:

$$K_1 = 77$$

$$K_3 = 84$$

$$R = K_3 - K_1$$

$$= 84 - 77$$

$$= 07$$

Jadi $R=0,7$

1.3 Mencari A (nilai minimum dari standard deviasi dan jangkauan antar kuartil yang dibagi dengan nilai 1,34)

$$\begin{aligned} A &= \min\left(\sigma, \frac{R}{1.34}\right) \\ &= \min\left(0.7, \frac{0.7}{1.34}\right) \\ &= 0.7 \end{aligned}$$

1.4 Mencari Bandwith

$$\begin{aligned} h_{opt} &= 1.06 * A * n^{-\frac{1}{5}} \\ &= 1.06 * 0.7 * 18^{-\frac{1}{5}} \\ &= 0.1 \end{aligned}$$

dari langkah-langkah tersebut didapat *Bandwidth* sebesar 0,1

Setelah nilai *bandwidth*nya ditemukan, selanjutnya mencari estimasi parameter $\hat{m}(x)$, persamaan (4.1) yang diaplikasikan pada kernel gaussian untuk memodelkan data UAN SMA Al Ma'hadul Islami sehingga didapat persamaan baru sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{m}(x) &= \frac{\sum_{i=1}^{181} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)} y_i}{\sum_{i=1}^{181} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{181} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)} y_i}{\sum_{i=1}^{181} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{h}\right)^2\right)}} \end{aligned}$$

dengan masalah nilai dari setiap variabel X dan Y diperoleh:

$$\hat{m}(x) = \frac{y_i \sum_{i=1}^{181} e^{(-50(x-x_i)^2)}}{\sum_{i=1}^{181} e^{(-50(x-x_i)^2)}} \quad (4.2)$$

Dengan menggunakan persamaan (4.2) selanjutnya dicari nilai dari:

$$y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2}) = y_i \sum_{i=1}^{82} (e^{-50(x-x_i)^2}) + y_i \sum_{i=83}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2})$$

$$y_i \sum_{i=1}^{82} (e^{-50(x-x_i)^2}) = y_1 e^{-50(x-x_1)^2} + y_2 e^{-50(x-x_2)^2} + \\ + y_3 e^{-50(x-x_3)^2} + \dots + y_{80} e^{-50(x-x_{80})^2} + \\ + y_{81} e^{-50(x-x_{81})^2} + y_{82} e^{-50(x-x_{82})^2}$$

$$y_i \sum_{i=83}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2}) = y_{83} e^{-50(x-x_{83})^2} + y_{84} e^{-50(x-x_{84})^2} + \\ + y_{85} e^{-50(x-x_{85})^2} + \dots + y_{179} e^{-50(x-x_{179})^2} + \\ + y_{180} e^{-50(x-x_{180})^2} + y_{181} e^{-50(x-x_{181})^2}$$

Untuk mendapatkan nilai MSE, akan dihitung secara numerik $e^{-50(x-0)^2}$ dan $-50(x-1)^2$ dari penyimbolan data X_3 dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. $f(x) = e^{-50(x-0)^2}$ dengan $x_i = 0$

1. Menghitung $f(0)$

$$f(x) = e^{-50(x-0)^2}$$

$$f(0) = e^0$$

$$= 1$$

2. Menghitung $f'(0)$

$$f(x) = \frac{d[e^{-50(x-0)^2}]}{dx}$$

$$f'(x) = \frac{d[e^{-50(x-0)^2}]}{d[-50(x-0)^2]} \frac{d[-50(x-0)^2]}{d[x-0]}$$

$$= -100(x-0)e^{-50(x-0)^2}$$

$$= -100xe^{-50x^2}$$

$$f'(x) = -100xe^{-50x^2}$$

$$f'(0) = -100(0)e^{-50(0)^2}$$

$$= 0$$

3. Menghitung $f''(0)$

$$f'(x) = -100xe^{-50x^2}$$

$$f''(x) = \frac{d[-100xe^{-50x^2}]}{dx}$$

$$= \left[\frac{d[-100x]}{dx} e^{-50x^2} + (-100x) \frac{d[e^{-50x^2}]}{d[-50x^2]} \frac{d[-50x^2]}{dx} \right]$$

$$= [-100e^{-50x^2} - 100x(-100x)e^{-50x^2}]$$

$$= [-100e^{-50x^2} + 10000x^2e^{-50x^2}]$$

$$= -100e^{-50x^2} + 10000x^2e^{-50x^2}$$

$$f'(x) = -100e^{-50x^2} + 10000x^2e^{-50x^2}$$

$$f'(0) = -100e^{-50(0)^2} + 10000(0)^2e^{-50(0)^2}$$

$$= -100$$

4. Menghitung $f'(0)$

$$f''(x) = -100e^{-50x^2} + 10000x^2e^{-50x^2}$$

$$f''(x) = \frac{d[-100e^{-50x^2} + 10000x^2e^{-50x^2}]}{dx}$$

$$= \frac{d[-100e^{-50x^2}]}{dx} + \frac{d[10000x^2e^{-50x^2}]}{dx}$$

$$= \left[(-100) \frac{d[e^{-50x^2}]}{d[-50x^2]} \frac{d[-50x^2]}{dx} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{d[10000x^2]}{dx} e^{-50x^2} + (10000x^2) \frac{d[e^{-50x^2}]}{d[-50x^2]} \frac{d[-50x^2]}{dx} \right] \\
& = [-100(-100x)e^{-50x^2}] \\
& \quad + [10000xe^{-50x^2} + 10000x^2(-100x)e^{-50x^2}] \\
& = [10000xe^{-50x^2}] + [10000xe^{-50x^2} - 1000000x^3e^{-50x^2}] \\
& = -1000000x^3e^{-50x^2} + 20000xe^{-50x^2} \\
f''(x) & = -1000000x^3e^{-50x^2} + 20000xe^{-50x^2} \\
f''(0) & = -1000000(0)^3e^{-50(0)^2} + 20000(0)e^{-50(0)^2} \\
& = 0
\end{aligned}$$

b. $f(x) = e^{-50(x-1)^2}$ dengan $x_i = 1$

1. Menghitung $f(0)$

$$f(x) = e^{-50(x-1)^2}$$

$$\begin{aligned}
f(0) & = e^{-50} \\
& = 19310^{-22}
\end{aligned}$$

2. Menghitung $f'(0)$

$$\begin{aligned}
f'(x) & = \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{dx} \\
& = \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d[x-1]} \\
& = -100(x-1)e^{-50(x-1)^2} \\
& = (-100x + 100)e^{-50(x-1)^2} \\
& = -100xe^{-50(x-1)^2} + 100e^{-50(x-1)^2}
\end{aligned}$$

$$f'(x) = -100xe^{-50(x-1)^2} + 100e^{-50(x-1)^2}$$

$$f'(0) = -100(0)e^{-50(0-1)^2} + 100e^{-50(0-1)^2}$$

$$\begin{aligned}
 &= 100e^{-50(1)^2} \\
 &= 100e^{-50} \\
 &= 192\,875 \times 10^{-20}
 \end{aligned}$$

3. Menghitung $f'(0)$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= \frac{d[-100xe^{-50(x-1)^2}]}{dx} + \frac{d[10\,000e^{-50(x-1)^2}]}{dx} \\
 &= \left[\frac{d[-100x]}{dx} e^{-50(x-1)^2} + (-100x) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d[x-1]} \right] + \\
 &\quad + \left[(10\,000) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d[x-1]} \right] \\
 &= [-100e^{-50(x-1)^2} - 100x(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}] + \\
 &\quad + [10\,000(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}] \\
 &= [-100e^{-50(x-1)^2} + 10\,000x^2e^{-50(x-1)^2} - 10\,000xe^{-50(x-1)^2}] + \\
 &\quad + [-10\,000xe^{-50(x-1)^2} + 10\,000e^{-50(x-1)^2}] \\
 &= 10\,000x^2e^{-50(x-1)^2} - 20\,000xe^{-50(x-1)^2} + 9\,900e^{-50(x-1)^2} \\
 f'(x) &= 10\,000x^2e^{-50(x-1)^2} - 20\,000xe^{-50(x-1)^2} + 9\,900e^{-50(x-1)^2} \\
 f'(0) &= 10\,000(0)^2e^{-50(0-1)^2} - 20\,000(0)e^{-50(0-1)^2} + 9\,900e^{-50(0-1)^2} \\
 &= 9\,900e^{-50} \\
 &= 190\,946 \times 10^{-18}
 \end{aligned}$$

4. Menghitung $f'(0)$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= \frac{d[10\,000x^2e^{-50(x-1)^2}]}{dx} - \frac{d[20\,000xe^{-50(x-1)^2}]}{dx} + \frac{d[9\,900e^{-50(x-1)^2}]}{dx} \\
 &= \left[\frac{d[10\,000x^2]}{dx} e^{-50(x-1)^2} \right. \\
 &\quad \left. + (10\,000x^2) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d[x-1]} \right] -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{\frac{d[20000x]}{dx} e^{-50(x-1)^2}}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d[x-1]} \right] + \\
& + \left[(9900) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d[x-1]} \right] \\
& = [10000x e^{-50(x-1)^2} + (10000x^2)(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}] - \\
& - [20000e^{-50(x-1)^2} + (20000x)(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}] + \\
& + [(9900)(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}] \\
& = [10000x e^{-50(x-1)^2} - 1000000x^3 e^{-50(x-1)^2} + 1000000x^2 e^{-50(x-1)^2}] \\
& - [20000e^{-50(x-1)^2} - 2000000x^2 e^{-50(x-1)^2} + 2000000x e^{-50(x-1)^2}] \\
& + [-990000x e^{-50(x-1)^2} + 990000e^{-50(x-1)^2}] \\
& = -1000000x^3 e^{-50(x-1)^2} + 3000000x^2 e^{-50(x-1)^2} \\
& - 2980000x e^{-50(x-1)^2} + 970000e^{-50(x-1)^2} \\
f''(x) & = -1000000x^3 e^{-50(x-1)^2} + 3000000x^2 e^{-50(x-1)^2} - \\
& - 2980000x e^{-50(x-1)^2} + 970000e^{-50(x-1)^2} \tag{4.3} \\
f''(0) & = -1000000(0)^3 e^{-50(0-1)^2} + 3000000(0)^2 e^{-50(0-1)^2} - \\
& - 2980000(0) e^{-50(0-1)^2} + 970000e^{-50(0-1)^2} \\
& = 970000e^{-50} \\
& = 187\ 089 \times 10^{-16}
\end{aligned}$$

Fungsi Eksponen di atas didiferensialkan sebanyak tiga kali bertujuan untuk mendapatkan kekonvergenan nilai, dengan rumus deret MacLaurin, $e^{-50(x-0)^2}$ dan $e^{-50(x-1)^2}$ akan diperoleh sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 e^{-50(x-0)^2} &\approx \frac{f(0)}{0!}x^0 + \frac{f'(0)}{1!}x^1 + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 \\
 &\approx \frac{1}{0!}x^0 + \frac{0}{1!}x^1 + \frac{(-100)}{2!}x^2 + \frac{0}{3!}x^3 \\
 &\approx 1 + 0x - 50x^2 + 0x^3
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

dan

$$\begin{aligned}
 e^{-50(x-1)^2} &\approx \frac{f(0)}{0!}x^0 + \frac{f'(0)}{1!}x^1 + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 \\
 &\approx \frac{193 \times 10^{-22}}{0!}x^0 + \frac{193 \times 10^{-20}}{1!}x^1 + \frac{191 \times 10^{-18}}{2!}x^2 \\
 &\quad + \frac{187089 \times 10^{-16}}{3!}x^3 \\
 &\approx 1,93 \times 10^{-22} + 1,93 \times 10^{-20}x + 9,55 \times 10^{-19}x^2 + \\
 &\quad + 3,12 \times 10^{-17}x^3
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Dengan menggunakan cara numerik, kemudian nilai koefisien dari variabel x^3, x^2, x^1 dan x^0 (konstanta) dikalikan dengan $y_1 = 7, y_2 = 6, y_3 = 8, \dots, y_{181} = 8$ dan jumlahkan berdasarkan koefisien masing-masing.

Nilai koefisien dari variabel x^0 atau konstanta adalah 635,3

$$y_i \sum_{i=1}^{181} \text{koefisien}^0 = y_i \sum_{i=1}^{82} \text{koefisien}^0 + y_i \sum_{i=83}^{181} \text{koefisien}^0$$

$$\begin{aligned}
 y_i \sum_{i=1}^{82} \text{koefisien}^0 &= y_1 \text{koefisien}^0 + y_2 \text{koefisien}^0 + \\
 &\quad + y_3 \text{koefisien}^0 + \dots + y_80 \text{koefisien}^0 + \\
 &\quad + y_{81} \text{koefisien}^0 + y_{82} \text{koefisien}^0 \\
 &= (7 \times 1) + (6 \times 1) + (8 \times 1) + \dots + (7 \times 1) + \\
 &\quad + (7 \times 1) + (7 \times 1)
 \end{aligned}$$

$$= 6353$$

$$\begin{aligned} y_i \sum_{i=83}^{181} \text{defisien}^0 &= y_{83} \text{koefisien}^0 + y_{84} \text{koefisien}^0 + \\ &+ y_{85} \text{koefisien}^0 + \dots + y_{79} \text{koefisien}^0 + \\ &+ y_{180} \text{koefisien}^0 + y_{181} \text{koefisien}^0 \\ &= (8 \times 10^{-22}) + (8 \times 10^{-22}) + \\ &+ (7 \times 10^{-22}) + \dots + (6 \times 10^{-22}) + \\ &+ (8 \times 10^{-22}) + (8 \times 10^{-22}) \\ &= 156 \times 10^{-19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_i \sum_{i=1}^{181} \text{defisien}^0 &= 6353 + (156 \times 10^{-19}) \\ &= 6353 \end{aligned}$$

Nilai koefisien dari variabel x^1 adalah 156×10^{-17}

$$\begin{aligned} y_i \sum_{i=1}^{181} \text{defisien}^1 &= y_i \sum_{i=1}^{82} \text{defisien}^1 + y_i \sum_{i=83}^{181} \text{defisien}^1 \\ y_i \sum_{i=1}^{82} \text{defisien}^1 &= y_1 \text{koefisien}^1 + y_2 \text{koefisien}^1 + \\ &+ y_3 \text{koefisien}^1 + \dots + y_{80} \text{koefisien}^1 + \\ &+ y_{81} \text{koefisien}^1 + y_{82} \text{koefisien}^1 \\ &= (7 \times 10^{-17}) + (6 \times 10^{-17}) + (8 \times 10^{-17}) + \dots + (7 \times 10^{-17}) \\ &+ (7 \times 10^{-17}) + (7 \times 10^{-17}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_i \sum_{i=83}^{181} \text{defisien}^1 &= y_{83} \text{koefisien}^1 + y_{84} \text{koefisien}^1 + \\ &+ y_{85} \text{koefisien}^1 + \dots + y_{79} \text{koefisien}^1 + \\ &+ y_{180} \text{koefisien}^1 + y_{181} \text{koefisien}^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (82 \times 10^{-20}) + (83 \times 10^{-20}) + \\
&\quad + (76 \times 10^{-20}) + \dots + (64 \times 10^{-20}) + \\
&\quad + (81 \times 10^{-20}) + (156 \times 10^{-17}) \\
&= 156 \times 10^{-17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_i \sum_{i=1}^{181} \text{defisien}^1 &= 0 + (156 \times 10^{-17}) \\
&= 156 \times 10^{-17}
\end{aligned}$$

