

**MODEL REGRESI SPASIAL PADA SUB DAS GRINDULU**

**SKRIPSI**

oleh:  
**SITI ZAENAB**  
**NIM.06510070**



**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM**  
**MALANG**  
**2011**

**MODEL REGRESI SPASIAL PADA SUB DAS GRINDULU**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada:  
Fakultas Sains Dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**oleh:  
SITI ZAENAB  
NIM : 06510070**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2011**

# MODEL REGRESI SPASIAL PADA SUB DAS GRINDULU

SKRIPSI

oleh:  
**SITI ZAENAB**  
NIM : 06510070

Telah diperiksa dan disetujui untuk diuji

Tanggal : 14 Januari 2011

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II

Sri Harini, M.Si  
NIP. 197310142001122 002

Ach. Nashichuddin, M.A  
NIP. 19730725 200003 1 002

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

# MODEL REGRESI SPASIAL PADA SUB DAS GRINDULU

## SKRIPSI

oleh:  
**SITI ZAENAB**  
NIM : 06510070

Telah Dipertahankan di Dewan Penguji Skripsi dan  
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S. Si)

Tanggal 05 Maret 2011

| Susunan Dewan Penguji: |   | Tanda Tangan |
|------------------------|---|--------------|
| 1. Penguji Utama       | : <u>Dr. H Turmudzi M.si</u><br>NIP. 19571005 198203 1 006    | ( )          |
| 2. Ketua Penguji       | : <u>Abdul Aziz, M.Si</u><br>NIP. 19760318 200604 1 002       | ( )          |
| 3. Sekretaris          | : <u>Sri Harini, M.Si</u><br>NIP. 19731014 200112 2 002       | ( )          |
| 4. Anggota             | : <u>Ach. Nashichuddin, M.A</u><br>NIP. 19730725 200003 1 002 | ( )          |

Mengesahkan,  
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

## MOTTO

- ❖ *Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kemampuannya (QS. Al Mu'minun:62)*
- ❖ *Usaha tanpa do'a itu "SOMBONG", do'a tanpa usaha itu "SIA\_SIA"*



## *Persembahan*

*Penulis persembahkan karya yang sederhana ini untuk,.....*

*Ayahanda Muqoddam dan Ibunda Alfiyah,  
yang telah bersusah payah  
dalam membesarkan, mendidik, dan memberikan  
Segenap cinta kasih kepada penulis. Semoga Allah SWT  
memberikan kebahagiaan Didunia dan di akhirat.*

*Kakak dan adik Siti Nur Urifah, Abdul Wasik dan Moh. Sofyan  
terima kasih atas dukungan  
dan motivasinya selama ini.*

*Seluruh guru-guru, ustadz-ustadzah,  
dosen-dosen yang dengan ikhlas telah memberikan ilmu kepadaku.  
Terima kasih banyak atas ilmu yang telah engkau berikan,  
semoga menjadi ilmu yang bermanfa'at dan barokah.*

*Dan untuk semua orang yang aku sayangi dan yang menyayangiku*

## SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siti Zaenab

NIM : 06510070

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Model Regresi Spasial Pada Sub DAS Grindulu

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah karya saya sendiri dan bukan karya orang lain, baik sebagian maupun keseluruhan, kecuali dalam bentuk kutipan yang telah disebutkan sumbernya.

Selanjutnya apabila dikemudian hari ada “klaim” dari pihak lain, bukan menjadi tanggung jawab Dosen Pembimbing dan/ atau Pengelola Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, tetapi menjadi tanggung jawab saya sendiri.

Demikian surat pernyataan saya buat dengan sebenar-benarnya dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapat sanksi akademik.

Malang, 04 Maret 2011

Yang menyatakan

Siti Zaenab

## KATA PENGANTAR



Alhamdulillah, Segala puji syukur ke hadirat Allah SWT, karena hanya atas segala rahmat dan hidayah-Nya peneliti ini dapat diselesaikan, hingga tersusun sebuah skripsi “*Model Regresi Spasial Pada Sub DAS Grindulu*”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) pada Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Untuk itu, iringan do’a dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, utamanya kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., D.Sc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Sri Harini, M.Si dan Ach.Nashichuddin, M.A, selaku Dosen Pembimbing skripsi atas segala masukan dan kesabaran beliau berdua dalam membimbing sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
5. Seluruh Dosen Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan ilmu pengetahuan kepada penulis.

6. Bapak dan Ibu tercinta Muqoddam dan Alfiyah yang dengan sepenuh hati memberikan dukungan moril dan spiritual serta ketulusan do'anya sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
7. Kakak tersayang Siti Nur Urifah, kakak ipar Abdul Wasik, dan Adik tersayang Muhammad Sofyan yang selalu memberi motivasi.
8. Prof. Dr. KH. Ahmad Muhdor, S.H, pengasuh Lembaga Tinggi Pesantren Luhur Malang yang dengan sabar dan ikhlas memberikan ilmunya.
9. Teman-teman ku Muhib, Fitri, Ema K, Evi, Syam dan Seluruh teman-teman Matematika angkatan 2006 semoga Allah selalu , menjaga persahabatan kita.
10. Seluruh santriwan-santriwati Pesantren Luhur (Icha, mbak Asna, mbak Uun, Ulfi, Iin, Jaliya, Zeni, Atik A, Dewi I, Umi H, Habibie, Idris, Dik Mif, Rozi, Rozan), dan teman-teman pengurus periode 2010-2011 yang tidak mungkin saya sebutkan satu persatu, terima kasih banyak atas motivasi dan bantuannya.
11. Temanku Mas Agus Purnomo yang telah memberi motivasi dan membantu dalam penyelesaian skripsi ini.

Akhir kata, semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pihak pada umunya dan bagi penulis sendiri pada khususnya.

Malang, 05 April 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

|   | Halaman |
|---|---------|
| <b>HALAMAN JUDUL</b>  |         |
| <b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>                                      |         |
| <b>HALAMAN PENGESAHAN</b>                                       |         |
| <b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b>                      |         |
| <b>MOTTO</b>  |         |
| <b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>                                      |         |
| <b>KATA PENGANTAR</b> .....                                     | i       |
| <b>DAFTAR ISI</b> .....   | iii     |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b> .....                                      | v       |
| <b>DAFTAR SIMBOL</b> .....                                      | vi      |
| <b>DAFTAR TABEL</b> .....                                       | viii    |
| <b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....                                    | ix      |
| <b>ABSTRAK</b> .....  | x       |
| <b>ABSTRACT</b> .....   | xi      |
| <br>  |         |
| <b>BAB I: PENDAHULUAN</b>                                       |         |
| 1.1 Latar Belakang .....  | 1       |
| 1.2 Rumusan Masalah .....                                       | 5       |
| 1.3 Tujuan Penulisan.....                                       | 5       |
| 1.4 Batasan Masalah .....                                       | 5       |
| 1.5 Manfaat Penulisan .....                                     | 6       |
| 1.6 Metode Penelitian .....                                     | 7       |
| 1.7 Sistematika Penulisan.....                                  | 11      |
| <br>  |         |
| <b>BAB II : KAJIAN PUSTAKA</b>                                  |         |
| 2.1 Pengertian Analisis Regresi dan Asumsi Regresi Linier ..... | 12      |
| 2.1.1 Normalitas .....  | 13      |
| 2.1.1 Multikolinieritas .....                                   | 15      |
| 2.1.1 Homoskedastisitas .....                                   | 16      |
| 2.2 Model Regresi Spasial .....                                 | 17      |

|   |           |
|---|-----------|
| 2.2.1 Model Regresi Spasial Error .....                   | 19        |
| 2.2.2 Model Regresi Spasial Lag.....                      | 19        |
| 2.2.3 Autokorelasi Spasial .....                          | 20        |
| 2.2.4 Bobot Spasial.....                                  | 21        |
| 2.2.5 Pengujian Autokorelasi Spasial .....                | 23        |
| 2.3 Metode <i>Maximum Likelihood Estimator</i> (MLE)..... | 25        |
| 2.4 Estimasi Parameter Regresi Spasial .....              | 27        |
| 2.5 Signifikansi Parameter Regresi Spasial .....          | 30        |
| 2.6 Penentuan Model Regresi Spasial .....                 | 31        |
| 2.7 Pengertian Daerah Aliran Sungai (DAS).....            | 31        |
| 2.8 Hubungan Bermasyarakat dalam Perspektif Islam .....   | 33        |
| <b>BAB III ANALISIS DAN PEMBAHASAN</b>                    |           |
| 3.1 Estimasi Parameter Model Regresi Spasial .....        | 42        |
| 3.2 Identifikasi Model .....                              | 50        |
| 3.3 Analisis Regresi Melalui OLS.....                     | 58        |
| 3.3.1 Pemeriksaan Asumsi Normalitas .....                 | 58        |
| 3.3.2 Pemeriksaan Asumsi Non-Multikolinieritas .....      | 59        |
| 3.3.3 Pemeriksaan Asumsi Homoskedastisitas .....          | 59        |
| 3.3.4 Pemeriksaan Autokorelasi Spasial .....              | 60        |
| 1. Penentuan Bobot Spasial .....                          | 60        |
| 2. Hasil Pengujian Autokorelasi Spasial .....             | 61        |
| 3.4. Regresi Spasial Error .....                          | 62        |
| 3.5 Pembahasan.....                                       | 63        |
| <b>BAB IV PENUTUP</b>                                     |           |
| 5.1 Kesimpulan.....                                       | 67        |
| 5.2 Saran .....   | 68        |
| <b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>                               | <b>69</b> |
| <b>LAMPIRAN .....</b>                                     | <b>71</b> |

## DAFTAR GAMBAR

|  | Halaman |
|--|---------|
| Gambar 1.1. Flow Chart Model Regresi Spasial .....                   | 11      |
| Gambar 2.1. Ilustrasi <i>Contiguity</i> (Persinggungan) .....        | 23      |
| Gambar 2.2. Daur Hidrologi DAS .....                                 | 33      |
| Gambar 3.1. Uji Normalitas Pada Debit Puncak .....                   | 53      |
| Gambar 3.2. Uji Normalitas Pada Luas Sub DAS .....                   | 53      |
| Gambar 3.3. Uji Normalitas Pada Panjang Sungai .....                 | 54      |
| Gambar 3.4. Uji Normalitas Pada Slope Sungai. ....                   | 54      |
| Gambar 3.5. Scatterplot Antara Debit Puncak dan Luas Sub DAS .....   | 55      |
| Gambar 3.6. Scatterplot Antara Debit Puncak dan Panjang Sungai ..... | 56      |
| Gambar 3.7. Scatterplot Antara Debit Puncak dan Slope Sungai. ....   | 57      |

## DAFTAR SIMBOL

### Lambang Matematika:

$\sim$  : berdistribusi

$\leq$  : lebih kecil atau sama dengan

$\geq$  : lebih besar atau sama dengan

$\infty$  tak berhingga

$<$  : lebih kecil daripada

$>$  : lebih besar daripada

### Abjad Yunani:

$\mu$  : Mu

$\theta$  : Theta

$\beta$  : Beta

$\sigma$  : Sigma

$\lambda$  : Lamda

$\pi$  : Pi

$\phi$  : Phi

$\varepsilon$  : Epsilon

$\vartheta$  : Dho

$\Pi$  : untuk perkalian fungsi

$\mu$  : nilai tengah (mean)

$\chi$  : Chi

**Lambang khusus:**

$\rightarrow$  : Menuju

$\sigma^2$ : Ragam (Varian) untuk populasi

$\hat{\theta}$  : penduga dari parameter  $\theta$

$\hat{\beta}$  : penduga dari parameter  $\beta$

$E$  : Expectation (nilai harapan)

$T$  : Transpose

$L(x_1, \dots, x_n; \theta)$  : fungsi likelihood

$f_{x_1, \dots, x_n}(X_1, X_2, \dots, X_n; \theta)$  : fungsi padat peluang

$N$  : normal



## DAFTAR TABEL

|  | Halaman |
|--|---------|
| Tabel 3.1 Statistik Deskriptif Dengan Bantuan Minitab 14 .....                   | 51      |
| Tabel 3.2 Hasil Pengujian Autokorelasi Spasial melalui Lagrange Multiplier ..... | 61      |
| Tabel 3.3 Hasil Uji Parsial Parameter Regresi Spasial Error .....                | 62      |



## DAFTAR LAMPIRAN

|  | Halaman |
|--|---------|
| Lampiran.1 Peta Sub Das Grindulu .....   | 71      |
| Lampiran. 2 Data Karakteristik Jaringan Sungai Utama Dan Debit Puncak<br>rata-rata Sub Das Grindulu pada Tahun 2008..... | 71      |
| Lampiran. 3 Hasil Digitasi Peta Sub DAS Grindulu Beserta Atribut Peta<br>Menggunakan Arcview 3.3.....                    | 72      |
| Lampiran. 4 Output Pendugaan Parameter Regresi Melalui OLS.....  | 73      |
| Lampiran. 5 Hasil <i>Contiguity</i> dalam Format Notepad.....  | 75      |
| Lampiran. 6 Matriks Bobot Spasial dan Matriks Bobot Spasial terstandarisasi. ....  | 76      |



## ABSTRAK

Zaenab, Siti. 2011. SKRIPSI. **Model Regresi Spasial Pada Sub DAS Grindulu.**  
Pembimbing: Sri Harini M.Si, dan Ach Nashichuddin, M.A. Jurusan  
Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri  
MALIKI Malang.

**Kata Kunci:** Sub Das, *Contiguity*, Model Regresi Spasial

Penelitian ini bertujuan untuk mencari estimasi parameter dan model regresi spasial dalam merepresentasikan hubungan karakteristik jaringan sungai utama dengan debit puncak pada sub DAS Grindulu. Dari metode regresi klasik *Ordinary Least Square* (OLS), kemudian dilanjutkan diagnosis keberadaan efek spasial dengan menggunakan *Lagrange Multiplier* (LM) test. Model spasial yang dibuat adalah *Model Spasial Error* (MSE). Matriks penimbang spasial yang digunakan yaitu *Rook Contiguity*. Pemilihan model menggunakan kriteria nilai AIC (Akaike Information Criterion). Model debit puncak terbaik adalah metode *Model Spasial Error* (MSE) dengan penimbang *Rook Contiguity*. Faktor faktor yang mempengaruhi debit puncak adalah luas sub DAS ( $x_1$ ), panjang sungai ( $x_2$ ) dan slope sungai ( $x_3$ ). Estimasi parameter yang didapatkan adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = (x^T x)^{-1} (x^T y - x^T \lambda W^T u)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} (y - x\beta - \lambda W^T u)^T (y - x\beta - \lambda W^T u)$$

$$\lambda = (W^T u)^{-1} (y^T - x^T)$$

Sedangkan model regresi spasial error yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

$$y = 4.7091 + 0.3758\lambda + 4.7677x_1 + 0.0588x_2 - 0.0003x_3$$

Aplikasi *model regresi spasial error* dapat menunjukkan bahwa terdapat pengaruh faktor geografis pada data luas sub das, panjang sungai, kemiringan sungai berdasarkan *P-Value* dari uji signifikansi parameter. Artinya lokasi pengamatan yang berdekatan akan saling mempengaruhi.

## ABSTRACT

Zaenab, Siti. 2011. SKRIPSI. Thesis. **Regression Models of Spatial In Sub watershed Grindulu**. Advisor: Sri Harini M. Si, and Ach Nashichuddin, MA Department of Mathematics Faculty of Science and Technology Maliki State Islamic University of Malang.

**Keywords:** Sub Das, Contiguity, Spatial Regression Models

This study aimed to explore the parameter estimation and spatial regression models in representing the relationship characteristic of major river networks with peak discharge at the sub-watershed Grindulu. From the classical method of *Ordinary Least Square Regression* (OLS), then continued diagnosis of the presence of spatial effects by using the *Lagrange Multiplier* (LM) test. Spatial model that was made was the *Model of Spatial Error* (MSE). The matrix of spatial weights are used, namely *Rook Contiguity*. Selection criteria value model using AIC (*Akaike Information Criterion*). Peak discharge model is the best method of *Spatial Error Model* (MSE) with weighing *Rook Contiguity*. Factors that influence peak discharge is the area of sub-catchments ( $x_1$ ), the length of the river ( $x_2$ ) and the slope of the river ( $x_3$ ). Estimated parameters derived are as follows:

$$\hat{\beta} = (x^T x)^{-1} (x^T y - x^T \lambda W^T u)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} (y - x\beta - \lambda W^T u)^T (y - x\beta - \lambda W^T u)$$

$$\lambda = (W^T u)^{-1} (y^T - x^T)$$

While the spatial error regression model derived from this research are:

$$y = 4.7091 + 0.3758\lambda + 4.7677x_1 + 0.0588x_2 - 0.0003x_3$$

Application *error spatial regression model* to show that there are significant geographic factor on extensive data sub das, river length, river slope on the terms *P-Value* of significance test parameters. This means that the location of the adjacent observation will affect each other.


## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1. Latar Belakang

Al-Qur'an merupakan kitab yang memberikan petunjuk kepada umat manusia. Dalam hubungannya dengan ilmu pengetahuan, Al-Qur'an mendorong umat manusia untuk menggunakan akal pikirannya dalam melakukan observasi alam semesta sehingga diperoleh penemuan baru yang selaras dengan Al-Qur'an (Shihab, 1999).

Statistika adalah cabang matematika yang berkaitan dengan pengumpulan data, pengolahan data, analisis data, dan penarikan kesimpulan. Kegiatan utama dalam statistika adalah pengumpulan data, hal ini dibicarakan al-Qur'an dalam Surat Az-Zukhruf ayat 80 (Abdussakir 2007):


 أَمْ تَحْسَبُونَ أَنَّا لَا نَسْمَعُ سِرَّهُمْ وَنَجْوَاهُمْ ۚ بَلَىٰ وَرُسُلْنَا لَدَيْهِمْ يَكْتُبُونَ

*Artinya: "Apakah mereka mengira, bahwa kami tidak mendengar rahasia dan bisikan-bisikan mereka? Sebenarnya (Kami mendengar), dan utusan-utusan (Malaikat-malaikat) kami selalu mencatat di sisi mereka".*

Keunikan karakteristik suatu wilayah seringkali kurang teramati fenomenanya. Informasi tentang karakteristik lokasi ini bisa ditangkap dengan menggunakan analisis data spasial. Selama kurang lebih satu abad, para pakar geografi, pakar ekonomi, perencana kota, para ahli strategi bisnis, ilmuwan regional dan ilmuwan lainnya telah mencoba memberikan penjelasan tentang mengapa dan dimana suatu aktivitas berlokasi. Hal ini dapat mendorong semakin

maraknya penelitian tentang efek lokasi/spasial sebagai tempat berlangsungnya berbagai aktivitas, baik aktivitas ekonomi maupun aktivitas sosial lainnya.

Hukum pertama tentang geografi dikemukakan oleh W Tobler dalam Anselin (1988) yang berbunyi: “*Everything is related to everything else, but near things are more related than distand things*”. Segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh. Hukum itulah yang menjadi pilar tentang kajian sains regional. Adanya efek spasial merupakan hal yang lazim terjadi antara satu region dengan region yang lain.

Data Spasial merupakan data pengukuran yang memuat suatu informasi lokasi. Pada data spasial, seringkali pengamatan disuatu lokasi bergantung pada pengamatan dilokasi lain yang berdekatan (*neighboring*). Anselin (1988) mengembangkan beberapa model spasial yang didasarkan atas teori ekonomi yang disebut *spatial econometrics*. Model tersebut terdiri dari *spatial lag*, model *spatial error*, model campuran antara *spatial lag* dan *spatial error*, dan model komponen error dengan autokorelasi spasial (model regresi data panel dengan korelasi spasial). Komponen yang mendasar dari model spasial adalah matriks penimbang spasial, matriks inilah yang mencerminkan adanya hubungan antara satu region dengan region yang lain. Banyak metode yang lazim digunakan diantaranya adalah pendekatan titik dan pendekatan area. Pendekatan titik yaitu titik letak geografis suatu wilayah yang berdasarkan posisi koordinat garis lintang dan garis bujur. Pendekatan area berupa *contiguity* murni (ketetanggaan antar region), ataupun memasukkan unsur lain ke dalam konsep *contiguity* sesuai dengan kasus

yang dipelajari.

Anselin (2000) menjelaskan apabila model regresi klasik digunakan sebagai alat analisis pada data spasial, maka bisa menyebabkan kesimpulan yang kurang tepat karena asumsi error saling bebas dan asumsi homogenitas tidak terpenuhi. Oleh karena itu, dibutuhkan metode statistik yang bisa mengatasi fenomena variabilitas data spasial tersebut. Sifat data spasial adalah mempunyai sifat error yang saling berkorelasi (*spatial autocorrelation* atau *spatial dependence*) dan adanya *spatial heterogeneity*.

*Spatial autokorelasi* terjadi karena adanya dependensi (korelasi error spasial) dalam data *cross section*. Sedangkan *spatial heterogeneity* terjadi disebabkan perbedaan antara satu region dengan region lainnya (efek region random). Dependensi dalam data regional dapat disebabkan oleh adanya variabel laten, yaitu variabel yang keberadaannya berpengaruh tetapi tidak dapat diukur secara langsung.

