ANALISIS MATEMATIKA METODE HUNGARIA PADA MASALAH PENUGASAN

(studi kasus: Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kab. Malang Tahun 2007-2008)

SKRIPSI

Oleh :
MUMAMMAD KHOTHIYBUL UMAM
NIM: 04510010

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2009

ANALISIS MATEMATIKA METODE HUNGARIA PADA MASALAH PENUGASAN

(studi kasus: Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kab. Malang Tahun 2007-2008)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:

Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
Dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh :
MUMAMMAD KHOTHIYBUL UMAM
NIM: 04510010

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2009

ANALISIS MATEMATIKA METODE HUNGARIA PADA MASALAH PENUGASAN
(studi kasus: Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kab. Malang Tahun 2007-2008)

SKRIPSI

Oleh :
MUMAMMAD KHOTHIYBUL UMAM
NIM: 04510010

Telah Disetujui untuk Diuji
Malang, 05 Oktober 2009

Dosen Pembimbing I,	**Dosen Pembimbing II,**
Drs. H. Turmudi, M. Si	**Munirul Abidin, M.Ag**
NIP. 19571005 198203 1 006	**NIP. 19720420 200212 1 003**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

SURAT PERNYATAAN
ORIENTALIS PENELITIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Muhammad Khothiybul Umam

NIM : 04510010

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 19 Oktober 2009
Yang membuat pernyataan

Muhammad Khothiybul Umam
NIM: 04510010

ANALISIS MATEMATIKA METODE HUNGARIA PADA MASALAH PENUGASAN

(studi kasus: Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kab. Malang Tahun 2007-2008)

SKRIPSI

Oleh :
MUMAMMAD KHOTHIYBUL UMAM
NIM: 04510010

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal, 19 Oktober 2009

Susunan Dewan Penguji: Tanda Tangan

1. **Penguji Utama : Sri Harini, M. Si ( )**
   NIP. 19731014 200112 2 002
2. **Ketua : Usman Pagalay, M. Si ( )**
   NIP. 19751006 200312 1 001
3. **Sekretaris : Drs. H. Turmudi, M. Si ( )**
   NIP. 19571005 198203 1 006
4. **Anggota : Munirul Abidin, M.Ag ( )**
   NIP. 19720420 200212 1 003

Mengetahui dan Mengesahkan

Ketua Jurusan Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERSEMBAHAN

Dengan Lantunan Do'a dan Untaian kata terimakasih yang tidak akan pernah putus hingga karya kecil ini Saya persembahkan kepada:

" Abi Adb. Fatah dan Umi Zainah. Zain Dengan ikhlas saya dibesarkan dan tanpa mengharap imbalan suatu apapun, saya dididik hingga sampai saat ini saya dapat mengerti arti hidup. Untuk Abi dan umi tercinta sungguh cinta, pengorbanan, kasih-sayang, perhatian dan jasa-jasamu tidak akan pernah saya lupakan dan akan selalu terukir indah dalam kalbuku ".

MOTTO

إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡ

" Sesungguhnya Allah tidak merobah keadaan suatu kaum sehingga mereka merobah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri "

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberi Rahmad serta Hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul " **ANALISIS MATEMATIKA ALGORITMA HUNGARIA PADA METODE PENUGASAN**" sebagai salah satu persyaratan dalam menyelesaikan pendidikan S1.

Sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Baginda Rasulullah Muhammad SAW, yang telah menuntun umatnya dari kegelapan menuju jalan yang terang yaitu Ad-dinul Islam.

Selama penulisan skripsi ini penulis telah banyak mendapat bimbingan, masukan, motivasi dan arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, M.Si. Selaku Rektor Universtas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Bapak Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., D.Sc. selaku Dekan Fakultas Saintek Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir. M. pd selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Bapak Drs. H. Turmudi, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah banyak memberi arahan dan bimbingan kepada penulis.
5. Bapak Munirul Abidin, M.Ag selaku Dosen Pembimbing Integrasi Sains dan Islam yang juga telah banyak memberi arahan kepada penulis.
6. Dan segenap Bapak/Ibu Dosen Fakultas Sains dan Teknologi, khususnya dosen jurusan Matematika yang pernah mendidik dan memberikan ilmunya yang tak ternilai harganya.

7. Kedua Orang Tua Abd. Fatah dan Zainah. Zain yang senantiasa dengan limpahan do'a dan pengorbanan yang tiada tara, sungguh kasihmu telah memberikan dorongan dan semangat dalam menjalani kehidupan ini, terimakasih Abi-Umi.
8. Teman-teman matematika angkatan 2004 dalam susah dan senang menemani penulis dalam menuntut ilmu terutama Anwar (Kriting), Iqbal, Jalil, Lek Zain dan Adik Kembarku yang selalu memberi semangat dan dorongan untuk menyelesaikan tugas akhir ini, sungguh manis kenangan bersama kalian.
9. Teman-teman UKM-ku Tercinta Seni Religius dalam suka maupun duka yang tak pernah lelah menimba ilmu didalam organisasi, sungguh kenangan bersama kalian tidak akan terlupakan
10. Semua pihak yang terlibat baik secara langsung maupun tidak langsung demi selesainya skripsi ini.

semoga Allah membalas semua amal baik dengan balasan yang berlipat ganda.

Dengan segala kerendahan hati, penulis juga menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan. Kepada semua pihak yang membaca skripsi ini, semoga dapat mengambil manfaatnya. Amin.

Malang, 06 Oktober 2009

Penulis,

DAFTAR ISI

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Muhammad Khothiybul Umam. 2009. **Analisis Matematika Algoritma Hungaria Pada Metode penugasan** Skripsi Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: Drs. H. Turmudi, M.Si dan Munirul Abidin, M.Ag

Kata Kunci: personnel assignment problem problem, Hungarian method,

Metode Hungarian (Hungarian Method) adalah salah satu dari beberapa teknik-teknik pemecahan yang tersedia untuk masalah-masalah penugasan

Untuk dapat menerapkan Metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tujuan yang akan diselesaikan. Selain itu, setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tujuan.

Masalah penugasan ***adalah*** menentukan suatu penugasan optimal dalam suatu matriks biaya tertentu. Sebagai contoh dalam penugasan sebanyak n lokasi konstruksi, maka c_{ij} bisa berupa jarak (dalam mil) antara alat ke-i dengan lokasi ke-j. Penugasan optimal adalah penugasan di mana jarak total yang ditempuh untuk memindahkan n alat mempunyai nilai minimum.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam Al-Qur'an telah banyak dijelaskan berbagai macam permasalahan berkaitan dengan Penugasan yang diberikan kepada Utusan (Rosul)nya secara general dalam ilmu pengetahuan seperti dalam ayat:

وَمَا خَلَقْتُ ٱلْجِنَّ وَٱلْإِنسَ إِلَّا لِيَعْبُدُونِ ٥٦

Artinya: Dan aku tidak menciptakan jin dan manusia melainkan supaya mereka menyembah kepada-Ku.(QS. Az-Dzaariyaat :56)

Ayat di atas menjelaskan bahwa Allah menciptakan jin dan manusia agar mereka beribadah atau menyembah kepada Allah dan tidak ada yang pantas disembah walaupun matahari maupun bulan, tapi sembahlah Allah Yang menciptakannya.

Matematika merupakan salah satu bagian dari ilmu dasar *(basic science)* yang memiliki peran penting dalam kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi. Peranan matematika dalam menyelesaikan masalah di dunia nyata sudah tidak di ragukan lagi. Dengan matematika diharapkan akan diperoleh solusi akhir yang tepat, valid dan dapat diterima secara ilmiah.

Salah satu bidang ilmu yang dikembangkan dalam mendapatkan solusi yang optimum adalah Riset Operasi. Riset operasi adalah sebuah kajian dalam menetapkan tugas-tugas pada berbagai fasilitas dengan korespondensi satu-ke-satu secara optimal. Sebagai contoh, permasalahannya mungkin berupa menentukan penugasan terbaik atas pekerja dengan pekerjaannya, pemain olah raga dengan posisinya dilapangan, peralatan dengan lokasi konstruksi, dan sebagainya. (Anton, Rorrer. 2004: 152)

Salah satu metode yang berkaitan dengan masalah tersebut adalah Hungaria. Metode Hungaria adalah salah satu algoritma yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan masalah assignment (masalah penugasan). versi awalnya, yang dikenal dengan Hungaria Metod (Metode Hungaria) yang di ditemukan dan dipublikasikan oleh Harold Kuhn pada tahun 1955. Oleh karen itu, algoritma ini kemudian dikenal juga dengan nama Algoritma Kuhn – Munkers.

