GRAF DARI PENEMPATAN n-RATU PADA PAPAN CATUR BERUKURAN $n \times n$ DAN SIFAT PERKALIAN MATRIKSNYA

SKRIPSI

OLEH
DINI TANIA HANAWATI
NIM. 08610020

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015

GRAF DARI PENEMPATAN n-RATU PADA PAPAN CATUR BERUKURAN $n \times n$ DAN SIFAT PERKALIAN MATRIKSNYA

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains Dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
DINI TANIA HANAWATI
NIM. 08610020

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015

GRAF DARI PENEMPATAN n-RATU
PADA PAPAN CATUR BERUKURAN $n \times n$
DAN SIFAT PERKALIAN MATRIKSNYA

SKRIPSI

Oleh
DINI TANIA HANAWATI
NIM. 08610020

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 26 Juni 2015

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Drs. H. Turmudi, M.Si	Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19571005 198203 1 006	NIP. 19751006 200312 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

GRAF DARI PENEMPATAN n-RATU PADA PAPAN CATUR BERUKURAN $n \times n$ DAN SIFAT PERKALIAN MATRIKSNYA

SKRIPSI

Oleh
DINI TANIA HANAWATI
NIM. 08610020

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 2 Juli 2015

Penguji Utama	: Evawati Alisah, M.Pd	....
Ketua Penguji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Sekertaris Penguji	: Drs. H. Turmudi, M.Si	....
Anggota Penguji	: Dr. Abdussakir, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawahini:

Nama : Dini Tania Hanawati

NIM : 08610020

Jurusan : Matematika

Fakultas : SainsdanTeknologi

Judul Skripsi : Graf dari Penempata n-Ratu pada Papan Catur Berukuran $n \times n$ dan Sifat Perkalian Matriksnya

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 25 Juni 2015

Yang membuat pernyataan,

Dini Tania Hanawati

NIM. 08610020

MOTO

"Sebaik-baik manusia diantaramu adalah yang paling banyak manfaatnya bagi orang lain." (HR. Bukhari dan Muslim)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Bapak Drs. Burhanudin, Ibu Tatik Mulyowati, S.Pd., Kakak tersayang Mas Yhanuar Effendi, Mbak Anggi Fitriani, dan Mas M.Rifa'i, yang selalu memberi nasihat dan dukungan, serta adik tercinta Putri Kharisma Hanawati dan Azazani Kris Hanawati yang selalu menemani serta memberi semangat yang luar biasa bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarokatuh

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dengan proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, sekaligus selaku dosen pembimbing II yang juga telah banyak memberikan arahan dan berbagai ilmunya kepada penulis
4. Drs. H. Turmudi, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagai pengalaman yang berharga bagi penulis.

5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama seluruh dosen, terimakasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
6. Bapak dan Ibu yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
7. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika, yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi, terimakasih atas segala kenangan selama ini.
8. Seluruh saudaraku di Unit Kegiatan Mahasiswa Korps Suka Rela Palang Merah Indonesia Unit Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terimakasih atas segala ilmu dan pengalaman berhaga.
9. Seluruh Guru, Staf dan Murid Taman Kanak-kanak "Azazani", yang selalu memberi nasihat, dukungan, dan semangat yang luar biasa.
10. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb

Malang, Juni 2015

Penulis

DAFTAR ISI

BAB III PEMBAHASAN

BAB IV PENUTUP

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam skripsi ini mempunyai makna yaitu sebagai berikut:

$\boldsymbol{A}$: himpunan posisi ratu pada papan catur berukuran $\mathbf{4} \times \mathbf{4}$

$\mathbf{a_n}$: anggota himpunan posisi ratu pada papan catur berukuran $\mathbf{4} \times \mathbf{4}$

$\mathbf{B}$: himpunan posisi ratu pada papan catur berukuran $\mathbf{6} \times \mathbf{6}$

$\mathbf{b_n}$: anggota himpunan posisi ratu pada papan catur berukuran $\mathbf{6} \times \mathbf{6}$

$\mathbf{C}$: himpunan posisi ratu pada papan catur berukuran $\mathbf{8} \times \mathbf{8}$

$\mathbf{c_n}$: anggota himpunan posisi ratu pada papan catur berukuran $\mathbf{8} \times \mathbf{8}$

$\mathbf{N(a)}$: Himpunan semua titik di graf $\mathbf{G_1}$ yang berhubungan dengan $\mathbf{a}$

$\mathbf{deg(a)}$: Derajat dari $\mathbf{a}$ di graf $\mathbf{G_1}\Delta(\mathbf{G})$

$\mathbf{N(b)}$: Himpunan semua titik di graf $\mathbf{G_2}$ yang berhubungan dengan $\mathbf{b}$

$\mathbf{deg(b)}$: Derajat dari $\mathbf{b}$ di graf $\mathbf{G_2}\Delta(\mathbf{G})$

$\mathbf{N(c)}$: Himpunan semua titik di graf $\mathbf{G_3}$ yang berhubungan dengan $\mathbf{c}$

$\mathbf{deg(c)}$: Derajat dari $\mathbf{c}$ di graf $\mathbf{G_3}\Delta(\mathbf{G})$

ABSTRAK

Hanawati, Dini Tania. 2015. **Graf dari Penempatan n-Ratu pada Papan Catur Berukuran $n \times n$ dan Sifat Perkalian Matriksnya.** Tugas akhir/skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Drs. H. Turmudi, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Kata kunci: graf, ratu, papan catur, sifat perkalian matriks.

Posisi n-Ratu pada papan catur berukuran $n \times n$ dinyatakan dalam bentuk matriks yang ber-ordo $n \times n$. Setelah dinyatakan dalam bentuk matriks, kemudian dikenai operasi perkalian matriks. Selanjutnya dianalisis matriks yang dihasilkan dari operasi perkalian matriks tersebut. Kemudian digambarkan graf dari penempatan n-ratu pada papan catur berukuran $n \times n$. Anggota himpunan matriks dilambangkan dengan titik, sedangkan hasil perkalian dilambangkan dengan sisi yang terhubung atau tidak terhubung. Jika hasil operasi antara himpunan matriks posisi n-ratu pada papan $n \times n$ tertutup pada himpunan tersebut, maka grafnya terhubung. Sedangkan pada hasil operasi perkalian yang tidak tertutup, maka grafnya tidak terhubung.

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji sifat perkalian matriks dan graf dari n-ratu pada papan catur berukuran $n \times n$ yang tidak saling memakan. Hasil dari penelitian ini adalah:

1. Sifat perkalian matriks penempatan n-ratu yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $n \times n$, yaitu hasil operasi perkaliannya tertutup, dan tidak tertutup.
   Pada hasil operasi perkalian yang tidak tertutup, menghasilkan:
   a. Matriks diagonal samping, yaitu pada operasi perkalian dari matriks posisi n-ratu pada papan catur berukuran $n \times n$ dengan hasil rotasinya, dan
   b. Matriks diagonal utama, yaitu pada operasi perkalian dari matriks posisi n-ratu pada papan catur berukuran $n \times n$ dengan hasil refleksi dari rotasinya.
2. Graf dari penempatan n-ratu pada papan catur berukuran $n \times n$, yaitu:
   a. Pada dua matriks yang hasil perkaliannya tertutup, maka graf matriksnya terhubung.
   b. Pada dua matriks yang hasil perkaliannya tidak tertutup, maka graf matriksnya tidak terhubung.

Bagi peneliti selanjutnya diharapkan dapat menyelesaikan permasalahan lain yang berhubungan dengan n-ratu atau permasalahan graf yang lainnya.

ABSTRACT

Hanawati, Dini Tania. 2015. **Graph of n-Queen Placement on an $n \times n$ Chessboardand The Properties of Matrix Multiplication.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Drs. H. Turmudi, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Keywords: graph, queen, chessboard, the properties of matrix multiplication.

The position of n-queen on an $n \times n$ chessboard expressed in the form of an matrix. Once expressed in the form of a matrix, and then it subjected to a matrix multiplication operation. Then the resulting matrix of the matrix multiplication operations is analized. The next step is describing graph of n-queens placement on an $n \times n$ chessboard . The element of the set of matrices is denoted by a vertex, while the result of the multiplication is symbolized by the edge of which is connected or not connected. If the results of the operation between the set matrix$n$-queens position on an $n \times n$ board closed on the set, then the graph is connected. While the results of multiplication operations that are not closed, then the graph is not connected.

The aim of this study is to examine the properties of matrix multiplication and the graph of the n-queens on an $n \times n$ chessboard which doesn't capture each other. Results from this study are:

1. The properties of matrix multiplication placement of n-queens which doesn't capture each other in an $n \times n$ chessboard, namely the multiplication operating results is closed and not closed.
   On the results of multiplication operations that are not covered, resulting in:
   a. The side diagonal matrix, namely the multiplication of matrices position of n-queens on an $n \times n$ chessboard with rotation results, and
   b. The main diagonal matrix, namely the matrix multiplication operation from a position n-queens on an $n \times n$ chessboard with results reflection of rotation.
2. Graf of placing n queens on an $n \times n$ chessboard, namely:
   a. At two matrices which results the multiplicity closed, then its matrix graph is connected.
   b. At two matrices which results the multiplicity not closed, then the matrix graph is not connected.

For further research it is expected to resolve the other problems associated with the n-queen or any other graph problems.

ملخص

هنواتي، ديني تانيا. ٢٠١٥.**مخطط لتنسيب ن ملكةرقعه الشطرنج $n \times n$خطائص ضرب**. **بحث خامعي**. شعبة الرياضيات كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (I) الدكاترة. حاجي, تورمودي، ماجستير (II) الدكتور عبد الشكير ماجستير.

كلمات ئيسية: المخططات، الملكة، رقعة للشطرنج، خطائص مصفوفة الضرب.

أعرب موقف ن ملكة على رقعة الشطرنج قياس$n \times n$ في شكل مصفوفة مع$n \times n$ الهواء النظام. بمجرد التعبير عنها في شكل مصفوفة، ثم تعرض لعملية ضرب المصفوفات. ثم تحليلها المصفوفة الناتجة من عمليات ضرب المصفوفات. وصفها لاحقا المخططاتللوضع ن الملكات على رقعة الشطرنج$n \times n$. وتدل عضو في مجموعة من المصفوفات بفارق نقطة واحدة، في حين يرمز نتيجة الضرب من قبل الجانب من التي ترتبط أو غير مرتبط. إذا كانت نتائج العملية بين موقف مجموعة مصفوفة ن الملكات على رقعة$n \times n$غطت على مجموعة، ثم المخطط متصل. في حين أن نتائج عمليات الضرب التي لم تتم تغطيتها، ثم المخطط غير متصل.

والهدف من هذه الدراسة هو دراسة خطائص مصفوفة الضرب المخططاتد ن الملكات على رقعة الشطرنج$n \times n$لا تلتقطا بعضها البعض. نتائج هذه الدراسة هي:

١. خطائص مصفوفة الضرب وضعب وضع ن الملكات الذين لا تلتقطابعضهم البعض في رقعة الشطرنج $n \times n$ وهي تعمل النتائج ضرب مغلقة وغير مغلق.

على نتائج عمليات الضرب التي لم تتم تغطيتها، مما أدى إلى:

أ. قطري الجانب المصفوفة، وهي ضرب المصفوفات موقف ن الملكات على لوحة الشطرنج قياس $n \times n$مع نتائج التناوب، و

ب. مصفوفة قطري الرئيسية، أي عملية ضرب المصفوفات من موقف ن الملكات على رقعة الشطرنج $n \times n$مع نتائج انعكاس دوران.

٢. المخططا ت من وضع ن الملكات على رقعة الشطرنج $n \times n$، وهي:

أ. في مصفوفتين مما يؤدي ضربها مغلقة، ثم يتم توصيل المخططاتمصفوفة لها.

ب. في مصفوفتين مما يؤدي ضربها ليست مغلقة، ثم غير متصل مصفوفة المخططات.

لمزيد من البحث ومن المتوقع أن حل المشاكل الأخرى المرتبطة ن ملكة أو أي مشاكل أخرىفيالمخططات.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu yang banyak manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari. Banyak sekali permasalahan dalam kehidupan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus atau teorema. Matematika adalah salah satu ilmu yang merupakan cabang ilmu pengetahuan yang mempuanyai banyak kelebihan dibandingkan ilmu pengetahuan yang lain. Seiring dengan perkembangan teknologi, matematika juga mengalami perkembangan yang membuat keinginan para ilmuwan untuk mengembangkannya juga semakin meningkat.