Nilai koefisien dari variabel x^2 adalah -31765

$$\begin{aligned}
y_i \sum_{i=1}^{181} \text{defisien}^2 &= y_i \sum_{i=1}^{82} \text{defisien}^2 + y_i \sum_{i=83}^{181} \text{defisien}^2 \\
y_i \sum_{i=1}^{82} \text{defisien}^2 &= y_1 \text{koefisien}^2 + y_2 \text{koefisien}^2 + \\
&\quad + y_3 \text{koefisien}^2 + \dots + y_0 \text{koefisien}^2 + \\
&\quad + y_{81} \text{koefisien}^2 + y_{82} \text{koefisien}^2 \\
&= (7 \times (-50)) + (6 \times (-50)) + (81 \times (-50)) + \dots + \\
&\quad + (76 \times (-50)) + (79 \times (-50)) + (77 \times (-50)) \\
&= -31765
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_i \sum_{i=83}^{181} \text{defisien}^2 &= y_{83} \text{koefisien}^2 + y_{84} \text{koefisien}^2 + \\
&\quad + y_{85} \text{koefisien}^2 + \dots + y_{79} \text{koefisien}^2 + \\
&\quad + y_{180} \text{koefisien}^2 + y_{181} \text{koefisien}^2 \\
&= (82 \times (95 \times 10^{-19})) + (83 \times (95 \times 10^{-19})) + \\
&\quad + (76 \times (95 \times 10^{-19})) + \dots + (64 \times (95 \times 10^{-19})) \\
&\quad + (81 \times (95 \times 10^{-19})) + (8 \times (95 \times 10^{-19})) \\
&= 772 \times 10^{-16}
\end{aligned}$$

$$y_i \sum_{i=1}^{181} \text{koefisien}^2 = (-31765) + (772 \times 10^{-16})$$

$$= -31765$$

Nilai koefisien dari variabel x^3 adalah 252×10^{-14}

$$y_i \sum_{i=1}^{181} \text{koefisien}^3 = y_i \sum_{i=1}^{82} \text{koefisien}^3 + y_i \sum_{i=83}^{181} \text{koefisien}^3$$

$$y_i \sum_{i=1}^{82} \text{koefisien}^3 = y_1 \text{koefisien}^3 + y_2 \text{koefisien}^3 +$$

$$+ y_3 \text{koefisien}^3 + \dots + y_{80} \text{koefisien}^3 +$$

$$+ y_{81} \text{koefisien}^3 + y_{82} \text{koefisien}^3$$

$$= (7 \times 10^{-17}) + (6 \times 10^{-17}) + (8 \times 10^{-17}) + \dots + (76 \times 10^{-17})$$

$$+ (79 \times 10^{-17}) + (77 \times 10^{-17})$$

$$= 0$$

$$y_i \sum_{i=83}^{181} \text{koefisien}^3 = y_{83} \text{koefisien}^3 + y_{84} \text{koefisien}^3 +$$

$$+ y_{85} \text{koefisien}^3 + \dots + y_{179} \text{koefisien}^3 +$$

$$+ y_{180} \text{koefisien}^3 + y_{181} \text{koefisien}^3$$

$$= (82 \times (312 \times 10^{-17})) + (83 \times (312 \times 10^{-17})) +$$

$$+ (76 \times (312 \times 10^{-17})) + \dots + (64 \times (312 \times 10^{-17}))$$

$$+ (81 \times (312 \times 10^{-17})) + (8 \times (312 \times 10^{-17}))$$

$$= 252 \times 10^{-14}$$

$$y_i \sum_{i=1}^{181} \text{koefisien}^3 = 0 + (252 \times 10^{-14})$$

$$= 252 \times 10^{-14}$$

$$\text{Jadi } x_3 = 0 \rightarrow 0 \cdot x^3 - 31765x^2 + 0 \cdot x + 633$$

$$x_3 = 1 \rightarrow 25 \times 10^{-14} x^3 + 772 \times 10^{-16} x^2 + 156 \times 10^{-17} x + 156 \times 10^{-19}$$

Berikutnya penyelesaian dari model persamaan (4.2) $\sum_{i=1}^{181} e^{(-50(x-x_i)^2)}$, dengan cara sebagai berikut:

menentukan koefisien variabel x^0 adalah 82

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= \sum_{i=1}^{82} (e^{50(x-x_i)^2}) + \sum_{i=83}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) \\ \sum_{i=1}^{82} (e^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_1)^2)} + e^{(-50(x-x_2)^2)} + e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots + \\ &\quad + e^{(-50(x-x_{80})^2)} + e^{(-50(x-x_{81})^2)} + e^{(-50(x-x_{82})^2)} \\ &= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 + 1 \\ &= 82 \\ \sum_{i=83}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_{83})^2)} + e^{(-50(x-x_{84})^2)} + e^{(-50(x-x_{85})^2)} + \dots + \\ &\quad + e^{(-50(x-x_{179})^2)} + e^{(-50(x-x_{180})^2)} + e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\ &= (193 \times 10^{-22}) + (193 \times 10^{-22}) + (193 \times 10^{-22}) + \dots + \\ &\quad + (193 \times 10^{-22}) + (193 \times 10^{-22}) + (193 \times 10^{-22}) \\ &= 191 \times 10^{-20} \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) = 82 + 191 \times 10^{-20} = 82$$

Koefisien variabel x^1 adalah 191×10^{-18}

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= \sum_{i=1}^{82} (e^{50(x-x_i)^2}) + \sum_{i=83}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) \\ \sum_{i=1}^{82} (e^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_1)^2)} + e^{(-50(x-x_2)^2)} + e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + e^{(-50(x-x_{80})^2)} + e^{(-50(x-x_{81})^2)} + e^{(-50(x-x_{82})^2)} \\
& = 0 + 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + 0 \\
& = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=83}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) & = e^{(-50(x-x_{83})^2)} + e^{(-50(x-x_{84})^2)} + e^{(-50(x-x_{85})^2)} + \dots \\
& + e^{(-50(x-x_{179})^2)} + e^{(-50(x-x_{180})^2)} + e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
& = (193 \times 10^{-20}) + (193 \times 10^{-20}) + (193 \times 10^{-20}) + \dots \\
& + (193 \times 10^{-20}) + (193 \times 10^{-20}) + (193 \times 10^{-20}) \\
& = 191 \times 10^{-18}
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) = 0 + 191 \times 10^{-18} = 191 \times 10^{-18}$$

Koefisien variabel x^2 adalah -4100

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) & = \sum_{i=1}^{82} (e^{50(x-x_i)^2}) + \sum_{i=83}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) \\
\sum_{i=1}^{82} (e^{50(x-x_i)^2}) & = e^{(-50(x-x_1)^2)} + e^{(-50(x-x_2)^2)} + e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots \\
& + e^{(-50(x-x_{80})^2)} + e^{(-50(x-x_{81})^2)} + e^{(-50(x-x_{82})^2)} \\
& = (-50) + (-50) + (-50) + \dots + (-50) + (-50) \\
& + (-50) \\
& = -4100
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=83}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) & = e^{(-50(x-x_{83})^2)} + e^{(-50(x-x_{84})^2)} + e^{(-50(x-x_{85})^2)} + \dots + \\
& + e^{(-50(x-x_{179})^2)} + e^{(-50(x-x_{180})^2)} + e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
& = (95 \times 10^{-19}) + (95 \times 10^{-19}) + (95 \times 10^{-19}) + \dots \\
& + (95 \times 10^{-19}) + (95 \times 10^{-19}) + (95 \times 10^{-19}) \\
& = 945 \times 10^{-17}
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) = (-4100) + 945 \times 10^{-17} = -4100$$

Koefisien variabel x^3 adalah 309×10^{-15}

$$\sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) = \sum_{i=1}^{82} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + \sum_{i=83}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2})$$

$$\sum_{i=1}^{82} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) = e^{(-50(x-x_1)^2)} + e^{(-50(x-x_2)^2)} + e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots$$

$$+ e^{(-50(x-x_{80})^2)} + e^{(-50(x-x_{81})^2)} + e^{(-50(x-x_{82})^2)}$$

$$= 0 + 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + 0$$

$$= 0$$

$$\sum_{i=83}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) = e^{(-50(x-x_{83})^2)} + e^{(-50(x-x_{84})^2)} + e^{(-50(x-x_{85})^2)} + \dots$$

$$+ e^{(-50(x-x_{179})^2)} + e^{(-50(x-x_{180})^2)} + e^{(-50(x-x_{181})^2)}$$

$$= (312 \times 10^{-17}) + (312 \times 10^{-17}) + (312 \times 10^{-17}) + \dots$$

$$+ (312 \times 10^{-17}) + (312 \times 10^{-17}) + (312 \times 10^{-17})$$

$$= 309 \times 10^{-15}$$

$$\sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) = 0 + 309 \times 10^{-15} = 309 \times 10^{-15}$$

$$\text{Jadi } x_3 = 0 \rightarrow 0x^3 - 4100x^2 + 0x + 82$$

$$x_3 = 1 \rightarrow 309 \times 10^{-15}x^3 + 945 \times 10^{-17}x^2 + 191 \times 10^{-18}x$$

$$+ 191 \times 10^{-20}$$

Maka nilai $\hat{m}(x)$ untuk $x_3 = 0$ dan $x_3 = 1$ yaitu

$$x_3 = 0 \rightarrow \frac{6353 - 31765x^2}{82 - 4100x^2}$$

$$\hat{m}(x) \text{ untuk } x_3 = 0 \rightarrow \frac{-31765}{-4100} = 7,75$$

$$x_3 = 1 \rightarrow \frac{25 \times 10^{-14} x^3 + 772 \times 10^{-16} x^2 + 156 \times 10^{-17} x + 156 \times 10^{-19}}{309 \times 10^{-15} x^3 + 945 \times 10^{-17} x^2 + 191 \times 10^{-18} x + 191 \times 10^{-20}}$$

$$\hat{m}(x) \text{ untuk } x_3 = 1 \rightarrow \frac{0,25 \times 10^{-15}}{0,309 \times 10^{-16}} = 8,16$$

Dari persamaan di atas bisa ditemukan $\hat{m}(x)$ nya untuk $x_3 = 0$ sebesar 7,75 dan $x_3 = 1$ sebesar 8,16. Setelah didapatkan nilai $\hat{m}(x)$ yang dioperasikan seperti di atas, selanjutnya digunakan untuk persamaan (4.2) dengan hasil sebagai berikut:

$$x_3 = 0 \rightarrow \tilde{m}(x) = 7,75 + \frac{0,10 (10^{-5})x^2 + 0,10 (10^{-1})x + 0,10(10^{-3})}{0x^3 - 4100x^2 + 0x + 82} = 7,749$$

$$x_3 = 1 \rightarrow \tilde{m}(x) = 8,16 + \frac{0,10 (10^{-17})x^2 + 0,10 (10^{-18})x + 0,10(10^{-20})}{309 \times 10^{-15} x^3 + 945 \times 10^{-17} x^2 + 191 \times 10^{-18} x + 191 \times 10^{-20}} = 8,16$$

Tabel 4.3 Hasil MSE (X_3) Estimator Fungsi Kernel Gaussian

No	x	\bar{y}	$\hat{m}(x)$	$\bar{y} - \hat{m}(x)$	$(\bar{y} - \hat{m}(x))^2$
1	0	7,75	7,749	-0,00143902	$2,07079 \times 10^{-6}$
2	1	8,17	8,16	0,01	100×10^{-6}
Jumlah					$102,071 \times 10^{-6}$
MSE					$5,64 \times 10^{-7}$

Dari Tabel 4.2 bisa diberi penjelasan bahwasannya penyimbolan $x(x_3)$ adalah 0 untuk jenis kelamin perempuan dan 1 untuk jenis kelamin laki-laki, dengan rata-rata $y(\bar{y})$ untuk perempuan 7,75 dan rata-rata $y(\bar{y})$ untuk laki-laki 8,17. Nilai $\hat{m}(x)$ untuk perempuan 7,749 dan $\hat{m}(x)$ untuk laki-laki 8,16. Jadi Nilai MSE nya atau nilai errornya adalah $5,64 \times 10^{-7}$.

Setelah didapat nilai MSE pada variabel $x_3 = 564 \times 10^{-7}$ maka selanjutnya dicari nilai MSE pada variabel x_4 . Dengan menggunakan persamaan (4.2) selanjutnya dicari nilai dari:

$$\begin{aligned}
 y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2}) &= y_i \sum_{i=1}^{88} (e^{-50(x-x_i)^2}) + y_i \sum_{i=89}^{104} (e^{-50(x-x_i)^2}) + \\
 & y_i \sum_{i=105}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2}) \\
 y_i \sum_{i=1}^{88} (e^{-50(x-x_i)^2}) &= y_1 e^{(-50(x-x_1)^2)} + y_2 e^{(-50(x-x_2)^2)} + \\
 & + y_3 e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots + y_8 e^{(-50(x-x_{86})^2)} + \\
 & + y_{87} e^{(-50(x-x_{87})^2)} + y_{88} e^{(-50(x-x_{88})^2)} \\
 y_i \sum_{i=89}^{104} (e^{-50(x-x_i)^2}) &= y_{89} e^{(-50(x-x_{89})^2)} + y_{90} e^{(-50(x-x_{90})^2)} + \\
 & + y_{91} e^{(-50(x-x_{91})^2)} + \dots + y_{102} e^{(-50(x-x_{102})^2)} + \\
 & + y_{103} e^{(-50(x-x_{103})^2)} + y_{104} e^{(-50(x-x_{104})^2)} \\
 y_i \sum_{i=105}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2}) &= y_{105} e^{(-50(x-x_{105})^2)} + y_{106} e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\
 & + y_{107} e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + y_{179} e^{(-50(x-x_{179})^2)} + \\
 & + y_{180} e^{(-50(x-x_{180})^2)} + y_{181} e^{(-50(x-x_{181})^2)}
 \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan nilai MSE, secara numerik $e^{-50(x-1)^2}$, $e^{-50(x-2)^2}$ dan $e^{-50(x-3)^2}$ dapat dicari dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. $f(x) = e^{-50(x-1)^2}$ dengan $x_i = 1$

1. Menghitung $f(0)$

$$f(x) = e^{-50(x-1)^2}$$

$$f(0) = e^{-50}$$

$$= 192\,875 \times 10^{-22}$$

2. Menghitung $f'(0)$

$$f'(x) = \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{dx}$$

$$f'(x) = \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d[x-1]}$$

$$= -100(x-1)e^{-50(x-1)^2}$$

$$= -100(x-1)e^{-50(x-1)^2}$$

$$= -100xe^{-50(x-1)^2} + 100e^{-50(x-1)^2}$$

$$f'(x) = -100xe^{-50(x-1)^2} + 100e^{-50(x-1)^2}$$

$$f'(0) = -100(0)e^{-50(0-1)^2} + 100e^{-50(0-1)^2}$$

$$= 100e^{-50}$$

$$= 192\,875 \times 10^{-20}$$

3. Menghitung $f''(0)$

$$f''(x) = \frac{d[-100xe^{-50(x-1)^2}]}{dx} + \frac{d[100e^{-50(x-1)^2}]}{dx}$$

$$f''(x) = \left[\frac{d[-100x]}{dx} e^{-50(x-1)^2} + (-100x) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d(x-1)} \right]$$

$$+ \left[(100) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d[x-1]} \right]$$

$$= [-100e^{-50(x-1)^2} + (-100x)(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}]$$

$$+ [100(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}]$$

$$= [-100e^{-50(x-1)^2} + 10000x^2e^{-50(x-1)^2} - 10000xe^{-50(x-1)^2}]$$

$$+ [-10000xe^{-50(x-1)^2} + 10000e^{-50(x-1)^2}]$$

$$= 10000x^2e^{-50(x-1)^2} - 20000xe^{-50(x-1)^2} + 9900e^{-50(x-1)^2}$$

$$f'(x) = 10\,000x^2e^{-50(x-1)^2} - 20\,000xe^{-50(x-1)^2} + 9\,900e^{-50(x-1)^2}$$

$$f'(0) = 10\,000(0)^2e^{-50(0-1)^2} - 20\,000(0)e^{-50(0-1)^2} + 9\,900e^{-50(0-1)^2}$$

$$= 0 - 0 + 9\,900e^{-50}$$

$$= 9\,900e^{-50}$$

$$= 190\,946,10^{-18}$$

4. Menghitung $f'(0)$

$$f''(x) = 10\,000x^2e^{-50(x-1)^2} - 20\,000xe^{-50(x-1)^2} + 9\,900e^{-50(x-1)^2}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{d[10\,000x^2e^{-50(x-1)^2} - 20\,000xe^{-50(x-1)^2} + 9\,900e^{-50(x-1)^2}]}{dx} \\ &= \frac{d[10\,000x^2e^{-50(x-1)^2}]}{dx} - \frac{d[20\,000xe^{-50(x-1)^2}]}{dx} + \frac{d[9\,900e^{-50(x-1)^2}]}{dx} \\ &= \left[\frac{d[10\,000x^2]}{dx} e^{-50(x-1)^2} \right. \\ &\quad \left. + (10\,000x^2) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d(x-1)} \right] \\ &\quad - \left[\frac{d[20\,000x]}{dx} e^{-50(x-1)^2} + (20\,000x) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d(x-1)} \right] \\ &\quad + \left[(9\,900) \frac{d[e^{-50(x-1)^2}]}{d[-50(x-1)^2]} \frac{d[-50(x-1)^2]}{d(x-1)} \right] \\ &= [10\,000xe^{-50(x-1)^2} + (10\,000x^2)(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}] \\ &\quad - [20\,000e^{-50(x-1)^2} + (20\,000)(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}] \\ &\quad + [(9\,900)(-100(x-1))e^{-50(x-1)^2}] \\ &= [100\,000xe^{-50(x-1)^2} - 1\,000\,000x^3e^{-50(x-1)^2} + 1\,000\,000x^2e^{-50(x-1)^2}] \\ &\quad - [20\,000e^{-50(x-1)^2} - 2\,000\,000xe^{-50(x-1)^2} + 2\,000\,000e^{-50(x-1)^2}] \\ &\quad + [-990\,000xe^{-50(x-1)^2} + 990\,000e^{-50(x-1)^2}] \\ &= 100\,000xe^{-50(x-1)^2} - 1\,000\,000x^3e^{-50(x-1)^2} + 1\,000\,000x^2e^{-50(x-1)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -20000e^{-50(x-1)^2} + 200000xe^{-50(x-1)^2} - 2000000e^{-50(x-1)^2} \\
& -990000xe^{-50(x-1)^2} + 990000e^{-50(x-1)^2} \\
& = -100000x^3e^{-50(x-1)^2} + 1000000x^2e^{-50(x-1)^2} + 10000xe^{-50(x-1)^2} \\
& + 2000000xe^{-50(x-1)^2} - 990000xe^{-50(x-1)^2} - 20000e^{-50(x-1)^2} \\
& - 2000000e^{-50(x-1)^2} + 990000e^{-50(x-1)^2} \\
& = -100000x^3e^{-50(x-1)^2} + 1000000x^2e^{-50(x-1)^2} \\
& + 1020000xe^{-50(x-1)^2} - 1030000e^{-50(x-1)^2} \\
f''(x) &= -100000x^3e^{-50(x-1)^2} + 1000000x^2e^{-50(x-1)^2} \\
& + 1020000xe^{-50(x-1)^2} - 1030000e^{-50(x-1)^2} \\
f''(0) &= -100000(0)^3e^{-50(0-1)^2} + 1000000(0)^2e^{-50(0-1)^2} \\
& + 1020000(0)e^{-50(0-1)^2} - 1030000e^{-50(0-1)^2} \\
& = 0 + 0 + 0 - 1030000e^{-50} \\
& = -1030000e^{-50} \\
& = -198661 \times 10^{-50}
\end{aligned}$$

b. $f(x) = e^{-50(x-2)^2}$ dengan $ax_i = 2$

1. Menghitung $f(0)$

$$f(x) = e^{-50(x-2)^2}$$

$$\begin{aligned}
f(0) &= e^{-50(0-2)^2} \\
&= e^{-200} \\
&= 13839 \times 10^{-87}
\end{aligned}$$