Algoritma yang dikembangkan oleh Kuhn ini berdasarkan pada hasil kerja dua orang matematikawan asal hungaria lainnya, yaitu Denes Konig dan Jeno Egervary. Keberhasilan Kuhn menggabungkan dua buah penemuan matematis dari Jeno Egervary menjadi satu bagian merupakan hal utama menginspirasikan lahirnya Metode Hungaria.

Untuk dapat menerapkan Metode Hungaria, Matriks Biayanya harus berbentuk Bujur sangkar dan entri-entri pada matriks biaya harus merupakan bilangan bulat. Selain itu, setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tugas. Metode Hungaria, yang merupakan metode lima langkah untuk menerapkan sebuah matriks biaya dengan entri-entri tak negatif yang mengandung sebuah Masalah Penugasan yang seluruhnya terdiri dari entri-entri nol. (Anton, Rorrer. 2004)

Masalah penugasan *(Assignment Problems)* merupakan masalah terbesar dalam teori pengambilan keputusan yang penyelesaiannya cukup kompleks. Salah satu algoritma yang disarankan untuk digunakan dalam menyelesaikan persoalan ini adalah algoritma brute force, di mana dalam algoritma ini seluruh kemungkinan solusi diperhitungkan sebagai kandidat solusi. Tentu saja hal ini sangat menggunakan *resource* (sumber daya) yang besar dan penyelesaian ini menjadi optimal.

Metode ini akan penulis aplikasiakan pada Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kabupaten Malang dengan Masalah Penugasan, dimana masalah yang ingin dipecahkan adalah mencari solusi terbaik minimum terhadap Pajak Galian Golongan C. (Munir, Renaldi. 2005 : 86).

Untuk memudahkan persoalan, Tujuannya adalah menugaskan Jenis-jenis galian golongan C tersebut ke pajak (satu jenis galian golongan C per pajak) dengan biaya total terendah, Misalkan situasi penugasan *m* jenis galian golongan C ke *n* pajak. Jenis galian golongan C_i (=1, 2, …, m) ketika ditugaskan ke pajak *j* (=1, 2, …, n) memerlukan biaya C_{ij}. Tujuannya adalah menugaskan Jenis-jenis galian golongan C tersebut ke pajak (satu jenis galian golongan C per pajak) dengan biaya total terendah. Seperti dalam tabel dibawah ini:

Tabel 1. Bentuk Masalah Penugasan

		Tujuan			
		1	2	…	n
	1	C_{11}	C_{12}	…	C_{1n}
Sumber	2	C_{21}	C_{22}	…	C_{2n}
	:	:	:		:
	m	C_{m1}	C_{m2}	…	C_{mn}

Perumusan masalah ini dapat dipandang sebagai kasus khusus dari model transportasi. Di sini jenis galian golongan C mewakili ”sumber” dan pajak mewakili ”tujuan”. Penawaran yang tersedia disetiap sumber adalah 1;yaitu, a_1 =1 untuk semua *i*. Demikian pula, permintaan yang diperlukan disetiap tujuan adalah 1;yaitu, b_j =1 untuk semua *j*. Biaya ”transportasi” (penugasan) Jenis galian golongan C *i* ke pajak *j* adalah C_{ij} . Jika sebuah Jenis galian golongan C tidak bisa di tugaskan ke pajak tertentu, nilai c_{ij} yang bersangkutan disamakan dengan *M*, biaya yang sangat tinggi. Tabel diatas memberikan represensi umum dari model penugasan ini. (Taha, 2006 : 226).

Pajak merupakan salah satu kontributor terbesar dari APBN (Anggaran Pendapatan Belanja Negara) di Indonesia, yang mana perannya sangat berpengaruh besar terhadap kelangsungan pembangunan bangsa ini. Dengan diberlakukannya sistem Otonomi Daerah (OTODA), biaya pajak dapat berbeda antar daerah karena masing-masing daerah berhak menentukan biaya/pungutan pajak.

Adapun pajak yang dikelola di Daerah Tingkat II (Kabupaten/Kota Madya) antara lain: Pajak Hotel dan Restoran, Pajak Hiburan, Pajak Galian golongan C, Pajak Penerangan Jalan, Pajak Pengambilan dan Pengolahan Bahan Galian Golongan C, serta Pajak Pemanfaatan Air Bawah Tanah dan Air Permukaan. Dari setiap pemungutan pajak yang dilakukan, maka akan memberikan pendapatan yang besar pula sebanding dengan besarnya pajak yang di kelola. Pajak Galian Golongan C merupakn salah satu kontribusi terhadap APBD (Anggaran Pendapatan Belanja Daerah), dan menduduki urutan yang ke-enam dari keseluruhan pendapatan pemerintah kabupaten Malang, meskipun pajak Galian Golongan C bukan satu-satunya pajak, namun dapat memberikan pemasukan yang besar di tingkat kabupaten. Seperti halnya di Kabupaten Malang,

Berdasarkan hal inilah penulis mengangkat masalah " ***Analisis Matematika Metode Hungaria Pada Masalah Penugasan*** " pada kantor Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kabupaten Malang.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka permasalahan dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana Analisis Matematika Metode Hungaria dalam menentukan solusi yang optimal?
2. Bagaimana Implementasi Metode Hungaria bila diterapkan pada pajak galian golongan C?

1.3 Batasan Masalah

Permasalahan yang ditulis pada skripsi ini dibatasi pada perhitungan Metode Hungaria yang dilakukan dengan menggunakan model penugasan dengan mengambil objek Pajak galian golongan C agar tidak menimbulkan permasalahan yang baru yaitu pajak jenis reklame dan besarnya pajak dengan *Metode Hungaria pada Masalah Penugasan.* Dengan besar pendapatan daerah Kabupaten Malang tahun 2007-2008.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang serta rumusan masalah tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk :

1. Diperoleh rumusanAnalisis Matematika Metode Hungaria dalam menentukan solusi yang optimal.
2. mengimplementasi Metode Hungaria bila diterapkan pada pajak galian golongan C.

1.5 Metode Penelitian

1.5. 1 Pendekatan dan Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini merupakan penelitian lapangan atau studi kasus pada Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kabupaten Malang Tahun 2007-2008 yang bertujuan untuk mengumpulkan data atau informasi dengan bantuan materi Analisis Metode Hungaria yang di Aplikasikan pada Masalah penugasan.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pengertian Metode Hungarian

Metode Hungarian (Hungarian Method) adalah salah satu dari beberapa teknik-teknik pemecahan yang tersedia untuk masalah-masalah penugasan. Metode Hungarian mula-mula dikembangkan oleh seorang ahli matematika berkebangsaan Hungaria yang bernama D. Konig dalam tahun 1916.

Untuk dapat menerapkan Metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tujuan yang akan diselesaikan. Selain itu, setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tujuan. Jadi, masalah penugasan akan mencakup sejumlah n sumber yang mempunyai n tujuan (Taha, 1996: 225-227).

Teorema: Jika sebuah bilangan ditambahkan pada atau dikurangkan pada seluruh entri dari sebuah baris atau kolom dalam sebuah matriks biaya, maka penugasan optimal untuk matriks biaya yang dihasilkan adalah juga penugasan optimal untuk matriks biaya semula.

Untuk melihat mengapa berlaku teorema ini, andaikan bilangan lima ditambahkan pada tiap entri pada baris kedua dalam matriks biaya tertentu. Karena setiap penugasan mengandung tepat satu entri dari baris kedua, dengan sendirinya biaya tiap penugasan pada matriks baru adalah tepat 5 kali lebih banyak dibanding dengan biaya penugasan terkait pada matriks semula. Maka, penugasan-penugasan yang saling terkait akan tetap dengan urutannya semula dalam kaitannya dengan biaya, sehingga penugasan optimal untuk matriks manapun akan berhubungan dengan penugasan optimal untuk matriks lainnya. Argumen serupa akan berlaku jika sebuah bilangan ditambahkan kekolom tertentu di dalam sebuah matriks biaya, atau jika proses pengurangan lebih disukai dari pada proses penambahan.