Mempelajari matematika yang sesuai dengan paradigma *ulul albab* tidak cukup hanya berbekal kemampuan intelektual semata, tetapi perlu didukung secara bersama dengan kemampuan emosional dan spiritual. Pola pikir deduktif dan logis dalam matematika juga bergantung pada kemampuan intuitif dan imajinatif serta mengembangkan pendekatan rasionalis, empiris, dan logis (Abdussyakir, 2007:24). Sebagaimana firman Allah dalam surat Shaad ayat 29:

كِتَابٌ أَنْزَلْنَاهُ إِلَيْكَ مُبَارَكٌ لِيَدَّبَّرُوا آيَاتِهِ وَلِيَتَذَكَّرَ أُولُو الْأَلْبَابِ

Yang artinya : “*Kitab (Al-Qur’an) yang kami turunkan kepadamu penuh berkah agar mereka menghayati ayat-ayat-Nya dan agar orang-orang yang berakal sehat mendapat pelajaran.”(Q.S Shaad : 29)*

Secara umum beberapa konsep dari disiplin ilmu telah dijelaskan dalam al-Qur’an adalah matematika. Konsep dari disiplin ilmu matematika serta berbagai cabangnya yang ada dalam al-Qur’an di antaranya adalah masalah logika, permodelan, statistik, aljabar, dan lain-lain. Setiap ilmu tersebut memiliki fungsi, makna dan juga penjelasannya masing-masing. Menjelaskan ilmu matematika juga harus memiliki pembuktian yang jelas. Seperti dijelaskan dalam al-Qur’an surat Al-Isra ayat 36 :

وَلا تَقْفُ مَا لَيْسَ لَكَ بِهِ عِلْمٌ إِنَّ السَّمْعَ وَالْبَصَرَ وَالْفُؤَادَ كُلُّ أُولَئِكَ كَانَ عَنْهُ مَسْئُولا

Yang artinya : *“Dan janganlah kamu mengikuti apa yang kamu tidak memiliki pengetahuan tentangnya. Sesungguhnya pendengaran, pengelihatan dan hati, semuanya itu akan diminta pertanggungjawabannya.” (Q.S Al-Isra:36*

Dari ayat tersebut jelas mengisyaratkan ajakan al-Qur’an pada kehati-hatian dan upaya pembuktian terhadap semua berita, semua fenomena, dan semua gerak sebelum memutuskan segala sesuatu, sehingga tidak ada lagi hipotesis atau perkiraan yang rapuh dalam bidang penelitian, eksperimen dan ilmu pengetahuan (Shihab, 2002: 464).

Menurut Abdul Aziz (2006), matematika adalah salah satu ilmu pasti yang mengkaji abstraksi ruang, waktu, dan angka. Matematika juga mendeskripsikan realitas alam semesta dalam bahasa lambang, sehingga suatu permasalahan dalam realitas alam akan lebih mudah dipahami. Matematika adalah salah satu ilmu yang merupakan cabang ilmu pengetahuan yang mempuanyai banyak kelebihan dibandingkan ilmu pengetahuan yang lain. Seiring dengan perkembangan teknologi, matematika juga mengalami perkembangan yang membuat keinginan para ilmuwan untuk mengembangkannya juga semakin meningkat. Salah satu cabang matematika yang menarik untuk ditulis lebih lanjut adalah matematika diskrit, dalam satu pokok bahasannya yatiu tentang teori graf.

Disadari atau tidak, banyak aplikasi teori graf dalam kehidupan. Banyak struktur yang bisa dipresentasikan dengan graf dan banyak masalah yang bisa diselesaikan dengan bantuan graf. Salah satunya aplikasi menarik teori graf adalah permainan catur.

Permainan catur adalah permainan kuno yang telah dimainkan berabad-abad lamanya. Permainan catur tersebut dimainkan di atas papan yang memiliki 64 kotak. Terdapat 2 kubu yang berwarna hitam dan putih (yang salig berlawanan), masing-masing kubu memiliki jumlah anggota yang sama. Permainan catur berakhir ketika salah satu raja terbunuh. Kubu yang rajanya terbunuh diangap sebagai pihak yang kalah dan yang rajanya masih hidup dianggap sebagi pemenangnya. Papan catur terdiri atas 8 baris dan 8 kolom dengan warna berselang seling antara putih dan hitam dengan dimulai warna putih pada baris 1 kolom 1. Setiap kotak pada papan catur memiliki nama tersendiri. Kotak-kotak dengan arah horizontal diberi nama a, b, c, d, e, f, g, dan h sedangkan kotak-kotak dengan arah vertikal diberi nomor urut : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, dan 8.

Pada penelitian sebelumnya dengan judul “n-Queen Problem dengan algoritma backtracking” dengan bantuan teori graf telah ditemukan rumus umum untuk menentukan langkah ratu agar tidak saling memakan pada papan nxn. Pada penelitian ini akan dibahas graf dari penempatan ratu yang tidak saling memakan dan sifat pada perkalian matriksnya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dalam penulisan ini adalah :

1. Bagaimana graf dari penempatan Ratu pada suatu papan catur berukuran nxn yang tidak saling memakan.
2. Bagaimana sifat perkalian matriks dari himpunan posisi ratu pada papan catur berukuran nxn.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian dalam penulisan ini adalah untuk:

1. Mengetahui graf dari penempatan n-Ratu pada suatu papan catur berukuran nxn yang tidak saling memakan.
2. Mengetahui sifat perkalian matriks dari himpunan posisi ratu pada papan catur berukuran nxn.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagi peneliti, sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan mengenai graf dari penempatan n-ratu pada suatu papan catur berukuran nxn yang tidak saling memakan dan sifat perkalian matriksnya.
2. Bagi pemerhati matematika, sebagai tambahan pengetahuan bidang matematika.
3. Bagi lembaga UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, untuk bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan di jurusan matematika.

1.5 Batasan Masalah

Dalam penulisan ini penulis memberikan batasan hanya pada papan $n \times n$ berukuran $4 \times 4, 6 \times 6$, dan 8×8.

1.6 Metode Penelitian

Dalam penulisan ini, penulis menggunakan kajian literatur yaitu kajian yang menggunakan metode penelitian perpustakaan (*Library research*), yaitu penelitian yang dilakukan di dalam perpustakaan dengan tujuan mengumpulkan data dan informasi dengan bantuan bermacam-macam material yang terdapat di ruang perpustakaan seperti, buku-buku, majalah, catatan, dokumen, dan sebagainya.

Adapun langkah-langkah yang akan digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah

   Sebelum peneliti melakukan penelitian, terlebih dahulu peneliti menyusun rencana penelitian yang dimulai dari suatu masalah tentang graf dari n-Ratu pada papan catur berukuran nxn yang tidak saling memakan dan sifat perkalian matriksnya.

2. Menentukan himpunan posisi ratu

   Peneliti mengumpulkan data mengenai posisi n-Ratu pada papan berukuran nxn dari penelitian sebelumnya. Dalam hal ini peneliti mengumpulkan data dari literatur pendukung, baik dari diktat maupun internet yang berhubungan dengan penempatan posisi n-ratu pada papan catur berukuran nxn.

3. Merubah posisi ratu pada papan catur menjadi bentuk matriks

Setelah menentukan elemen himpunan matriks posisi ratu pada papan catur, peneliti kemudian mengubah masing-masing elemen tersebut menjadi bentuk matriks.

4. Mengoperasikan himpunan matriks dari posisi n-ratu pada papan catur berukuran nxn dengan operasi perkalian

   Peneliti selanjutnya mengoperasikan setiap elemen dari himpunan matriks ratu dan membuat tabel cayley jika diperlukan.

5. Menganalisis hasil dari perkalian matriks

   Selanjutnya, peneliti menganalisis hasil perkalian matriks kemudian mencari sifat dari perkalian matriks tersebut.

6. Menggambar graf dari penempatan n-ratu pada papan catur berukuran nxn

   Setelah menganalisis hasil perkalian matriks, kemudian peneliti menggambar graf dari penempatan n-ratu pada papan catur berukuran nxn

7. Membuat kesimpulan

   Penulis membuat kesimpulan dari pembahasan mengenai sifat perkalian matriks dan graf dari n-ratu pada papan catur berukuran nxn yang tidak saling memakan

8. Melaporkan

   Langkah terakhir, peneliti menyusun skripsi dari penelitian yang telah dilakukan, yaitu berupa skripsi mengenai graf n-ratu pada papan catur berukuran nxn yang tidak saling memakan dan sifat perkalian matriksnya, yang selanjutnya akan digunakan sebagai syarat kelulusan memperoleh gelar Sarjana Sains.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut :

Bab I Pendahuluan

Dalam bab ini yang menjadi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bagian ini terdiri dari teori-teori yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang matriks, graf, dan posisi ratu dalam papan catur.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini akan dibahas tentang posisi ratu pada papan catur berukuran $n \times n$ yang tidak saling memakan, perubahannya ke bentuk matriks, analisis hasil perkalian matriks dan gambar graf dari penempatan n -Ratu pada papan catur berukuran nxn yang tidak saling memakan.

Bab IV Penutup

Pada bab ini akan dibahas tentang kesimpulan dari sifat perkalian matriks dan graf dari penempatan n-Ratu pada papan catur berukuran $n \times n$ dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Matriks

Matriks adalah susunan persegi panjang dari bilangan-bilangan yang diatur dalam baris dan kolom. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Susunan di atas disebut sebuah matriks m kali n (ditulis $m \times n$) karena memiliki m baris dan n kolom (Hadley, G. 1992:51).

Pada umumnya ukuran suatu matriks dinyatakan dalam jumlah baris dan kolom yang dimilikinya. Matriks dinotasikan dengan huruf besar. Sedangkan entri-entri di dalam matriks dinotasikan dengan huruf kecil. Jika A adalah sebuah matriks, maka a_{ij} menyatakan entri yang terdapat dalam baris i dan kolom j dari A sehingga $A = [a_{ij}]$.

2.3.1 Macam-macam Matriks

1. **Matriks Bujur Sangkar**

Matriks bujur sangkar adalah matriks dengan jumlah dan kolom yang sama. Matriks bujur sangkar $n \times n$ dikatakan berordo n dan kadang-kadang disebut matriks-n (Anton, 2004:66).

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Di atas merupakan contoh dari matriks bujur sangkar dengan ordo 4×4 dengan unsur bilangan cacah.

2. Matriks Identitas

Matriks identitas bujur sangkar atau matriks satuan, dinotasikan dengan I_n atau singkatnya I, adalah matriks bujur sangkar dengan entri satu pada diagonal dan entri nol pada bagian lainnya. Matriks identitas mirip dengan skalar 1 sehingga di dalam sebarang matriks bujur sangkar A, $AI = IA = A$ (Anton, 2004:45).

Contoh:

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Matriks Diagonal

Matriks bujur sangkar $D = [d_{ij}]$ disebut matriks diagonal jika seluruh entri tak diagonalnya adalah nol. Matriks diagonal kadang-kadang dinotasikan dengan: $D = diag(d_{11}, d_{22}, d_{33}, d_{44})$ dengan d_{11} tidak boleh nol semua (Anton, 2004:74).

Contoh:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ dan } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.3.2 Operasi dalam Matriks

1. **Penjumlahan Matriks**

Jika A dan B adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama, maka jumlah $A + B$ adalah matriks yang diperoleh dengan menambahkan bersama-sama entri yang bersesuaian dengan matriks tersebut. Matriks yang ukurannya berbeda tidak dapat dijumlahkan (Anton, 1997:23). Misalkan:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

maka:

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2+2) & (3+4) \\ (4+5) & (1+1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$$

2. **Perkalian matriks**

Jika A adalah suatu matriks dan c adalah suatu skalar, maka hasil kali dari $c \times A$ adalah matriks yang diperoleh mengalikan masing-masing entri dari A dengan c (Anton, 1997:24). Misalkan:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } c = i \text{, maka:}$$

$$iA = i \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2i & 3i \\ 4i & i \end{bmatrix}$$

2.2 Tabel Cayley

Dibutuhkan suatu alat yang konkret untuk mendefinisikan komposisi biner suatu himpunan, khususnya himpunan terhingga yaitu Tabel *Cayley*.

Dengan tabel cayley, komposisi biner dapat didefinisikan secara deskriptif atau geometrik. Tabel Cayley adalah daftar yang dirancang oleh Arthur Cayley pada abad ke-19.

Tabel 2.1 Contoh Tabel Cayley

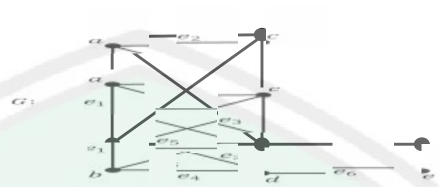
*	1	2	4	3
1	1	2	4	3
2	2	4	8	6
4	3	8	16	12
3	4	6	12	9

Dari tabel Cayley di atas, elemen yang dioperasikan adalah elemen di kolom abu-abu kiri {1,2,4,3} dengan operasi * elemen di baris abu-abu atas {1,2,4,3}. Kolom putih dan baris putih merupakan hasil operasi biner antara masing-masing elemen pada himpunan. Terlihat bahwa $(1 * 1) = 1, (1 * 2) = 2, (1 * 3) = 3, (1 * 4) = 4$, dan seterusnya.

2.3 Graf

2.3.1 Pengertian graf

Graf *G* adalah pasangan himpunan (*V*, *E*) dengan *V* adalah himpunan tidak kosong dari objek-objek yang disebut sebagai titik dan *E* adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di *V* yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik di *G* dinotasikan dengan *V(G)* dan himpunan sisi dinotasikan dengan *E*(G). Sedangkan banyaknya unsur di *V* disebut order dari *G* dan dilambangkan dengan *p(G)* dan banyaknya unsur di *E* disebut ukuran (*size)* dari *G* dan dilambangkan dengan *q(G)*. Jika graf yang dibicarakan hanya graf *G*, maka order dan ukuran dari *G* tersebut cukup ditulis dengan *p* dan *q* (Chartrand dan Lesniak, 1986: 4).



