

**ANALISIS BIFURKASI MODEL SDILR (*SUSCEPTIBLE-
DANGEROUS-INFECTIVE-LATENT-RECOVERED*)
DENGAN ADANYA PENGULANGAN RUMOR
PADA MEDIA SOSIAL**

SKRIPSI

**OLEH
VIONIA PUTRI OKDITI
NIM. 200601110076**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2024**

**ANALISIS BIFURKASI MODEL SDILR (*SUSCEPTIBLE-DANGEROUS-INFECTIVE-LATENT-RECOVERED*)
DENGAN ADANYA PENGULANGAN RUMOR
PADA MEDIA SOSIAL**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Vionia Putri Okditi
NIM. 200601110076**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2024**

**ANALISIS BIFURKASI MODEL SDILR (*SUSCEPTIBLE-DANGEROUS-INFECTIVE-LATENT-RECOVERED*)
DENGAN ADANYA PENGULANGAN RUMOR
PADA MEDIA SOSIAL**

SKRIPSI


**Oleh
Vionia Putri Okditi
NIM. 200601110076**

Telah Disetujui Untuk Diuji
Malang, 20 Juni 2024

Dosen Pembimbing I,

Dosen Pembimbing II,

→
Dr. Usman Pagalay, M.Si.
NIP. 19650414 200312 1 001


Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd.
NIP. 19770521 200501 2 004

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Ely Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

**ANALISIS BIFURKASI MODEL SDILR (*SUSCEPTIBLE-DANGEROUS-INFECTIVE-LATENT-RECOVERED*)
DENGAN ADANYA PENGULANGAN RUMOR
PADA MEDIA SOSIAL**

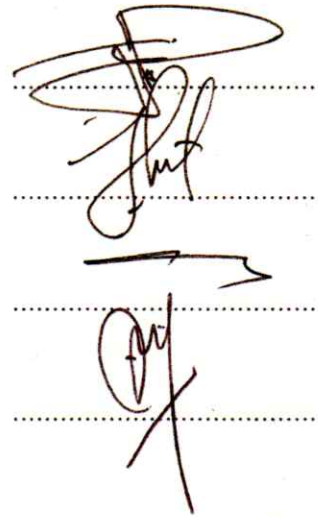
SKRIPSI

Oleh
Vionia Putri Okditi
NIM. 200601110076

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal, 26 Juni 2024

Ketua Penguji : Hisyam Fahmi, M.Kom.
Anggota Penguji 1 : Juhari, M.Si.
Anggota Penguji 2 : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Anggota Penguji 3 : Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd.



Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005



PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Vionia Putri Okditi
NIM : 200601110076
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Analisis Bifurkasi Model SDILR (*Susceptible-Dangerous-Infective-Latent-Recovered*) dengan Adanya Pengulangan Rumor pada Media Sosial

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri. Bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 26 Juni 2024

Yang membuat pernyataan,



Vionia Putri Okditi
NIM. 200601110076

MOTO

“Ketika dunia hampir membuatku menyerah, aku tetap melangkah, itu semua karena kedua orang tuaku”

PERSEMBAHAN

Karya ini penulis persembahkan kepada:

Ayah dan Ibu tercinta, Bapak Didik dan Ibu Titik, yang senantiasa memberikan doa, dukungan dan menjadi motivasi utama penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Adik tersayang, Nasywa Maheswara yang selalu memberi keceriaan di setiap hari penulis

Diri sendiri yang telah berjuang menyelesaikan skripsi ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh,

Puji syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT. yang senantiasa melimpahkan rahmat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan proposal skripsi yang berjudul “Analisis Bifurkasi Model SDILR (*Susceptible-Dangerous-Infective-Latent-Recovered*) dengan Adanya Pengulangan Rumor pada Media Sosial” dengan baik. Tidak lupa sholawat dan salam senantiasa disampaikan kepada Baginda Nabi Muhammad SAW, yang telah telah membimbing umat manusia dari zaman jahiliyah menuju zaman Islamiah.

Skripsi ini merupakan salah satu persyaratan untuk mendapatkan gelar Sarjana Matematika di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Selama proses penulisan, penulis mendapatkan dukungan yang besar dari berbagai pihak. Oleh karena itu, di dalam ini, penulis ingin mengungkapkan penghargaan dan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Ibu Prof. Dr. Sri Harini, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
3. Ibu Dr. Elly Susanti, S.Pd, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Bapak Dr. Usman Pagalay, M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang secara konsisten memberikan arahan, bimbingan, ilmu, masukan, nasihat, dan masukan yang berharga kepada penulis.
5. Ibu Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si., selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan ilmu, arahan, dan motivasi yang bermanfaat kepada penulis.
6. Bapak Dr. Hairur Rahman, M.Si., selaku Dosen Wali selama masa kuliah semester satu sampai semester tujuh yang telah memberikan semangat dan motivasi kepada penulis dalam menjalani perkuliahan.

7. Bapak Hisyam Fahmi, M. Kom., sebagai Ketua Penguji dalam ujian skripsi yang telah memberikan arahan, kritik, saran, juga ilmu yang bermanfaat bagi peneliti.
8. Bapak Juhari, M.Si., selaku Anggota Penguji I dalam ujian skripsi yang telah memberikan arahan, kritik, saran, dan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
9. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen pengampu mata kuliah yang telah memberi ilmu dan pengalaman kepada penulis.
10. Bapak Didik Dwi Rahardjo, Ibu Kompanyi Titik Sugiyati, dan Adik tercinta Nasywa Maheswara yang selalu memberikan kasih sayang, dukungan penuh, do'a, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
11. Semua sahabat-sahabat kontrakan yang telah menemani, memberi bantuan, dan memberi semangat. Terima kasih atas semua dukungan, doa, motivasinya yang telah diberikan hingga saat ini.
12. Teman-teman seangkatan jurusan matematika angkatan 2020.

Penulis menyadari terdapat banyak kesalahan dan kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapakan sarah dan kritik yang bersifat membangun untuk meningkatkan kesempurnaan skripsi ini. Meskipun demikian, penulis tetap berharap agar skripsi ini dapat memberikan manfaat dan dapat memberikan suatu informasi yang baru bagi semua orang yang membacanya.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 26 Juni 2024

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
مستخلص البحث	xviii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian.....	6
1.5 Batasan Masalah	7
BAB II KAJIAN TEORI	8
2.1 Model Matematika SDILR	8
2.2 Persamaan Diferensial	11
2.3 Persamaan Diferensial Biasa (PDB).....	11
2.4 Persamaan Diferensial Biasa Linier dan Nonlinear.....	12
2.5 Sistem Persamaan Diferensial Biasa	13
2.6 Analisis Dinamik	14
2.6.1 Titik Kesetimbangan	14
2.6.2 Linierisasi	15
2.6.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	17
2.6.4 Kriteria Routh-Hurwitz	18
2.6.5 Angka Reproduksi Dasar (R_0)	19
2.7 Bifurkasi	21
2.7.1 Bifurkasi Saddle-Node	21
2.7.2 Bifurkasi Transkritikal.....	22
2.8 Kajian Teori Surat Al-Hujjurat Ayat (49:6)	22
BAB III METODE PENELITIAN	25
3.1 Jenis Penelitian	25
3.2 Tahapan Penelitian	25
BAB IV PEMBAHASAN	27
4.1 Analisis Bifurkasi	27
4.2 Simulasi Model Angka Reproduksi Dasar R_0	32

4.3 Simulasi Numerik.....	39
4.4 Implementasi Penerimaan Berita dalam Pandangan Islam.....	44
BAB V PENUTUP.....	46
5.1 Kesimpulan.....	46
5.2 Saran.....	47
DAFTAR PUSTAKA.....	48
LAMPIRAN.....	50
RIWAYAT HIDUP.....	54

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Nilai Awal Populasi	28
Tabel 4.2 Nilai Parameter Bebas Rumor dan Terjadi Pengulangan Rumor	28
Tabel 4.3 Nilai R0 Terjadi Pengulangan Rumor.....	34

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Diagram Kompartemen Pengulangan Rumor	27
Gambar 4.2 Grafik 3D R_0 (β, N).....	32
Gambar 4.3 Grafik 3D R_0 (β, N) saat $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$	33
Gambar 4.4 Plot 2D untuk $\beta, N \in [(0,1), (1)]$	35
Gambar 4.5 Grafik 3D R_0 (β, η).....	36
Gambar 4.6 Grafik 3D R_0 (β, σ).....	38
Gambar 4.7 Grafik 3D R_0 (β, γ).....	39
Gambar 4.8 Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Rumor	40
Gambar 4.9 Kestabilan Titik Kesetimbangan Terjadi Pengulangan Rumor....	42

DAFTAR SIMBOL

- $S(t)$: Banyaknya individu yang belum mengetahui adanya rumor persatuan waktu (t)
- $D(t)$: Banyaknya individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan persatuan waktu (t)
- $I(t)$: Banyaknya individu yang aktif menyebarkan rumor persatuan waktu (t)
- $L(t)$: Banyaknya individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara persatuan waktu (t)
- $R(t)$: Banyaknya individu yang telah berhenti menyebarkan rumor persatuan waktu (t)
- μ : Laju individu baru mengetahui rumor / individu berhenti menyebarkan rumor
- β : Laju peralihan dari individu yang belum mengetahui rumor ke individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan
- σ : Laju peralihan dari individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan ke individu yang telah berhenti menyebarkan rumor
- η : Laju peralihan dari individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan ke individu yang aktif menyebarkan rumor
- γ : Laju peralihan dari individu yang aktif menyebarkan rumor ke individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara, yakni tingkat kontrol
- θ : Laju peralihan dari individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara ke individu yang aktif menyebarkan rumor, yakni tingkat pengulangan
- φ : Laju peralihan dari individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara ke individu yang telah berhenti menyebarkan rumor, yakni tingkat kesembuhan

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Program MATLAB untuk Grafik 3D $R_0(\beta, N)$	50
Lampiran 2 Program MATLAB untuk Grafik 3D $1 < R_0(\beta, N) > 1$	50
Lampiran 3 Program MATLAB untuk grafik 2D untuk $\beta, N \in [(0,1), (1)]$..	51
Lampiran 4 m-file Simulasi Numerik Bebas Rumor Pada Matlab	51
Lampiran 5 m-file Simulasi Numerik Terjadinya Pengulangan Rumor Pada Matlab	52

ABSTRAK

Okditi, Vionia Putri, 2024, **Analisis Bifurkasi Model *Susceptible, Dangerous, Infective, Latent, dan Recovery* (SDILR) dengan Adanya Pengulangan Rumor pada Media Sosial**. Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, Malang, Pembimbing: (1) Dr. Usman Pagalay, M.Si, (2) Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd.

Kata kunci: Analisis Bifurkasi, Angka Reproduksi Dasar, Pengulangan Rumor, Model SDILR.

Penelitian ini membahas tentang analisis bifurkasi model *Susceptible, Dangerous, Infective, Latent, dan Recovery* (SDILR) dan mengetahui tingkat infeksi yang terjadi pada pengulangan rumor pada media sosial melalui interpretasi grafik yang dihasilkan dari perhitungan angka reproduksi dasar. Analisis bifurkasi dilakukan dengan menentukan titik kesetimbangan, angka reproduksi dasar (R_0), analisis bifurkasi. Hasil dari penelitian ini diperoleh sebuah fungsi linier yang menyebabkan model SDILR tersebut tidak mengalami bifurkasi. Angka reproduksi dasar digunakan untuk mengetahui mengetahui laju peralihan dari individu yang belum mengetahui rumor ke individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan (β) dan total populasi (N). Berdasarkan hasil simulasi diperoleh kesimpulan bahwa terjadi pengulangan rumor pada media sosial jika $\beta \in [(0,1), (1)]$ dan $N \in [(0,1), (1)]$ yang menghasilkan $R_0 > 1$. Kemudian hasil simulasi numerik pada kondisi terjadi pengulangan rumor telah menuju keadaan setimbang hal ini menunjukkan bahwa pengulangan rumor pada media sosial terjadi. Bagi penelitian selanjutnya dapat mencari analisis bifurkasi dan angka reproduksi dasar pada model matematika yang lain dengan metode yang berbeda.

ABSTRACT

Okditi, Vionia Putri, 2024, **Bifurcation Analysis of the Susceptible, Dangerous, Infective, Latent, and Recovery (SDILR) Model with Rumor Repetition on Social Media**. Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Supervisor: (1) Dr. Usman Pagalay, M.Si, (2) Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd.

Keywords: Bifurcation Analysis, Basic Reproduction Number, Rumor Repetition, SDILR Model.

This study discusses the bifurcation analysis of the Susceptible, Dangerous, Infective, Latent, and Recovery (SDILR) model and determines the level of infection that occurs in the repetition of rumors on social media through the interpretation of graphs generated from the calculation of basic reproduction numbers. Bifurcation analysis is performed by determining the equilibrium point, basic reproduction number (R_0), bifurcation analysis. The results of this study obtained a linear function that causes the SDILR model to not experience bifurcation. The basic reproduction number is used to determine the rate of transition from individuals who do not know the rumor to individuals who know the rumor and have the potential to spread (β) and the total population (N). Based on the simulation results, it is concluded that rumor repetition occurs on social media if $\beta \in [(0,1), (1)]$ and $N \in [(0,1), (1)]$ which results in $R_0 > 1$. Then the numerical simulation results in the condition of rumor repetition have led to an equilibrium state, indicating that rumor repetition on social media occurs. Future research can look for bifurcation analysis and basic reproduction numbers in other mathematical models with different methods.

مستخلص البحث

أوكديتي ، فيونيا بوتري ، ٢٠٢٤ ، تحليل التشعبات لنموذج الشائعات القابلة للاشتعال، والخطرة، والمعدية، والكامنة، ونموذج التعافي (*SDILR*) مع التكرار الشائعات على وسائل التواصل الاجتماعي. البحث الجامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية، مالانج، المشرف: (١) د. عثمان باغالاي الماجستير، (٢) آري كوسوماستوتي الماجستير.

الكلمات المفتاحية: تحليل التشعب، معدل التكاثر الأساسي، تكرار الإشاعة، نموذج - نموذج (*SDILR*).