Berikut ini akan diperkenalkan ***Metode Hungaria*** **(*Hungaria method*).** Yang merupakan prosedur lima langkah untuk menerapkan teorema di atas pada sebuah matriks biaya tertentu dan menghasilkan matriks entri-entri tak negatif yang mengandung sebuah penugasan yang seluruhnya terdiri dari entri-entri nol. Penugasan semacam ini disebut penugasan optimal dari bilangan bilangan-bilangan nol, akan menjadi penugasan optimal untuk masalah semula. Metode hungaria diuraikan dalam teorema di atas untuk matriks biaya n x n. Dua langkah yang pertama menggunakan teorema di atas, untuk menghasilkan sebuah matriks biaya dengan entri-entri tak negatif dan dengan paling sedikit satu entri bilangan nol dalam tiap baris dan kolom. Tiga langkah terakhir di gunakan secara iteratif sebanyak yang dibutuhkan untuk menghasilkan sebuah matiks biaya yang mengandung penugasan optimal dari bilangan-bilangn nol.

Langkah-Langkah Metode Hungaria

1. Kurangkan entri terkecil dalam setiap baris dari semua entri barisnya.
2. Kurangkan entri terkecil dalam setiap kolom dari semua entri kolomnya

3. Tarik garis-garis melalui baris dan kolom yang sesuai sehingga semua entri nol dari matriks itu telah terlibat dan jumlah minimum dari garis-garis seperti itu telah digunakan
4. Uji optimalitas:
   a. Jika jumlah minimum dari garis liputan adalah *n*, maka sebuah penetapan optimal akan mungkin dan sudah selesai.
   b. Jika jumlah minimum dari garis liputan lebih sedikit daripada *n*, maka sebuah penetapan optimal dari bilangan nol belum mungkin.Lanjutkan ke langkah 5
5. Tentukan entri terkecil yang tidak terdapat oleh garis manapun. Kurangkan entri ini dari semua entri yang terdapat dan kemudian tambahkan entri itu kepada semua entri yang terdapat oleh sebuah garis horizontal dan sebuah garis vertikal. Kembali ke langkah 3

Perlu dicatat bahwa masalah penugasan dan matriks biaya yang terkait dapat diselesaikan dengan menggunakan ***Metode Hungaria*** sejauh memenuhi beberapa persyaratan sebagai berikut:

1. *matriks biaya harus berbentuk bujur sangkar.* Pada contoh berikutnya, kita akan membahas sebuah prosedur untuk menangani masalah penugasan yang matriks biayanya tidak berbentuk bujur sangkar.
2. *entri-entri pada matriks biaya harus merupakan bilangan bulat.* Untuk penghitungan manual (dengan menggunakan tangan), bilangan bulat sangat memudahkan. Sedang untuk penghitungan dengan menggunakan

alat Bantu, bilanga bulat memungkinkan penggunaan bilangan bulat aritmetik yang pasti dan menghindari kesalahan pembulatan (*roundoff error*). Untuk masalah-masalah dunia nyata, entri-entri yang tak bulat selalu dapat diubah menjadi entri-entri yang bulat dengan mengalikan matriks biayanya dengan pangkat sepuluh yang sesuai.

2.2 PENGERTIAN MASALAH PENUGASAN

Sebuah masalah mendasar dalam Riset Operasi adalah menetapkan tugas-tugas pada berbagai fasilitas dengan korespondensi satu-ke-satusecara optimal. Sebagai contoh, permasalahannya mungkin berupa menentukan penugasan terbaik atas pekerja dengan pekerjaannya, pemain olah raga dengan posisinya dilapangan, peralatan dengan lokasi konstruksi, dan sebagainya. Masalah penugasan mensyaratkan terdapat fasilitas-fasilitas yang sama banyaknya dengan tugas-tugas, misalnya masing-masing sebanyak *n*. Dalam hal ini terdapat *n*! Cara yang berbeda untuk menentukan tugas-tugas pada fasilitas-fasilitas dengan korespondensi satu-ke-satuhal ini disebabkan terdapat *n* untuk menentukan tugas, *n*-1 untuk menentukan tugas kedua, *n*-2 untuk menentukan tugas ketiga, dan seterusnya-secara keseluruhan terdapat:

$$n.(n-1).(n-2).....3.2.1 = n!$$

Penugasan yang mungkin. Di antara *n*! Kemungkinan penugasan, kita bermaksud menentukan penugasan yang optimal. Untuk mendefinisikan rumusan tentang penugasan yang optimal secara tepat, kita memperkenalkan sejumlah kuantitas berikut.

Misalkan:

c_{ij} = biaya untuk menetapkan tugas ke-*j* pada fasilitas ke-*i*

Di mana *i,j* = 1,2,....,n. Satuan untuk c_{ij} bisa berupa rupiah, km, jam, ataupun sesuai dengan apa uang di hadapi. Kita mendefinisikan matriks biaya (*cost matriks*) sebagai matriks *n* x *n*

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ : & : & & : \\ c_{n1} & c_{n2} & & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Persyaratan bahwa setiap fasilitas dikenai oleh sebuah tugas yang unik atas dasar korespondensi satu ke satu adalah ekuivalen dengan syarat bahwa tidak ada c_{ij} yang berasal dari baris atau kolom yang sama. Hal ini didefinisikan sebagai berikut:

Definisi

Jika diketahui C adalah suatu matriks biaya n x n, maka ***penugasan (assignment)*** *adalah himpunan dari n posisi-posisi entri, dimana tidak terletak dua ertri yang terletak di dalam baris atau kolom yang sama.*

Dengan demikian, suatu penugasan yang optimal dapat didefinisikan sebagai berikut:

> Definisi
>
> *Jumlah n entri dari sebuah penugasan disebut* ***biaya (cost)*** *penugasan tersebut.penugasan dengan biaya terkecil yang mungkin disebut* ***penugasan optimal (optimal assignment).***

Masalah penugasan ***adalah*** menentukan suatu penugasan optimal dalam suatu matriks biaya tertentu. Sebagai contoh dalam penugasan sebanyak *n* lokasi konstruksi, maka c_{ij} bisa berupa jarak (dalam mil) antara alat ke-*i* dengan lokasi ke-*j*. Penugasan optimal adalah penugasan di mana jarak total yang ditempuh untuk memindahkan InI alat mempunyai nilai minimum.(Anton, Rorrer: 2004 :152-153)

Langkah-langkah Masalah Penugasan:

1) Menyusun tabel biaya

   Tabel ini menyajikan biaya setiap kemungkinan penugasan

2) Melakukan pengurangan baris

   Gunakan hasil tabel langkah 2, kurangkan biaya setiap baris dengan biaya terkecil dalam setiap baris Melakukan

3) Pengurangan kolom

Kurangkan biaya setiap kolom dengan biaya terkecil setiap kolom

4) Membentuk penugasan optimum

Dari hasil tabel langkah 3, buatlah garis minimum yaitu garis yang melewati angka nol setiap kolom maupun setiap baris. Jika jumlah garis minimum tidak sama dengan jumlah kolom maupun jumlah baris, maka penugasan optimum belum dapat ditentukan. Dalam keadaan seperti ini, beralih ke langkah 5

5) Merevisi tabel

Dari tabel langkah 4, lakukan revisi tabel dengan cara sbb:

Tentukan angka terkecil dari angka yang tidak dilewati oleh garis minimum.

Kurangkan angka yang tidak dilewati garis minimum dengan terkecil

Tambahkan angka yang terdapat pada persilangan garis minimum dengan angka terkecil

Kembali ke langkah 4

6) Menentukan penugasan optimum

Asumsi Penugasan

1. Jumlah sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan.
2. Setiapa sumber di tugaskan untuk satu tugas.

2. 3. Masalah Minimasi.

Adapun cara untuk mengerjakan masalah minimasi dalam Masalah Penugasan adalah sebagai berikut :

1. Merubah matrik biaya menjadi matrik *opportunity* cost yaitu dengan memilih elemen terkecil pada tiap-tiap elemen pada baris yang bersangkutan.
2. Membuat total opportunity cost. Matric dengan cara memilih elemen terkecil pada tiap-tiap kolom untuk dikurangkan pada kolom yang besar dan di tambahkan pada elemen perpotongan garis
3. Tarik sejumlah garis minimum horizontal / vertical yang memuat seluruh elemen nol
4. Bisa ditarik garis jika minimal nol ada 2.