Regresi spasial dapat diterapkan dalam berbagai bidang, misalnya dalam bidang ekonomi, geografi, geologi, dan lain sebagainya. Dalam penelitian ini, regresi spasial diterapkan dalam bidang hidrologi yang berkaitan dengan karakteristik sungai utama pada Sub DAS Grindulu. Sub DAS Grindulu terletak di Kabupaten Pacitan propinsi Jawa Timur. Panjang sungai  $\pm 27,651$  km mengalir dari daerah pengaliran di Samudera Indonesia dengan muaranya terletak diteluk Pacitan, sedangkan luas Sub DAS Grindulu  $\pm 403,209$  km<sup>2</sup>. Curah hujan rata-rata tahunan mencapai 2100 mm terjadi antara bulan November sampai dengan April. Sub DAS Grindulu pegunungan yang lerengnya cukup terjal dengan

kemiringan hulu yang curam antara 30% - 50% bagian tengah dan hilir kemiringannya menjadi landai antara 10% - 30%. Wilayah Kabupaten Pacitan tersebut memang didominasi lahan kering dan kritis disamping itu juga memiliki topografi yang bergelombang, berbukit dan bergunung tersebar diberbagai wilayah (Suara Merdeka, 16 April 2006 dalam Shinta Ayu).

Sosrodarsono dan Takeda (1985) menyatakan bahwa aliran sungai tergantung dari berbagai faktor. Salah satu faktor aliran sungai berhubungan dengan limpasan, yang dibagi dalam dua elemen yaitu elemen-elemen meteorologi dan elemen-elemen daerah pengaliran yang menyatakan sifat-sifat fisik DAS seperti: luas penggunaan lahan, kondisi topografi, jenis tanah, karakteristik jaringan sungai dan lain-lain. Debit puncak merupakan aliran limpasan maksimum pada saat terjadi hujan dan menjadi salah satu indikator kekuatan hujan yang berguna untuk prediksi besarnya sedimentasi. Semakin luas DAS maka semakin lama limpasan mencapai titik pengukuran dan debit puncak semakin berkurang. Dalam penelitian ini faktor yang dipertimbangkan berdasarkan karakteristik jaringan sungai utama pada masing-masing sub DAS antara lain: luas sub DAS, panjang sungai, dan kemiringan sungai (*slope*).

Dari pemaparan di atas, penulis tertarik untuk menulis skripsi dengan judul **“Model Regresi Spasial Pada Sub DAS Grindulu”**.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah:

1. Bagaimana estimasi parameter model regresi spasial dalam merepresentasikan hubungan karakteristik jaringan sungai utama dengan debit puncak pada sub DAS Grindulu?
2. Bagaimana model regresi spasial untuk merepresentasikan hubungan karakteristik jaringan sungai utama dengan debit puncak pada sub DAS Grindulu?

## 1.3. Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan skripsi ini adalah:

1. Menentukan estimasi parameter model regresi spasial dalam merepresentasikan hubungan karakteristik jaringan sungai utama dengan debit puncak pada sub DAS Grindulu.
2. Menentukan model regresi spasial untuk merepresentasikan hubungan karakteristik jaringan sungai utama dengan debit puncak pada sub DAS Grindulu.

#### 1.4. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Indikator aliran sungai yang dipergunakan yaitu debit puncak dengan hanya melibatkan faktor luas total sub das, panjang sungai, dan kemiringan sungai (*Slope*) jaringan sungai utama.
2. Penentuan bobot spasial hanya menggunakan pendekatan area dengan metode *criterion Rook Contiguity*.
3. Metode estimasi yang digunakan adalah metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*.

#### 1.5. Manfaat Penulisan

Penulisan skripsi ini bermanfaat bagi:

1. Penulis, yaitu sebagai ilmu tambahan terutama tentang regresi spasial yang sangat mendukung akademisnya.
2. Mahasiswa Jurusan Matematika, yaitu sebagai titik awal pembahasan yang bisa dilanjutkan atau lebih dikembangkan.
3. Pemerhati Matematika, yaitu suatu model regresi spasial dapat diterapkan dalam bidang hidrologi yang merepresentasikan hubungan karakteristik jaringan sungai utama terhadap debit puncak pada suatu DAS.

## 1.6. Metode Penelitian

### a. Pendekatan Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan literatur dan deskriptif kuantitatif. Pendekatan literatur diantaranya adalah analisis teoritis, pemodelannya dan juga estimasi parameternya, Pendekatan deskriptif kuantitatif adalah menggambarkan data yang sudah ada, dan tidak terbatas hanya sampai pada pengumpulan dan penyusunannya saja, akan tetapi data yang sudah terkumpul disusun kembali kemudian dijelaskan dan dianalisis.

Dalam penelitian ini, penulis mengumpulkan informasi dari literatur atau catatan yang berhubungan dengan model regresi spasial, estimasi dalam memodelkan sub DAS menggunakan metode regresi spasial. Literatur-literatur atau catatan tersebut merupakan literatur utama, sedangkan literatur pendukungnya tentang Geoda 0.9.5-i, Minitab 14, ArcView 3.2, dan tafsir Al-Qur'an.

Data yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah data sekunder yang diperoleh dari penelitian tugas akhir Shinta Ayu Permatasari Jurusan Teknik Pengairan Fakultas Teknik Universitas Brawijaya. Data yang digunakan adalah data debit puncak rata-rata pada tahun 2008 dan faktor-faktor yang mempengaruhinya, antara lain: luas Sub DAS ( $m^2$ ), panjang sungai (m), dan slope atau kemiringan sungai (%) jaringan sungai utama pada Sub DAS Grindulu.

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah debit puncak ( $y$ ), area drainase ( $x_1$ ), panjang sungai ( $x_2$ ), dan kemiringan sungai ( $x_3$ ) pada tahun 2008.

## b. Metode Analisis

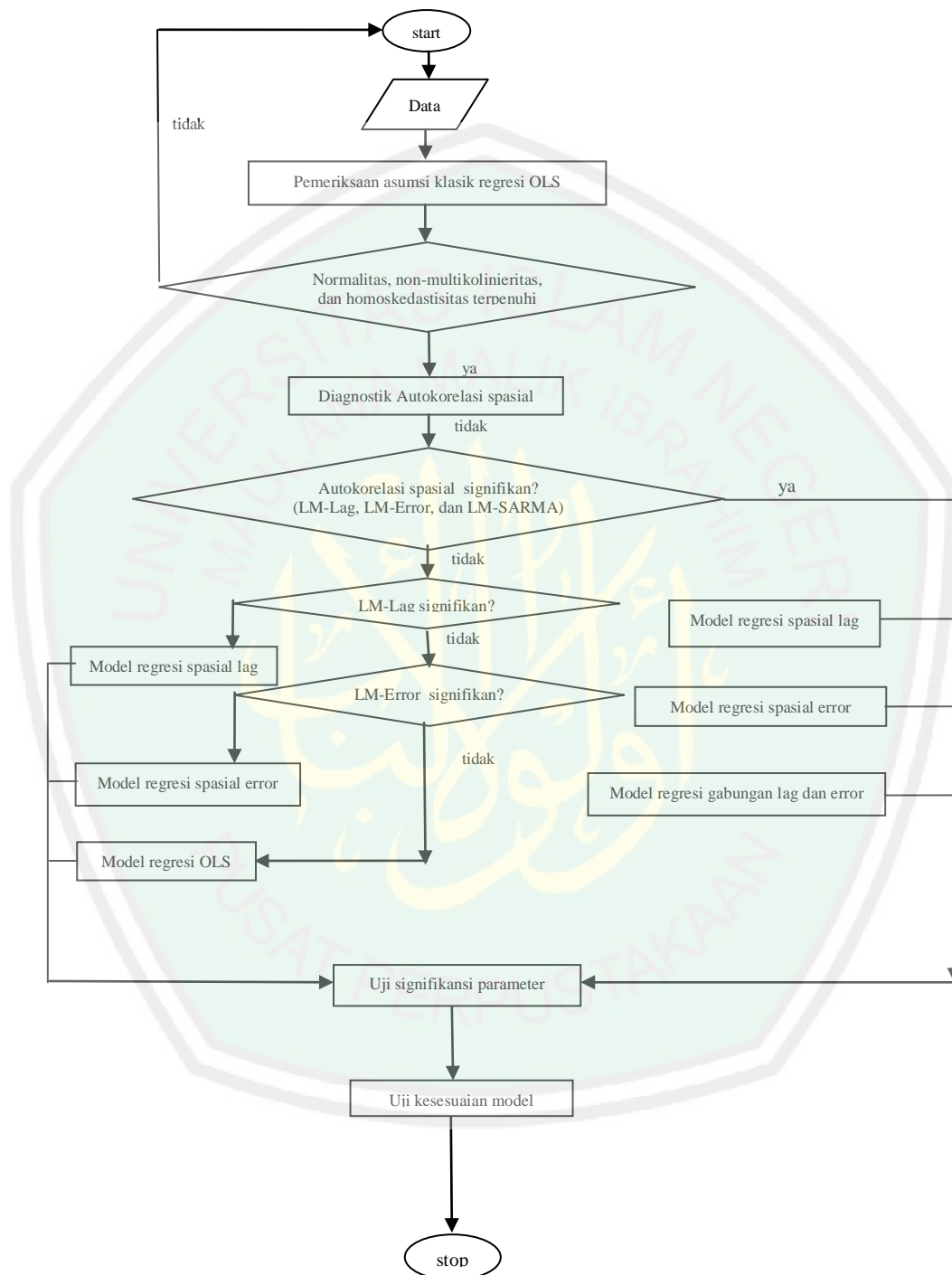
Secara umum, langkah-langkah dalam estimasi parameter model regresi spasial dan memodelkan debit puncak sub DAS Grindulu sebagai berikut:

1. Mendefinisikan atribut peta dengan cara memasukkan data debit puncak rata-rata, dan karakteristik jaringan sungai utama (luas Sub DAS, panjang sungai, dan kemiringan sungai (*slope*) serta ID (sebagai variabel kunci untuk mengidentifikasi atribut suatu area) pada masing-masing sub DAS kedalam basis data peta hasil digitasi.
2. Lakukan pendugaan parameter regresi linier berganda melalui OLS dengan debit puncak rata-rata sebagai peubah dependen serta luas Sub DAS ( $x_1$ ), panjang sungai ( $x_2$ ), dan kemiringan sungai (*slope*) ( $x_3$ ) sebagai peubah independen.
3. Lakukan pengujian asumsi klasik regresi OLS, antara lain normalitas menggunakan *uji Jarque Bera*, non-multikolinieritas melalui bilangan kondisi (CI), dan homoskedastisitas melalui *uji Breusch Pagan*. Asumsi normalitas, non-Multikolinieritas, dan homoskedastisitas harus terpenuhi supaya dapat dilakukan pendugaan parameter regresi spasial.
4. Pengujian adanya autokorelasi spasial dilakukan dengan cara membentuk matriks bobot spasial terlebih dahulu. Pembentuk matriks bobot spasial dilakukan dengan *kriteria Rook Contiguity*, dimana hasil *Contiguity* yang terbentuk dapat dilihat melalui jenis format File.gal.
5. Pendeteksian adanya autokorelasi spasial (*spatial dependence*) melalui *Lagrange Multiplier Lag* (LM-Lag), *Lagrange Multiplier Error* (LM-Error)

dan *Lagrange Multiplier SARMA* (LM-SARMA) dimana LM-SARMA dan LM-Lag tidak dilakukan dalam penelitian ini.

6. Apabila statistik uji LM-Lag signifikan berarti terdapat autokorelasi spasial lag, LM-Error signifikan berarti terdapat autokorelasi spasial galat, dan LM-SARMA signifikan berarti terdapat pada keduanya sehingga dapat dibentuk *model regresi spasial lag*, *model regresi spasial Error*, dan *model regresi gabungan lag dan error*. Apabila hanya statistik uji LM-lag yang signifikan, model yang dapat dibentuk adalah *model regresi spasial lag* dan apabila hanya statistik uji LM-Error yang signifikan, maka model yang dapat dibentuk adalah *model regresi spasial error*. Apabila tidak signifikan pada keduanya, maka model yang diperoleh adalah model regresi OLS.
7. Setelah didapatkan model regresi kemudian dilakukan pengujian signifikansi parameter.
8. Apabila diperoleh lebih dari satu model regresi spasial, maka untuk menentukan model regresi spasial yang lebih tepat yakni dilakukan uji kesesuaian model yang didasarkan pada nilai *Akaike Information Criterion* (AIC).

Dari algoritma tersebut dapat dibuat flow chartnya sebagai berikut:



**Gambar 1.1 Flow Chart Model Regresi Spasial**

### 1.7. Sistematika Penulisan

Agar penulisan penelitian ini sistematis dan mempermudah pembaca dalam memahami penulisan ini, penulis membagi dalam empat bab sebagai berikut:

**BAB I :** Pendahuluan, yang terdiri atas latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penelitian.

**BAB II :** Kajian Pustaka, yang terdiri atas asumsi klasik regresi linier, model regresi spasial, bobot spasial, *Maximum Likelihood Estimator* (MLE), estimasi parameter, signifikansi parameter, penentuan model regresi spasial.

**BAB III:** Pembahasan, pada bagian ini yaitu mengenai estimasi parameter dan model regresi spasial dalam merepresentasikan hubungan karakteristik jaringan sungai utama dengan debit puncak pada sub DAS Grindulu

**BAB IV:** Penutup, terdiri atas kesimpulan dan saran-saran yang berkaitan dengan permasalahan yang dikaji.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Pengertian Analisis Regresi dan Asumsi Klasik Regresi Linier

Analisis regresi pada dasarnya adalah studi mengenai ketergantungan satu variabel dependen (terikat) dengan satu atau lebih variabel independen (variabel penjelas / bebas), dengan tujuan untuk mengestimasi dan atau memprediksi rata-rata populasi atau nilai rata-rata variabel dependen berdasarkan nilai variabel independen yang diketahui (Gujarati, 1995:6).

Menurut Andi Supangat (2007: 325) Misalkan  $y_i$  adalah observasi dari variabel dependen  $y$  untuk pengamatan ke- $i$ ,  $x_{it}$  adalah nilai observasi independen ke- $t$  untuk pengamatan ke- $i$  dan  $\varepsilon_i$  merupakan error pengamatan ke- $i$ . Misalkan terdapat  $k$  variabel independen dan  $n$  pengamatan. Maka model regresi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_1 + x_{21}\beta_2 + \dots + x_{k1}\beta_k + \varepsilon_1 \\ y_2 &= \beta_1 + x_{22}\beta_2 + \dots + x_{k2}\beta_k + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_1 + x_{2n}\beta_2 + \dots + x_{kn}\beta_k + \varepsilon_n \end{aligned}$$

Atau dapat ditampilkan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$y = X\beta + \varepsilon$$

dimana:  $y$  = vektor observasi variabel dependen berukuran  $n \times 1$

$X$  = matriks  $k$  variabel independen atau variabel regressor berukuran  $n \times k$

$\beta$  = vektor parameter berukuran  $k \times 1$

$\varepsilon$  = vektor error ( $n \times 1$ )

atau dituliskan dengan cara lain untuk lebih menjelaskan sebagai berikut:

$$y = x\beta + \varepsilon$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$n \times 1 = \quad n \times k \quad \quad k \times 1 \quad n \times 1$$

Menurut teorema GAUSS-Markov, setiap pemeriksa /estimator OLS harus memenuhi kriteria BLUE, yaitu (Gujarati,1995:72-73):

- Bebas = yang terbaik
- Linier = merupakan kombinasi linier dari data sampel
- *Unbiased* = rata-rata atau nilai harapan (E/b) harus sama dengan nilai sebenarnya (b1)
- *efficient estimator* = memiliki varians yang minimal di antara pemeriksa lain yang tidak bias.

Penaksir-penaksir yang bersifat BLUE (*best linier unbiased estimator*) yang diperoleh dari penaksir linier kuadrat terkecil (*ordinary least square*) maka harus memenuhi seluruh asumsi-asumsi klasik.

### 2.1.1 Normalitas

Salah satu asumsi klasik yang harus dipenuhi dalam analisis regresi linier yaitu galat harus menyebar normal atau  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ . Uji normalitas dapat dilakukan dengan beberapa cara, salah satunya yaitu melalui *uji Jarque Bera*.

Uji normalitas yang kini menjadi sangat populer dan tercakup di dalam beberapa paket komputer statistik adalah uji *Jarque Bera* (JB). Ini merupakan uji asimtotis, atau sampel besar, dan didasarkan atas residu OLS. Uji ini mula-mula

menghitung koefisien kemencengan,  $S$  (ukuran ketidaksimetrian FKP), dan peruncingan,  $K$  (ukuran tinggi atau datanya FKP (Fungsi Kepadatan Probabilitas) dalam hubungannya dengan distribusi normal), dari suatu variabel acak (misalnya, residu OLS). Untuk variabel yang didistribusikan secara normal, kemencengannya nol dan peruncingannya adalah 3 (Gujarati, 2006: 165).

Jarque dan Bera telah mengembangkan statistik uji berikut ini:

$$JB = \frac{n}{6} \left( S^2 + \frac{k-3^2}{24} \right) \quad (2.1)$$

dimana  $n$  merupakan ukuran sampel,  $S$  menyatakan kemencengan (*skewness*), dan  $K$  menyatakan peruncingan (*kurtosis*). Mereka telah menunjukkan bahwa berdasarkan asumsi normalitas, Statistik JB yang diberikan dalam persamaan (2.1) mengikuti distribusi *chi-square* dengan d.k. 2 secara *asimtotis* (dalam hal ini, dalam sampel besar). Secara simbolis,

$$JB_{asy} \sim \chi^2_{(2)}$$

dimana *asy* berarti secara asimtotis.

Gujarati (2006) Sebagaimana dapat anda lihat dari persamaan (2.1), jika suatu variabel di distribusikan secara normal,  $S$ -nya adalah nol dan  $(K-3)$  juga nol, sehingga nilai statistik JB adalah nol *ipso facto*. Tetapi jika suatu variabel tidak didistribusikan secara normal, maka statistik JB akan mengasumsikan nilai yang makin lama makin besar. Mana statistik JB yang nilainya besar atau kecil dapat dipelajari dengan mudah dari tabel *chi-square*. Jika nilai *chi-square* yang dihitung dari persamaan (2.1) lebih besar dari pada nilai *chi-square* kritis untuk d.k. 2 pada tingkat signifikansi yang dipilih, kita menolak hipotesis nol yang menyatakan distribusi normal, namun jika nilai *chi-square* yang dihitung tadi

tidak lebih besar dari nilai *chi-square* kritisnya, maka kita tidak menolak hipotesis nol. Tentu saja, jika kita mempunyai nilai  $p$  dari nilai *chi-square* yang dihitung, kita akan mengetahui probabilitas yang sebenarnya untuk mendapatkan nilai tersebut. Apabila statistik uji  $JB > \chi_2^2$  atau  $P\text{-value} < \alpha$ , maka  $H_0$  ditolak artinya galat tidak berdistribusi normal.

### 2.1.2 Multikolinieritas

Istilah multikolinieritas digunakan untuk menunjukkan adanya hubungan linier diantara variabel-variabel bebas dalam model regresi. Bila variabel-variabel bebas berkorelasi dengan sempurna, maka disebut “Multikolinieritas sempurna” (*Perfeck Multicolinierty*). Penggunaan kata multikolinieritas disini dimaksudkan untuk menunjukkan derajat kolinieritas yang tinggi diantara variabel-variabel bebas. Bila variabel-variabel bebas berkorelasi dengan sempurna maka metode kuadrat terkecil tidak bisa digunakan, variabel-variabel dikatakan orthogonal jika variabel-variabel tersebut tidak berkorelasi. Hal ini merupakan salah satu kasus tidak adanya multikolinieritas (Sumodiningrat, 2007: 257).

Pemeriksaan multikolinieritas dapat dilakukan dengan perhitungan bilangan kondisi atau *condition index* (CI). Nilai ini diperoleh berdasarkan nilai eigen dari matriks  $(x'x)$ . Apabila  $\lambda$  maks dan  $\lambda$  min masing-masing menyatakan nilai eigen terbesar dan terkecil dari matriks  $(x'x)$ , maka CI dapat didefinisikan sebagai :

$$CI = \sqrt{\frac{\lambda_{maks}}{\lambda_{min}}} \quad (2.2)$$

Multikolinieritas terjadi dengan ketentuan sebagai berikut:

CI < 10 : multikolinieritas rendah

10 ≤ CI ≤ 30 : multikolinieritas sedang

CI > 30 : multikolinieritas tinggi

(Sembiring, 1995)

### 2.1.3 Homoskedastisitas

Satu asumsi yang penting dalam model regresi linier klasik ialah bahwa kesalahan pengganggu mempunyai  $\varepsilon_i$  mempunyai varian yang sama, artinya  $\text{Var}(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$  untuk semua  $i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ . asumsi ini disebut homoskedastisitas (Supranto, 2004: 46).

Menurut Deny Kurniawan (2008) Untuk menguji apakah galat pada regresi linier bersifat homoskedastik, dapat dilakukan melalui *uji Breusch Pagan*.

Hipotesis yang berlaku dalam uji homoskedastisitas ragam *error* adalah:

$H_0: \sigma_{\varepsilon_1}^2 = \sigma_{\varepsilon_2}^2 = \dots = \sigma_{\varepsilon_n}^2$  lawan

$H_1$ : setidaknya ada satu pasang ragam error yang tidak sama atau paling tidak ada  $1\sigma_{\varepsilon}^2$  yang berbeda

Kita juga dapat menggunakan kalimat biasa dalam menyusun hipotesis:

$H_0$ : Ragam *error* bersifat homoskedastik

$H_1$  : Ragam *error* bersifat heteroskedastik.

