EKSENTRIK DIGRAF DARI GRAF SIKEL (C_n) DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT ($K_{m,n}$)

SKRIPSI

Oleh:
TITIN MULI'AH
NIM: 04510011

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG
2009

EKSENTRIK DIGRAF DARI GRAF SIKEL (C_n) DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT ($K_{m,n}$)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
TITIN MULI'AH
NIM: 04510011

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG
2009

EKSENTRIK DIGRAF DARI GRAF SIKEL (C_n)
DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT ($K_{m,n}$)

SKRIPSI

Oleh:
TITIN MULI'AH
NIM: 04510011

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 16 Januari 2009

Pembimbing I | **Pembimbing II**

Evawati Alisah, M.Pd
NIP. 150 291 271

Ahmad Barizi, M.A
NIP. 150 283 991

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

EKSENTRIK DIGRAF DARI GRAF SIKEL (C_n)
DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT ($K_{m,n}$)

SKRIPSI

Oleh:
TITIN MULI'AH
NIM: 04510011

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 20 Januari 2009

Susunan Dewan Penguji:			Tanda Tangan
1. Penguji Utama	:	Drs. H. Turmudi, M. Si NIP. 150 209 630	( )
2. Ketua Penguji	:	Abdussakir, M. Pd NIP. 150 327 247	( )
3. Sekretaris Penguji	:	Evawati Alisah, M. Pd NIP. 150 291 271	( )
4. Anggota Penguji	:	Ahmad Barizi, M. A NIP. 150 283 991	( )

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 32

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : TITIN MULI'AH

NIM : 04510011

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 Januari 2008

Yang membuat pernyataan

Titin Muli'ah

NIM. 04510011

MOTTO

Setiap perbuatan bergantung dari niatnya dan sesungguhnya
seseorang akan mendapatkan sesuatu
berdasarkan apa yang ia niatkan.
(al-Hadits)

A journey of a thousand miles begins with a single step
(Lao Tse)

بسم الله الرحمن الرحيم

Penulis persembahkan

Karya ini untuk orang-orang yang sangat berarti:

Kedua orangtua tercinta yang tanpa lelah memberikan dorongan moral, spiritual, finansial dan tak henti-hentinya mencurahkan kasih sayangnya.

Kakak dan adik tersayang:

Mas Anas & Mbak Iefa, Mbak Anik & Mas Haqul,

Anwar & Tomy

Teruslah berjuang tuk berbakti dan banggakan kedua orangtua.

KATA PENGANTAR

Syukur alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah Swt yang telah memberikan curahan rahmat, taufiq dan hidayahNya sehingga skripsi yang berjudul *"Eksentrik Digraf dari Graf Sikel (C_n) dan Graf Bipartisi Komplit ($K_{m,n}$)"* ini dapat terselesaikan. Sholawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada junjungan nabi besar Muhammad Saw yang telah membawa kita dari jalan yang gelap menuju jalan yang terang benderang.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak akan mendapatkan suatu hasil yang baik tanpa adanya bimbingan, bantuan, saran serta doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis menyampaikan ungkapan terima kasih kepada

1. Prof. H. Imam Suprayogo, M.Si selaku Rektor Universitas Islam Negeri Malang.
2. Prof. Dr. Sutiman Bambang Sumitro, SU., DSc. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang.
3. Sri Harini, M. Si selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd selaku Dosen Pembimbing I, yang senantiasa dengan sabar memberikan bimbingan.
5. Ahmad Barizi, M.A selaku Dosen Pembimbing II, terima kasih atas bimbingan yang telah diberikan.

6. Abdussakir, M. Pd yang telah memberikan inspirasi dalam penyelesaian skripsi ini.
7. Segenap dosen Matematika yang telah berjasa memberikan ilmunya, membimbing dan memberikan motivasi dalam penyelesaian skripsi ini.
8. Kedua orangtua dan semua keluarga yang selalu mendoakan dan mendukung setiap langkah penulis.
9. Teman-teman matematika angkatan 2004, terima kasih atas dukungan, motivasi, dan kebersamaannya selama ini.
10. Teman-teman kos "Gitar Tua" Joyosuko, terima kasih atas keceriaan yang diberikan selama kebersamaan kita.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah banyak membantu dalam penyelesaian skripsi ini.

Kiranya skripsi ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang sifatnya membangun. Akhirnya, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi pembaca pada umumnya.

Malang, Januari 2009

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Muli'ah, Titin. 2009. **Eksentrik Digraf dari Graf Sikel (C_n) dan Graf Bipartisi Komplit ($K_{m,n}$)**. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang.
Pembimbing: Evawati Alisah, M.Pd
Ahmad Barizi, M.A

Kata Kunci: Graf Sikel, Graf Bipartisi Komplit, Jarak, Eksentrisitas, Titik Eksentrik, Eksentrik Digraf.

Salah satu permasalahan dalam topik graf adalah menentukan eksentrik digraf dari suatu graf. Eksentrisitas titik v di graf G dinotasikan $e(v)$ adalah jarak terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari v ke setiap titik di G. Titik v adalah titik eksentrik dari u jika jarak dari u ke v sama dengan eksentrisitas dari u atau $d(u,v)=e(u)$. Eksentrik digraf dari graf $ED(G)$ didefinisikan sebagai graf yang mempunyai himpunan titik yang sama dengan himpunan titik di G atau $V(ED(G))=V(G)$, dimana *arc* (sisi berarah) menghubungkan titik u ke v jika v adalah titik eksentrik dari u.

Dalam Islam, hubungan antar sesama mukmin dapat direpresentasikan dengan menggunakan graf. Titik dalam graf dianalogikan sebagai seorang "mukmin", sedangkan sisi dianalogikan sebagai "keimanan". Karena titik dalam graf tersebut terhubung, maka hal ini berarti terdapat suatu keterkaitan antara satu mukmin dengan mukmin yang lainnya, dan keterkaitan itu disebabkan oleh adanya keimanan yang menghubungkan antar mukmin.

Masalah yang dibahas dalam penelitian ini adalah menentukan bentuk umum eksentrik digraf dari graf sikel dan graf bipartisi komplit. Langkah yang dilakukan adalah dengan menentukan eksentrik digraf dari beberapa graf sikel dan graf bipartisi komplit kemudian dicari pola tertentu. Konjektur yang dihasilkan kemudian dibuktikan dengan terlebih dahulu merumuskan konjekturnya sebagai suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti-bukti.

Berdasarkan hasil pembahasan dapat diperoleh bahwa bentuk umum eksentrik digraf dari graf sikel dengan n titik (C_n) $ED(C_n)$ adalah digraf sikel n titik dengan sisi berarah bolak-balik untuk n ganjil dan digraf komplit 2 titik dengan sisi berarah bolak-balik sebanyak $\frac{1}{2}n$ untuk n genap atau dapat dituliskan dengan:

$$ED(C_n) = \begin{cases} \overset{\leftrightarrow}{C}_n & , untuk\ n\ ganjil \\ \frac{1}{2}n\,\overset{\leftrightarrow}{K}_2, & untuk\ n\ genap \end{cases}$$

Sedangkan bentuk umum eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit dengan m dan n titik ($K_{m,n}$) dan $m,n \geq 2$ adalah gabungan dari digraf komplit dengan m titik, sisi berarah bolak-balik dan digraf komplit dengan n titik, sisi berarah bolak-balik, atau dapat dituliskan dengan:

$$ED(K_{m,n}) = \overset{\leftrightarrow}{K}_m \cup \overset{\leftrightarrow}{K}_n \text{ dengan } m,n \geq 2$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada awalnya matematika merupakan alat berpikir yang sederhana dari kelompok orang biasa untuk menghitung dan mengukur barang-barang miliknya, kemudian ilmu matematika mengalami perkembangan hingga menjadi alat pikiran yang ampuh dari para ilmuwan untuk memecahkan persoalan-persoalan yang rumit dalam suatu bidang ilmu. Penggunaan matematika sebagai bahasa dari ilmu dengan menetapkan berbagai lambang untuk mewakili sesuatu sasaran yang diolahnya menjadikan pemikiran ilmiah dalam suatu bidang ilmu dapat dilakukan secara lebih jelas, lebih leluasa, dan lebih ringkas. Hasil-hasil pemikiran ilmiah yang diungkapkan dalam bahasa matematika lebih cermat dan tepat. Hal inilah yang mengakibatkan ilmu matematika dengan berbagai cabangnya memiliki banyak terapan yang luas hingga saat ini.

Salah satu cabang dari ilmu matematika adalah *teori graf*. Teori graf merupakan pokok bahasan yang mendapat banyak perhatian karena model-modelnya sangat berguna untuk aplikasi yang luas, di antaranya diterapkan dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, dan lain sebagainya. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan obyek sebagai titik sedangkan hubungan antara obyek dinyatakan dengan garis.

Dalam Islam, hubungan antar sesama mukmin dapat direpresentasikan dengan menggunakan graf, dimana terdapat titik yang terhubung dengan titik lainnya melalui suatu garis yang disebut sisi. Titik dalam graf dapat dianalogikan sebagai seorang ”mukmin”, sedangkan garis/sisi yang menghubungkan titik-titik tersebut dianalogikan sebagai ”keimanan”. Karena titik dalam graf tersebut terhubung dengan titik yang lain melalui suatu garis, maka hal ini berarti terdapat suatu keterkaitan antara satu mukmin dengan mukmin yang lainnya, dan keterkaitan itu disebabkan oleh adanya keimanan yang menghubungkan antar mukmin. Dalam surat Al-Hujurat ayat 10 Allah berfirman:

إِنَّمَا ٱلۡمُؤۡمِنُونَ إِخۡوَةٞ فَأَصۡلِحُواْ بَيۡنَ أَخَوَيۡكُمۡۚ وَٱتَّقُواْ ٱللَّهَ لَعَلَّكُمۡ تُرۡحَمُونَ ١٠

Artinya: ”Orang-orang beriman itu Sesungguhnya bersaudara. sebab itu damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat.” (Q.S. Al-Hujurat: 10).

Ayat di atas menjelaskan bahwa kita harus menciptakan perdamaian antar kelompok orang beriman karena sesungguhnya orang-orang mukmin yang mantap imannya serta dihimpun oleh keimanan meskipun tidak seketurunan adalah bagaikan bersaudara seketurunan.

Kata *innama* digunakan untuk membatasi sesuatu. Disini kaum beriman dibatasi hakikat hubungan mereka dengan persaudaraan. Penggunaan kata *innama* dalam konteks penjelasan tentang persaudaraan antara sesama mukmin ini, mengisyaratkan bahwa sebenarnya semua pihak telah mengetahui secara pasti bahwa kaum beriman bersaudara, sehingga semestinya tidak terjadi dari pihak manapun hal-hal yang mengganggu persaudaraan itu (Shihab, 2002: 247).

Kata *ikhwah* adalah bentuk jamak dari kata *akh,* yang dalam kamus bahasa sering kali diterjemahkan *saudara* atau *sahabat*. Kata ini pada mulanya berarti *yang sama*. Persamaan dalam garis keturunan mengakibatkan persaudaraan, demikian juga persamaan dalam sifat atau bentuk apapun, persamaan dalam kebangsaan mengakibatkan persaudaraan (Shihab, 2002: 247). Dalam surat Al-Hujurat ayat 10 ini, dijelaskan bahwa persaudaraan yang terjalin antar sesama mukmin dikarenakan adanya *persamaan agama*. Meskipun tidak seketurunan, berbeda suku bangsa, tetapi karena persamaan agama mereka bagaikan bersaudara seketurunan, karena dihubungkan oleh keimanan mereka.

Salah satu permasalahan dalam topik graf adalah menentukan eksentrik digraf dari suatu graf. *Eksentrik digraf* diperkenalkan pertama kalinya oleh Fred Buckley pada tahun 90-an. Eksentrik digraf dari graf $ED(G)$ didefinisikan sebagai graf yang mempunyai himpunan titik yang sama dengan himpunan titik di G atau $V(ED(G))=V(G)$, dimana arc (sisi berarah) menghubungkan titik u ke v jika v adalah titik eksentrik dari u, yaitu jika jarak dari v ke u sama dengan jarak terjauh dari u ke setiap titik di G (eksentrisitas dari u).

Digraf didefinisikan sebagai graf yang berarah. Dalam Islam, misalkan hubungan antara muslim digambarkan dengan sebuah digraf sebagai berikut:

Gambar 1.1. Representasi digraf

dimana titik m_1 dimaksudkan sebagai seorang muslim, dan titik m_2 adalah muslim yang lain. Dari gambar digraf tersebut titik m_1 dihubungkan dengan m_2 , dan arah m_1 menuju m_2, sebaliknya arah m_2 menuju m_1. Misalkan arah dalam digraf diartikan "*mencintai*" maka berdasarkan gambar digraf dapat dibaca bahwa m_1

yang dalam hal ini adalah seorang muslim mencintai m_2 (muslim yang lain). Demikian juga sebaliknya, karena m_2 juga mempunyai arah ke m_1, berarti m_2 juga mencintai m_1. Sehingga dapat dikatakan bahwa antara muslim yang satu dengan yang lainnya harus saling mencintai. Sebagaimana yang disebutkan dalam hadist:

لا يُؤْ مِنُ اَ حَدُ كُمْ حَتَّى يُحِبُّ ِلاَ خِيْهِ مَا يُحِبُّ لِنَفْسِهِ. رواه البخارى.

Artinya: "Tidaklah beriman seseorang di antara kamu, hingga ia mencintai untuk saudaranya apa yang ia cintai untuk dirinya sendiri" (Al Bukhary 2: 7; Muslim 1: 17).

Nabi menandaskan bahwa tidaklah dipandang seseorang telah beriman/telah sempurna imannya, sebelum ia mencintai segala kebajikan untuk saudaranya yang muslim dan yang muslimat seperti dia mencintai untuk dirinya. Dikehendaki dengan "apa yang dicintai untuk dirinya" ialah "kebajikan yang dicintai untuk dirinya". Sebagaimana yang ditegaskan oleh riwayat An-Nasa-y. Di dalam riwayat itu dikatakan " *hatta yuhibba li-akhihi minal khairi*": hingga dia mencintai kebijakan untuk saudaranya itu (AshShiddieqy, 2002: 113-114).