تتناول هذه الدراسة تحليل التشعبات لنموذج الشائعات القابلة للاشتعال، والخطرة، والمعدية، والكامنة، ونموذج التعافي ومعرفة معدل العدوى الذي يحدث عند تكرار الشائعات على وسائل التواصل الاجتماعي من خلال تفسير الرسم البياني الناتج عن حساب عدد التكاثر الأساسي. يتم إجراء تحليل التفرع من خلال تحديد نقطة التوازن، عدد التكاثر الأساسي (R_0)، وتحليل التفرع. أظهرت نتائج هذه الدراسة دالة خطية تجعل نموذج *SDILR* لا يعاني من التفرع. يستخدم عدد التكاثر الأساسي لمعرفة معدل انتقال الأفراد الذين لم يسمعوا بالشائعات إلى الأفراد الذين يعرفون الشائعات ويحتمل أن ينشروها (β) وإجمالي السكان (N). بناءً على نتائج المحاكاة، تم التوصل إلى أن تكرار الشائعات على وسائل التواصل الاجتماعي يحدث إذا كان $\beta \in [(0,1), (1)]$ و $N \in [(0,1), (1)]$ مما ينتج عنه $R_0 > 1$. بعد ذلك، أظهرت نتائج المحاكاة العددية في حالة حدوث تكرار الشائعات أنها تتجه نحو حالة التوازن، مما يدل على أن تكرار الشائعات على وسائل التواصل الاجتماعي يحدث. يمكن للأبحاث المستقبلية البحث في تحليل التفرع وعدد التكاثر الأساسي لنموذج رياضي آخر باستخدام طرق مختلفة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di era digital saat ini, peran media sosial menjadi sangat signifikan dalam kehidupan sehari-hari. Media sosial sebagai sarana untuk mendapatkan informasi secara *real time* dapat diakses dengan sangat mudah bagi berbagai kalangan masyarakat. Media sosial juga berperan penting dalam menyebarkan berita, pendapat, dan rumor yang dapat mempengaruhi cara berpikir masyarakat dan tindakan suatu individu. Salah satu fenomena yang terjadi adalah pengulangan rumor pada media sosial, di mana rumor dapat dengan cepat menyebar menjadi viral dalam waktu yang sangat singkat. Dengan adanya kemudahan tersebut mengakibatkan informasi yang tersebar pada media sosial tidak dapat dipercaya langsung kebenarannya.

Fakta ini didukung dengan adanya temuan survei yang dilakukan oleh Masyarakat Telematika (Mastel) pada bulan maret 2019. Survei menunjukkan bahwa media sosial menjadi kanal utama untuk penyebaran berita palsu atau rumor. Rumor adalah informasi mengenai peristiwa-peristiwa penting bagi masyarakat umum, serta isu-isu internasional, nasional, ekonomi, politik, agama, budaya, atau sosial yang berkaitan dengan anggota masyarakat umum yang belum dapat dipastikan kebenarannya (Pathak dkk., 2020). J.Kimmel (2003), juga menjelaskan bahwa rumor merupakan cerita atau pernyataan yang menyebar secara luas tanpa adanya verifikasi atau kepastian mengenai kebenarannya. Rumor menyebar melalui interaksi antar individu, disampaikan baik secara langsung

kepada orang lain maupun kelompok. Dalam penyebarannya, rumor berperan penting dalam kehidupan sehingga dapat mengakibatkan kesalahpahaman yang merugikan pihak tertentu bahkan menimbulkan konflik dalam masyarakat. Rumor yang semakin tidak terkontrol dapat berpotensi menimbulkan masalah, mulai dari keresahan masyarakat, kerusuhan sosial hingga kejahatan yang berpotensi terjadinya kekerasan seperti pembunuhan.

Pada masa peralihan pandemi Covid-19 ini, informasi kembali beredar di *platform* media sosial yang menyatakan adanya *lockdown* dan karantina yang akan di gelar kembali pada bulan September 2023. Rencana tersebut dikaitkan dengan imbuhan tentang peningkatan penggunaan masker dan anjuran bekerja dari rumah (WFH). Namun hal tersebut disanggah oleh Kementerian Kesehatan, Siti Nadia Tarmizi menyatakan bahwa pandemi bukanlah sesuatu yang dapat di rekayasa dan direncanakan sehingga pemerintah tidak mungkin merencanakan *lockdown* tanpa adanya penyebab yang jelas. Penggunaan masker dan WFH diterapkan kembali di wilayah Jakarta, Bogor, Depok, Tangerang, dan Bekasi karena udara semakin memburuk yang terjadi karena polutan halus semakin meningkat. Hal tersebut disampaikan melalui siaran Pers No. 50/HM/KOMINFO/04/2023 pada Kamis, 6 April 2023 (Kompas, 2023).

Menurut pandangan Islam, sesuai firman Allah dalam surat Al-Hujjurat (49:6) (Kementrian Agama RI, 2023):

“Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang fasik membawa suatu berita, maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu.”

Ayat tersebut menjelaskan salah satu kaidah kehidupan Islam yang dijadikan pedoman rasional pada kehidupan sehari-hari bagi individu yang menerima dan

menafsirkan berita. Kehidupan dan hubungan antar manusia harus berlandaskan pada pengetahuan dan kejelasan. Karena manusia tidak bisa mengakses semua informasi. Oleh sebab itu diperlukan pihak lain yang lugas dan jujur sehingga yang disampaikan hanyalah hal-hal yang baik saja. Namun terdapat juga pihak lain yang sebaliknya. Untuk itu informasi harus disaring dan dicermati agar tidak menimbulkan bencana atau musibah lainnya (Shihab, 1997).

Penyebaran rumor dan penyebaran penyakit memiliki kemiripan, sehingga penyebaran rumor dapat dikatakan infeksi pikiran. Pada saat rumor mulai menyebar, masyarakat akan langsung merespon hingga akhirnya rumor tersebut berdampak negatif terhadap perilaku masyarakat sehari-hari. Seperti penelitian yang diteliti Daley & Kendall (1965), terdapat tiga subpopulasi yang diidentifikasi dalam penelitian ini, yaitu *Susceptible (Ignorant)*, *Infected (spreader)*, dan *Recovered (stifler)*. Subpopulasi *Ignorant* adalah mereka yang tidak tahu adanya rumor, subpopulasi *Spreader* adalah mereka yang menyebarkan rumor, dan *Stifler* adalah mereka yang tidak menyebarkan rumor. Dalam model ini saat terbentuk hubungan antara subpopulasi *Ignorant* dan *Spreader*, maka individu subpopulasi *Ignorant* akan mengalami perubahan secara alami menjadi subpopulasi *Spreader*. Hal tersebut juga akan berlaku apabila subpopulasi *Spreader* berinteraksi dengan subpopulasi lain. Pada penelitian Daley dan Kendall ini tidak memperhatikan aspek waktu yang dibutuhkan untuk menerima dan menyebarkan rumor.

Penelitian lain yaitu dilakukan oleh Wan dkk., (2017) dalam penelitian ini model umum SIR ditambahkan kelas *Exposed*. Dalam penelitian ini subpopulasi dibagi menjadi empat kategori, yakni *Susceptible (S)*, *Exposed (E)*, *Infected (I)*,

dan *Recovered (R)*. Subpopulasi *susceptible* mewakili individu yang tidak mengetahui adanya rumor, *exposed* mewakili individu yang mengetahui keberadaan rumor namun ragu dalam menyebarkan, *infected* mewakili individu yang menyebarkan rumor, dan *recovered* mewakili individu yang telah mengentikan penyebaran rumor. Dengan memperhatikan subpopulasi ragu-ragu, suatu individu yang mengetahui adanya rumor namun tidak akan secara langsung menyebarkan rumor tersebut, melainkan akan membutuhkan waktu untuk mempertimbangkan apakah rumor tersebut akan disebarkan atau tidak.

Pada penelitian Daley & Kendall serta Wan tidak diteliti kemungkinan terjadinya penyebaran rumor yang berulang di media sosial. Di samping itu, pengguna media sosial cenderung untuk terus menyebarkan rumor yang sama setiap kali terjadi peristiwa tertentu. Seperti halnya pada saat terjadi suatu peristiwa banjir, kemudian kita mencari kata “banjir” di media sosial, kita akan mendapatkan berbagai informasi yang belum tentu kebenarannya atau dapat dikatakan salah. Hal tersebut terjadi karena beberapa postingan yang memiliki topik yang sama di unggah pada media sosial, tetapi dalam peristiwa banjir yang berbeda. Peristiwa ini menjadi inspirasi bagi penulis untuk mengembangkan model yang lebih tepat dalam penyebaran rumor yang berulang.

Dalam menanggulangi penyebaran rumor pada media sosial yang semakin tidak terkontrol matematika menjadi salah satu solusi yaitu dengan memodelkan penyebaran rumor ke dalam bentuk matematis. Skripsi ini membahas artikel yang ditulis oleh Yao dkk., (2019), artikel tersebut membahas model penyebaran rumor pada media sosial yang dikenal sebagai SDILR (*Susceptible-Dangerous-Infected-Latent-Recovery*). Populasi dalam model ini terbagi menjadi lima kelas,

yakni rentan (S), berbahaya (D), terinfeksi (I), latent (L), dan pulih (R). Setiap kelas mewakili orang-orang dengan karakteristik tertentu, seperti individu yang belum mengetahui rumor (S), individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan (D), individu yang aktif menyebarkan rumor (I), individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara (L), dan individu yang telah berhenti menyebarkan rumor (R).

Dalam penelitian ini akan memanfaatkan konsep-konsep yang telah disusun oleh Yao dkk., tetapi perbedaannya terletak pada pendekatan yang lebih sederhana namun tetap logis yang akan diambil dalam menyederhanakan model untuk menggambarkan penyebaran rumor pada media sosial. Tahapan berikutnya adalah melakukan analisis bifurkasi pada model SDILR dengan mempertimbangkan pengulangan penyebaran rumor pada media sosial dengan melibatkan penyelidikan kestabilan dari setiap titik terjadi pengulangan rumor dan titik bebas rumor, penentuan angka reproduksi (R_0) untuk model penyebaran rumor pada media sosial untuk melihat grafik hasil, menggambarkan simulasi grafik perhitungan angka reproduksi dasar, dan melakukan simulasi numerik untuk menggambarkan stabilitas keseimbangan serta keberadaan solusi stabil dari model tersebut. Dengan demikian, akan dihasilkan *output* yang menggambarkan fenomena yang diamati dan memahami faktor-faktor yang memengaruhi hasil penyebaran rumor pada media sosial secara jelas. Penelitian ini mengangkat judul “Analisis Bifurkasi Model *Susceptible-Dangerous-Infective-Latent-Recovered* dengan Adanya Pengulangan Rumor pada Media Sosial”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan masalah yang telah diberikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana analisis bifurkasi model SDILR dengan adanya pengulangan rumor pada media sosial?
2. Bagaimana interpretasi grafik yang diperoleh dari perhitungan angka reproduksi dasar R_0 pada model SDILR?
3. Bagaimana hasil simulasi numerik model SDILR dengan adanya pengulangan rumor pada media sosial?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disebutkan, maka tujuan yang ingin dicapai yaitu:

1. Mengetahui hasil analisis bifurkasi model SDILR dengan adanya pengulangan rumor pada media sosial.
2. Mengetahui interpretasi grafik yang diperoleh dari perhitungan angka reproduksi dasar R_0 pada model SDILR.
3. Mengetahui hasil simulasi numerik model SDILR dengan adanya pengulangan rumor pada media sosial.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai bentuk penerapan ilmu matematika dalam kehidupan yang diuraikan pada model SDILR pengulangan rumor pada media sosial.

2. Dapat menjadi dasar untuk penelitian selanjutnya dalam mengembangkan model SDILR pengulangan rumor pada media sosial.
3. Menambah pengetahuan dan menginterpretasikan hasil analisis dan simulasi pada model SDILR pengulangan rumor pada media sosial.

1.5 Batasan Masalah

Untuk mencapai tujuan yang diharapkan, maka diperlukan pembatasan masalah sebagai berikut:

1. Model yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu model SDILR pengulangan rumor pada media sosial yang bersumber dari jurnal internasional yang berjudul “*Stability analysis of an SDILR model based on rumor recurrence on social media*” yang dibentuk oleh Yao dkk., (2019).

$$S'(t) = \mu N - \beta SI - \mu S,$$

$$D'(t) = \beta SI - \sigma D - \eta D - \mu D,$$

$$I'(t) = \eta D - \gamma I + \theta L - \mu I,$$

$$L'(t) = \gamma I - \theta L - \varphi L - \mu L,$$

$$R'(t) = \sigma D + \varphi L - \mu R.$$

2. Dalam penelitian ini yaitu populasi pulih memiliki kekebalan permanen.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Model Matematika SDILR

Yao dkk., (2019) mengulas model pengulangan rumor pada media sosial dengan menggunakan model SDILR (*Susceptible-Dangerous-Infective-Latent-Recovery*). Pada model ini, jumlah populasi dibagi menjadi lima kelas, yaitu rentan mewakili individu yang belum mengetahui rumor (S), berbahaya mewakili individu yang mengetahui rumor dan berpotensi menyebarkan (D), terinfeksi mewakili individu yang aktif menyebarkan rumor (I), latent mewakili individu yang pernah menyebarkan rumor tetapi berhenti sementara (L), dan pulih mewakili individu yang telah berhenti menyebarkan rumor (R). Berikut model SDILR pada penelitian (Yao dkk., 2019):

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \beta SI - \mu S,$$

$$\frac{dD}{dt} = \beta SI - \sigma D - \eta D - \mu D,$$

$$\frac{dI}{dt} = \eta D - \gamma I + \theta L - \mu I,$$

$$\frac{dL}{dt} = \gamma I - \theta L - \varphi L - \mu L,$$

$$\frac{dR}{dt} = \sigma D + \varphi L - \mu R.$$

$$N = S(t) + D(t) + I(t) + L(t) + R(t)$$

Berdasarkan uraian tersebut dapat dilihat bahwa tidak adanya interaksi populasi R dengan populasi yang lain dan populasi R tidak mempengaruhi populasi S, D, I, L sehingga nilai R tidak dilibatkan dalam proses perhitungan analisis bifurkasi. Selanjutnya, kelima persamaan tersebut dapat direduksi menjadi empat persamaan. Sehingga diperoleh sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \mu N - \beta SI - \mu S, \\
\frac{dD}{dt} &= \beta SI - \sigma D - \eta D - \mu D, \\
\frac{dI}{dt} &= \eta D - \gamma I + \theta L - \mu I, \\
\frac{dL}{dt} &= \gamma I - \theta L - \varphi L - \mu L.
\end{aligned}
\tag{2.1}$$