Sedangkan statistik *uji Breusch Pagan* yaitu

$$F = \frac{R_{\varepsilon}^2/k}{1-R_{\varepsilon}^2/(n-k-1)} \sim F_{\alpha, (k, n-k-1)} \quad (2.3)$$

dimana  $k$ = banyaknya peubah bebas

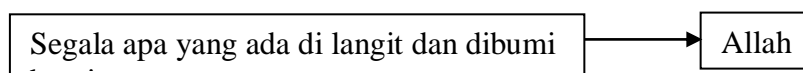
$R_{\varepsilon^2}^2$  diperoleh dengan cara meregresikan galat  $\varepsilon$  terhadap peubah bebas yang dilibatkan termasuk intersep. *R-Square* dari regresi tersebut yang dinamakan  $R_{\varepsilon^2}^2$ . Apabila statistik uji  $F > F_{\alpha, (k, n-k-1)}$  atau  $P\text{-value} > \alpha$  maka  $H_0$  ditolak artinya ragam galat tidak homogen.

Berkaitan dengan homoskedastisitas bahwa dalam QS Al-Hajj ayat 64 disebutkan bahwa segala apa yang ada dilangit dan dibumi semuanya adalah milik Allah.

الْحَمِيدُ الْغَنِيُّ لَهُوَ اللَّهُ وَإِنَّ الْأَرْضَ فِي وَمَا السَّمَوَاتِ فِي مَالِهِ

*Artinya: "Kepunyaan Allah-lah segala yang ada di langit dan segala yang ada di bumi. dan Sesungguhnya Allah benar-benar Maha Kaya lagi Maha Terpuji" (Al-QS. Hajj: 64 )*

Jika dikaitkan dengan asumsi homoskedastisitas maka segala sesuatu baik yang ada dilangit maupun yang ada dibumi adalah hak milik Allah, manusia didunia boleh saja menganggap hartanya ketika didunia adalah miliknya, akan tetapi hukum Allah telah menetapkan bahwa semuanya termasuk manusia itu sendiripun adalah milik Allah. Jadi apapun pengakuan dari manusia tentang kepemilikan semua yang ada dibumi tidak berpengaruh atau tidak ada gunanya karena segala sesuatu berasal dari Tuhan dan akan kembali ke yang Satu (Allah)



## 2.2 Model Regresi Spasial

Menurut Anselin (1988) bahwa model spasial yang melibatkan pengaruh spasial disebut dengan model regresi spasial. Salah satu pengaruh spasial yaitu

autokorelasi spasial. Adanya unsur autokorelasi spasial menyebabkan terbentuknya parameter spasial autoregresif dan *moving average*, sehingga bentuk proses spasial yang terjadi yaitu sebagai berikut:

$$y = \rho W_1 y + x\beta + u \quad (2.4)$$

dan

$$u_t = \lambda W_2 u_{t-1} + \varepsilon \quad (2.5)$$

dimana  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  tidak ada autokorelasi

Akibatnya model umum yang terbentuk adalah:

$$y = \rho W_1 y + x\beta + \lambda W_2 u + \varepsilon \quad (2.6)$$

dimana:

$y_{(n \times 1)}$  = vektor peubah dependen

$x_{(n \times p)}$  = matriks yang berisi p peubah independen

$\beta_{(p \times 1)}$  = vektor koefisien parameter regresi

$\rho$  = koefisien autoregresif spasial *lag* dependen

$\lambda$  = koefisien autoregresif spasial error dependen

$u_{(n \times 1)}$  = vektor error yang diasumsikan mengandung autokorelasi

$W_{1(n \times p)}$  = matriks bobot spasial peubah dependen

$W_{2(n \times p)}$  = matriks bobot spasial error

$n$  = banyaknya pengamatan

$p$  = banyaknya parameter regresi

$\varepsilon$  = vektor error yang diasumsikan tidak mengalami autokorelasi

berukuran  $n \times 1$

### 2.2.1 Model Regresi Spasial Error

Menurut Anselin (1988) Jika pada persamaan (2.4) dan (2.5) dinyatakan  $\rho = 0$ , maka akan diperoleh bentuk persamaan sebagai berikut:

$y = x\beta + u$ , dimana  $u_t = \lambda W_2 u_{t-1} + \varepsilon$  atau dapat ditulis

$$y = x\beta + \lambda W_2 u + \varepsilon \quad (2.7)$$

$$y = x\beta + (I - \lambda W_2)^{-1} \varepsilon \quad (2.8)$$

Sehingga apabila ditulis dalam bentuk matriks, lebih jelasnya sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} W_{11} & w_{21} & \dots & W_{1n} \\ W_{12} & W_{22} & \dots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W_{1n} & W_{2n} & \dots & W_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$y = x\beta + \lambda W u + \varepsilon$$

$$n \times 1 = (n \times k)(k \times 1) + (n \times n)(n \times 1) + (n \times 1)$$

dimana  $\lambda$  adalah koefisien spasial autoregresif,  $W_2$  matriks bobot spasial error, dan  $\varepsilon$  adalah vektor error dengan konstanta variansi  $\sigma^2$ .

### 2.2.2 Model Regresi Spasial Lag

Jika pada persamaan (2.6) memperhitungkan pengaruh spasial lag pada peubah dependen dinyatakan  $\lambda = 0$ , maka akan diperoleh bentuk:

$$y = \rho W_1 y + x\beta + \varepsilon \quad (2.9)$$

Sehingga apabila ditulis dalam bentuk matriks, lebih jelasnya sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} W_{11} & w_{21} & \dots & W_{1n} \\ W_{12} & W_{22} & \dots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W_{1n} & W_{2n} & \dots & W_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$y = \rho W y + x\beta + \varepsilon$$

$$(n \times 1) = (n \times n)(n \times 1) + (n \times k)(k \times 1) + (n \times 1)$$

dimana  $\rho$  adalah koefisien spasial autoregresif spasial lag dependen,  $W_1$  matriks bobot spasial peubah dependen, dan  $\varepsilon$  adalah vektor error dengan konstanta variansi  $\sigma^2$  (Anselin, 1988).

### 2.2.3 Autokorelasi Spasial

Menurut Supranto (2004) Otokorelasi merupakan korelasi antara anggota seri observasi yang disusun menurut urutan waktu (seperti data *cross-section*), atau korelasi pada dirinya sendiri. Dalam hubungannya dengan persoalan regresi, model regresi linier klasik menganggap bahwa otokorelasi demikian ini tidak terjadi pada kesalahan pengganggu  $\varepsilon_i$ . Dengan simbol dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0, i \neq j$$

Model klasik ini menganggap bahwa kesalahan pengganggu  $\varepsilon_i$  yang berhubungan dengan data observasi ke-I tidak akan dipengaruhi oleh kesalahan pengganggu  $\varepsilon_j$  yang berhubungan dengan data observasi ke-j ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ )

Autokorelasi yang terjadi pada data spasial disebut dengan autokorelasi spasial autocorrelation yang merupakan salah satu pengaruh spasial (*Spatial Effects*). Autokorelasi spasial diekspresikan melalui pembobotan dalam bentuk matriks yang menggambarkan kedekatan hubungan antar pengamatan atau lebih dikenal sebagai matriks bobot spasial (*spatial weigh matrix*).

### 2.2.4 Bobot Spasial

Jika di ilustrasikan lima region pada suatu peta, sebagaimana yang ditunjukkan pada gambar 2.1, maka spasial matriks terbobot ( $W$ ) dapat diperoleh berdasarkan informasi jarak dari ketetanggaan (*neighborhood*), atau dalam kata lain dari jarak antar satu region dengan region yang lain. Ada beberapa cara alternatif yang dapat ditempuh untuk mendefinisikan hubungan persinggungan (*conguity*) antar region tersebut. Menurut LeSage (1999), cara itu antara lain:

1. *Linier Contiguity* (persinggungan tepi); mendefinisikan  $W_{ij} = 1$  untuk region yang berada ditepi (*edge*) kiri maupun kanan region yang menjadi perhatian  $W_{ij} = 0$  untuk region selainnya. Berdasarkan pada gambar 1.1 dibentuk matriks  $W$  dimana untuk kolom 1 yang menggambarkan relasi dengan region 1, diperoleh  $W_{ij} = 0, j= 1, \dots, 5$  Sedangkan  $W_{ij} = 1$  dan semua elemen baris selainnya sama dengan nol.
2. *Rook Contiguity* (persinggungan sisi); mendefinisikan  $W_{ij} = 1$  untuk region yang bersisian (*common side*) dengan region yang menjadi perhatian  $W_{ij} = 0$  untuk region selainnya.
3. *Bhisop Contiguity* (persinggungan sudut); mendefinisikan  $W_{ij} = 1$  untuk region yang titik sudutnya (*common vertex*) bertemu dengan sudut region yang menjadi perhatian,  $W_{ij} = 0$  untuk region selainnya.
4. *Double Linier Contiguity* (persinggungan dua tepi); mendefinisikan  $W_{ij} = 1$  untuk dua entity yang berada disisi (*edge*) kiri dan kanan region yang menjadi perhatian,  $W_{ij} = 0$  untuk region selainnya.

5. *Double Rook Contiguity* (persinggungan dua sisi); mendefinisikan  $W_{ij} = 1$  untuk dua entity dikiri, kanan, utara, dan selatan region yang menjadi perhatian,  $W_{ij} = 0$  untuk region selainnya.
6. *Queen Contiguity* (persinggungan sisi-sudut); mendefinisikan  $W_{ij} = 1$  untuk entity yang bersisian (*common side*) atau titik sudutnya (*common vertex*) bertemu dengan region yang menjadi perhatian,  $W_{ij} = 0$  untuk region selain.

Sebagai contoh dengan memperhatikan gambar 2.1 apabila digunakan cara *Rook Contiguity* maka akan diperoleh susunan matriks sebagai berikut:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Karena matriks C adalah matriks simetris, dan dengan kaidah bahwa diagonal utama selalu nol, maka perlu diadakan transformasi untuk mendapatkan jumlah baris yang unit. Standardisasi matriks C menjadi:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

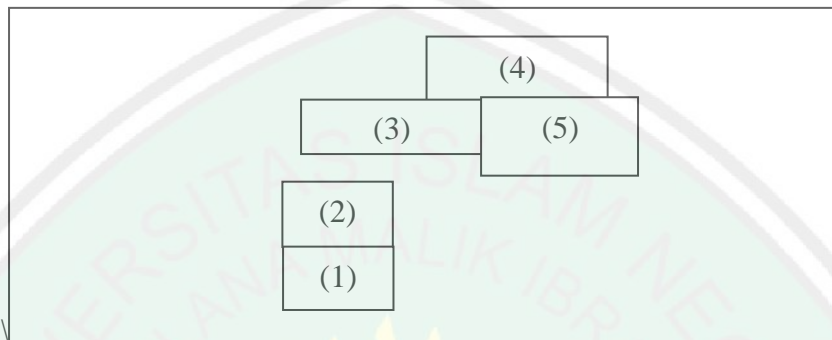
(2.11)

Perkalian matriks W dengan y berdasarkan pada ilustrasi, akan menghasilkan

$$y' = W_y$$

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ y_3' \\ y_4' \\ y_5' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_2 \\ y_1 \\ 1/2y_4 + 1/2y_5 \\ 1/2y_3 + 1/2y_5 \\ 1/2y_3 + 1/2y_4 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Dari persamaan (2.12) menunjukkan hubungan linier yang menggunakan variabel  $y'$  sebagai variabel *explanatory* untuk  $y$  pada observasi sampel spasial *cross Sectional*.  $y'$  disebut juga sebagai *spatially lagged* dari  $y$ .



Gambar 2.1 Ilustrasi *Contiguity* (Persinggungan)

### 2.2.5 Pengujian Autokelasi Spasial

Seperti pada model regresi linier klasik, dalam mendeteksi autokorelasi pada data tidak bisa dilihat secara langsung. Namun perlu dilakukan melalui prosedur pendugaan parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil Biasa atau *Ordinary Least Square* (OLS). Statistik uji yang digunakan dalam menguji autokorelasi spasial melalui lagrange Multiplier.

Pengujian Lagrange *Multiplier* yang biasa disebut uji skor (*score test*), didasarkan pada kondisi *first order* dari optimasi fungsi Lagrange pada *Log-Likelihood* (Sen dalam Mur dan Trivez, 2000). Salah satu keistimewaan statistik uji *Lagrange Multiplier* salah satunya yaitu dapat menjelaskan adanya autokorelasi spasial pada lag (*Lagrange Multiplier Lag*), pada galat (*Lagrange Multiplier Error*) atau pada keduanya (*Lagrange Multiplier SARMA*) melalui pengujian secara terpisah.

### a. Lagrange Multiplier Error

Statistik uji Lagrange *Multiplier Error* ( $LM_E$ ) dengan hipotesis:

$H_0 : \lambda = 0$  (tidak terdapat autokorelasi spasial *error*)                      lawan

$H_1 : \lambda \neq 0$  (terdapat autokorelasi spasial *error*)

Dapat ditulis sebagai berikut :

$$LM_E = \frac{1}{T} \left[ \frac{e' W_1 e}{\sigma^2} \right]^2 \sim \chi^2_{(\alpha, 1)} \quad (2.13)$$

Dimana:  $T = \text{trace}((W_1 + W_1') \cdot W_1)$

$\sigma^2$  = ragam error dari regresi X terhadap y melalui OLS

$e$  = vektor error dari regresi X terhadap y melalui OLS

Keputusan : apabila  $LM_E \geq \chi^2_{(\alpha, 1)}$  atau  $p - \text{value} < \alpha$ , maka  $H_0$  ditolak.

### b. Lagrange Multiplier Lag

Statistik uji Lagrange *Multiplier Lag* ( $LM_L$ ) dengan hipotesis:

$H_0 : \rho = 0$  (tidak terdapat autokorelasi spasial *lag*)                      lawan

$H_1 : \rho \neq 0$  (terdapat autokorelasi spasial *lag*)

Dapat ditulis sebagai berikut :

$$LM_L = \left[ \frac{e' W_1 e}{\sigma^2} \right]^2 \frac{1}{D+T} \sim \chi^2_{(\alpha, 1)} \quad (2.14)$$

Dimana  $D = \frac{(W_1 X \beta)' (I - X(X'X)^{-1} X') (W_1 X \beta)}{\sigma^2}$

Keputusan : apabila  $LM_L \geq \chi^2_{(\alpha, 1)}$  atau  $p - \text{value} < \alpha$ , maka  $H_0$  ditolak.

### 2.3 Metode Maximum Likelihood Estimator (MLE)

Gujarati N. Damodar (2007: 131) menjelaskan bahwa metode dari estimasi titik (*point estimation*) dengan sifat-sifat teoritis yang lebih kuat daripada metode OLS adalah metode *maximum likelihood* (ML). Metode *maksimum likelihood* merupakan salah satu cara untuk mengestimasi parameter yang tidak diketahui. Prosedur estimasi maksimum likelihood menguji apakah estimasi maksimum yang tidak diketahui dari fungsi *likelihood* suatu sampel nilainya sudah memaksimalkan fungsi *likelihood*.

Fungsi *likelihood* dari  $n$  variabel random  $X_1, X_2, \dots, X_n$  didefinisikan sebagai fungsi kepadatan bersama dari  $n$  variabel random. Fungsi kepadatan bersama  $f_{X_1, \dots, X_n}(X_1, X_2, \dots, X_n; \theta)$ , yang mempertimbangkan fungsi dari  $\theta$ . Jika  $X_1, X_2, \dots, X_n$  adalah sampel random dari fungsi kepadatan  $f(x; \theta)$ , maka fungsi *likelihood*nya adalah  $L = f(X_1; \theta)f(X_2; \theta) \dots f(X_n; \theta)$  (Spiegel, Murray and Schiller, 2004: 170).

Maksimum *likelihood* dapat diperoleh dengan menentukan turunan dari  $L$  terhadap  $\theta$  dan menyatakannya sama dengan nol. Dalam hal ini, akan lebih mudah untuk terlebih dahulu menghitung logaritma dan kemudian menentukan turunannya. Dengan cara ini kita memperoleh:

$$\frac{1}{f(X_1, \theta)} \frac{\partial f(x_1, \theta)}{\partial \theta} + \dots + \frac{1}{f(X_n, \theta)} \frac{\partial f(x_n, \theta)}{\partial \theta} = 0$$

Penyelesaian dari persamaan ini, untuk  $\theta$  dalam bentuk  $x_k$ , dikenal sebagai estimator maksimum *likelihood* dari  $\theta$ .

Menurut Greene (2003:468-469) fungsi PDF (*probability density function*) dari variabel  $y$  acak dengan parameter  $\beta$ , dinotasikan  $f(y|\beta)$ . Probabilitas sampel random dari *joint* PDF untuk  $y_1, y_2, \dots, y_n$  (dimana  $n$  saling bebas dan berdistribusi sama) dapat dihitung:

$$f(y_1, \dots, y_n | \beta) = \prod_{i=1}^n f(y_i | \beta) = l(\beta | y). \quad (2.15)$$

Metode maksimum *likelihood* akan memilih nilai  $\beta$  yang diketahui sedemikian hingga memaksimalkan nilai probabilitas dari gambaran sampel secara acak yang telah diperoleh secara aktual.

Menurut Abdul Aziz (2010:11), fungsi *log likelihood*-nya adalah :

$$\begin{aligned} L(\beta | y) &= \ln \left\{ \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{(y_i - \beta)^2}{\sigma^2} \right] \right\} \\ &= \ln \left\{ (2\pi\sigma^2)^{n/2} \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \beta)^2}{\sigma^2} \right] \right\} \\ &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \beta)^2}{\sigma^2} \end{aligned}$$

Menurut Davidson dan Mackinnon (1999:32-33) bila fungsi *likelihood* terdeferensialkan terhadap  $\beta$ , maka estimasi maksimum *likelihood* dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \rightarrow \frac{\partial l(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial \beta_i} \quad (2.16)$$

untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Dalam banyak kasus, penggunaan diferensiasi akan lebih mudah bekerja pada logaritma natural dari  $l(x_1, x_2, \dots, x_n | \beta)$ , yaitu:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n | \beta) = \ln l(x_1, x_2, \dots, x_n | \beta). \quad (2.17)$$

#### 2.4 Estimasi Parameter Regresi Spasial

Proses spasial seperti pada persamaan (2.4) dapat dibentuk menjadi persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y &= \rho W_1 y + x\beta + \varepsilon \\ y - \rho W_1 y &= x\beta + \varepsilon \\ (I - \rho W_1)y &= x\beta + \varepsilon \\ Ay &= x\beta + \varepsilon \end{aligned} \quad (2.18)$$

dimana  $A = I - \rho W_1$

Dan persamaan (2.5) dibentuk menjadi persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} u &= \lambda W_2 u + \varepsilon \\ u - \lambda W_2 u &= \varepsilon \\ Bu &= \varepsilon \text{ dimana } B = I - \lambda W \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$u = ((I - \lambda W)^{-1} \varepsilon) \quad (2.20)$$

Dimana matriks varian kovarian error adalah:

$$E[\varepsilon^T \varepsilon] = \Omega \quad (2.21)$$

Karena merupakan galat error yang diasumsikan memiliki rata-rata nol dan ragam  $\Omega$  yang masing-masing elemen diagonalnya bernilai  $\sigma^2$ . Sehingaditransformasikan dalam bentuk persamaan normal baku  $v \sim N(0,1)$  denganelemen diagonalnya bernilai 1. Maka persamaan (2.20) diubah dalam model berikut:

$$v = \Omega^{-1/2} \varepsilon \quad (2.22)$$

Diperoleh vektor galat acak  $v \sim N(0,1)$ , sehingga vektor galat  $u$  pada persamaan (2.19) menjadi

$$u = B^{-1}\Omega^{1/2}v \quad (2.23)$$

Dengan mensubstitusikan (2.22) pada persamaan (2.18), maka diperoleh

$Ay = X\beta + B^{-1}\Omega^{1/2}v$  atau dapat ditulis

$$\begin{aligned} \Omega^{-\frac{1}{2}}B(Ay - X\beta) &= v \\ E[v^T v] &= I \end{aligned} \quad (2.24)$$

Sehingga  $v$  merupakan vektor dari galat yang paling bebas.

Transformasi vektor peubah acak  $v$  menjadi vektor peubah acak  $y$  dilakukan melalui Jacobian:

$$\begin{aligned} j &= \det\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \\ &= \det\left(\frac{\partial (Ay\Omega^{-1/2}B - X\beta\Omega^{-1/2}B)}{\partial y}\right) \\ &= \det\left(\left(\frac{\partial (Ay\Omega^{-1/2}B)}{\partial y}\right) - \left(\frac{X\beta\Omega^{-1/2}B}{\partial y}\right)\right) \\ &= \det(\Omega^{-1/2}BA) - 0 \end{aligned}$$

Sehingga persamaan (2.20) menjadi

$$\begin{aligned} &= \det(\Omega^{-1/2}BA) \\ \det\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) &= |\Omega^{-1/2}BA| = \Omega^{-1/2}|B||A| \end{aligned} \quad (2.25)$$

Berdasarkan sebaran normal baku gabungan pada vektor  $v$  maka fungsi *loglikelihood* untuk gabungan vektor observasi  $y$  diperoleh sebagai berikut:

$$L(y|\beta, 1) = \prod_{i=1}^n \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} y e^{-\frac{1}{2} \left( (Ay - X\beta) B \Omega^{-1/2} \right)^T \left( (Ay - X\beta) B \Omega^{-1/2} \right)} \right)$$

Fungsi *likelihood* (L) didefinisikan sebagai fungsi kepadatan bersama dari random error. Ketika random error diasumsikan independent, maka distribusi peluang dari  $y_i$  terhadap,  $\beta$  dan  $\sigma^2$  merupakan hasil dari fungsi tersendiri (marjinal), dimana  $i = 1, 2, 3 \dots n$ , yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &= \prod_{i=1}^n \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} y e^{-\frac{1}{2} \left( (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta) \right)} \right) \\ &= \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right]^n y e^{-\frac{1}{2} (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta)} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} y e^{-\frac{1}{2} (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta)} \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan di atas diubah ke dalam fungsi *log-likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, \sigma^2 | y) &= \ln \left( \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^{\frac{n}{2}}} y e^{-\frac{1}{2} (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta)} \right) \\ &= \ln(2\pi)^{-\frac{n}{2}} + \ln y + \ln e^{-\frac{1}{2} (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta)} \end{aligned}$$

$$\text{Substitusi } \det \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) = |\Omega^{-1/2} B A| = \Omega^{-1/2} |B| |A|$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) + \ln \Omega^{-1/2} |B| |A| - \frac{1}{2} (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta) \\ &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) + \ln \Omega^{-\frac{1}{2}} + \ln |B| + \ln |A| - \frac{1}{2} (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta) \\ &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \Omega + \ln |B| + \ln |A| - \frac{1}{2} (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta) \quad (2.26) \end{aligned}$$

Dimana  $v^T v = (Ay - X\beta)^T B^T \Omega^{-1} B (Ay - X\beta)$  merupakan jumlah kuadrat galat.