Di antara beberapa jenis graf, terdapat graf yang menarik untuk dicari eksentrik digrafnya karena memiliki bentuk yang beraturan sehingga dapat ditentukan bentuk umumnya. Graf tersebut adalah graf sikel dan graf bipartisi komplit. Graf sikel C_n adalah graf terhubung n titik yang setiap titiknya berderajat 2. Sedangkan graf bipartisi komplit adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi 2 himpunan tak kosong X dan Y sehingga tiap titik di X dihubungkan dengan tiap titik di Y oleh tepat satu sisi . Jika $|X| = m$ dan $|Y| = n$, maka graf bipartisi tersebut dinyatakan dengan $K_{m,n}$ (Purwanto, 1998: 22).

Dari graf sikel C_n dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$ dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya sehingga dapat digambarkan eksentrik digrafnya. Dengan menentukan eksentrik digraf dari beberapa graf sikel dan graf bipartisi komplit dapat ditentukan bentuk umum eksentrik digraf dari kedua graf tersebut. Maka berdasarkan uraian tersebut, penulis mengambil judul " **Eksentrik Digraf dari Graf Sikel (C_n) dan Graf Bipartisi Komplit ($K_{m,n}$)**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, masalah pokok yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana bentuk umum eksentrik digraf dari graf sikel dengan *n* titik (C_n)?
2. Bagaimana bentuk umum eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit dengan *m* dan *n* titik ($K_{m,n}$)?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, dapat dikemukakan tujuan penulisan skripsi ini, yaitu untuk:

1. Menentukan bentuk umum eksentrik digraf dari graf sikel dengan *n* titik (C_n).
2. Menentukan bentuk umum eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit dengan *m* dan *n* titik ($K_{m,n}$).

1.4 Batasan Masalah

Graf bipartisi komplit $K_{1,n}$ atau $K_{n,1}$ disebut dengan graf star, agar pembahasan skripsi ini tidak meluas, maka graf yang akan dicari eksentrik digrafnya adalah graf bipartisi komplit yang tidak termasuk ke dalam graf star sehingga dibatasi untuk nilai m dan n adalah $m, n \geq 2$.

1.5 Manfaat Penelitian

Penulisan skripsi ini diharapkan dapat memberikan manfaat, yaitu :

1) Bagi Penulis

   Memperluas pengetahuan tentang pengembangan keilmuan khususnya dalam bidang ilmu matematika mengenai perkembangan dari teori graf, yaitu tentang eksentrik digraf.

2) Bagi Pembaca

   Bagi pembaca, skripsi ini dapat dijadikan sebagai rujukan dalam melakukan kajian teori graf atau penelitian selanjutnya dan dapat dijadikan motivasi agar dapat mempelajari dan mengembangkan ilmu matematika, khususnya teori graf.

3) Bagi Lembaga

   Bagi lembaga, penulisan skripsi ini dapat bermanfaat sebagai tambahan perbendaharaan karya tulis ilmiah.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam skripsi ini adalah metode penelitian pustaka *(Library research)*, yaitu dengan mengumpulkan data dan informasi dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, atau makalah-makalah. Penelitian dilakukan dengan melakukan kajian terhadap buku-buku teori graf dan jurnal-jurnal atau makalah-makalah yang memuat topik tentang eksentrik digraf. Langkah selanjutnya adalah menentukan eksentrik digraf dari beberapa contoh graf sikel C_n dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$, langkah-langkahnya adalah:

a. Gambar beberapa contoh graf sikel C_n dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$.

b. Tentukan jarak setiap titik ke titik-titik yang lain dalam graf tersebut.

c. Tentukan eksentrisitas dan titik eksentrik setiap titik.

d. Dari eksentrisitas dan titik eksentrik yang diperoleh kemudian digambar eksentrik digraf dari graf sikel C_n dan graf bipartisi komplit $K_{m,n}$.

Melalui beberapa contoh eksentrik digraf dari graf sikel dan graf bipartisi komplit tersebut, kemudian dicari pola tertentu. Pola yang didapatkan masih dapat dianggap sebagai dugaan (konjektur). Konjektur yang dihasilkan kemudian dibuktikan dengan terlebih dahulu merumuskan konjekturnya sebagai suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti-bukti.

1.7 Sistematika Pembahasan

Untuk mempermudah dalam memahami skripsi ini secara keseluruhan maka penulis menggunakan sistematika pembahasan yang terdiri dari 4 bab dan masing-masing akan dijelaskan sebagai berikut :

BAB I. PENDAHULUAN

Pada bab ini akan diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika pembahasan.

BAB II. KAJIAN PUSTAKA

Dalam bab dua ini akan dikemukakan tentang teori-teori yang sesuai dengan masalah yang dibahas, di antaranya adalah definisi graf, graf terhubung, operasi pada graf, graf sikel, graf bipartisi komplit, digraf, digraf terhubung, dan eksentrik digraf.

BAB III. PEMBAHASAN

Dalam bab ini akan digambarkan beberapa graf sikel dan graf bipartisi komplit yang dicari eksentrisitas dan titik eksentriknya. Selanjutnya digambarkan eksentrik digraf dari masing-masing graf dan melalui beberapa contoh tersebut, kemudian dicari pola tertentu. Pola yang didapatkan dibuktikan dengan terlebih dahulu merumuskan konjekturnya sebagai suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti-bukti sehingga diperoleh bentuk umum eksentrik digraf dari graf sikel dan graf bipartisi komplit.

BAB IV. PENUTUP

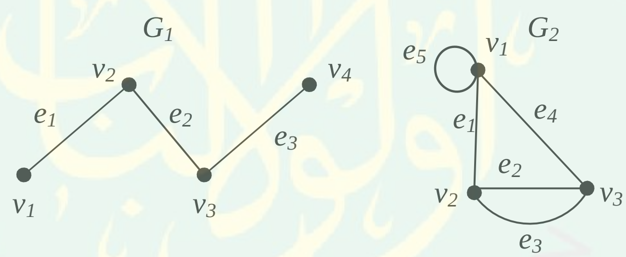
Pada bab penutup akan dikemukakan kesimpulan akhir yang merupakan jawaban dari rumusan masalah dan diberikan beberapa saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Definisi Graf

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan ($V(G)$, $E(G)$) dimana $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dan berhingga dari unsur-unsur yang disebut *titik (vertex)* dan $E(G)$ adalah himpunan dari pasangan tak terurut (u,v) dari titik-titik u dan v yang *berbeda* di $V(G)$ yang disebut *sisi (edge)*. Selanjutnya sisi e = (u,v) pada graf G ditulis $e = uv$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 4). Sebagai contoh: Misal $V(G_1) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $E(G_1) = \{v_1v_2, v_2v_3, v_3v_4\}$. Maka G_1 dapat digambarkan dalam gambar 2.1 berikut:



Gambar 2.1. Graf dan Multigraf

Sisi yang menghubungkan dua titik yang sama disebut *loop*. Jika terdapat lebih dari satu sisi yang menghubungkan dua titik, maka sisi tersebut dinamakan *sisi ganda* (*multiple edge*). Suatu graf yang mengandung loop atau sisi ganda dinamakan *multigraf*. Pada Gambar 2.1 di atas graf G_2 adalah contoh multigraf karena mengandung loop, yaitu sisi e_5 dan mengandung sisi ganda yaitu sisi e_2 dan e_3.

Banyaknya unsur di V disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di E disebut ukuran dari G, dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G tersebut cukup ditulis p dan q (Chartrand dan Lesniak, 1986: 4). Dari Gambar 2.1, order dari G_1 adalah 4, atau dapat ditulis: $p(G_1) = 4$, sedangkan ukuran dari G_1 adalah 3, atau dapat ditulis: $q(G_1) = 3$.

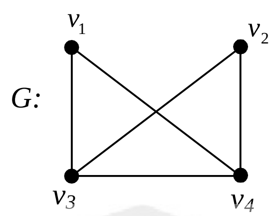
Sebuah sisi $e = uv$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = uv$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut *terhubung langsung (adjacent)*, v dan e serta u dan e disebut *terkait langsung (incident)*, titik u dan v disebut ujung dari e (Chartrand dan Lesniak,1986: 4).

Pada Gambar 2.1, titik yang terhubung langsung di graf G_1 adalah titik v_1 dan v_2, titik v_2 dan v_3, titik v_3 dan v_4. Maka dapat dikatakan bahwa titik v_1 *adjacent* dengan titik v_2 , titik v_2 *adjacent* dengan v_3 ,dan titik v_3 *adjacent* dengan v_4. Titik v_1 dan v_4 tidak terhubung langsung karena tidak terdapat sisi diantara kedua titik tersebut. Dan titik yang terkait langsung *(incident)* adalah sebagai berikut:

1. Pada sisi e_1 yang terkait langsung v_1 dan v_2
2. Pada sisi e_2 yang terkait langsung v_2 dan v_3
3. Pada sisi e_3 yang terkait langsung v_3 dan v_4

Derajat titik v pada graf G adalah banyaknya sisi dari graf G yang terkait langsung dengan v. Derajat titik v pada graf G dinotasikan dengan $deg_G\ v$ atau dapat juga dinotasikan dengan $deg\ v$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 7).

Perhatikan contoh berikut,



$\deg v_1 = 2$

$\deg v_2 = 2$

$\deg v_3 = 3$

$\deg v_4 = 3$

Gambar 2.2. Derajat Suatu Titik pada Graf *G*

Pada contoh di atas, *deg* $v_1 = 2$, karena banyaknya sisi dari graf *G* yang terkait langsung dengan v_1 adalah 2, yaitu sisi v_1v_3 dan v_1v_4, *deg* $v_2 = 2$, karena banyaknya sisi dari graf *G* yang terkait langsung dengan v_2 adalah 2, yaitu sisi v_2v_3 dan v_2v_4, *deg* $v_3 = 3$, karena banyaknya sisi dari graf *G* yang terkait langsung dengan v_3 adalah 3, yaitu sisi v_3v_1, v_3v_2, dan v_3v_4, *deg* $v_4 = 3$, karena banyaknya sisi dari graf *G* yang terkait langsung dengan v_4 adalah 3, yaitu sisi v_4v_1, v_4v_2, dan v_4v_3.

Suatu graf *G* dikatakan *beraturan-r* jika masing-masing titik *v* di *G* berderajat-r, atau *deg v = r* (Chartrand dan Lesniak, 1986: 9).

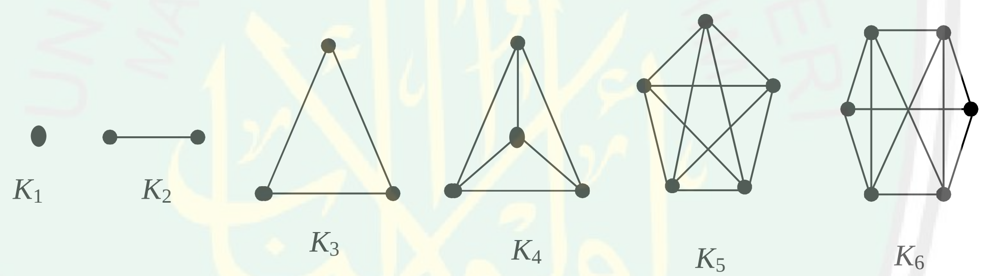
Perhatikan contoh berikut,

Gambar 2.3. G_0 Graf Beraturan-0 dan G_1 Graf Beraturan-1

Dari contoh di atas, G_0 merupakan graf beraturan-0 karena masing-masing titik di G_0 berderajat-0. Sedangkan graf G_1 merupakan graf beraturan-1 karena masing-masing titik di G_1 berderajat 1.

Graf komplit (Complete Graph) adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung. Graf komplit dengan *n* titik dinotasikan sebagai K_n (Wilson dan Watkins, 1990: 36). Menurut Purwanto (1998) graf komplit (C*omplete Graph*) adalah graf dengan setiap pasang titik yang berbeda dihubungkan oleh satu sisi.

Berikut adalah beberapa contoh graf komplit:



Gambar 2.4. Graf Komplit

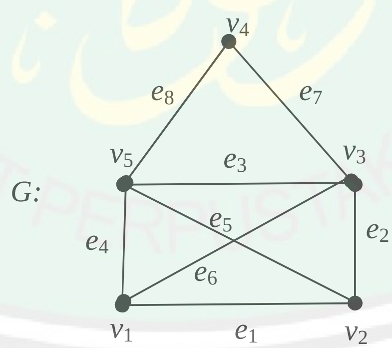
Gambar 2.4 di atas merupakan contoh graf komplit dengan jumlah titik sebanyak 1 sampai 6, setiap dua titik yang berbeda dalam masing-masing graf di atas dihubungkan oleh satu sisi, dengan demikian graf-graf tersebut merupakan graf komplit.

2.2. Graf Terhubung

Sebuah jalan pada graf *G* dinotasikan *W* adalah barisan hingga $W: u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, e_3, v_3, ..., e_n, v_n = v$ yang diawali dan diakhiri dengan titik dimana unsur-unsurnya saling bergantian antara titik dan sisi, dengan $e_1 = v_{i-1}v_i$ adalah sisi di G untuk i = 1, 2, 3, ..., n. v_0 disebut titik awal dan v_n disebut titik akhir dan v_1, v_2, v_3,..., v_{n-1} disebut *titik internal*. Jalan yang tidak mempunyai sisi disebut *jalan trivial*. Adapun n menyatakan panjang dari W (Chartrand dan Lesniak, 1986: 26). Jika $v_0 = v_n$, maka W disebut *jalan tertutup*. Sedangkan jika $v_0 \neq v_n$ maka W disebut *jalan terbuka*. Jika semua sisi di W berbeda, maka W disebut *trail* (Chartrand dan Lesniak, 1986: 26).

Jalan terbuka yang semua sisi dan titiknya berbeda disebut *lintasan*. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa setiap lintasan pasti trail, tetapi tidak semua trail merupakan lintasan (Wilson dan Watkins, 1990: 35).

Trail tertutup dan taktrivial pada graf G disebut *sirkuit* di G. Sirkuit yang semua titik internalnya berbeda kecuali $v_1 = v_n$ disebut *sikel*. Sikel dengan panjang n disebut *sikel-n* (C_n). Sikel-n disebut genap atau ganjil bergantung pada n genap atau ganjil. Panjang sikel pada sebuah graf paling kecil adalah 3 (Chartrand dan Lesniak, 1986: 28). Perhatikan graf G berikut,



Gambar 2.5. Graf untuk Mengilustrasikan Jalan,Trail, Lintasan, Sirkuit dan Sikel

Pada graf di atas dapat diambil contoh jalan, trail, lintasan, sirkuit dan sikel, yaitu:

Jalan: $v_1, e_1, v_2, e_5, v_5, e_4, v_1, e_6, v_3, e_7, v_4, e_8, v_5, e_5, v_2$.

Jalan tertutup: $v_1, e_1, v_2, e_5, v_5, e_4, v_1, e_6, v_3, e_7, v_4, e_8, v_5, e_5, v_2, e_1, v_1$.