Adapun yang mendasari dalam masalah penugasan untuk menentukan untuk menentukan nilai minimum (terkecil) sebagai berikut, anggaplah

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{jika pekerjaan } i \text{ tidak ditugaskan ke mesin } j \\ 1, & \text{jika pekerjaan } i \text{ ditugaskan ke mesin } j \end{cases}$$

Jadi model ini diketahui $Z_{\min} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1} c_{ij}$

Dengan batasan $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \ldots, n$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_{ij} = 0 \quad Atau \quad 1$$

2. 4. Masalah Maximasi.

Adapun cara untuk menyelesaikan masalah Maximasi dalam Masalah Penugasan adalah sebagai berikut :

1. Mengubah matrik keuntungan menjadi matrik *opportunity lost* yaitu seluruh elemen dalam tiap baris dikurangi dengan nilai maximum / besar dalam baris yang sama.
2. memimumkan *opportunity lost* akan memak-simumkan kontribusi keuntungan total. Hal tersebut didapatkan melalui pengurangan seluruh elemen dalam setiap kolom dengan elemen terkecil dari kolom tersebut.
3. Langkah berikutnya dengan memimumkan opportunity-loss akan memak-simumkan kontribusi keuntungan total. Hal tersebut didapatkan melalui pengurangan seluruh elemen dalam setiap kolom dengan elemen terkecil dari kolom tersebut.

Dasar pemikiran yang diambil dari masalah penugasan untuk mencari nilai Maksimum (maximasi) adalah:

$$Z_{\max} = \sum_{i=1}^{n} u_i + \sum_{i=1}^{n} v_j$$

Dengan batasan

$$u_i + v_j \leq c_{ij}, \qquad i, j = 1, 2, \ . \ . \ . \ , \ n$$

$$u_i , v_j \quad tidak \ \ dibatas, \qquad i, j = 1, 2, \ . \ . \ . \ , \ n$$

2. 5. Pengertian Pajak Galian Golongan C

Pajak pengambilan dan pengolaan bahan Galian Golongan C adalah pungutan daerah atas orang pribadi atau badan hukum yang mengekspoitasi atau mengambil serta menyelenggaraan bahan Galian Golongan C

Dasar Hukum Pajak Galian Golongan C

a. UU No. 34 tahun 2000 tentang perubahan atas UU No 18 tahun 1997 tentang pajak daerah dan retribusi daerah

b. PP No 65 Tahun 2001 tentang perubahan atas PP No 19 Tahun 1997 tentang pajak daerah

c. KMDN No 170 tahun 1997 tentang pedoman tatacara pemungutan pajak daerah

d. Peraturan daerah kabupaten malang nomor 14 tahun 2002 tentang pajak pengambilan dan pengolahaan bahan galian golongan C di Kabupaten Malang

Surat Keputusan Bupati Malang nomor 26 tahun 2003 tentang petunjuk pelaksanaan peraturan daerah kabupaten malng nomor 14 tahun 2002 tentang pajak pengambilan dan pengolahan golongan C di Kabupaten Malang.

Objek, Subjek dan Wajib Pajak Galian Golongan C

Adapun macam-macam Pjak galian golongan C meliputi Nitrat, Phospat, Garam batu, Talk, Mika, Magnesite, Grafit, Yarosit, Tawas (alum), Leosit, Oker, Batu permata, Batu ½ permatapasir kuarsa, Kaolin, Feldespart, Gips, Bentonie, Batu apung, Obsidian, Perlit tanah diatome, Tanah serap, Marmer, Batu tulis, Batu kapur, Batu sungai, Batu gunung, Batu belah, Dolomite, Kalsit, Granit, Tanah liat, Pasir urug, Pasir dan krikil, Zeoliute, Napal, Phiropilit, Onyx, dan Kayu kersik.

Tarip Pajak

1. bagi penguasaha / non tradisional sebesar 20% dari nilai jual eksploitasi bahan galian golongan C
2. bagi penambang tradisisonal sebesar 10% dari nilai jual eksploitasi Bahan Galian Golongan C

Cara Pengenaan

NILAI JUAL X TARIP PAJAK

PENJELASAN

Nilai Jual Dihitung Dari Harga Dasar Indek Lokasi

1. Indek 1 adalah lokasi objik berada di sepanjang jalan objek berada jalan beraspal dengan ketentuan maruk lokasi maksimal 500 m dari jalan beraspal
2. Indek 0.9 adalah lokasi objek berda disepanjang jalan beraspal yang sedang / rendah
3. Indek 0.8 adalah lokasi objek yang berada disepanjang jalan macadam dalam keadaan baik
4. Indek 0.7 adalah lokasi objek berada disepanjang jalan dalam keadaan sedang / atau rendah

5. Indek 0.6 adalah lokasi objek disepanjang jalan tanah dalam keadaan baik
6. Indek 0.5 adalah lokasi objek berada di sepanjang jalan tanah dalam keadaan jelek.

Daftar Dasar Kualitas Dan Indeks Lokasi

Bahan Galian Golongan C Kabupaten Malang

NO	**Jenis bahan galian**	**Indeks lokasi**	**Harga dasar (M^3/ ton)**
1	2	3	4
1	Nitrat	0.5 – 1	13.500
2	Phospat	0.5 – 1	16.200
3	Garam batu	0.5 – 1	7.200
4	Asbes	0.5 – 1	23.100
5	Talk	0.5 – 1	34.500
6	Mika	0.5 – 1	34.500
7	Magnesite	0.5 – 1	18.500
8	Grafit	0.5 – 1	9.000
9	Yarosit	0.5 – 1	18.000
10	Tawas (alum)	0.5 – 1	18.000
11	Leosit	0.5 – 1	13.800
12	Oker	0.5 – 1	13.800
13	Pasir kuarsa	0.5 – 1	13.800
14	Kaolin	0.5 – 1	14.400

15	Feldespart	0.5 - 1	11400
16	Gips	0.5 – 1	11.000
17	Bentonie	0.5 – 1	30.000
18	Batu apung	0.5 – 1	13.800
19	Trass	0.5 – 1	3.600
20	Obsidian	0.5 – 1	15.000
21	Perlit tanah diatome	0.5 – 1	3.600
22	Tanah diatome	0.5 – 1	15.000
23	Tanah serap	0.5 – 1	11.400
24	Marmer	0.5 – 1	35.000
25	Batu tulis	0.5 – 1	10.500
26	Batu kapur	0.5 – 1	10.500
27	Dolomite	0.5 – 1	10.500
28	Kalsit	0.5 – 1	13.500
29	Granit,		10.000
	a. Bubuk	0.5 – 1	8.000
	b. bloc	0.5 – 1	12.000
30	Tanah liat		
	a. tahan api	0.5 – 1	9.000
	b. ball clay	0.5 – 1	8.000
	c. bangunan	0.5 – 1	2.000
	d. tanah urug	0.5 – 1	4.000
31	Pasir dan krikil		

	a. untuk bhn bagunan	0.5 – 1	10.000
	b. sirtu	0.5 – 1	8.000
	c. oral	0.5 – 1	10.000
32	Zeoliute	0.5 – 1	14.500
33	Napal	0.5 – 1	2.000
34	Phiropilit	0.5 – 1	23.000
35	Onyx	0.5 – 1	35.000
36	Kayu kersik	0.5 – 1	21.000
		0.5 – 1	

(Pemerintah Kabupaten Malang, Dinas Pendapatan 2004;33-39)

2. 6. Tinjauan Islam Tentang masalah Penugasan (assignment problem) menurut Al Qur’an

Dalam al-Qur’an yang menjelaskan tentang macam permasalahan di dunia terutama tentang penugasan dalam ilmu pengetahuan.

Berbicara tentang Masalah Penugasan, Al Qur’an telah memberikan tugas kepada manusia tenetang tanggung jawab. Adapun hubungan antara Al Qur’an dan bentuk tugas hendaknya diletakkan pada proporsi yang lebih tepat, yaitu sesuai dengan kemurnian dan kesucian Al Qur’an dan sesuai pula dengan logika ilmu pengetahuan itu sendiri.