Gambar 2.1 Graf G

Perhatikan graf G yang memuat himpunan titik V dan himpunan sisi E seperti berikut ini.

$V = \{a, b, c, d, e\}$

$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

Dengan

$e_1 = (a, b)$

$e_2 = (a, c)$

$e_3 = (a, d)$

$e_4 = (b, d)$

$e_5 = (b, c)$,

$e_6 = (d, e)$

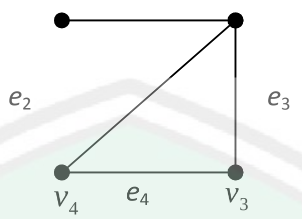
Ukuran graf G adalah $q = 6$.

2.3.2 Adjacent dan Incident

Sisi *e* = (*u*, *v*) dikatakan menghubungkan titik *u* dan *v*. Jika *e* = (*u*, *v*) adalah sisi di graf *G*, maka *u* dan *v* disebut terhubung langsung (*adjacent*), *u* dan *e*

v_1 e_1 v_2

serta v dan e disebut terkait langsung (*incident*). Untuk selanjutnya, sisi $e = (u,v)$ akan ditulis $e = uv$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).

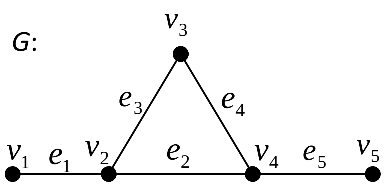


Gambar 2.2 Graf G

titik v_2 dan sisi e_1, e_2 dan e_3 adalah terkait langsung. Sedangkan titik v_3 dan v_2 adalah terhubung langsung tetapi v_1 dan v_4 tidak.

Derajat titik v di graf G, ditulis $\deg_G(v)$, adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v. Jika dalam konteks pembicaraan hanya terdapat satu graf G, maka tulisan $\deg_G(v)$ disingkat menjadi $\deg(v)$. Titik yang berderajat sering disebut titik genap (*even vertices*) dan titik yang berderajat ganjil disebut titik ganjil (*odd vertices*). Titik yang berderajat nol disebut titik terisolasi(*isolated vértices*) dan titik yang berderajat satu disebut titik ujung (*end vertices*) (Chartrand dan Lesniak, 1986:7).

Perhatikan graf G berikut yang mempunyai himpunan titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$



Gambar 2.3 Graf G

Berdasarkan gambar di atas, diperolah :

$$\deg(v_1) = 1,\ \deg(v_2) = 3,\ \deg(v_3) = 2,\ \deg(v_4) = 3,\ \deg(v_5) = 1$$

Titik v_2 dan v_4 adalah titik ganjil, titik v_3 adalah titik genap, titik v_1 dan v_3 adalah titik ujung. Hubungan antara jumlah derajat semua titik dalam suatu graf *G* dengan banyak sisi, yaitu *q*, adalah $\sum_{v \in G} \deg(v) = 2q$.

Hal ini dinyatakan dalam teorema berikut:

Teorema 1

Jika graf G dengan $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_P\}$

maka $\sum_{i=1}^{p} \deg(v_i) = 2q$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:7)

Bukti:

Setiap sisi adalah terkait langsung dengan 2 titik. Jika setiap derajat titik dijumlahkan, maka setiap sisi dihitung dua kali.

Corollary 1

Pada sebarang graf, banyak titik ganjil adalah genap (Purwanto, 1997:8

Bukti:

Misalkan graf G dengan banyak sisi (*size*) q. Misalkan W himpunan yang memuat titik ganjil pada G serta U himpunan yang memuat titik genap di G. Dari teorema 1 maka diperoleh:

$$\sum_{v \in v(\mathrm{G})} \deg(v) = \sum_{v \in \mathrm{W}} \deg(v) + \sum_{v \in \mathrm{U}} \deg(v) = 2q$$

Dengan demikian karena $\sum_{v \in U} \deg(v)$ genap, maka $\sum_{v \in W} \deg(v)$ (jumlah derajat titik ganjil) juga genap. Sehingga |*W*| adalah genap.

2.4 Posisi Ratu dalam Permainan Catur

Di Yunani dan India, permainan catur menjadi olahraga favorit dan menjadi rutinitas pengisi waktu senggang. Bisa jadi demikian karena literatur sejarah menyebutkan, bahwa asal olahraga catur dari India pada kekaisaran Gupta, dan sebagian lagi mengatakan dari Yunani. Dalam permainan catur ada istilah pion, menteri (*knigt*), ratu (queen), dan raja (*king*). Yang semuanya memiliki pergerakan masing-masing.

Salah satu keunikan permainan catur adalah pergerakan dari tiap bidak yang memiliki filosofi tertentu. Pion hanya bergerak ke depan dan makan pion lawan dengan silang, benteng, kuda, peluncur dan ratu, pun memiliki pergerakan berbeda. Pergerakan berbeda dari tiap langkah bidak catur itu, sesungguhnya hanya untuk satu tujuan, melidungi Raja.

X			X			X	
	X		X		X		
		X	X	X			
X	X	X	R	X	X	X	X
		X	X	X			
	X		X		X		
X			X			X	
			X				X

Gambar 2.20 Petak Target Ratu

Dari petak target yang mungkin dari ratu (R) ditandai dengan X. Jelaslah bahwa pada suatu solusi dari masalah n-queen, akan ada tepat satu ratu pada masing-masing kolom dari papan (Suksmono, 2006:28).

Dalam bahasa manapun, raja dan ratu adalah penyebutan bagi penguasa laki-laki dan perempuan. Jika ratu adalah perempuan, maka posisi ratu dalam permainan catur adalah pelindung raja. Uniknya, dalam permainan catur ratu lebih memiliki kebebasan bergerak dibanding raja. Ratu mampu bergerak diagonal, horizontal, dan vertikal dengan lingkup bagian lain. Ide langkah ratu demikian ini berawal dari Fers, seorang konselor penasehat raja. Artinya fungsi ratu adalah perdana menteri, bukan penguasa seperti halnya raja.

2.5 Rumus Umum Posisi n-Ratu pada papan Berukuran nxn

Eko (2010) dalam penelitian n-Queen problem dengan algoritma backtracking menyatakan:

1. Rumus umum penempatan queen untuk papan $n \times n$ dengan $n = 6t - 2$ dan $n = 6t$ dengan t bilangan asli, yaitu:

   a. $\mathrm{A_i}, \frac{1}{2}\mathrm{i}$ untuk i genap, dengan $\frac{1}{2}i \leq j \leq \frac{1}{2}n$

   b. $A_i, \frac{1}{2}n + k$ untuk i ganjil, dengan $\frac{1}{2}n + 1 \leq j \leq n - 1$ dan k bilangan asli dengan $1 \leq k \leq \frac{1}{2}n$

2. Rumus umum penempatan queen untuk papan $n \times n$ dengan $n = 12t - 4$ dengan t bilangan asli, yaitu:

   a. $A_i, \frac{1}{2}i$ untuk i genap, dengan $\frac{1}{2}i \leq j \leq \frac{1}{2}n$

   b. $A_i, \frac{1}{2}n + 2k$ untuk i ganjil untuk $i = 4k - 3$, dengan $\frac{1}{2}n + 1 \leq j \leq n - 1$

   c. $A_i, \frac{1}{2}n - 1 + 2k$ untuk i ganjil untuk $i = 4k - 1$, dengan $\frac{1}{2}n + 1 \leq j \leq n - 1$, dimana k bilangan asli dengan $1 \leq k \leq \frac{1}{4}n$

2.6 Kajian dalam Islam

Teori graf adalah salah satu cabang ilmu matematika, dalam teori graf terdapat pasangan himpunan yang memuat elemen-elemen titik dan pasangan tak terurut dari titik yang disebut sisi, dimana himpunan titiknya merupakan himpunan tak kosong dan sisinya dapat dimungkinan kosong. Suatu titik dihubungkan dengan titik yang lain dengan penghubungnya merupakan sesuatu sisi maka disebut *adjecent*. Jika setiap titik pada suatu graf terhubung dengan titik lainnya maka graf tersebut dinamakan dengan graf terhubung (*connected graf).*Dari teori graf tersebut kemudian munculah sebuah hukum-hukum atau rumus yang biasa kita kenal dengan teorema yang kebenarannya tidak dapat diragukan.

Sebenarnya semuanya itu bukan manusia yang menemukan melainkan sudah diciptakan oleh Allah SWT jauh sebelumnya dengan serapi-rapinya dan masih tersebar di alam kehidupan ini. Sehinga jelas bahwa manusia hanya menemukan saja.

Dalam Al-Qur'an surat Al-furqon ayat 2 disebutkan:

الَّذِي لَهُ مُلْكُ السَّمَاوَاتِ وَالأَرْضِ وَلَمْ يَتَّخِذْ وَلَدًا وَلَمْ يَكُنْ لَهُ شَرِيكٌ فِي الْمُلْكِ وَخلق كُلَّ شَيْءٍ فَقَدَّرَهُ تَقْدِيرًا

Artinya: "Yang kepunyaan-Nya-lah kerajaan langit dan bumi, dan dia tidak mempunyai anak, dan tidak ada sekutu baginya dalam kekuasaan(Nya), dan dia Telah menciptakan segala sesuatu, dan dia menetapkan ukuran-ukurannyadenganserapi-rapinya" (Q.S. Al-Furqaan: 2).

Ayat di atas menjelaskan bahwa segala sesuatu yang ada di alam ini ada ukurannya, ada hitungan-hitungannya, ada rumusnya, atau ada persamaannya. Ahli matematika atau fisika tidak membuat suatu rumus sedikitpun. Mereka hanya menemukan rumus atau persamaan, sehingga rumus-rumus yang ada sekarang bukan diciptakan manusia sendiri, tetapi sudah disediakan. Manusia hanya menemukan dan menyimbolkan dalam bahasa matematika (Abdusysyakir, 2007:80).

Jadi setiap manusia tidak perlu ragu dalam melakukan sebuah penelitian guna mengembangkan ilmu pengetahuan. Kita diharuskan meyakini bahwa semua yang ada dalam alam kehidupan ini sudah diatur oleh Allah SWT dengan sangat rapi. Begitu juga penelitian terhadap bidang matematika, khususnya bidang graf termasuk dalam pencarian teorema n-ratu pada papan catur nxn.

Dunia matematika lahir dari rahim kesadaran bahwa alam semesta itu diatur oleh hukum-hukum yang teratur. Hal ini menyiratkan arti bahwa untuk memasuki rahasia pemahaman dari dunia matematika maka pertama-tama harus melakukan lompatan kualitatif dalam alam kesadaran. Alam harus dipandang sebagai sesuatu yang tunduk pada hukum-hukum keteraturan (Alisah & Dharmawan, 2007:17).

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdusysyakir, 2007:79).

Proses menemukan teorema memang sedemikian rumit. Teorema berasal dari pola-pola yang tersusun dari alam semesta. Pola-pola tersebut diperolah dari berbagai macam eksperimen atau semacam percobaan. Sehingga teorema yang sedemikian ini masih berupa dugaan sementara (*hipotesis).* Dalam bahasa lain dikatakan sebagai konjektur atau *zhan.* Proses penemuan seperti ini dinamakan proses berpikir induktif atau proses penyimpulan. Kesimpulan yang masih bersifat induktif belum bisa diakui kebenarannya. Dan tidak bisa dijadikan dasar bagi pengembangan pengetahuan selanjutnya. Sebagai matematikawan, tidak boleh mengikuti dugaan atau *zhan*, hal yang masih lemah dan diragukan. Hal ini sangat tepat sebagai wujud aplikasi QS An-Najm ayat 28:

وَمَا لَهُمْ بِهِ مِنْ عِلْمٍ إِنْ يَتَّبِعُونَ إِلا الظَّنَّ وَإِنَّ الظَّنَّ لا يُغْنِي مِنَ الْحَقِّ شَيْئًا

Artinya: " *dan mereka tidak mempunyai sesuatu pengetahuanpun tentang itu. mereka tidak lain hanyalah mengikuti persangkaan sedang Sesungguhnya persangkaan itu tiada berfaedah sedikitpun terhadap kebenaran"*(QS: An-Najm : 28).

Matematika adalah proses berpikir deduktif. Teorema juga harus diperoleh dari proses deduktif. Untuk itu dugaan harus dibuktikan kebenarannya. Jika sudah terbukti kebenarannya maka dapat diterima menjadi sebuah teorema. Hal inilah yang harus dijadikan tujuan dari semua penelitian. Membuktian semua dugaan sampai lahir menjadi menjadi teorema, yang kebenarannya dapat kita ikuti bersama.

Allah SWT menciptakan alam semesta ini sesuai dengan fungsi-fungsi dari setiap elemen-elemen yang diciptakan-Nya. Sebagaimana matahari mempunyai fungsi sebagai sumber energi utama, begitu pula dengan bumi, langit, bintang-bintang dan seterusnya, hingga makhluk yang paling kecil pun, yang mana masing-masing memiliki fungsi tersendiri dalam kehidupan. Manusia merupakan ciptaan Allah. Bahwa manusia memiliki dua fungsi atau predikat, yaitu sebagai hamba Allah (`*abdullah*) dan fungsi sebagai wakil Allah (khalifatullah) di muka bumi ini.