Trail: $v_1, e_1, v_2, e_5, v_5, e_3, v_3, e_2, v_2$.

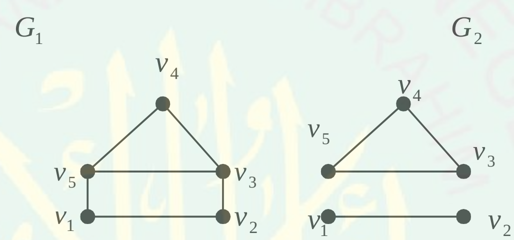
Lintasan: $v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_7, v_4, e_8, v_5$

Sirkuit: $v_1, e_1, v_2, e_5, v_5, e_3, v_3, e_7, v_4, e_8, v_5$.

Sikel: $v_1, e_1, v_2, e_5, v_5, e_3, v_3, e_7, v_4, e_8, v_5, e_4, v_1$.

Misalkan u dan v titik berbeda pada graf G. Maka titik u dan v dapat dikatakan *terhubung (connected)*, jika terdapat lintasan u-v di G. Sedangkan suatu graf G dapat dikatakan terhubung, jika untuk setiap titik u dan v di G terhubung.

Contoh:



Gambar 2.6. Graf Terhubung dan Tak Terhubung

Dari gambar graf di atas, G_1 adalah graf terhubung karena setiap titiknya terhubung, yaitu terdapat lintasan dari setiap titik ke tiap titik yang lain, sedangkan G_2 adalah graf tak terhubung karena terdapat titik yang tak terhubung dengan titik yang lain, yaitu titik v_1 dan v_2 tidak terhubung dengan v_3, v_4, dan v_5.

Dalam Islam, graf terhubung dapat direpresentasikan untuk menggambarkan hubungan orang-orang mukmin yang diibaratkan seperti sebuah bangunan dimana terdapat bagian/unsur-unsur yang membentuknya, yaitu pondasi, tembok, dan atap. Pondasi, tembok, dan atap merupakan bagian-bagian dari sebuah bangunan yang saling menguatkan satu dengan yang lainnya. Apabila dalam sebuah bangunan tidak memiliki pondasi, tembok, dan atap yang kuat, maka bangunan tersebut tidak dapat menjadi sebuah bangunan yang kokoh.

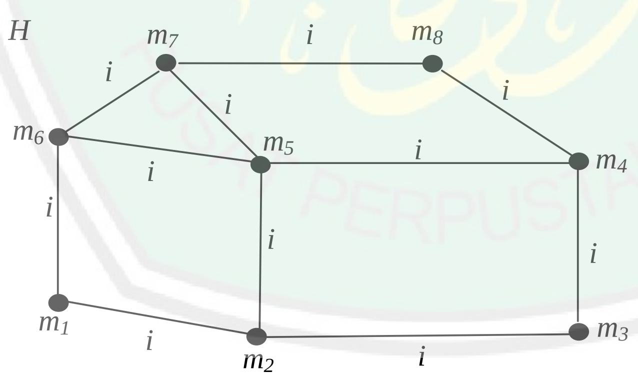
Dalam sebuah hadis disebutkan:

عَنْ أَبِي مُوْسَ رَضِيَ اللهُ عَنِ النَّبِي صعلم قال: اَلْمُؤْمِنُ لِلْمُؤْمِنِ كَاالْبُنْيَانِ يَشُدُّ بَعْضُهُ بَعْضًا. رواه البخا رى.

Artinya: Diriwayatkan dari Abu Musa, Nabi bersabda "Seorang mukmin terhadap orang mukmin yang lainnya adalah seperti bangunan yang sebagian dengan sebagian lainnya saling menguatkan." (H.R Al-Bukhari).(Tafsir Ibnu Katsir).

Dari hadis di atas jelas bahwa terdapat keterikatan antara seorang mukmin dengan mukmin yang lainnya dengan diibaratkannya persatuan tersebut seperti sebuah bangunan. Tidak akan menjadi sebuah bangunan apabila ada bagian dari bangunan tersebut yang terpisah.

Misalkan graf H adalah gambaran hubungan antar mukmin yang berbentuk seperti sebuah rumah yang digambarkan sebagai berikut:



Keterangan Gambar:

$m_1, m_2, \ldots, m_8$ = mukmin

i = iman

$m_1m_2m_3$ = pondasi

$m_1m_2m_3m_4m_5m_6$ = tembok

$m_4m_5m_6m_7m_8$ = atap

Gambar 2.7. Gambaran Hubungan Antar Mukmin

Berdasarkan gambar, terlihat bahwa pondasi terbentuk dari keterikatan antara *mukmin* 1,2, dan 3, keterikatan mereka dikarenakan adanya garis *i*, yang dalam hal ini adalah *iman*. Demikian juga dengan tembok, yang terbentuk dari *mukmin* 1,2,3,4,5 dan 6, keterikatan mereka juga dikarenakan oleh *i* (*iman*). Atap terbentuk dari *mukmin* 4,5,6,7, dan 8, inipun juga dihubungkan oleh *iman*. Demikianlah gambaran hubungan antar mukmin satu dengan yang lainnya saling menguatkan satu sama lain karena dihubungkan oleh keimanan dalam diri mereka masing-masing. Seperti yang difirmankan Allah dalam surat Al-Hujurat ayat 10:

إِنَّمَا ٱلْمُؤْمِنُونَ إِخْوَةٌ فَأَصْلِحُوا۟ بَيْنَ أَخَوَيْكُمْ ۚ وَٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ لَعَلَّكُمْ تُرْحَمُونَ ﴿١٠﴾

Artinya: "Orang-orang beriman itu Sesungguhnya bersaudara. sebab itu damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat." (Q.S. Al-Hujurat: 10).

Ayat di atas menjelaskan bahwa kita harus menciptakan perdamaian antar kelompok orang beriman karena sesungguhnya orang-orang mukmin yang mantap imannya serta dihimpun oleh keimanan meskipun tidak seketurunan, berbeda suku bangsa, tetapi karena persamaan agama yang dihubungkan oleh keimanan mereka, mereka bagaikan bersaudara seketurunan.

Untuk suatu graf terhubung *G*, maka *jarak* (*distance*) $d(u,v)$ antara dua titik *u* dan *v* di *G* adalah panjang lintasan terpendek yang menghubungkan *u* dan *v* di *G*. Jika tidak ada lintasan dari titik *u* ke *v*, maka kita definisikan jarak $d(u,v) = \infty$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 29). Pada Gambar 2.6, jarak setiap titik ke titik yang lain pada graf G_1 adalah:

$d(v_1,v_2) = 1$, $d(v_1,v_3) = 2$, $d(v_1,v_4) = 2$, $d(v_1,v_5) = 1$

$d(v_2,v_1) = 1$, $d(v_2,v_3) = 1$, $d(v_2,v_4) = 2$, $d(v_2,v_5) = 2$

$d(v_3, v_1) = 2$, $d(v_3, v_2) = 1$, $d(v_3, v_4) = 1$, $d(v_3, v_5) = 1$

$d(v_4, v_1) = 2$, $d(v_4, v_2) = 2$, $d(v_4, v_3) = 1$, $d(v_4, v_5) = 1$

$d(v_5, v_1) = 1$, $d(v_5, v_2) = 2$, $d(v_5, v_3) = 1$, $d(v_5, v_4) = 1$

Eksentrisitas (*eccentricity*) $e(v)$ dari suatu titik v pada graf terhubung G adalah jarak terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari titik v ke setiap titik di G dapat dituliskan $e(v) = max\{d(u,v): u \in V(G)$. Titik v dikatakan *titik eksentrik* dari u jika jarak dari u ke v sama dengan eksentrisitas dari u atau $d(u,v)=e(u)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:29).

Pada Gambar 2.6, setelah ditentukan jarak setiap titik ke titik yang lain, dapat dilihat bahwa:

a. $e(v_1) = 2$ karena jarak terjauh titik v_1 ke titik-titik yang lain adalah 2, dan titik eksentriknya adalah v_3 dan v_4 karena $d(v_1,v_3)=d(v_1,v_4)=e(v_1)=2$.
b. $e(v_2) = 2$ karena jarak terjauh titik v_2 ke titik-titik yang lain adalah 2, dan titik eksentriknya adalah v_4 dan v_5 karena $d(v_2,v_4)=d(v_2,v_5)=e(v_1)=2$.
c. $e(v_3) = 2$ karena jarak terjauh titik v_3 ke titik-titik yang lain adalah 2, dan titik eksentriknya adalah v_1 karena $d(v_3,v_1)=e(v_3)=2$.
d. $e(v_4) = 2$ karena jarak terjauh titik v_4 ke titik-titik yang lain adalah 2, dan titik eksentriknya adalah v_1 dan v_2 karena $d(v_4,v_1)=d(v_4,v_2)=2$.
e. $e(v_5) = 2$ karena jarak terjauh titik v_5 ke titik-titik yang lain adalah 2, dan titik eksentriknya adalah v_2 karena $d(v_5,v_2)=e(v_5)=2$.

Radius dari G adalah eksentrisitas minimum pada setiap titik di G, dapat dituliskan $rad\ G = min\{e(v), v \in V\}$. Sedangkan *diameter* dari G, dinotasikan *diam*

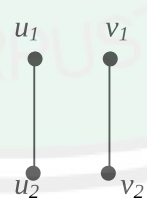
G adalah eksentrisitas maksimum pada setiap titik di G, dapat dituliskan *diam* G= $max\{e(v),\ v \in V\}$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:29). Dari Gambar 2.6 di atas, karena eksentrisitas minimum pada setiap titik di G_1 adalah 2, maka *rad* G_1 = 2 dan karena eksentrisitas maksimum pada setiap titik di G_1 adalah 2, maka *diam* G_1 = 2.

Suatu titik v dikatakan titik sentral jika $e(v)=rad\ G$ dan $Z(G)$ adalah himpunan titik sentral di G (Chartrand dan Lesniak, 1986:29). Titik sentral pada graf G_1 pada Gambar 2.6 adalah titik v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 karena titik tersebut mempunyai eksentrisitas yang sama dengan radiusnya= 2.

2.3. Operasi pada Graf

Gabungan dua graf G_1 dan G_2 yang dinotasikan dengan $G = G_1 \cup G_2$ mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan sisi $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Jika graf G memuat sebanyak $n \geq 2$ graf H, maka dinotasikan dengan $G = nH$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 11).

Contoh:



Gambar 2.8. Gabungan Graf

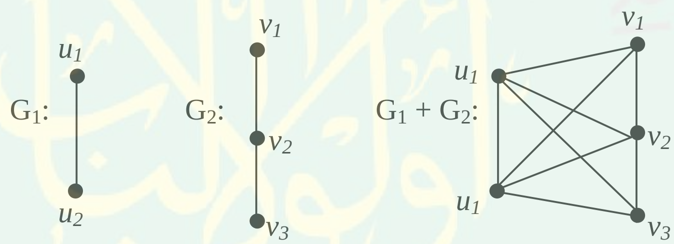
Gambar di atas merupakan contoh gabungan graf G_1 dan G_2. $V(G_1)$ = $\{u_1,u_2\}$, $V(G_2)$ = $\{v_1,v_2\}$, $E(G)$= $\{u_1u_2\}$ dan $E(G)$= $\{v_1v_2\}$. Jika $G = G_1 \cup G_2$, maka $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ =$\{u_1,u_2\} \cup \{v_1,v_2\}$=$\{u_1,u_2,v_1,v_2\}$

dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$ =$\{u_1u_2\} \cup \{v_1v_2\}$=$\{u_1u_2, v_1v_2\}$

Karena graf G memuat 2 graf K_2, maka graf tersebut dapat dinotasikan $2K_2$.

Penjumlahan dua graf G_1 dan G_2 yang dinotasikan $G = G_1 + G_2$ mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan sisi $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv | u \in V(G_1)\ dan\ v \in V(G_2)\}$ (Chatrand dan Lesniak, 1986: 11).

Perhatikan contoh di bawah ini.



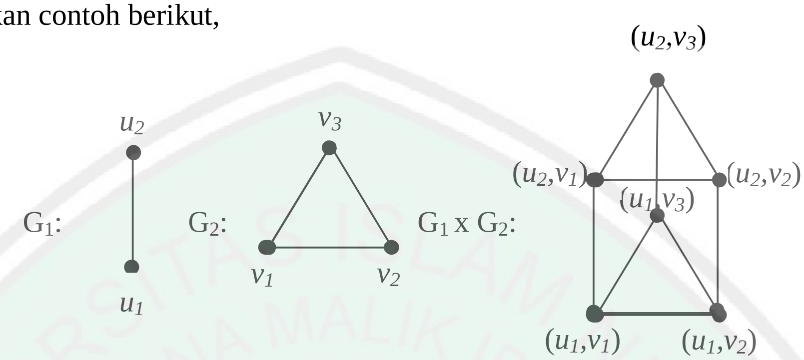
Gambar 2.9. Penjumlahan Dua Graf

Pada contoh di atas, $V(G_1)$ = $\{u_1,u_2\}$, $V(G_2)$ = $\{v_1,v_2,v_3\}$, maka G=G_1+G_2 mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ = $\{u_1,u_2\} \cup \{v_1,v_2,v_3\}$=$\{u_1,u_2, v_1,v_2,v_3\}$ dan himpunan sisi $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{u_1v_1, u_1v_2, u_1v_3, u_2v_1, u_2v_2, u_2v_3\}$= $\{u_1u_2, v_1v_2, v_2v_3, u_1v_1, u_1v_2, u_1v_3, u_2v_1, u_2v_2, u_2v_3\}$.

Hasil kali kartesius dari graf G_1 dan G_2 adalah graf yang dinotasikan $G = G_1\ x\ G_2$ dan mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1)\ x\ V(G_2)$, dan dua titik

(u_1, u_2) dan (v_1, v_2) dari graf G terhubung langsung jika dan hanya jika $u_1 = v_1$ dan $u_2 v_2 \in E(G_2)$ atau $u_2 = v_2$ dan $u_1 v_1 \in E(G_1)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 11).