Model (2.1) menjelaskan tentang rangkaian pengulangan rumor. Dimulai dari populasi S yang mencakup individu rentan yang belum mengetahui adanya rumor pada media sosial. Jumlah awal populasi ini bergantung pada konstanta yang ditandai dengan μN . Lalu berkurang karena terdapat individu yang telah berhenti menyebarkan rumor dengan laju sebesar μ . Pengurangan dalam populasi ini juga terjadi karena terdapat laju peralihan dari individu yang belum mengetahui rumor menjadi individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan rumor sebesar β . Berikut adalah persamaan untuk populasi S terhadap waktu t :

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \beta SI - \mu S
\tag{2.2}$$

Populasi D mengacu pada individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan. Jumlah individu pada populasi ini akan meningkat dengan laju peralihan dari individu rentan ke individu yang berpotensi untuk menyebarkan rumor β . Lalu penurunan dalam populasi ini terjadi karena laju individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan rumor tersebut menjadi individu yang telah berhenti menyebarkan rumor dengan laju sebesar σ serta individu yang aktif menyebarkan rumor dengan laju η dan individu yang berhenti menyebarkan rumor dengan laju μ . Berikut adalah persamaan untuk populasi D terhadap waktu t :

$$\frac{dD}{dt} = \beta SI - \sigma D - \eta D - \mu D \quad (2.3)$$

Selanjutnya, populasi I mengacu pada individu yang aktif menyebarkan rumor. Individu pada populasi ini akan meningkat jika individu yang telah mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan berubah menjadi individu yang aktif menyebarkan rumor dengan laju η . Sementara itu, pengurangan dalam populasi ini terjadi karena individu yang aktif menyebarkan rumor untuk sementara berhenti dengan laju γ dan individu yang telah berhenti menyebarkan rumor juga merupakan faktor pengurangan dalam populasi ini dengan laju μI . Berikut adalah persamaan untuk populasi I terhadap waktu t :

$$\frac{dI}{dt} = \eta D - \gamma I + \theta L - \mu I \quad (2.4)$$

Kemudian, populasi L mengacu pada individu yang telah menyebarkan rumor tetapi kemudian berhenti untuk sementara waktu. Individu pada populasi ini meningkat karena adanya peralihan dari individu yang aktif menyebarkan rumor menjadi individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara dengan laju γ . Pengurangan dalam populasi ini terjadi karena adanya individu yang sebelumnya telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara berubah menjadi individu yang kembali aktif menyebarkan rumor, dengan tingkat pengulangan θ serta individu yang telah berhenti menyebarkan rumor dengan tingkat kesembuhan φ , dan individu yang telah berhenti menyebarkan rumor dengan laju μ . Berikut adalah persamaan untuk populasi L terhadap waktu t :

$$\frac{dL}{dt} = \gamma I - \theta L - \varphi L - \mu L \quad (2.5)$$

2.2 Persamaan Diferensial

Salah satu metode yang diterapkan untuk mengatasi suatu masalah dalam kehidupan sehari-hari adalah persamaan diferensial. Persamaan diferensial muncul secara alami dan secara luas di berbagai bidang untuk memodelkan berbagai fenomena, termasuk biologi, kimia, fisika, dan berbagai bidang lainnya, sehingga menjadikan persamaan diferensial sebagai alasan utama dalam menganalisis dan memodelkan matematika.

Suatu persamaan yang melibatkan satu atau lebih turunan dari suatu fungsi yang tidak diketahui dikenal sebagai persamaan diferensial (Waluya, 2009). Bentuk umum dari persamaan diferensial bervariasi tergantung pada jenis persamaan dan variabel bebas yang terlibat. Apabila dilihat dari jumlah variabel bebasnya, maka ada dua kategori persamaan diferensial, yaitu Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan Persamaan Diferensial Parsial (PDP). Apabila turunan dari fungsi tersebut bergantung hanya pada satu variabel bebas, maka persamaan tersebut disebut PDB. Sebaliknya, disebut PDP apabila turunannya tergantung pada variabel bebas yang lebih dari satu.

2.3 Persamaan Diferensial Biasa (PDB)

Persamaan diferensial yang hanya bergantung pada satu variabel bebas dinamakan Persamaan Diferensial Biasa (PDB) (Maya, 2014). Berikut contoh PDB, apabila S adalah satu fungsi dari t :

$$S'(t) = \mu N - \beta SI - \mu S \quad (2.6)$$

Orde dalam persamaan diferensial biasa mengacu pada derajat tertinggi dari turunan yang terdapat dalam persamaan tersebut. Maka orde dalam persamaan di

atas adalah orde satu. Dalam persamaan diferensial, orde tertinggi turunan menentukan orde dari persamaan tersebut. Sehingga secara umum persamaan diferensial dapat diklasifikasikan sebagai orde pertama, orde kedua, orde ketiga, dan seterusnya, bergantung pada derajat tertinggi dari turunan yang terlibat.

2.4 Persamaan Diferensial Biasa Linier dan Nonlinear

Apabila ditinjau berdasarkan sifat hubungan antara variabel dan turunan dalam suatu persamaan, maka jenis persamaan diferensial biasa terbagi menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa linier dan persamaan diferensial biasa nonlinear. Disebut persamaan diferensial biasa linier apabila memenuhi syarat variabel dan turunannya jika dan hanya jika turunan dari variabel terikat paling tinggi berderajat satu, dan tidak memiliki variabel terikat yang bisa dikalikan dengan variabel terikat lain, suatu turunan dengan turunan yang lain, atau variabel terikat dengan turunan. Bentuk umum persamaan diferensial linier biasa orde n , berdasarkan kriteria di atas adalah:

$$a(t)x^{(n)} + a_{n-1}(t)x^{(n-1)} + \dots + a_1(t)x' + a_0(t)x = f(t) \quad (2.7)$$

Sedangkan, persamaan diferensial disebut nonlinear jika terdapat salah satu syarat di atas yang tidak dipenuhi. Contoh persamaan diferensial nonlinear sebagai berikut:

$$S'(t) = \mu N - \beta SI - \mu S, \quad (2.8)$$

Persamaan (2.4) disebut nonlinear karena terdapat perkalian antara variabel terikat $S'(t)$ dan t sebagai variabel bebas pada βSI .

2.5 Sistem Persamaan Diferensial Biasa

Menurut Juliah (2015) sebuah sistem persamaan yang terdiri dari dua atau lebih n persamaan diferensial, yang melibatkan n fungsi tidak diketahui disebut sistem persamaan diferensial. Di mana n merupakan bilangan bulat positif yang memiliki nilai dua atau lebih. Di bawah ini merupakan bentuk umum dari sistem persamaan diferensial biasa:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{dx_1}{dt} = f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\x_2 &= \frac{dx_2}{dt} = f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\&\vdots \\x_n &= \frac{dx_n}{dt} = f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}\tag{2.9}$$

Dalam hal ini, x_1, x_2, \dots, x_n merupakan variabel terikat, sementara t merupakan variabel bebasnya. Di mana $\frac{dx_n}{dt}$ adalah turunan dari fungsi x_n terhadap t , serta f_n ialah fungsi yang bergantung variabel x_1, x_2, \dots, x_n dan t . Menurut Boyce & Prima (2009) sistem persamaan diferensial terbagi menjadi dua jenis ditinjau berdasarkan kelinierannya, yaitu sistem persamaan diferensial linier dan nonlinear. Jika sistem persamaan terdiri dari lebih dari satu persamaan linier yang saling berkaitan, maka sistem persamaan tersebut dikatakan sistem persamaan linier. Sedangkan, apabila sistem terdiri dari lebih dari satu persamaan nonlinear yang saling berkaitan maka sistem persamaan dikatakan sistem persamaan nonlinear. Contoh untuk sistem persamaan diferensial linier dan nonlinear sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \beta SI - \mu S \quad (2.10)$$

$$\frac{dD}{dt} = \beta SI - \sigma D - \eta D - \mu D \quad (2.11)$$

Persamaan (2.6) dan (2.7) adalah contoh sistem persamaan diferensial nonlinear.

2.6 Analisis Dinamik

Dalam penelitian ini, akan dilakukan analisis dinamik guna untuk melihat kestabilan sistem persamaan diferensial pada model matematika. Dalam menganalisis kestabilan suatu sistem persamaan diferensial melibatkan beberapa tahapan yaitu, mencari titik kesetimbangan atau titik tetap dari sistem persamaan. Selanjutnya, melakukan linierisasi guna mendapatkan matriks Jacobi di sekitar titik kesetimbangan. Setelah itu, dicari nilai eigen dengan menggunakan matriks Jacobi yang sudah diketahui. Kemudian titik kesetimbangan dikatakan stabil apabila semua nilai eigennya bernilai negatif, sebaliknya dikatakan tidak stabil apabila nilai eigennya bernilai positif.

2.6.1 Titik Kesetimbangan

Dalam sistem dinamik, kestabilan titik kesetimbangan (*equilibrium point*) merupakan salah satu konsep penting. Titik kesetimbangan adalah nilai dari variabel di mana sistem tidak mengalami perubahan seiring waktu atau di mana turunan sistem terhadap waktu menjadi nol. Apabila diberikan persamaan diferensial berikut:

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (2.12)$$

Di mana f adalah fungsi kontinu dari x dan turunan parsial pertamanya pun juga kontinu. Titik kritis dari sistem persamaan (2.8) adalah $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ jika memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ (Perko, 2001). Titik kritis \bar{x} yang bernilai konstan adalah solusi dari sistem persamaan (2.8), karena $\dot{x} = 0$ dan kondisi tersebut dinamakan keadaan setimbang sehingga titik kritisnya juga merupakan titik kesetimbangan (*equilibrium point*).

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan oleh Irmayanti (2021) dengan model yang bersumber dari jurnal Internasional yang dibentuk oleh Yao-yao dkk. (2019) yang berjudul “*Stability Analysis of an SDILR Model Based on Rumor Recurrence on Social Media*”, maka diperoleh:

Titik kesetimbangan bebas rumor yang dapat ditulis dengan $P^0 = (S^0, D^0, I^0, L^0)$ yang merupakan kondisi S, D, I, L pada saat tidak terjadi penyebaran rumor yaitu

$$P^0 = (S^0, D^0, I^0, L^0) = (N, 0, 0, 0). \quad (2.13)$$

Titik kesetimbangan terjadinya pengulangan rumor yang dapat di tulis dengan $P^* = (S^*, D^*, I^*, L^*)$ yang merupakan kondisi S, D, I, L pada saat terjadi penyebaran rumor dalam suatu populasi yaitu

$$P^* = (S^*, D^*, I^*, L^*) = \left(\frac{(\sigma + \eta + \mu)(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)}, \frac{\mu(N - S)}{\sigma + \eta + \mu}, \frac{\mu(N - S)}{\beta S}, \frac{\gamma I}{\theta + \mu + \varphi} \right) \quad (2.14)$$

2.6.2 Linierisasi

Metode pendekatan untuk memahami fungsi nonlinear atau sistem nonlinear dengan fungsi atau sistem linier disebut linierisasi (Boyce & DiPrima, 2009). Jika ditemukan adanya suku non-linear di sekitar titik kesetimbangan maka perlu dilakukan linierisasi. Linierisasi dikerjakan dengan

menggunakan ekspansi deret Taylor disekitar titik kesetimbangan. Apabila terdapat sistem nonlinear k dan l , kita akan mencari sistem linier di sekitar titik kesetimbangan (x^*, y^*) dan menghilangkan suku nonlinearnya dengan cara berikut:

$$\frac{dx}{dt} = k(x^*, y^*) + \frac{\partial k}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial k}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*) \quad (2.15)$$

$$\frac{dy}{dt} = l(x^*, y^*) + \frac{\partial l}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial l}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*) \quad (2.16)$$

Apabila disubstitusikan $m = (x - x^*)$ dan $n = (y - y^*)$ maka $\frac{dx}{dt} = \frac{dm}{dt}$ dan $\frac{dy}{dt} = \frac{dn}{dt}$ ketika dalam keadaan setimbang $k(x^*, y^*) = 0, l(x^*, y^*) = 0$ maka dihasilkan persamaan linier sebagai berikut:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial k}{\partial x}(x^*, y^*)m + \frac{\partial k}{\partial y}(x^*, y^*)n \quad (2.17)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\partial l}{\partial x}(x^*, y^*)m + \frac{\partial l}{\partial y}(x^*, y^*)n \quad (2.18)$$

Sistem ini dapat ditulis dalam bentuk matriks dibawah ini:

$$\begin{pmatrix} \frac{dm}{dt} \\ \frac{dn}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial k}{\partial x}(x^*, y^*) & \frac{\partial k}{\partial y}(x^*, y^*) \\ \frac{\partial l}{\partial x}(x^*, y^*) & \frac{\partial l}{\partial y}(x^*, y^*) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = B_0 \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial k}{\partial x} & \frac{\partial k}{\partial y} \\ \frac{\partial l}{\partial x} & \frac{\partial l}{\partial y} \end{bmatrix}$$

di mana B_0 pada $x = x^*, y = y^*$, B_0 merupakan matriks Jacobian (Boyce & DiPrima, 2009).

2.6.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Dalam analisis sistem dinamik, nilai eigen (*eigenvalues*) sangat diperlukan karena memberikan informasi tentang sifat kestabilan dari titik kesetimbangan pada sistem persamaan diferensial. *Eigenvalues* dari matriks Jacobian memberikan informasi tentang kestabilan atau tidak stabil dari titik kesetimbangan. Jika semua *eigenvalues* mempunyai bagian real negatif, maka titik kesetimbangan dianggap stabil. Sedangkan, jika ada *eigenvalues* dengan nilai real positif, maka titik kesetimbangan dapat dianggap tidak stabil.