. Dalam Al-Quran masalah penugasan juga dibicarakan yaitu pada surat Ash Shaaffaat :72

وَلَقَدۡ أَرۡسَلۡنَا فِيهِم مُّنذِرِينَ ٧٢

Artinya : “ dan sesungguhnya telah Kami utus pemberi-pemberi peringatan (rasul-rasul) di kalangan mereka”. (QS. Ash Shaaffaat :72)

Untuk mendefinisikan rumusan tentang penugasan yang optimal secara tepat, kita memperkenalkan sejumlah kuantitas berikut.

Misalkan:

c_{ij} = biaya untuk menetapkan tugas ke-j pada fasilitas ke-i

Di mana *i,j* = 1,2,....,n. Satuan untuk c_{ij} bisa berupa rupiah, km, jam, ataupun sesuai dengan apa uang di hadapi. Kita mendefinisikan matriks biaya (*cost matriks*) sebagai matriks *n* x *n*

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Persyaratan bahwa setiap fasilitas dikenai oleh sebuah tugas yang unik atas dasar korespondensi satuke satu adalah ekuivalen dengan syarat bahwa tidak ada c_{ij} yang berasal dari baris atau kolom yang sama. Hal ini didefinisikan sebagai berikut:

1. Jika diketahui C adalah suatu matriks biaya n x n, maka *penugasan (assignment)* adalah himpunan dari n posisi-posisi entri, dimana tidak terletak dua ertri yang terletak di dalam baris atau kolom yang sama.
2. Jumlah n entri dari sebuah penugasan disebut *biaya (cost)* penugasan tersebut.penugasan dengan biaya terkecil yang mungkin disebut *penugasan optimal (optimal assignment).* (Rorrer, Anton 2004: 152-153)

Bukti bahwa Allah memberikan tugas kepada Utusan (Rosul)nya Kepada setiap umatnya terdapat didalam Al-Qur’an Surat Al-mu’minun ayat 32 dan ayat 44 :

فَأَرْسَلْنَا فِيهِمْ رَسُولًا مِّنْهُمْ أَنِ ٱعْبُدُوا۟ ٱللَّهَ مَا لَكُم مِّنْ إِلَٰهٍ غَيْرُهُۥٓ ۖ أَفَلَا تَتَّقُونَ ﴿٣٢﴾

Artinya: Lalu Kami utus kepada mereka, seorang rasul dari kalangan mereka sendiri (yang berkata): "Sembahlah Allah oleh kamu sekalian, sekali-kali tidak ada Tuhan selain daripada-Nya. Maka mengapa kamu tidak bertakwa (kepada-Nya).(QS. Al-mu'minun: 32)

ثُمَّ أَرْسَلْنَا رُسُلَنَا تَتْرَا ۖ كُلَّ مَا جَاءَ أُمَّةً رَّسُولُهَا كَذَّبُوهُ ۚ فَأَتْبَعْنَا بَعْضَهُم بَعْضًا

وَجَعَلْنَاهُمْ أَحَادِيثَ ۚ فَبُعْدًا لِّقَوْمٍ لَّا يُؤْمِنُونَ ﴿٤٤﴾

Artinya: Kemudian kami utus (kepada umat-umat itu) rasul-rasul kami berturut-turut. tiap-tiap seorang Rasul datang kepada umatnya, umat itu mendustakannya, Maka kami perikutkan sebagian mereka dengan sebagian yang lain[1003]. dan kami jadikan mereka buah tutur (manusia), Maka kebinasaanlah bagi orang-orang yang tidak beriman. (QS. Al-mu'minun: 44)

[1003] Maksudnya: oleh Karena masing-masing umat itu mendustakan Rasul-Nya, Maka Allah membinasakan mereka dengan berturut-turut.

Berkaitan dengan konsep matematika, teori penugasan menjelaskan bahwa setiap Jenis Galian Golongan C akan mendapatkan satu lokasi yang berbeda. Perhatikan firman Allah SWT dalam surat Al- Furqon 51 :

وَلَوۡ شِئۡنَا لَبَعَثۡنَا فِي كُلِّ قَرۡيَةٖ نَّذِيرٗا ٥١

Artinya: Dan Andaikata kami menghendaki benar-benarlah kami utus pada tiap-tiap negeri seorang yang memberi peringatan (rasul).(QS. Al- Furqon 51)

Konsep matematika yang disebutkan dalam ayat tersebut adalah Riset Operasi yang menjelaskan tentang Metode Hungaria pada masalah penugasan,. Jadi makna yang tersirat di balik ayat tersebut adalah bahwa setiap Utusan (Rosul) Mempunyai tugas yang berbeda terhadap setiap kaumnya.

BAB III

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

3. 1 Analisis dan Data

Salah satu dari beberapa teknik-teknik pemecahan yang tersedia untuk masalah-masalah penugasan adalah Metode Hungarian (*Hungarian Method*)

Untuk dapat menerapkan Metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tujuan yang akan diselesaikan. Selain itu, setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tujuan. Jadi, masalah penugasan akan mencakup sejumlah n sumber yang mempunyai m tujuan.

Metode Hungaria merupakan sebuah metode yang praktis untuk menyelesaikan masalah penugasan, sehingga mudah untuk dipahami, dianalisa dan dipecahkan.

Langkah-langkah Metode Hungaria

6. Kurangkan entri terkecil dalam setiap baris dari semua entri barisnya.
7. Kurangkan entri terkecil dalam setiap kolom dari semua entri kolomnya
8. Tarik garis-garis melalui baris dan kolom yang sesuai sehingga semua entri nol dari matriks itu telah terlibat dan jumlah minimum dari garis-garis seperti itu telah digunakan
9. Uji optimalitas:

c. Jika jumlah minimum dari garis liputan adalah n, maka sebuah penetapan optimal akan mungkin dan sudah selesai.

d. Jika jumlah minimum dari garis liputan lebih sedikit dari pada *n*, maka sebuah penetapan optimal dari bilangan nol belum mungkin.Lanjutkan ke langkah 5

10. Tentukan entri terkecil yang tidak terdapat oleh garis manapun. Kurangkan entri ini dari semua entri yang terdapat dan kemudian tambahkan entri itu kepada semua entri yang terdapat oleh sebuah garis horizontal dan sebuah garis vertikal. Kembali ke langkah 3

Syarat-syarat Metode Hungaria sebagai berikut:

1. *Matriks biaya harus berbentuk bujur sangkar*
2. *Entri-entri pada matriks biaya harus merupakan bilangan bulat*

Secara umum kasus penugasan biasanya melibatkan sejumlah *n* sumber yang mempunyai m tujuan. Apabila $X_{ij} = 1$ atau 0 untuk menunjukkan apakah objek i ditugaskan untuk tugas j atau tidak, dan C_{ij} menunjukkan biaya yang timbul dari pemberian tugas objek *i* dan pada tugas *j*, maka model umum kasus penugasan ini dapat ditulis sebagai berikut :

Minimumkan $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$

Kendala $\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = 1$

$X_{ij} \geq 0$ untuk semua *i* dan *j*

Bila jumlah tugas *n* lebih besar dari jumlah objek *m*, maka variabel dummy sebanyak (n-m) harus ditambah supaya penyelesaian optimal dapat di peroleh.