Perhatikan contoh berikut,



Gambar 2.10. Graf Hasil Kali Kartesius

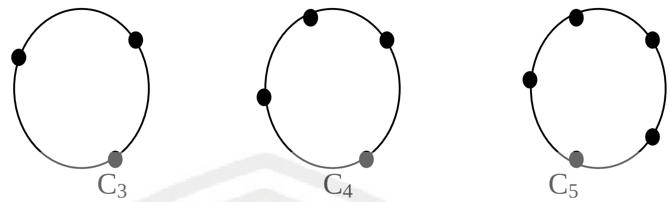
Pada contoh di atas, $V(G_1) = \{u_1,u_2\}$, $V(G_2) = \{v_1,v_2,v_3\}$, maka $G=G_1 \text{x} G_2$ mempunyai himpunan titik $=V(G)=\{(u_1,v_1),(u_1,v_2),(u_1,v_3),(u_2,v_1),(u_2,v_2),(u_2,v_3)\}$. (u_1,v_1) dan (u_1,v_2) terhubung langsung jika dan hanya jika $u_1 = u_1$ dan $v_1 v_2 \in E(G_2)$.

2.4. Graf Sikel

Graf sikel C_n adalah graf terhubung n titik yang setiap titiknya berderajat 2. Misal graf sikel C_n mempunyai himpunan titik $V(C_n)=\{v_1, v_2, ..., v_n\}$, maka graf tersebut mempunyai himpunan sisi $E(C_n)=\{e_1, e_2, ..., e_n\}$ dimana $e_i = v_i v_{i+1}$ (mod n) untuk setiap i=1,2,…,n (Gafur, 2008:8).

Sikel dengan panjang n disebut *sikel-n* (C_n). Sikel-n disebut genap atau ganjil bergantung pada n genap atau ganjil. Panjang sikel pada sebuah graf paling kecil adalah 3 (Chartrand dan Lesniak, 1986: 28).

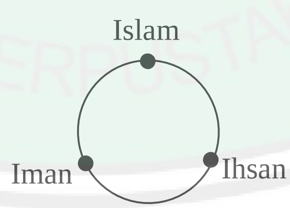
Contoh:



Gambar 2.11. Graf Sikel C_3, C_4, dan C_5

Gambar di atas menunjukkan contoh dari graf sikel, graf sikel C_3 memiliki 3 titik yang masing-masing titiknya berderajat 2, graf sikel C_4 memiliki 4 titik dan masing-masing titiknya berderajat 2, sedangkan graf sikel C_5 memiliki 5 titik dan masing-masing titiknya juga berderajat 2.

Graf sikel C_3 dapat menggambarkan tentang trilogi Islam, yaitu iman, Islam, dan ihsan. Al Bukhary menetapkan pada banyak tempat di dalam kitab Shahihnya bahwasanya "Iman, Islam, dan ihsan adalah satu". Gabungan ketiganya dinamakan *din* (agama) (Ash-Shiddieqy, 2002: 21). Misalkan graf C_3 dinyatakan sebagai hubungan antara iman, Islam, dan ihsan dimana titik pertama diumpamakan sebagai "iman", titik kedua diumpamakan sebagai "Islam" dan titik ketiga sebagai "ihsan", maka graf C_3 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.12. Trilogi Islam

Dari gambar di atas terlihat bahwa terdapat keterkaitan antara iman, Islam, dan ihsan dengan ditunjukkannya oleh adanya garis yang saling menghubungkan antara iman, Islam, dan ihsan. Apabila iman, Islam, dan ihsan terjalin rapi, menjadi satu, terikat dalam satu ikatan yang kokoh kuat, maka tegaklah agama seseorang dan terwujudlah keislamannya (Ash-Shiddieqy, 2002: 22). Fokus diskusi tentang Islam adalah perbuatan, sedangkan diskusi mengenai iman cenderung menitik beratkan pada dimensi pemahaman, dan ihsan berfokus pada kehendak (niat) (Murata, 1997: 293). Nabi Saw bersabda:

اَلإِسْلاَمُ عَلاَ نِيَةٌ وَاْلإِيْمَانُ فِي اْلقَلْبِ.رواه احمد.

Artinya: " Islam itu pekerjaan yang nyata, dan iman itu (berada) di dalam hati."(H.R. Ahmad dari Anas ra).

Dalam hadits ini, nabi menafsirkan Islam dengan pekerjaan zhahir, sedangkan iman adalah pengakuan dan pekerjaan jiwa. Ringkasnya Islam diartikan dengan "segala rupa amalan lahir, dapat dilihat manusia dengan mata kepalanya, atau didengar dengan telinganya" dan iman diartikan dengan " segala amalan yang tertanam di dalam lubuk jiwa manusia seperti membenarkan adanya Allah, mencintai Allah serta takut dan berharap kepada-Nya.

Iman dan Islam yang ditunjukkan pada Gambar 2.12 terhubung dengan ihsan. Ihsan adalah ikhlas, Allah menerima iman dan Islam jika didasarkan keikhlasan. Dalam suatu hadits Nabi bersabda:

إِنَّ الله كَتَبَ اْلإِحْسَا نَ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ.

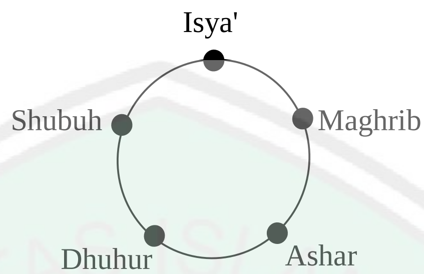
Artinya: "Sesungguhnya Allah telah mewajibkan ihsan atas segala sesuatu."

Dari hadits tersebut jelas bahwa Allah mewajibkan ihsan dalam segala perbuatan kita yang kita hadapkan kepada Allah, baik amalan batin maupun lahir. Dengan demikian jelas bahwa ihsan adalah sesuatu yang sangat penting untuk bangunan agama. Ringkasnya, agama adalah gabungan yang bersatu padu dari iman, Islam, dan ihsan.

Setiap orang Islam yang telah baligh dan tidak ada halangan syara' diwajibkan melaksanakan shalat lima kali selama sehari semalam, yaitu shalat dhuhur, ashar, maghrib, isya', dan shubuh. Masing-masing shalat fardhu ini telah ditetapkan bilangan rakaat dan waktunya oleh agama. Waktu shalat fardhu tersebut adalah:

a. Shalat dhuhur, waktunya adalah sejak matahari tergelincir dari titik kulminasinya, sampai dengan bayang-bayang suatu benda itu sama dengan tinggi bendanya yang berdiri tegak lurus.
b. Shalat ashar, waktunya sejak tinggi bayang-bayang suatu benda sama dengan tinggi bendanya hingga terbenam matahari.
c. Shalat maghrib, waktunya mulai terbenam matahari hingga hilangnya cahaya mega kemerah-merahan.
d. Shalat isya', waktunya sejak hilangnya cahaya mega kemerah-merahan dan berakhir sampai fajar shadiq.
e. Shalat shubuh, waktunya sejak terbit fajar shadiq sampai matahari terbit.

Demikianlah waktu pelaksanaan shalat fardhu yang telah diatur dalam agama. Apabila pelaksanaan shalat fardhu ini digambarkan dengan graf sikel, maka graf sikel C_5 dapat menggambarkan tentang pelaksanan shalat lima waktu dalam sehari semalam dimana titik-titik dalam graf tersebut diumpamakan sebagai shalat dhuhur, ashar, maghrib, isya', dan subuh sedangkan garis/sisi yang berbentuk lingkaran yang menghubungkan titik-titik diumpamakan sebagai putaran matahari selama sehari semalam. Maka graf C_5 tersebut digambarkan sebagai berikut:



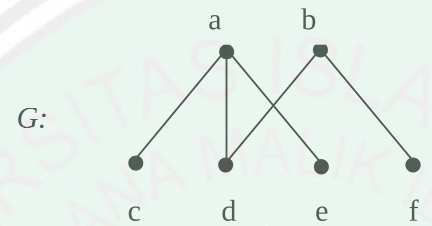
Gambar 2.13. Shalat Lima Waktu

Pada Gambar 2.13 di atas terlihat bahwa antara shalat dhuhur, ashar, maghrib, isya', dan shubuh semuanya saling terhubung dan saling berkaitan dengan adanya garis yang menunjukkan sebagai putaran matahari. Sebagaimana yang telah diatur dalam agama bahwa waktu pelaksanaan shalat berdasarkan putaran matahari, waktu shalat dhuhur adalah ketika matahari tergelincir dari titik kulminasinya kemudian ketika matahari telah bergeser hingga tinggi bayang-bayang suatu benda sama dengan tinggi bendanya sampai terbenam matahari maka tiba waktu shalat ashar, selanjutnya adalah shalat maghrib, isya', dan yang terakhir adalah shalat shubuh. Tetapi dari gambar di atas, shalat shubuh terhubung juga dengan shalat dhuhur, hal ini berarti bahwa karena matahari terus berputar maka ketika sampai pada shalat shubuh akan datang lagi waktunya shalat dhuhur, demikian seterusnya sehingga antara shalat dhuhur, ashar, maghrib, isya', dan shubuh selalu berkaitan.

2.5. Graf Bipartisi Komplit

Graf bipartisi adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi himpunan *A* dan *B* sedemikian hingga setiap sisi graf mempunyai salah satu ujung di *A* dan salah satunya di *B* (Wilson dan Watkins, 1990: 37).

Contoh:



Gambar 2.14. Graf Bipartisi

Graf *G* pada Gambar 2.14 adalah graf bipartisi karena himpunan titik di *G* dapat dipartisi menjadi dua himpunan, yaitu:

A = {a, b}

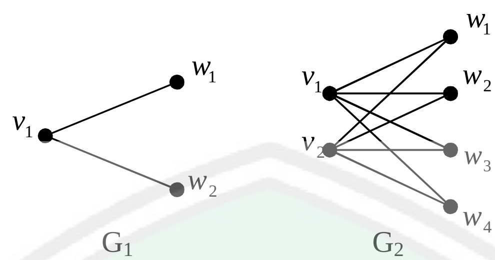
dan

B = {c, d, e, f}

sehingga masing-masing sisi di *G* mempunyai ujung di A dan di B. Himpunan titik dalam satu partisi tidak boleh terhubung langsung.

Graf *G* disebut *graf bipartisi komplit* jika G adalah graf bipartisi dan komplit. Graf bipartisi komplit yang masing-masing partisi memuat *m* dan *n* dilambangkan dengan $K_{m,,n}$. Graf bipartisi komplit $K_{1,n}$ atau $K_{n,1}$ disebut dengan *graf star* (Chartrand dan Lesniak, 1986: 10).

Contoh:



Gambar 2.15. Graf Bipartisi Komplit $K_{1,2}$ dan $K_{2,4}$

Pada Gambar 2.15 di atas, graf G_1 merupakan graf star dengan v_1 adalah titik sentral dan w_1, w_2 adalah titik daun. Sedangkan graf G_2 merupakan graf bipartisi karena himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi 2 himpunan, yaitu:

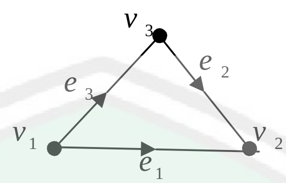
A={ v_1, v_2 } dan B={ w_1, w_2, w_3, w_4 }

Karena setiap dua titik yang berbeda dari graf tersebut saling terhubung langsung, maka graf tersebut juga merupakan graf komplit. Sehingga graf itu merupakan graf bipartisi komplit $K_{2,4}$ karena partisi A memuat 2 titik, dan partisi B memuat 4 titik.

2.6. Digraf

Graf berarah (digraf) D adalah struktur yang terdiri dari himpunan yang unsurnya disebut titik (*vertex*), dan himpunan pasangan terurut dua titik yang disebut sisi berarah (*arc*). Himpunan titik pada digraf *D* dinotasikan dengan *V(D)*, dan himpunan sisi berarahnya dinotasikan dengan *A(D)*. Banyaknya unsur di *V(D)*, |*V(D)*| disebut *order* dari *D* dan banyaknya unsur di *A(D)*,|*A(D)*| disebut *ukuran* dari *D*. Jika titik *v* dan *w* adalah titik *V(D)*, maka sisi berarah *(vw)* dikatakan berarah dari v ke w, atau menghubungkan v ke w (Wilson dan Watkins, 1990: 81).

Contoh:



Gambar 2.16. Gambar Digraf

Jadi graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Sisi berarah disebut busur (*arc*). Pada graf berarah (v_j, v_k) dan (v_k, v_j) menyatakan dua buah busur yang berbeda, dengan kata lain (v_j, v_k) $\neq$ (v_k, v_j). Untuk busur (v_j, v_k) titik v_j dinamakan titik asal (*initial vertex*) dan titik v_k dinamakan titik terminal (*terminal vertex*) (Munir, 2003: 184).

Diberikan v dan w titik-titik dari sebuah digraf. Jika v dan w dihubungkan dengan sebuah sisi berarah (*arc*) e, maka v dan w disebut *adjacent*. Jika sisi berarah e menghubungkan v ke w, maka sisi berarah e dikatakan *incident dari v* dan *incident ke w* (Wilson dan Watkins, 1990:84). Dari Gambar 2.14, titik v_1 dan v_2 adalah *adjacent*, e_1 *incident dari* v_1, dan e_1 *incident ke* v_1.

Misal v adalah sebuah titik di digraf D. Banyaknya sisi berarah yang menuju ke titik v disebut derajat masuk (*in-degree*) dari v yang dinotasikan dengan $id(v)$, dan banyaknya sisi berarah yang keluar dari titik v disebut derajat keluar (*out-degree*) dari v yang dinotasikan dengan $od(v)$ (Lipschutz, 2002: 103). Pada Gambar 2.14, derajat masuk dari v_3 adalah 1 atau dapat ditulis $id(v_3) = 1$, dan derajat keluar dari v_3 adalah 1, atau dapat ditulis $od(v_3) = 1$.

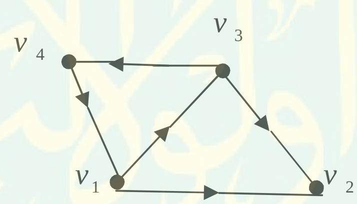
2.7. Digraf Terhubung

Digraf *D* dikatakan *terhubung* jika ada lintasan di *D* antara pasangan titik yang diketahui (Wilson dan Watkins, 1990: 88).

Suatu *jalan* dengan panjang *k* pada sebuah digraf *D* adalah rangkaian *k* arc *D* dengan bentuk *uv*, *vw*, *wx*,..., *yz*, *zu*. Jalan ini dinotasikan dengan *uvwx*...*yz*, yaitu jalan dari *u* ke *z*. Jika semua arc (tetapi tidak perlu semua titik) suatu jalan berbeda, maka jalan itu disebut *trail*. Jika semua titiknya berbeda, maka trail itu disebut *lintasan* (*path)* (Wilson dan Watkins, 1990: 87).