2. Menghitung $f'(0)$

$$f'(x) = \frac{d[e^{-50(x-2)^2}]}{dx}$$

$$= \frac{d[e^{-50(x-2)^2}]}{d[-50(x-2)^2]} \frac{d[-50(x-2)^2]}{d[x-2]}$$

$$= -100(x-2)e^{-50(x-2)^2}$$

$$= (-100x + 200)e^{-50(x-2)^2}$$

$$= -100xe^{-50(x-2)^2} + 200e^{-50(x-2)^2}$$

$$f'(x) = -100xe^{-50(x-2)^2} + 200e^{-50(x-2)^2}$$

$$f'(0) = -100(0)e^{-50(0-2)^2} + 200e^{-50(0-2)^2}$$

$$= 200e^{-50(-2)^2}$$

$$= 200e^{-200}$$

$$= 276779 \times 10^{-85}$$

3. Menghitung $f'(0)$

$$f''(x) = \frac{d[-100xe^{-50(x-2)^2}]}{dx} + \frac{d[200e^{-50(x-2)^2}]}{dx}$$

$$= \left[\frac{d[-100x]}{dx} e^{-50(x-2)^2} + (-100x) \frac{d[e^{-50(x-2)^2}]}{d[-50(x-2)^2]} \frac{d[-50(x-2)^2]}{d[x-2]} \right]$$

$$+ \left[(200) \frac{d[e^{-50(x-2)^2}]}{d[-50(x-2)^2]} \frac{d[-50(x-2)^2]}{d[x-2]} \right]$$

$$= [-100e^{-50(x-2)^2} - 100x(-100(x-2))e^{-50(x-2)^2}]$$

$$+ [200(-100(x-2))e^{-50(x-2)^2}]$$

$$= [-100e^{-50(x-2)^2} + 10000x^2e^{-50(x-2)^2} - 20000xe^{-50(x-2)^2}]$$

$$+ [-20000xe^{-50(x-2)^2} + 20000e^{-50(x-2)^2}]$$

$$= 10000x^2e^{-50(x-2)^2} - 40000xe^{-50(x-2)^2} + 19900e^{-50(x-2)^2}$$

$$f''(x) = 10000x^2e^{-50(x-2)^2} - 40000xe^{-50(x-2)^2} + 19900e^{-50(x-2)^2}$$

$$f''(0) = 10000(0)^2e^{-50(0-2)^2} - 40000(0)e^{-50(0-2)^2} + 19900e^{-50(0-2)^2}$$

$$= 19900e^{-200}$$

$$= 275\,395 \times 10^{-83}$$

4. Menghitung $f'(0)$

$$f''(x) = \frac{d[10\,000x^2e^{-50(x-2)^2}]}{dx} - \frac{d[40\,000xe^{-50(x-2)^2}]}{dx}$$

$$+ \frac{d[19\,900e^{-50(x-2)^2}]}{dx}$$

$$= \left[\frac{d[10000x^2]}{dx} e^{-50(x-2)^2} + (10000x^2) \frac{d[e^{-50(x-2)^2}]}{d[-50(x-2)^2]} \frac{d[-50(x-2)^2]}{d[x-2]} \right]$$

$$- \left[\frac{d[40000x]}{dx} e^{-50(x-2)^2} + (40000x) \frac{d[e^{-50(x-2)^2}]}{d[-50(x-2)^2]} \frac{d[-50(x-2)^2]}{d[x-2]} \right]$$

$$+ \left[(19900) \frac{d[e^{-50(x-2)^2}]}{d[-50(x-2)^2]} \frac{d[-50(x-2)^2]}{d[x-2]} \right]$$

$$= [10\,000xe^{-50(x-2)^2} + (10000x^2)(-100(x-2))e^{-50(x-2)^2}]$$

$$- [40\,000e^{-50(x-2)^2} + (40000x)(-100(x-2))e^{-50(x-2)^2}]$$

$$+ [(19900)(-100(x-2))e^{-50(x-2)^2}]$$

$$= [10\,000xe^{-50(x-2)^2} - 1000000x^3e^{-50(x-2)^2} + 2000000x^2e^{-50(x-2)^2}]$$

$$- [40\,000e^{-50(x-2)^2} - 4000000x^2e^{-50(x-2)^2} + 8000000xe^{-50(x-2)^2}]$$

$$+ [-1990000xe^{-50(x-2)^2} + 3980000e^{-50(x-2)^2}]$$

$$= -1000000x^3e^{-50(x-2)^2} - 6000000x^2e^{-50(x-2)^2}$$

$$- 9980000xe^{-50(x-2)^2} + 3940000e^{-50(x-2)^2}$$

$$f''(x) = -1000000x^3e^{-50(x-2)^2} - 6000000x^2e^{-50(x-2)^2}$$

$$-9980000xe^{-50(x-2)^2} + 3940000e^{-50(x-2)^2}$$

$$f''(0) = -1000000(0)^3 e^{-50(0-2)^2} - 6000000(0)^2 e^{-50(0-2)^2}$$

$$-9980000(0)e^{-50(0-2)^2} + 3940000e^{-50(0-2)^2}$$

$$= 3940000e^{-50(-2)^2}$$

$$= 3940000e^{-200}$$

$$= 545\,255 \times 10^{-81}$$

c. $f(x) = e^{-50(x-3)^2}$ dengan $ax_i = 3$

1. Menghitung $f(0)$

$$f(x) = e^{-50(x-3)^2}$$

$$f(0) = e^{-50(0-3)^2}$$

$$= e^{-450}$$

$$= 369\,39 \times 10^{-196}$$

2. Menghitung $f'(0)$

$$f'(x) = \frac{d[e^{-50(x-3)^2}]}{dx}$$

$$= \frac{d[e^{-50(x-3)^2}]}{d[-50(x-3)^2]} \cdot \frac{d[-50(x-3)^2]}{d[x-3]}$$

$$= -100(x-3)e^{-50(x-3)^2}$$

$$= (-100x + 300)e^{-50(x-3)^2}$$

$$= -100xe^{-50(x-3)^2} + 300e^{-50(x-3)^2}$$

$$f'(x) = -100xe^{-50(x-3)^2} + 300e^{-50(x-3)^2}$$

$$f'(0) = -100(0)e^{-50(0-3)^2} + 300e^{-50(0-3)^2}$$

$$= 300e^{-50(-3)^2}$$

$$= 300e^{-450}$$

$$= 110\ 82 \times 10^{-193}$$

3. Menghitung $f'(0)$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{d[-100xe^{-50(x-3)^2}]}{dx} + \frac{d[300e^{-50(x-3)^2}]}{dx} \\ &= \left[\frac{d[-100x]}{dx} e^{-50(x-3)^2} + (-100x) \frac{d[e^{-50(x-3)^2}]}{d[-50(x-3)^2]} \frac{d[-50(x-3)^2]}{d[x-3]} \right] \\ &\quad + \left[(300) \frac{d[e^{-50(x-3)^2}]}{d[-50(x-3)^2]} \frac{d[-50(x-3)^2]}{d[x-3]} \right] \\ &= [-100e^{-50(x-3)^2} - 100x(-100(x-3))e^{-50(x-3)^2}] \\ &\quad + [300(-100(x-3))e^{-50(x-3)^2}] \\ &= [-100e^{-50(x-3)^2} + 10000x^2e^{-50(x-3)^2} - 30000xe^{-50(x-3)^2}] \\ &\quad + [-30000xe^{-50(x-3)^2} + 90000e^{-50(x-3)^2}] \\ &= 10000x^2e^{-50(x-3)^2} - 60000xe^{-50(x-3)^2} + 89900e^{-50(x-3)^2} \\ f'(x) &= 10\ 000x^2e^{-50(x-3)^2} - 60000xe^{-50(x-3)^2} + 89900e^{-50(x-3)^2} \\ f'(0) &= 10\ 000(0)^2e^{-50(0-3)^2} - 60000(0)e^{-50(0-3)^2} + 89900e^{-50(0-3)^2} \\ &= 89900e^{-50(-3)^2} \\ &= 89900e^{-450} \\ &= 332\ 08 \times 10^{-191} \end{aligned}$$

4. Menghitung $f'(0)$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{d[10\ 000x^2e^{-50(x-3)^2}]}{dx} - \frac{d[60\ 000xe^{-50(x-3)^2}]}{dx} \\ &\quad + \frac{d[9\ 900e^{-50(x-3)^2}]}{dx} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{\frac{d[10000x^2]}{dx} e^{-50(x-3)^2}}{+(10000x^2) \frac{d[e^{-50(x-3)^2}]}{d[-50(x-3)^2]} \frac{d[-50(x-3)^2]}{d[x-3]}} \right] \\
&- \left[\frac{d[60000x]}{dx} e^{-50(x-3)^2} + (60000x) \frac{d[e^{-50(x-3)^2}]}{d[-50(x-3)^2]} \frac{d[-50(x-3)^2]}{d[x-3]} \right] \\
&+ \left[(89900) \frac{d[e^{-50(x-3)^2}]}{d[-50(x-3)^2]} \frac{d[-50(x-3)^2]}{d[x-3]} \right] \\
&= [10000xe^{-50(x-3)^2} + (10000x^2)(-100(x-3))e^{-50(x-3)^2}] \\
&- [60000e^{-50(x-3)^2} + (60000x)(-100(x-3))e^{-50(x-3)^2}] \\
&+ [(89900)(-100(x-3))e^{-50(x-3)^2}] \\
&= [10000xe^{-50(x-3)^2} - 1000000x^3e^{-50(x-3)^2} + 3000000x^2e^{-50(x-3)^2}] \\
&- [60000e^{-50(x-3)^2} - 6000000x^2e^{-50(x-3)^2} + 18000000xe^{-50(x-3)^2}] \\
&+ [-8990000xe^{-50(x-3)^2} + 26970000e^{-50(x-3)^2}] \\
&= -1000000x^3e^{-50(x-3)^2} - 9000000x^2e^{-50(x-3)^2} \\
&- 26980000xe^{-50(x-3)^2} + 26910000e^{-50(x-3)^2} \\
f''(x) &= -1000000x^3e^{-50(x-3)^2} - 9000000x^2e^{-50(x-3)^2} \\
&- 26980000xe^{-50(x-3)^2} + 26910000e^{-50(x-3)^2} \\
f''(0) &= -1000000(0)^3e^{-50(0-3)^2} - 9000000(0)^2e^{-50(0-3)^2} \\
&- 26980000(0)e^{-50(0-3)^2} + 26910000e^{-50(0-3)^2} \\
&= 26910000e^{-50(-3)^2} \\
&= 26910000e^{-450} \\
&= 99402 \times 10^{-189}
\end{aligned}$$

Fungsi eksponen di atas didiferensialkan sebanyak tiga kali bertujuan untuk mendapatkan kekonvergenan nilai, dengan rumus deret MacLaurin, $e^{-50(x-1)^2}$, $e^{-50(x-2)^2}$ dan $e^{-50(x-3)^2}$ akan diperoleh sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 e^{-50(x-1)^2} &\approx \frac{f(0)}{0!}x^0 + \frac{f'(0)}{1!}x^1 + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 \\
 &\approx \frac{e^{-50}}{0!}x^0 + \frac{100e^{-50}}{1!}x^1 + \frac{9900e^{-50}}{2!}x^2 + \frac{-1030000e^{-50}}{3!}x^3 \\
 &\approx \frac{192\ 875 \times 10^{-22}}{0!}x^0 + \frac{192\ 875 \times 10^{-20}}{1!}x^1 + \frac{190\ 946 \times 10^{-18}}{2!}x^2 \\
 &\quad + \frac{-198\ 661 \times 10^{-50}}{3!}x^3 \\
 &\approx 193 \times 10^{-22}x^0 + 193 \times 10^{-20}x^1 + 95 \times 10^{-19}x^2 \\
 &\quad - 33 \times 10^{-51}x^3
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 e^{-50(x-2)^2} &\approx \frac{f(0)}{0!}x^0 + \frac{f'(0)}{1!}x^1 + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 \\
 &\approx \frac{e^{-200}}{0!}x^0 + \frac{200e^{-200}}{1!}x^1 + \frac{19900e^{-200}}{2!}x^2 + \frac{3940000e^{-200}}{3!}x^3 \\
 &\approx \frac{138\ 39 \times 10^{-87}}{0!}x^0 + \frac{276\ 779 \times 10^{-85}}{1!}x^1 + \frac{275\ 395 \times 10^{-83}}{2!}x^2 \\
 &\quad + \frac{545\ 255 \times 10^{-81}}{3!}x^3 \\
 &\approx 138 \times 10^{-87}x^0 + 277 \times 10^{-85}x^1 + 138 \times 10^{-83}x^2 \\
 &\quad + 909 \times 10^{-82}x^3
 \end{aligned}$$

serta

$$\begin{aligned}
 e^{-50(x-3)^2} &\approx \frac{f(0)}{0!}x^0 + \frac{f'(0)}{1!}x^1 + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 \\
 &\approx \frac{e^{-450}}{0!}x^0 + \frac{300e^{-450}}{1!}x^1 + \frac{89900e^{-450}}{2!}x^2 + \frac{26910000e^{-450}}{3!}x^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{369\ 39 \times 10^{-196}}{0!} x^0 + \frac{110\ 82 \times 10^{-193}}{1!} x^1 + \frac{332\ 08 \times 10^{-191}}{2!} x^2 \\ &\quad + \frac{994\ 02 \times 10^{-189}}{3!} x^3 \\ &\approx 369 \times 10^{-196} x^0 + 111 \times 10^{-193} x^1 + 166 \times 10^{-191} x^2 \\ &\quad + 166 \times 10^{-189} x^3 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan cara numerik, kemudian nilai koefisien dari variabel x^3, x^2, x^1 , dan x^0 (konstanta) dikalikan dengan $y_1 = 7, y_2 = 6, y_3 = 8, \dots, y_{181} = 8$ dan jumlahkan berdasarkan koefisien masing – masing.