Anggaplah A sebagai matriks berukuran $n \times n$ dan $x \in R^n$. Jika $Ax = \lambda x$, maka dengan menggunakan persamaan tersebut, diperoleh:

$$Ax = \lambda x \quad (2.20)$$

$$Ax = \lambda Ix$$

$$\lambda Ix - Ax = 0$$

$$(\lambda I - A)x = 0 \quad (2.21)$$

di mana,

A = Matriks Jacobian pada titik kesetimbangan

λ = Nilai eigen (*eigenvalues*) dari persamaan A

x = Vektor eigen terkait dengan λ

I = Matriks identitas

Supaya λ menjadi nilai eigen, minimal terdapat satu solusi non-nol dari persamaan $(\lambda I - A)x = 0$. Persamaan (2.15) mempunyai solusi non-nol jika dan hanya jika $\det(\lambda I - A) = 0$ atau $\det(A - \lambda I) = 0$. Persamaan (2.15) dikatakan sebagai persamaan karakteristik (*characteristic equation*) dari matriks A dan

merupakan polinomial derajat n , sehingga memiliki sebanyak n nilai λ (Anton & Rorres, 2004).

2.6.4 Kriteria Routh-Hurwitz

Menurut Ndi (2018), Routh-Hurwitz adalah suatu metode atau teknik yang dipergunakan untuk menunjukkan stabilitas sistem. Misalnya, jika kita memiliki suatu persamaan karakteristik berikut:

$$p(\lambda) = \lambda^n + \alpha_1\lambda^{n-1} + \alpha_2\lambda^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1}\lambda + \alpha_n \quad (2.22)$$

Dengan α_i sebagai konstanta real dan $i = 1, 2, \dots, n$. Didefinisikan suatu matriks n berdasarkan koefisien α_i menggunakan persamaan karakteristik, yaitu:

$$\mathbf{H}_1 = [\alpha_1], \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 \\ \alpha_3 & \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_3 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 & 0 \\ \alpha_3 & \alpha_2 & \alpha_1 \\ \alpha_5 & \alpha_4 & \alpha_3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_3 & \alpha_2 & \alpha_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_n \end{bmatrix}$$

Jika semua akar dari polinomial $P(\lambda)$ merupakan negatif atau mempunyai bagian real negatif, maka determinan dari semua matriks Hurwitz harus positif.

Dengan kata lain, $\text{Det}(H_j) > 0$, untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

Sesuai dengan penelitian yang telah dilakukan oleh Irmayanti (2021) diperoleh bahwa kestabilan titik kesetimbangan bebas rumor sesuai dengan Kriteria Routh-Hurwitz akar persamaan tersebut berupa bilangan real negatif, dengan $H_1, H_2, H_3 > 0$. Sehingga sesuai dengan teori kestabilan ketika $R_0 < 1$, maka kesetimbangan bebas rumor akan stabil asimtotik lokal. Hal tersebut menunjukkan bahwa rumor akan berhenti menyebar.

Sedangkan kestabilan titik kesetimbangan terjadi pengulangan rumor sesuai dengan Kriteria Routh-Hurwitz menunjukkan bahwa $H_1 > 0, H_2 > 0, H_3 > 0, \text{ dan } H_4 > 0$. Sehingga, berdasarkan teorema dari Kriteria Routh-Hurwitz akar persamaan merupakan bilangan real negatif, sehingga titik kesetimbangan terjadi pengulangan rumor (P^*) akan stabil asimtotik lokal ketika $R_0 > 1$.

2.6.5 Angka Reproduksi Dasar (R_0)

Angka reproduksi dasar seringkali dilambangkan sebagai R_0 , yang merupakan parameter yang dipakai guna mengetahui seberapa besar tingkat penyebaran rumor dalam suatu populasi. Angka reproduksi dasar mengacu pada rata-rata jumlah individu rentan yang secara langsung terinfeksi oleh individu yang sudah terinfeksi, pada saat mereka memasuki populasi yang masih sepenuhnya rentan. Hasil dari titik kesetimbangan model dapat digunakan untuk menentukan angka reproduksi dasar yang mempunyai nilai besar atau kecil. Apabila $R_0 < 1$, maka jumlah rumor akan berkurang atau tidak terjadi penyebaran rumor. Sebaliknya, apabila $R_0 > 1$ maka jumlah rumor yang menyebar akan bertambah.

Jika terdapat n kompartemen dalam populasi dan kita anggap $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, dengan $x_i \geq 0$ menyatakan jumlah individu dalam setiap kompartemen n , dan X_S adalah himpunan dari semua titik kesetimbangan bebas rumor, maka dapat dijelaskan sebagai berikut:

$$X_S = \{x_j \geq 0 | x_i = 0, i = 1, \dots, m\} \quad (2.23)$$

di mana m adalah kompartemen yang memuat individu yang telah terinfeksi, sehingga $m \leq n$.

Selanjutnya, \mathcal{F}_i merujuk pada simbol untuk laju individu yang terinfeksi rumor pada kompartemen i , sementara \mathcal{V}_i merujuk pada laju perubahan yang disebabkan oleh perkembangan rumor, berhentinya penyebaran rumor atau tidak ada rumor yang menyebar dalam kompartemen i yang dapat ditulis sebagai

$$\mathcal{V}_i = \mathcal{V}_i^- - \mathcal{V}_i^+ \quad (2.24)$$

dengan \mathcal{V}_i^- sebagai laju individu yang meninggalkan kompartemen i , dan \mathcal{V}_i^+ sebagai laju individu yang masuk dalam kompartemen i .

Berikut adalah model kompartemennya

$$\dot{x}_i = \mathcal{F}_i(x) - \mathcal{V}_i(x), i = 1, 2, \dots, m \quad (2.25)$$

Tanda $(\dot{})$ sama halnya dengan $\frac{d}{dt}$ yang berarti turunan terhadap waktu.

Proses linierisasi untuk persamaan kompartemen penyakit, \mathbf{x} , dapat ditulis sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}} = (F - V)\mathbf{x} \quad (2.26)$$

di mana F dan V adalah matriks berukuran $m \times m$ yang memuat

$$F = \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_i}(e_0) \text{ dan } V = \frac{\partial \mathcal{V}_i}{\partial x_i}(e_0) \quad (2.27)$$

Selanjutnya, didefinisikan $K = FV^{-1}$ sebagai matriks generasi berikutnya (*next generation*) dan

$$R_0 = \rho(FV^{-1}) \quad (2.28)$$

di mana $\rho(K)$ merupakan radius spektral dari matriks K atau nilai eigen dominan dari matriks K merupakan nilai yang berpengaruh terhadap infeksi sekunder dalam populasi rentan (Driessche & Watmough, 2002).

Berdasarkan model SDILR pengulangan rumor pada media sosial dengan model yang bersumber dari jurnal Internasional yang dibentuk oleh Yao dkk., (2019) diperoleh angka reproduksi dasar $R_0 = \frac{\eta\beta N(\theta+\mu+\varphi)}{(\sigma+\eta+\mu)(\varphi\gamma+\varphi\mu+\theta\mu+\gamma\mu+\mu^2)}$.

2.7 Bifurkasi

Bifurkasi merupakan suatu keadaan yang terjadi akibat adanya perubahan keadaan dinamik pada suatu sistem. Perubahan yang sering terjadi mencakup perubahan jenis kestabilan titik kesetimbangan dan jumlah titik kesetimbangan sebagai respon terhadap perubahan parameter sistem. Titik parameter tertentu yang menyebabkan perubahan tersebut disebut sebagai titik bifurkasi. Terdapat beberapa jenis bifurkasi, termasuk bifurkasi *saddle-node* dan trankritikal.

2.7.1 Bifurkasi Saddle-Node

Sistem persamaan diferensial $\dot{x} = f(x, \lambda)$ akan mengalami bifurkasi *saddle-node* di titik kesetimbangan x_0 dengan nilai bifurkasi λ_0 , pada kondisi: $\lambda < \lambda_0$ maka menyebabkan tidak adanya titik kesetimbangan untuk persamaan diferensial. Sedangkan jika $\lambda = \lambda_0$, maka titik x_0 menjadi satu-satunya titik kesetimbangan dalam lingkup U dan bersifat *saddle-node*. Namun jika $\lambda > \lambda_0$, maka sistem persamaan diferensial mempunyai dua titik kesetimbangan di mana salah satunya bersifat *saddle* (pelana) dan yang lainnya bersifat *node* (simpul).

Terdapat dua jenis bifurkasi *saddle-node* yaitu bifurkasi *saddle-node* superkritikal dan bifurkasi *saddle-node* subskritikal. Terjadinya bifurkasi *saddle-node* superkritikal yaitu pada saat bifurkasi berada disebelah kanan dari

nilai bifurkasi. Sedangkan terjadi bifurkasi *saddle-node* subskritikal yaitu pada saat bifurkasi berada di sebelah kiri nilai bifurkasi (Llibre & Teruel, 2014).

2.7.2 Bifurkasi Transkritikal

Sistem persamaan diferensial $\dot{x} = f(x, \lambda)$ akan mengalami bifurkasi transkritikal di titik kesetimbangan x_0 dengan nilai bifurkasi λ_0 , pada kondisi: $\lambda < \lambda_0$ atau $\lambda > \lambda_0$. Pada kondisi tersebut, terdapat dua titik kesetimbangan (satu stabil dan satu tidak stabil). Sebaliknya, jika $\lambda = \lambda_0$, maka kedua titik kesetimbangan akan bersatu menjadi satu di x_0 , yang merupakan titik kesetimbangan non-hiperbolik (Llibre & Teruel, 2014).

2.8 Kajian Teori Surat Al-Hujjurat Ayat (49:6)

Peringatan Allah untuk selalu bertabayyun dalam menerima informasi tercantum dalam Al-Quran, terutama dalam Surah Al-Hujjurat ayat (49:6) yang berbunyi (Kementrian Agama RI, 2023):

“Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang fasik membawa suatu berita, maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu.”

Ayat ini menurut tafsir Ibnu Katsir, menunjukkan bahwa Allah SWT. memerintahkan agar benar-benar meneliti berita yang dibawa oleh orang-orang fasik dalam rangka mewaspadainya, sehingga tidak ada seorang pun yang memberikan keputusan berdasarkan perkataan orang fasik tersebut, di mana pada saat itu orang fasik tersebut berpredikat sebagai orang pendusta dan berbuat kekeliruan, sehingga orang yang memberikan keputusan berdasarkan ucapan orang fasik itu berarti ia telah mengikutinya dari belakang. Padahal Allah SWT.

telah melarang untuk mengikuti jalan orang-orang yang berbuat kerusakan. Dari sini pula, beberapa kelompok ulama melarang untuk menerima riwayat yang diperoleh dari orang yang tidak diketahui keadaannya karena adanya kemungkinan orang tersebut fasik. Namun kelompok lain menerimanya, menurut mereka, kami ini hanya diperintahkan untuk memberikan kepastian berita yang dibawa oleh orang fasik, sedangkan orang ini tidak terbukti sebagai orang fasik karena tidak diketahui keadaannya. Dan kami telah menetapkan masalah ini dalam kitab al-ilmu dalam kitab Syarh al- Bukhari. Segala puji bagi Allah Ta'ala (Al-Sheikh, 1994).

Dalam kitab tafsir Al-Azhar juga dijelaskan bahwa pada surat Al-Hujjrat ayat 6 memberikan larangan yang sekeras-kerasnya lekas percaya kepada berita yang dibawa oleh seorang yang fasik, memburukkan seseorang kaum atau suatu kaum. Janganlah perkara itu langsung saja diiyakan atau ditiadakan, melainkan diselidikilah terlebih dahulu dengan seksama sekali benar atau tidaknya. Jangan sampai karena terburu menjatuhkan keputusan yang buruk atas suatu perkara, sehingga orang yang diberitakan itu telah mendapat hukuman, padahal kemudian ternyata bahwa tidak ada samasekali salahnya dalam perkara yang diberitakan orang itu. Nabi sendiri sampai berkata:

“Menyelidiki dengan tenang adalah dari Allah dan tergopoh-gopoh adalah dari syaitan”

Maka dengan ayat yang telah ditafsirkan ini, Agama Islam telah memberikan pedoman yang jelas bagi kita yang beragama Islam. Jangan lekas menerima berita yang dibawa orang. Selidiki lebih dahulu dengan seksama. Kabar berita semacam itu tidak sedikit yang membahayakan bagi orang yang tidak bersalah. Maka

orang-orang yang beriman niscaya berfikir terlebih dahulu manfaat dan mudharat pekerjaan yang akan dikerjakannya (Hamka, n.d.).

Ayat tersebut juga menunjukkan pentingnya mentaati perintah Allah dan menghindari tindakan yang bertentangan dengan perintah Allah. Allah juga memerintah kita untuk menghindari atau membicarakan hal-hal tanpa dasar pengetahuan. Sesuai dengan firman Allah “Jangan berucap apa yang tidak engkau ketahui, jangan mengaku tahu apa yang tidak engkau tahu atau jangan mengaku dengar apa yang tidak engkau dengar.” Karena firman Allah tersebut menegaskan bahwa pendengaran, penglihatan, dan hati sebagai alat-alat pengetahuan akan dimintai pertanggungjawaban tentang bagaimana pemiliknya menggunakan dan memanfaatkannya.

Selain itu, dalam ayat tersebut disampaikan bahwa Allah memberikan peringatan kepada umat Islam, untuk melakukan konfirmasi dan berhati-hati terhadap berita yang datang yang bertujuan untuk menyesatkan umat Islam. Hal tersebut sebagai langkah antisipasi terhadap penyebaran rumor yang dapat memicu konflik, pertentangan, permusuhan, dan keresahan.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan mengenai teori secara syariah bagaimana mengetahui kebenaran suatu informasi yaitu dapat dilakukan dengan 3 langkah. Pertama, menanggapi berita terlebih dahulu. Kedua, melakukan penelusuran fakta guna memastikan kebenaran atau ketidakbenaran informasi yang diterima, dengan mengacu pada sumber referensi yang dapat dipercaya. Ketiga, mengungkapkan kebenaran informasi secara luas kepada masyarakat, terutama pihak-pihak terkait, dengan menggunakan fakta dan bukti yang sah.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini termasuk dalam penelitian jenis kualitatif yang dilakukan melalui metode studi literatur atau library search. Penelitian ini dilakukan dengan mengumpulkan data Pustaka dari buku, jurnal, dan artikel yang diperlukan sebagai landasan atau referensi pengetahuan untuk melakukan penelitian.