Sebagai hamba Allah, manusia adalah kecil dan tak memiliki kekuasaan. Oleh karena itu, tugasnya hanya menyembah kepada-Nya dan berpasrah diri kepada-Nya. Akan tetapi sebagai khalifatullah, manusia diberi tanggung jawab dan otoritas yang sangat besar. Sebagaimana firman Allah dalam Al Qur'an **Surat Al Baqarah ayat 30 :**

وَإِذْ قَالَ رَبُّكَ لِلْمَلائِكَةِ إِنِّي جَاعِلٌ فِي الأَرْضِ خَلِيفَةً قَالُوا أَتَجْعَلُ
فِيهَا مَنْ يُفْسِدُ فِيهَا وَيَسْفِكُ الدِّمَاءَ وَنَحْنُ نُسَبِّحُ بِحَمْدِكَ وَنُقَدِّسُ
لَكَ قَالَ إِنِّي أَعْلَمُ مَا لا تَعْلَمُونَ

Yang artinya : *"Ingatlah ketika Tuhanmu berfirman kepada para Malaikat: "Sesungguhnya Aku hendak menjadikan seorang khalifah di muka bumi." Mereka berkata: "Mengapa Engkau hendak menjadikan (khalifah) di bumi itu orang yang akan membuat kerusakan padanya dan menumpahkan darah, padahal kami senantiasa bertasbih dengan memuji Engkau dan mensucikan Engkau?" Tuhan berfirman: "Sesungguhnya Aku mengetahui apa yang tidak kamu ketahui."*

Allah SWT menciptakan manusia di muka bumi agar manusia dapat menjadi kalifah di muka bumi tersebut. Hal ini bisa diibaratkan ratu dalam permainan catur yang merupakan pemimpin. Yang dimaksud dengan khalifah atau pemimpin ialah bahwa manusia diciptakan untuk menjadi penguasa yang mengatur apa-apa yang ada di bumi, seperti tumbuhan, hewan, hutan, air, sungai, gunung, laut, perikanan dan seyogyanya manusia harus mampu memanfaatkan segalaapa yang ada di bumi untuk kemaslahatannya.

Sebagai khalifah, manusia memiliki tugas untuk memanfaatkan, mengelola dan memelihara alam semesta. Allah telah menciptakan alam semesta untuk kepentingan dan kesejahteraan semua makhluk-Nya, khususnya sesame manusia. Keserakahan dan perlakuan buruk sebagian manusia terhadap alam dapat menyengsarakan manusia itu sendiri. Tanah longsor, banjir, kekeringan, tata ruang daerah yang tidak karuan dan udara serta air yang tercemar adalah buah kelakuan manusia yang justru merugikan manusia dan makhluk hidup lainnya.

Dalam menjaga hubungan dengan sesama manusia Allah SWT telah menerangkan sebagaimana dalam firman-Nya :

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لا يَسْخَرْ قَومٌ مِن قَوْمٍ عَسَى أَنْ يَكُونُوا خَيْرًا مِنْهُمْ وَلا نِسَاءٌ مِنْ نِسَاءٍ عَسَى أَنْ يَكُنَّ خَيْرًا مِنْهُنَّ وَلا تَلْمِزُوا أَنْفُسَكُمْ وَلا تَنَابَزُوا بِالأَلْقَابِ بِئْسَ الاسْمُ الْفُسُوقُ بَعْدَ الإِيمَانِ وَمَنْ لَمْ يَتُبْ فَأُولَئِكَ هُمُ الظَّالِمُونَ

Artinya: *"Hai orang-orang yang beriman, janganlah suatu kaum mengolok-olokkan kaum yang lain (karena) boleh jadi mereka yang diolok-olok lebih baik dari mereka yang mengolok-olok dan jangan pula wanita-wanita mengolok-olok wanita lain karena boleh jadi wanita-wanita yang diperolok-olok lebih baik dari wanita yang mengolok-olok dan janganlah kamu mencela dirimu sendiri dan janganlah kamu panggil memanggil dengan gelar-gelar yang buruk, seburuk-buruk panggilan yang buruk sesudah iman dan barangsiapa yang tidak bertaubat, maka mereka itulah orang-orang yang dzalim." (QS. Hujurat 11)*

Dalam ayat ini Allah menjelas kan adab-adab (pekerti) yang harus berlaku diantara sesama mukmin, dan juga menjelaskan beberapa fakta yang menambah kukuh nya persatuan umat Islam, yaitu: (a) Menjauhkan diri dari berburuk sangka kepada yang lain, (b) Menahan diri dari memata-matai keaiban orang lain, dan (c) Menahan diri dari mencela dan menggunjing orang lain. Karena pada dasarnya dalam hidup bermasyarakat tidak boleh saling menghina atau membedakan satu sama lain.

Pada permainan catur ratu yang terdapat banyak ratu, sehingga harus menempatkan ratu di posisi yang aman dan tidak termakan oleh ratu yang lain, menggambarkan banyaknya manusia di muka bumi ini. Yang mana setiap ratu memiliki kemampuan untuk bergerak kemana pun, manusia pun memiliki kemampuan untuk berbuat sekuka hati. Namun ada batasan-batasan yang tidak boleh dilakukan sembarangan agar tidak terjadi perpecahan dan kerukunan serta silaturahmi tetap terjaga.

BAB III

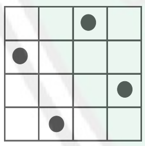
PEMBAHASAN

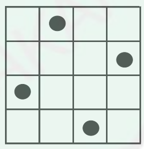
Dalam bab ini akan dibahas mengenai posisi Ratu pada papan $n \times n$, yang tidak saling memakan. Pembahasan akan dimulai dengan menentukan matriks dari posisi ratu pada papan $n \times n$, hanya pada papan 4×4, 6×6, dan 8×8.

3. 1 Posisi Ratu pada Papan Catur 4×4

3.1.1 Menentukan Himpunan Posisi Ratu dan Merubah Menjadi Bentuk Matriks

Pada papan 4×4 ditentukan terdapat 2 posisi ratu yang tidak saling memakan satu sama lain, yaitu a_1 dan a_2 . Selanjutnya posisi ratu tersebut diubah menjadi matriks dan himpunan $A = \{a_1, a_2\}$ merupakan himpunan matriks dari posisi ratu di papan 4x4.

$a_1 =$  $= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$a_2 =$  $= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

3.1.2 Operasi Perkalian Matriks

Setelah ditentukan posisi ratu pada papan 4×4 dan diubah menjadi bentuk matriks, selanjutnya setiap anggota pada himpunan A dioperasikan dengan perkalian matriks yaitu :

$$a_1 \times a_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \notin A$$

$$a_1 \times a_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \notin A$$

$$a_2 \times a_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \notin A$$

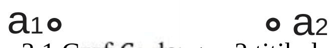
$$a_2 \times a_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \notin A$$

Pada operasi perkalian himpunan A, menghasilkan diagonal samping dan diagonal utama, atau merupakan matriks posisi ratu yang saling memakan, sehingga hasil dari operasi perkalian himpunan A tidak termasuk anggota himpunan A atau tidak tertutup di A.

Jika matriks a_1 dikalikan dengan dirinya sendiri, maka akan menghasilkan diagonal samping. Sedangkan, apabila matriks a_1 dikalikan dengan matriks a_2 atau matriks a_2 dikalikan dengan matriks a_1 maka akan menghasilkan diagonal utama. Matriks a_1 adalah refleksi dari a_2 dan a_2 adalah refleksi dari a_1.

3.1.3 Graf dari Penempatan Ratu yang Tidak Saling Memakan pada Papan Catur Berukuran 4×4

Selanjutnya, hasil operasi perkalian matriks dari himpunan A akan digambarkan dengan graf. Karena hasil operasi perkalian tersebut tidak ada yang terdapat di dalam himpunan A, maka titik dalam graf tidak terhubung. Sehingga dari hasil operasi perkalian himpunan A diperoleh:



Gambar 3.1 Graf G_1 dengan 2 titik dan 0 sisi

Jika a adalah titik pada graf G_1 , maka himpunan semua titik di G_1 yang berhubungan dengan a disebut lingkungan dari a dan ditulis $N(a)$. Derajat dari titik a di graf G_1, ditulis dengan $\deg(a)$. Sehingga berdasarkan gambar 3.1, diperoleh bahwa $N(a_1) = \emptyset$, $N(a_2) = \emptyset$ dan $\deg(a_1) = 0$, $\deg(a_2) = 0$.

3. 2 Posisi Ratu pada Papan Catur 6×6.

3.3.1 Menentukan Himpunan Posisi Ratu dan Merubah Menjadi Bentuk Matriks

Pada papan 6x6 ditentukan terdapat 4 posisi ratu yang tidak saling memakan satu sama lain, yaitu b_1, b_2, b_3, b_4. Selanjutnya posisi ratu tersebut diubah menjadi matriks dan himpunan $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$, yang merupakan matriks dari posisi ratu di papan 6x6.

$$b_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad b_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3.3.2 Operasi Perkalian Matriks

Setelah ditentukan posisi ratu pada papan 6x6 dan diubah menjadi bentuk matriks, selanjutnya setiap anggota pada himpunan B dioperasikan perkalian :

Tabel 3.1 operasi perkalian dari b_1, b_2, b_3 dan b_4

$\times$	$b1$	$b2$	$b3$	$b4$
$b1$	$b4$		$b2$	
$b2$		$b1$		$b3$
$b3$	$b2$		$b4$	
$b4$		$b3$		$b1$

Dari operasi perkalian matriks himpunan B, diketahui bahwa hasilnya perkalian elemennya ada yang terdapat di B atau tertutup di B dan ada yang tidak terdapat di B atau tidak tertutup di B. Untuk hasil yang tidak terdapat di B, yaitu:

$$b_1 \times b_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\notin B$

$$b_1 \times b_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\notin B$

$$b_2 \times b_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\notin B$$

$$b_2 \times b_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\notin B$$

$$b_3 \times b_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\notin B$$

$$b_3 \times b_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\notin B$$

$$b_4 \times b_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\notin B$$

$$b_4 \times b_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\notin B$$

Matriks b_1 jika dirotasikan $90°$ akan menjadi matriks b_2 dan apabila hasil rotasi sebelumnya yaitu matriks b_2 kemudian direfleksikan pada sumbu y akan menjadi matriks b_4. Jika matriks b_1 dikalikan dengan hasil rotasinya yaitu matriks b_2 akan menghasilkan diagonal samping. Dan apabila matriks b_1 dikalikan dengan hasil refleksi dari rotasinya yaitu matriks b_4 akan menghasilkan diagonal utama.

Matriks b_2 jika dirotasikan $90°$ juga akan menjadi matriks $b_1$dan jika hasil rotasi sebelumnya yaitu matriks b_1 kemudian direfleksikan pada sumbu x akan menjadi matriks b_3. Jika matriks b_2 dikalikan dengan hasil rotasinya yaitu matriks b_1 akan menghasilkan diagonal samping. Dan apabila matriks b_2 dikalikan dengan hasil refleksi dari rotasinya yaitu matriks b_3 akan menghasilkan diagonal utama.

Sedangkan untuk matriks b_3 adalah refleksi dari matriks b_1. Hasil perkalian dari matriks b_3 dengan elemen anggota himpunan B yang lain adalah kontradiksi atau merupakan refleksi dari hasil perkalian pada matriks b_1 dengan elemen anggota himpunan B yang lain. Matriks b_1 jika dikali dengan matriks b_2 menghasilkan diagonal samping, sedangkan matriks b_3 jika dikali dengan matriks b_2 menghasilkan diagonal utama. Begitu pula apabila matriks b_1 jika dikali dengan matriks b_4 menghasilkan diagonal utama, sedangkan matriks b_3 jika dikali dengan matriks b_4 menghasilkan diagonal samping.

Matriks b_4 adalah refleksi dari matriks b_2. Hasil perkalian dari matriks b_4 dengan elemen anggota himpunan B yang lain adalah kontradiksi dari hasil perkalian pada matriks b_2 dengan elemen anggota himpunan B yang lain. Matriks b_2 jika dikali dengan matriks b_1 menghasilkan diagonal samping, sedangkan matriks b_4 jika dikali dengan matriks b_2 menghasilkan diagonal utama. Begitu pula apabila matriks b_2 jika dikali dengan matriks b_3 menghasilkan diagonal utama, sedangkan matriks b_4 jika dikali dengan matriks b_2 menghasilkan diagonal samping.