Nilai koefisien dari variabel x^0 atau konstanta adalah 111×10^{-19}

$$\begin{aligned} y_i \sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= y_i \sum_{i=1}^{88} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + y_i \sum_{i=89}^{104} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + \\ &\quad y_i \sum_{i=105}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) \\ y_i \sum_{i=1}^{88} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= y_1 e^{(-50(x-x_1)^2)} + y_2 e^{(-50(x-x_2)^2)} + \\ &\quad + y_3 e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots + y_8 e^{(-50(x-x_{86})^2)} + \\ &\quad + y_{87} e^{(-50(x-x_{87})^2)} + y_{88} e^{(-50(x-x_{88})^2)} \\ &= 91 e^{(-50(x-3)^2)} + 89 e^{(-50(x-3)^2)} + 88 e^{(-50(x-3)^2)} + \dots \\ &\quad + 81 e^{(-50(x-3)^2)} + 81 e^{(-50(x-3)^2)} + 81 e^{(-50(x-3)^2)} \\ &= (91 \times (369 \times 10^{-196})) + (89 \times (369 \times 10^{-196})) \\ &\quad + (88 \times (369 \times 10^{-196})) + \dots + (81 \times (369 \times 10^{-196})) \\ &\quad + (81 \times (369 \times 10^{-196})) + (81 \times (369 \times 10^{-196})) \\ &= (336 \times 10^{-195}) + (329 \times 10^{-195}) + (325 \times 10^{-195}) \\ &\quad + (299 \times 10^{-195}) + \dots + (299 \times 10^{-195}) \\ &\quad + (299 \times 10^{-195}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 273 \times 10^{-193} \\
y_i \sum_{i=89}^{104} (e^{50(x-x_i)^2}) &= y_{89} e^{(-50(x-x_{89})^2)} + y_{90} e^{(-50(x-x_{90})^2)} + \\
&+ y_{91} e^{(-50(x-x_{91})^2)} + \dots + y_{102} e^{(-50(x-x_{102})^2)} + \\
&+ y_{103} e^{(-50(x-x_{103})^2)} + y_{104} e^{(-50(x-x_{104})^2)} \\
&= 8e^{(-50(x-2)^2)} + 8e^{(-50(x-2)^2)} + 8e^{(-50(x-2)^2)} + \dots \\
&+ 8e^{(-50(x-2)^2)} + 8e^{(-50(x-2)^2)} + 8e^{(-50(x-2)^2)} \\
&= (8 \times (110\,712 \times 10^{-196})) + (8 \times (110\,712 \times 10^{-196})) \\
&+ (8 \times (110\,712 \times 10^{-196})) + \dots + (8 \times (110\,712 \times 10^{-196})) \\
&+ (8 \times (110\,712 \times 10^{-196})) + (8 \times (110\,712 \times 10^{-196})) \\
&= 177\,139 \times 10^{-85} \\
y_i \sum_{i=105}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= y_{105} e^{(-50(x-x_{105})^2)} + y_{106} e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\
&+ y_{107} e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + y_{179} e^{(-50(x-x_{179})^2)} + \\
&+ y_{180} e^{(-50(x-x_{180})^2)} + y_{181} e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
&= 79e^{(-50(x-1)^2)} + 79e^{(-50(x-1)^2)} + 79e^{(-50(x-1)^2)} + \dots \\
&+ 67e^{(-50(x-1)^2)} + 64e^{(-50(x-1)^2)} + 63e^{(-50(x-1)^2)} \\
&= (79 \times (175\,516 \times 10^{-21})) + (79 \times (175\,516 \times 10^{-21})) \\
&+ (79 \times (175\,516 \times 10^{-21})) + \dots + (67 \times (175\,516 \times 10^{-21})) \\
&+ (64 \times (175\,516 \times 10^{-21})) + (63 \times (175\,516 \times 10^{-21})) \\
&= (152\,371 \times 10^{-21}) + (152\,371 \times 10^{-21}) \\
&\quad + (152\,371 \times 10^{-21}) + \dots + (129\,226 \times 10^{-21}) \\
&\quad + (123\,441 \times 10^{-21}) + (121\,511 \times 10^{-21}) \\
&= 111\,405 \times 10^{-19}
\end{aligned}$$

$$y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2}) = 273 \times 10^{-193} + 177139 \times 10^{-85} + 111405 \times 10^{-19}$$

$$= 111 \times 10^{-19}$$

Nilai koefisien dari variabel x^1 adalah 111×10^{-17}

$$y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2}) = y_i \sum_{i=1}^{88} (e^{-50(x-x_i)^2}) + y_i \sum_{i=89}^{104} (e^{-50(x-x_i)^2}) +$$

$$+ y_i \sum_{i=105}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2})$$

$$y_i \sum_{i=1}^{88} (e^{-50(x-x_i)^2}) = y_1 e^{-50(x-x_1)^2} + y_2 e^{-50(x-x_2)^2} +$$

$$+ y_3 e^{-50(x-x_3)^2} + \dots + y_{86} e^{-50(x-x_{86})^2} +$$

$$+ y_{87} e^{-50(x-x_{87})^2} + y_{88} e^{-50(x-x_{88})^2}$$

$$= 91 e^{-50(x-3)^2} + 89 e^{-50(x-3)^2} + 88 e^{-50(x-3)^2} + \dots$$

$$+ 81 e^{-50(x-3)^2} + 81 e^{-50(x-3)^2} + 81 e^{-50(x-3)^2}$$

$$= (91 \times (111 \times 10^{-193})) + (89 \times (111 \times 10^{-193})) +$$

$$+ (88 \times (111 \times 10^{-193})) + \dots + (81 \times (111 \times 10^{-193})) +$$

$$+ (81 \times (111 \times 10^{-193})) + (81 \times (111 \times 10^{-193}))$$

$$= (101 \times 10^{-192}) + (986 \times 10^{-193}) + (975 \times 10^{-193}) +$$

$$+ \dots + (898 \times 10^{-193}) + (898 \times 10^{-193}) +$$

$$+ (898 \times 10^{-193})$$

$$= 818 \times 10^{-191}$$

$$y_i \sum_{i=89}^{104} (e^{-50(x-x_i)^2}) = y_{89} e^{-50(x-x_{89})^2} + y_{90} e^{-50(x-x_{90})^2} +$$

$$+ y_{91} e^{-50(x-x_{91})^2} + \dots + y_{102} e^{-50(x-x_{102})^2} +$$

$$+ y_{103} e^{-50(x-x_{103})^2} + y_{104} e^{-50(x-x_{104})^2}$$

$$\begin{aligned}
&= 8e^{(-50(x-2)^2)} + 8e^{(-50(x-2)^2)} + 8e^{(-50(x-2)^2)} + \dots \\
&+ 8e^{(-50(x-2)^2)} + 8e^{(-50(x-2)^2)} + 8e^{(-50(x-2)^2)} \\
&= (8 \times (277 \times 10^{-85})) + (8 \times (277 \times 10^{-85})) \\
&+ (8 \times (277 \times 10^{-85})) + \dots + (8 \times (277 \times 10^{-85})) \\
&+ (8 \times (277 \times 10^{-85})) + (8 \times (277 \times 10^{-85})) \\
&= 354 \, 277 \times 10^{-83} \\
y_i \sum_{i=105}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= y_{105} e^{(-50(x-x_{105})^2)} + y_{106} e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\
&+ y_{107} e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + y_{179} e^{(-50(x-x_{179})^2)} + \\
&+ y_{180} e^{(-50(x-x_{180})^2)} + y_{181} e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
&= 79e^{(-50(x-1)^2)} + 79e^{(-50(x-1)^2)} + 79e^{(-50(x-1)^2)} \\
&+ \dots + 67e^{(-50(x-1)^2)} + 64e^{(-50(x-1)^2)} + \\
&+ 63e^{(-50(x-1)^2)} \\
&= (79 \times (193 \times 10^{-20})) + (79 \times (193 \times 10^{-20})) \\
&+ (79 \times (193 \times 10^{-20})) + \dots + (67 \times (193 \times 10^{-20})) \\
&+ (64 \times (193 \times 10^{-20})) + (63 \times (193 \times 10^{-20})) \\
&= (152 \, 371 \times 10^{-19}) + (152 \, 371 \times 10^{-19}) + \\
&(152 \, 371 \times 10^{-19}) + \dots + (129 \, 226 \times 10^{-19}) + \\
&(123 \, 441 \times 10^{-19}) + (121 \, 511 \times 10^{-19}) \\
&= 111 \, 405 \times 10^{-17} \\
y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= 818 \times 10^{-191} + 354 \, 277 \times 10^{-83} + 111 \, 405 \times 10^{-17} \\
&= 11 \times 10^{-17}
\end{aligned}$$

Nilai koefisien dari variabel x^2 adalah 11×10^{-15}

$$\begin{aligned}
y_i \sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= y_i \sum_{i=1}^{88} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + y_i \sum_{i=89}^{104} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + \\
&\quad y_i \sum_{i=105}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) \\
y_i \sum_{i=1}^{88} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= y_1 e^{(-50(x-x_1)^2)} + y_2 e^{(-50(x-x_2)^2)} + y_3 e^{(-50(x-x_3)^2)} + \\
&\quad + \dots + y_{86} e^{(-50(x-x_{86})^2)} + y_{87} e^{(-50(x-x_{87})^2)} + \\
&\quad + y_{88} e^{(-50(x-x_{88})^2)} \\
&= 91 e^{(-50(x-3)^2)} + 89 e^{(-50(x-3)^2)} + 88 e^{(-50(x-3)^2)} + \dots \\
&\quad + 81 e^{(-50(x-3)^2)} + 81 e^{(-50(x-3)^2)} + 81 e^{(-50(x-3)^2)} \\
&= (91 \times (332 \times 10^{-191})) + (89 \times (332 \times 10^{-191})) + \\
&\quad + (88 \times (332 \times 10^{-191})) + \dots + (81 \times (332 \times 10^{-191})) \\
&\quad + (81 \times (332 \times 10^{-191})) + (81 \times (332 \times 10^{-191})) \\
&= (302 \times 10^{-190}) + (296 \times 10^{-190}) + (292 \times 10^{-190}) \\
&\quad + \dots + (269 \times 10^{-190}) + (269 \times 10^{-190}) \\
&\quad + (269 \times 10^{-190}) \\
&= 245 \times 10^{-188} \\
y_i \sum_{i=89}^{104} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= y_{89} e^{(-50(x-x_{89})^2)} + y_{90} e^{(-50(x-x_{90})^2)} + \\
&\quad y_{91} e^{(-50(x-x_{91})^2)} + \dots + y_{102} e^{(-50(x-x_{102})^2)} + \\
&\quad y_{103} e^{(-50(x-x_{103})^2)} + y_{104} e^{(-50(x-x_{104})^2)} \\
&= 8 e^{(-50(x-2)^2)} + 8 e^{(-50(x-2)^2)} + 8 e^{(-50(x-2)^2)} + \dots \\
&\quad + 8 e^{(-50(x-2)^2)} + 8 e^{(-50(x-2)^2)} + 8 e^{(-50(x-2)^2)} \\
&= (8 \times (275 \times 10^{-83})) + (8 \times (275 \times 10^{-83})) \\
&\quad + (8 \times (275 \times 10^{-83})) + \dots + (8 \times (275 \times 10^{-83})) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (8 \times (275 \times 10^{-83})) + (8 \times (275 \times 10^{-83})) \\ & = 352 \times 10^{-81} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_i \sum_{i=105}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= y_{105} e^{(-50(x-x_{105})^2)} + y_{106} e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\ & y_{107} e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + y_{179} e^{(-50(x-x_{179})^2)} + \\ & y_{180} e^{(-50(x-x_{180})^2)} + y_{181} e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\ & = 79 e^{(-50(x-1)^2)} + 79 e^{(-50(x-1)^2)} + 79 e^{(-50(x-1)^2)} \\ & + \dots + 67 e^{(-50(x-1)^2)} + 64 e^{(-50(x-1)^2)} + \\ & + 63 e^{(-50(x-1)^2)} \\ & = (79 \times (191 \times 10^{-18})) + (79 \times (191 \times 10^{-18})) \\ & + (79 \times (191 \times 10^{-18})) + \dots + (67 \times (191 \times 10^{-18})) \\ & + (64 \times (191 \times 10^{-18})) + (63 \times (191 \times 10^{-18})) \\ & = (150 \ 847 \times 10^{-17}) + (150 \ 847 \times 10^{-17}) + \\ & (150 \ 847 \times 10^{-17}) + \dots + (127 \ 934 \times 10^{-17}) + \\ & (122 \ 205 \times 10^{-17}) + (120 \ 296 \times 10^{-17}) \\ & = 110 \ 29 \times 10^{-15} \\ y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= 245 \times 10^{-188} + 352 \times 10^{-81} + 110 \ 29 \times 10^{-15} \\ & = 110 \times 10^{-15} \end{aligned}$$

Nilai koefisien dari variabel x^3 adalah 115×10^{-13}

$$\begin{aligned} y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= y_i \sum_{i=1}^{88} (e^{50(x-x_i)^2}) + y_i \sum_{i=89}^{104} (e^{50(x-x_i)^2}) + \\ & y_i \sum_{i=105}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) \end{aligned}$$

$$y_i \sum_{i=1}^{88} (e^{-50(x-x_i)^2}) = y_1 e^{-50(x-x_1)^2} + y_2 e^{-50(x-x_2)^2} + y_3 e^{-50(x-x_3)^2} \\ + \dots + y_{86} e^{-50(x-x_{86})^2} + y_{87} e^{-50(x-x_{87})^2} + \\ y_{88} e^{-50(x-x_{88})^2}$$

$$= 91e^{-50(x-3)^2} + 89e^{-50(x-3)^2} + \\ 88e^{-50(x-3)^2} + \dots + 81e^{-50(x-3)^2} + \\ 81e^{-50(x-3)^2} + 81e^{-50(x-3)^2} \\ = (91 \times (994 \times 10^{-189})) + (89 \times (994 \times 10^{-189})) + \\ (88 \times (994 \times 10^{-189})) + \dots + (81 \times (994 \times 10^{-189})) + \\ (81 \times (994 \times 10^{-189})) + (81 \times (994 \times 10^{-189})) \\ = (905 \times 10^{-188}) + (885 \times 10^{-188}) + (875 \times 10^{-188}) \\ + \dots + (805 \times 10^{-188}) + (805 \times 10^{-188}) + \\ + (805 \times 10^{-188}) \\ = 734 \times 10^{-186}$$

$$y_i \sum_{i=89}^{104} (e^{-50(x-x_i)^2}) = y_{89} e^{-50(x-x_{89})^2} + y_{90} e^{-50(x-x_{90})^2} + \\ y_{91} e^{-50(x-x_{91})^2} + \dots + y_{102} e^{-50(x-x_{102})^2} + \\ y_{103} e^{-50(x-x_{103})^2} + y_{104} e^{-50(x-x_{104})^2} \\ = 8e^{-50(x-2)^2} + 8e^{-50(x-2)^2} + 8e^{-50(x-2)^2} + \dots \\ + 8e^{-50(x-2)^2} + 8e^{-50(x-2)^2} + 8e^{-50(x-2)^2} \\ = (8 \times (545 \times 10^{-81})) + (8 \times (545 \times 10^{-81})) \\ + (8 \times (545 \times 10^{-81})) + \dots + (8 \times (545 \times 10^{-81})) \\ + (8 \times (545 \times 10^{-81})) + (8 \times (545 \times 10^{-81})) \\ = 6979310^{-79}$$

$$\begin{aligned}
y_i \sum_{i=105}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= y_{105} e^{(-50(x-x_{105})^2)} + y_{106} e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\
& y_{107} e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + y_{179} e^{(-50(x-x_{179})^2)} + \\
& y_{180} e^{(-50(x-x_{180})^2)} + y_{181} e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
&= 79 e^{(-50(x-1)^2)} + 79 e^{(-50(x-1)^2)} + 79 e^{(-50(x-1)^2)} \\
&+ \dots + 67 e^{(-50(x-1)^2)} + 64 e^{(-50(x-1)^2)} + \\
&+ 63 e^{(-50(x-1)^2)} \\
&= (79 \times (199 \times 10^{-16})) + (79 \times (199 \times 10^{-16})) \\
&+ (79 \times (199 \times 10^{-16})) + \dots + (67 \times (199 \times 10^{-16})) \\
&+ (64 \times (199 \times 10^{-16})) + (63 \times (199 \times 10^{-16})) \\
&= (156\,942 \times 10^{-15}) + (156\,942 \times 10^{-15}) \\
&+ (156\,942 \times 10^{-15}) + \dots \\
&+ (133\,103 \times 10^{-15}) + (127\,143 \times 10^{-15}) \\
&+ (125\,156 \times 10^{-15}) \\
&= 114\,747 \times 10^{-13} \\
y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= 734 \times 10^{-186} + 697\,931 \times 10^{-79} + 114\,747 \times 10^{-13} \\
&= 115 \times 10^{-13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Jadi } x_4 = 3 &\rightarrow 734 \times 10^{-186} x^3 + 245 \times 10^{-188} x^2 + 818 \times 10^{-191} x \\
&+ 273 \times 10^{-193}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_4 = 2 &\rightarrow 698 \times 10^{-79} x^3 + 353 \times 10^{-81} x^2 + 354 \times 10^{-83} x \\
&+ 177 \times 10^{-85}
\end{aligned}$$

$$x_4 = 1 \rightarrow 115 \times 10^{-13} x^3 + 110 \times 10^{-15} x^2 + 111 \times 10^{-17} x$$

$$+ 11 \times 10^{-19}$$

Berikutnya penyelesaian dari model persamaan (4.2) $\sum_{i=1}^{181} e^{(-50(x-x_i)^2)}$, dengan cara sebagai berikut:

Nilai koefisien dari variabel x^0 atau konstanta adalah 149×10^{-20}

$$\sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) = \sum_{i=1}^{88} (e^{50(x-x_i)^2}) + \sum_{i=89}^{104} (e^{50(x-x_i)^2}) +$$

$$\sum_{i=105}^{181} (e^{50(x-x_i)^2})$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{88} (e^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_1)^2)} + e^{(-50(x-x_2)^2)} + \\ &+ e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{86})^2)} + \\ &+ e^{(-50(x-x_{87})^2)} + e^{(-50(x-x_{88})^2)} \\ &= e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + \dots \\ &+ e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} \\ &= (369 \times 10^{-196}) + (369 \times 10^{-196}) \\ &+ (369 \times 10^{-196}) + \dots + (369 \times 10^{-196}) \\ &+ (369 \times 10^{-196}) + (369 \times 10^{-196}) \\ &= 325 \times 10^{-194} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=89}^{104} (e^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_{89})^2)} + e^{(-50(x-x_{90})^2)} + \\ &+ e^{(-50(x-x_{91})^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{102})^2)} + \\ &+ e^{(-50(x-x_{103})^2)} + e^{(-50(x-x_{104})^2)} \\ &= e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + \dots \\ &+ e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} \\ &= (138 \times 10^{-87}) + (138 \times 10^{-87}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+(138 \times 10^{-87}) + \dots + (138 \times 10^{-87}) \\
&+(138 \times 10^{-87}) + (138 \times 10^{-87}) \\
&= 221 \times 10^{-86}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=105}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_{105})^2)} + e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\
&+ e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{179})^2)} + \\
&+ e^{(-50(x-x_{180})^2)} + e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
&= e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + \dots \\
&+ e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} \\
&= (193 \times 10^{-22}) + (193 \times 10^{-22}) \\
&+ (193 \times 10^{-22}) + \dots + (193 \times 10^{-22}) \\
&+ (193 \times 10^{-22}) + (193 \times 10^{-22}) \\
&= 149 \times 10^{-20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_i \sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= 325 \times 10^{-194} + 221 \times 10^{-86} + 149 \times 10^{-20} \\
&= 149 \times 10^{-20}
\end{aligned}$$

Nilai koefisien dari variabel x^1 adalah 149×10^{-18}

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= \sum_{i=1}^{88} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + \sum_{i=89}^{104} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + \\
&\sum_{i=105}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{88} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_1)^2)} + e^{(-50(x-x_2)^2)} + \\
&+ e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{86})^2)} + \\
&+ e^{(-50(x-x_{87})^2)} + e^{(-50(x-x_{88})^2)} \\
&= e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + \dots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} \\
& = (11 \times 10^{-193}) + (11 \times 10^{-193}) \\
& + (11 \times 10^{-193}) + \dots + (11 \times 10^{-193}) \\
& + (11 \times 10^{-193}) + (11 \times 10^{-193}) \\
& = 975 \times 10^{-192} \\
\sum_{i=89}^{104} (e^{50(x-x_i)^2}) & = e^{(-50(x-x_{89})^2)} + e^{(-50(x-x_{90})^2)} + \\
& + e^{(-50(x-x_{91})^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{102})^2)} + \\
& + e^{(-50(x-x_{103})^2)} + e^{(-50(x-x_{104})^2)} \\
& = e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + \dots \\
& + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} \\
& = (277 \times 10^{-85}) + (277 \times 10^{-85}) \\
& + (277 \times 10^{-85}) + \dots + (277 \times 10^{-85}) \\
& + (277 \times 10^{-85}) + (277 \times 10^{-85}) \\
& = 443 \times 10^{-84} \\
\sum_{i=105}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) & = e^{(-50(x-x_{105})^2)} + e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\
& + e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{179})^2)} + \\
& + e^{(-50(x-x_{180})^2)} + e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
& = e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + \dots \\
& + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} \\
& = (193 \times 10^{-20}) + (193 \times 10^{-20}) \\
& + (193 \times 10^{-20}) + \dots + (193 \times 10^{-20}) \\
& + (193 \times 10^{-20}) + (193 \times 10^{-20})
\end{aligned}$$

$$= 149 \times 10^{-18}$$

$$y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) = 975 \times 10^{-192} + 443 \times 10^{-84} + 149 \times 10^{-18}$$

$$= 149 \times 10^{-18}$$

Nilai koefisien dari variabel x^2 adalah 147×10^{-16}

$$\sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) = \sum_{i=1}^{88} (e^{50(x-x_i)^2}) + \sum_{i=89}^{104} (e^{50(x-x_i)^2}) +$$

$$\sum_{i=105}^{181} (e^{50(x-x_i)^2})$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{88} (e^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_1)^2)} + e^{(-50(x-x_2)^2)} + \\ &+ e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{86})^2)} + \\ &+ e^{(-50(x-x_{87})^2)} + e^{(-50(x-x_{88})^2)} \\ &= e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + \dots \\ &+ e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} \\ &= (33 \times 10^{-191}) + (33 \times 10^{-191}) \\ &+ (33 \times 10^{-191}) + \dots + (33 \times 10^{-191}) \\ &+ (33 \times 10^{-191}) + (33 \times 10^{-191}) \\ &= 292 \times 10^{-189} \end{aligned}$$

$$\sum_{i=89}^{104} (e^{50(x-x_i)^2}) = e^{(-50(x-x_{89})^2)} + e^{(-50(x-x_{90})^2)} +$$

$$+ e^{(-50(x-x_{91})^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{102})^2)} +$$

$$+ e^{(-50(x-x_{103})^2)} + e^{(-50(x-x_{104})^2)}$$

$$= e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + \dots$$

$$+ e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)}$$

$$\begin{aligned}
&= (275 \times 10^{-83}) + (275 \times 10^{-83}) \\
&+ (275 \times 10^{-83}) + \dots + (275 \times 10^{-83}) \\
&+ (275 \times 10^{-83}) + (275 \times 10^{-83}) \\
&= 441 \times 10^{-82}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=105}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_{105})^2)} + e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\
&+ e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{179})^2)} + \\
&+ e^{(-50(x-x_{180})^2)} + e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
&= e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + \dots \\
&+ e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} \\
&= (191 \times 10^{-18}) + (191 \times 10^{-18}) \\
&+ (191 \times 10^{-18}) + \dots + (191 \times 10^{-18}) \\
&+ (191 \times 10^{-18}) + (191 \times 10^{-18}) \\
&= 147 \times 10^{-16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_i \sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= 292 \times 10^{-189} + 441 \times 10^{-82} + 147 \times 10^{-16} \\
&= 147 \times 10^{-16}
\end{aligned}$$

Nilai koefisien dari variabel x^3 adalah 0

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= \sum_{i=1}^{88} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + \sum_{i=89}^{104} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) + \\
&\sum_{i=105}^{181} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{88} (\bar{e}^{50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_1)^2)} + e^{(-50(x-x_2)^2)} + \\
&+ e^{(-50(x-x_3)^2)} + \dots + e^{(-50(x-x_{86})^2)} + \\
&+ e^{(-50(x-x_{87})^2)} + e^{(-50(x-x_{88})^2)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + \dots \\
&\quad + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} + e^{(-50(x-3)^2)} \\
&= (994 \times 10^{-189}) + (994 \times 10^{-189}) \\
&\quad + (994 \times 10^{-189}) + \dots + (994 \times 10^{-189}) \\
&\quad + (994 \times 10^{-189}) + (994 \times 10^{-189}) \\
&= 875 \times 10^{-187} \\
\sum_{i=89}^{104} (e^{-50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_{89})^2)} + e^{(-50(x-x_{90})^2)} + \\
&\quad + e^{(-50(x-x_{91})^2)} + \dots + (e^{-50(x-x_{102})^2}) + \\
&\quad + e^{(-50(x-x_{103})^2)} + e^{(-50(x-x_{104})^2)} \\
&= e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + \dots \\
&\quad + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} + e^{(-50(x-2)^2)} \\
&= (545 \times 10^{-81}) + (545 \times 10^{-81}) \\
&\quad + (545 \times 10^{-81}) + \dots + (545 \times 10^{-81}) \\
&\quad + (545 \times 10^{-81}) + (545 \times 10^{-81}) \\
&= 872 \times 10^{-80}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=105}^{181} (e^{-50(x-x_i)^2}) &= e^{(-50(x-x_{105})^2)} + e^{(-50(x-x_{106})^2)} + \\
&\quad + e^{(-50(x-x_{107})^2)} + \dots + (e^{-50(x-x_{179})^2}) + \\
&\quad + e^{(-50(x-x_{180})^2)} + e^{(-50(x-x_{181})^2)} \\
&= e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + \dots \\
&\quad + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} + e^{(-50(x-1)^2)} \\
&= (199 \times 10^{-16}) + (199 \times 10^{-16}) \\
&\quad + (199 \times 10^{-16}) + \dots + (199 \times 10^{-16})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+(199 \times 10^{-16}) + (199 \times 10^{-16}) \\
 &= 153 \times 10^{-14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_i \sum_{i=1}^{181} (e^{50(x-x_i)^2}) &= 875 \times 10^{-187} + 872 \times 10^{-80} + 153 \times 10^{-14} \\
 &= 153 \times 10^{-14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Jadi } x_4 = 1 \rightarrow &153 \times 10^{-14} x^3 + 147 \times 10^{-16} x^2 + 149 \times 10^{-18} x \\
 &+ 149 \times 10^{-20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_4 = 2 \rightarrow &872 \times 10^{-80} x^3 + 441 \times 10^{-82} x^2 + 443 \times 10^{-84} x \\
 &+ 221 \times 10^{-86}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_4 = 3 \rightarrow &875 \times 10^{-187} x^3 + 292 \times 10^{-189} x^2 + 975 \times 10^{-192} x \\
 &+ 325 \times 10^{-194}
 \end{aligned}$$

Maka nilai $\hat{m}(x)$ untuk $x_4 = 1, x_4 = 2$ dan $x_4 = 3$ yaitu

$$x_4 = 1 \rightarrow$$

$$\frac{115 \times 10^{-13} x^3 + 110 \times 10^{-15} x^2 + 111 \times 10^{-17} x + 111 \times 10^{-19}}{153 \times 10^{-14} x^3 + 147 \times 10^{-16} x^2 + 149 \times 10^{-18} x + 149 \times 10^{-20}}$$

$$\hat{m}(x) \text{ untuk } x_4 = 1 \rightarrow \frac{0,115 \times 10^{-14}}{0,153 \times 10^{-15}} = 7,52$$

$$x_4 = 2 \rightarrow$$

$$\frac{698 \times 10^{-79} x^3 + 353 \times 10^{-81} x^2 + 354 \times 10^{-83} x + 177 \times 10^{-85}}{872 \times 10^{-80} x^3 + 441 \times 10^{-82} x^2 + 443 \times 10^{-84} x + 221 \times 10^{-86}}$$

$$\hat{m}(x) \text{ untuk } x_4 = 2 \rightarrow \frac{0,698 \times 10^{-80}}{0,872 \times 10^{-81}} = 8,01$$

$$x_4 = 3 \rightarrow$$

$$\frac{734 \times 10^{-186} x^3 + 245 \times 10^{-188} x^2 + 818 \times 10^{-191} x + 273 \times 10^{-193}}{875 \times 10^{-187} x^3 + 292 \times 10^{-189} x^2 + 975 \times 10^{-192} x + 325 \times 10^{-194}}$$

$$\hat{m}(x) \text{ untuk } x_4 = 3 \rightarrow \frac{0,734 \times 10^{-187}}{0,875 \times 10^{-188}} = 8,39$$

Dari persamaan di atas bisa ditemukan $\hat{m}(x)$ nya untuk $x_4 = 1$ sebesar 7,52 ; $x_4 = 2$ sebesar 8,01 ; dan $x_4 = 3$ sebesar 8,39 . Setelah didapatkan nilai $\hat{m}(x)$ yang dioperasikan seperti di atas, selanjutnya digunakan untuk persamaan (4.2) dengan hasil sebagai berikut:

$$x_4 = 1 \rightarrow \hat{m}(x) = 7,52$$

$$+ \frac{0,1x^{10} - 16x^2 + 0,1x^{10} - 18x + 0,1x^{10} - 20}{0,5 \times 10^{-15}x^3 + 0,4 \times 10^{-17}x^2 + 0,4 \times 10^{-19}x + 0,4 \times 10^{-21}}$$

$$x_4 = 2 \rightarrow \hat{m}(x) = 8,01$$

$$+ \frac{0,1x^{10} - 82x^2 + 0,1x^{10} - 84x + 0,1x^{10} - 86}{0,7 \times 10^{-81}x^3 + 0,4 \times 10^{-83}x^2 + 0,4 \times 10^{-85}x + 0,2 \times 10^{-87}}$$

$$x_4 = 3 \rightarrow \hat{m}(x) = 8,39$$

$$+ \frac{0,1x^{10} - 189x^2 + 0,1x^{10} - 192x + 0,1x^{10} - 194}{0,7 \times 10^{-188}x^3 + 0,9 \times 10^{-190}x^2 + 0,7 \times 10^{-193}x + 0,2 \times 10^{-195}}$$

Tabel 4.4 Hasil MSE (X_4) Estimator Fungsi Kernel Gaussian

No	x	\bar{y}	$\hat{m}(x)$	$y - \hat{m}(x)$	$(y - \hat{m}(x))^2$
1	1	7,50	7,52	-0,02	0,0004
2	2	8,00	8,01	-0,01	0,0001
3	3	8,39	8,39	0	0
Jumlah					0,0005
MSE					0,00017

Dari Tabel 4.3 bisa diberi penjelasan bahwasannya penyimbolan $x(x_4)$ adalah 1 untuk prestasi siswa yang kurang pintar, 2 untuk prestasi siswa yang pintar, dan 3 untuk prestasi siswa yang sangat pintar, dengan rata-rata $y(\bar{y})$ untuk siswa yang kurang pintar 7,50; rata-rata $y(\bar{y})$ untuk siswa yang pintar 8,00; dan rata-rata $y(\bar{y})$ untuk siswa yang sangat pintar 8,39. Nilai $\hat{m}(x)$ untuk siswa yang kurang pintar 7,52; $\hat{m}(x)$ untuk siswa yang pintar 8,01; dan $\hat{m}(x)$ untuk siswa yang kurang pintar 8,39. Jadi Nilai MSE nya atau nilai errornya adalah 0,00017.