3.2 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis dinamik dan bifurkasi model SDILR dengan adanya pengulangan rumor pada media sosial dengan persamaan model yang bersumber dari jurnal yang dibentuk oleh Yao dkk., (2019).
 - a. Menentukan titik kesetimbangan bebas rumor. Pada langkah ini model SDILR penyebaran rumor pada media sosial dalam kondisi setimbang, yang berarti tidak terjadi penyebaran rumor pada media sosial.
 - b. Menentukan titik kesetimbangan terjadi pengulangan rumor. Pada langkah ini model SDILR penyebaran rumor pada media sosial dalam kondisi terjadi penyebaran rumor pada media sosial.
 - c. Menentukan angka reproduksi dasar pada model SDILR penyebaran rumor pada media sosial.

- d. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan bebas rumor dan terjadi pengulangan rumor. Analisis kestabilan ini dilakukan dengan melihat nilai eigen.
 - e. Menganalisis apakah terjadi bifurkasi atau tidak dengan melihat nilai dari angka reproduksi dasar.
2. Melakukan simulasi grafik R_0 dengan menggunakan MATLAB dan menginterpretasikannya.

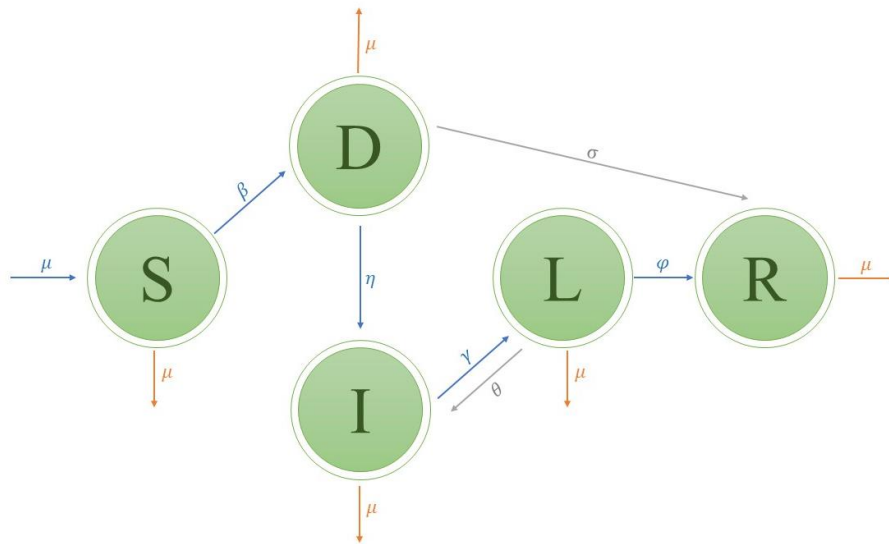
3. Simulasi Numerik

Penyelesaian simulasi numerik model matematika pengulangan rumor pada media sosial menggunakan model SDILR dengan bantuan *software* MATLAB.

BAB IV
PEMBAHASAN

4.1 Analisis Bifurkasi

Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model SDILR dengan adanya pengulangan rumor pada media sosial dengan model yang bersumber dari jurnal Internasional yang dibentuk oleh (Yao dkk., 2019). Berdasarkan uraian pada Persamaan (2.1) dapat dilihat bahwa tidak adanya interaksi populasi R dengan populasi yang lain dan populasi R tidak mempengaruhi populasi S, D, I, L sehingga populasi R tidak dilibatkan dalam perhitungan analisis bifurkasi. Dalam penelitian ini model yang akan digunakan akan dijelaskan secara terinci dalam ilustrasi pada Gambar 4.1 berikut:



Gambar 4.1 Diagram Kompartemen Pengulangan Rumor

Berdasarkan Gambar 4.1 maka dapat dibentuk suatu sistem persamaan diferensial dengan formulasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \mu N - \beta SI - \mu S, \\ \frac{dD}{dt} &= \beta SI - \sigma D - \eta D - \mu D, \\ \frac{dI}{dt} &= \eta D - \gamma I + \theta L - \mu I, \\ \frac{dL}{dt} &= \gamma I - \theta L - \varphi L - \mu L. \\ \frac{dR}{dt} &= \sigma D + \varphi L - \mu R.\end{aligned}\tag{4.1}$$

dengan parameter dan variabel-variabel yang digunakan dalam model matematika pengulangan rumor pada media sosial bersumber dari jurnal (Yao dkk., 2019) dapat dilihat pada Tabel 4.1 dan Tabel 4.2.

Tabel 4.1 Nilai Awal Populasi

Parameter	Definisi	Nilai	Satuan
$S(0)$	Banyaknya individu yang belum mengetahui rumor	40000	Perhari
$D(0)$	Banyaknya individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan	30000	Perhari
$I(0)$	Banyaknya individu yang aktif menyebarkan rumor	30000	Perhari
$L(0)$	Banyaknya individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara	0	Perhari
N	Total populasi	100000	Perhari

Tabel 4.2 Nilai Parameter Bebas Rumor dan Terjadi Pengulangan Rumor

Parameter	Definisi	Nilai Bebas Rumor	Nilai Terjadi Pengulangan Rumor	Satuan
β	Laju peralihan dari individu yang belum mengetahui rumor ke individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan	0,00000004	0,0000008	Perhari
μ	Laju individu baru mengetahui rumor / individu berhenti menyebarkan rumor	0,0000003	0,0005	Perhari

Parameter	Definisi	Nilai Bebas Rumor	Nilai Terjadi Pengulangan Rumor	Satuan
η	Laju peralihan dari individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan ke individu yang aktif menyebarkan rumor	0,005	0,05	Perhari
γ	Laju peralihan dari individu yang aktif menyebarkan rumor ke individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara, yakni tingkat kontrol	0,005	0,005	Perhari
σ	Laju peralihan dari individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan ke individu yang telah berhenti menyebarkan rumor	0,0000004	0,0000004	Perhari
θ	Laju peralihan dari individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara ke individu yang aktif menyebarkan rumor, yakni tingkat pengulangan	0,001	0,001	Perhari
φ	Laju peralihan dari individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara ke individu yang telah berhenti menyebarkan rumor, yakni tingkat kesembuhan	0,01	0,04	Perhari

Berdasarkan model SDILR, langkah selanjutnya yaitu akan dilakukan analisis bifurkasi dengan menganalisis fungsi I , di mana dalam hal ini fungsi I atau $I(t)$ dapat dicari menggunakan titik kesetimbangan terjadinya pengulangan rumor yang diperoleh pada Persamaan (2.14)

$$I' = 0$$

$$\eta D - \gamma I + \theta L - \mu I = 0$$

$$\eta \left(\frac{\mu(N-S)}{\sigma + \eta + \mu} \right) - \gamma \left(\frac{\mu(N-S)}{\beta S} \right) + \theta \left(\frac{\gamma I}{\theta + \mu + \varphi} \right) - \mu \left(\frac{\mu(N-S)}{\beta S} \right) = 0$$

$$\frac{\eta \mu(N-S)}{\sigma + \eta + \mu} - \frac{\gamma \mu(N-S)}{\beta S} + \frac{\theta \gamma I}{\theta + \mu + \varphi} - \frac{\mu^2(N-S)}{\beta S}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\eta\mu N - \gamma\mu N - \mu^2 N}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} + \frac{\theta\gamma\mu N}{\beta S(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)} - \\ & \frac{\mu(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2) - \gamma\mu(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2) - \mu^2(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} - \frac{\theta\gamma\mu(\sigma + \eta + \mu)}{\beta^2\eta(\theta + \mu + \varphi)} = 0 \\ & \frac{\eta\mu N - \gamma\mu N - \mu^2 N}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} + \frac{\theta\gamma\mu N}{\beta S(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)} - \frac{(\mu + \gamma\mu + \mu^2)(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} - \frac{\theta\gamma\mu(\sigma + \eta + \mu)}{\beta^2\eta(\theta + \mu + \varphi)} = 0 \\ & \left(\frac{\eta\mu - \gamma\mu - \mu^2}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} + \frac{\theta\gamma\mu}{\beta S(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)} \right) N - \frac{(\mu + \gamma\mu + \mu^2)(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} - \frac{\theta\gamma\mu(\sigma + \eta + \mu)}{\beta^2\eta(\theta + \mu + \varphi)} = 0 \end{aligned}$$

Jadi persamaan I' memiliki bentuk linier $aN - b = 0$

di mana,

$$\begin{aligned} a &= \left(\frac{\eta\mu - \gamma\mu - \mu^2}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} + \frac{\theta\gamma\mu}{\beta S(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)} \right) \\ b &= \frac{(\mu + \gamma\mu + \mu^2)(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} - \frac{\theta\gamma\mu(\sigma + \eta + \mu)}{\beta^2\eta(\theta + \mu + \varphi)} \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil analisis yang diperoleh, hasil persamaan yang diperoleh merupakan bentuk persamaan linier, sehingga tidak akan mengalami bifurkasi akibat gangguan kecil. Dengan demikian, model SDILR merupakan model yang stabil.

Selain itu dalam pembahasan sebelumnya mengenai eksistensi titik kesetimbangan terjadinya pengulangan rumor ketika $R_0 < 1$ penyebaran rumor tidak terjadi karena titik kesetimbangan bebas rumor bersifat stabil, sedangkan ketika $R_0 > 1$ yang menunjukkan terjadi penyebaran rumor diperoleh titik kesetimbangan terjadinya pengulangan rumor juga stabil. Hal tersebut menunjukkan bahwa model tidak akan mengalami bifurkasi akibat gangguan kecil.

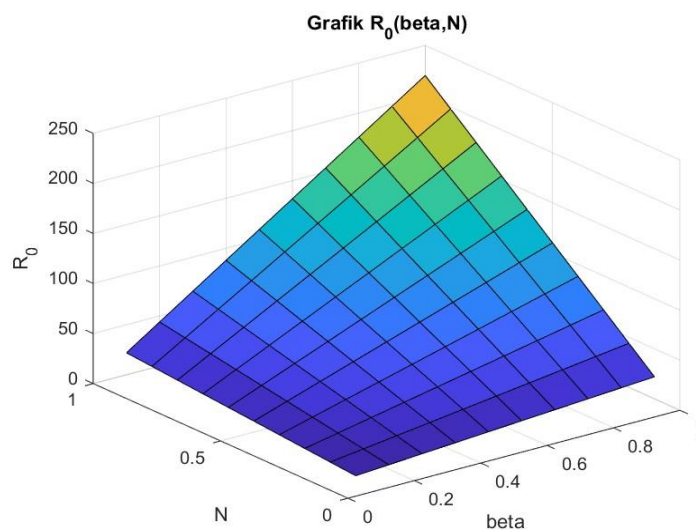
4.2 Simulasi Model Angka Reproduksi Dasar (R_0)

1. Simulasi Model $R_0(\beta, N)$

Pada subbab ini akan dibahas mengenai hasil simulasi untuk memberikan gambaran yang jelas tentang model SDILR, terutama terkait angka reproduksi dasar (R_0). Simulasi dilakukan dengan memasukkan nilai parameter yang tercantum pada tabel 4.2. Hasil simulasi juga akan menunjukkan bagaimana tingkat pengulangan rumor pada media sosial ketika $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$. Simulasi angka reproduksi dasar R_0 dilakukan terhadap laju peralihan individu dari yang belum mengetahui rumor menjadi individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan (β) dan total populasi (N), sehingga nilai parameter yang telah didapatkan disubstitusikan sehingga

$$\text{diperoleh simulasi dari } R_0(\beta, N) = \frac{\eta\beta N(\theta+\mu+\varphi)}{(\sigma+\eta+\mu)(\varphi\gamma+\varphi\mu+\theta\mu+\gamma\mu+\mu^2)} = \frac{\beta N(0,0002050015)}{(0,0050007)(0,0002000138001)} = \frac{\beta N(0,0002050015)}{0,000001000209010} \quad \text{maka} \quad R_0(\beta, N) =$$

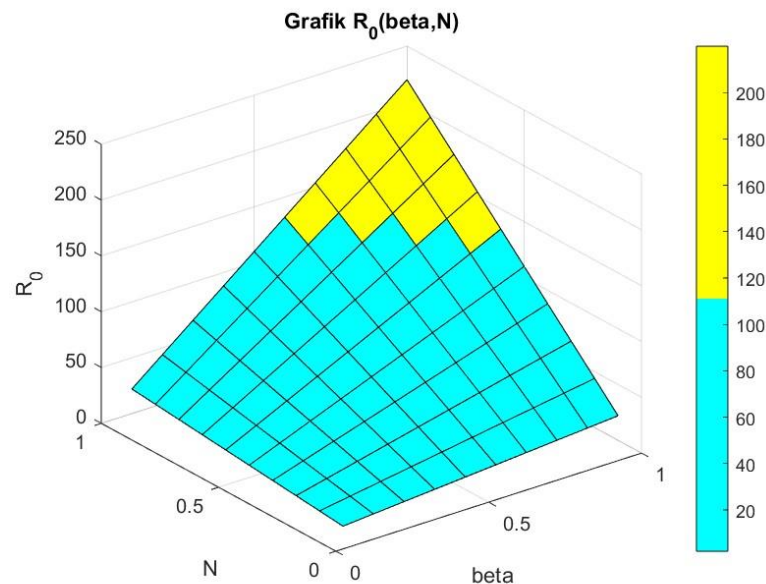
$204,9586616\beta N$ dengan $\beta \in [(0,1), (1)]$ dan $N \in [(0,1), (1)]$. Simulasi yang dihasilkan tersaji dalam Gambar 4.2



Gambar 4.2 Grafik 3D $R_0(\beta, N)$

Berdasarkan Gambar 4.2 yang telah diperoleh dapat diketahui hasil dari nilai R_0 yang dipengaruhi oleh laju peralihan dari individu yang belum mengetahui rumor menjadi individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan (β) dan total populasi N . Misalnya pada saat $\beta = 0,1$ dan $N = 0,1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 2,19954$, selanjutnya saat $\beta = 0,1$ dan $N = 0,2$ maka diperoleh nilai $R_0 = 4,39908$, atau pada saat $\beta = 1$ dan $N = 1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 219,954$. Oleh karena itu, $R_0 = 2,19954$ sebagai nilai minimum dan $R_0 = 219,954$ sebagai nilai maksimumnya. Sehingga, dalam $R_0 = 219,954$ disebut angkat reproduksi dasar terjadinya pengulangan rumor.