3.3.3 Graf dari Penempatan Ratu yang Tidak Saling Memakan pada Papan Catur Berukuran 6x6

Dari tabel 3.1, telah diperoleh hasil dari elemen yang dioperasikan dengan perkalian matriks, yang mana yang terdapat di dalam himpunan B dan yang mana yang tidak. Selanjutnya akan digambarkan dengan Graf G_2. Elemen anggota himpunan B akan digambarkan sebagai titik b_1, b_2, b_3, b_4. Kemudian akan dihubungkan dengan sisi untuk elemen yang tertutup di B, sedangkan untuk hasil operasi yang tidak terdapat di dalam himpunan B tidak terhubung. Sehingga dari tabel diperoleh graf G_2 yaitu:

Gambar 3.2 Graf G_2 dengan 4 titik dan 2 sisi

Jika b adalah titik pada graf G_2 , maka himpunan semua titik di G_2 yang berhubungan dengan b disebut lingkungan dari b dan ditulis $N(b)$. Derajat dari titik b di graf G_2, ditulis dengan $\deg(b)$. Sehingga berdasarkan gambar 3.2, diperoleh bahwa $N(b_1) = \{b_2\}$, $N(b_2) = \{b_1\}$ dan $\deg(b_1) = 1$, $\deg(b_2) = 1$

3. 3 Posisi Ratu pada Papan Catur 8×8.

3.3.1 Menentukan Himpunan Posisi Ratu dan Merubah Menjadi Bentuk Matriks

Pada papan 8x8 ditentukan terdapat 92 langkah ratu yang tidak saling memakan satu sama lain, yaitu $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_{92}$ (untuk posisi ratu dapat dilihat pada tabel 3.2 di lampiran 1). Selanjutnya himpunan posisi ratu pada papan 8×8 diubah menjadi matriks dan himpunan $C = \{c_1, c_2, c_3, \ldots, c_{92}\}$ merupakan himpunan matriks dari posisi ratu di papan 8x8.

3.3.2 Operasi Perkalian Matriks

Setelah ditentukan posisi ratu pada papan 8×8 dan diubah menjadi bentuk matriks, selanjutnya setiap elemen pada himpunan C dioperasikan dengan operasi perkalian. Akan tetapi, karena elemen himpunan C sangat banyak, maka akan diambil beberapa *sample* sebagai contoh, dan untuk tabel cayley dari operasi perkalian matriks pada himpunan C yang lain dapat ditunjukkan dengan tabel 3.3 di lampiran 2.

$$c_1 \times c_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \notin C$$

$$c_1 \times c_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \notin C$$

Matriks c_1 jika dirotasikan 90° akan menjadi matriks c_{22} dan apabila hasil rotasi sebelumnya yaitu matriks c_{22} kemudian direfleksikan pada sumbu y akan menjadi matriks c_4. Jika matriks c_1 dikalikan dengan hasil rotasinya yaitu matriks c_{22} akan menghasilkan diagonal samping. Dan apabila matriks c_1 dikalikan dengan hasil refleksi dari hasil rotasi sebelumnya yaitu matriks c_4 akan menghasilkan diagonal utama.

$$c_5 \times c_{41} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \notin C$$

$$c_5 \times c_{65} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \notin C$$

Matriks c_5 jika dirotasikan 90° akan menjadi matriks c_{41} dan apabila hasil rotasi sebelumnya yaitu matriks c_{41} kemudian direfleksikan pada sumbu y akan menjadi matriks c_{65}. Jika matriks c_5 dikalikan dengan hasil rotasinya yaitu matriks c_{65} akan menghasilkan diagonal samping. Dan apabila matriks c_5 dikalikan dengan hasil refleksi dari rotasinya yaitu matriks c_{65} akan menghasilkan diagonal utama.

$$c_8 \times c_{77} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \notin C$$

$$c_8 \times c_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \notin C$$

Matriks c_8 jika dirotasikan 90° akan menjadi matriks c_{77} dan apabila hasil rotasi sebelumnya yaitu matriks c_{77} kemudian direfleksikan pada sumbu y akan menjadi matriks c_{13}. Jika matriks c_8 dikalikan dengan hasil rotasinya yaitu matriks c_{77} akan menghasilkan diagonal samping. Dan apabila matriks c_8 dikalikan dengan hasil refleksi dari rotasinya yaitu matriks c_{13} akan menghasilkan diagonal utama.

Selain itu, pada tabel 3.3, telah ditunjukkan bahwa hasilnya tidak ada pada himpunan C atau tidak tertutup di C. Hal tersebut disebabkan perkalian matriks pada elemen himpunan C menghasilkan matriks posisi ratu yang saling memakan.

3.3.3 Graf dari Penempatan Ratu yang Tidak Saling Memakan pada Papan Catur Berukuran 6x6

Berdasarkan tabel 3.3 pada lampiran 2, diperoleh bahwa semua elemen pada himpunan C setelah dioperasikan perkalian, hasilnya tidak terdapat di C. Sehingga diperoleh Graf G_3:

Gambar 3.3 Graf G_3 dengan 92 titik dan 0 sisi

Jika c adalah titik pada graf G_3 , maka himpunan semua titik di G_3 yang berhubungapn dengan c disebut lingkungan dari c dan ditulis $N(c)$. Derajat dari titik c di graf G_3, ditulis dengan $\deg(c)$. Sehingga berdasarkan gambar 3.3, diperoleh bahwa $N(c_i) = \emptyset$, dan $deg(c_i) = 0$

3. 4 Kajian Graf dalam Islam

Dunia matematika lahir dari rahim kesadaran bahwa alam semesta itu diatur oleh hukum-hukum yang teratur. Hal ini menyiratkan arti bahwa untuk memasuki rahasia pemahaman dari dunia matematika maka pertama-tama harus melakukan lompatan kualitatif dalam alam kesadaran. Alam harus dipandang sebagai sesuatu yang tunduk pada hukum-hukum keteraturan (Alisah & Dharmawan, 2007: 17).

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007: 79).

Teori graf adalah salah satu cabang ilmu matematika, dalam teori graf terdapat pasangan himpunan yang memuat elemen-elemen titik dan pasangan tak terurut dari titik yang disebut sisi, dimana himpunan titiknya merupakan himpunan tak kosong dan sisinya dapat dimungkinan kosong. Dari teori graf kemudian munculah sebuah hukum-hukum atau rumus yang biasa kita kenal dengan teorema yang kebenarannya tidak dapat diragukan.

Proses menemukan teorema memang sedemikian rumit. Teorema berasal dari pola-pola yang tersusun dari alam semesta. Pola-pola tersebut diperolah dari berbagai macam eksperimen atau semacam percobaan. Sehingga teorema yang sedemikian ini masih berupa dugaan sementara (*hipotesis).* Proses penemuan seperti ini dinamakan proses berpikir induktif atau proses penyimpulan.

Kesimpulan yang masih bersifat induktif belum bisa diakui kebenarannya. Dan tidak bisa dijadikan dasar bagi pengembangan pengetahuan selanjutnya. Sebagai matematikawan, tidak boleh mengikuti dugaan, hal yang masih lemah dan diragukan. Hal ini sangat tepat sebagai wujud aplikasi QS An-Najm ayat 28.

وَمَا لَهُمْ بِهِ مِنْ عِلْمٍ إِنْ يَتَّبِعُونَ إِلا الظَّنَّ وَإِنَّ الظَّنَّ لا يُغْنِي مِنَ الْحَقِّ شَيْئًا

Artinya: " *dan mereka tidak mempunyai sesuatu pengetahuanpun tentang itu. mereka tidak lain hanyalah mengikuti persangkaan sedang Sesungguhnya persangkaan itu tiada berfaedah sedikitpun terhadap kebenaran"*(QS: An-Najm : 28).

Allah SWT menciptakan alam semesta ini sesuai dengan fungsi-fungsi dari setiap elemen-elemen yang diciptakan-Nya. Sebagaimana matahari mempunyai fungsi sebagai sumber energi utama, begitu pula dengan bumi, langit, bintang-bintang dan seterusnya, hingga makhluk yang paling kecil pun, yang mana masing-masing memiliki fungsi tersendiri dalam kehidupan. Manusia merupakan ciptaan Allah. Bahwa manusia memiliki dua fungsi atau predikat, yaitu sebagai hamba Allah (`*abdullah*) dan fungsi sebagai wakil Allah (khalifatullah) di muka bumi ini.

Sebagai hamba Allah, manusia adalah kecil dan tak memiliki kekuasaan. Oleh karena itu, tugasnya hanya menyembah kepada-Nya dan berpasrah diri kepada-Nya. Akan tetapi sebagai khalifatullah, manusia diberi tanggung jawab dan otoritas yang sangat besar. Sebagaimana firman Allah dalam Al Qur'an **Surat Al Baqarah ayat 30 :**

وَإِذْ قَالَ رَبُّكَ لِلْمَلائِكَةِ إِنِّي جَاعِلٌ فِي الأَرْضِ خَلِيفَةً قَالُوا أَتَجْعَلُ فِيهَا مَنْ يُفْسِدُ فِيهَا وَيَسْفِكُ الدِّمَاءَ وَنَحْنُ نُسَبِّحُ بِحَمْدِكَ وَنُقَدِّسُ لَكَ قَالَ إِنِّي أَعْلَمُ مَا لا تَعْلَمُونَ

Yang artinya : *"Ingatlah ketika Tuhanmu berfirman kepada para Malaikat: "Sesungguhnya Aku hendak menjadikan seorang khalifah di muka bumi." Mereka berkata: "Mengapa Engkau hendak menjadikan (khalifah) di bumi itu orang yang akan membuat kerusakan padanya dan menumpahkan darah, padahal kami senantiasa bertasbih dengan memuji Engkau dan mensucikan Engkau?" Tuhan berfirman: "Sesungguhnya Aku mengetahui apa yang tidak kamu ketahui."*

Allah SWT menciptakan manusia di muka bumi agar manusia dapat menjadi kalifah di muka bumi. Dalam hal ini bisa diibaratkan manusia sebagai ratu dalam permainan catur, yaitu bahwa manusia merupakan pemimpin. Yang dimaksud dengan khalifah atau pemimpin ialah bahwa manusia diciptakan untuk menjadi penguasa yang mengatur apa-apa yang ada di bumi, seperti tumbuhan, hewan, hutan, air, sungai, gunung, laut, perikanan dan seyogyanya manusia harus mampu memanfaatkan segala apa yang ada di bumi untuk kemaslahatannya. Oleh karena itu, sebagai khalifah manusia dilengkapi dengan kelengkapan psikologis yang sangat sempurna, akal, hati, syahwat dan hawa nafsu, yang kesemuanya sangat memadai bagi manusia untuk menjadi makhluk yang sangat terhormat dan mulia.

Sebagai khalifah, tidak hanya harus menjaga hubungannya dengan alam, namun manusia harus dapat menjaga hubungannya sesama manusia. Dalam menjaga hubungan dengan sesama manusia Allah SWT telah menerangkan sebagaimana dalam firman-Nya :

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لا يَسْخَرْ قَومٌ مِنْ قَوْمٍ عَسَى أَنْ يَكُونُوا خَيْرًا مِنْهُمْ وَلا نِسَاءٌ مِنْ نِسَاءٍ عَسَى أَنْ يَكُنَّ خَيْرًا مِنْهُنَّ وَلا تَلْمِزُوا أَنْفُسَكُمْ وَلا تَنَابَزُوا بِالأَلْقَابِ بِئْسَ الاسْمُ الْفُسُوقُ بَعْدَ الإِيمَانِ وَمَنْ لَمْ يَتُبْ فَأُولَئِكَ هُمُ الظَّالِمُونَ

Artinya: *"Hai orang-orang yang beriman, janganlah suatu kaum mengolok-olokkan kaum yang lain (karena) boleh jadi mereka yang diolok-olok lebih baik dari mereka yang mengolok-olok dan jangan pula wanita-wanita mengolok-olok wanita lain karena boleh jadi wanita-wanita yang diperolok-olok lebih baik dari wanita yang mengolok-olok dan janganlah kamu mencela dirimu sendiri dan janganlah kamu panggil memanggil dengan gelar-gelar yang buruk, seburuk-buruk panggilan yang buruk sesudah iman dan barangsiapa yang tidak bertaubat, maka mereka itulah orang-orang yang dzalim." (QS. Hujurat 11)*

Dalam ayat ini Allah menjelas kan adab-adab (pekerti) yang harus berlaku diantara sesama mukmin, dan juga menjelaskan beberapa fakta yang menambah kukuh nya persatuan umat Islam. Tujuannya yakni sebagai penguat persatuan dan kesatuan di antara sesama manusia, hidup rukun berdampingan dan larangan memutus silaturahmi.

Pada permainan catur ratu yang terdapat banyak ratu, sehingga harus menempatkan ratu-ratu tersebut di posisi yang aman dan tidak termakan oleh ratu yang lain, menggambarkan banyaknya manusia di muka bumi ini. Yang hidup sebagai makhluk sosial, yang hidup berdampingan dengan manusia yang lain. Oleh karena itu, manusia haruslah selalu berusaha untuk berbuat baik terhadap sesama dan menjaga silaturahmi. Namun jika manusia sudah tidak saling menjaga silaturahmi, maka akan menimbulkan perpecahan dan pertikaian. Sama halnya dengan ratu dalam permaianan ini yang harus memperhatikan posisi ratu lain agar tidak termakan sehingga dapat menghasilkan solusi posisi n-ratu pada papan catur yang berukuran nxn yang diharapkan.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

1. Dari pembahasan pada bab sebelumnya diperoleh sifat perkalian matriks penempatan n-ratu yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran nxn, yaitu hasil operasi perkaliannya tertutup, dan tidak tertutup.