Syarat determinan dari matriks jacobian terpenuhi yakni  $|\Omega^{-1/2} B A| > 0$ , atau secara parsial memenuhi syarat sebagai berikut

$$|I = \rho W_1| > 0$$

$$|I = \lambda W_2| > 0$$

$$\sum_{ii} > 0, \forall i$$

Penduga Maksimum *Likelihood* diperoleh dengan cara mengambil turunan pertama secara parsial dari *Log-Likelihood* pada persamaan (2.26) terhadap masing-masing parameter ( $\beta$ ,  $\rho$ , dan  $\lambda$ ).

## 2.5 Signifikansi Parameter Regresi Spasial

Anselin (2003) menyatakan bahwa salah satu prinsip dasar penduga Maksimum *Likelihood* adalah *asymptotic normality*, artinya semakin besar ukuran  $N$  maka kurva akan semakin mendekati kurva sebaran normal. Pengujian signifikansi parameter regresi ( $\beta$ ) dan *autoregresif spasial* ( $\lambda$  dan  $\rho$ ) secara parsial yaitu didasarkan pada nilai ragam galat ( $\sigma^2$ ) yang berasal dari distribusi asimptotik, sehingga statistik uji signifikansi parameter yang dipergunakan yaitu:

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{s.b(\hat{\theta})} \quad (2.27)$$

dimana  $s.b(\hat{\theta})$  merupakan *asymptotic standard error*. Melalui uji parsial masing-masing parameter  $\theta$  dengan hipotesis

$$H_0: \theta = 0 \quad \text{lawan}$$

$$H_1: \theta \neq 0$$

Dimana  $\theta$  merupakan parameter regresi spasial (yaitu  $\beta$ ,  $\lambda$  dan  $\rho$ ), apabila  $Z_{hitung} \geq Z_{(\alpha/2)}$  atau  $\rho = \text{value} < \alpha/2$ , maka keputusannya tolak  $H_0$ , artinya koefisien regresi layak digunakan pada model.

## 2.6 Penentuan Model Regresi Spasial

Apabila didapatkan lebih dari satu model regresi spasial, maka untuk menentukan model regresi spasial yang lebih tepat dapat diukur melalui keakuratan suatu model, yaitu melalui *Akaike Information Criterion* (AIC) dengan rumus sebagai berikut (Judge, et.al, 1988):

$$AIC = -2 \log(\text{Max Likelihood}) + 2p \quad (2.28)$$

Semakin kecil nilai AIC maka semakin baik model tersebut. Namun pada prinsipnya untuk menentukan model mana yang lebih tepat menggambarkan suatu data pengamatan harus dikembalikan pada teori permasalahan yang mendasarinya.

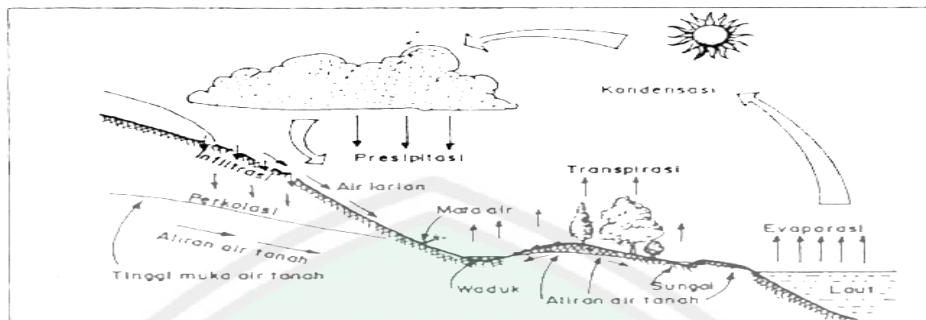
## 2.7 Pengertian Daerah Aliran Sungai (DAS)

Pengertian DAS atau Daerah Aliran Sungai adalah suatu wilayah daratan yang menerima, menampung dan menyimpan air hujan untuk kemudian menyalurkan ke laut atau danau melalui satu sungai utama. Dengan demikian suatu DAS akan dipisahkan dari wilayah DAS lain di sekitarnya oleh batas alam (topografi) berupa punggung atau gunung. Dengan demikian seluruh wilayah daratan habis berbagi ke dalam unit-unit Daerah Aliran Sungai (DAS) (Asdak, 1999).

Menurut Asdak (2002), DAS adalah wilayah daratan yang secara topografi dibatasi oleh punggung-punggung gunung yang menampung dan menyimpan air hujan untuk kemudian menyalurkan ke laut melalui sungai utama, atau dikenal sebagai daerah tangkapan air (*catchment area*).

Daerah aliran sungai biasanya dibagi menjadi daerah hulu dan hilir. Daerah hulu dicirikan sebagai daerah konservasi, mempunyai kerapatan drainase yang lebih tinggi, merupakan daerah dengan kemiringan lereng lebih besar (lebih besar dari 15%), bukan merupakan daerah banjir, pengaturan pemakaian air ditentukan oleh pola drainase. Sementara daerah hilir DAS merupakan daerah pemanfaatan, kerapatan drainase lebih kecil, merupakan daerah dengan kemiringan kecil sampai sangat kecil (kurang dari 8%), pada beberapa tempat merupakan daerah banjir (genangan air) (Asdak, 1999).

Dari definisi di atas, dapat dikemukakan bahwa DAS merupakan ekosistem, dimana unsur organisme dan lingkungan biofisik serta unsur kimia berinteraksi secara dinamis dan di dalamnya terdapat keseimbangan *inflow* dan *outflow* dari material dan energi. Selain itu pengelolaan DAS dapat disebutkan merupakan suatu bentuk pengembangan wilayah yang menempatkan DAS sebagai suatu unit pengelolaan sumber daya alam (SDA) yang secara umum untuk mencapai tujuan peningkatan produksi pertanian dan kehutanan yang optimum dan berkelanjutan (lestari) dengan upaya menekan kerusakan seminimum mungkin agar distribusi aliran air sungai yang berasal dari DAS dapat merata sepanjang tahun. Dalam pendefinisian DAS pemahaman akan konsep daur hidrologi sangat diperlukan terutama untuk melihat masukan berupa curah hujan yang selanjutnya didistribusikan melalui beberapa cara seperti diperlihatkan pada **Gambar 2.2**. Konsep daur hidrologi DAS menjelaskan bahwa air hujan langsung sampai ke permukaan tanah untuk kemudian terbagi menjadi air larian, evaporasi dan air infiltrasi, yang kemudian akan mengalir ke sungai sebagai debit aliran.



**Gambar 2.2. Daur Hidrologi DAS**

Sumber: Hidrologi dan Pengelolaan DAS (Chay Asdak, 2002).

## 2.8 Hubungan Bermasyarakat Dalam Perspektif Islam

Bertetangga adalah bagian dari kehidupan manusia yang tidak bisa ditolak. Sebab manusia memang tidak semata-mata makhluk individu, tetapi juga makhluk sosial. Satu sama lain harus bermitra dalam mencapai kebaikan. Islam memerintahkan segenap manusia untuk senantiasa berjamaah dan berlomba dalam berbuat kebaikan. Sebaliknya, Islam melarang manusia bersekutu dalam melakukan dosa dan permusuhan (Vina, 2009).

Yang dinamakan tetangga mencakup seorang muslim dan seorang kafir, seorang ahli ibadah dan seorang fasik, teman dan musuh, orang asing dan orang senegri, orang yang bisa memberi manfaat dan orang yang memberi madharat, orang dekat dan orang jauh serta yang paling dekat dengan rumahnya dan paling jauh.

Menurut Ali bin Abi Thalib, batasan tetangga adalah: 'Siapa saja yang mendengar panggilan, maka dia adalah tetangga masjid'. Sekelompok manusia berpendapat: "Barangsiapa tinggal bersama seseorang disuatu tempat atau kota, maka dia adalah tetangga" (Rini, 2007).

Penghormatan kepada tetangga adalah bagian dari aktualisasi keimanan kita kepada Allah SWT dan hari akhir, sebagaimana sabda Nabi SAW, “*Barang siapa beriman kepada Allah dan hari akhir, maka hendaklah ia memuliakan tetangga*” (HR.Muslim).

Dalam Al-Qur’an diperintahkan untuk saling bersilaturahmi dan mengikat tali persaudaraan yaitu salah satunya ada pada surat Ar-Ra’d ayat 13 yang berbunyi:

مِمَّ يَشَاءُ مَنْ يَفِيضُ بِالصَّوْعِ وَيُرْسِلُ خَيْفَتِهِ ۚ مِنَ الْمَلَائِكَةِ يُحْمَدُهُ الرِّعْدُ وَيُسَبِّحُ  
 ٱلْحَالِ شَدِيدٌ وَهُوَ ٱللَّهُ فِى تَجْدِ لُونَ وَهُ

“*Dan guruh itu bertasbih dengan memuji Allah, (demikian pula) para malaikat Karena takut kepada-Nya, dan Allah melepaskan halilintar, lalu menimpakannya kepada siapa yang dia kehendaki, dan mereka berbantah-bantahan tentang Allah, dan Dia-lah Tuhan yang Maha keras siksa-Nya*”.

Maksud dari kata dihubungkan adalah mengadakan hubungan silaturahmi dan tali persaudaraan. Sedangkan pada surat Al-Hujurat ayat 13 yang berbunyi:

أَكْرَمَكُمْ إِن تَعَارَفُوا وَقَبَائِلَ شُعُوبًا وَجَعَلْنَاكُمْ وَأَنْتَى ذَكَرٍ مِّنْ خَلْقِنَا إِنَّا ٱللَّهُ يَتَّيَّهَا  
 خَيْرٌ عَلِيمٌ ٱللَّهُ إِن تَقْنَكُمْ ٱللَّهُ عِنْد

“*Hai manusia, Sesungguhnya kami menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan dan menjadikan kamu berbangsa - bangsa dan bersuku-suku supaya kamu saling kenal-mengenal. Sesungguhnya orang yang paling mulia diantara kamu disisi Allah ialah orang yang paling taqwa diantara kamu. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui lagi Maha Mengenal*”.

Dalam kalimat لتعارفوا (saling kenal mengenal) dapat dikatakan bahwa dalam bermasyarakat harus saling kenal mengenal karena dengan kita mengenal maka hubungan yang harmonis akan tercapai walaupun berbeda suku, bangsa dan

lain-lainnya. Ayat ini adalah ayat yang memberikan dasar yang kokoh untuk mencapai perdamaian dunia. manusia diciptakan Tuhan berbangsa-bangsa dan bersuku-suku bukanlah untuk perang, pembunuhan, tetapi untuk hidup rukun damai bersaudara.

Setiap orang tentu ingin hidup rukun dan harmonis dengan tetangganya. Hanya orang-orang yang memiliki penyakit hati saja yang menolak suasana hubungan harmonis itu. Keharmonisan hubungan bertetangga sebenarnya sangat amat penting, sebab kekuatan sendi-sendi sosial suatu masyarakat sangat ditentukan oleh keharmonisan hubungan antar anggotanya.

Sebaliknya, bila dalam suatu masyarakat terjadi disharmoni (ketidak harmonisan) hubungan di antara anggotanya, maka akan melemahkan sendi-sendi sosial masyarakat tersebut. Kendati demikian kita tidak pernah bisa memaksa orang lain untuk selalu bersikap baik, kecuali kita paksa diri kita sendiri untuk bersikap baik terhadap siapapun (Vina, 2009).

Sikap buruk dalam bertetangga termasuk dalam sebagian kecil tanda-tanda kiamat shugro, yang dimaksud dengan tanda-tanda kiamat shugro (kecil) ialah tanda-tandanya yang kecil, bukan kiamatnya. Tanda-tanda ini terjadi mendahului hari kiamat dalam masa yang cukup panjang dan merupakan berbagai kejadian yang biasa terjadi. Seperti, terangkatnya ilmu, munculnya kebodohan, merajalelanya minuman keras, perzinaan, riba dan sejenisnya (Rini, 2007).

Adapun sikap buruk dalam bertetangga, maka hal ini juga telah terjadi. Berapa banyak tetangga yang tidak kenal tetangga sebelah rumahnya, tidak pernah mengamati keadaannya agar ia dapat memberinya bantuan dan pertolongan jika

tetangga itu membutuhkan pertolongannya. Bahkan tidak jarang seorang tetangga tidak mencegah tangannya berbuat buruk terhadap tetangganya. Rasulullah SAW melarang seseorang mengganggu dan menyakiti tetangganya dengan sabdanya. "Artinya : *Barangsiapa yang beriman kepada Allah dan hari akhir maka tidak boleh ia mengganggu tetangganya*". [HR Muslim](Rini, 2007).

Alangkah beruntungnya jika kita hidup dan bertetangga dengan orang-orang yang baik. Walaupun rumah sempit, kalau tetangganya baik tentu akan terasa lapang. Dan alangkah ruginya, jika rumah kita dikelilingi oleh tetangga-tetangga yang busuk hati. Walaupun rumah lapang, niscaya akan terasa sempit.

Menurut Imam Syafi'i, yang dimaksud dengan tetangga adalah 40 rumah di samping kiri, kanan, depan dan belakang. Mau tidak mau, setiap hari kita bertemu dengan mereka, baik hanya sekedar melempar senyuman, lambaian tangan, salam atau ngobrol di antara pagar rumah dan sebagainya (Vina, 2009).

Allah SWT berfirmandalam surat An-Nisa' ayat 36 yang berbunyi:

لَمَسْكِينٍ وَالْيَتَامَى الْقُرْبَىٰ وَبِذَىٰ إِحْسَانًا وَالْوَالِدَيْنِ شَيْئًا بِهِ تَشْرِكُوا وَلَا لِلَّهِ وَعَابِدُوا ۗ  
مَنْكُمْ مَلَكَتْ وَمَا السَّبِيلِ وَأَبْنٍ بِالْجَنْبِ وَالصَّاحِبِ الْجَنْبِ وَالْجَارِ الْقُرْبَىٰ ذِي وَالْجَارِ  
فَخُورًا مَّخْتَلًا كَانَ مَنْ تُحِبُّ لَا اللَّهُ إِنَّهُ

„Sembahlah Allah dan janganlah kamu mempersekutukan-Nya dengan sesuatupun. dan berbuat baiklah kepada dua orang ibu-bapa, karib-kerabat, anak-anak yatim, orang-orang miskin, tetangga yang dekat dan tetangga yang jauh[294], dan teman sejawat, ibnu sabil dan hamba sahayamu. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang sombong dan membangga-banggakan diri,

Takwil firman Allah SWT : *والجار ذى القربى (Tetangga Yang Dekat)*. Abu

Ja'far (2008) berkata ahli takwil berbeda pendapat tentang penafsiran firman

Allah tersebut. Sebagian berkata, “ makna firman Allah tersebut adalah “ tetangga yang mempunyai (hubungan) kekerabatan dan mahram denganmu.”

Ada yang berkata, “ pendapat yang benar (tentang makna firman Allah tersebut) adalah, “ tetangga yang dekat denganmu.“

Abu Ja’far (2008) berkata: pendapat tersebut berseberangan dengan apa yang diketahui dari perkataan orang, karena yang disifati dengan *Dzuu Al Al Qarabah* “ yang memiliki kekerabatan” dalam firman Allah *والجارذی القربى* adalah tetangga, bukan yang lain. Namun orang-orang yang mengemukakan pendapat tersebut menjadikannya *jaar dzii al qarabah* “ tetangga yang dekat”. Seandainya makna firman Allah itu memang yang seperti yang dikatakan oleh Maimun Bin Mahran, maka akan dikatakan *wa jaari dzii al qurbaa*, bukan *wa al jaari dzii al qurbaa*. jika lafadz *jaar* itu di-idhafahkan kepada lafadz *dzi al qarabah*, maka wasiat Allah itu akan menjadi wasiat agar berbuat baik kepada tetangga yang dekat, bukan tetangga yang memiliki (hubungan) kekerabatan. Tapi jika lafadz *al jaar* itu menggunakan huruf *alif* dan *lam*, maka lafadz *dzii al qurbaa* hanya boleh menjadi sifat bagi lafadz *al jaar*.

Jika demikian maka wasiat dari Allah dalam firman-Nya *والجارذی القربى* adalah berbuat baik kepada tetangga yang memiliki hubungan kekerabatan, bukan tetangga yang dekat. Jadi, perkataan Maimun bin Mahran dalam masalah tersebut jelas keliru. Ada yang berkata, makna firman Allah tersebut adalah tetangga yang mempunyai (hubungan) kedekatan dengan kalian karena islam.“

Abu Ja'far berkata: Pendapat itu tidak mengandung makna apapun, sebab kitab Allah itu hanya boleh ditakwilkan dengan makna yang umum dalam pembicaraan orang-orang Arab yang sesuai dengan lidah.

Takwil firman Allah : *والجار الجنب* (*Dan Tetangga Yang Jauh*) .Abu Ja'far berkata: ahli takwil berbeda pendapat tentang takwil firman allah tersebut. Sebagian berpendapat, makna firman Allah tersebut adalah tetangga yang jauh, yang tidak ada hubungan kekerabatan denganmu.“

Abu Ja'far berkata dalam bukunya berpendapat yang paling benar di antar kedua pendapat tersebut adalah pendapat yang mengatakan bahwa makna *al junub* dalam ayat ini adalah yang asing dan jauh, baik seorang muslim maupun yang musyrik, seorang Yahudi maupun Nasrani. Itu karena kami telah menjelaskan (bahwa yang dimaksud dengan) *al jaari dzii al qurbaa* adalah tetangga yang mempunyai hubungan kekerabatan dan mahram. Jadi, maksud *al jaari al junub* adalah tetangga yang jauh. tujuannya adalah agar wasiat (Allah) itu mencakup semua jenis tetangga, baik yang dekat maupun yang jauh.

Dalam pembicaraan orang-orang Arab, kata *al junub* berarti jauh, sebagaimana dikatakan oleh A'asy bin Qais, *Aku mengunjungi Harits kecil dari jauh, namun Harits kecil bersikap kering dalam memberikan (pemberiannya) kepadaku.*“ Maksud ucapannya,“ *an jinaabah*“ adalah *an bu'din wa gharbatain* (dari jauh dan asing). Contoh yang lain adalah *ijtanaba fulaanun fulaanan* (fulan yang menjauhi si fulan lainnya) jika si fulan yang pertama itu menjauhi si fulan yang kedua.

Beberapa hak tetangga sebagai berikut (Rini, 2007):

1. Jangan kau sakiti dirinya

Rasulullah SAW bersabda, "*Barangsiapa beriman kepada Allah dari Hari Akhir, maka jangan menyakiti tetangganya.*" [Mutaffaq Alaih: HR Ahmad dan Muslim]

2. Berbuat baiklah kepada mereka

Rasulullah SAW bersabda, "... *dan berbuat baiklah kepada tetanggamu maka kamu akan menjadi muslim.*" [Ibnu Majjah]

3. Bersikaplah dermawan dengan memberikan kebaikan kepadanya serta berikan mereka hadiah.

Rasulullah memberikan rambu-rambu dalam memberikan hadiah agar didahulukan orang yang paling dekat pintunya dari rumah. Hal ini pernah ditanyakan pada Rasulullah SAW dan beliau menjawab, "*Berilah hadiah kepada yang paling dekat pintunya.*" [Mutaffaq Alaih]

4. Hormati dan hargai mereka

Rasulullah SAW bersabda, "*Salah seorang dari kalian jangan sekali-kali melarang tetangganya meletakkan kayu di dinding rumahnya.*" [Mutaffaq Alaih]. Rasulullah juga bersabda, "*Barangsiapa mempunyai kebun bersama teangganya, atau mitra maka ia tidak boleh menjualnya hingga ia bermusyawarah dengannya.*" [Mutaffaq Alaih]

5. Sabar terhadap tetangga

Menghadapi tetangga yang buruk sudah menjadi keharusan bagi kita untuk berlaku sabar dalam menghadapinya. Hal ini akan menyebabkan diri kita

dicintai Allah SWT. Dari Abu Dzar berkata, Rasulullah SAW bersabda, *"Tiga golongan yang Allah mencintai mereka... Seseorang yang memiliki tetangga, dia disakiti oleh tetangganya kemudian bersabar atas gangguan tersebut sampai keduanya dipisahkan oleh kematian atau sekedup."* [HR Imam Ahmad]

Adab dalam bertetangga sebagai berikut (Rini, 2007):

1. Menyembunyikan aib keluarga yang ada. Jangan sebarkan. Janganlah bebas mengumbar cacat (aib) yang ada, apalagi kekurangan salah satu pasangan
2. Berusaha melakukan islah (mendamaikan) antara pasutri yang sedang bertikai. Islah yang dilakukan dengan cara mendengarkan penuturan dari kedua belah pihak kemudian dicari titik temunya. Ini menunjukkan boleh mengadu persoalan pribadi kepada tetangga bila tetangga tersebut dipandang memiliki pemikiran yang baik.
3. Tetangga tidak boleh menghasut suami atau istri.