Proses lebih lengkap, dapat dilihat pada bab Lampiran, dengan *error* yang dihasilkan sebesar $5,4 \times 10^{-7}$ untuk data jenis kelamin (x_3) dan 0,00017 untuk data prestasi siswa (x_4), bisa disimpulkan bahwa jenis kelamin siswa lebih mempengaruhi UAN dari pada prestasi siswa dikarenakan nilai errornya lebih kecil. Dari 2 data jenis kelamin dan prestasi siswa langkah mencari *bandwidth* estimasi parameter sampai mencari *error*, selanjutnya data pada tabel disubstitusikan ke dalam persamaan (4.2) sebagai berikut:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{x}_j - x_{ji}}{h}\right)^2\right) y_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{x}_j - x_{ji}}{h}\right)^2\right)} + \varepsilon_i, i = 1, 2, 3, \dots \quad (4.8)$$

dimana:

x_i = Variabel prediktor

y = Variabel respon

h = *Bandwidth*

ε = *Error*

Setelah disesuaikan dengan data yang ada maka ditemukanlah bentuk persamaan estimasi y seperti di bawah ini

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{181} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{x}_j - x_{ji}}{h}\right)^2\right) y_i}{\sum_{i=1}^{181} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{x}_j - x_{ji}}{h}\right)^2\right)} + \varepsilon_j, i = 1, 2, 3, \dots, 181; j = 3, 4 \quad (4.9)$$

Untuk mengetahui estimasi y maka disubstitusikanlah data yang ada dari data nonparametrik di antaranya:

y_i = nilai dari UAN, $i = 1, 2, \dots, 181$

\bar{x}_j = rata – rata dari x_3 dan x_4

x_{ji} = nilai x_3 dan x_4 , $i = 1, 2, \dots, 181$

h = nilai bandwidth

ε_j = nilai error, $j = 3$ dan 4

Setelah dimasukkan semua dari nilai-nilai di atas ke dalam persamaan maka didapatkanlah model nonparametrik seperti di bawah ini:

$$f(x_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}(x_{3i}-\bar{x}_3)^2)} \quad (4.10)$$

$$f(x_4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}(x_{4i}-\bar{x}_4)^2)} \quad (4.11)$$

Dari persamaan (4.10) dan (4.11) disubstitusikan ke persamaan di bawah ini

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad (4.12)$$

maka menjadi

$$y_i = f(x_3) + f(x_4) + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \quad (4.13)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}(x_{3i}-\bar{x}_3)^2)} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}(x_{4i}-\bar{x}_4)^2)} + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \quad (4.14)$$

Setelah didapat model persamaan nonparametrik, maka dicarilah model persamaan parametrik sebaagai berikut:

$$Y = x\beta + \varepsilon \quad (4.15)$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (4.16)$$

Dimasukkanlah nilai dari y_i dan x_i ke persamaan (4.15) maka ditemukanlah nilai dari $\beta_0, \beta_1, \beta_2$, setelah itu persamaan (4.16) dan (4.14) disubstitusikan ke persamaan di bawah ini

$$y = x\beta + f(x) + \varepsilon \quad (4.17)$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + f(x_3) + f(x_4) + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \quad (4.18)$$

Sehingga dari persamaan tersebut ditemukanlah bentuk fungsi kernel gaussian yang digunakan untuk memodelkan data UAN SMA Al Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan dengan beberapa kesimpulan berikut ini:

1. Untuk data nonparametrik yaitu x_3 dan x_4 yang mempunyai tingkat pengaruh lebih tinggi terhadap y_i adalah x_4 , dikarenakan nilai $error$ $x_3 = 0,0017$ sedangkan nilai $error$ $x_4 = 5,64 \times 10^{-7}$. Jadi tingkatan pengaruh data nonparametrik terhadap data yang dipengaruhi dilihat dari kecil besarnya nilai $error$ -nya, semakin kecil nilai $error$ -nya maka semakin besar tingkat pengaruhnya.
2. Untuk data parametrik yaitu x_1 dan x_2 yang mempunyai tingkat pengaruh lebih tinggi terhadap y_i adalah x_2 , dikarenakan nilai β -nya $x_1 = -0,981$ sedangkan nilai β -nya $x_2 = 0,185$. Jadi tingkatan pengaruh data parametrik terhadap data yang dipengaruhi dilihat dari besar kecilnya nilai β -nya, semakin besar nilai β -nya maka semakin besar tingkat pengaruhnya.

4.3 Integrasi Al-Quran

Dalam regresi kernel hal yang terpenting adalah pemilihan *bandwidth* dan fungsi kernel. Pemilihan *bandwidth* dalam regresi kernel sangatlah penting untuk mendapatkan kurva yang sesuai, tidak terlalu mulus ataupun terlalu kasar. Pemilihan *Bandwidth optimal* didasarkan pada kriteria MSE. Hal tentang pemilihan *bandwidth optimal* juga telah dijelaskan dalam al-Quran. Terdapat beberapa ayat yang sesuai dengan pemilihan *bandwidth optimal*, diantaranya adalah surat yang menjelaskan tentang larangan bagi manusia untuk bersifat

bakhil dan berlebih-lebihan. Adapun beberapa ayat al-Quran yang menjelaskan tentang larangan israf ataupun bakhil sebagai berikut:

al-Quran surat Al-Israa' ayat 29 menyebutkan:

وَلَا تَجْعَلْ يَدَكَ مَغْلُولَةً إِلَىٰ عُنُقِكَ وَلَا تَبْسُطْهَا كُلَّ الْبَسْطِ فَتَقْعُدَ مَلُومًا

مَحْسُورًا ﴿٢٩﴾

Dan janganlah kamu jadikan tanganmu terbelenggu pada lehermu dan janganlah kamu terlalu mengulurkannya karena itu kamu menjadi tercela dan menyesal (QS Al-Israa'/17:29).

Sedangkan beberapa ayat yang melarang sifat berlebih-lebihan diantaranya al-Quran surat Al-A'raaf ayat 31 menjelaskan:

يَا بَنِي آدَمَ خُذُوا زِينَتَكُمْ عِندَ كُلِّ مَسْجِدٍ وَكُلُوا وَاشْرَبُوا وَلَا تُسْرِفُوا إِنَّهُ

لَا يُحِبُّ الْمُسْرِفِينَ ﴿٣١﴾

Hai anak Adam, pakailah pakaianmu yang indah di setiap (memasuki) masjid, makan dan minumlah, dan janganlah berlebih-lebihan. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang berlebihan (QS. Al-A'raaf/7:31).

Surat Al-A'raaf ayat 55 juga menyebutkan:

ادْعُوا رَبَّكُمْ تَضَرُّعًا وَخُفْيَةً إِنَّهُ لَا يُحِبُّ الْمُعْتَدِينَ ﴿٥٥﴾

Berdo'alah kepada Tuhanmu dengan berendah diri dan suara yang lembut, sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang melampaui batas (QS. Al-A'raaf/7:55).

Berdasarkan beberapa ayat di atas, telah dijelaskan bahwasannya Allah Swt. Tidak menyukai orang-orang yang bakhil dan juga orang-orang yang terlalu berlebihan (israf). Sehingga dalam hal apapun Allah menganjurkan untuk selalu bersikap secukupnya dalam mengeluarkan ataupun menyimpan benda. Hal ini berhubungan dengan pemilihan *bandwidth* pada penelitian ini, jika *bandwidth* yang dipilih terlalu kecil maka akan menghasilkan kurva yang *under smoth*. Sebaliknya jika *bandwidth* yang dipilih terlalu besar maka akan menghasilkan kurva yang *oversmoth*. Sehingga digunakan kriteria MSE untuk mendapatkan *bandwidth* yang optimal.

Pada dasarnya al-Quran telah menjelaskan apapun yang terjadi di masa lampau ataupun di masa yang akan datang, dan bahwasannya al-Quran adalah sumber segala ilmu pengetahuan. Bahkan sebelum adanya ilmu pengetahuan, dalam al-Quran telah dijelaskan tentang pemilihan *bandwidth optimal* ini.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah diuraikan pada bab-bab sebelumnya, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

Estimator fungsi kernel Gaussian bisa dibuat untuk memodelkan data UAN SMA Al Ma'hadul Islami Beji Bangil Pasuruan dikarenakan data parametrik (nilai rata-rata raport SMA dan nilai rata-rata NUM SMP) dan nonparametrik (jenis kelamin siswa dan prestasi siswa) sama-sama mempunyai pengaruh terhadap data UAN. Dengan keterangan diatas maka Estimator fungsi kernel Gaussian merupakan model terbaik yang menggunakan metode MSE karena semua data mempengaruhi data yang dipengaruhi dengan baik. Model dari

MSE yaitu $\hat{m}(x) = \frac{y_i \sum_{i=1}^{181} e^{(-50(x-x_i)^2)}}{\sum_{i=1}^{181} e^{(-50(x-x_i)^2)}}$, sedangkan nilai dari MSE sendiri adalah

$5,64 \times 10^{-7}$.

5.2 Saran

Saran-saran yang dapat penulis kemukakan adalah

1. Penulis menyarankan agar menggunakan estimator fungsi kernel Gaussian untuk menggunakan dalam pemodelan data yang lain.
2. Penelitian ini dapat dikembangkan lagi dengan menggunakan estimator yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

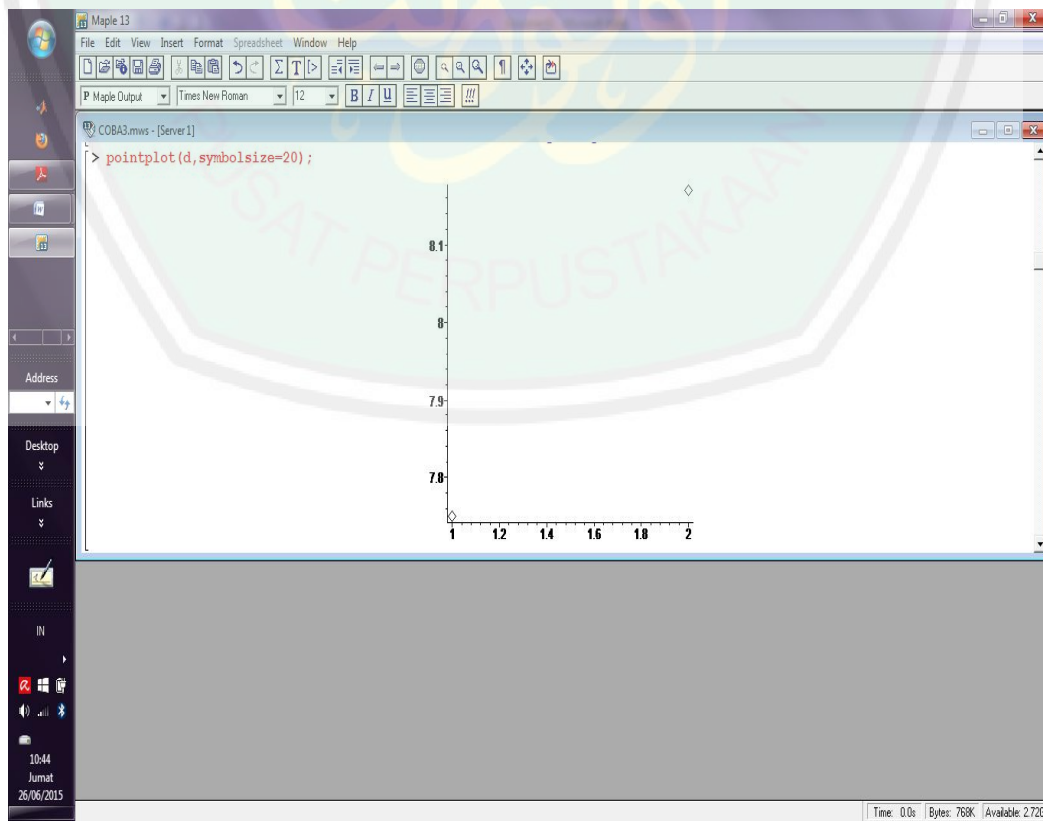
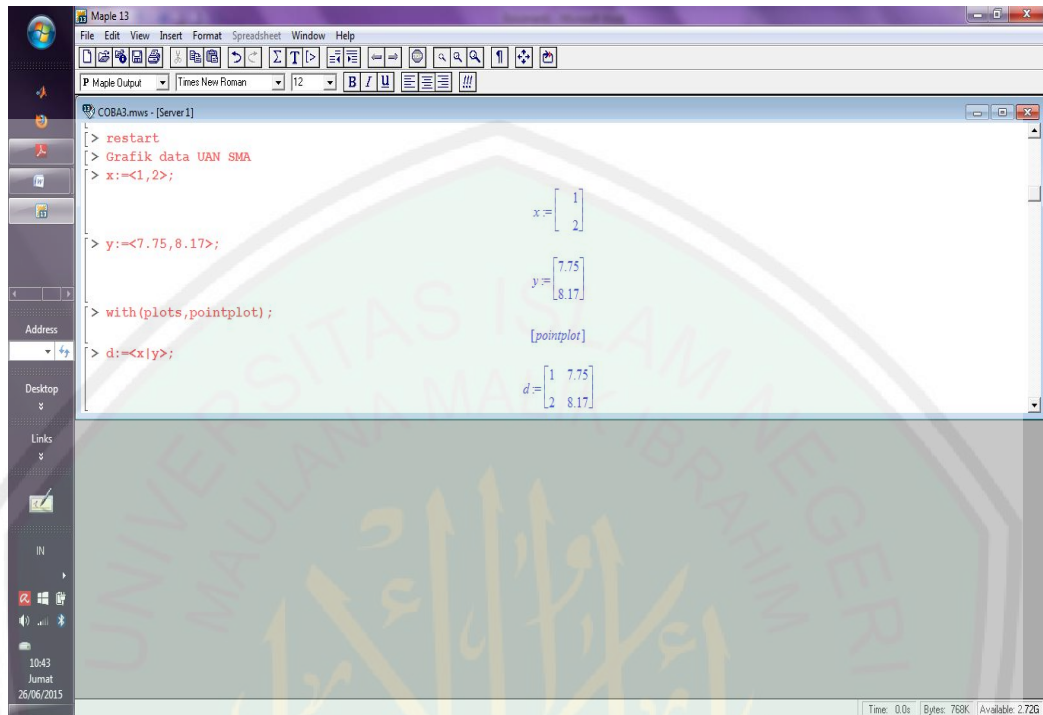
- Algifari. 2000. *Analisis Regresi (Teori dan Kasus, edisi 2)*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta.
- Eubank, R.. 1998. *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. New York: Marcel Dekker.
- Firdaus, M.. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif* . Jakarta: Bumi Aksara.
- Michael, H. G.. 1979. Generalized Cross Validation Method for Choosing a Good Ridge Parameter. *Technometrics Jurnal*. Volume 21 Nomor 2: Departement of Statistic, University of Wisconsin Madison.
- Hardle, W. 1990. *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge: Cambridge University Press.
- I Komang G. dan I Gusti A. 2012. Estimator Kernel dalam Model Regresi Nonparametrik. *Jurnal Matematika* Volume 2. Nomor 1. Universitas Udayana. Bali.
- Halim, S. dan Indriati B.. 2006. Fungsi-Fungsi Kernel pada Metode Regresi Nonparametrik dan Aplikasinya pada *Priest River Experimental Forest's Data*. *Jurnal Teknik Indutri*. Volume 8 Nomor 1. Jurusan Teknik Industri, Universitas Kristen Petra. Surabaya.
- Smith, N. D.. 1992. *Analisis Regresi Terapan (Edisi Kedua)*. Jakarta: Gramedia pustaka.
- Supranto. 2005. *Eonometrika (Buku Kesatu)*. Bogor: Ghalia Indonesia.
- Syah, M.. 1995. *Psikologi Pendidikan Suatu Pendekatan Baru*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Yatchew, A.. 2003. *Semiparametric Regression For the Applied Econometrian* . New York: Cambridge University Press.
- Indrayanti, A I. 2014. *Estimator Kernel Cosinus dan Kernel Gaussian Dalam Model Regresi Nonparametrik Pada Data Butterfly Diagram Siklus Aktifitas Matahari ke-23*. Skripsi: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Nasikhin, M A. 2013. *Estimasi Parameter Model Regresi Probit Bivariat Dengan Metode Grizzle Starmer Koch*. Skripsi: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Kurniasih, D. 2013. *Efisiensi Relatif Estimator Fungsi Kernel Gaussian Terhadap Estimator Polinomial Dalam Peramalan USD Terhadap JPY*. Skripsi: Universitas Negeri Semarang.