Cara Pengenaan

NILAI JUAL X TARIP PAJAK

PENJELASAN

Nilai Jual Dihitung Dari Harga Dasar Indek Lokasi

1. Indek 1 adalah lokasi objek berada di sepanjang jalan objek berada jalan beraspal dengan ketentuan masuk lokasi maksimal 500 m dari jalan beraspal
2. Indek 0.9 adalah lokasi objek berda disepanjang jalan beraspal yang sedang / rendah
3. Indek 0.8 adalah lokasi objek yang berada disepanjang jalan macadam dalam keadaan baik
4. Indek 0.7 adalah lokasi objek berada disepanjang jalan dalam keadaan sedang / atau rendah
5. Indek 0.6 adalah lokasi objek disepanjang jalan tanah dalam keadaan baik
6. Indek 0.5 adalah lokasi objek berada di sepanjang jalan tanah dalam keadaan jelek

Tabel 3. 1 Penawaran

Jenis Galian Golongan C	Harga Dasar	**Indek Lokasi**					
		1	2	3	4	5	6
1. Nitrat	13.500	13.500	12.150	10.800	9.450	8.100	6.750
2. Phospat	16.200	16.200	14.580	12.960	11.340	9.720	8.100
3. Garam batu	7.200	7.200	6.480	5.760	5.040	4.320	3.600
4. Asbes	23.100	23.100	20.790	18.480	16.170	13.860	11.550
5. Talk	34.500	34.500	31.050	27.600	24.150	20.700	17.250
6. Mika	34.000	34.000	30.600	27.200	23.800	20.400	17.000
7. Magnesite	18.500	18.500	16.650	14.800	12.950	11.100	9.250
8. Grafit	9.000	9.000	8.100	7.200	6.300	5.400	4.500
9. Yarosit	18.000	18.000	16.200	14.400	12.600	10.800	9.000
10. Tawas (alum)	18.000	18.000	16.200	14.400	12.600	10.800	9.000
11. Leosit	13.800	13.800	12.420	11.040	9.660	8.280	6.900
12. Oker	13.800	13.800	12.420	11.040	9.660	8.280	6.900
13. Pasir kuarsa	13.800	13.800	12.420	11.040	9.660	8.280	6.900
14. Kaolin	14.400	14.400	12.960	11.520	10.080	8.640	7.200
15. Feldespart	11.400	11.400	10.260	9.120	7.980	6.840	5.700
16. Gips	11.000	11.000	9.900	8.800	7.700	6.600	5.500
17. Bentonie	30.000	30.000	27.000	24.000	24.000	18.000	15.000
18. Batu apung	13.800	13.800	12.420	11.040	9.660	8.280	6.900

19. Trass	3.600	3.600	3.240	2.880	2.880	2.160	1.800
20. Obsidian	15.000	15.000	13.500	12.000	10.500	9.000	7.500
21. Perlit tanah diatome	3.600	3.600	3.240	2.880	2.880	2.160	1.800
22. Tanah diatome	15.000	15.000	13.500	12.000	10.500	9.000	7.500
23. Tanah serap	11.400	11.400	10.260	9.120	7.980	6.840	5.700
24. Marmer	35.000	35.000	31.500	28.000	24.500	21.000	17.500
25. Batu tulis	10.500	10.500	9.450	8.400	7.350	6.300	5.250
26. Batu kapur	10.500	10.500	9.450	8.400	7.350	6.300	5.250
27. Dolomite	10.500	10.500	9.450	8.400	7.350	6.300	5.250
28. Kalsit	13.500	13.500	12.150	10.800	9.450	8.100	6.750
29. Granit,	10.000	10.000	9.000	8.000	7.000	6.000	5.000
c. Bubuk	8.000	8.000	7.200	6.400	6.400	5.600	4.000
d. bloc	12.000	12.000	10.800	9.600	8.400	7.200	6.000
30. Tanah liat							
e. tahan api	9.000	9.000	8.100	7.200	6.300	5.400	4.500
f. ball clay	8.000	8.000	7.200	6.400	5.600	4.800	4.000
g. bangunan	2.000	2.000	1.800	1.600	1.400	1.200	1.000
h. tanah urug	4.000	4.000	3.600	3.200	2.800	2.400	2.000
31. Pasir dan krikil	10.000	10.000	9.000	8.000	7.000	6.000	5.000

d. untuk bhn bagunan e. sirtu f. oral	8.000 10.000	8.000 10.000	7.200 9.000	6.400 8.000	5.600 7.000	4.800 6.000	4.000 5.000
32. Zeoliute	14.500	14.500	13.050	11.600	10.150	8.700	7.250
33. Napal	2.000	2.000	1.800	1.600	1.400	1.200	1.000
34. Phiropilit	23.000	23.000	20.700	18.400	16.100	13.800	11.500
35. Onyx	35.000	35.000	31.500	28.000	24.500	21.000	17.500
36.Kayu kersik	21.000	21.000	18.900	16.800	14.700	12.600	10.500

3. 2 Analisis Matematika Metode Hungaria dalam menentukan solusi yang optimal.

3. 2. 1. Metode Hungaria

Metode Hungaria merupakan sebuah metode yang praktis untuk menyelesaikan masalah penugasan, sehingga mudah untuk dipahami, dianalisa dan dipecahkan.

Misalkan :

sebuah perguruan tinggi akan memasang LCD Proyektor pada setiap gedungnya. Perguruan tinggi ini mengundang empat kontraktor agar masing-masing mengajukan penawaran untuk mengerjakan pemasangan LCD Proyektor di keempat gedung tersebut. Penawaran-penawaran yang diterima (dalam satuan Rp 1.000.000) dapat dilihat pada tabel berikut ini.

Metode pada solusi awal yang dipakai untuk menghasilkan biaya transportasi yang minimal adalah metode *Least Cost*

Tabel 3. 2 Penawaran

	Lokasi			
	Gedung A	**Gedung B**	**Gedung C**	**Gedung D**
Kontaktor 1	13.500	12.150	10.800	9.450
Kontaktor 2	13.800	12.420	11.040	9.660
Kontaktor 3	10.000	9.000	8.000	7.000
Kontaktor 4	10.500	9.450	8.400	7.350

Bagaimankah perguruan tinggi tersebut memberikan tugas yang optimal kepada masing-masing kontraktor untuk dapat meminimumkan penawaran yang bersangkutan?

Penyelesaian.

Kita akan menerapkan Metode Hungaria pada matriks dibawah ini. Matriks biaya untuk masalah ini adalah matriks 4 x 4

$$\begin{bmatrix} 13.500 & 12.150 & 10.800 & 9.450 \\ 13.800 & 12.420 & 11.040 & 9.660 \\ 10.000 & 9.000 & 8.000 & 7.000 \\ 10.500 & 9.450 & 8.400 & 7.350 \end{bmatrix} \quad 3.\ 1$$

Kita akan menerapkan metode Hungaria pada matriks (4), yang merupakan matriks biaya untuk masalah ini

Langkah 1. Kurangkan 9.450 pada baris pertama matriks 3.1, kurangkan 9.660 pada baris kedua, kurangkan 7.000 pada baris ke tiga, dan kurangkan 7.350 pada baris keempat untuk mendapatkan matriks 3. 2

$$\begin{bmatrix} 4.050 & 2.700 & 1.350 & 0 \\ 4.140 & 2.760 & 1.380 & 0 \\ 3.000 & 2.000 & 1.000 & 0 \\ 3.150 & 2.100 & 1050 & 0 \end{bmatrix} \quad 3.\ 2$$

Langkah 2. karena ketiga kolom pertam matriks 3. 2 belum mengandung entri-entri Nol sehingga kita perlu mengurangkan kurangkan 3.000 pada kolom pertama, 2.000 pada kolom kedua, dan 1.000 pada kolom ketiga. Hasilnya adalah matriks 3. 3 berikut ini.

$$\begin{bmatrix} 1.050 & 700 & 350 & 0 \\ 1140 & 760 & 380 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 150 & 100 & 50 & 0 \end{bmatrix} \quad 3.\ 3$$

Langkah 3. Tutupilah entri-entri nol pada mtriks 3. 3 dengan jumlah minimum garis-garis vertikal dan horisontal. Hal ini dapat dilakukan dengan cara petama-tama mencoba untuk menutup bilangan-bilangn Nol dengan satu garis, dan akhirnya dengan dua garis penutup seperti yang dilakukan pada gambar bukanlah hal yang unik.

Langkah 4. karena jumlah minimum garis-garis yang digunakan pada langkah 3 adalah du garis, maka penugasan optimal dari bilang-bilangan nol masih belum memungkinkan.

Langkah 5. kurangkan 50, entri tidak tertutup kecil matriks 3. 3 pada entri tidak tertutup, dan tambahkan 50 entri yang tertutp dua garis. Hasilnya adalah matriks 3. 4 berikut ini.

$$\begin{bmatrix} 1.000 & 650 & 300 & 0 \\ 1090 & 710 & 330 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \\ 100 & 50 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad 3.\ 4$$

Langkah 6. tutupilah entri-entri nol matriks 3. 4 dengan garis-garis vertikal dan horisontal dalam jumlah seminimum mungkin.

Langkah 7. karena jumlah minimum garis yang telah dibuat tetap tiga, maka penugasan optimal dari bilangan-bilangan nol masih belum memungkinkan.