Ibnu Abdil-Barr berkata : "Ada tiga hal yang jika ada pada seseorang, maka tidak diragukan lagi akal dan keutamaannya : jika dia dipuji oleh tetangga, kerabat dan temannya. Syair Islami yang menunjukkan bagaimana indahnya hubungan bertetangga itu: *"Kutundukkan pandanganku di kala muncul tetangga wanita. Hingga tetangga wanita terlindungi oleh rumahnya"* (Rini, 2007).

Islam sangat memperhatikan masalah-masalah adab bertetangga. Dalam sebuah riwayat, Nabi SAW mengingatkan Fatimah dengan keras agar memberikan tetangga mereka apa yang menjadi hak-haknya. Kisahnya berawal ketika Nabi SAW pulang dari berpergian, beberapa meter menjelang rumahnya, Nabi SAW mencium aroma gulai kambing yang berasal dari rumahnya. Nabi

SAW bergegas menuju rumahnya dan menemui Fatimah yang ternyata memang sedang memasak kambing. Spontan Nabi SAW memerintahkan Fatimah untuk memperbanyak kuah gulai kambing yang sedang dimasaknya (Vina, 2009).

Dalam buku *Riyadhus Shalihin* disebutkan tentang perintah untuk bersilaturahmi dan berbuat baik terdapat juga dalam suatu hadits dari Abu Dzar RA. ia berkata:

وعن أبي ذرّ رضي الله عنه قال : قال رسول الله صلى الله عليه وسلم : يا ابا ذرّ اذا طبخت مرقة فأكثر ماء هاوتعاهد جيرانك . رواه مسلم. وفي رواية له عن أبي ذرّ قال : إن خليلي صلى الله عليه وسلم أوصاني : إذا طبخت مرقا فأكثر ماءه ثم أنظر اهل بيت من جيرانيك فأصبهم منها بمعروف .

*“ Rasulullah SAW bersabda:” Wahai Abu Dzar, apabila kamu memasak makanan yang berkuah, maka perbanyaklah airnya dan perhatikanlah tetanggamu. (HR. Muslim). dalam riwayat lain, diriwayatkan dari Abu Dzar, ia berkata: Sesungguhnya kekasih saya Rasulullah SAW, berpesan: Kamu memasak makanan yang berkuah, maka perbanyaklah airnya, kemudian perhatikanlah tetangga-tetanggamu dan berilah mereka dengan cara yang baik.*

Dari kisah di atas kita ambil kesimpulan bahwa ini merupakan salah satu bentuk kepedulian sosial yang diperintahkan Islam kepada kita. Islam memerintahkan untuk senantiasa mempertajam hubungan sosial kita. Dari sini bisa dipahami, betapa Islam mengajarkan kita untuk senantiasa membiasakan diri untuk merasakan kesenangan dan kesulitan bersama dengan masyarakat kita. Artinya, Islam sangat melarang kita hidup egois, serakah, dan individualis (Vina, 2009)

### BAB III

#### ANALISIS DATA DAN PEMBAHASAN

##### 3.1 Estimasi Parameter Model Regresi Spasial

Menurut Anselin (1988) bahwa model spasial yang melibatkan pengaruh spasial disebut dengan model regresi spasial. Salah satu pengaruh spasial yaitu autokorelasi spasial. Adanya unsur autokorelasi spasial menyebabkan terbentuknya parameter spasial autoregresif dan *moving average*, sehingga bentuk proses spasial yang terjadi yaitu sebagai berikut:

$$y = \rho W_1 y + x\beta + u \tag{3.1}$$

dan

$$u_t = \lambda W_2 u_{t-1} + \varepsilon \tag{3.2}$$

dimana  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  tidak ada autokorelasi

Akibatnya model umum yang terbentuk adalah:

$$y = \rho W_1 y + x\beta + \lambda W_2 u + \varepsilon \tag{3.3}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} W_{11} & w_{21} & \dots & W_{1n} \\ W_{12} & W_{22} & \dots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W_{1n} & W_{2n} & \dots & W_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} W_{11} & w_{21} & \dots & W_{1n} \\ W_{12} & W_{22} & \dots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W_{1n} & W_{2n} & \dots & W_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$$(n \times 1) = (n \times p) + (\rho \times n)(n \times 1) + (n \times p)(p \times 1) + (\lambda \times p)(p \times n)(n \times 1) + (n \times 1)$$

dimana:

$y_{(n \times 1)}$  = vektor peubah dependen

$x_{(n \times p)}$  = matriks yang berisi p peubah independen

$\beta_{(p \times 1)}$  = vektor koefisien parameter regresi

$\rho$  = koefisien autoregresif spasial *lag* dependen

$\lambda$  = koefisien autoregresif spasial errordependen

$u_{(n \times 1)}$  = vektor error yang diasumsikan mengandung autokorelasi

$W_{1(n \times p)}$  = matriks bobot spasial peubah dependen

$W_{2(n \times p)}$  = matriks bobot spasial error

$n$  = banyaknya pengamatan

$p$  = banyaknya parameter regresi

$\varepsilon$  = vektor error yang diasumsikan tidak mengalami autokorelasi berukuran  $n \times 1$

Dari persamaan (3.3) untuk model regresi spasial error dengan syarat

$\rho = \mathbf{0}$ , maka persamaan (3.3) dapat dirubah menjadi:

$$y = x\beta + \lambda Wu + \varepsilon \quad (3.4)$$

$$\varepsilon = y - x\beta - \lambda Wu$$

Selanjutnya dari persamaan (3.4) akan dicari estimasi parameter dari  $\beta$ ,  $\lambda$  dan  $\sigma^2$  dengan menggunakan metode MLE (*Maximum Likelihood Estimator*) melalui fungsi kepadatan (distribusi) bersama dari persamaan (3.4) yaitu:

$$f(y_1, y_2, y_3, y_4, \dots, y_{27} | \beta, \lambda, \sigma^2)$$

$$= f(y_1 | \beta, \lambda, \sigma^2) f(y_2 | \beta, \lambda, \sigma^2) f(y_3 | \beta, \lambda, \sigma^2) \dots \dots \dots f(y_{27} | \beta, \lambda, \sigma^2)$$

$$= \prod_{i=1}^n f(y_i | \beta, \lambda, \sigma^2)$$

$$L(\beta, \lambda, \sigma^2 | y) = \prod_{i=1}^n f(y_i | \beta, \lambda, \sigma^2)$$

$$= \prod_{i=1}^n \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)\right] \right)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} (\sigma^2)^n} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)\right]$$

$$= (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (\sigma^2)^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2}(y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)\right] \quad (3.5)$$

Untuk model estimasi dari  $\beta, \lambda, \sigma^2$  dengan cara menggunakan fungsi log-likelihood dari persamaan (3.3) sebagai berikut:

$$\ln L(\beta, \lambda, \sigma^2 | y) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - n \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu) \quad (3.6)$$

Karena matrik varian kovarian adalah :

$$E[\varepsilon^T \varepsilon] = \Omega$$

Karena  $\varepsilon$  merupakan galat error yang diasumsikan memiliki rata-rata nol dan ragam  $\Omega$  yang masing-masing elemen diagonalnya bernilai  $\sigma^2$ . sehingga asumsikan  $\Omega = \sigma^2 I$  jadi persamaan (3.6) menjadi:

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, \lambda, \sigma^2 | y) &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - n \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2} (y - x\beta - \lambda Wu)^T \Omega^{-1} (y - x\beta - \lambda Wu) \\ \ln L(\beta, \lambda, \sigma^2 | y) &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - n \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Untuk mendapatkan parameter  $\beta$  yang efisien pada model ini dengan menurunkan persamaan (3.7)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\ln L(\beta, \lambda, \sigma^2 | y))}{\partial \beta} \\ &= \frac{\partial[-(n/2) \cdot \ln 2\pi - n \ln \sigma^2 - (1/2\sigma^2)(y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)]}{\partial \beta} \\ &= \frac{\partial\left[-\left(\frac{n}{2}\right) \cdot \ln 2\pi - n \ln \sigma^2 - (1/2\sigma^2)(y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)\right]}{\partial \beta} \\ &= \frac{\partial(-(n/2) \cdot \ln 2\pi)}{\partial \beta} - \frac{\partial(-n \ln \sigma^2)}{\partial \beta} - \frac{1}{2\sigma^2} \frac{\partial (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)}{\partial \beta} \\ &= 0 - 0 - \frac{1}{2\sigma^2} \frac{\partial (y^T - \beta^T x^T - u^T W^T \lambda^T)(y - x\beta - \lambda Wu)}{\partial \beta} \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2} \frac{\partial [(y^T - \beta^T x^T - u^T W^T \lambda^T)(y - x\beta - \lambda Wu)]}{\partial \beta} \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \frac{\partial (y^T y - 2x^T y\beta - 2y^T \lambda Wu + \beta^T x^T x\beta + 2\beta^T x^T \lambda Wu + u^T W^T \lambda^T \lambda Wu)}{\partial (\beta)^T} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \frac{\partial(y^T y)}{\partial \beta} - \frac{\partial(2x^T y \beta)}{\partial \beta} - \frac{\partial(2y^T \lambda W u)}{\partial \beta} + \frac{\partial(\beta^T x^T x \beta)}{\partial \beta} + \frac{\partial(2x^T \lambda W u \beta)}{\partial \beta} + \frac{\partial(u^T W^T \lambda^T \lambda W u)}{\partial \beta} \right] \\
&= -\frac{1}{2\sigma^2} [0 - 2x^T y - 0 + 2x^T \lambda W u + x^T x \beta - 0] \\
&= -\frac{1}{2\sigma^2} [-2x^T y + 2x^T \lambda W u + x^T x \beta + (\beta^T x^T x)^T] \\
&= -\frac{1}{2\sigma^2} [-2x^T y + 2x^T \lambda W u + 2x^T x \beta] \\
&= [x^T y - x^T \lambda W u - x^T x \beta]
\end{aligned}$$

Dengan menyamakan hasil turunan tersebut dengan nol diperoleh

$$x^T x \beta = x^T y - x^T \lambda W u$$

$$\beta = (x^T x)^{-1} (x^T y - x^T \lambda W u)$$

Sehingga estimator  $\beta$  adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = b_{MLE} = (x^T x)^{-1} (x^T y - x^T \lambda W u) \quad (3.8)$$

Estimator  $\beta$  dikatakan estimator unbiased jika  $E(\hat{\beta}) = \beta$

$$\begin{aligned}
E(\hat{\beta}) &= E[(x^T x)^{-1} (x^T y - x^T \lambda W u)] \\
&= E[(x^T x)^{-1} (x^T y)] - E[(x^T x)^{-1} (x^T \lambda W u)] \\
&= E[(x^T x)^{-1}] (x^T) E(y) - E[(x^T x)^{-1} (x^T \lambda W u)] \\
&= (x^T x)^{-1} [(x^T) (x \beta + \lambda W u)] - [(x^T x)^{-1} (x^T \lambda W u)] \\
&= (x^T x)^{-1} [(x^T x) \beta + (x^T \lambda W u)] - [(x^T x)^{-1} (x^T \lambda W u)] \\
&= [(x^T x)^{-1} ((x^T x) \beta)] + [(x^T x)^{-1} (x^T \lambda W u)] - [(x^T x)^{-1} (x^T \lambda W u)] \\
&= I \beta \\
&= \beta
\end{aligned}$$

Sehingga terbukti bahwa  $\hat{\beta}$  merupakan estimator *unbias*.

Selanjutnya akan dibuktikan sifat efisien, suatu estimator dikatakan efisien jika estimator tersebut memiliki varians yang terkecil.

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta}_{MLE} &= (x^T x)^{-1}(x^T y - \lambda^T x W^T u) \\
 &= [(x^T x)^{-1}(x^T)(y)] - [(x^T x)^{-1}(\lambda^T x W^T u)] \\
 &= [(x^T x)^{-1}(x^T)(x\beta + \lambda W^T u + \varepsilon)] - [(x^T x)^{-1}(\lambda^T x W^T u)] \\
 &= (x^T x)^{-1}(x^T x\beta + \lambda^T x W^T \tilde{u} + x^T \varepsilon) - [(x^T x)^{-1}(\lambda^T x W^T u)] \\
 &= (x^T x)^{-1}[(x^T x)\beta] + \lambda^T x W^T u + x^T \varepsilon - [(x^T x)^{-1}(\lambda^T x W^T u)] \\
 &= [(x^T x)^{-1}((x^T x)\beta)] + [(x^T x)^{-1}(\lambda^T x W^T \tilde{u})] + [(x^T x)^{-1}(x^T \varepsilon)] - \\
 &\quad [(x^T x)^{-1}(\lambda^T x W^T u)] \\
 &= [(x^T x)^{-1}((x^T x)\beta)] + [(x^T x)^{-1}(x^T \varepsilon)] \\
 &= [\beta] + [(x^T x)^{-1}(x^T \varepsilon)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Maka } cov(\hat{\beta}_{MLE}) &= E \left[ (\hat{\beta}_{MLE} - E(\hat{\beta}_{MLE})) (\hat{\beta}_{MLE} - E(\hat{\beta}_{MLE}))^T \right] \\
 &= E \left[ (\hat{\beta}_{MLE} - \beta) (\hat{\beta}_{MLE} - \beta)^T \right] \\
 &= E \left( (x^T x)^{-1}(x^T \varepsilon) + ((x^T x)^{-1}(x^T \varepsilon)) \right. \\
 &\quad \left. ((x^T x)^{-1}(x^T \varepsilon) + (x^T x)^{-1}(x^T)(\varepsilon))^T \right) \\
 &= ((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x^T) \\
 &\quad E(\varepsilon^T \varepsilon)((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x)
 \end{aligned}$$

$$\text{Karena } E(\varepsilon^T \varepsilon) = E \left\{ ((I - \lambda W)u)^T ((I - \lambda W)u) \right\}$$

Maka diperoleh

$$cov(\hat{\beta}_{MLE}) = ((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x^T)$$

$$E \left\{ ((I - \lambda W)u)^T ((I - \lambda W)u) \right\} ((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x)$$

$$\begin{aligned}
&= ((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x^T) \\
&\quad E\{((I - \lambda W)^T(u)^T((I - \lambda W)u))\}((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x) \\
&= ((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x^T) \\
&\quad E\{((I - \lambda W)^T(u^T u))\}((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x) \\
&= \sigma^2((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x^T) \\
&\quad \{((I - \lambda W)^T(I - \lambda W))\}((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x)
\end{aligned}$$

Sehingga fungsi variansi:

$$var(\hat{\beta}) = ((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x^T)\{((I - \lambda W)^T(I - \lambda W))\}((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x)$$

harus sekecil mungkin agar  $\hat{\beta}$  efisien.

$$\begin{aligned}
\lim_{n \rightarrow \infty} var(\hat{\beta}) &= \lim_{n \rightarrow \infty} ((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x^T)\{((I - \lambda W)^T(I - \lambda W))\}((x^T x)^{-1}(x^T)) \\
&\quad + (x^T x)^{-1}(x) \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y - \hat{y}}{n - p} ((x^T x)^{-1}(x^T)) + (x^T x)^{-1}(x^T)\{((I - \lambda W)^T(I - \lambda W))\}((x^T x)^{-1}(x^T)) + \\
&\quad (x^T x)^{-1}(x) \\
&= 0.
\end{aligned}$$

Sehingga dapat dikatakan bahwa  $\hat{\beta}$  merupakan estimator yang konsisten.

Jadi estimasi parameter  $\hat{\beta}$  telah memenuhi sifat penduga yaitu unbiased, efisien, dan konsisten.

Sedangkan estimasi parameter ragam galat  $\sigma^2$  pada model regresi spasial yaitu:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial(\ln L(\beta, \lambda, \sigma^2|y))}{\partial \sigma^2} \\
&= \frac{\partial[-(n/2) \cdot \ln 2\pi - n \ln \sigma^2 - (1/2\sigma^2)(y - x\beta - \lambda Wu)^T(y - x\beta - \lambda Wu)]}{\partial \sigma^2} \\
&= \frac{\partial(-(n/2) \cdot \ln 2\pi)}{\partial \sigma^2} - \frac{\partial(n \ln \sigma^2)}{\partial \sigma^2} - \frac{1}{2\sigma^2} \frac{\partial(y - x\beta - \lambda Wu)^T(y - x\beta - \lambda Wu)}{\partial \sigma^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 0 - \frac{\partial(-n \ln \sigma^2)}{\partial \sigma^2} - \frac{1}{2\sigma^2} \frac{\partial (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)}{\partial \sigma^2} \\
&= -\frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu) \\
&= \frac{2\sigma^2 n + (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)}{2\sigma^4}
\end{aligned}$$

$$\frac{2\sigma^2 n}{2\sigma^4} = \frac{(y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)}{2\sigma^4}$$

$$\frac{2\sigma^2 n \cdot 2\sigma^4}{2\sigma^4} = (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)$$

$$2\sigma^2 n = (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)$$

$$\sigma^2 = [\sigma^2 (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)] / 2$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2n} (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)$$

Sehingga dari persamaan di atas diperoleh hasil estimasi parameter  $\sigma^2$  adalah

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2n} (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)$$

$$\text{var}(\varepsilon) = E[(y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu)] \quad (3.9)$$

Estimator  $\sigma^2$  dikatakan estimator unbiased parameter  $\sigma^2$  jika  $E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$

$$\begin{aligned}
E(\hat{\sigma}^2) &= \frac{1}{n} (y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu) \\
&= \frac{1}{n} (y^T - \beta^T x^T - u^T W^T \lambda^T) (y - x\beta - \lambda Wu) \\
&= \frac{1}{n} (y^T y - 2x^T y \beta - 2u^T W \lambda^T y + \beta^T x^T x \beta + 2\beta^T x^T \lambda Wu + u^T W^T \lambda^T \lambda Wu) \\
&= \frac{1}{n} ((\beta^T x^T x \beta + 2\beta^T x^T \lambda Wu + u^T W^T \lambda^T \lambda Wu) + (y^T y - 2\beta^T x^T y - 2u^T W \lambda^T y)) \\
&= \frac{1}{n} (\beta^T x^T x \beta + 2\beta^T x^T \lambda W^T u + u^T W \lambda^T \lambda W^T u) + (y^T - 2\beta^T x^T - 2u^T W \lambda^T) E(y) \\
&= \frac{1}{n} (\beta^T x^T x \beta + 2\beta^T x^T \lambda W^T u + u^T W \lambda^T \lambda W^T u) + (y^T - 2\beta^T x^T - 2u^T W \lambda^T) (x\beta)
\end{aligned}$$

Sehingga terbukti bahwa  $\sigma^2$  merupakan estimator bias.

Sedangkan untuk estimasi parameter  $\lambda$  pada model regresi spasial yaitu:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial(\ln L(\beta, \sigma^2, \lambda|y))}{\partial \lambda} \\
&= \frac{\partial[-(n/2) \cdot \ln 2\pi - n \ln \sigma^2 - (1/2\sigma^2)(y - x\beta - \lambda Wu)^T(y - x\beta - \lambda Wu)]}{\partial \lambda} \\
&= \frac{\partial(-27/2) \cdot \ln 2\pi}{\partial \lambda} \frac{\partial(-27 \ln \sigma^2)}{\partial \lambda} - \frac{1}{2} \frac{\partial(y - x\beta - \lambda Wu)^T(y - x\beta - \lambda Wu)}{\partial \lambda} \\
&= 0 + 0 - \frac{1}{2} \frac{\partial(y^T - \beta^T x^T - u^T W^T \lambda^T)(y - x\beta - \lambda Wu)}{\partial \lambda} \\
&= -\frac{1}{2} \frac{\partial[(y^T - \beta^T x^T - u^T W^T \lambda^T)(y - x\beta - \lambda Wu)]}{\partial \lambda} \\
&= -\frac{1}{2} \left[ \frac{\partial(y^T y - 2y^T x\beta - 2y^T \lambda Wu + \beta^T x^T x\beta + 2\beta^T x^T \lambda Wu + u^T W^T \lambda^T \lambda Wu)}{\partial \lambda} \right] \\
&= -\frac{1}{2} \left[ \frac{\partial(y^T y)}{\partial \lambda} - \frac{\partial(2y^T x\beta)}{\partial \lambda} - \frac{\partial(2y^T \lambda Wu)}{\partial \lambda} + \frac{\partial(\beta^T x^T x\beta)}{\partial \lambda} + \frac{\partial(2x^T \lambda Wu\beta)}{\partial \lambda} + \frac{\partial(u^T W^T \lambda^T \lambda Wu)}{\partial \lambda} \right] \\
&= -\frac{1}{2} [0 - 0 - 2y^T Wu + 0 + (2x^T Wu\beta) + (u^T W^T \lambda^T Wu)] \\
&= -\frac{1}{2} [-2y^T Wu + (2x^T Wu\beta) + (u^T W^T \lambda^T Wu)] \\
&= [y^T Wu - (x^T Wu\beta) - (u^T W^T \lambda^T Wu)]
\end{aligned}$$

Dengan menyamakan hasil turunan ini dengan nol diperoleh:

$$(u^T W^T Wu\lambda) = u^T W^T y - (\beta^T u^T W^T x)$$

$$(u^T W^T)^{-1}(u^T W^T)(Wu)\lambda = (u^T W^T)^{-1}(u^T W^T)y - (\beta^T (u^T W^T)^{-1}(u^T W^T)x)$$

$$(Wu)\lambda = y - x$$

$$\lambda = (Wu)^{-1}(y - x) \tag{3.10}$$

Estimator  $\lambda$  dikatakan estimator unbiased parameter  $\lambda$  jika  $E(\hat{\lambda}) = \lambda$

$$E(\hat{\lambda}) = E[(Wu)^{-1}(y - x)]$$

$$\begin{aligned}
&= E[(Wu)^{-1}(x\beta + \lambda Wu - x)] \\
&= E[(Wu)^{-1}(x\beta) + (Wu)^{-1}(\lambda Wu) - (Wu)^{-1}x] \\
&= E[(Wu)^{-1}(x\beta)] + E[(Wu)^{-1}(\lambda Wu)] - E[(Wu)^{-1}x] \\
&= (Wu)^{-1}(\beta + \lambda Wu)
\end{aligned}$$

dan terbukti bahwa  $\lambda$  merupakan estimator bias.