Jalan tertutup dalam digraf *D* adalah rangkaian arc *D* dengan bentuk *uv*, *vw*, *wx*, ...,*yz*, *zu*. Jika semua arcnya berbeda, maka disebut closed trail (trail tertutup). Jika titik *u*, *v*, *w*, *x*, ..., *y*, *z* semuanya berbeda maka trail disebut *sikel*.

Contoh:



Gambar 2.17. Digraf untuk Mengilustrasikan Jalan, Trail, Lintasan

Pada Gambar 2.17, dapat diperoleh jalan, trail, dan lintasan sebagai berikut:

Jalan: v_1, v_3, v_4

Trail: v_3, v_4, v_1, v_3, v_2

Lintasan: v_4, v_1, v_3, v_2

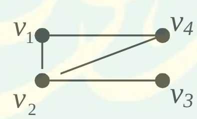
2.8. Eksentrik Digraf

Eksentrik digraf pada graf *G (ED(G))* didefinisikan sebagai graf yang mempunyai himpunan titik yang sama dengan himpunan titik di *G* atau *V(ED(G))=V(G)* dimana arc menghubungkan titik *u* ke *v*, jika *v* adalah titik eksentrik dari *u* (Gafur, 2008:1).

Untuk menentukan eksentrik digraf dari suatu graf *G*, langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Tentukan jarak setiap titik di *G* ke titik yang lain di *G*.
2. Tentukan eksentrisitas dan titik eksentrik setiap titik di graf *G* tersebut.
3. Gambarlah eksentrik digrafnya dengan ketentuan:
   a. Himpunan titiknya sama dengan himpunan titik di *G*.
   b. Jika *v* adalah titik eksentrik dari *u*, maka terdapat *arc* (sisi berarah) yang menghubungkan titik *u* ke *v*.

Contoh: Misalkan graf *G* digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.18. Graf yang Akan Dicari Eksentrik Digrafnya

Jarak masing-masing titik ke titik yang lain adalah:

$d(v_1,v_2)=1$, $d(v_1,v_3)=2$, $d(v_1,v_4)=1$

$d(v_2,v_1)=1$, $d(v_2,v_3)=1$, $d(v_2,v_4)=1$

$d(v_3,v_1)=2$,$d(v_3,v_2)=1$, $d(v_3,v_4)= 2$

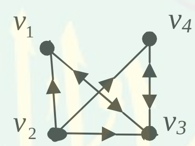
$d(v_4,v_1)=1$, $d(v_4,v_2)=1$, $d(v_4,v_3)=2$

Dari jarak masing-masing titik di atas, dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentrik setiap titik dalam bentuk tabel berikut:

Tabel 2.1. Eksentrisitas graf *G*

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_3
v_2	1	v_1, v_3, v_4
v_3	2	v_1, v_4
v_4	2	v_3

Berdasarkan tabel tersebut, diperoleh eksentrik digraf dari graf *G* sebagai berikut:



Gambar 2.19. Eksentrik Digraf dari Graf *G*

Karena v_3 merupakan titik eksentrik dari titik v_1 dan sebaliknya titik v_1 adalah titik eksentrik dari v_3 maka sisi yang menghubungkan kedua titik tersebut berarah bolak-balik. Titik v_2 titik eksentriknya adalah v_1, v_3, v_4, maka v_2 adjacent ke v_1, v_3, v_4. Sedangkan titik v_3 *adjacent* ke v_1,v_4 dan titik v_4 *adjacent* ke v_3.

BAB III

PEMBAHASAN

Pada Bab III ini akan dibahas mengenai eksentrik digraf dari graf sikel dengan n titik (C_n) dan graf bipartisi komplit dengan m dan n titik ($K_{m,n}$). Dalam membahas eksentrik digraf dari graf sikel C_n akan dibagi menjadi 2, yaitu n ganjil dan n genap. Sedangkan dalam membahas eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit dibatasi untuk nilai $m,n \geq 2$.

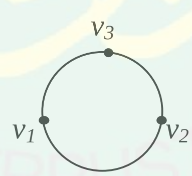
3.1. Eksentrik Digraf dari Graf Sikel C_n

3.1.1. Eksentrik Digraf dari Graf Sikel C_n dengan n Ganjil

Berikut ini adalah beberapa contoh eksentrik digraf dari graf sikel dengan n ganjil.

a. Graf Sikel dengan 3 Titik (C_3)

Graf C_3 adalah graf sikel dengan 3 titik, digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.1. Graf C_3

Pada gambar di atas, himpunan titik dari graf C_3 adalah $V(C_3)=\{v_1,v_2,v_3\}$, dan himpunan sisinya $E(C_3)=\{v_1v_2,v_2v_3,v_1v_3\}$. Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain dalam graf C_3 adalah:

$d(v_1,v_2)=1, d(v_1,v_3)=1$

$d(v_2,v_1)=1, d(v_2,v_3)=1$

$d(v_3,v_1)=1$, $d(v_3,v_2)=1$

Dengan melihat jarak tiap titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentrik dari graf C_3 yang dituliskan dalam bentuk tabel berikut:

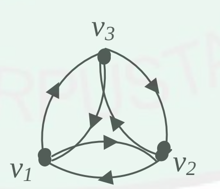
Tabel 3.1. Eksentrisitas Graf C_3

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	1	v_2, v_3
v_2	1	v_1, v_3
v_3	1	v_1, v_2

Dari Tabel 3.1, diperoleh bahwa:

1. Titik v_2 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2 dan v_3.
2. Titik v_1 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1 dan v_3.
3. Titik v_1 dan v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_1 dan v_2.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf C_3 yaitu:

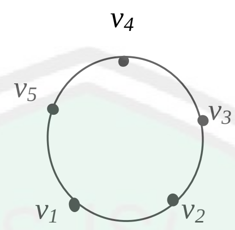


Gambar 3.2 Eksentrik Digraf Graf C_3

Eksentrik digraf dari graf C_3 yang ditunjukkan dalam Gambar 3.2 di atas berbentuk digraf sikel dengan 3 titik dimana sisinya berarah bolak-balik atau dapat dituliskan dengan $\overleftrightarrow{C_3}$.

b. Graf Sikel dengan 5 Titik (C_5)

Graf C_5 adalah graf sikel dengan 5 titik, digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.3. Graf C_5

Pada gambar di atas, himpunan titik pada graf C_5 adalah $V(C_5)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$, dan jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain di graf C_5 adalah:

$d(v_1,v_2)=1$, $d(v_1,v_3)=2$, $d(v_1,v_4)= 2$, $d(v_1,v_5)= 1$

$d(v_2,v_1)=1$, $d(v_2,v_3)=1$, $d(v_2,v_4)= 2$, $d(v_2,v_5)= 2$

$d(v_3,v_1)=2$, $d(v_3,v_2)=1$, $d(v_3,v_4)= 1$, $d(v_3,v_5)= 2$

$d(v_4,v_1)=2$, $d(v_4,v_2)=2$, $d(v_4,v_3)= 1$, $d(v_4,v_5)= 1$

$d(v_5,v_1)=1$, $d(v_5,v_2)=2$, $d(v_5,v_3)= 2$, $d(v_5,v_4)= 1$

Dengan melihat jarak tiap titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentrik dari graf C_5 yang dituliskan dalam bentuk tabel berikut:

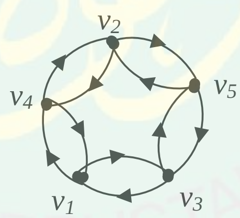
Tabel 3.2. Eksentrisitas Graf C_5

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_3,v_4
v_2	2	v_4,v_5
v_3	2	v_1,v_5
v_4	2	v_1,v_2
v_5	2	v_2,v_3

Dari Tabel 3.2, diperoleh bahwa:

1. Titik v_3 dan v_4 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_3 dan v_4.
2. Titik v_4 dan v_5 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_4 dan v_5.
3. Titik v_1 dan v_5 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_1 dan v_5.
4. Titik v_1 dan v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_4 ke titik v_1 dan v_2.
5. Titik v_2 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_5, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_5 ke titik v_2 dan v_3.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf C_5 yaitu:

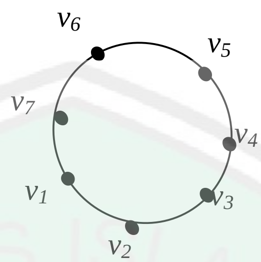


Gambar 3.4 Eksentrik Digraf Graf C_5

Eksentrik digraf dari graf C_5 yang ditunjukkan dalam Gambar 3.4 di atas berbentuk digraf sikel dengan 5 titik dimana sisinya berarah bolak-balik atau dapat dituliskan dengan $\overleftrightarrow{C_5}$.

c. Graf Sikel dengan 7 Titik (C_7)

Graf C_7 adalah graf sikel dengan 7 titik, digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.5. Graf C_7

Pada gambar di atas, himpunan titik pada graf C_7 adalah $V(C_7)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7\}$, dan jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain di graf C_7 adalah:

$d(v_1,v_2)=1$, $d(v_1,v_3)=2$, $d(v_1,v_4)= 3$, $d(v_1,v_5)= 3$, $d(v_1,v_6)= 2$, $d(v_1,v_7)= 1$

$d(v_2,v_1)=1$, $d(v_2,v_3)=1$, $d(v_2,v_4)= 2$, $d(v_2,v_5)= 3$, $d(v_2,v_6)= 3$, $d(v_2,v_7)= 2$

$d(v_3,v_1)=2$, $d(v_3,v_2)=1$, $d(v_3,v_4)= 1$, $d(v_3,v_5)= 2$, $d(v_3,v_6)= 3$, $d(v_3,v_7)= 3$

$d(v_4,v_1)=3$, $d(v_4,v_2)=2$, $d(v_4,v_3)= 1$, $d(v_4,v_5)= 1$, $d(v_4,v_6)= 2$, $d(v_4,v_7)= 3$

$d(v_5,v_1)=3$, $d(v_5,v_2)=3$, $d(v_5,v_3)= 2$, $d(v_5,v_4)= 1$, $d(v_5,v_6)= 1$, $d(v_5,v_7)= 2$

$d(v_6,v_1)=2$, $d(v_5,v_2)=3$, $d(v_5,v_3)= 3$, $d(v_5,v_4)= 2$, $d(v_6,v_5)= 1$, $d(v_6,v_7)= 1$

$d(v_7,v_1)=1$, $d(v_7,v_2)=2$, $d(v_7,v_3)= 3$, $d(v_7,v_4)= 3$, $d(v_7,v_5)= 2$, $d(v_7,v_6)= 1$

Dengan melihat jarak tiap titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentrik dari graf C_7 yang dituliskan dalam bentuk tabel berikut:

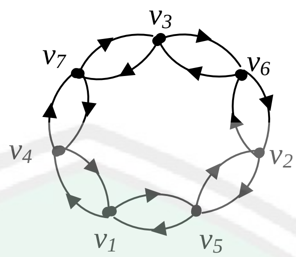
Tabel 3.3. Eksentrisitas Graf C_7

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	3	v_4, v_5
v_2	3	v_5, v_6
v_3	3	v_6, v_7
v_4	3	v_1, v_7
v_5	3	v_1, v_2
v_6	3	v_2, v_3
v_7	3	v_3, v_4

Dari Tabel 3.3, diperoleh bahwa:

1. Titik v_4 dan v_5 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_4 dan v_5.
2. Titik v_5 dan v_6 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_5 dan v_6.
3. Titik v_6 dan v_7 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_6 dan v_7.
4. Titik v_1 dan v_7 adalah titik eksentrik dari titik v_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_4 ke titik v_1 dan v_7.
5. Titik v_1 dan v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_5, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_5 ke titik v_1 dan v_2.
6. Titik v_2 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_6, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_6 ke titik v_2 dan v_3.
7. Titik v_3 dan v_4 adalah titik eksentrik dari titik v_7, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_7 ke titik v_3 dan v_4.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf C_7 yaitu:



Gambar 3.6. Eksentrik Digraf Graf C_7

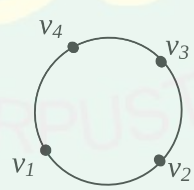
Eksentrik digraf dari graf C_7 yang ditunjukkan dalam Gambar 3.6 di atas berbentuk digraf sikel dengan 7 titik dimana sisinya berarah bolak-balik atau dapat dituliskan dengan $\overleftrightarrow{C_7}$.

3.1.2. Eksentrik Digraf dari Graf Sikel C_n dengan n Genap

Berikut ini adalah beberapa contoh eksentrik digraf dari graf sikel dengan n genap.

a. Graf Sikel dengan 4 Titik (C_4)

Graf C_4 adalah graf sikel dengan 4 titik, digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.7. Graf C_4

Pada gambar di atas, himpunan sisi dari graf C_4 adalah $V(C_4)=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$, dan jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain di graf C_4 adalah:

$d(v_1,v_2)=1$, $d(v_1,v_3)=2$, $d(v_1,v_4)= 1$

$d(v_2,v_1)=1$, $d(v_2,v_3)=1$, $d(v_2,v_4)= 2$

$d(v_3,v_1)$=2, $d(v_3,v_2)$=1, $d(v_3,v_4)$= 1

$d(v_4,v_1)$=1, $d(v_4,v_2)$=2, $d(v_4,v_3)$= 1

Dengan melihat jarak tiap titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentrik dari graf C_4 yang dituliskan dalam bentuk tabel berikut:

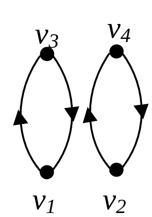
Tabel 3.4. Eksentrisitas Graf C_4

Titik	Eksentrisitas	Titik eksentrik
v_1	2	v_3
v_2	2	v_4
v_3	2	v_1
v_4	2	v_2

Dari Tabel 3.4, diperoleh bahwa:

1. Titik v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_3.
2. Titik v_4 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_4.
3. Titik v_1 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_1.
4. Titik v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_4 ke titik v_2.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf C_4 yaitu:

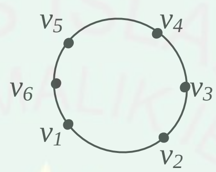


Gambar 3.8. Eksentrik Digraf Graf C_4

Eksentrik digraf dari graf C_4 yang ditunjukkan dalam Gambar 3.8 di atas berbentuk 2 digraf komplit dengan 2 titik dimana sisinya berarah bolak-balik atau dapat dituliskan dengan $2\overleftrightarrow{K_2}$.

b. Graf Sikel dengan 6 Titik (C_6)

Graf C_6 adalah graf sikel dengan 6 titik, digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.9. Graf C_6

Pada gambar di atas, himpunan titik dari graf C_6 adalah $V(C_6)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6\}$, dan jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain di graf C_6 adalah:

$d(v_1,v_2)$=1, $d(v_1,v_3)$=2, $d(v_1,v_4)$= 3, $d(v_1,v_5)$= 2, $d(v_1,v_6)$= 1

$d(v_2,v_1)$=1, $d(v_2,v_3)$=1, $d(v_2,v_4)$= 2, $d(v_2,v_5)$= 3, $d(v_2,v_6)$= 2

$d(v_3,v_1)$=2, $d(v_3,v_2)$=1, $d(v_3,v_4)$= 1, $d(v_3,v_5)$= 2, $d(v_3,v_6)$= 3

$d(v_4,v_1)$=3, $d(v_4,v_2)$=2, $d(v_4,v_3)$= 1, $d(v_4,v_5)$= 1, $d(v_4,v_6)$= 2

$d(v_5,v_1)$=2, $d(v_5,v_2)$=3, $d(v_5,v_3)$= 2, $d(v_5,v_4)$= 1, $d(v_5,v_6)$= 1

$d(v_6,v_1)$=1, $d(v_5,v_2)$=2, $d(v_5,v_3)$= 3, $d(v_5,v_4)$= 2, $d(v_6,v_5)$= 1

Dengan melihat jarak tiap titik dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentrik dari graf C_6 yang dituliskan dalam bentuk tabel berikut:

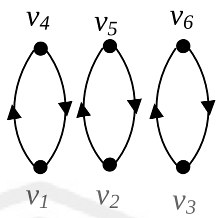
Tabel 3.5. Eksentrisitas Graf C_6

Titik	Eksentrisitas	Titik eksentrik
v_1	3	v_4
v_2	3	v_5
v_3	3	v_6
v_4	3	v_1
v_5	3	v_2
v_6	3	v_3

Dari Tabel 3.5, diperoleh bahwa:

1. Titik v_4 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_4.
2. Titik v_5 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_5.
3. Titik v_6 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_6.
4. Titik v_1 adalah titik eksentrik dari titik v_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_4 ke titik v_1.
5. Titik v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_5, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_5 ke titik v_2.
6. Titik v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_6, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_6 ke titik v_3.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf C_6 yaitu:

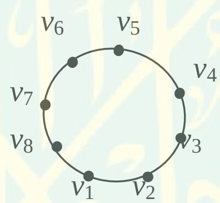


Gambar 3.10. Eksentrik Digraf Graf C_6

Eksentrik digraf dari graf C_6 yang ditunjukkan dalam Gambar 3.10 di atas berbentuk 3 digraf komplit dengan 2 titik dimana sisinya berarah bolak-balik atau dapat dituliskan dengan $3\overleftrightarrow{K_2}$.

c. Graf Sikel dengan 8 Titik (C_8)

Graf C_8 adalah graf sikel dengan 8 titik, digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.11. Graf C_8

Pada gambar di atas, himpunan titik dari graf C_8 adalah $V(C_8)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7,v_8\}$, dan jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain di graf C_8 adalah:

$d(v_1,v_2)=1$, $d(v_1,v_3)=2$, $d(v_1,v_4)= 3$, $d(v_1,v_5)= 4$, $d(v_1,v_6)= 3$, $d(v_1,v_7)= 2$, $d(v_1,v_8)=1$

$d(v_2,v_1)=1$, $d(v_2,v_3)=1$, $d(v_2,v_4)= 2$, $d(v_2,v_5)= 3$, $d(v_2,v_6)= 4$, $d(v_2,v_7)= 3$, $d(v_2,v_8)=2$

$d(v_3,v_1)=2$, $d(v_3,v_2)=1$, $d(v_3,v_4)= 1$, $d(v_3,v_5)= 2$, $d(v_3,v_6)= 3$, $d(v_3,v_7)= 4$, $d(v_3,v_8)=3$

$d(v_4,v_1)=3$, $d(v_4,v_2)=2$, $d(v_4,v_3)= 1$, $d(v_4,v_5)= 1$, $d(v_4,v_6)= 2$, $d(v_4,v_7)= 3$, $d(v_4,v_8)=4$

$d(v_5,v_1)=4$, $d(v_5,v_2)=3$, $d(v_5,v_3)= 2$, $d(v_5,v_4)= 1$, $d(v_5,v_6)= 1$, $d(v_5,v_7)= 2$, $d(v_5,v_8)=3$

$d(v_6,v_1)=3$, $d(v_5,v_2)=4$, $d(v_5,v_3)= 3$, $d(v_5,v_4)= 2$, $d(v_6,v_5)= 1$, $d(v_6,v_7)= 1$, $d(v_6,v_8)=2$

$d(v_7,v_1)$=2, $d(v_7,v_2)$=3, $d(v_7,v_3)$= 4, $d(v_7,v_4)$= 3, $d(v_7,v_5)$= 2, $d(v_7,v_6)$= 1, $d(v_7,v_8)$=1

$d(v_8,v_1)$=1, $d(v_8,v_2)$=2, $d(v_8,v_3)$= 3, $d(v_8,v_4)$= 4, $d(v_8,v_5)$= 3, $d(v_8,v_6)$= 2, $d(v_8,v_7)$=1

Dengan melihat jarak tiap titik dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentrik dari graf C_8 yang dituliskan dalam bentuk tabel berikut:

Tabel 3.6. Eksentrisitas Graf C_8

Titik	Eksentrisitas	Titik eksentrik
v_1	4	v_5
v_2	4	v_6
v_3	4	v_7
v_4	4	v_8
v_5	4	v_1
v_6	4	v_2
v_7	4	v_3
v_8	4	v_4

Dari Tabel 3.6, diperoleh bahwa:

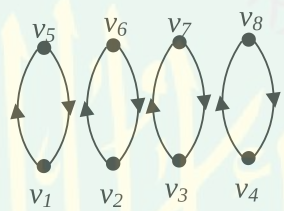
1. Titik v_5 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_5.
2. Titik v_6 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_6.
3. Titik v_7 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_7.
4. Titik v_8 adalah titik eksentrik dari titik v_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_4 ke titik v_8.
5. Titik v_1 adalah titik eksentrik dari titik v_5, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_5 ke titik v_1.

6. Titik v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_6, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_6 ke titik v_2.

7. Titik v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_7, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_7 ke titik v_3.

8. Titik v_4 adalah titik eksentrik dari titik v_8, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_8 ke titik v_4.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf C_8 yaitu:



Gambar 3.12 Eksentrik Digraf Graf C_8

Eksentrik digraf dari graf C_8 yang ditunjukkan dalam Gambar 3.12 di atas berbentuk 4 digraf komplit dengan 2 titik dimana sisinya berarah bolak-balik atau dapat dituliskan dengan $4\overleftrightarrow{K_2}$.

Dari beberapa contoh gambar eksentrik digraf dari graf sikel C_n yang diperoleh, maka dapat dilihat bahwa bentuk umum eksentrik digraf dari graf sikel C_n $ED(C_n)= \overleftrightarrow{C}_n$ untuk n ganjil dan $ED(C_n)=\frac{1}{2}n\overleftrightarrow{K}_2$ untuk n genap.

Teorema 3.1

$$ED(C_n) = \begin{cases} \overleftrightarrow{C}_n & \textit{, untuk n ganjil} \\ \frac{1}{2}n\overleftrightarrow{K}_2 & \textit{, untuk n genap} \end{cases}$$

Bukti:

Misalkan C_n adalah graf sikel dengan n titik dengan $V(C_n) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ dan $E(C_n) = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ dimana $e_i = v_i v_{i+1}$ (mod n) untuk setiap $i=1,2,\ldots,n$.

a. n ganjil

Pilih C_3, eksentrisitas setiap titik = 1, titik eksentrik dari v_1 adalah v_2 dan v_3, titik eksentrik dari v_2 adalah v_1 dan v_3 dan titik eksentrik dari v_3 adalah v_1 dan v_2.

Pilih C_5, eksentrisitas setiap titik = 2, titik eksentrik dari v_1 adalah v_3 dan v_4, titik eksentrik dari v_2 adalah v_4 dan v_5 , titik eksentrik dari v_3 adalah v_1 dan v_5, titik eksentrik dari v_4 adalah v_1 dan v_2, titik eksentrik dari v_5 adalah v_2 dan v_3.

Untuk n ganjil, maka eksentrisitas setiap titik di C_n adalah $\frac{1}{2}(n-1)$, dan titik eksentrik v_i adalah $v_{i+(n-2)}$ (mod n) dan $v_{i+(n-1)}$ (mod n) untuk setiap $i=1,2,\ldots,n$. Karena setiap titik mempunyai 2 titik eksentrik, maka pada eksentrik digrafnya derajat keluar (*out-degree*) setiap titik adalah 2, dan karena setiap titik juga menjadi titik eksentrik dari 2 titik lain maka derajat masuk (*in-degree*) setiap titik juga 2. Berdasarkan definisi dari graf sikel bahwa setiap titiknya berderajat 2, maka terbentuklah digraf sikel dengan n titik dimana setiap sisinya berarah bolak-balik atau dapat ditulis dengan $\overset{\leftrightarrow}{C}_n$. Jadi $ED(C_n) = \overset{\leftrightarrow}{C}_n$ untuk n ganjil.

b. n genap

Pilih C_4, eksentrisitas setiap titik = 2, titik eksentrik dari v_1 adalah v_3, titik eksentrik dari v_2 adalah v_4, titik eksentrik dari v_3 adalah v_1, titik eksentrik dari v_4 adalah v_2.

Pilih C_6, eksentrisitas setiap titik = 3, titik eksentrik dari v_1 adalah v_4, titik eksentrik dari v_2 adalah v_5 , titik eksentrik dari v_3 adalah v_6, titik eksentrik dari v_4 adalah v_1, titik eksentrik dari v_5 adalah v_2 , titik eksentrik dari v_6 adalah v_3.

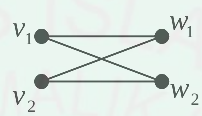
Untuk n genap, eksentrisitas setiap titik di C_n adalah $\frac{1}{2}n$, dan titik eksentrik v_i adalah $v_{i+\frac{1}{2}n}$ (mod n) untuk setiap i=1,2,...,n. Karena setiap titik mempunyai 1 titik eksentrik, maka pada eksentrik digrafnya derajat keluar (*out-degree*) setiap titik adalah 1, dan karena setiap titik menjadi titik eksentrik dari 1 titik yang lain maka derajat masuk (*in-degree*) setiap titik juga 1. Sehingga setiap titik terhubung hanya ke 1 titik lain, dengan demikian setiap 2 titik membentuk digraf komplit K_2 dengan sisi berarah bolak-balik. Karena setiap 2 titik membentuk digraf komplit K_2, maka banyaknya digraf komplit adalah $\frac{1}{2}n$, sehingga bentuk eksentrik digrafnya adalah $\frac{1}{2}n\overset{\leftrightarrow}{K}_2$. Jadi $ED(C_n)$= $\frac{1}{2}n\overset{\leftrightarrow}{K}_2$ untuk n genap.

3.2. Eksentrik Digraf dari Graf Bipartisi Komplit ($K_{m,n}$) dengan $m,n \geq 2$

Berikut ini akan diberikan beberapa contoh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit ($K_{m,n}$) dengan $m,n \geq 2$.

a. Graf $K_{2,2}$

Graf bipartisi komplit $K_{2,2}$ digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.13 Graf $K_{2,2}$

Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain pada graf di atas adalah:

$$d(v_1,v_2)=2, d(v_1,w_1)=1, d(v_1,w_2)=1$$
$$d(v_2,v_1)=2, d(v_2,w_1)=1, d(v_2,w_2)=1$$
$$d(w_1,w_2)=2, d(w_1,v_1)=1, d(w_1,v_2)=1$$
$$d(w_2,w_1)=2, d(w_2,v_1)=1, d(w_2,v_2)=1$$

Dari jarak masing-masing titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya dalam bentuk tabel berikut:

Tabel 3.7. Eksentrisitas Graf $K_{2,2}$

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_2
v_2	2	v_1
w_1	2	w_2
w_2	2	w_1

Dengan melihat Tabel 3.7, diperoleh bahwa:

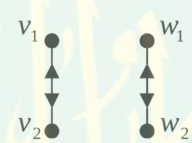
1. Titik v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2.

2. Titik v_1 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1.

3. Titik w_2 adalah titik eksentrik dari titik w_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_1 ke titik w_2.

4. Titik w_1 adalah titik eksentrik dari titik w_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_2 ke titik w_1.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{2,2}$, yaitu:

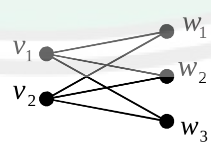


Gambar 3.14 Eksentrik Digraf Graf $K_{2,2}$

Bentuk eksentrik digraf dari graf $K_{2,2}$ adalah gabungan dari 2 digraf komplit dengan arah bolak-balik, dengan titik sebanyak 2 atau dapat dituliskan: $\overleftrightarrow{K}_2 \cup \overleftrightarrow{K}_2$

b. Graf $K_{2,3}$

Graf bipartisi komplit $K_{2,3}$ digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.15 Graf $K_{2,3}$

Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain pada graf di atas adalah:

$$d(v_1,v_2)=2, d(v_1,w_1)=1, d(v_1,w_2)=1, d(v_1,w_3)=1$$
$$d(v_2,v_1)=2, d(v_2,w_1)=1, d(v_2,w_2)=1, d(v_2,w_3)=1$$
$$d(w_1,w_2)=2, d(w_1,w_3)=2, d(w_1,v_1)=1, d(w_1,v_2)=1$$
$$d(w_2,w_1)=2, d(w_2,w_3)=2, d(w_2,v_1)=1, d(w_2,v_2)=1$$
$$d(w_3,w_1)=2, d(w_3,w_2)=2, d(w_2,v_1)=1, d(w_2,v_2)=1$$

Dari jarak masing-masing titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya dalam bentuk tabel berikut:

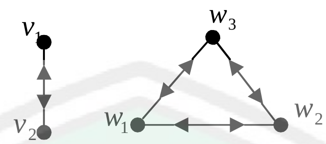
Tabel 3.8. Eksentrisitas Graf $K_{2,3}$

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_2
v_2	2	v_1
w_1	2	w_2, w_3
w_2	2	w_1, w_3
w_3	2	w_2, w_3

Dengan melihat Tabel 3.8, diperoleh bahwa:

1. Titik v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2.
2. Titik v_1 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1.
3. Titik w_2 dan w_3 adalah titik eksentrik dari titik w_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_1 ke titik w_2 dan w_3.
4. Titik w_1 dan w_3 adalah titik eksentrik dari titik w_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_2 ke titik w_1 dan w_3.
5. Titik w_1 dan w_2 adalah titik eksentrik dari titik w_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_3 ke titik w_1 dan w_2.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{2,3}$, yaitu:

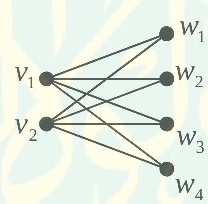


Gambar 3.16. Eksentrik Digraf Graf $K_{2,3}$

Bentuk eksentrik digraf dari graf $K_{2,3}$ adalah gabungan dari digraf komplit dengan arah bolak-balik, dengan titik sebanyak 2 dan digraf komplit dengan arah bolak balik dengan titik sebanyak 3, atau dapat dituliskan: $\overleftrightarrow{K}_2 \cup \overleftrightarrow{K}_3$.

c. Graf $K_{2,4}$

Graf bipartisi komplit $K_{2,4}$ digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.17. Graf $K_{2,4}$

Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain pada graf di atas adalah:

$$d(v_1,v_2)=2, d(v_1,w_1)=1, d(v_1,w_2)=1, d(v_1,w_3)=1, d(v_1,w_4)=1$$
$$d(v_2,v_1)=2, d(v_2,w_1)=1, d(v_2,w_2)=1, d(v_2,w_3)=1, d(v_2,w_4)=1$$
$$d(w_1,w_2)=2, d(w_1,w_3)=2, d(w_1,w_4)=2, d(w_1,v_1)=1, d(w_1,v_2)=1$$
$$d(w_2,w_1)=2, d(w_2,w_3)=2, d(w_2,w_4)=2, d(w_2,v_1)=1, d(w_2,v_2)=1$$
$$d(w_3,w_1)=2, d(w_3,w_2)=2, d(w_3,w_4)=2, d(w_3,v_1)=1, d(w_3,v_2)=1$$
$$d(w_4,w_1)=2, d(w_4,w_2)=2, d(w_4,w_3)=2, d(w_4,v_1)=1, d(w_4,v_2)=1$$

Dari jarak masing-masing titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya dalam bentuk tabel berikut:

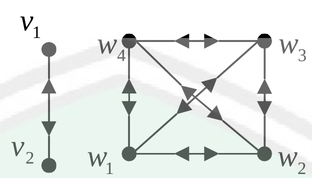
Tabel 3.9. Eksentrisitas Graf $K_{2,4}$

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_2
v_2	2	v_1
w_1	2	w_2, w_3, w_4
w_2	2	w_1, w_3, w_4
w_3	2	$w_1, w_{2,} w_4$
w_4	2	w_1, w_2, w_3

Dengan melihat Tabel 3.9, diperoleh bahwa:

1. Titik v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2.
2. Titik v_1 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1.
3. Titik w_2, w_3, w_4 adalah titik eksentrik dari titik w_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_1 ke titik w_2, w_3 dan w_4.
4. Titik w_1, w_3, w_4 adalah titik eksentrik dari titik w_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_2 ke titik w_1, w_3 dan w_4.
5. Titik w_1, w_2, w_4 adalah titik eksentrik dari titik w_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_3 ke titik w_1, w_2 dan w_4.
6. Titik w_1, w_2, w_3 adalah titik eksentrik dari titik w_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_4 ke titik w_1, w_2 dan w_3.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{2,4}$, yaitu:

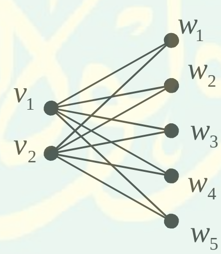


Gambar 3.18. Eksentrik Digraf Graf $K_{2,4}$

Bentuk eksentrik digraf dari graf $K_{2,4}$ adalah gabungan dari digraf komplit dengan arah bolak-balik, dengan titik sebanyak 2 dan digraf komplit dengan arah bolak balik dengan titik sebanyak 4, atau dapat dituliskan: $\overleftrightarrow{K}_2 \cup \overleftrightarrow{K}_4$.

d. Graf $K_{2,5}$

Graf bipartisi komplit $K_{2,5}$ digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.19. Graf $K_{2,5}$

Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain pada graf di atas adalah:

$d(v_1,v_2)= 2$, $d(v_1,w_1)= d(v_1,w_2)= d(v_1,w_3)= d(v_1,w_4)= d(v_1,w_5)=1$

$d(v_2,v_1)= 2$, $d(v_2,w_1)= d(v_2,w_2)= d(v_2,w_3)= d(v_2,w_4)= d(v_2,w_5)=1$

$d(w_1,v_1)= d(w_1,v_2)=1$,$d(w_1,w_2)= d(w_1,w_3)= d(w_1,w_4)= d(w_1,w_5)=2$

$d(w_2,v_1)= d(w_2,v_2)=1$,$d(w_2,w_1)= d(w_2,w_3)= d(w_2,w_4)= d(w_2,w_5)=2$

$d(w_3,v_1)= d(w_3,v_2)=1$,$d(w_3,w_1)= d(w_3,w_2)= d(w_3,w_4)= d(w_1,w_5)=2$

$d(w_4,v_1)= d(w_4,v_2)=1, d(w_4,w_1)= d(w_4,w_2)= d(w_4,w_3)= d(w_4,w_5)=2$

$d(w_5,v_1)= d(w_5,v_2)=1, d(w_5,w_1)= d(w_5,w_2)= d(w_5,w_3)= d(w_5,w_4)=2$

Dari jarak masing-masing titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya dalam bentuk tabel berikut:

Tabel 3.10. Eksentrisitas Graf $K_{2,5}$

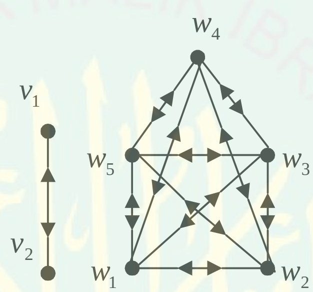
Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_2
v_2	2	v_1
w_1	2	w_2, w_3, w_4, w_5
w_2	2	w_1, w_3, w_4, w_5
w_3	2	w_1, w_2, w_4, w_5
w_4	2	w_1, w_2, w_3, w_5
w_5	2	w_1, w_2, w_3, w_4

Dengan melihat Tabel 3.10, diperoleh bahwa:

1. Titik v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2.
2. Titik v_1 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1.
3. Titik w_2, w_3, w_4, w_5 adalah titik eksentrik dari titik w_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_1 ke titik w_2, w_3 w_4 dan w_5.
4. Titik w_1, w_3, w_4, w_5 adalah titik eksentrik dari titik w_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_2 ke titik w_1, w_3 w_4 dan w_5.
5. Titik w_1, w_2, w_4, w_5 adalah titik eksentrik dari titik w_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_3 ke titik w_1, w_2 w_4 dan w_5.

6. Titik w_1, w_2, w_3, w_5 adalah titik eksentrik dari titik w_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_4 ke titik w_1, w_2 w_3 dan w_5.
7. Titik w_1, w_2, w_3, w_4 adalah titik eksentrik dari titik w_5, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_5 ke titik w_1, w_2 w_3 dan w_4.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{2,5}$, yaitu:

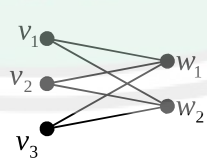


Gambar 3.20. Eksentrik Digraf Graf $K_{2,5}$

Bentuk eksentrik digraf dari graf $K_{2,5}$ adalah gabungan dari digraf komplit dengan arah bolak-balik, dengan titik sebanyak 2 dan digraf komplit dengan arah bolak balik dengan titik sebanyak 5, atau dapat dituliskan: $\overset{\leftrightarrow}{K}_2 \cup \overset{\leftrightarrow}{K}_5$.

e. Graf $K_{3,2}$

Graf bipartisi komplit $K_{3,2}$ digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.21. Graf $K_{3,2}$

Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain pada graf di atas adalah:

$d(v_1,v_2)=2, d(v_1,v_3)=2, d(v_1,w_1)=1, d(v_1,w_2)=1$
$d(v_2,v_1)=2, d(v_2,v_3)=2, d(v_2,w_1)=1, d(v_2,w_2)=1$
$d(v_3,v_1)=2, d(v_3,v_2)=2, d(v_3,w_1)=1, d(v_2,w_2)=1$
$d(w_1,w_2)=2, d(w_1,v_1)=2, d(w_1,v_2)=1, d(w_1,v_3)=1$
$d(w_2,w_1)=2, d(w_2,v_1)=1, d(w_2,v_2)=1, d(w_2,v_3)=1$

Dari jarak masing-masing titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya dalam bentuk tabel berikut:

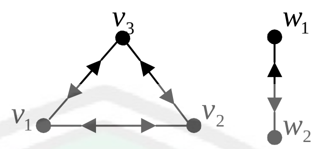
Tabel 3.11. Eksentrisitas Graf $K_{3,2}$

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_2, v_3
v_2	2	v_1, v_3
v_3	2	v_1, v_2
w_1	2	w_2
w_2	2	w_1

Dengan melihat Tabel 3.11, diperoleh bahwa:

1. Titik v_2 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2 dan v_3.
2. Titik v_1 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1 dan v_3.
3. Titik v_1 dan v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_1 dan v_2.
4. Titik w_2 adalah titik eksentrik dari titik w_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_1 ke titik w_2.
5. Titik w_1 adalah titik eksentrik dari titik w_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_2 ke titik w_1.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{3,2}$, yaitu:

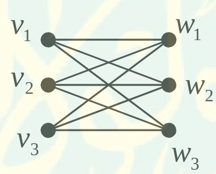


Gambar 3.22. Eksentrik Digraf Graf $K_{3,2}$

Bentuk eksentrik digraf dari graf $K_{3,2}$ adalah gabungan dari digraf komplit dengan arah bolak-balik, dengan titik sebanyak 3 dan digraf komplit dengan arah bolak balik dengan titik sebanyak 2, atau dapat dituliskan: $\overleftrightarrow{K_3} \cup \overleftrightarrow{K_2}$.

f. Graf $K_{3,3}$

Graf bipartisi komplit $K_{3,3}$ digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.23. Graf $K_{3,3}$

Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain pada graf di atas adalah:

$$d(v_1,v_2)=2, d(v_1,v_3)=2, d(v_1,w_1)=1, d(v_1,w_2)=1, d(v_1,w_3)=1$$
$$d(v_2,v_1)=2, d(v_2,v_3)=2, d(v_2,w_1)=1, d(v_2,w_2)=1, d(v_2,w_3)=1$$
$$d(v_3,v_1)=2, d(v_3,v_2)=2, d(v_3,w_1)=1, d(v_3,w_2)=1, d(v_3,w_3)=1$$
$$d(w_1,w_2)=2, d(w_1,w_3)=2, d(w_1,v_1)=1, d(w_1,v_2)=1, d(w_1,v_3)=1$$
$$d(w_2,w_1)=2, d(w_2,w_3)=2, d(w_2,v_1)=1, d(w_2,v_2)=1, d(w_2,v_3)=1$$
$$d(w_3,w_1)=2, d(w_3,w_2)=2, d(w_3,v_1)=1, d(w_3,v_2)=1, d(w_3,v_3)=1$$

Dari jarak masing-masing titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya dalam bentuk tabel berikut:

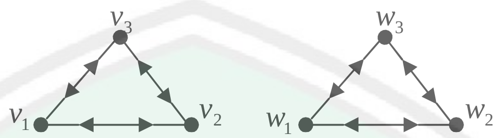
Tabel 3.12. Eksentrisitas Graf $K_{3,3}$

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_2, v_3
v_2	2	v_1, v_3
v_3	2	v_1, v_2
w_1	2	w_2, w_3
w_2	2	w_1, w_3
w_3	2	w_1, w_2

Dengan melihat Tabel 3.12, diperoleh bahwa:

1. Titik v_2 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2 dan v_3.
2. Titik v_1 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1 dan v_3.
3. Titik v_1 dan v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_1 dan v_2.
4. Titik w_2 dan w_3 adalah titik eksentrik dari titik w_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_1 ke titik w_2 dan w_3.
5. Titik w_1 dan w_3 adalah titik eksentrik dari titik w_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_2 ke titik w_1 dan w_3.
6. Titik w_1 dan w_2 adalah titik eksentrik dari titik w_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_3 ke titik w_1 dan w_2.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{3,3}$, yaitu:

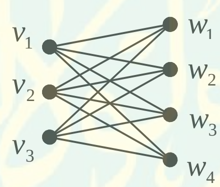


Gambar 3.24. Eksentrik Digraf Graf $K_{3,3}$

Bentuk eksentrik digraf dari graf $K_{3,3}$ adalah gabungan dua digraf komplit dengan arah bolak-balik, dengan titik sebanyak 3, atau dapat dituliskan: $\overset{\leftrightarrow}{K}_3 \cup \overset{\leftrightarrow}{K}_3$.

g. Graf $K_{3,4}$

Graf bipartisi komplit $K_{3,4}$ digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.25. Graf $K_{3,4}$

Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain pada graf di atas adalah:

$d(v_1,v_2)= d(v_1,v_3)=2,\ d(v_1,w_1)= d(v_1,w_2)= d(v_1,w_3)= d(v_1,w_4)= 1$

$d(v_2,v_1)= d(v_2,v_3)=2,\ d(v_2,w_1)= d(v_2,w_2)= d(v_2,w_3)= d(v_2,w_4)=1$

$d(v_3,v_1)= d(v_3,v_2)=2,\ d(v_3,w_1)= d(v_3,w_2)= d(v_3,w_3)= d(v_3,w_4)= 1$

$d(w_1,v_1)= d(w_1,v_2)= d(w_1,v_3)=1, d(w_1,w_2)= d(w_1,w_3)= d(w_1,w_4)= 2$

$d(w_2,v_1)= d(w_2,v_2)= d(w_2,v_3)=1, d(w_2,w_1)= d(w_2,w_3)= d(w_2,w_4)= 2$

$d(w_3,v_1)= d(w_3,v_2)=d(w_3,v_3)=1, d(w_3,w_1)= d(w_3,w_2)= d(w_3,w_4)= 2$

$d(w_4,v_1)= d(w_4,v_2)=d(w_4,v_3)=1, d(w_4,w_1)= d(w_4,w_2)= d(w_4,w_3)= 2$

Dari jarak masing-masing titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya dalam bentuk tabel berikut:

Tabel 3.13. Eksentrisitas Graf $K_{3,4}$

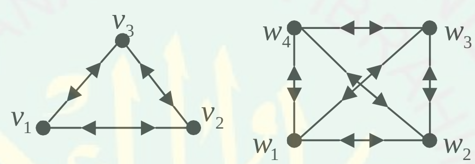
Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_2, v_3
v_2	2	v_1, v_3
v_3	2	v_1, v_2
w_1	2	w_2, w_3, w_4
w_2	2	w_1, w_3, w_4
w_3	2	w_1, w_2, w_4
w_4	2	w_1, w_2, w_3

Dengan melihat Tabel 3.13, diperoleh bahwa:

1. Titik v_2 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2 dan v_3.
2. Titik v_1 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1 dan v_3.
3. Titik v_1 dan v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_1 dan v_2.
4. Titik w_2, w_3, w_4 adalah titik eksentrik dari titik w_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_1 ke titik w_2, w_3 dan w_4.
5. Titik w_1, w_3, w_4 adalah titik eksentrik dari titik w_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_2 ke titik w_1, w_3 dan w_4.