Lampiran 2

Grafik Data Rata – Rata UAS SMA



Lampiran 3

Hasil *Bandwidth* Optimal

```

Maple 13
File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help
P Maple Output Times New Roman 12
[anova, describe, fit, importdata, random, statevalf, statplots, transform]
COBA3.mws - [Server 1]
[> restart;
> Analisis Estimator Fungsi Kernel Gaussian
> with(stats);
i:=[7.75, 8.17];
describe[mean](i);
1. Mencari Bandwidth (h)
a. Mencari standar deviasi
Error, missing operator or ':';
(7.75-7.960)^2+(8.17-7.960)^2;
0.088200;
s:=sqrt(0.02205000000);
s=0.1484924240
b. Mencari Rata - rata
[7.75, 8.17];
i:=1;n:=2;
i*(n+1)/4;
o:=(8.17-7.75);

```

Time: 0.0s | Bytes: 768K | Available: 2.72G

```

Maple 13
File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help
P Maple Output Times New Roman 12 B I U
COBA3.mws - [Server1]
b. Mencari Rata - rata
> [7.75, 8.17];
[7.75, 8.17]
> i:=1;n:=2;
i=1
n=2
> i*(n+1)/4;
3/4
> o:=(8.17-7.75);
o=0.42
> p:=o*0.5;
p=0.210
> x:=p+7.75;
x=7.960
c. Mencari A
> Konstantal:=1.34;
Konstantal = 1.34
> A:=min(s, x/1.34);
A = 0.1484924240
d. Mencari h
Mencari n
> n:=2;
n=2
> n^(-0.2);
0.8705505633
Mencari Bandwidth
Time: 0.0s Bytes: 768K Available: 2.73G

```

Lampiran 4

Proses Menghitung Pembilang

```

Maple 13
File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help
P Maple Output Times New Roman 12 B I U
COBA3.mws - [Server 1]
Mencari Bandwidth
> Konstanta2:=1.06;
                                Konstanta2 = 1.06
> hopt:=Konstanta2*A^n^(-0.2);
                                hopt = 0.1370263731
> series(exp(-35.71*(x-1)^2), x=0, 4);
                                0.3099874069 10-15 + 0.2213930060 10-13 x + 0.7795247742 10-12 x2 + 0.1803082350 10-10 x3 + O(x4)
> series(exp(-35.71*(x-2)^2), x=0, 4);
                                0.9233709453 10-62 + 0.1318943058 10-59 x + 0.9386917746 10-58 x2 + 0.4438024799 10-56 x3 + O(x4)
b. Mengalikan Yi dengan Exp
> 7.75*(0.3099874069e-15+0.2213930060e-13*x+0.7795247742e-12*x^2+0.1803082350e-10*x^3);
                                0.2402402403 10-14 + 0.1715795796 10-12 x + 0.6041317000 10-11 x2 + 0.1397388821 10-9 x3
> 8.17*(0.9233709453e-62+0.1318943058e-59*x+0.9386917746e-58*x^2+0.4438024799e-56*x^3);
                                0.7543940623 10-61 + 0.1077576478 10-58 x + 0.7669111798 10-57 x2 + 0.3625866261 10-55 x3
c. Mencari Koefisien
-koeffisien 0
> 0.2402402403e-14+0.7543940623e-61;
                                0.2402402403 10-14
-koeffisien x1
> 0.1715795796e-12+0.1077576478e-58;
                                0.1715795796 10-12
Time: 0.0s Bytes: 768K Available: 2.73G

```

Lampiran 5

Proses Menghitung Penyebut

```

Maple 13
File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help
P Maple Output Times New Roman 12 B I U
COBA3.mws - [Server1]
c.Mencari Koefisien
-koefisien 0
> 0.2402402403e-14+0.7543940623e-61;
0.2402402403 10-14
-koefisien x1
> 0.1715795796e-12+0.1077576478e-58;
0.1715795796 10-12
-koefisien x2
> 0.6041317000e-11+0.7669111798e-57;
0.6041317000 10-11
-koefisien x3
> 0.1397388821e-9+0.3625866261e-55;
0.1397388821 10-9
-Jadi pembilangnya adalah
> 0.1397388821e-9*x^3+0.6041317000e-11*x^2+0.1715795796e-12*x+0.2402402403e-14;
0.2402402403 10-14+0.1715795796 10-12x+0.6041317000 10-11x2+0.1397388821 10-9x3
> 0.14e-9*x^3+0.60e-11*x^2+0.17e-12*x+0.24e-14;
0.14 10-9x3+0.60 10-11x2+0.17 10-12x+0.24 10-14
b.Penyebut
-Karena exp yang dicari sama, maka hanya tinggal mencari koefisiennya saja
-koefisien 0
> 0.3099874069e-5+0.9233709453e-62;
0.3099874069 10-5
-koefisien x1
> 0.2213930060e-13+0.1318943058e-59;

```

Time: 0:0s Bytes: 768K Available: 2.72G

Maple 13

File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help

P Maple Output Times New Roman 12 B I U

COBA3.mws - [Server1]

0.14 10⁻⁹ x³ + 0.60 10⁻¹¹ x² + 0.17 10⁻¹² x + 0.24 10⁻¹⁴

b. Penyebut

-Karena exp yang dicari sama, maka hanya tinggal mencari koefisiennya saja

-koefisien 0

> 0.3099874069e-5+0.9233709453e-62;

0.3099874069 10⁻⁵

-koefisien x1

> 0.2213930060e-13+0.1318943058e-59;

0.2213930060 10⁻¹³

-koefisien x2

> 0.7795247742e-12+0.9386917746e-58;

0.7795247742 10⁻¹²

-koefisien x3

> 0.1803082350e-10+0.4438024799e-56;

0.1803082350 10⁻¹⁰

-Jadi penyebutnya adalah

> 0.1803082350e-10*x^3+0.7795247742e-12*x^2+0.2213930060e-13*x+0.3099874069e-5;

0.1803082350 10⁻¹⁰ x³ + 0.7795247742 10⁻¹² x² + 0.2213930060 10⁻¹³ x + 0.3099874069 10⁻⁵

> 0.18e-10*x^3+0.78e-12*x^2+0.22e-13*x+0.31e-5;

0.18 10⁻¹⁰ x³ + 0.78 10⁻¹² x² + 0.22 10⁻¹³ x + 0.31 10⁻⁵

c. Jadi hasil estimasi parameternya adalah

> ((0.14e-9*x^3)+(0.60e-11*x^2)+(0.17e-12*x)+(0.24e-14))/((0.18e-10*x^3)+(0.78e-12*x^2)+(0.22e-13*x)+(0.31e-5));

0.14 10⁻⁹ x³ + 0.60 10⁻¹¹ x² + 0.17 10⁻¹² x + 0.24 10⁻¹⁴

0.18 10⁻¹⁰ x³ + 0.78 10⁻¹² x² + 0.22 10⁻¹³ x + 0.31 10⁻⁵

Time: 0.0s Bytes: 769K Available: 2.72G

Lampiran 6

Proses MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian

Maple 13

File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help

P Maple Output Times New Roman 12 B I U

COBA3.mws - [Server1]

c. Jadi hasil estimasi parameternya adalah

$$\frac{(0.14e-9x^3) + (0.60e-11x^2) + (0.17e-12x) + (0.24e-14)}{(0.18e-10x^3) + (0.78e-12x^2) + (0.22e-13x) + (0.31e-5)}$$

$$\frac{0.14 \cdot 10^{-9} x^3 + 0.60 \cdot 10^{-11} x^2 + 0.17 \cdot 10^{-12} x + 0.24 \cdot 10^{-14}}{0.18 \cdot 10^{-10} x^3 + 0.78 \cdot 10^{-12} x^2 + 0.22 \cdot 10^{-13} x + 0.31 \cdot 10^{-5}}$$

> 0.14e-9/0.18e-10;

$$7.777777778$$

> 7.78 + ((1.0e-13*(x^2)+1.0e-14*(x)+1.0e-16) / (0.18e-10*(x^3)+0.78e-12*(x^2)+0.22e-13*(x)+0.31e-5));

$$7.78 + \frac{0.10 \cdot 10^{-12} x^2 + 0.10 \cdot 10^{-13} x + 0.10 \cdot 10^{-15}}{0.18 \cdot 10^{-10} x^3 + 0.78 \cdot 10^{-12} x^2 + 0.22 \cdot 10^{-13} x + 0.31 \cdot 10^{-5}}$$

3. Mencari Error Dengan MSE

> x:=1;

$$x=1$$

$$7.78 + ((1.0e-13*(x^2)+1.0e-14*(x)+1.0e-16) / (0.18e-10*(x^3)+0.78e-12*(x^2)+0.22e-13*(x)+0.31e-5));$$

$$7.780000036$$

> x:=2;

$$x=2$$

$$7.78 + ((1.0e-13*(x^2)+1.0e-14*(x)+1.0e-16) / (0.18e-10*(x^3)+0.78e-12*(x^2)+0.22e-13*(x)+0.31e-5));$$

$$7.780000136$$

-Mengurangi Yi dengan estimasi parameter ke i

> 7.75-7.780000036;

$$-0.030000036$$

> 8.17-7.780000136;

$$0.389999864$$

-Dikuadratkan kemudian dijumlahkan

10:55
Jumat
26/06/2015

Time: 0.0s Bytes: 768K Available: 2.72G

Lampiran 7

Model Estimator Fungsi Kernel Gaussian

```

Maple 13
File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help
P Maple Output Times New Roman 12 B I U
COBA3.mws - [Server1]
0.389999804
-Dikuadratkan kemudian dijumlahkan
> (-0.030000036)^2+(0.389999864)^2;
0.1529998961
> 0.1529998961/2;
0.07649994805
-Jadi errornya adalah
> 0.07649994805;
0.07649994805
> 0.07649994805+7.77777778;
7.854277726
> f:=x->7.85+((1.0e-13*(x^2)+1.0e-14*(x)+1.0e-16)/(0.18e-10*(x^3)+0.78e-12*(x^2)+0.22e-13*(x)+0.31e-5));
f=x->7.85+
0.10 10^-12 x^2 + 0.10 10^-13 x + 0.10 10^-15
0.18 10^-10 x^3 + 0.78 10^-12 x^2 + 0.22 10^-13 x + 0.31 10^-5
> plot(7.85+((1.0e-13*(x^2)+1.0e-14*(x)+1.0e-16)/(0.18e-10*(x^3)+0.78e-12*(x^2)+0.22e-13*(x)+0.31e-5)),x=1..2);
Error, (in plot) type 'has_unit' does not exist
Time: 0.0s Bytes: 768K Available: 2.72G

```

Lampiran 8

Tabel Data Variabel Nilai Rata – rata UAN SMA, Nilai Rata - rata Rapot SMA, Nilai Rata – rata NUM SMP, Jenis Kelamin, dan prestasi siswa SMA Al Ma’hadul Islami

NO	Y	X1	X2	X3	X4
1	8,2	8,3	7,9	1	3
2	8,3	8,3	8,3	1	3
3	7,6	8,2	7,9	1	1
4	8,8	8,2	8,1	1	3
5	8,6	8	7,9	1	3
6	8,7	8,2	7,8	1	3
7	8,5	8,4	8,5	1	3
8	8,4	8,4	7,8	1	3
9	8,5	8,4	8,3	1	3
10	8,6	8	8,7	1	3
11	7,6	8,3	8,5	1	1
12	8,4	8	7,9	1	3
13	8,6	8,1	8,2	1	3
14	8,5	8,1	8,3	1	3
15	8,2	8,9	7,6	1	3
16	8,5	8,4	9,1	1	3
17	8,5	8,3	9,2	1	3
18	9,1	8,8	8,2	1	3
19	8,9	8,7	8	1	3
20	8,3	8,3	8,7	1	3
21	7	8,4	8,2	0	1
22	6,9	8,3	8,6	0	1
23	8,1	8,2	7,6	0	3
24	8,7	8,5	8,1	0	3
25	8	8,2	8,5	0	2
26	8,5	9	8	0	3
27	6,7	8,1	8,6	0	1
28	8,6	8,3	8,5	0	3
29	8,3	9	8,6	0	3
30	6,8	8,2	8,1	0	1
31	7,9	8,9	9,1	0	1
32	7,2	8,2	8,2	0	1
33	8,3	8,5	8,6	0	3
34	6,7	8,2	8,1	0	1
35	7,2	8,6	8,8	0	1
36	6,9	8,2	8,6	0	1
37	7,5	8,5	8,1	0	1
38	8,2	8,3	8,6	1	3

39	8,7	8,6	7,8	1	3
40	8,5	8,2	8,7	1	3
41	8,4	8,1	8	1	3
42	8,5	8,3	9	1	3
43	8,3	8,2	7,7	1	3
44	8,3	8,1	8,4	1	3
45	8,5	8	8,1	1	3
46	8,5	8,4	8,7	1	3
47	8	8,2	7,9	1	2
48	8,4	8,1	7,4	1	3
49	8,5	8	8,2	1	3
50	8,4	8,3	7,8	1	3
51	8,5	8,2	8,2	1	3
52	8,4	8,2	7,5	1	3
53	8,7	8,2	7,6	1	3
54	8,3	8,3	8,3	1	3
55	8,4	8,6	7,5	1	3
56	8,3	8	7,8	1	3
57	8,5	8,3	7,8	1	3
58	8,2	8,7	8,6	1	3
59	8	8,1	8	1	2
60	7,1	8,2	8	1	1
61	8,1	7,9	8,2	0	3
62	8,2	7,9	8,1	0	3
63	7,3	8,2	8,3	0	1
64	7,9	8	8,3	0	1
65	7	8	7,4	0	1
66	8,2	7,8	8,6	0	3
67	7,7	8,4	7,7	0	1
68	8,1	8	7,4	0	3
69	8,5	7,9	8,6	0	3
70	7,2	8,2	7,5	0	1
71	8,3	8,2	8,1	0	3
72	8,7	8	7,9	0	3
73	8,2	7,8	8	0	3
74	8,1	7,8	8	0	3
75	8,2	8	8	0	3
76	8,7	8,8	9	0	3
77	6,8	8,8	7,7	0	1
78	8,2	8	8,4	0	3
79	7	8,1	8,1	0	1
80	7,6	8,3	8,7	0	1
81	8,4	8	7,8	0	3
82	7,7	8	8,6	0	1
83	7,6	8,4	8,1	0	1
84	8,4	8,6	8,6	0	3

85	7,1	8,5	8,8	0	1
86	8,4	8,1	8,1	0	3
87	8,8	8	8,6	0	3
88	8	8,2	8,2	0	2
89	8	8,6	8	1	2
90	8,4	8,4	9	1	3
91	7,9	8,6	7,7	1	1
92	8,4	8,5	8,4	1	3
93	8,5	8,6	8,1	1	3
94	8,1	8,6	8,7	1	3
95	8,1	8,4	7,8	1	3
96	7,9	8,5	8,6	1	1
97	8,2	8,5	8,1	1	3
98	8,5	8,8	8,6	1	3
99	8,3	8,4	8,8	1	3
100	7,8	8,8	8,1	1	1
101	8,3	8,5	8,6	1	3
102	8,2	8,6	8,2	1	3
103	7,8	8,4	9,1	1	1
104	8,4	8,4	8,1	1	3
105	8	8,5	8,6	1	2
106	8,6	8,8	8,5	1	3
107	8,4	8,7	8,6	1	3
108	7,8	8,6	8	1	1
109	8,5	8,9	8,5	1	3
110	8,7	8,5	8,1	1	3
111	7,7	8,5	7,6	1	1
112	7,9	8,7	8,6	1	1
113	7,9	8,2	8,2	1	1
114	8	8,7	8,7	1	2
115	7,7	8,3	8	1	1
116	7,5	8,3	8,2	0	1
117	6,3	8,1	9,2	0	1
118	7,4	8,7	9,1	0	1
119	7,5	8,7	7,6	0	1
120	6,9	8,4	8,3	0	1
121	7,4	8,5	8,2	0	1
122	7,5	8,6	7,9	0	1
123	7,7	8,6	8,5	0	1
124	7,2	8,4	8,7	0	1
125	7,9	9	8,3	0	1
126	7,4	8,6	7,8	0	1
127	7,4	8,4	8,5	0	1
128	8,2	8,4	7,8	0	3
129	7,7	8,3	7,9	0	1
130	7,1	8,2	8,1	0	1

131	7,3	8,2	7,9	0	1
132	7,5	8,4	8,3	0	1
133	7,3	8,7	7,9	0	1
134	8	8,1	7,9	0	2
135	8,2	8,2	7,4	0	3
136	7,6	8,6	8,2	0	1
137	8,2	8,6	7,8	1	3
138	7,9	8,4	8,2	1	1
139	7,5	8,3	7,5	1	1
140	8,1	8,3	7,6	1	3
141	8	8,3	8,3	1	2
142	8,2	8,4	7,5	1	3
143	8	8,6	7,8	1	2
144	7,9	8,5	7,8	1	1
145	8,3	8,4	8,6	1	3
146	7,8	8,3	8	1	1
147	8	8,6	8	1	2
148	8	8,3	8,2	1	2
149	8	8,3	8,1	1	2
150	7,9	8,4	8,3	1	1
151	7,9	8,3	8,3	1	1
152	7,6	8,2	7,4	1	1
153	8,2	8,3	8,6	1	3
154	7,9	8,2	7,7	1	1
155	7,9	8,3	7,4	1	1
156	7,9	8,6	8,6	1	1
157	7,7	8,4	7,5	1	1
158	7,2	8,6	8,1	1	1
159	7,9	8,4	7,9	1	1
160	7,5	8,5	8	1	1
161	7,9	8,3	8	1	1
162	8	8,4	8,1	1	2
163	6,4	8,2	8,1	1	1
164	8,1	8,5	8,1	1	3
165	8	8,3	7,9	1	2
166	7,8	8,1	6,9	0	1
167	8,2	8,4	7	0	3
168	8,4	8,6	8,4	0	3
169	7,9	8,2	6,9	0	1
170	7,5	8,3	8,3	0	1
171	7,7	8,5	7,5	0	1
172	7,9	8,7	7,3	0	1
173	8,1	8,9	7,6	0	3
174	8,2	8,5	7,9	0	3
175	8,2	8,6	7,4	0	3
176	7,9	8,2	8,2	0	1

177	8	8,6	8,5	0	2
178	7,6	8,1	7,6	0	1
179	7,6	8,6	7,8	0	1
180	7,9	8,3	7,8	0	1
181	7,7	8,2	7,2	0	1

Lampiran 9

Tabel Data Hasil MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian Jenis Kelamin (x_3)