Dari hasil estimasi diatas untuk kasus sub DAS Grindulu maka estimasi parameter model adalah:

$$\hat{\beta} = b_{MLE} = (x^T x)^{-1}(x^T y - x^T \lambda Wu) \quad (3.11)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2n}(y - x\beta - \lambda Wu)^T (y - x\beta - \lambda Wu) \quad (3.12)$$

$$\lambda = (Wu)^{-1}(y - x) \quad (3.13)$$

Dengan menggunakan persamaan (3.11), (3.12), dan (3.13) diatas selanjutnya akan dipakai dan hitung nilai masing-masing estimasi parameter dari setiap lokasi dengan menggunakan program Geoda 0.9.5-i. Program Geoda 0.9.5-i adalah salah satu software yang digunakan pada kasus data spasial dan outputnya pada lampiran 4.

### 3.2 Identifikasi Model

#### a. Analisis Statistik Deskriptif

Analisis deskriptif digunakan untuk menyajikan data dalam bentuk yang lebih mudah dimengerti misalnya dalam bentuk tabel atau grafik. Analisis deskriptif merupakan langkah awal yang sangat penting sebelum melakukan analisis data.

Dalam penelitian ini penulis menggunakan data debit puncak puncak tahun 2008 pada 27 daerah pantauan Sub DAS Grindulu dari penelitian tugas akhir Shinta Ayu Permatasari Jurusan Teknik Pengairan Fakultas Teknik Universitas Brawijaya. Peta Sub DAS Grndulu dapat dilihat pada lampiran 1. Sedangkan variabel yang diteliti yaitu variabel debit puncak sebagai variabel dependent dan variabel luas sub DAS, panjang sungai, dan kemiringan sungai sebagai variabel independent dan datanya dapat dilihat pada lampiran 2.

Analisa statistik deskriptif dari data debit puncak puncak, luas sub Das, panjang sungai, dan slope sungai tahun 2008 pada 27 daerah pantauan Sub DAS Grindulu tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1: Statistik Deskriptif dengan Bantuan MINITAB 14

| Descriptive Statistics: Debit puncak, luas sub das, panjang sungai, slope sungai |          |          |          |         |          |         |         |
|--|----------|----------|----------|---------|----------|---------|---------|
| Variable   | N        | N*       | Mean     | SE Mean | StDev    | Minimum | Q1      |
| debit puncak   | 27       | 0        | 10.366   | 0.983   | 5.107    | 0.706   | 6.628   |
| luas sub das   | 27       | 0        | 14940584 | 2170856 | 11280098 | 142798  | 7279313 |
| panjang sungai   | 27       | 0        | 4662     | 732     | 3804     | 242     | 2245    |
| slope sungai   | 27       | 0        | 3.769    | 0.520   | 2.701    | 0.0130  | 1.640   |
| Variable   | Median   | Q3       | Maximum  |         |          |         |         |
| debit puncak   | 9.765    | 13.992   | 21.234   |         |          |         |         |
| luas sub das   | 12999864 | 21879623 | 53787192 |         |          |         |         |
| panjang sungai   | 3380     | 5636     | 17207    |         |          |         |         |
| slope sungai   | 3.480    | 5.349    | 10.854   |         |          |         |         |

Dari tabel 3.1 dapat disimpulkan bahwa terdapat 27 data debit puncak, tidak ada missing data. Debit puncak sub DAS Grindulu terkecil adalah  $0.706 \text{ m}^3/\text{dt}$  dan nilai terbesar dari peubah standart maksimum sebesar  $21.234 \text{ m}^3/\text{dt}$ . Kemudian, rata-rata debit puncak sub DAS Grindulusebesar  $10.366 \text{ m}^3/\text{dt}$  dengan standard error of mean sebesar 0.983 dan standar deviasi sebesar 5.107 .

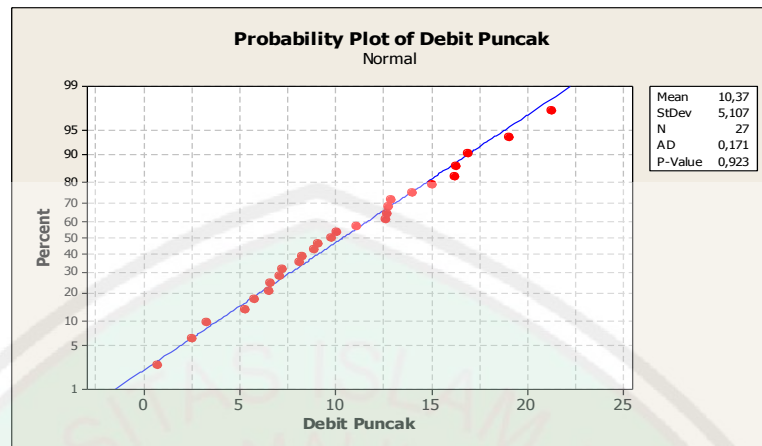
Kesimpulan kedua terdapat 27 data luas Sub DAS, tidak ada missing data. Luas sub DAS Grindulu terkecil adalah  $142798 \text{ m}^2$  dan nilai terbesar dari peubah standart maksimum sebesar  $53787192 \text{ m}^2$ . Kemudian, rata-rata luas sub DAS Grindulu sebesar  $14940584 \text{ m}^2$  dengan standard error of mean sebesar 2170856 dan standar deviasi sebesar 11280098 .

Kesimpulan ketiga terdapat 27 data panjang sungai, tidak ada missing data. Panjang sungai sub DAS Grindulu terpendek adalah 242 m dan panjang sungai sub DAS Grindulu terpanjang sebesar 17207 m. Kemudian, rata-rata panjang sungai sub DAS Grindulu sebesar 4662 m dengan standard error of mean sebesar 732 dan standar deviasi sebesar 3804.

Kesimpulan keempat terdapat 27 data slope sungai, tidak ada missing data. Slope sungai sub DAS Grindulu terkecil adalah 0.0130% dan panjang sungai sub DAS Grindulu terbesar sebesar 10.854% . Kemudian, rata-rata slope sungai sub DAS Grindulu sebesar 3.769% dengan standard error of mean sebesar 0.520 dan standar deviasi sebesar 2701.

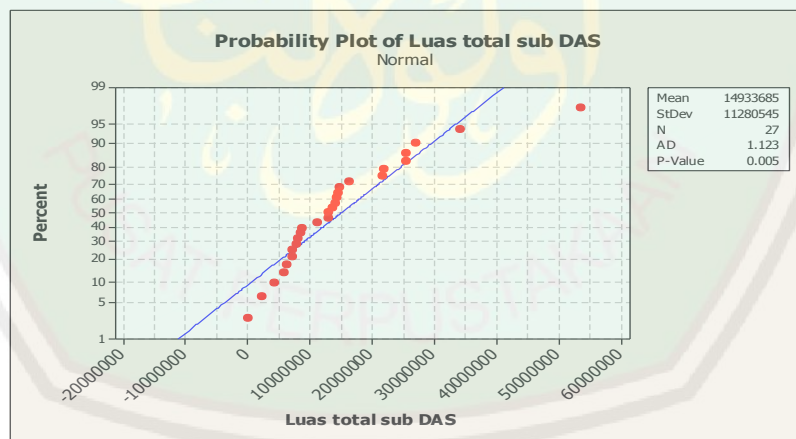
#### ***b. Uji Normalitas Data***

Uji normalitas dilakukan sebelum data dianalisis. Uji normalitas bertujuan untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal atau data tidak berdistribusi normal. Untuk mengetahui kepastian sebaran return tersebut, dengan bantuan MITITAB 14 dapat diperoleh sebagai berikut:



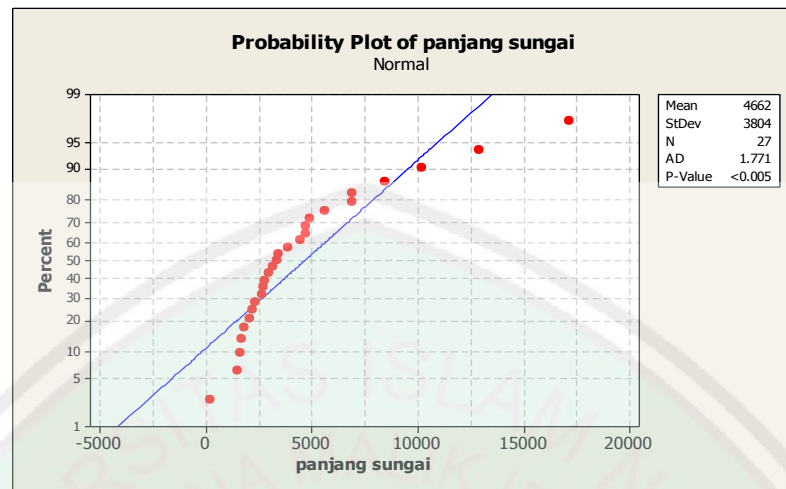
**Gambar 3.1 Uji Normalitas Pada Debit Puncak**

Pada gambar 3.1 terlihat bahwa nilai Anderson Darling sebesar 0.171, dengan nilai p-value sebesar  $0.925 > 0.05$  maka dapat disimpulkan bahwa debit puncak berdistribusi normal dengan parameter  $\mu = 10,37$  dan  $\sigma^2 = 5.107$  yang dinotasikan dengan  $\varepsilon \sim N(10.37, 5.107)$ .



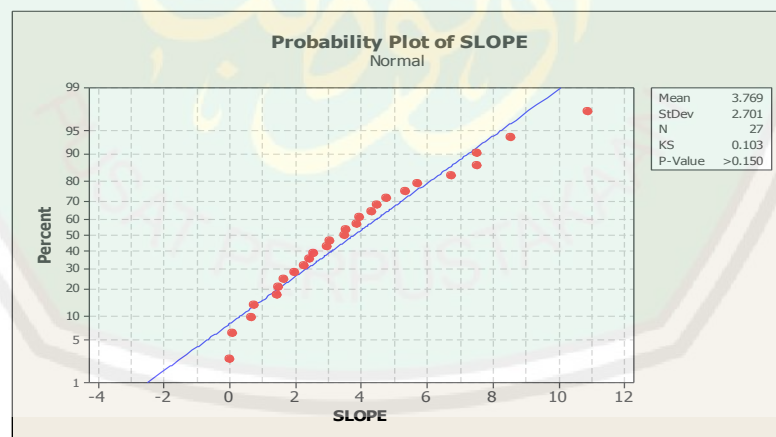
**Gambar 3.2 Uji Normalitas Pada Luas Sub DAS**

Pada gambar 3.2 terlihat bahwa nilai Anderson Darling sebesar 1.123, dengan nilai p-value sebesar  $0.005 < 0.05$  maka dapat disimpulkan bahwa Luas total sub DAS berdistribusi normal dengan parameter  $\mu = 14933685$  dan  $\sigma^2 = 11280545$  yang dinotasikan dengan  $\varepsilon \sim N(14933685, 11280545)$ .



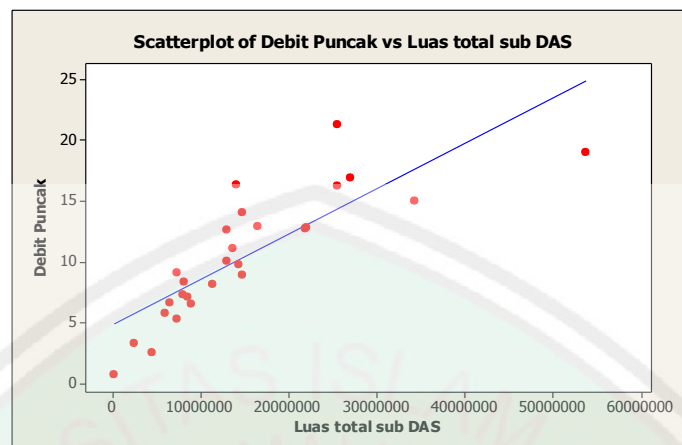
**Gambar 3.3 Uji Normalitas Pada Panjang Sungai**

Pada gambar 3.3 terlihat bahwa nilai Anderson Darling sebesar 1771, dengan nilai p-value  $< 0.005$  maka dapat disimpulkan bahwa panjang sungai berdistribusi normal dengan parameter  $\mu = 4662$  dan  $\sigma^2 = 3804$  yang dinotasikan dengan  $\varepsilon \sim N(4662, 3804)$ .



**Gambar 3.4 Uji Normalitas Pada Slope Sungai**

Pada gambar 3.4 terlihat bahwa nilai Anderson Darling sebesar 0.103, dengan nilai p-value  $> 0.150$  maka dapat disimpulkan bahwa slope sungai berdistribusi normal dengan parameter  $\mu = 3.769$  dan  $\sigma^2 = 2.701$  yang dinotasikan dengan  $\varepsilon \sim N(3.769, 2.701)$ .



Gambar 3.5 Scatterplot Antara Debit Puncak dan Luas Total DAS

### Regression Analysis: Debit Puncak versus Luas total sub DAS

The regression equation is

$$\text{Debit Puncak} = 4.79 + 0.000000 \text{ Luas total sub DAS}$$

| Predictor          | Coef       | SE Coef    | T    | P     |
|--------------------|------------|------------|------|-------|
| Constant           | 4.7934     | 0.9530     | 5.03 | 0.000 |
| Luas total sub DAS | 0.00000037 | 0.00000005 | 7.28 | 0.000 |

S = 2.94871 R-Sq = 67.9% R-Sq(adj) = 66.7%

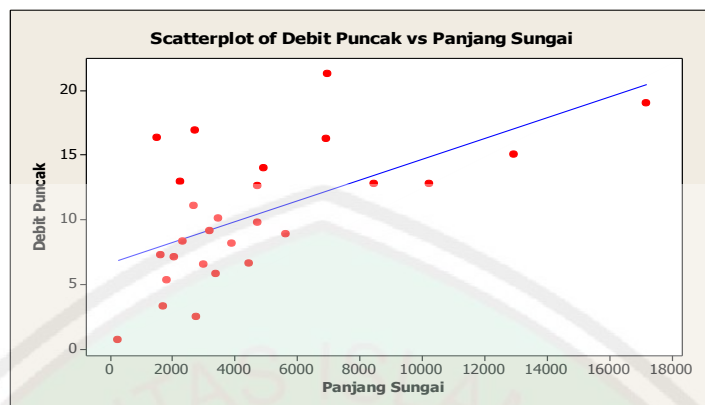
PRESS = 342.656 R-Sq(pred) = 49.47%

Analysis of Variance

| Source         | DF | SS     | MS     | F     | P     |
|----------------|----|--------|--------|-------|-------|
| Regression     | 1  | 460.70 | 460.70 | 52.99 | 0.000 |
| Residual Error | 25 | 217.37 | 8.69   |       |       |
| Total          | 26 | 678.08 |        |       |       |

Durbin-Watson statistic = 1.95172

Gambar 3.5 memperlihatkan antara debit puncak ( $y$ ) dan luas total sub DAS ( $x_1$ ) hubungan secara linier. Model yang terbentuk mempunyai koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 67.9%. Artinya dengan satu variabel bebas  $x_1$  mampu menjelaskan variasi dari debit puncak sebesar 67.9%. Dari model regresi linier sederhana dapat diketahui bahwa jika  $x_1$  naik 1 persen maka akan menurunkan debit puncak sebesar 0,00000037. Model regresi linier sederhana yang terbentuk antara debit puncak ( $y$ ) dan luas total sub DAS ( $x_1$ ) adalah  $\hat{y} = 4.79 + 0,00000037x_1$



Gambar 3.6 Scatterplot Antara Debit Puncak dan Panjang Sungai

### Regression Analysis: Debit Puncak versus Panjang Sungai

The regression equation is  
 Debit Puncak = 6.63 + 0.000801 Panjang Sungai

| Predictor      | Coef      | SE Coef   | T    | P     |
|----------------|-----------|-----------|------|-------|
| Constant       | 6.632     | 1.287     | 5.15 | 0.000 |
| Panjang Sungai | 0.0008010 | 0.0002155 | 3.72 | 0.001 |

S = 4.17981 R-Sq = 35.6% R-Sq(adj) = 33.0%

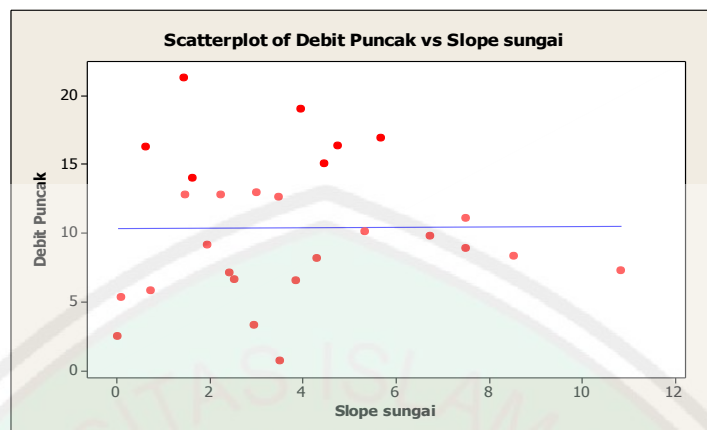
PRESS = 496.033 R-Sq(pred) = 26.85%

#### Analysis of Variance

| Source         | DF | SS     | MS     | F     | P     |
|----------------|----|--------|--------|-------|-------|
| Regression     | 1  | 241.31 | 241.31 | 13.81 | 0.001 |
| Residual Error | 25 | 436.77 | 17.47  |       |       |
| Total          | 26 | 678.08 |        |       |       |

Durbin-Watson statistic = 2.39765

Gambar 3.6 memperlihatkan antar debit puncak ( $y$ ) dan panjang sungai ( $x_2$ ) hubungan secara linier. Model yang terbentuk mempunyai koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 35.6%. Artinya dengan satu variabel bebas  $x_2$  mampu menjelaskan variasi dari debit puncak sebesar 35.6%. Dari model regresi linier sederhana dapat diketahui bahwa jika  $x_2$  naik 1 persen maka akan menurunkan debit puncak sebesar 0,0008010. Model regresi linier sederhana yang terbentuk antara debit puncak ( $y$ ) dan panjang sungai ( $x_2$ ) adalah  $\hat{y} = 6.63 + 0,000801x_2$



Gambar 3.7 Scatterplot Antara Debit Puncak dan Slope Sungai

### Regression Analysis: Debit Puncak versus Slope sungai

The regression equation is  
 Debit Puncak = 10.3 + 0.016 Slope sungai

| Predictor    | Coef   | SE Coef | T    | P     |
|--------------|--------|---------|------|-------|
| Constant     | 10.304 | 1.742   | 5.91 | 0.000 |
| Slope sungai | 0.0164 | 0.3781  | 0.04 | 0.966 |

S = 5.20778 R-Sq = 0.0% R-Sq(adj) = 0.0%

PRESS = 779.001 R-Sq(pred) = 0.00%

Analysis of Variance

| Source         | DF | SS     | MS    | F    | P     |
|----------------|----|--------|-------|------|-------|
| Regression     | 1  | 0.05   | 0.05  | 0.00 | 0.966 |
| Residual Error | 25 | 678.02 | 27.12 |      |       |
| Total          | 26 | 678.08 |       |      |       |

Durbin-Watson statistic = 2.03929

Gambar 3.7 memperlihatkan antar debit puncak ( $y$ ) dan slope sungai ( $x_3$ ) hubungan secara linier. Model yang terbentuk mempunyai koefisien determinasi ( $R^2$ ) sebesar 0.0 persen. Artinya dengan satu variabel bebas  $x_3$  mampu menjelaskan variasi dari debit puncak sebesar 0.0 persen. Dari model regresi linier sederhana dapat diketahui bahwa jika  $x_3$  naik 1 persen maka akan menurunkan debit puncak sebesar 0,0000000.

### 3.3. Analisis Regresi Melalui OLS

Melakukan analisis regresi OLS yang dilakukan dengan bantuan software Geoda 0.95-I dan didapatkan hasil sebagai berikut:

$$y = 5.6957 + 5.29 \times 10^{-7}x_1 - 0.0725x_2 - 0.0006x_3$$

Dimana  $y$  merupakan debit puncak,  $x_1$ (luas sub DAS),  $x_2$  (Panjang Sungai),  $x_3$  (Slope Sungai). Estimasi parameter  $\beta$  berdasarkan analisis regresi OLS  $\beta_0 = 5.6957$ ,  $\beta_1 = 5.29 \times 10^{-7}$ ,  $\beta_2 = -0.0725$  dan  $\beta_3 = -0.0006$ .