Simulasi untuk beberapa nilai β dan N dapat dilihat dalam Gambar 4.3 berikut:



Gambar 4.3 Grafik 3D $R_0(\beta, N)$ saat $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$

Simulasi yang dihasilkan menjelaskan bahwa kondisi yang menunjukkan terjadinya pengulangan rumor adalah ketika $R_0 > 1$. Berikut merupakan tabel yang menunjukkan pernyataan tersebut:

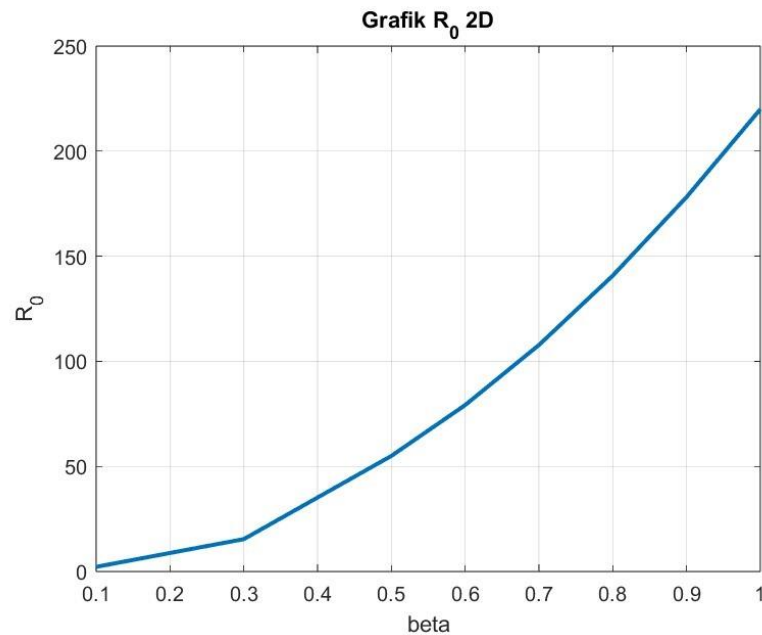
Tabel 4.3 Nilai R_0 Terjadi Pengulangan Rumor

β	N	R_0
0,1	0,1	2,19954
0,2	0,2	8,79816
0,3	0,3	15,38022
0,4	0,4	35,1927
0,5	0,5	54,9885
0,6	0,6	79,1835
0,7	0,7	107,778
0,8	0,8	140,771
0,9	0,9	178,163
1	1	219,954

Berdasarkan Tabel 4.3 yang telah diperoleh dapat diketahui hasil simulasi dari nilai R_0 pada saat $\beta = 0,1$ dan $N = 0,1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 2,19954$. Pada saat $\beta = 0,2$ dan $N = 0,2$ maka diperoleh nilai $R_0 = 8,79816$. Pada saat $\beta = 0,3$ dan $N = 0,3$ maka diperoleh nilai $R_0 = 15,38022$. Pada saat $\beta = 0,4$ dan $N = 0,4$ maka diperoleh nilai $R_0 = 35,1927$. Pada saat $\beta = 0,5$ dan $N = 0,5$ maka diperoleh nilai $R_0 = 54,9885$. Pada saat $\beta = 0,6$ dan $N = 0,6$ maka diperoleh nilai $R_0 = 79,1835$. Pada saat $\beta = 0,7$ dan $N = 0,7$ maka diperoleh nilai $R_0 = 107,778$. Pada saat $\beta = 0,8$ dan $N = 0,8$ maka diperoleh nilai $R_0 = 140,771$. Pada saat $\beta = 0,9$ dan $N = 0,9$ maka diperoleh nilai $R_0 = 178,163$. Kemudian pada saat $\beta = 1$ dan $N = 1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 219,954$. Oleh karena itu, $R_0 = 2,19954$

sebagai nilai minimum dan $R_0 = 219,954$ sebagai nilai maksimumnya. Sehingga, dalam $R_0 = 219,954$ disebut angkat reproduksi dasar terjadinya pengulangan rumor.

Tabel 4.3 akan disajikan dalam bentuk simulasi, sehingga diperoleh hasil simulasi berikut:



Gambar 4.4 Plot 2D untuk $\beta, N \in [(0,1), (1)]$

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa pada saat $\beta, N \in [(0,1), (1)]$ diperoleh diperoleh $R_0 > 1$ yang berarti pengulangan rumor pada media sosial akan terjadi.

2. Simulasi Model $R_0(\beta, \eta)$

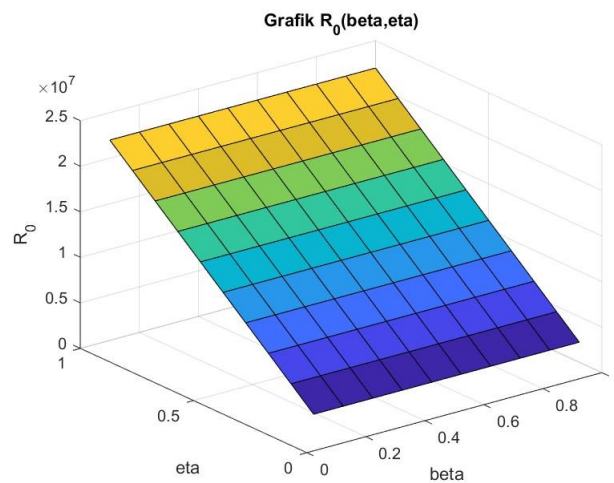
Pada subab ini akan dibahas mengenai hasil simulasi untuk memberikan gambaran yang jelas tentang model SDILR, terutama terkait angka reproduksi dasar (R_0). Simulasi dilakukan dengan memasukkan nilai parameter yang tercantum pada tabel 4.2. Hasil simulasi juga akan menunjukkan bagaimana

tingkat pengulangan rumor pada media sosial ketika $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$. Simulasi angka reproduksi dasar R_0 dilakukan terhadap laju peralihan individu dari yang belum mengetahui rumor menjadi individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan (β) dan Laju peralihan dari individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan ke individu yang aktif menyebarkan rumor(η), sehingga nilai parameter yang telah didapatkan disubstitusikan sehingga diperoleh simulasi dari $R_0(\beta, \eta) =$

$$\frac{\eta\beta N(\theta+\mu+\varphi)}{(\sigma+\eta+\mu)(\varphi\gamma+\varphi\mu+\theta\mu+\gamma\mu+\mu^2)} = \frac{\beta\eta(4100,030000)}{(7 \cdot 10^{-7}+\eta)(0,0002000138001)} =$$

$$\frac{\beta\eta((4100,030000))}{1,400096601 \cdot 10^{-10}+0,2000138001\eta} \text{ dengan } \beta \in [(0,1), (1)] \text{ dan } \eta \in [(0,1), (1)].$$

Simulasi yang dihasilkan tersaji dalam Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Grafik 3D $R_0(\beta, \eta)$

Berdasarkan Gambar 4.5 yang telah diperoleh dapat diketahui hasil dari nilai R_0 , misalnya pada saat $\beta = 0,1$ dan $\eta = 0,1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 2199830$, selanjutnya saat $\beta = 0,1$ dan $\eta = 0,2$ maka diperoleh nilai $R_0 = 4399670$, atau pada saat $\beta = 1$ dan $\eta = 1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 21998500$. Oleh karena itu, $R_0 = 2199830$ sebagai nilai minimum dan $R_0 =$

21998500 sebagai nilai maksimumnya. Sehingga, dalam $R_0 = 21998500$ disebut angka reproduksi dasar terjadinya pengulangan rumor.

3. Simulasi Model $R_0(\beta, \sigma)$

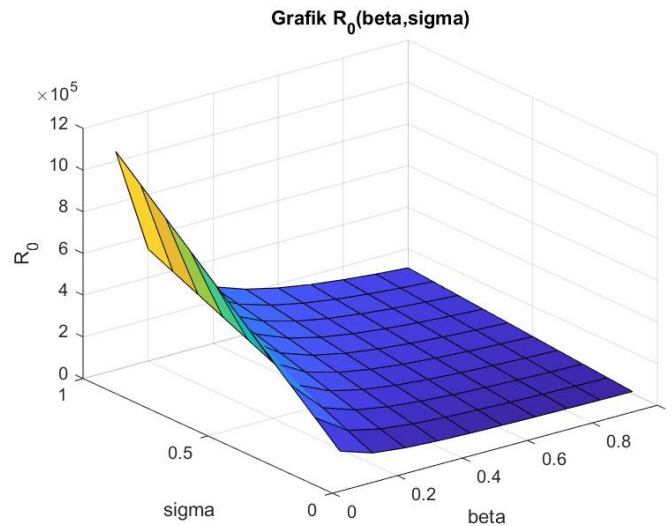
Pada subbab ini akan dibahas mengenai hasil simulasi untuk memberikan gambaran yang jelas tentang model SDILR, terutama terkait angka reproduksi dasar (R_0). Simulasi dilakukan dengan memasukkan nilai parameter yang tercantum pada tabel 4.2. Hasil simulasi juga akan menunjukkan bagaimana tingkat pengulangan rumor pada media sosial ketika $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$. Simulasi angka reproduksi dasar R_0 dilakukan terhadap laju peralihan individu dari yang belum mengetahui rumor menjadi individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan (β) dan Laju peralihan dari individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan ke individu yang telah berhenti menyebarkan rumor (σ), sehingga nilai parameter yang telah didapatkan disubstitusikan sehingga diperoleh simulasi dari $R_0(\beta, \sigma) =$

$$\frac{\eta\beta N(\theta+\mu+\varphi)}{(\sigma+\eta+\mu)(\varphi\gamma+\varphi\mu+\theta\mu+\gamma\mu+\mu^2)} = \frac{\beta(20,50015000)}{(0,50003+\sigma)(0,0002000138001)} =$$

$$\frac{\beta(20,50015000)}{0,2000138001\sigma+0,1000129005} \text{ dengan } \beta \in [(0,1), (1)] \text{ dan } \sigma \in [(0,1), (1)].$$

Simulasi yang dihasilkan tersaji dalam Gambar 4.6, berdasarkan gambar tersebut dapat diketahui hasil dari nilai R_0 , misalnya pada saat $\beta = 0,1$ dan $\sigma = 0,1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 104754$, selanjutnya saat $\beta = 0,1$ dan $\sigma = 0,2$ maka diperoleh nilai $R_0 = 209509$, atau pada saat $\beta = 1$ dan $\sigma = 1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 109445$. Oleh karena itu, $R_0 = 104754$ sebagai nilai minimum dan $R_0 = 109445$ sebagai nilai maksimumnya. Sehingga,

dalam $R_0 = 109445$ disebut angka reproduksi dasar terjadinya pengulangan rumor.



Gambar 4.6 Grafik 3D $R_0(\beta, \sigma)$

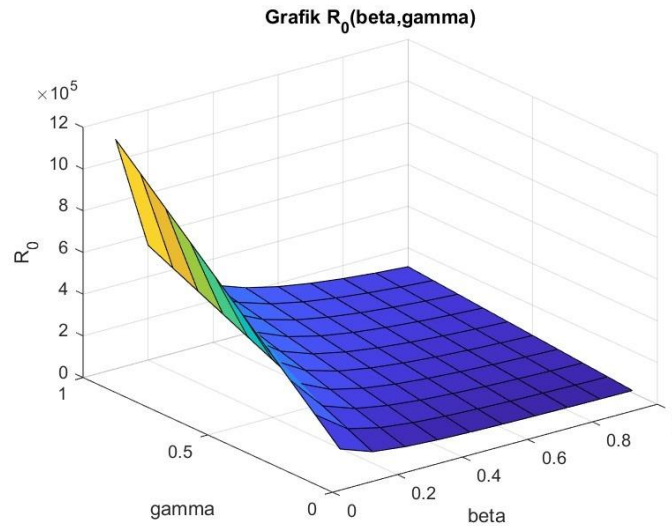
4. Simulasi Model $R_0(\beta, \gamma)$

Pada subbab ini akan dibahas mengenai hasil simulasi untuk memberikan gambaran yang jelas tentang model SDILR, terutama terkait angka reproduksi dasar (R_0). Simulasi dilakukan dengan memasukkan nilai parameter yang tercantum pada tabel 4.2. Hasil simulasi juga akan menunjukkan bagaimana tingkat pengulangan rumor pada media sosial ketika $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$. Simulasi angka reproduksi dasar R_0 dilakukan terhadap laju peralihan individu dari yang belum mengetahui rumor menjadi individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan (β) dan Laju peralihan dari individu yang aktif menyebarkan rumor ke individu yang telah menyebarkan rumor tetapi berhenti untuk sementara, yakni tingkat kontrol (γ), sehingga nilai parameter yang telah didapatkan disubstitusikan sehingga diperoleh simulasi

$$\text{dari } R_0(\beta, \gamma) = \frac{\eta\beta N(\theta + \mu + \varphi)}{(\sigma + \eta + \mu)(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)} = \frac{\beta(20,50015000)}{(0,0050007)(0,400003\gamma + 1,230009 \cdot 10^{-8})} =$$

$\frac{\beta(20,50015000)}{0.2000295002 \gamma + 6.150906006 \cdot 10^{-11}}$ dengan $\beta \in [(0,1), (1)]$ dan $\gamma \in [(0,1), (1)]$.