   Pada hasil operasi perkalian yang tidak tertutup, menghasilkan:

   a. Matriks diagonal samping, yaitu pada operasi perkalian dari matriks posisi n-ratu pada papan catur berukuran nxn dengan hasil rotasinya, dan

   b. Matriks diagonal utama, yaitu pada operasi perkalian dari matriks posisi n-ratu pada papan catur berukuran nxn dengan hasil refleksi dari rotasinya.

2. Graf dari penempatan n-ratu pada papan catur berukuran nxn, yaitu:

   a. Pada dua matriks yang hasil perkaliannya tertutup, maka graf matriks nya terhubung.

   b. Pada dua matriks yang hasil perkaliannya tidak tertutup, maka graf matriksnya tidak terhubung.

4.2 Saran

Pada penelitian ini penulis hanya meneliti graf pada papan 4x4, 6x6 dan 8x8 serta sifat perkalian pada matriksnya, diharapkan peneliti selanjutnya dapat meneliti graf pada papan catur lainnya atau permasalahan n-ratu lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2006. *Ada Matematika dalam Al-Qur'an*. Malang: UIN Malang Press.

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press.

Anton, Howard. 1997. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Erlangga.

Aziz, Abdul dan Abdusysyakir. 2006. Aziz, *Analisis Matematis Terhadap Filsafat Al-Qur'an*. Malang : UIN Malang Press

Bhattacharya, Jain, Nagpaul, S. R. 1994. *Basic Abstract Algebra*. Cambridge: Cambridge University Press.

Headley, G. 1992. *Aljabar linier*. Jakarta: Erlangga.

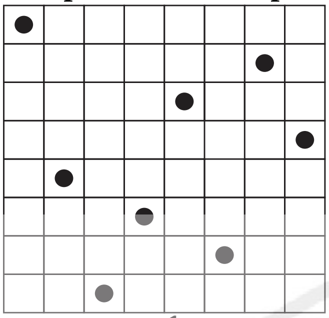
Mushlihin. 2013. Keunikan Ratu dana Permainan Catur. (Online), (http://www.mushlihin.com/2013/07/olahraga-2/keunikan-ratu-dalam-permainan-catur.php, diakses 26 Juni 2015.

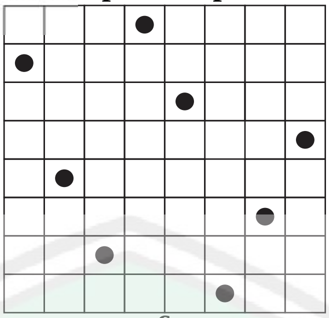
Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP Malang.

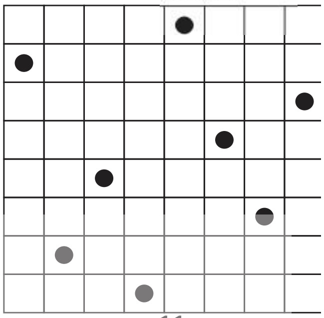
Raishinghania, M. D. dan R. S. Aggarwal. 1980. *Modern Algebra*. New Delhi: S. Chand and Company Ltd.

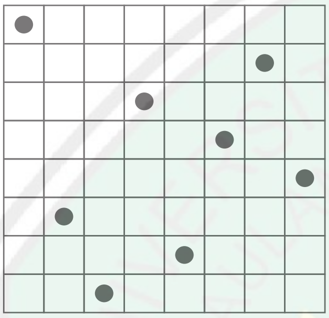
Shihab, M. Quraish. 2002. *Tafsir Al-Misbah Volume 3 Pesan, Kesan & Keserasian Al Qur'an*. Ciputat: Lentera Hati.

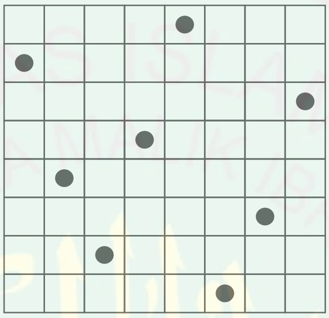
Lampiran 1. Penempatan 8-Ratu pada Papan Catur Berukuran 8×8