6. Titik w_1, w_2, w_4 adalah titik eksentrik dari titik w_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_3 ke titik w_1, w_2 dan w_4.
7. Titik w_1, w_2, w_3 adalah titik eksentrik dari titik w_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_4 ke titik w_1, w_2 dan w_3.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{3,4}$, yaitu:

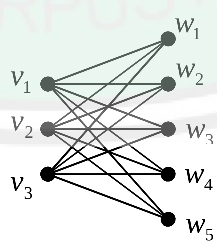


Gambar 3.26. Eksentrik Digraf Graf $K_{3,4}$

Bentuk eksentrik digraf dari graf $K_{3,4}$ adalah gabungan dari digraf komplit dengan arah bolak-balik, dengan titik sebanyak 3 dan digraf komplit dengan arah bolak balik dengan titik sebanyak 4, atau dapat dituliskan: $\overset{\leftrightarrow}{K}_3 \cup \overset{\leftrightarrow}{K}_4$.

h. Graf $K_{3,5}$

Graf bipartisi komplit $K_{3,5}$ digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.27. Graf $K_{3,5}$

Jarak masing-masing titik ke semua titik yang lain pada graf di atas adalah:

$d(v_1,v_2)= d(v_1,v_3)=2, d(v_1,w_1)= d(v_1,w_2)= d(v_1,w_3)= d(v_1,w_4)= d(v_1,w_5)=1$

$d(v_2,v_1)= d(v_2,v_3)=2, d(v_2,w_1)= d(v_2,w_2)= d(v_2,w_3)= d(v_2,w_4)= d(v_2,w_5)=1$

$d(v_3,v_1)= d(v_3,v_2)=2, d(v_3,w_1)= d(v_3,w_2)= d(v_3,w_3)= d(v_3,w_4)= d(v_3,w_5)=1$

$d(w_1,v_1)= d(w_1,v_2)= d(w_1,v_3)=1, d(w_1,w_2)= d(w_1,w_3)= d(w_1,w_4)= d(w_1,w_5)=2$

$d(w_2,v_1)= d(w_2,v_2)= d(w_2,v_3)=1, d(w_2,w_1)= d(w_2,w_3)= d(w_2,w_4)= d(w_2,w_5)=2$

$d(w_3,v_1)= d(w_3,v_2)=d(w_3,v_3)=1, d(w_3,w_1)= d(w_3,w_2)= d(w_3,w_4)= d(w_1,w_5)=2$

$d(w_4,v_1)= d(w_4,v_2)=d(w_4,v_3)=1, d(w_4,w_1)= d(w_4,w_2)= d(w_4,w_3)= d(w_4,w_5)=2$

$d(w_5,v_1)= d(w_5,v_2)=d(w_5,v_3)=1, d(w_5,w_1)= d(w_5,w_2)= d(w_5,w_3)= d(w_5,w_4)=2$

Dari jarak masing-masing titik tersebut dapat ditentukan eksentrisitas dan titik eksentriknya dalam bentuk tabel berikut:

Tabel 3.14. Eksentrisitas Graf $K_{3,5}$

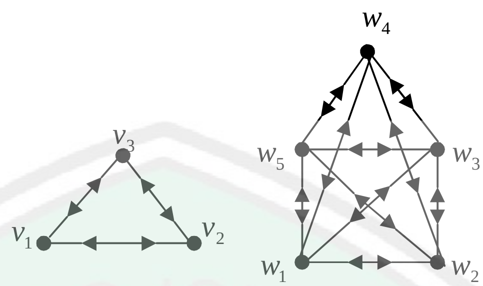
Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
v_1	2	v_2, v_3
v_2	2	v_1, v_3
v_3	2	v_1, v_2
w_1	2	w_2, w_3, w_4, w_5
w_2	2	w_1, w_3, w_4, w_5
w_3	2	w_1, w_2, w_4, w_5
w_4	2	w_1, w_2, w_3, w_5
w_5	2	w_1, w_2, w_3, w_4

Dengan melihat Tabel 3.14, diperoleh bahwa:

1. Titik v_2 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_1 ke titik v_2 dan v_3.
2. Titik v_1 dan v_3 adalah titik eksentrik dari titik v_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_2 ke titik v_1 dan v_3.

3. Titik v_1 dan v_2 adalah titik eksentrik dari titik v_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik v_3 ke titik v_1 dan v_2.
4. Titik w_2, w_3, w_4, w_5 adalah titik eksentrik dari titik w_1, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_1 ke titik w_2, w_3, w_4 dan w_5.
5. Titik w_1, w_3, w_4, w_5 adalah titik eksentrik dari titik w_2, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_2 ke titik w_1, w_3, w_4 dan w_5.
6. Titik w_1, w_2, w_4, w_5 adalah titik eksentrik dari titik w_3, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_3 ke titik w_1, w_2 , w_4 dan w_5.
7. Titik w_1, w_2, w_3, w_5 adalah titik eksentrik dari titik w_4, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_4 ke titik w_1, w_2 , w_3 dan w_5.
8. Titik w_1, w_2, w_3, w_4 adalah titik eksentrik dari titik w_5, sehingga pada eksentrik digrafnya terdapat arc yang menghubungkan titik w_5 ke titik w_1, w_2 , w_3 dan w_4.

Berdasarkan keterangan di atas, diperoleh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{3,5}$, yaitu:



Gambar 3.28. Eksentrik Digraf Graf $K_{3,5}$

Bentuk eksentrik digraf dari graf $K_{3,5}$ adalah gabungan dari digraf komplit dengan arah bolak-balik, dengan titik sebanyak 3 dan digraf komplit dengan arah bolak balik dengan titik sebanyak 5, atau dapat dituliskan: $\overleftrightarrow{K}_3 \cup \overleftrightarrow{K}_5$.

Dari beberapa contoh eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{m,n}$ dengan $m,n \geq 2$ di atas, dapat diperoleh bentuk umum $ED(K_{m,n}) = \overleftrightarrow{K}_m \cup \overleftrightarrow{K}_n$ dengan $m,n \geq 2$.

Teorema 3.2

$ED(K_{m,n}) = \overleftrightarrow{K}_m \cup \overleftrightarrow{K}_n$ dengan $m,n \geq 2$

Bukti:

Misalkan $K_{m,n}$ dengan $m,n \geq 2$ adalah suatu graf bipartisi komplit, maka himpunan titik dari graf $K_{m,n}$ dapat dipartisi menjadi dua himpunan bagian X dan Y, dimana $X = \{v_1, v_2, ..., v_m\}$, dan $Y = \{w_1, w_2, \cdots, w_n\}$.

Dari definisi graf bipartisi komplit, jarak terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari v_i untuk setiap i = 1,2,3,...,m di X adalah semua titik di X

kecuali dirinya sendiri, demikian juga jarak terjauh dari w_i untuk setiap i = 1,2,3,...,n di Y adalah semua titik di Y kecuali dirinya sendiri. Maka eksentrisitas titik v_i pada graf bipartisi komplit $K_{m,n}$ dengan $m,n \geq 2$ adalah $e(v_i) = 2$ untuk setiap i = 1,2,3,...,n dan $e(w_i) = 2$ untuk setiap i = 1,2,3,...,m.

Titik eksentrik dari v_i di X adalah v_j di X untuk i = 1,2,3,...,m, dan $j \neq i$, dan titik eksentrik dari w_i di Y adalah w_j di Y untuk i = 1,2,3,...,n, dan $j \neq i$.

Dengan demikian himpunan titik di X membentuk digraf komplit dengan m titik dan sisinya berarah bolak-balik, sedangkan himpunan titik di Y membentuk digraf komplit dengan n titik dan sisinya berarah bolak-balik, sehingga eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{m,n}$ dengan $m,n \geq 2$ adalah $ED(K_{m,n}) = \overset{\leftrightarrow}{K}_m \cup \overset{\leftrightarrow}{K}_n$.

Berdasarkan pembuktian di atas terbukti bahwa bentuk umum eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit $K_{m,n}$ dengan $m,n \geq 2$ adalah gabungan dari digraf komplit K_m dan K_n dengan sisi berarah bolak-balik, atau dapat dituliskan dengan:

$ED(K_{m,n}) = \overset{\leftrightarrow}{K}_m \cup \overset{\leftrightarrow}{K}_n$ dengan $m,n \geq 2$.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai eksentrik digraf dari graf sikel dengan n titik (C_n) dan graf bipartisi komplit dengan m dan n titik ($K_{m,n}$) $m,n \geq 2$, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Misalkan C_n adalah graf sikel dengan n titik dengan $V(C_n) = \{v_1,v_2,...,v_n\}$ dan $E(C_n) = \{e_1,e_2,...,e_n\}$dimana $e_i = v_iv_{i+1}$ (mod n) untuk setiap i=1,2,...,n. Maka bentuk umum eksentrik digraf (ED) dari graf sikel dengan n titik (C_n) untuk n ganjil adalah digraf sikel n titik dengan sisi berarah bolak-balik dan untuk n genap adalah digraf komplit 2 titik dengan sisi berarah bolak-balik sebanyak $\frac{1}{2}$ n atau dapat dituliskan dengan:

$$ED(C_n) = \begin{cases} \overset{\leftrightarrow}{C}_n & ,\textit{untuk n ganjil} \\ \frac{1}{2} n \overset{\leftrightarrow}{K}_2 & ,\textit{untuk n genap} \end{cases}$$

2. Misalkan $K_{m,n}$ dengan $m,n \geq 2$ adalah suatu graf bipartisi komplit, maka himpunan titik dari graf $K_{m,n}$ dapat dipartisi menjadi dua himpunan bagian X dan Y, dimana $X = \{v_1, v_2,..., v_m\}$, dan $Y = \{w_1, w_2, \cdots, w_n\}$. Sedangkan himpunan sisinya: $E(K_{m,n}) = \{v_1w_1, v_1w_2, \cdots, v_1w_n, v_2w_1, v_2w_2, \cdots, v_mw_n\}$. Maka bentuk umum eksentrik digraf dari graf bipartisi komplit dengan m dan n titik ($K_{m,n}$) dan $m,n \geq 2$ adalah gabungan dari digraf komplit dengan m titik dan sisi

berarah bolak-balik dan digraf komplit dengan m titik dan sisi berarah bolak-balik, atau dapat dituliskan dengan:

$ED(K_{m,n}) = \overleftrightarrow{K}_m \cup \overleftrightarrow{K}_n$ dengan $m,n \geq 2$

4.2 Saran

Masih banyak jenis graf yang dapat dicari pola eksentrik digrafnya sehingga dapat ditentukan bentuk umum eksentrik digrafnya. Untuk penelitian selanjutnya dapat melanjutkan penelitian mengenai aplikasi dari eksentrik digraf atau bahasan lain tentang pengembangan eksentrik digraf dan bisa juga mengadakan penelitian yang sejenis dengan jenis-jenis graf yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Ash-Shiddieqy, Teungku Muhammad Hasbi. 2002. *Mutiara Hadits 1-Keimanan*. Semarang: PT. Pustaka Rizki Putra.

Chartrand, G. dan Lesniak, L. 1986. *Graph and Digraph 2nd Edition. California: Wadsworth. Inc.*

Gafur, Abdul. 2008. Eksentrik Digraf dari Graf Star, Graf Double Star, Graf *Komplit Bipartit dan Pelabelan Konsekutif pada Graf Sikel dan Graf Bipartit Komplit*. (Online): (*http://www. Combinatoric. Com*. Diakses tanggal 15 Juli 2008).

Ghofar, M. Abdul. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 7*. Bogor: Pustaka Imam As-Syafi'i.

Lipschutz, Seymour. dan Lipson, Marc Lars. 2002. *Matematika Diskrit Jilid 2*. Jakarta: Salemba Teknika.

Munir, Rinaldi. 2003. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika.

Murata, Sachiko. dan Chittick, William C. 1997. *Trilogi Islam (Islam, Iman, dan Ihsan)*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.

Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: Institut Keguruan dan Ilmu Pendidikan Malang.

Shihab, M. Quraish. 2002. *Tafsir Al- Misbah: Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an*. Jakarta: Lentera Hati.

Shihab, M. Quraish. 2007. *Wawasan Al-Qur'an: Tafsir tematik Atas Pelbagai Persoalan Umat*. Bandung: PT. Mizan Pustaka.

Siang, Jong Jek. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Yogyakarta: Andi.

Wilson. Robin J dan Walkins, John J. 1990. Graphs An Introductory Approach: A *first Course in Discrete Mathematic*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

DEPARTEMEN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345
Fax. (0341)572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : **Titin Muli'ah**
NIM : **04510011**
Fakultas/ Jurusan : **Sains Dan Teknologi/ Matematika**
Judul skripsi : **EKSENTRIK DIGRAF DARI GRAF SIKEL (C_n) DAN GRAF BIPARTISI KOMPLIT ($K_{m,n}$)**
Pembimbing : **Evawati Alisah, M.Pd**
Ahmad Barizi, M.A

No	Tanggal	HAL	Tanda Tangan	
1	11 November 2008	Proposal	1.	
2	13 November 2008	ACC Proposal		2.
3	25 November 2008	Konsultasi BAB III	3.	
4	18 Desember 2008	Revisi BAB III		4.
5	23 Desember 2008	Revisi BAB III	5.	
6	25 Desember 2008	Konsultasi BAB I dan II		6.
7	1 Januari 2009	Kajian Keagamaan	7.	
8	3 Januari 2009	Kajian Keagamaan		8.
9	12 Januari 2009	Kajian Keagamaan	9.	
10	13 Januari 2009	Revisi BAB I dan II		10.
11	15 Januari 2009	ACC BAB I,II, dan III	11.	
12	16 Januari 2009	ACC Keseluruhan		12.

Malang, Januari 2009
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321