Langkah 8. kurangkan 50, entri tidak tertutup kecil matriks 3. 4 pada entri tidak tertutup, dan tambahkan 50 entri yang tertutp dua garis. Hasilnya adalah matriks 3. 5 berikut ini.

$$\begin{bmatrix} 950 & 600 & 300 & 0 \\ 1040 & 660 & 330 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 100 \\ 50 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 3.\ 5$$

Langkah 9. karena jumlah minimum garis yang telah dibuat tetap tiga, maka penugasan optimal dari bilangan-bilangan nol masih belum memungkinkan

Langkah 10. kurangkan 300, entri tidak tertutup kecil matriks 3. 5 pada entri tidak tertutup, dan tambahkan 300 entri yang tertutp dua garis. Hasilnya adalah matriks 3. 6 berikut ini.

$$\begin{bmatrix} 650 & 300 & 0 & 0 \\ 740 & 360 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 100 \\ 50 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 3.\ 6$$

Langkah 11. tutupilah entri-entri nol matriks 3. 6 dengan garis-garis vertikal dan horisontal dalam jumlah seminimum mungkin

Langkah 12. karena entri-entri nol matriks 3. 6 tidak dapat ditutup dengan garis-garis yang jumlahnya kurang dari empat, maka matriks ini telah mengandung penugasan optimal dari bilangan-bilangn nol.

Dengan cara mencoba-coba (*trial and error*), kita telah memperoleh penugasan yang optimal dari bilangan-bilangn nol dalam matriks 3. 6 berikut ini

$$\begin{bmatrix} 650 & 300 & \boxed{0} & 0 \\ 740 & 360 & 30 & \boxed{0} \\ \boxed{0} & 0 & 50 & 100 \\ 50 & \boxed{0} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Penawaran minimum terhadap kontraktor-kontraktor menghasilkan Penugasan optimal sebagai berikut:

Kontaktor 1	ke	Gedung C
Kontaktor 1	Ke	Gedung D
Kontaktor 1	Ke	Gedung A
Kontaktor 1	Ke	Gedung B

Dari tabel 3. 2, biaya minimum menghasilkan

10.000 + 9.450 + 10.800 + 9.660 = Rp 39.910.000.000

3. 2. 2. Uji optimalisasi dengan Masalah Penugasan

Masalah penugasan ***adalah*** menentukan suatu penugasan optimal dalam suatu matriks biaya tertentu. Sebagai contoh dalam penugasan sebanyak *n* lokasi konstruksi, maka c_{ij} bisa berupa jarak (dalam mil) antara alat ke-*i* dengan lokasi ke-*j*. Penugasan optimal adalah penugasan di mana jarak total yang ditempuh untuk memindahkan *n* alat mempunyai nilai minimum.

Karena hanya terdapat dua belas kemungkinan penugasan. Maka kita dapat menyelesaikan masalah ini dengan menghitung biaya masing-masing penugasan tersebut. Kita arsir atau beri tanda yang berbeda terhadap entri-entri yang berhubungan dengan masing-masing dari dua belas penugasan tersebut dan menghitung jumlahnya.

$$\begin{bmatrix} \boxed{13.500} & 12.150 & 10.800 & 9.450 \\ 13.800 & \boxed{12.420} & 11.040 & 9.660 \\ 10.000 & 9.000 & 8.000 & \boxed{7.000} \\ 10.500 & 9.450 & \boxed{8.400} & 7.350 \end{bmatrix}$$

13.500 + 12.420 + 7.000 + 8.400 = 41.320

(a)

$$\begin{bmatrix} \boxed{13.500} & 12.150 & 10.800 & 9.450 \\ 13.800 & 12.420 & \boxed{11.040} & 9.660 \\ 10.000 & \boxed{9.000} & 8.000 & 7.000 \\ 10.500 & 9.450 & 8.400 & \boxed{7.350} \end{bmatrix}$$

13.500 + 11.040 +9.000 + 7.350 = 40.890

(b)

$$\begin{bmatrix} \boxed{13.500} & 12.150 & 10.800 & 9.450 \\ 13.800 & 12.420 & 11.040 & \boxed{9.660} \\ 10.000 & 9.000 & \boxed{8.000} & 7.000 \\ 10.500 & \boxed{9.450} & 8.400 & 7.350 \end{bmatrix}$$

13.500 + 9.450 + 8.000 + 9.660 = 40.610

(c)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & \boxed{12.150} & 10.800 & 9.450 \\ \boxed{13.800} & 12.420 & 11.040 & 9.660 \\ 10.000 & 9.000 & 8.000 & \boxed{7.000} \\ 10.500 & 9.450 & \boxed{8.400} & 7.350 \end{bmatrix}$$

13.800 + 12.150 + 8.400 + 7.000 = 41.350

(d)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & 12.150 & \boxed{10.800} & 9.450 \\ \boxed{13.800} & 12.420 & 11.040 & 9.660 \\ 10.000 & \boxed{9.000} & 8.000 & 7.000 \\ 10.500 & 9.450 & 8.400 & \boxed{7.350} \end{bmatrix}$$

13.800 + 9.000 + 10.800 + 7.350 = 40.950

(e)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & 12.150 & 10.800 & \boxed{9.450} \\ \boxed{13.800} & 12.420 & 11.040 & 9.660 \\ 10.000 & 9.000 & \boxed{8.000} & 7.000 \\ 10.500 & \boxed{9.450} & 8.400 & 7.350 \end{bmatrix}$$

13.800 + 9.450 + 8.000 + 9.450 = 40.700

(f)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & \boxed{12.150} & 10.800 & 9.450 \\ 13.800 & 12.420 & 11.040 & \boxed{9.660} \\ \boxed{10.000} & 9.000 & 8.000 & 7.000 \\ 10.500 & 9.450 & \boxed{8.400} & 7.350 \end{bmatrix}$$

10.000 + 12.150 + 8.400 + 9.660 = 40.210

(g)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & 12.150 & \boxed{10.800} & 9.450 \\ 13.800 & \boxed{12.420} & 11.040 & 9.660 \\ \boxed{10.000} & 9.000 & 8.000 & 7.000 \\ 10.500 & 9.450 & 8.400 & \boxed{7.350} \end{bmatrix}$$

10.000 + 12.420 +10.800 + 7.350 = 40.570

(h)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & 12.150 & 10.800 & \boxed{9.450} \\ 13.800 & 12.420 & \boxed{11.040} & 9.660 \\ \boxed{10.000} & 9.000 & 8.000 & 7.000 \\ 10.500 & \boxed{9.450} & 8.400 & 7.350 \end{bmatrix}$$

10.000 + 9.450 + 11.040 + 9.450 = 39.940

(i)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & 12.150 & \boxed{10.800} & 9.450 \\ 13.800 & 12.420 & 11.040 & \boxed{9.660} \\ \boxed{10.000} & 9.000 & 8.000 & 7.000 \\ 10.500 & \boxed{9.450} & 8.400 & 7.350 \end{bmatrix}$$

10.000 + 9.450 + 10.800 + 9.660 = 39.910

(j)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & \boxed{12.150} & 10.800 & 9.450 \\ 13.800 & 12.420 & \boxed{11.040} & 9.660 \\ 10.000 & 9.000 & 8.000 & \boxed{7.000} \\ \boxed{10.500} & 9.450 & 8.400 & 7.350 \end{bmatrix}$$

10.500 + 12.150 + 11.040 + 7.000 = 40.690

(k)

$$\begin{bmatrix} 13.500 & 12.150 & 10.800 & \boxed{9.450} \\ 13.800 & \boxed{12.420} & 11.040 & 9.660 \\ 10.000 & 9.000 & \boxed{8.000} & 7.000 \\ \boxed{10.500} & 9.450 & 8.400 & 7.350 \end{bmatrix}$$

10.500 + 12.420 + 8.000 + 9.450 = 40.370

(l)

Perhatikan bahwa penawaran total tersebut berkisar dari minimum **Rp 39.910.000.000** sampai maksimum **Rp 41.350.000.000** karena penawaran total minimum seberar **Rp 39.910.000.000** dicapai oleh (j), maka perguruan tinggi tersebut seharusnya menugaskan keempat kontraktor tersebut pada Gedung-gedung sebagai berikut:

Kontaktor 1	ke	Gedung C
Kontaktor 1	Ke	Gedung D
Kontaktor 1	Ke	Gedung A
Kontaktor 1	Ke	Gedung B