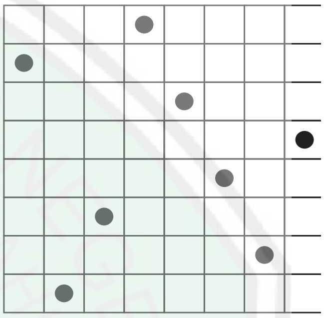

c1

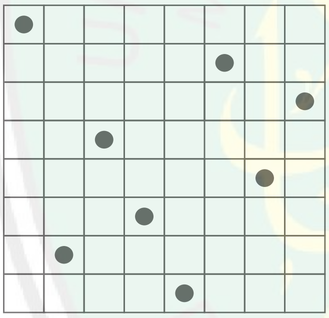

c6

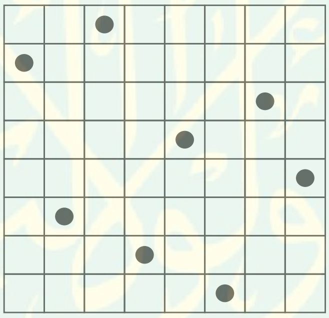

c11

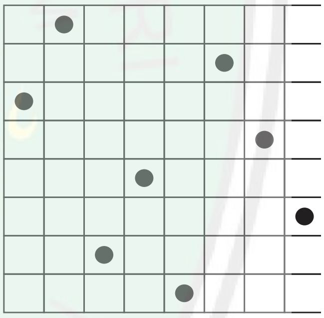

c2

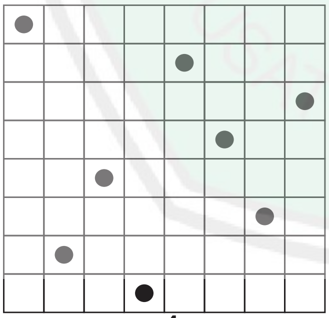

c7

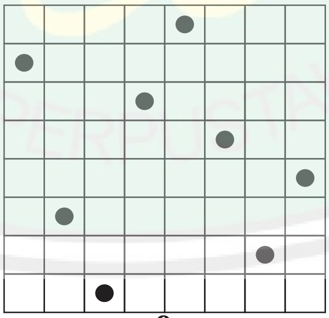

c12

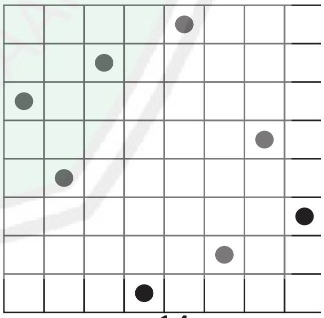

c3

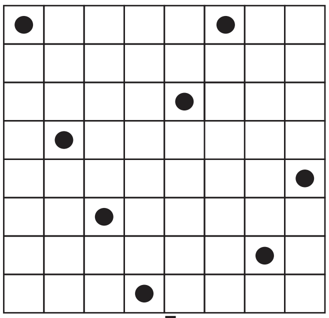

c8

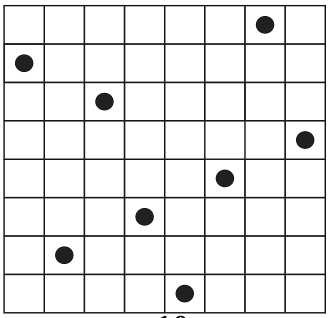

c13

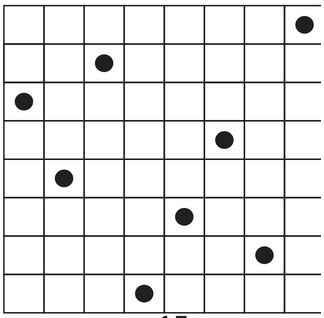

c4

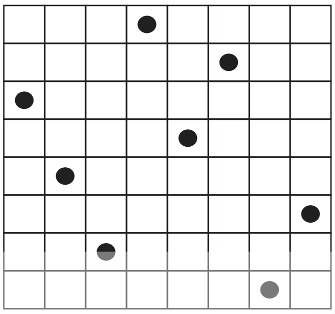

c9


c14

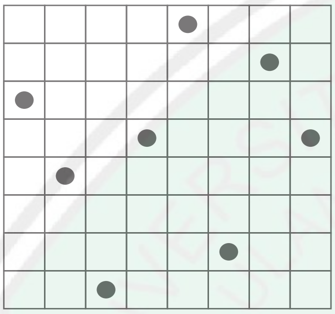

c5


c10

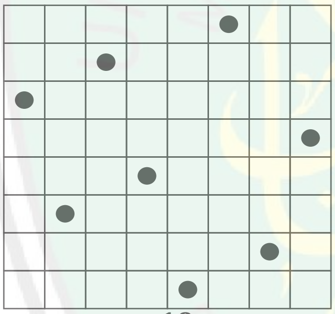

c15



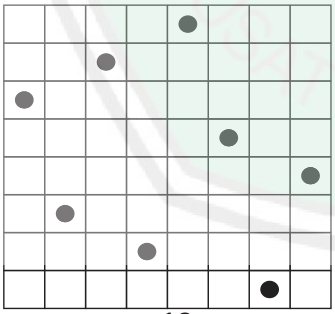
c16



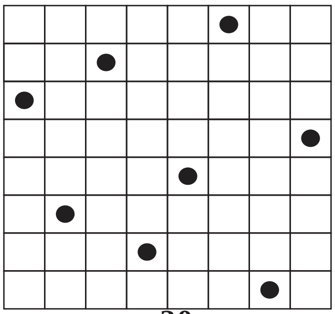
c17



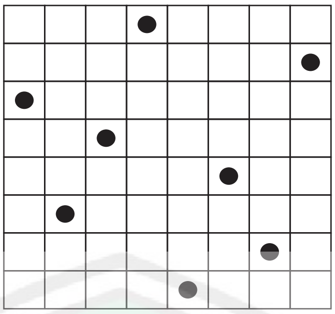
c18



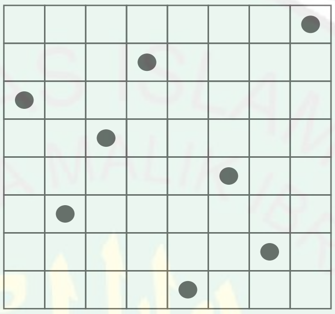
c19



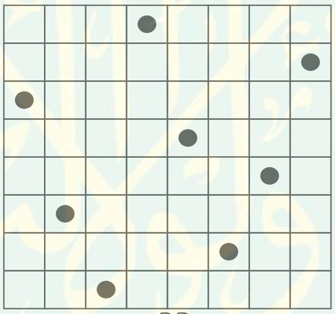
c20



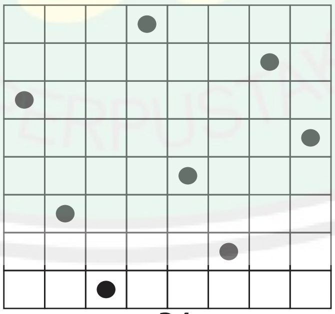
c21



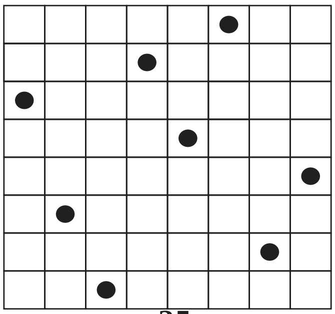
c22



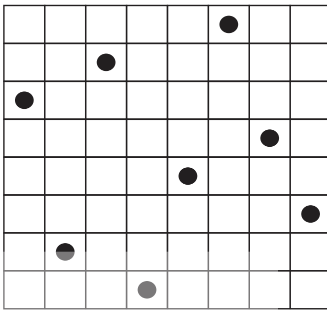
c23



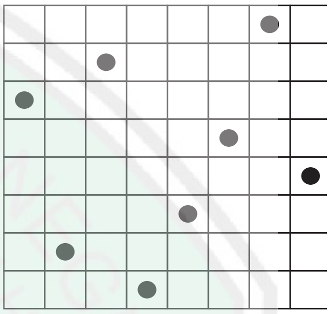
c24



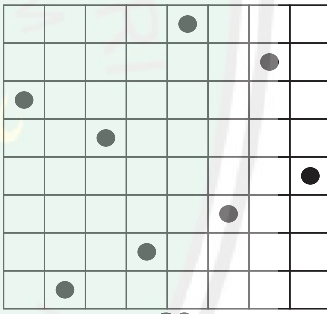
c25



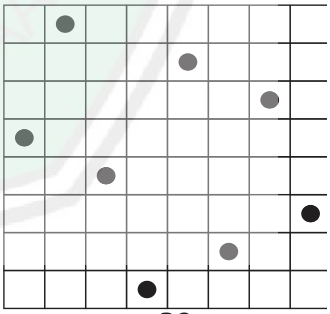
c26



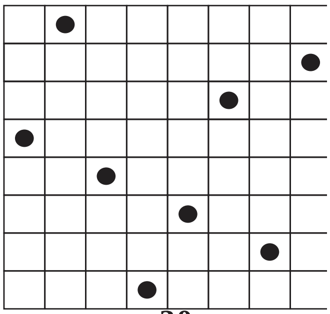
c27



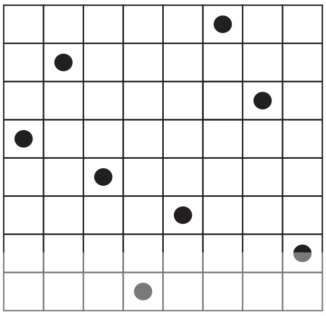
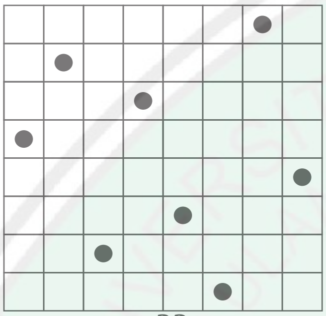
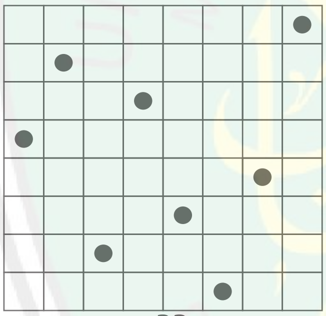
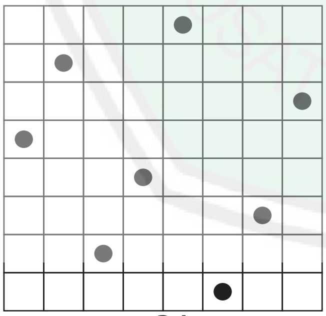
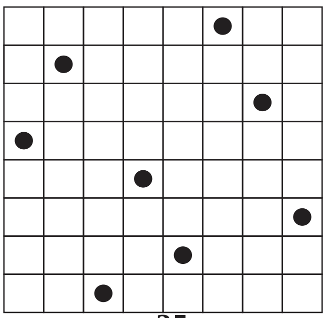
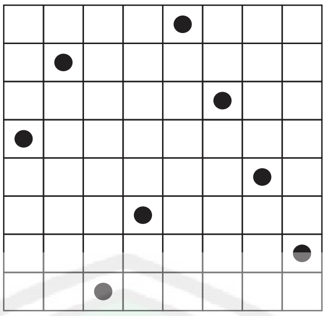
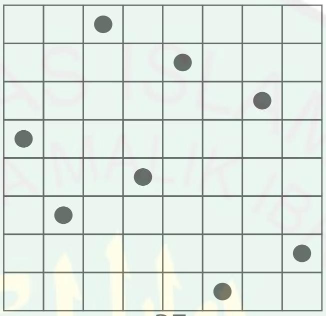
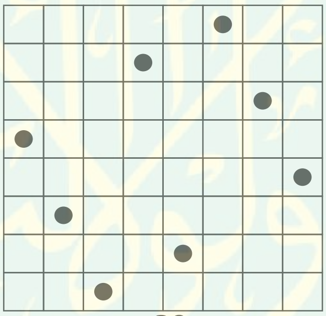
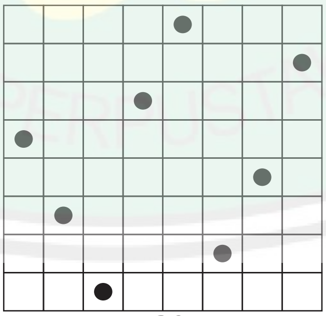
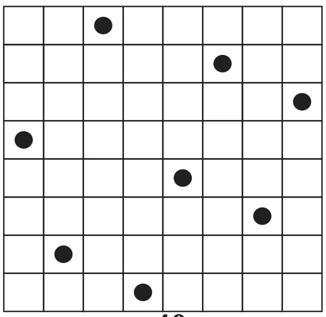
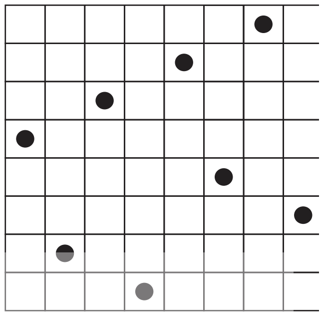
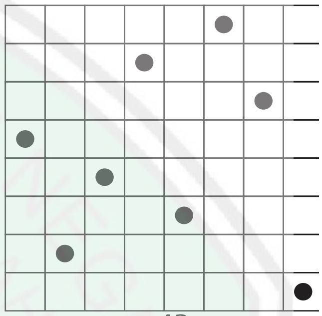
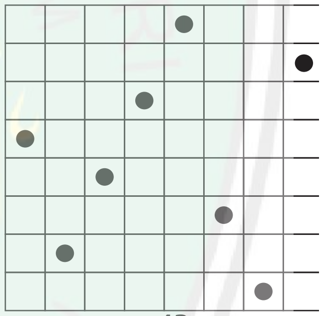
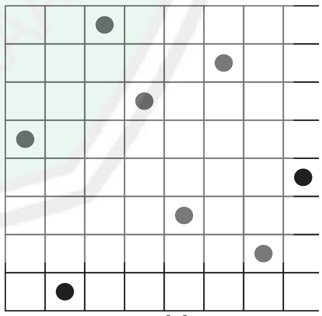
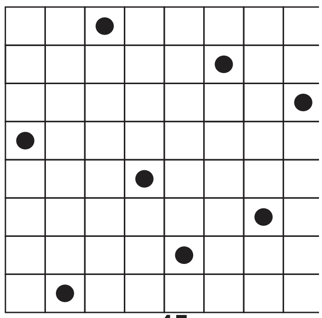
c28