Simulasi yang dihasilkan tersaji dalam Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Grafik 3D $R_0 (\beta, \gamma)$

Berdasarkan Gambar 4.7 yang telah diperoleh dapat diketahui hasil dari nilai R_0 , misalnya pada saat $\beta = 0,1$ dan $\gamma = 0,1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 109984$, selanjutnya saat $\beta = 0,1$ dan $\gamma = 0,2$ maka diperoleh nilai $R_0 = 219968$, atau pada saat $\beta = 1$ dan $\gamma = 1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 109984$. Oleh karena itu, $R_0 = 109984$ sebagai nilai minimum sekaligus nilai maksimum dan disebut angka reproduksi dasar terjadinya pengulangan rumor.

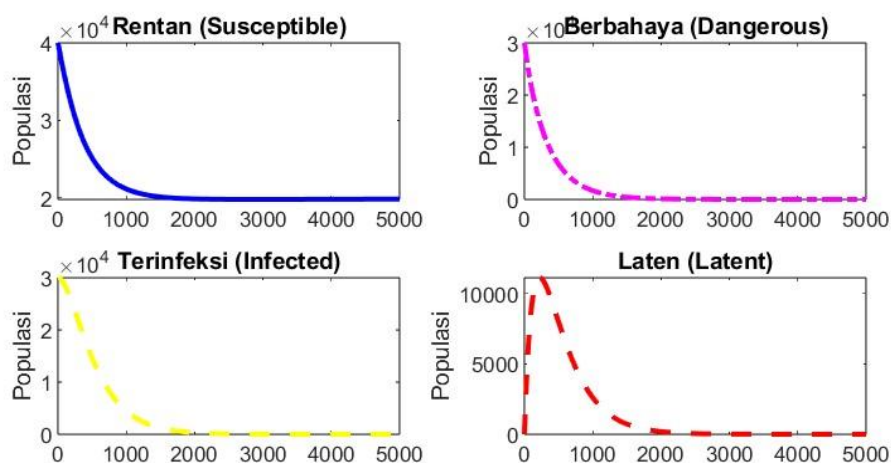
4.3 Simulasi Numerik

Simulasi dilakukan bertujuan untuk mengamati bagaimana perubahan jumlah pengulangan rumor pada media sosial. Dengan memperhatikan nilai parameter

yang tercantum pada Tabel 4.2 didapatkan angka reproduksi dasar untuk Kestabilan Titik Kesetimbangan ketika $R_0 < 1$ sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{\eta\beta N(\theta + \mu + \varphi)}{(\sigma + \eta + \mu)(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)} = 0,88 < 1$$

Selanjutnya simulasi dilakukan dengan menggunakan *software* Matlab. Simulasi dilakukan dengan memasukkan nilai kondisi awal pada Tabel 4.1 dan nilai parameter pada Tabel 4.2 sehingga menghasilkan grafik yang ditunjukkan pada Gambar 4.8.



Gambar 4.8 Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Rumor

Pada Gambar 4.8 menunjukkan laju pertumbuhan populasi *Susceptible*, *Dangerous*, *Infected*, dan *Latent* pada keadaan bebas rumor. Pada grafik di atas diketahui laju pertumbuhan populasi *Susceptible* (garis biru) dari nilai awal 40000 perlahan terlihat mengalami penurunan seiring waktu. Hal ini mengindikasikan bahwa selama periode waktu tersebut, semakin banyak individu yang mengetahui rumor dan beralih dari populasi *Susceptible* menjadi *Dangerous* sehingga seiring berjalannya waktu populasi tersebut akan habis.

Pada grafik laju populasi *Dangerous* (garis pink) terlihat bahwa populasi sempat mengalami penurunan. Terjadinya penurunan ini karena adanya

perpindahan dari individu *Susceptible* yang beralih ke *Dangerous*. Hal ini menandakan bahwa individu yang mengetahui rumor semakin banyak dan berpotensi untuk menyebarkannya. Sehingga seiring berjalannya waktu jumlah individu pada populasi *Dangerous* akan berkurang pada saat populasi mengetahui adanya rumor dan berpotensi untuk menyebarkan.

Pada grafik laju populasi *Infected* (garis kuning) pada awalnya mengalami penurunan yang cukup signifikan. Penurunan grafik populasi *Infected* yang terjadi disebabkan adanya peningkatan jumlah individu yang aktif menyebarkan rumor. Selain itu penurunan terjadi karena adanya perpindahan dari populasi berpotensi untuk menyebarkan dan kemudian menjadi individu yang aktif menyebarkan rumor. Seiring berjalannya waktu jumlah individu yang aktif menyebarkan rumor akan stabil pada titik 0.

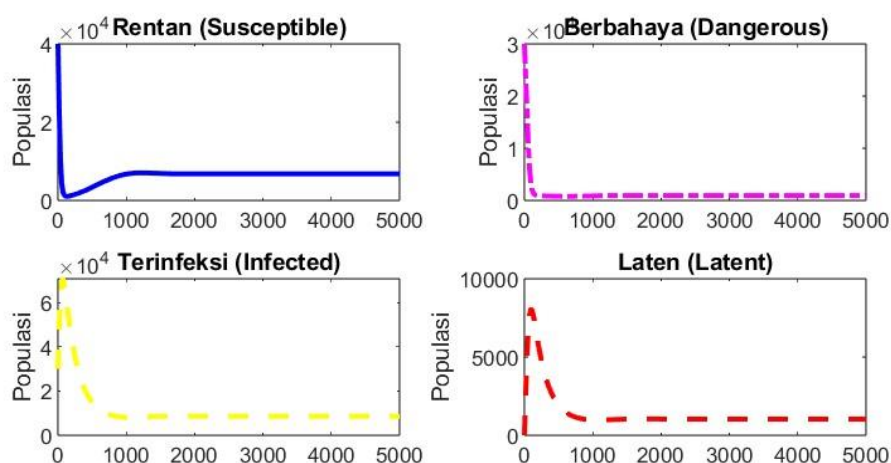
Pada grafik laju populasi *Latent* terlihat mengalami kenaikan kemudian mulai konstan di nilai 0. Hal ini menunjukkan bahwa individu yang berhenti sementara untuk menyebarkan rumor semakin meningkat meskipun kemudian grafik bergerak konstan.

Berdasarkan Gambar 4.5 dapat disimpulkan bahwa kurva akan konvergen ke titik kesetimbangan bebas rumor $P^0 = (N, 0, 0, 0)$ dan mencapai stabil asimtotik lokal pada saat $R_0 < 1$. Berdasarkan gambaran grafik di atas diketahui bahwa pada saat $R_0 < 1$ maka tidak terjadi penyebaran rumor sehingga seiring bertambahnya waktu maka pengulangan rumor pada media sosial akan terhenti atau tidak terjadi.

Selanjutnya berdasarkan nilai parameter pada Tabel 4.2 didapatkan angka reproduksi dasar untuk Kestabilan Titik Keseimbangan ketika $R_0 > 1$ sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{\eta\beta N(\theta + \mu + \varphi)}{(\sigma + \eta + \mu)(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)} = 17,56 > 1$$

Selanjutnya simulasi dilakukan dengan menggunakan *software* Matlab. Simulasi dilakukan dengan memasukkan nilai kondisi awal yang tercantum dalam Tabel 4.1 dan nilai parameter pada Tabel 4.2 sehingga dihasilkan grafik berikut:



Gambar 4.9 Kestabilan Titik Keseimbangan Terjadi Pengulangan Rumor

Pada Gambar 4.9 menunjukkan laju pertumbuhan populasi *Susceptible*, *Dangerous*, *Infected*, dan *Latent* pada keadaan terjadi pengulangan rumor. Pada grafik di atas diketahui laju pertumbuhan populasi *Susceptible* (garis biru) pada awal waktu $t = 0$ terdapat 40000 individu yang belum mengetahui rumor. Berdasarkan grafik terlihat bahwa jumlah individu yang belum mengetahui rumor. Hal ini mengindikasikan bahwa semakin banyak individu yang mengetahui rumor selama periode tersebut dan berpindahnya individu dari populasi *Susceptible* menjadi *Dangerous* sehingga semakin lama maka populasi tersebut akan habis.

Pada grafik laju populasi *Dangerous* (garis pink) terlihat bahwa populasi sempat mengalami kenaikan sedikit kemudian perlahan turun sedikit. Setelah itu bertahap mengalami kenaikan. Terjadinya peningkatan ini karena adanya perpindahan dari individu *Susceptible* yang beralih ke *Dangerous*. Hal ini mengindikasikan bahwa semakin banyak individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkannya. Sehingga seiring berjalannya waktu jumlah individu pada populasi *Dangerous* akan bertambah.

Pada grafik laju populasi *Infected* (garis kuning) terlihat mengalami kenaikan dan kemudian mulai menurun. Peningkatan grafik populasi *Infected* yang terjadi disebabkan adanya perubahan jumlah individu dari yang berpotensi untuk menyebarkan rumor menjadi populasi yang aktif menyebarkan rumor. Terlihat pada grafik bahwa apabila jumlah populasi *Dangerous* bertambah maka akan menimbulkan kemungkinan untuk populasi *Infected* juga akan bertambah. Hal tersebut dikarenakan setiap individu yang mengetahui rumor akan berkemungkinan untuk menjadi individu yang aktif menyebarkan rumor juga. Populasi *Infected* akan berada pada keadaan setimbang apabila tidak terjadi perubahan pada populasi *Latent*.

Pada grafik laju populasi *Latent* (garis warna merah) terlihat kenaikan yang kemudian mengalami kesetimbangan, kondisi tersebut terjadi pada saat populasi dalam keadaan setimbang. Hal tersebut terjadi disebabkan oleh individu yang aktif menyebarkan rumor telah berhenti untuk sementara waktu. Sehingga populasi perlahan mulai stabil dan mencapai titik kesetimbangan di $L^* = 1024$.

Berdasarkan Gambar 4.6 dapat disimpulkan bahwa kurva akan menuju ke titik kesetimbangan terjadi pengulangan rumor dan mencapai stabil asimtotik

lokal ketika $R_0 > 1$. Dari gambaran grafik di atas dapat diketahui bahwa pada saat $R_0 > 1$ maka terjadi penyebaran rumor sehingga seiring bertambahnya waktu maka akan terjadi pengulangan rumor pada media sosial.

4.4 Implementasi Penerimaan Berita dalam Pandangan Islam

Proses implementasi penerimaan berita sesuai dengan pandangan Islam harus benar-benar dengan teliti. Hal ini selaras dengan salah satu perintah Allah SWT dalam agama Islam yaitu menyelidiki berita terlebih dahulu. Dalam ajaran Islam, menyebarkan berita bohong dianggap sebagai perbuatan yang bertentangan dengan prinsip-prinsip agama. Allah SWT. telah menegaskan bahwa tidak semua informasi yang beredar itu benar sesuai dengan fakta apa adanya. Berdasarkan pembahasan pada Bab IV telah dijelaskan mengenai penyebaran rumor, pada model S, D, I, L, R menunjukkan bahwa semakin banyak individu yang memahami bahaya menyebarkan rumor dan memilih untuk berhati-hati dalam menerima informasi, maka akan semakin sedikit pula rumor yang beredar di suatu populasi. Hal ini sejalan dengan ajaran Islam yang menetapkan pentingnya klarifikasi sebelum menyebarkan informasi sesuai dengan Al-Quran surat Al-Isra' ayat 36 (Kementrian Agama RI, 2024):

“Janganlah engkau mengikuti sesuatu yang tidak kau ketahui. Sesungguhnya pendengaran, penglihatan, dan hati nurani, semua itu akan diminta pertanggungjawabannya.”

Dari ayat tersebut dapat kita pahami bahwa pada saat seseorang mengetahui suatu informasi, sebaiknya tidak langsung mempercayai tanpa pertimbangan yang pasti. Karena setiap tindakan dan perkataan akan dimintai pertanggungjawaban di hadapan Allah SWT. Sebagaimana yang dijelaskan dalam tafsir Aidh Al-Qarni

yaitu menegaskan akan pentingnya kehati-hatian dalam menerima dan menyebarkan informasi, karena kesalahan dalam mengetahui kebenaran suatu berita dapat membawa dampak yang serius di dunia dan akhirat. Diturunkannya Nabi Muhammad SAW sebagai utusan Allah dalam agama Islam menegaskan pentingnya nilai kejujuran bagi umatnya. Nabi Muhammad SAW memiliki sifat wajib, di antaranya adalah sifat shidiq yang berarti benar. Segala yang disampaikan oleh Nabi Muhammad SAW dianggap sebagai kebenaran mutlak. Oleh karena itu, kejujuran dianggap sebagai pondasi utama dalam membangun keselamatan baik di dunia maupun di akhirat. Sedangkan, kebohongan dipandang sebagai jalan menuju kejahatan (Al-Qarni, 2005).

Dalam perspektif Islam, menyebarkan rumor atau informasi palsu dianggap sebagai perbuatan munkar yang harus dihindari. Penyebaran informasi palsu tidak hanya merugikan individu atau kelompok tertentu, tetapi juga menciptakan ketidakstabilan sosial dan kerusakan moral dalam masyarakat. Oleh karena itu, menjauhi tindakan menyebarkan rumor merupakan kewajiban bagi setiap muslim yang berpengaruh teguh pada ajaran Islam.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan tujuan dan hasil pembahasan pada bab sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil analisis bifurkasi model *SDILR* diperoleh fungsi $I(t)$ sebagai berikut:

$$aN - b = 0$$

di mana,

$$a = \left(\frac{\eta\mu - \gamma\mu - \mu^2}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} + \frac{\theta\gamma\mu}{\beta S(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)} \right)$$
$$b = \frac{(\mu + \gamma\mu + \mu^2)(\varphi\gamma + \varphi\mu + \theta\mu + \gamma\mu + \mu^2)}{\eta\beta(\theta + \mu + \varphi)} - \frac{\theta\gamma\mu(\sigma + \eta + \mu)}{\beta^2\eta(\theta + \mu + \varphi)}$$

Berdasarkan persamaan $I(t)$ tersebut terlihat bahwa persamaan memiliki bentuk linier. Hal ini menunjukkan bahwa model SDIL tidak mengalami bifurkasi untuk titik kesetimbangannya.