Output analisis regresi OLS terdapat pada lampiran 4. Dari model yang diperoleh selanjutnya akan diuji apakah telah memenuhi asumsi klasik regresi linier dengan OLS.

#### 3.3.1 Pemeriksaan Asumsi Normalitas

Asumsi klasik regresi linier dengan OLS yang pertama adalah normalitas. Pemeriksaan asumsi normalitas dapat dilakukan dengan statistik uji *Jarque Bera*. Dengan menggunakan rumus  $JB = \frac{n}{6} \left( S^2 + \frac{k-3^2}{24} \right)$  dan dari hasil pengujian menggunakan program Geoda 0.9.5- idiperoleh nilai statistik uji *Jarque Bera* sebesar 0.4833364 dengan *p-value* 0.7853. Nilai statistik uji *Jarque Bera* tersebut masih lebih kecil apabila dibandingkan dengan  $\chi^2_{(0.05,2)}$  yaitu sebesar 5.991 dengan kata lain *p-value* > 0,05 ( $\alpha$ ), sehingga keputusannya diterima  $H_0$  yang artinya galat berdistribusi normal. Output pengujian asumsi normalitas terdapat pada lampiran 4.

### 3.3.2 Pemeriksaan Asumsi Non-Multikolinieritas

Asumsi klasik regresi linier dengan OLS yang ke-2 adalah non-multikolinieritas. Pemeriksaan asumsi non-multikolinieritas dapat dilakukan melalui perhitungan *bilangan kondisi* (CI). Dengan menggunakan rumus  $CI = \sqrt{\frac{\lambda_{maks}}{\lambda_{min}}}$  dan dari hasil perhitungan yang telah dilakukan, diperoleh nilai CI sebesar 8.2039 nilai ini masih lebih kecil 10, artinya multikolinieritas yang terjadi berada pada tingkat rendah atau dapat dianggap tidak terdapat hubungan antar peubah bebas sehingga asumsi non-multikolinieritas terpenuhi. Output pengujian asumsi non-multikolinieritas terdapat pada lampiran 4.

### 3.3.3 Pemeriksaan Asumsi Homoskedastisitas

Asumsi klasik regresi linier dengan OLS yang ke-3 adalah heteroskedastisitas. Untuk menguji apakah galat memiliki ragam yang homogen dilakukan melalui statistik uji *Breusch Pagan* dengan rumus  $F = \frac{R_e^2/k}{1 - R_e^2/n-k-1} \sim F_{\alpha, (k, n-k-1)}$  dan dari hasil perhitungan diperoleh nilai statistik uji *Breusch Pagan* sebesar 3.9739. Apabila nilai ini dibandingkan dengan  $F_{(3,3)}^{0.05} = 9.28$  masih jauh lebih kecil atau melalui *p-value* yang didapatkan yaitu sebesar  $0.2642 > 0,05$  ( $\alpha$ ) maka keputusan yang dapat diambil yaitu terima  $H_0$  yang artinya galat memiliki ragam yang homogeny, sehingga asumsi homoskedastisitas telah terpenuhi. Output pengujian asumsi homoskedastisitas terdapat pada lampiran 4.

### 3.3.4 Pengujian Autokorelasi Spasial

Asumsi klasik regresi linier dengan OLS yang ke-4 adalah autokorelasi spasial. Pengujian adanya autokorelasi spasial dilakukan dengan cara membentuk matriks bobot spasial terlebih dahulu.

#### 1. Penentuan Bobot Spasial

Dalam memeriksa ada tidaknya autokorelasi spasial, terlebih dahulu ditentukan bobot spasial dalam bentuk matriks. Dengan menggunakan *criteria Rook Contiguity* pada penentuan matriks bobot spasial, maka diperoleh *neighbourhood* dari masing- masing area yang disebut *contiguity*. Hasil contiguity dapat dilihat pada lampiran 3.

Pada baris pertama menunjukkan bahwa input data sebanyak dua puluh tujuh dengan nama shapefile yaitu das Grindulu dan indikator yang digunakan adalah ID sebagai pengganti nama tiap-tiap area. Hasil diatas menjelaskan seberapa banyak neighbour yang dimiliki oleh tiap area beserta anggota neighbournya. Misalkan, pada baris ke-2 tertulis: 1 3, artinya area 1 memiliki 3 neighbour, sedangkan baris ke-3 tertulis: 2 3 7 menunjukkan bahwa anggota neighbour area 1 adalah area 2, area 3, dan area 7. Demikian selanjutnya untuk area yang lain.

Untuk memudahkan perhitungan, biasanya kedekatan antar sub DAS akan dibawa ke dalam bentuk normal yaitu dengan membagi tiap baris dengan jumlah sub DAS yang saling berdekatan. Pada bentuk normal ini jumlah tiap baris pada kedekatan normal adalah satu. Matriks bobot spasial yang terbentuk terdapat pada lampiran 6

Selanjutnya, jumlah setiap baris pada matriks bobot spasial disamakan dengan satu, sehingga diperoleh matriks bobot spasial yang terstandarisasi. Dapat dilihat pada lampiran 6.

## 2. Pendeteksian adanya Autokorelasi Spasial

Pemeriksaan ada tidaknya autokorelasi spasial dapat dilakukan melalui statistik uji Moran I dan lagrange multiplier. Nilai statistik Moran I diperoleh sebesar 0.2759. Melalui transformasi kedalam distribusi normal baku diperoleh nilai Z hitung sebesar 2.0875 dan *P-value* sebesar 0.0368. Kesimpulan yang didapatkan dari pengkajian autokorelasi spasial melalui Moran I yaitu terdapat autokorelasi spasial karena *P-value* lebih kecil dari nilai  $\alpha$  (0.05). Namun, seperti yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya bahwa statistik Moran I kurang sensitif untuk mendeteksi autokorelasi spasial sehingga belum bisa dipastikan bahwa dalam data benar-benar terdapat autokorelasi spasial atau tidak ada autokorelasi spasial. Untuk mendeteksi apakah terdapat autokorelasi spasial pada lag atau error, maka dilakukan pengujian secara terpisah yaitu melalui statistik uji lagrange multiplier lag dan error. Rumus Lagrange Multiplier Error  $LM_E =$

$\frac{1}{T} \left[ \frac{e' W_1 e}{\sigma^2} \right]^2 \sim \chi^2_{(\alpha, 1)}$  sedangkan untuk Lagrange Multiplier Lag sebagai

berikut:  $LM_L = \left[ \frac{e' W_1 e}{\sigma^2} \right]^2 \frac{1}{D+T} \sim \chi^2_{(\alpha, 1)}$

**Tabel 3.2 Hasil Pengujian Autokorelasi Spasial Melalui Lagrange Multiplier**

| Uji                              | $\chi^2$ Hitung | <i>P-value</i> |
|----------------------------------|-----------------|----------------|
| <i>Lagrange Multiplier Lag</i>   | 1.9038          | 0.1676         |
| <i>Lagrange Multiplier Error</i> | 2.5401          | 0.0109         |

Berdasarkan nilai statistik uji lagrange multiplier diatas, dapat ditunjukkan bahwa autokorelasi spasial pada error signifikan dengan  $P$ -value sebesar 0.0109 < nilai  $\alpha$  (0.05). Sedangkan autokorelasi spasial pada lag diperoleh  $P$ -value yang lebih besar  $\alpha$  (0.05) yaitu sebesar 0.1676 artinya autokorelasi spasial pada galat tidak signifikan. Dan dilihat dari nilai AIC jika semakin kecil maka model tersebut akan semakin baik, disini didapatkan untuk model regresi spasial error sebesar 134.996 dan untuk model regresi spasial lag sebesar 138.338 jadi terlihat bahwa nilai AIC pada model regresi spasial error lebih kecil dari pada model regresi spasial lag. Dari pengujian tersebut dapat disimpulkan bahwa model regresi spasial yang lebih tepat adalah model regresi spasial error. Output pengujian autokorelasi spasial secara lengkap dapat dilihat pada lampiran 3

### 3.4 Regresi Spasial Error

Model regresi spasial error berarti model dibentuk dengan melibatkan spasial galat. Model yang didapatkan adalah sebagai berikut:

$$y = 4.7091 + 0.3758W_2 + 4.7677x_1 + 0.0588x_2 - 0.0003x_3$$

Pengujian kelayakan koefisien model secara parsial didasarkan pada statistik uji Z yang secara ringkas dapat dilihat pada tabel 3.3. Output regresi spasial error secara lengkap dapat dilihat pada lampiran 3

**Tabel 3.3 Hasil Uji Parsial Parameter Regresi Spasial Error**

| Variabel  | Koefisien             | Std.Error | Statistik Z | P-Value |
|-----------|-----------------------|-----------|-------------|---------|
| Konstan   | 4.7091                | 1.2740    | 3.6961      | 0.0002  |
| $\lambda$ | 0.3758                | 0.1741    | 2.1584      | 0.0308  |
| $x_1$     | $4.77 \times 10^{-7}$ | 8.1814    | 5.8275      | 0.0000  |
| $x_2$     | 0.0588                | 0.1889    | 0.3114      | 0.7554  |
| $x_3$     | -0.0003               | 0.0002    | -1.4099     | 0.1585  |

Dari tabel 4.3, dapat disimpulkan bahwa koefisien autoregresif  $\lambda$  signifikan dengan  $P\text{-Value} < 0.05$  ( $\alpha$ ), artinya terdapat pengaruh spasial atau lokasi yang berdekatan akan berpengaruh terhadap pengamatan. Begitu pula untuk peubah konstan, peubah luas sub das ( $x_1$ ) signifikan secara statistik, artinya peubah-peubah tersebut memberikan pengaruh yang signifikan terhadap besar perubahan debit puncak pada Sub DAS Grindulu. Sedangkan koefisien  $b_2$  dan  $b_3$  tidak signifikan dalam model, artinya panjang sungai ( $x_2$ ) dan peubah slope ( $x_3$ ) tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap besar perubahan debit puncak pada Sub DAS Grindulu

### 3.5 Pembahasan

Berdasarkan model yang telah didapatkan di atas, maka dapat diartikan bahwa peningkatan debit puncak di suatu lokasi dipengaruhi oleh debit puncak di lokasi lain yang berdekatan atau dengan kata lain peningkatan  $1 \text{ m}^3$  /detik debit puncak di lokasi lain yang dekat terhadap suatu lokasi, akan menurunkan debit puncak di lokasi tersebut sebesar  $0.3758 \text{ m}^3$  /detik kali kontribusi yang didasarkan pada matriks bobot spasial terstandarisasi apabila faktor lain dianggap konstan. Sebagai contoh, besar debit puncak di lokasi sub DAS 2 dipengaruhi oleh debit puncak di lokasi sub DAS 1 dan sub DAS 3 dengan kontribusi yang sama untuk masing-masing sub DAS. Artinya dengan menganggap faktor lain konstan, peningkatan debit puncak pada DAS 1 dan sub DAS 3 sebesar  $1 \text{ m}^3$  /detik menyebabkan terjadinya peningkatan debit puncak sebesar  $0.3758 \text{ m}^3$  /detik pada sub DAS 2. Demikian halnya untuk sub DAS yang lain.

Slope atau kemiringan dan panjang sungai utama pada sub DAS tidak memberikan pengaruh yang nyata terhadap besarnya debit puncak, sedangkan luas sub DAS utama ( $x_1$ ) memberikan pengaruh yang signifikan terhadap besarnya debit puncak di suatu sub DAS. Kecilnya luas sub das 1 meter akan menurunkan besar debit puncak di suatu lokasi sebesar  $4.77 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{detik}$  apabila faktor lain dianggap konstan.

Daerah aliran sungai adalah suatu wilayah daratan yang menerima, menampung dan menyimpan air hujan untuk kemudian menyalurkan ke laut atau danau melalui satu sungai utama. Sedangkan model regresi spasial adalah model regresi yang menggunakan data spasial. Data spasial sendiri adalah data pengukuran yang memuat informasi lokasi yang lokasinya berdekatan dengan lokasi yang lain (*neighboring*).

Peningkatan debit puncak di suatu lokasi dipengaruhi oleh debit puncak di lokasi lain yang berdekatan. Sebagai contoh, besar debit puncak di lokasi sub DAS 1 dipengaruhi oleh debit puncak di lokasi sub DAS 2, sub DAS 3 dan sub DAS 7 dengan kontribusi yang sama untuk masing-masing sub DAS. Jadi besar kecilnya debit puncak rata-rata setiap sub DAS dipengaruhi oleh das yang berdekatan dengan DAS tersebut.

Allah SWT berfirmandalam Surat An-Nisa' ayat 36 yang berbunyi:

لَمَسْكِينٍ وَالْيَتَامَى الْقُرْبَىٰ وَبِذَىٰ إِحْسَانًا وَالْوَالِدَيْنِ شَيْئًا بِهِ تَشْرِكُوا وَلَا لِلَّهِ وَعَبُدُوا ﴿٣٦﴾  
 مِّنْكُمْ مَلَكَتْ مَا السَّبِيلِ وَأَبْنِ بِالْجَنبِ وَالصَّاحِبِ الْجَنْبِ وَالْجَارِ الْقُرْبَىٰ ذِي وَالْجَارِ وَالْجَارِ  
 فَخُورًا مَّخْتَلًا كَانَ مَن تَحِبُّ لَا اللَّهُ إِنَّ أَيَّ

„Sembahlah Allah dan janganlah kamu mempersekutukan-Nya dengan sesuatupun. dan berbuat baiklah kepada dua orang ibu-bapa, karib-kerabat, anak-anak yatim, orang-orang miskin, tetangga yang dekat dan tetangga yang jauh[294], dan teman sejawat, ibnu sabil dan hamba sahayamu. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang sombong dan membangga-banggakan diri,

Menurut Abu Ja'far, lafadz *والجار ذى القربى* (*Tetangga Yang Dekat*) ada berbagai pendapat berbeda tentang penafsiran firman Allah tersebut. Sebagian berkata, “ makna firman Allah tersebut adalah “ tetangga yang mempunyai (hubungan) kekerabatan dan mahram denganmu.”

Ada yang berkata, “ pendapat yang benar (tentang makna firman Allah tersebut) adalah, “ tetangga yang dekat denganmu.“

Abu Ja'far pendapat dalam firman Allah *والجار ذى القربى* adalah tetangga, bukan yang lain. Namun orang-orang yang mengemukakan pendapat tersebut menjadikannya *jaar dzii al qarabah* “ tetangga yang dekat”. Seandainya makna firman Allah itu memang yang seperti yang dikatakan oleh Maimun Bin Mahran, maka akan dikatakan *wa jaari dzii al qurbaa*, bukan *wa al jaari dzii al qurbaa*. jika lafadz *jaar* itu di-idhafahkan kepada lafadz *dzi al qarabah*, maka wasiat Allah itu akan menjadi wasiat agar berbuat baik kepada tetangga yang dekat, bukan tetangga yang memiliki (hubungan) kekerabatan. Tapi jika lafadz *al jaar* itu menggunakan huruf *alif* dan *lam*, maka lafadz *dzii al qurbaa* hanya boleh menjadi sifat bagi lafadz *al jaar*.

Jika demikian maka wasiat dari Allah dalam firman-Nya *والجار ذى القربى* adalah berbuat baik kepada tetangga yang memiliki hubungan kekerabatan, bukan tetangga yang dekat. Jadi, perkataan Maimun bin Mahran dalam masalah tersebut jelas keliru.

Ada yang berkata, makna firman Allah tersebut adalah tetangga yang mempunyai (hubungan) kedekatan dengan kalian karena islam.“

Takwil firman Allah: *والجار الجنب* (*Dan Tetangga Yang Jauh*) . Abu Ja'far berkata: ahli takwil berbeda pendapat tentang takwil firman allah tersebut. Sebagian berpendapat, makna firman Allah tersebut adalah tetangga yang jauh, yang tidak ada hubungan kekerabatan denganmu.“

Abu Ja'far berkata dalam bukunya berpendapat yang paling benar di antar kedua pendapat tersebut adalah pendapat yang mengatakan bahwa makna *al junub* dalam ayat ini adalah yang asing dan jauh, baik seorang muslim maupun yang musyrik, seorang Yahudi maupun Nasrani. Itu karena kami telah menjelaskan (bahwa yang dimaksud dengan) *al jaari dzii al qurbaa* adalah tetangga yang mempunyai hubungan kekerabatan dan mahram. Jadi, maksud *al jaari al junub* adalah tetangga yang jauh. tujuannya adalah agar wasiat (Allah) itu mencakup semua jenis tetangga, baik yang dekat maupun yang jauh.

Jadi hubungan DAS satu dengan DAS yang lain dapat diumpamakan seperti hubungan antar tetangga jika suatu keluarga tidak berhubungan baik dengan tetangganya maka dalam hubungan bermasyarakat tidak akan harmonis. Dalam penelitian ini hubungan yang digunakan adalah hubungan dengan tetangga yang dekat.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan, dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut:

1. Hasil estimasi parameter  $\beta$ , varians kovarians  $\sigma^2$ ,  $\lambda$  dan model regresi spasial dengan pendekatan MLE dalam merepresentasikan hubungan karakteristik jaringan sungai utama dengan debit puncak pada sub DAS grindulu adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = b_{MLE} = (x^T x)^{-1} (x^T y - x^T \lambda W u).$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2n} (y - x\beta - \lambda W u)^T (y - x\beta - \lambda W u)$$

$$\lambda = (W u)^{-1} (y - x)$$

2. Model regresi yang dapat dibentuk pada hubungan karakteristik jaringan sungai utama dengan debit puncak pada sub DAS Grindulu yaitu Model Regresi Spasial Error dengan model sebagai berikut:

$$y = 4.7091 + 0.3758\lambda + 4.7677x_1 + 0.0588x_2 - 0.0003x_3$$

Berdasarkan *P-value* dari uji signifikansi parameter, dihasilkan bahwa  $\lambda$  signifikan, artinya lokasi yang berdekatan berpengaruh terhadap pengamatan.

Dapat dikatakan bahwa peningkatan 1 m<sup>3</sup>/detik debit puncak dilokasi lain yang dekat terhadap suatu lokasi, akan menaikkan debit puncak dilokasi tersebut sebesar 0.3758 m<sup>3</sup>/detik kali kontribusi yang didasarkan pada matriks bobot spasial terstandarisasi. Hasil pengolahan didapatkan bahwa dari 3 variabel

bebas, hanya satu variabel yang signifikan yaitu  $x_1$  (luas sub das). Model regresi spasial yang terbentuk dengan menggunakan matriks pembobot spasial *Rook Contiguity*

#### 4. 2 Saran

Saran yang penulis berikan untuk skripsi selanjutnya adalah:

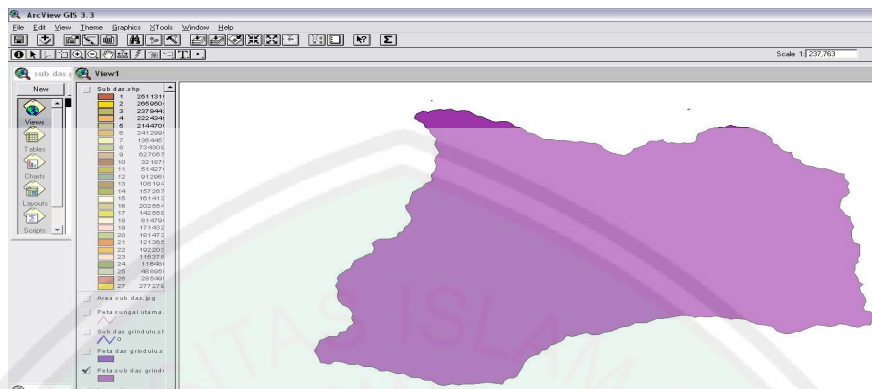
1. Gunakan bobot yang lain seperti *Contiguity Criterion*, *Bhisop Contiguity Criterion*, *Distance Bisep Criterion*, dan lain-lain.
2. Untuk penelitian selanjutnya gunakan pendeteksian autokorelasi spasial lag dan error (SARMA)
3. Gunakan aplikasi terhadap bidang yang lain seperti bidang geografi, geologi, dan lain-lain.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdusysyahir, 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang. UIN-Malang Press.
- Algifari, Drs. 2003. *Statistika Induktif untuk Ekonomi dan Bisnis Edisi II*. Yogyakarta. AMP YKPN
- Anselin, L. 1988, Lagrange Multiplier Test Dignostics for Spatial Dependence and Heterogeneity, *Geographical Analysis*, 20:1-17.
- Anselin, L. 1988, *Spatial Econometrics : Methods and Models*, Kluwer Academic Press, London.
- Anselin, L. 1990, Spatial Dependence and Spatial Structural Instability in Applied Regression Analysis, *Journal of Regional Science*, 30:185-2007.
- Anselin, L. 2000. *Geoda: Spatial Regression*. <http://www.s4.brown.edu/S4/about.htm>. Tanggal akses 15 Oktober 2010.
- Asdak, C. 2002, *Hidrologi dan Pengelolaan Daerah Aliran Sungai*, Gajah Mada University Press, Yogyakarta.
- Asdak, C. 1999. "DAS sebagai Satuan Monitoring dan Evaluasi Lingkungan: Air sebagai Indikator Sentral", Seminar Sehari PERSAKI DAS sebagai Satuan Perencanaan Terpadu dalam Pengelolaan Sumber Daya Air, 21 Desember 1999. Jakarta
- Damodar N, Gujarati. 2007. *Dasar-dasar Ekonometri Edisi Ketiga, Jilid I dan II*. Terjemahan M. Jullius A. Jakarta: Erlangga.
- Greene, William.H. 2003. *Econometric Analysis, Fifth Edition*. New Jersey: Prentice Hall.
- Gujarati, Damodar. 1995, *Ekonometrika Dasar*, Alih Bahasa Sumarno Zain, Erlangga, Jakarta.
- Gujarati, Damodar. 2006. *Dasar-Dasar Ekonometri*, alih bahasa. Julius Mulyadi. Erlangga. Jakarta.
- Judge, G.G, R.C Hill and W.E. Griffiths.1988. *Introduction to the theory and Practice of Econometrics 2<sup>nd</sup> Edition* John Willey & Sons, Inc. Canada.
- Kurniawan, Deny. 2008. *Regresi Linier*. <http://ineddeni.wordpress.com>.