No	\bar{y}	x	$\hat{m}(x)$	$\bar{y} - \hat{m}(x)$	$(\bar{y} - \hat{m}(x))^2$
1	7	0	7,749	-0,749	0,561001
2	6,9	0	7,749	-0,849	0,720801
3	8,1	0	7,749	0,351	0,123201
4	8,7	0	7,749	0,951	0,904401
5	8	0	7,749	0,251	0,063001
6	8,5	0	7,749	0,751	0,564001
7	6,7	0	7,749	-1,049	1,100401
8	8,6	0	7,749	0,851	0,724201
9	8,3	0	7,749	0,551	0,303601
10	6,8	0	7,749	-0,949	0,900601
11	7,9	0	7,749	0,151	0,022801
12	7,2	0	7,749	-0,549	0,301401
13	8,3	0	7,749	0,551	0,303601
14	6,7	0	7,749	-1,049	1,100401
15	7,2	0	7,749	-0,549	0,301401
16	6,9	0	7,749	-0,849	0,720801
17	7,5	0	7,749	-0,249	0,062001
18	8,1	0	7,749	0,351	0,123201
19	8,2	0	7,749	0,451	0,203401
20	7,3	0	7,749	-0,449	0,201601
21	7,9	0	7,749	0,151	0,022801
22	7	0	7,749	-0,749	0,561001
23	8,2	0	7,749	0,451	0,203401
24	7,7	0	7,749	-0,049	0,002401
25	8,1	0	7,749	0,351	0,123201
26	8,5	0	7,749	0,751	0,564001
27	7,2	0	7,749	-0,549	0,301401
28	8,3	0	7,749	0,551	0,303601
29	8,7	0	7,749	0,951	0,904401
30	8,2	0	7,749	0,451	0,203401
31	8,1	0	7,749	0,351	0,123201
32	8,2	0	7,749	0,451	0,203401

33	8,7	0	7,749	0,951	0,904401
34	6,8	0	7,749	-0,949	0,900601
35	8,2	0	7,749	0,451	0,203401
36	7	0	7,749	-0,749	0,561001
37	7,6	0	7,749	-0,149	0,022201
38	8,4	0	7,749	0,651	0,423801
39	7,7	0	7,749	-0,049	0,002401
40	7,6	0	7,749	-0,149	0,022201
41	8,4	0	7,749	0,651	0,423801
42	7,1	0	7,749	-0,649	0,421201
43	8,4	0	7,749	0,651	0,423801
44	8,8	0	7,749	1,051	1,104601
45	8	0	7,749	0,251	0,063001
46	7,5	0	7,749	-0,249	0,062001
47	6,3	0	7,749	-1,449	2,099601
48	7,4	0	7,749	-0,349	0,121801
49	7,5	0	7,749	-0,249	0,062001
50	6,9	0	7,749	-0,849	0,720801
51	7,4	0	7,749	-0,349	0,121801
52	7,5	0	7,749	-0,249	0,062001
53	7,7	0	7,749	-0,049	0,002401
54	7,2	0	7,749	-0,549	0,301401
55	7,9	0	7,749	0,151	0,022801
56	7,4	0	7,749	-0,349	0,121801
57	7,4	0	7,749	-0,349	0,121801
58	8,2	0	7,749	0,451	0,203401
59	7,7	0	7,749	-0,049	0,002401
60	7,1	0	7,749	-0,649	0,421201
61	7,3	0	7,749	-0,449	0,201601
62	7,5	0	7,749	-0,249	0,062001
63	7,3	0	7,749	-0,449	0,201601
64	8	0	7,749	0,251	0,063001
65	8,2	0	7,749	0,451	0,203401
66	7,6	0	7,749	-0,149	0,022201
67	7,8	0	7,749	0,051	0,002601
68	8,2	0	7,749	0,451	0,203401
69	8,4	0	7,749	0,651	0,423801
70	7,9	0	7,749	0,151	0,022801
71	7,5	0	7,749	-0,249	0,062001
72	7,7	0	7,749	-0,049	0,002401
73	7,9	0	7,749	0,151	0,022801
74	8,1	0	7,749	0,351	0,123201
75	8,2	0	7,749	0,451	0,203401

76	8,2	0	7,749	0,451	0,203401
77	7,9	0	7,749	0,151	0,022801
78	8	0	7,749	0,251	0,063001
79	7,6	0	7,749	-0,149	0,022201
80	7,6	0	7,749	-0,149	0,022201
81	7,9	0	7,749	0,151	0,022801
82	7,7	0	7,749	-0,049	0,002401
83	8,2	1	0	8,2	67,24
84	8,3	1	0	8,3	68,89
85	7,6	1	0	7,6	57,76
86	8,8	1	0	8,8	77,44
87	8,6	1	0	8,6	73,96
88	8,7	1	0	8,7	75,69
89	8,5	1	0	8,5	72,25
90	8,4	1	0	8,4	70,56
91	8,5	1	0	8,5	72,25
92	8,6	1	0	8,6	73,96
93	7,6	1	0	7,6	57,76
94	8,4	1	0	8,4	70,56
95	8,6	1	0	8,6	73,96
96	8,5	1	0	8,5	72,25
97	8,2	1	0	8,2	67,24
98	8,5	1	0	8,5	72,25
99	8,5	1	0	8,5	72,25
100	9,1	1	0	9,1	82,81
101	8,9	1	0	8,9	79,21
102	8,3	1	0	8,3	68,89
103	8,2	1	0	8,2	67,24
104	8,7	1	0	8,7	75,69
105	8,5	1	0	8,5	72,25
106	8,4	1	0	8,4	70,56
107	8,5	1	0	8,5	72,25
108	8,3	1	0	8,3	68,89
109	8,3	1	0	8,3	68,89
110	8,5	1	0	8,5	72,25
111	8,5	1	0	8,5	72,25
112	8	1	0	8	64
113	8,4	1	0	8,4	70,56
114	8,5	1	0	8,5	72,25
115	8,4	1	0	8,4	70,56
116	8,5	1	0	8,5	72,25
117	8,4	1	0	8,4	70,56
118	8,7	1	0	8,7	75,69

119	8,3	1	0	8,3	68,89
120	8,4	1	0	8,4	70,56
121	8,3	1	0	8,3	68,89
122	8,5	1	0	8,5	72,25
123	8,2	1	0	8,2	67,24
124	8	1	0	8	64
125	7,1	1	0	7,1	50,41
126	8	1	0	8	64
127	8,4	1	0	8,4	70,56
128	7,9	1	0	7,9	62,41
129	8,4	1	0	8,4	70,56
130	8,5	1	0	8,5	72,25
131	8,1	1	0	8,1	65,61
132	8,1	1	0	8,1	65,61
133	7,9	1	0	7,9	62,41
134	8,2	1	0	8,2	67,24
135	8,5	1	0	8,5	72,25
136	8,3	1	0	8,3	68,89
137	7,8	1	0	7,8	60,84
138	8,3	1	0	8,3	68,89
139	8,2	1	0	8,2	67,24
140	7,8	1	0	7,8	60,84
141	8,4	1	0	8,4	70,56
142	8	1	0	8	64
143	8,6	1	0	8,6	73,96
144	8,4	1	0	8,4	70,56
145	7,8	1	0	7,8	60,84
146	8,5	1	0	8,5	72,25
147	8,7	1	0	8,7	75,69
148	7,7	1	0	7,7	59,29
149	7,9	1	0	7,9	62,41
150	7,9	1	0	7,9	62,41
151	8	1	0	8	64
152	7,7	1	0	7,7	59,29
153	8,2	1	0	8,2	67,24
154	7,9	1	0	7,9	62,41
155	7,5	1	0	7,5	56,25
156	8,1	1	0	8,1	65,61
157	8	1	0	8	64
158	8,2	1	0	8,2	67,24
159	8	1	0	8	64
160	7,9	1	0	7,9	62,41
161	8,3	1	0	8,3	68,89

162	7,8	1	0	7,8	60,84
163	8	1	0	8	64
164	8	1	0	8	64
165	8	1	0	8	64
166	7,9	1	0	7,9	62,41
167	7,9	1	0	7,9	62,41
168	7,9	1	0	7,9	62,41
169	8,2	1	0	8,2	67,24
170	7,9	1	0	7,9	62,41
171	7,9	1	0	7,9	62,41
172	7,9	1	0	7,9	62,41
173	7,7	1	0	7,7	59,29
174	7,2	1	0	7,2	51,84
175	7,9	1	0	7,9	62,41
176	7,5	1	0	7,5	56,25
177	7,9	1	0	7,9	62,41
178	8	1	0	8	64
179	6,4	1	0	6,4	40,96
180	8,1	1	0	8,1	65,61
181	8	1	0	8	64
Jumlah					6644,705
MSE					36,71108

Lampiran 10

Tabel Data Hasil MSE Estimator Fungsi Kernel Gaussian Prestasi Siswa (x_4)

No.	\bar{y}	x	$\hat{m}(x)$	$\bar{y} - \hat{m}(x)$	$(\bar{y} - \hat{m}(x))^2$
1	9,1	3	0	9,1	82,81
2	8,9	3	0	8,9	79,21
3	8,8	3	0	8,8	77,44
4	8,8	3	0	8,8	77,44
5	8,7	3	0	8,7	75,69
6	8,7	3	0	8,7	75,69
7	8,7	3	0	8,7	75,69
8	8,7	3	0	8,7	75,69
9	8,7	3	0	8,7	75,69
10	8,7	3	0	8,7	75,69
11	8,7	3	0	8,7	75,69
12	8,6	3	0	8,6	73,96
13	8,6	3	0	8,6	73,96

14	8,6	3	0	8,6	73,96
15	8,6	3	0	8,6	73,96
16	8,6	3	0	8,6	73,96
17	8,5	3	0	8,5	72,25
18	8,5	3	0	8,5	72,25
19	8,5	3	0	8,5	72,25
20	8,5	3	0	8,5	72,25
21	8,5	3	0	8,5	72,25
22	8,5	3	0	8,5	72,25
23	8,5	3	0	8,5	72,25
24	8,5	3	0	8,5	72,25
25	8,5	3	0	8,5	72,25
26	8,5	3	0	8,5	72,25
27	8,5	3	0	8,5	72,25
28	8,5	3	0	8,5	72,25
29	8,5	3	0	8,5	72,25
30	8,5	3	0	8,5	72,25
31	8,5	3	0	8,5	72,25
32	8,5	3	0	8,5	72,25
33	8,5	3	0	8,5	72,25
34	8,4	3	0	8,4	70,56
35	8,4	3	0	8,4	70,56
36	8,4	3	0	8,4	70,56
37	8,4	3	0	8,4	70,56
38	8,4	3	0	8,4	70,56
39	8,4	3	0	8,4	70,56
40	8,4	3	0	8,4	70,56
41	8,4	3	0	8,4	70,56
42	8,4	3	0	8,4	70,56
43	8,4	3	0	8,4	70,56
44	8,4	3	0	8,4	70,56
45	8,4	3	0	8,4	70,56
46	8,4	3	0	8,4	70,56
47	8,4	3	0	8,4	70,56
48	8,4	3	0	8,4	70,56
49	8,3	3	0	8,3	68,89
50	8,3	3	0	8,3	68,89
51	8,3	3	0	8,3	68,89
52	8,3	3	0	8,3	68,89
53	8,3	3	0	8,3	68,89
54	8,3	3	0	8,3	68,89
55	8,3	3	0	8,3	68,89
56	8,3	3	0	8,3	68,89

57	8,3	3	0	8,3	68,89
58	8,3	3	0	8,3	68,89
59	8,3	3	0	8,3	68,89
60	8,3	3	0	8,3	68,89
61	8,2	3	0	8,2	67,24
62	8,2	3	0	8,2	67,24
63	8,2	3	0	8,2	67,24
64	8,2	3	0	8,2	67,24
65	8,2	3	0	8,2	67,24
66	8,2	3	0	8,2	67,24
67	8,2	3	0	8,2	67,24
68	8,2	3	0	8,2	67,24
69	8,2	3	0	8,2	67,24
70	8,2	3	0	8,2	67,24
71	8,2	3	0	8,2	67,24
72	8,2	3	0	8,2	67,24
73	8,2	3	0	8,2	67,24
74	8,2	3	0	8,2	67,24
75	8,2	3	0	8,2	67,24
76	8,2	3	0	8,2	67,24
77	8,2	3	0	8,2	67,24
78	8,2	3	0	8,2	67,24
79	8,2	3	0	8,2	67,24
80	8,1	3	0	8,1	65,61
81	8,1	3	0	8,1	65,61
82	8,1	3	0	8,1	65,61
83	8,1	3	0	8,1	65,61
84	8,1	3	0	8,1	65,61
85	8,1	3	0	8,1	65,61
86	8,1	3	0	8,1	65,61
87	8,1	3	0	8,1	65,61
88	8,1	3	0	8,1	65,61
89	8	2	0	8	64
90	8	2	0	8	64
91	8	2	0	8	64
92	8	2	0	8	64
93	8	2	0	8	64
94	8	2	0	8	64
95	8	2	0	8	64
96	8	2	0	8	64
97	8	2	0	8	64
98	8	2	0	8	64
99	8	2	0	8	64

100	8	2	0	8	64
101	8	2	0	8	64
102	8	2	0	8	64
103	8	2	0	8	64
104	8	2	0	8	64
105	7,9	1	0	7,9	62,41
106	7,9	1	0	7,9	62,41
107	7,9	1	0	7,9	62,41
108	7,9	1	0	7,9	62,41
109	7,9	1	0	7,9	62,41
110	7,9	1	0	7,9	62,41
111	7,9	1	0	7,9	62,41
112	7,9	1	0	7,9	62,41
113	7,9	1	0	7,9	62,41
114	7,9	1	0	7,9	62,41
115	7,9	1	0	7,9	62,41
116	7,9	1	0	7,9	62,41
117	7,9	1	0	7,9	62,41
118	7,9	1	0	7,9	62,41
119	7,9	1	0	7,9	62,41
120	7,9	1	0	7,9	62,41
121	7,9	1	0	7,9	62,41
122	7,9	1	0	7,9	62,41
123	7,9	1	0	7,9	62,41
124	7,9	1	0	7,9	62,41
125	7,9	1	0	7,9	62,41
126	7,8	1	0	7,8	60,84
127	7,8	1	0	7,8	60,84
128	7,8	1	0	7,8	60,84
129	7,8	1	0	7,8	60,84
130	7,8	1	0	7,8	60,84
131	7,7	1	0	7,7	59,29
132	7,7	1	0	7,7	59,29
133	7,7	1	0	7,7	59,29
134	7,7	1	0	7,7	59,29
135	7,7	1	0	7,7	59,29
136	7,7	1	0	7,7	59,29
137	7,7	1	0	7,7	59,29
138	7,7	1	0	7,7	59,29
139	7,7	1	0	7,7	59,29
140	7,6	1	0	7,6	57,76
141	7,6	1	0	7,6	57,76
142	7,6	1	0	7,6	57,76

143	7,6	1	0	7,6	57,76
144	7,6	1	0	7,6	57,76
145	7,6	1	0	7,6	57,76
146	7,6	1	0	7,6	57,76
147	7,5	1	0	7,5	56,25
148	7,5	1	0	7,5	56,25
149	7,5	1	0	7,5	56,25
150	7,5	1	0	7,5	56,25
151	7,5	1	0	7,5	56,25
152	7,5	1	0	7,5	56,25
153	7,5	1	0	7,5	56,25
154	7,5	1	0	7,5	56,25
155	7,4	1	0	7,4	54,76
156	7,4	1	0	7,4	54,76
157	7,4	1	0	7,4	54,76
158	7,4	1	0	7,4	54,76
159	7,3	1	0	7,3	53,29
160	7,3	1	0	7,3	53,29
161	7,3	1	0	7,3	53,29
162	7,2	1	0	7,2	51,84
163	7,2	1	0	7,2	51,84
164	7,2	1	0	7,2	51,84
165	7,2	1	0	7,2	51,84
166	7,2	1	0	7,2	51,84
167	7,1	1	0	7,1	50,41
168	7,1	1	0	7,1	50,41
169	7,1	1	0	7,1	50,41
170	7	1	0	7	49
171	7	1	0	7	49
172	7	1	0	7	49
173	6,9	1	0	6,9	47,61
174	6,9	1	0	6,9	47,61
175	6,9	1	0	6,9	47,61
176	6,8	1	0	6,8	46,24
177	6,8	1	0	6,8	46,24
178	6,7	1	0	6,7	44,89
179	6,7	1	0	6,7	44,89
180	6,4	1	0	6,4	40,96
181	6,3	1	0	6,3	39,69
Jumlah					11566,73
MSE					63,90459

Lampiran 13

Gambar Hasil dari Data Nonparametrik