2. Simulasi dilakukan terhadap laju peralihan dari individu yang belum mengetahui rumor ke individu yang mengetahui rumor dan berpotensi untuk menyebarkan (β) dan total populasi (N), dengan $\beta \in [(0,1), (1)]$ dan $N \in [(0,1), (1)]$. Berdasarkan simulasi yang dilakukan, angka reproduksi dasar (R_0) pengulangan rumor pada media sosial akan menjadi bebas rumor apabila $R_0 < 1$. Sedangkan pengulangan rumor pada media sosial akan terjadi pengulangan rumor apabila $R_0 > 1$ dan syarat untuk memenuhi nilai $R_0 > 1$ adalah $\beta \in [(0,1), (1)]$ dan $N \in [(0,1), (1)]$.

3. Berdasarkan hasil simulasi numerik model *SDILR* saat $R_0 > 1$ menunjukkan bahwa jumlah subpopulasi *Susceptible*, *Dangerous*, *Infected*, dan *Latent* pada kondisi terjadi pengulangan rumor telah menuju keadaan yang setimbang hal ini menunjukkan bahwa pengulangan rumor pada media sosial terjadi.

5.2 Saran

Pada penelitian ini telah dilakukan analisis bifurkasi dan analisis angka reproduksi dasar R_0 model matematika pengulangan rumor pada media sosial pada populasi *Susceptible*, *Dangerous*, *Infective*, dan *Latent* (SDIL). Pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat melakukan kontrol optimal pada model untuk mengetahui upaya yang paling efektif dalam menghentikan pengulangan rumor pada media sosial. Selain itu, diharapkan pada penelitian selanjutnya juga dapat mencari angka reproduksi dasar pada model matematika lain dengan menggunakan metode yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Qarni, D. A. (2005). *La Tahzan Jangan bersedih* (Issue November).
- Al-Sheikh, D. A. bin M. bin A. bin I. (1994). *Lubaabut Tafsir min Ibni Katsiir* (jilid 7). Mu-assasah Daar al-Hilaal Kairo.
- Anton, H., & Rorres, C. (2004). *Elementary Linear Algebra* (8th Ed). Erlangga.
- Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2009). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, Textbook and Student Solutions Manual Set*.
- Daley, D. J., & Kendall, D. G. (1965). Stochastic rumours. *IMA Journal of Applied Mathematics (Institute of Mathematics and Its Applications)*, 1(1), 42–55. <https://doi.org/10.1093/imamat/1.1.42>
- Driessche, P. Van den, & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 180(1–2). [https://doi.org/10.1016/S0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00108-6)
- Hamka, P. D. (n.d.). *Tafsir Al-Azhar* (Jilid 9).
- Harista, T. S., & Subhan, M. (2023). Model Penyebaran Rumor di Media Sosial. *Journal of Mathematics UNP*, 8(2), 93. <https://doi.org/10.24036/unpjomath.v8i2.14515>
- Irmayanti, D. (2021). *Analisis kestabilan model sdilr (susceptible-dangerous-infective-latent-recovered) dengan adanya pengulangan rumor pada media sosial*.
- J.Kimmel, A. (2003). Rumors and Rumor Control: A Manager's Guide to Understanding and Combinatting Rumors. In *Вестник Росздравнадзора* (Vol. 4, Issue 1).
- Juliah, I. (2015). *Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Model Matematika Proses Transmisi Virus Dengue di dalam Tubuh Manusia dengan Terapi Obat Herbal*. Universitas Negeri Semarang.
- Kementrian Agama RI. (2023). *Qur'an Kemenag*. Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an. <https://quran.kemenag.go.id/>
- Kompas. (2023). *[HOAKS] Rencana Lockdown pada September 2023*. Kompas.Com. https://www.kominfo.go.id/content/detail/51580/hoaks-rencana-lockdown-pada-september-2023/0/laporan_isu_hoaks

- Llibre, J., & Teruel, A. E. (2014). Introduction to the Qualitative Theory of Differential Systems. In *Birkhäuser Advanced Texts Basler Lehrbücher*. <https://doi.org/10.1007/978-3-0348-0657-2>
- Maya, R. (2014). Persamaan diferensial biasa. In *Persamaan diferensial lkoefisien linier* (Issue 6). <https://dosen.ikipsiliwangi.ac.id/wp-content/uploads/sites/6/2021/03/Persamaan-Diferensial.pdf>
- Ndii, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit: Teori, Aplikasi, dan Numerik*. Deepublish, February.
- Pathak, A. R., Mahajan, A., Singh, K., Patil, A., & Nair, A. (2020). Analysis of Techniques for Rumor Detection in Social Media. *Procedia Computer Science*, 167(2019), 2286–2296. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.03.281>
- Perko, L. (2001). *Equations and Dynamical Systems* (Third edit).
- Shihab, M. Q. (1997). TAFSIR AL-MISHBAH Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Quran. In *Tafsir Al-misbah jilid 13*. Lentera Hati.
- Tian, Y., & Ding, X. (2019). Rumor spreading model with considering debunking behavior in emergencies. *Applied Mathematics and Computation*, 363, 124599. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2019.124599>
- Waluya, S. B. (2009). *Buku Ajar Persamaan Diferensial* (Issue April).
- Wan, C., Li, T., & Sun, Z. (2017). Global stability of a SEIR rumor spreading model with demographics on scale-free networks. *Advances in Difference Equations*, 2017(1). <https://doi.org/10.1186/s13662-017-1315-y>
- Yao, Y., Xiao, X., Zhang, C., Dou, C., & Xia, S. (2019). Stability analysis of an SDILR model based on rumor recurrence on social media. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 535, 122236. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.122236>

LAMPIRAN

Lampiran 1: Program MATLAB untuk Grafik 3D $R_0(\beta, N)$

```
clc;
clear all;
clf;
beta=0.1:0.1:1;
N=0.1:0.1:1;
mu = 0.0000003;
eta=0.005;
gamma = 0.005;
sigma = 0.0000004;
theta = 0.001;
psi = 0.01;
R0 = zeros(length(beta), length(N));

for i = 1:length(beta)
    for j = 1:length(N)
        R0(i, j) =(beta(i)*N(j)*eta*(theta + mu + psi))/((sigma + eta +
mu)*(psi*gamma) + (psi*mu) + (theta*mu) + (gamma*mu) + (mu^2));
        R0(i, j) = R0(i, j);
    end
end

figure(1);
surf(beta, N, R0);
title('Grafik R_0(beta,N)');
xlabel('beta');
ylabel('N');
zlabel('R_0');
```

Lampiran 2: Program MATLAB untuk Grafik 3D $1 < R_0(\beta, N) > 1$

```
clc,clear all
clf
beta=0.1:0.1:1;
N=0.1:0.1:1;
mu = 0.0000003;
eta=0.005;
gamma = 0.005;
sigma = 0.0000004;
theta = 0.001;
psi = 0.01;

R0=zeros(length(beta),length(N));

for i=1:length(beta)
    for j=1:length(N)
        R0(i, j) = (beta(i)*N(j)*eta*(theta + mu + psi))/((sigma + eta +
mu)*(psi*gamma) + (psi*mu) + (theta*mu) + (gamma*mu) + (mu^2));
        R0(i, j) = R0(i, j);
        if R0(i,j) < 1
```

```

RO(i,j)=0;
elseif RO(i,j) > 1
RO(i,j)=RO(i,j);
end
end
end

figure (4)
surf(beta,N,RO)
colormap([0 1 1;1 1 0])
colorbar
title('Grafik R_0(beta,N)')
xlabel('beta')
ylabel('N')
zlabel('R_0');

```

Lampiran 3: Program MATLAB untuk grafik 2D untuk $\beta, N \in [(0, 1), (1)]$

```

clc;
clear all;
clf;
beta=0.1:0.1:1;
N=10000;
mu = 0.0000003;
eta=0.005;
gamma = 0.005;
sigma = 0.0000004;
theta = 0.001;
psi = 0.01;

RO=zeros(length(beta), 1);

for i=1:length(beta)
RO(i, j) = (beta(i)*N*eta*(theta + mu + psi))/((sigma + eta +
mu)*((psi*gamma) + (psi*mu) + (theta*mu) + (gamma*mu) + (mu^2)));
if RO(i) < 1
RO(i)=0;
elseif RO(i) > 1
RO(i)=RO(i);
end
end
end

figure (1)
plot(beta,R0, 'Linewidth', 2)
title('Grafik R_0(beta,N)')
xlabel('beta,N')
ylabel('R_0')

```

Lampiran 4: m-file Simulasi Numerik Bebas Rumor Pada Matlab

```

%parameter
N=100000;
mu=0.0000003;
beta=0.0000004;

```

```

eta=0.005;
gamma=0.005;
sigma=0.0000004;
teta=0.001;
psi=0.01;
waktu=5000;

%nilai awal
S(1)=40000;
D(1)=30000;
I(1)=30000;
L(1)=0;
R(1)=0;
dt=0.01;
h=dt;

for i=2:waktu/dt
    S(i)=real(S(i-1)+(mu*N-beta*S(i-1)*I(i-1)-mu*S(i-1))*dt);
    D(i)=real(D(i-1)+(beta*S(i-1)*I(i-1)-sigma*D(i-1)-eta*D(i-1)-mu*D(i-1))*dt);
    I(i)=real(I(i-1)+(eta*D(i-1)-gamma*I(i-1)+teta*L(i-1)-mu*I(i-1))*dt);
    L(i)=real(L(i-1)+(gamma*I(i-1)-teta*L(i-1)-psi*L(i-1)-mu*L(i-1))*dt);
End

figure(1)
plot(dt:dt:waktu,S(1:length(dt:dt:waktu)), 'b', 'LineWidth',2); hold on
plot(dt:dt:waktu,D(1:length(dt:dt:waktu)), '-.m', 'LineWidth',2);
plot(dt:dt:waktu,I(1:length(dt:dt:waktu)), '--y', 'LineWidth',2);
plot(dt:dt:waktu,L(1:length(dt:dt:waktu)), '--r', 'LineWidth',2);
legend({'Susceptible', 'Dangerous', 'Infected', 'Latent'});
ylabel('Populasi');
xlabel('waktu');
title('Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Rumor');

```

Lampiran 5: m-file Simulasi Numerik Terjadinya Pengulangan Rumor Pada Matlab

```

%parameter
N=100000;
mu=0.0005;
beta=0.0000008;
eta=0.05;
gamma=0.005;
sigma=0.0000004;
teta=0.001;
psi=0.04;
waktu=5000;

%nilai awal
S(1)=40000;
D(1)=30000;
I(1)=30000;
L(1)=0;
R(1)=0;
dt=0.01;
h=dt;

```

```

for i=2:waktu/dt
    S(i)=real(S(i-1)+(mu*N-beta*S(i-1)*I(i-1)-mu*S(i-1))*dt);
    D(i)=real(D(i-1)+(beta*S(i-1)*I(i-1)-sigma*D(i-1)-eta*D(i-1)-mu*D(i-1))*dt);
    I(i)=real(I(i-1)+(eta*D(i-1)-gamma*I(i-1)+teta*L(i-1)-mu*I(i-1))*dt);
    L(i)=real(L(i-1)+(gamma*I(i-1)-teta*L(i-1)-psi*L(i-1)-mu*L(i-1))*dt);
end

% Plot hasil
figure(1)
plot(dt:dt:waktu,S(1:length(dt:dt:waktu)),'b','LineWidth',2); hold on
plot(dt:dt:waktu,D(1:length(dt:dt:waktu)),'-.m','LineWidth',2);
plot(dt:dt:waktu,I(1:length(dt:dt:waktu)),'--y','LineWidth',2);
plot(dt:dt:waktu,L(1:length(dt:dt:waktu)),'--r','LineWidth',2);
legend({'Susceptible','Dangerous','Infected','Latent'});
ylabel('Populasi');
xlabel('waktu');
title('Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik');

```

RIWAYAT HIDUP



Vionia Putri Okditi, lahir di Kediri pada 29 Oktober 2001. Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Didik Dwi Rahardjo dan Ibu Kompanyi Titik Sugiyati.

Penulis telah menempuh Pendidikan dari TK ABA IX dan lulus pada tahun 2008, dilanjutkan menempuh Pendidikan sekolah Dasar di SDN Gedangsewu I dan lulus pada tahun 2014. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan sekolah menengah pertama di SMPN 3 Pare dan lulus pada tahun 2017. Selanjutnya menempuh pendidikan sekolah menengah atas di SMAN 1 Puncu dan lulus pada tahun 2020. Pada tahun yang sama, penulis melanjutkan pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan mengambil bidang keilmuan Matematika.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Vionia Putri Okditi
NIM : 200601110076
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Analisis Bifurkasi Model SDILR (*Susceptible-Dangerous-Infective-Latent-Recovered*) dengan Adanya Pengulangan Rumor pada Media Sosial
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si.
Pembimbing II : Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	25 September 2023	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2.	26 September 2023	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	2.
3.	16 Oktober 2023	Konsultasi Revisi Kajian Agama Bab I dan II	3.
4.	17 Oktober 2023	ACC Kajian Agama Bab I dan II	4.
5.	6 Desember 2023	Konsultasi Revisi Bab I, II, dan III	5.
6.	15 Desember 2023	ACC Bab I, II, dan III	6.
7.	21 Desember 2023	ACC Seminar Proposal	7.
8.	6 Februari 2024	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	8.
9.	28 Maret 2024	Konsultasi Bab IV dan V	9.
10.	1 April 2024	Konsultasi Revisi Bab IV dan V	10.
11.	13 Mei 2024	ACC Bab IV dan V	11.
12.	14 Mei 2024	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	12.
13.	21 Mei 2024	ACC Kajian Agama Bab IV	13.
14.	28 Mei 2024	ACC Seminar Hasil	14.
15.	5 Juni 2024	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	15.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	11 Juni 2024	ACC Sidang Skripsi	16.
17.	21 Juni 2024	Konsultasi Revisi Sidang Skripsi	17.
18.	26 Juni 2024	ACC Akhir Keseluruhan	18.

Malang, 26 Juni 2024

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.

NIP 19741129 200012 2 005