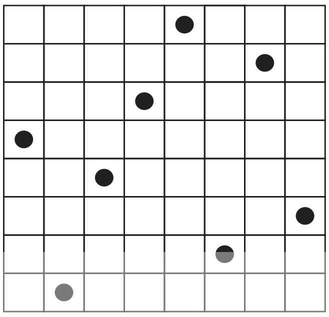


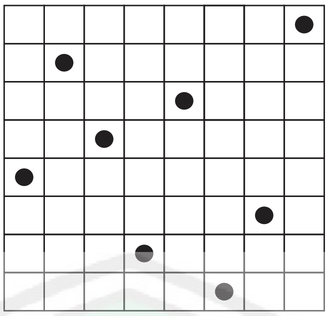
c29

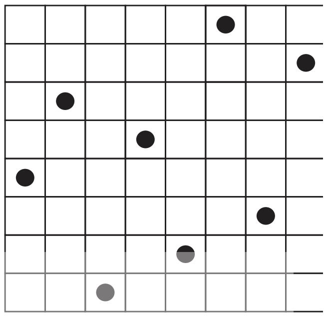


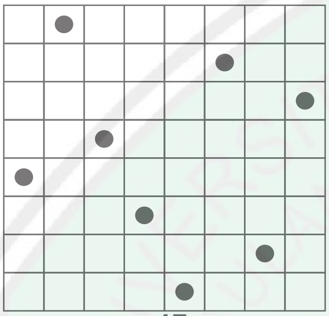
c30

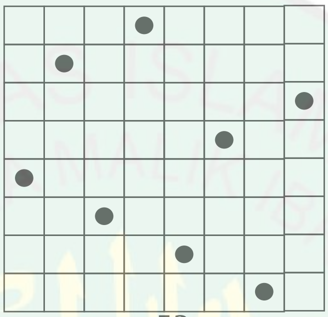

c31

c32

c33

c34

c35

c36

c37

c38

c39

c40

c41

c42

c43

c44

c45

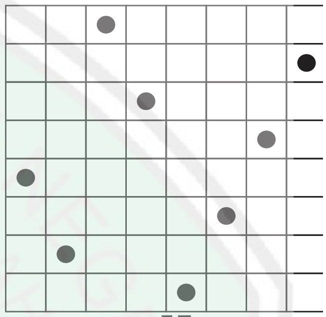

c46

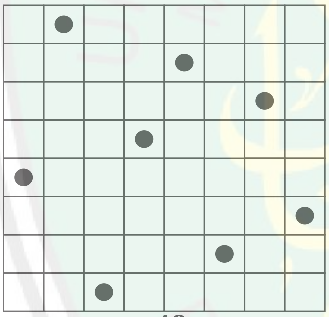

c51

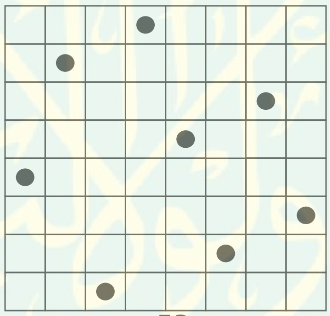

c56

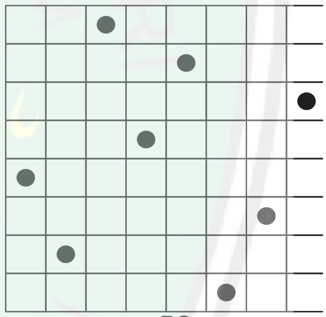

c47

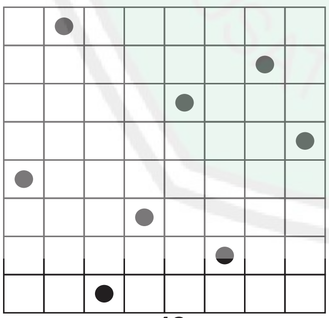

c52

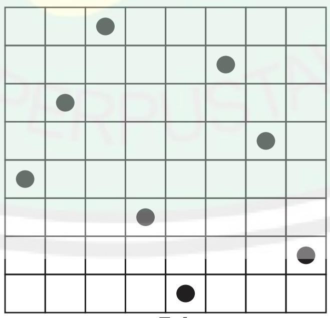

c57

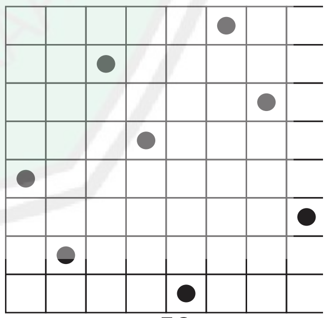

c48

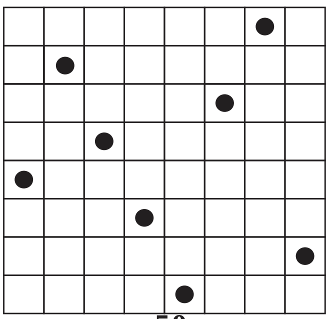

c53

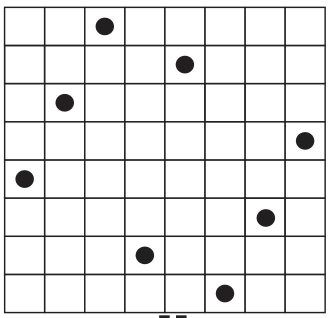

c58

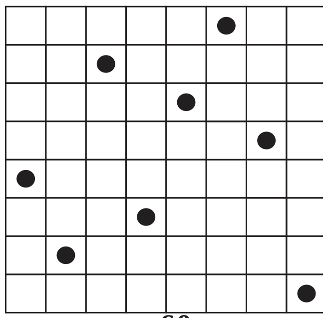

c49

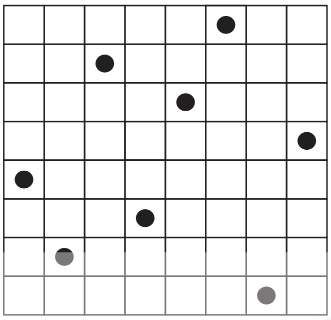

c54


c59

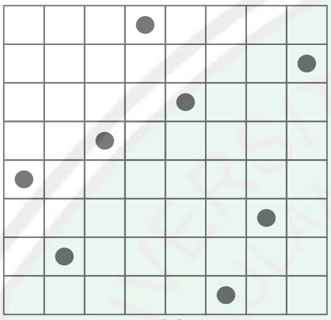

c50


c55

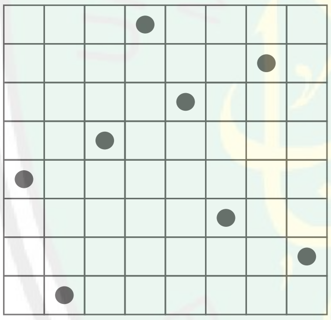

c60



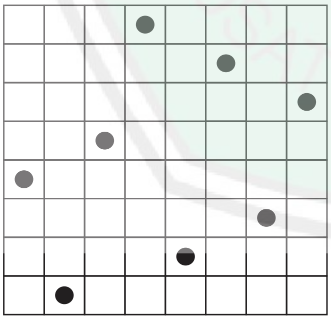
c61



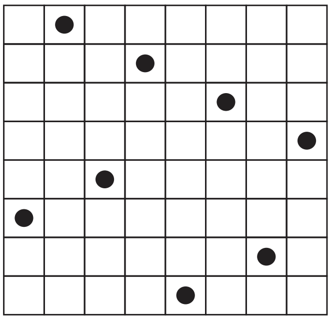
c62



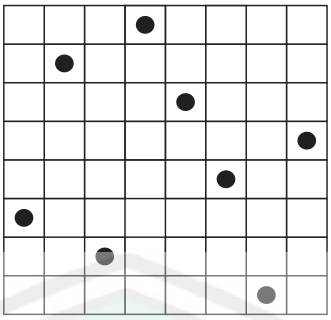
c63



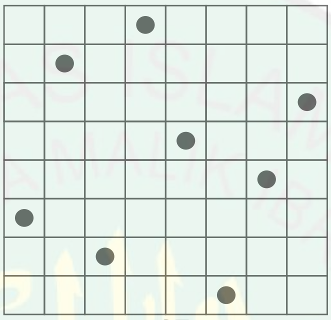
c64



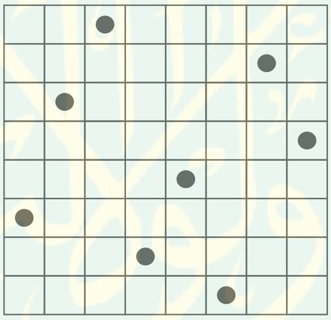
c65



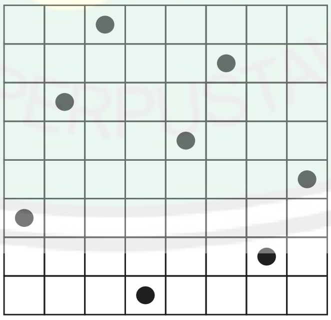
c66



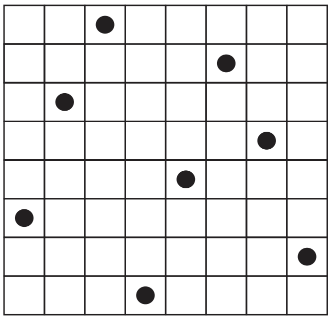
c67



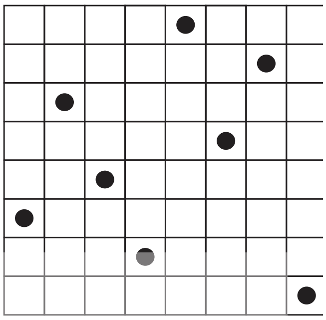
c68



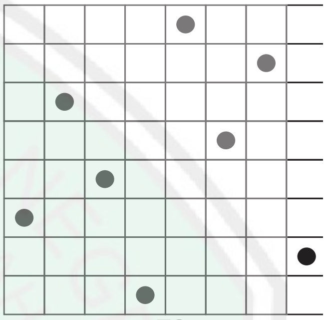
c69



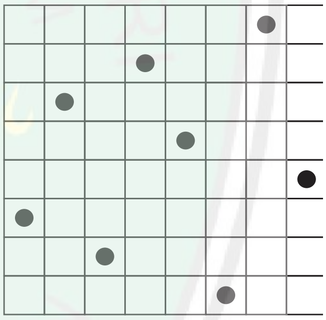
c70



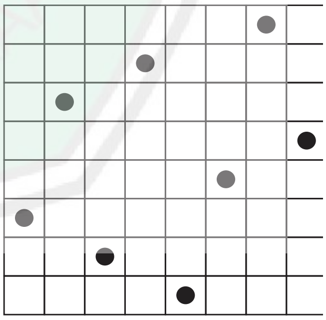
c71



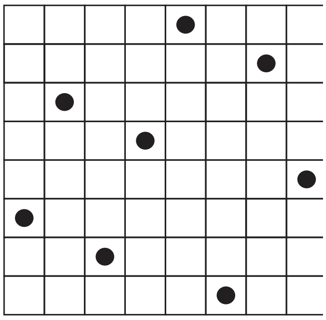
c72



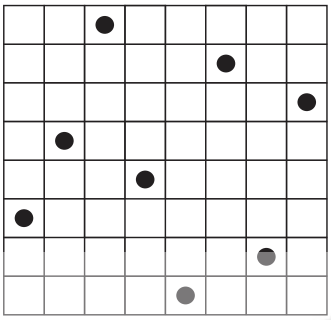
c73



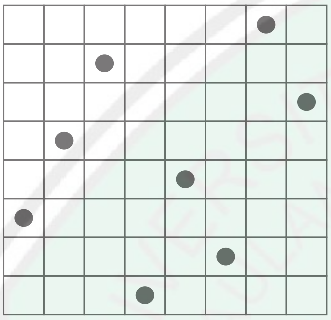
c74



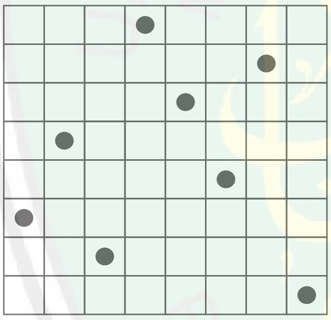
c75



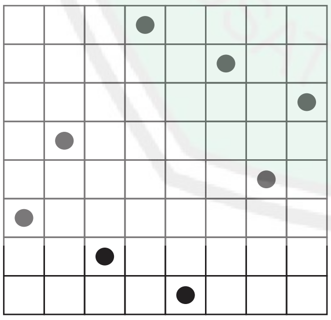
c76



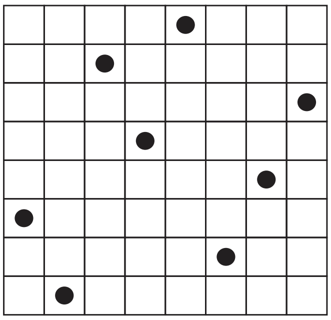
c77



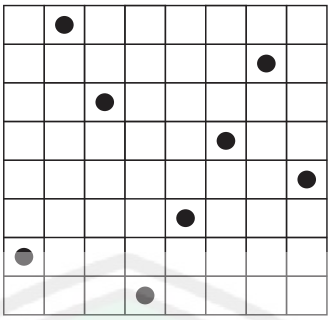
c78



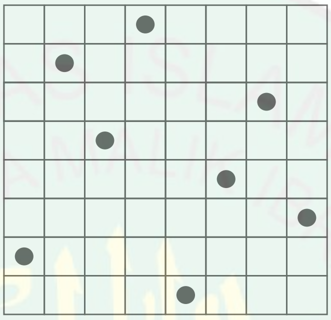
c79



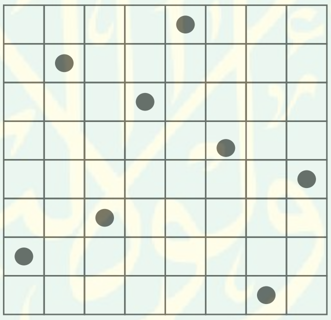
c80



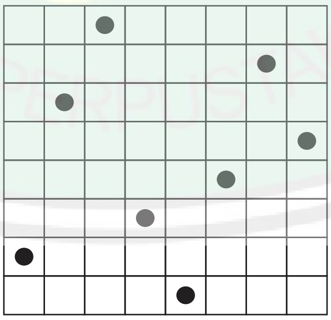
c81



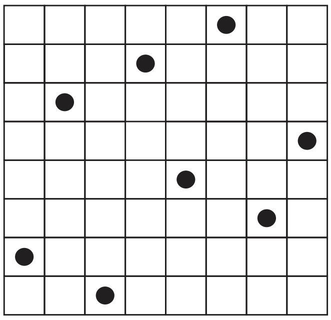
c82



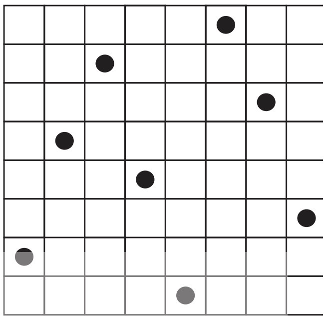
c83



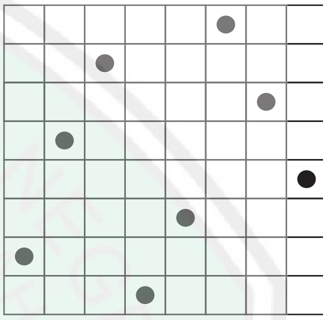
c84



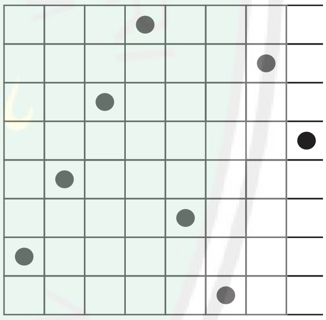
c85



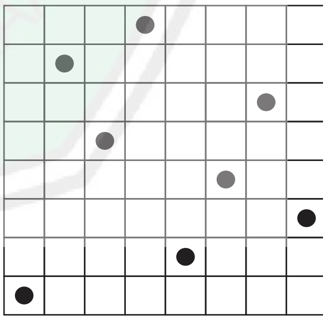
c86



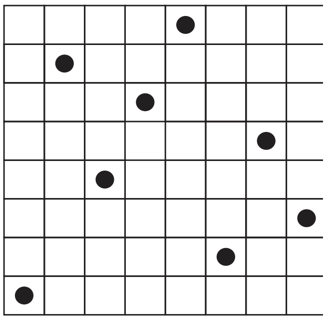
c87



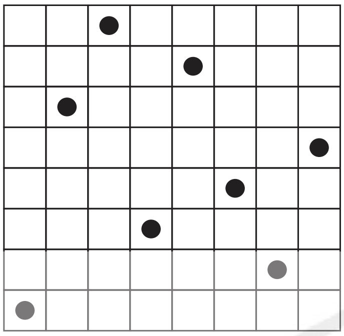
c88



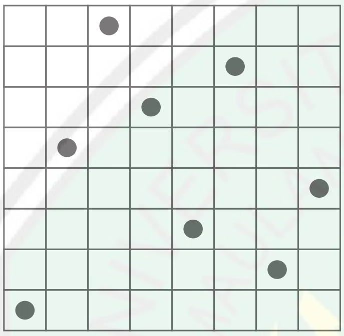
c89



c90



c91



c92

Lampiran 2. Operasi Perkalian pada Himpunan Matriks 8×8 (1 sampai dengan 46)

*	C_{1}	C_{2}	C_{3}	C_{4}	C_{5}	C_{6}	C_{7}	C_{8}	C_{9}	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}	C_{17}	C_{18}	C_{19}	C_{20}	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	C_{25}	C_{26}	C_{27}	C_{28}	C_{29}	C_{30}	C_{31}	C_{32}	C_{33}	C_{34}	C_{35}	C_{36}	C_{37}	C_{38}	C_{39}	C_{40}	C_{41}	C_{42}	C_{43}	C_{44}	C_{45}	C_{46}	C_{47}	C_{48}	C_{49}	C_{50}	C_{51}	C_{52}	C_{53}	C_{54}	C_{55}	C_{56}	C_{57}	C_{58}	C_{59}	C_{60}	C_{61}	C_{62}	C_{63}	C_{64}	C_{65}	C_{66}	C_{67}	C_{68}	C_{69}	C_{70}	C_{71}	C_{72}	C_{73}	C_{74}	C_{75}	C_{76}	C_{77}	C_{78}	C_{79}	C_{80}	C_{81}	C_{82}	C_{83}	C_{84}	C_{85}	C_{86}	C_{87}	C_{88}	C_{89}	C_{90}	C_{91}	C_{92}
C_{1}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{2}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{3}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{4}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{5}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{6}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{7}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{8}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{9}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{10}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{11}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{12}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{13}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{14}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{15}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{16}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{17}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{18}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{19}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{20}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{21}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{22}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{23}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{24}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{25}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{26}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{27}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{28}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{29}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{30}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{31}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{32}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{33}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{34}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{35}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{36}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{37}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{38}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{39}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{40}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{41}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{42}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{43}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{44}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{45}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

(Lanjutan 1 sampai dengan 46)

*	C_{1}	C_{2}	C_{3}	C_{4}	C_{5}	C_{6}	C_{7}	C_{8}	C_{9}	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}	C_{17}	C_{18}	C_{19}	C_{20}	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	C_{25}	C_{26}	C_{27}	C_{28}	C_{29}	C_{30}	C_{31}	C_{32}	C_{33}	C_{34}	C_{35}	C_{36}	C_{37}	C_{38}	C_{39}	C_{40}	C_{41}	C_{42}	C_{43}	C_{44}	C_{45}	C_{46}	C_{47}	C_{48}	C_{49}	C_{50}	C_{51}	C_{52}	C_{53}	C_{54}	C_{55}	C_{56}	C_{57}	C_{58}	C_{59}	C_{60}	C_{61}	C_{62}	C_{63}	C_{64}	C_{65}	C_{66}	C_{67}	C_{68}	C_{69}	C_{70}	C_{71}	C_{72}	C_{73}	C_{74}	C_{75}	C_{76}	C_{77}	C_{78}	C_{79}	C_{80}	C_{81}	C_{82}	C_{83}	C_{84}	C_{85}	C_{86}	C_{87}	C_{88}	C_{89}	C_{90}	C_{91}	C_{92}
C_{46}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{47}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{48}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{49}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{50}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{51}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{52}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{53}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{54}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{55}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{56}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{57}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{58}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{59}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{60}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{61}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{62}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{63}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{64}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{65}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{66}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{67}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{68}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{69}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{70}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{71}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{72}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{73}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{74}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{75}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{76}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{77}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{78}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{79}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{80}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{81}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{82}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{83}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{84}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{85}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{86}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{87}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{88}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{89}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{90}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{91}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
C_{92}	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x