- LeSage, J.P. 1999, *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*  
<http://www.econutoledo.edu>., tanggal akses : 21 Juli 2010.
- LeSage, J.P. 2004, *Maximum Likelihood Estimation of Spatial Regression Models*,  
<http://www4.fe.uc.pt/spatial/doc/lecture1.pdf>, tanggal akses : 21 Juli 2010.
- LeSage, J.P. 2005, *Using the variance structure of the conditional autoregressive spatial specification to model knowledge spillovers*,  
<http://www.econ.utoledo.edu>.
- Muhammad, Abu Ja'far. 2008. Tafsir At-Thabari jilid 7. Jakarta: Ustaka Azzam.
- Muhammad, Bin Abdullah, dkk, 2004, *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6*. Bogor: Pustaka Iman Asy-Syafi'i
- Mur, J dan FJ Trivez. 2000. *Scale Elements in Spatial Autocorelation Tests*.
- Permatasari, Shinta Ayu. 2009. *Analisa Besarnya Erosi dan fungsi kawasan berdasarkan ARLKT (Arahan Rehabilitasi Lahan dan Konservasi Tanah) pada Sub DAS Grindulu Kabupaten Pacitan berbasis Sistem Informasi Geografi (SIG)*. Fakultas Teknik Universitas Brawijaya. Malang
- Rini, 2007. *Bertetangga*. <http://F:/bertetangga.html>. Diakses tanggal 10 Januari 2011
- Rohmatika, Rina Vina, 2009. Adab Bertetangga.  
[http://www.rahima.or.id/index.php?option=com\\_content&view=article&id=135%3Aal-arham-edisi-3-a-adab-bertetangga&catid=19%3Aal](http://www.rahima.or.id/index.php?option=com_content&view=article&id=135%3Aal-arham-edisi-3-a-adab-bertetangga&catid=19%3Aal)-. Diakses tanggal 10 Januari 2011
- Rossidy, Imron. 2008. *Fenomena Flora dan Fauna dalam Perspektif Al-Qur'an*. Malang: UIN Malang Press
- Sembiring, 1995, *Analisis Regresi*. Bandung: ITB
- Sosrodarsono S. dan Takeda, K, (1985), *Hidrologi untuk Pengairan*, PT Pradnya Paramita, Jakarta.
- Sumodiningrat, 2007, *Ekonometrika Pengantar*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta.
- Supangat, Andi. 2007. *Statistika dalam Kajian Deskriptif, Inferensi dan Nonparametrik*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- Supranto, J. 2004, *Ekonometri*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

## Lampiran 1. Peta Sub DAS Grindulu



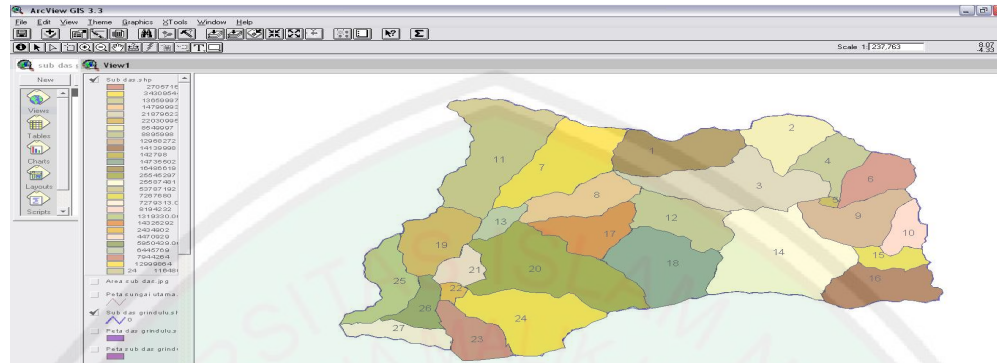
## Lampiran 2 Data Karakteristik Jaringan Sungai Utama dan Debit Puncak Rata-rata Sub DAS Grindulu pada tahun 2008

| Sub DAS | Luas Total sub-sub DAS ( $m^2$ ) | Slope Sungai (%) | Panjang Sungai (m) | Debit ( $m^3/dt$ ) |
|---------|----------------------------------|------------------|--------------------|--------------------|
| 1       | 16486619                         | 3,025            | 2244,529           | 12,884             |
| 2       | 8549997                          | 2,422            | 2064,819           | 7,091              |
| 3       | 21879623                         | 2,249            | 8451,884           | 12,711             |
| 4       | 8895998                          | 3,868            | 3004,326           | 6,529              |
| 5       | 142798                           | 3,527            | 241,572            | 0,706              |
| 6       | 27057165                         | 5,686            | 2730,750           | 16,891             |
| 7       | 34309544                         | 4,458            | 12933,899          | 15,020             |
| 8       | 14799993                         | 7,502            | 5635,640           | 8,851              |
| 9       | 12968272                         | 3,480            | 4748,457           | 12,619             |
| 10      | 8194232                          | 8,551            | 2331,268           | 8,287              |
| 11      | 53787192                         | 3,956            | 17207,307          | 19,016             |
| 12      | 13659997                         | 7,503            | 2692,472           | 11,072             |
| 13      | 6445769                          | 2,527            | 4471,275           | 6,628              |
| 14      | 25587481                         | 1,450            | 6960,530           | 21,234             |
| 15      | 7267680                          | 1,958            | 3214,830           | 9,077              |
| 16      | 14139998                         | 4,765            | 1500,228           | 16,280             |
| 17      | 14326292                         | 6,748            | 4744,217           | 9,765              |
| 18      | 14735502                         | 1,640            | 4911,931           | 13,992             |
| 19      | 22030995                         | 1,487            | 10226,614          | 12,777             |
| 20      | 25545297                         | 0,644            | 6935,678           | 16,220             |
| 21      | 4470929                          | 0,013            | 2779,899           | 2,507              |
| 22      | 2434902                          | 2,959            | 1690,689           | 3,299              |
| 23      | 7944264                          | 10,854           | 1607,917           | 7,241              |
| 24      | 12999864                         | 5,349            | 3455,542           | 10,040             |
| 25      | 11319330                         | 4,306            | 3892,080           | 8,134              |
| 26      | 5950439                          | 0,740            | 3379,992           | 5,750              |
| 27      | 7279313                          | 0,100            | 1819,239           | 5,263              |

Sumber Data: Penelitian Tugas Akhir Shinta Ayu Permatasari Jurusan Teknik Pengairan Fakultas

Teknik Universitas Brawijaya

### Lampiran 3. Hasil Digitasi Peta Sub DAS Grindulu beserta Atribut Peta Menggunakan Arcview 3.3



ArcView GIS 3.3

File Edit Table Field XTools Window Help

1 of 27 selected

Attributes of Sub das.shp

| Shape   | ID | luas sub das (X1) | panjang sungai (X2) | slope sungai (X3) | debit puncak (Y) |
|---------|----|-------------------|---------------------|-------------------|------------------|
| Polygon | 25 | 1319330           | 3892.080            | 4.306             | 8.134            |
| Polygon | 26 | 5950439           | 3379.992            | 0.740             | 5.750            |
| Polygon | 23 | 7944264           | 1607.917            | 10.854            | 7.241            |
| Polygon | 22 | 2434902           | 1690.689            | 2.959             | 3.299            |
| Polygon | 21 | 4470929           | 2779.899            | 0.013             | 2.057            |
| Polygon | 24 | 12999864          | 3455.542            | 5.342             | 10.040           |
| Polygon | 13 | 6445769           | 4471.275            | 2.527             | 6.628            |
| Polygon | 6  | 27057165          | 2730.750            | 5.686             | 16.891           |
| Polygon | 3  | 21879623          | 8451.884            | 2.249             | 12.711           |
| Polygon | 5  | 142798            | 241.572             | 3.527             | 0.706            |
| Polygon | 9  | 12968272          | 4748.457            | 3.480             | 12.619           |
| Polygon | 10 | 8194232           | 2331.268            | 8.551             | 8.851            |
| Polygon | 15 | 7267680           | 3214.830            | 1.958             | 9.077            |
| Polygon | 16 | 14139998          | 1500.228            | 4.765             | 16.280           |
| Polygon | 20 | 25545297          | 6935.678            | 0.644             | 16.220           |
| Polygon | 14 | 25587481          | 6960.530            | 1.450             | 21.234           |
| Polygon | 8  | 14799993          | 5635.640            | 7.502             | 8.851            |
| Polygon | 17 | 14326292          | 4744.217            | 6.748             | 9.765            |
| Polygon | 18 | 14735502          | 4911.931            | 1.640             | 13.992           |
| Polygon | 19 | 22030995          | 10226.614           | 1.487             | 12.777           |
| Polygon | 11 | 53787192          | 17207.307           | 3.956             | 19.016           |
| Polygon | 4  | 8895998           | 3004.326            | 3.868             | 6.529            |
| Polygon | 2  | 8549997           | 2064.819            | 2.422             | 7.091            |
| Polygon | 27 | 7279314           | 1819.239            | 0.100             | 5.263            |
| Polygon | 12 | 13659997          | 2692.472            | 7.503             | 11.072           |
| Polygon | 1  | 16486619          | 2244.529            | 3.025             | 12.884           |
| Polygon | 7  | 34309544          | 12933.899           | 4.458             | 15.020           |

#### Lampiran 4. Output Pendugaan Parameter Regresi Melalui OLS

Map - das grindulu overlay kec

File Edit Tools Table Map Explore Space Methods Options Help

Regression Report

Regression  
SUMMARY OF OUTPUT: ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION

Data set : das grindulu overlay kec  
Dependent Variable : DEBIT Number of Observations: 27  
Mean dependent var : 10.3703 Number of Variables : 4  
S.D. dependent var : 5.03073 Degrees of Freedom : 23

R-squared : 0.713115 F-statistic : 19.0572  
Adjusted R-squared : 0.675695 Prob(F-statistic) : 1.96617e-006  
Sum squared residual: 196.035 Log likelihood : -65.0745  
Sigma-square : 8.52327 Akaike info criterion : 138.149  
S.E. of regression : 2.91946 Schwarz criterion : 143.332  
Sigma-square ML : 7.26056  
S.E of regression ML: 2.69454

| Variable | Coefficient   | Std. Error    | t-Statistic | Probability |
|----------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| CONSTANT | 5.695727      | 1.27347       | 4.472605    | 0.0001733   |
| LUAS_HA  | 5.297152e-007 | 9.989379e-008 | 5.302784    | 0.0000221   |
| SLOPE    | -0.07257411   | 0.2197791     | -0.3302139  | 0.7442275   |
| PANJANG  | -0.0005933582 | 0.0003065154  | -1.935818   | 0.0652756   |

Map - das grindulu overlay kec

File Edit Tools Table Map Explore Space Methods Options Help

Regression Report

REGRESSION DIAGNOSTICS  
MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER 8.203887  
TEST ON NORMALITY OF ERRORS

| TEST        | DF | VALUE     | PROB      |
|-------------|----|-----------|-----------|
| Jarque-Bera | 2  | 0.4833364 | 0.7853167 |

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY  
RANDOM COEFFICIENTS

| TEST                 | DF | VALUE    | PROB      |
|----------------------|----|----------|-----------|
| Breusch-Pagan test   | 3  | 3.973956 | 0.2642902 |
| Koenker-Bassett test | 3  | 4.473174 | 0.2146956 |

SPECIFICATION ROBUST TEST

| TEST  | DF | VALUE    | PROB      |
|-------|----|----------|-----------|
| White | 9  | 9.460218 | 0.3959205 |

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE  
FOR WEIGHT MATRIX : das grindulu overlay kec.gal  
(row-standardized weights)

| TEST                        | MI/DF    | VALUE     | PROB      |
|-----------------------------|----------|-----------|-----------|
| Moran's I (error)           | 0.275890 | 2.0875404 | 0.0368392 |
| Lagrange Multiplier (lag)   | 1        | 1.9038236 | 0.1676510 |
| Robust LM (lag)             | 1        | 0.1623302 | 0.6870201 |
| Lagrange Multiplier (error) | 1        | 2.5401467 | 0.0109845 |
| Robust LM (error)           | 1        | 0.7986533 | 0.3714963 |
| Lagrange Multiplier (SARMA) | 2        | 2.7024769 | 0.2589194 |

Regression Report

COEFFICIENTS VARIANCE MATRIX

|          | CONSTANT  | LUAS_HA   | SLOPE     | PANJANG   |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| CONSTANT | 1.621725  | -0.000000 | -0.191687 | -0.000118 |
| LUAS_HA  | -0.000000 | 0.000000  | -0.000000 | -0.000000 |
| SLOPE    | -0.191687 | -0.000000 | 0.048303  | 0.000018  |
| PANJANG  | -0.000118 | -0.000000 | 0.000018  | 0.000000  |

**Regression Report**

| OBS | DEBIT    | PREDICTED | RESIDUAL |
|-----|----------|-----------|----------|
| 1   | 5.26300  | 8.46497   | -3.20197 |
| 2   | 8.13400  | 3.77269   | 4.36131  |
| 3   | 5.75000  | 6.78851   | -1.03851 |
| 4   | 7.24100  | 8.16213   | -0.92113 |
| 5   | 3.29900  | 5.76760   | -2.46860 |
| 6   | 12.77700 | 11.18992  | 1.58708  |
| 7   | 2.05700  | 6.41363   | -4.35663 |
| 8   | 10.04000 | 10.14389  | -0.10389 |
| 9   | 16.22000 | 15.06538  | 1.15462  |
| 10  | 12.88400 | 12.87759  | 0.00641  |
| 11  | 7.09100  | 8.82384   | -1.73284 |
| 12  | 12.71100 | 12.10748  | 0.60352  |
| 13  | 11.07200 | 10.78951  | 0.28249  |
| 14  | 19.01600 | 23.69042  | -4.67442 |
| 15  | 15.02000 | 15.87204  | -0.85204 |
| 16  | 9.76500  | 9.97983   | -0.21483 |
| 17  | 6.62800  | 6.27369   | 0.35431  |
| 18  | 8.85100  | 9.64710   | -0.79610 |
| 19  | 6.52900  | 8.34471   | -1.81571 |
| 20  | 16.89100 | 17.99535  | -1.10435 |
| 21  | 0.70600  | 5.37206   | -4.66606 |
| 22  | 12.61900 | 9.49512   | 3.12388  |
| 23  | 8.85100  | 8.03248   | 0.81852  |
| 24  | 16.28000 | 11.94991  | 4.33009  |
| 25  | 9.07700  | 7.49588   | 1.58112  |
| 26  | 21.23400 | 15.01448  | 6.21952  |
| 27  | 13.99200 | 10.46779  | 3.52421  |

----- END OF REPORT -----

---

**Map - das grindulu overlay kec**

**Regression Report**

Regression  
SUMMARY OF OUTPUT: SPATIAL ERROR MODEL - MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION

Data set : das grindulu overlay kec  
Spatial Weight : das grindulu overlay kec.gal  
Dependent Variable : DEBIT Number of Observations: 27  
Mean dependent var : 10.370296 Number of Variables : 4  
S.D. dependent var : 5.030733 Degrees of Freedom : 23  
Lag coeff. (Lambda) : 0.375862

R-squared : 0.758460 R-squared (BUSE) : -  
Sq. Correlation : - Log likelihood : -63.498015  
Sigma-square : 6.11297 Akaike info criterion : 134.996  
S.E of regression : 2.47244 Schwarz criterion : 140.179

| Variable | Coefficient   | Std.Error     | z-value   | Probability |
|----------|---------------|---------------|-----------|-------------|
| CONSTANT | 4.709143      | 1.27406       | 3.696169  | 0.0002189   |
| LUAS_HA  | 4.767757e-007 | 8.181438e-008 | 5.827529  | 0.0000000   |
| SLOPE    | 0.05883506    | 0.1888987     | 0.3114635 | 0.7554484   |
| PANJANG  | -0.0003754371 | 0.0002662813  | -1.409927 | 0.1585614   |
| LAMBDA   | 0.3758624     | 0.1741352     | 2.158452  | 0.0308926   |

---

**Map - das grindulu overlay kec**

**Regression Report**

REGRESSION DIAGNOSTICS  
DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY  
RANDOM COEFFICIENTS  
TEST

| TEST               | DF | VALUE    | PROB      |
|--------------------|----|----------|-----------|
| Breusch-Pagan test | 3  | 5.109351 | 0.1639628 |

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE  
SPATIAL ERROR DEPENDENCE FOR WEIGHT MATRIX : das grindulu overlay kec.gal  
TEST

| TEST                  | DF | VALUE    | PROB      |
|-----------------------|----|----------|-----------|
| Likelihood Ratio Test | 1  | 3.152997 | 0.0757877 |

COEFFICIENTS VARIANCE MATRIX

|          | CONSTANT  | LUAS_HA   | SLOPE     | PANJANG   | LAMBDA   |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| CONSTANT | 1.623230  | 0.000000  | -0.152985 | -0.000113 | 0.000000 |
| LUAS_HA  | 0.000000  | 0.000000  | -0.000000 | -0.000000 | 0.000000 |
| SLOPE    | -0.152985 | -0.000000 | 0.035683  | 0.000016  | 0.000000 |
| PANJANG  | -0.000113 | -0.000000 | 0.000016  | 0.000000  | 0.000000 |
| LAMBDA   | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  | 0.030323 |

| OBS | DEBIT    | PREDICTED | RESIDUAL | PRED ERROR |
|-----|----------|-----------|----------|------------|
| 1   | 5.26300  | 7.50262   | -2.50802 | -2.23962   |
| 2   | 8.13400  | 4.13028   | 4.19095  | 4.00372    |
| 3   | 5.75000  | 6.32073   | -0.31628 | -0.57073   |
| 4   | 7.24100  | 8.53170   | -0.83921 | -1.29070   |
| 5   | 3.29900  | 5.40939   | -1.84060 | -2.11039   |
| 6   | 12.77700 | 11.46102  | 1.16661  | 1.31598    |
| 7   | 2.05700  | 5.79786   | -3.79088 | -3.74086   |
| 8   | 10.04000 | 9.32412   | 0.30426  | 0.11588    |
| 9   | 16.22000 | 14.32250  | 2.31277  | 1.89750    |
| 10  | 12.88400 | 11.90486  | 1.06387  | 0.97914    |
| 11  | 7.09100  | 8.15286   | -1.36070 | -1.06186   |
| 12  | 12.71100 | 12.09998  | 0.56882  | 0.61102    |
| 13  | 11.07200 | 10.65248  | 0.18986  | 0.41952    |
| 14  | 19.01600 | 24.12606  | -4.90750 | -5.11006   |
| 15  | 15.02000 | 16.47352  | -0.70501 | -1.45352   |
| 16  | 9.76500  | 10.15543  | 0.07562  | -0.39043   |
| 17  | 6.62800  | 6.25232   | 1.35336  | 0.37568    |
| 18  | 8.85100  | 10.09097  | -1.05602 | -1.23997   |
| 19  | 6.52900  | 8.05018   | -1.51078 | -1.52118   |
| 20  | 16.89100 | 16.91865  | -0.36267 | -0.02765   |
| 21  | 0.70600  | 4.89404   | -5.43023 | -4.18804   |
| 22  | 12.61900 | 9.31410   | 2.91104  | 3.30490    |
| 23  | 8.85100  | 8.24381   | -0.38874 | 0.60719    |
| 24  | 16.28000 | 11.16786  | 3.44935  | 5.11214    |
| 25  | 9.07700  | 7.08243   | 0.50263  | 1.99457    |
| 26  | 21.23400 | 14.38070  | 5.49864  | 6.85330    |
| 27  | 13.99200 | 9.98704   | 1.42906  | 4.00496    |

### Lampiran 5 Hasil Contiguity dalam Format Notepad

```

0 27 sub das Grindulu_th02_database1 ID
1 3
2 3 7
2 3
1 3 4
3 6
1 2 4 5 8 12
4 4
2 3 5 6
5 2
3 9
6 2
4 9
7 4
1 8 11 13
8 5
3 7 12 13 17
9 7
3 4 5 6 10 12 14
10 2
9 15
11 3
7 13 19
12 6
3 8 9 14 17 18
13 6
7 8 11 17 19 20
14 5
9 12 15 16 18
15 3
10 14 16
16 2
14 15
17 5
8 12 13 18 20
18 4
12 14 17 20
19 5
11 13 20 21 25
20 7
13 17 18 19 21 22 24
21 5
19 20 22 25 26
22 4
22 24 26 27
23 4
21 23 24 26
24 3
20 22 23
25 4
19 21 26 27
26 5
21 22 23 25 27
27 3
23 25 26

```