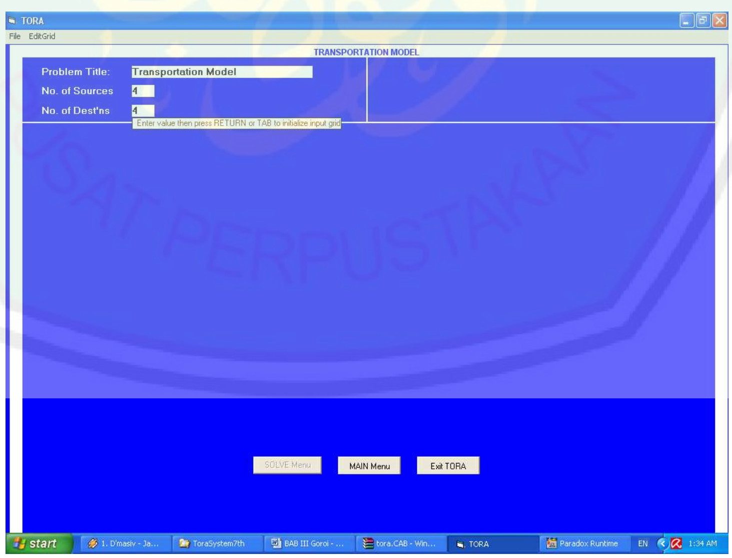
Keterangan: Perlu dicatat bahwa tidak semua data yang diperoleh dapat dihitung dengan cara perhitungan manual (dengan tangan), Namun menggunakan Model Transportasi seperti yang di jabarkan pada pembahasan di bawah ini.

3. 2. 3. Uji Model Transformasi

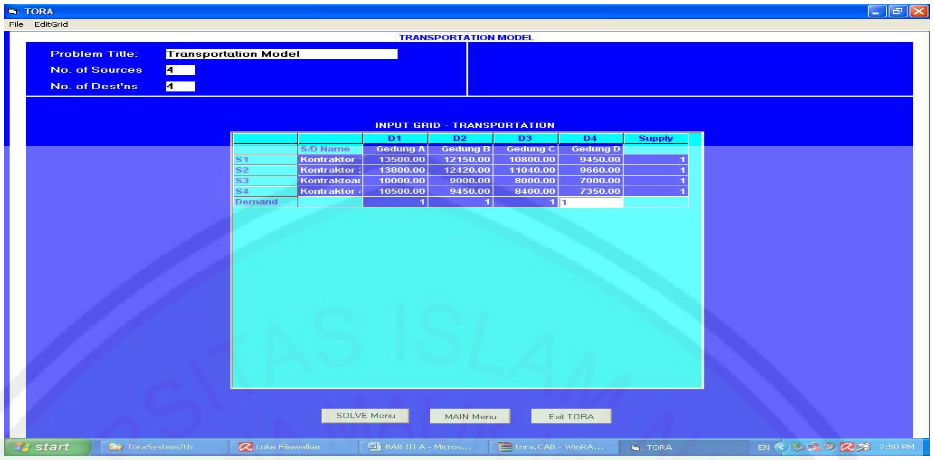
Langkah-langkahh Model Transformasi

1. Operasikan program Yang akan di pilih, misalkan dengan program Tora sebagai berikut

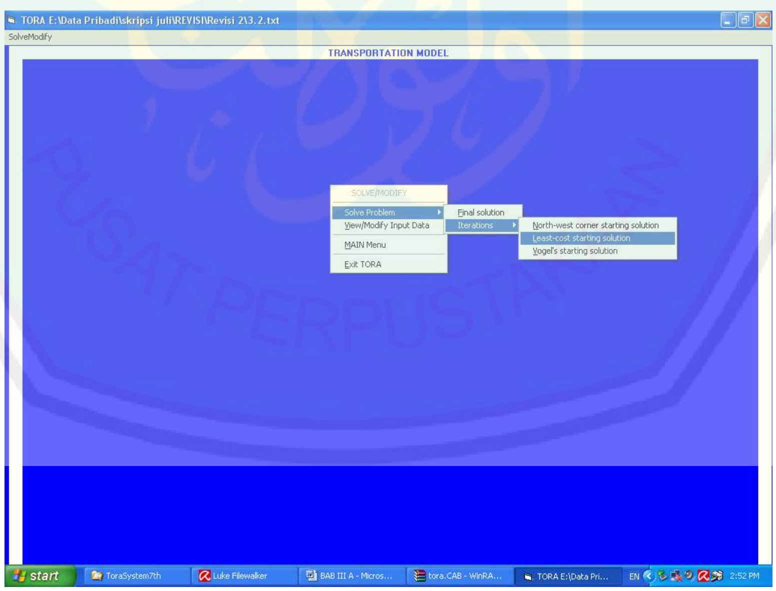
2. Masukkan sumber dn tujuannya, yang mana sumber berupa Kontrktor dan tujuan merupakan gedung



3. Masukkan data yang ada seperti pada gambar berikut ini



4. setelah memasukkan data yang ada Klik Solve menu dan pilih menu yes jika ingin menyimpannya dan No jika tidak ingin menyimpan, maka akan keluar seperti gambar Berikut ini:



5. Pilih menu Solve Problem, Itertion, dan leas cost starting solution

   Maka akan keluar hasil seperti dibawah ini

Maka akan keluar Hasil Plot seperti Pada tabel berikut ini

TORA Optimization System, Windows®-version 1.00

Sunday, October 18, 2009 15:00

TRANSPORTATION MODEL-- ORIGINAL DATA

Title: Transportation Model

	Name	D1 Gedung	D2 Gedung	D3 Gedung	D4 Gedung	Supply
S1	Kontra	13500.00	12150.00	10800.00	9450.00	**1.00**
S2	Kontra	13800.00	12420.00	11040.00	9660.00	**1.00**
S3	Kontra	10000.00	9000.00	8000.00	7000.00	**1.00**
S4	Kontra	10500.00	9450.00	8400.00	7350.00	**1.00**
Demand		**1.00**	**1.00**	**1.00**	**1.00**	

TRANSPORTATION MODEL -- TABLEAUS (Least-Cost Method)

Title: Transportation Model

Iteration 1: **ObjVal** **41350.00**

	Name		D1 Gedung v1=13530.00	D2 Gedung v2=12150.00	D3 Gedung v3=10800.00	D4 Gedung v4=9750.00	**Supply**
S1	Kontra	u1=0.00	13500.00 30.00	12150.00 **1** 0.00	10800.00 **0** 0.00	9450.00 300.00	**1**
S2	Kontra	u2=270.00	13800.00 **1** 0.00	12420.00 **0** 0.00	11040.00 30.00	9660.00 360.00	**1**
S3	Kontra	u3=-2750.00	10000.00 780.00	9000.00 400.00	8000.00 50.00	7000.00 **1** 0.00	**1**
S4	Kontra	u4=-2400.00	10500.00 630.00	9450.00 300.00	8400.00 **1** 0.00	7350.00 **0** 0.00	**1**
	Demand		**1**	**1**	**1**	**1**	

Iteration 2: **ObjVal** **40570.00**

	Name		D1 Gedung A v1=13530.00	D2 Gedung B v2=12150.00	D3 Gedung C v3=10800.00	D4 Gedung D v4=9750.00	**Supply**
S1	Kontra	u1=0.00	13500.00 30.00	12150.00 **0** 0.00	10800.00 **1** 0.00	9450.00 300.00	**1**
S2	Kontra	u2=270.00	13800.00 **0** 0.00	12420.00 **1** 0.00	11040.00 30.00	9660.00 360.00	**1**
S3	Kontra	u3=-3530.00	10000.00 **1** 0.00	9000.00 -380.00	8000.00 -730.00	7000.00 -780.00	**1**
S4	Kontra	u4=-2400.00	10500.00 630.00	9450.00 300.00	8400.00 **0** 0.00	7350.00 **1** 0.00	**1**
	Demand		**1**	**1**	**1**	**1**	

Iteration 3: **ObjVal** **40570.00**

	Name		D1 Gedung A v1=13530.00	D2 Gedung B v2=12150.00	D3 Gedung C v3=10800.00	D4 Gedung D v4=10380.00	**Supply**
S1	Kontra	u1=0.00	13500.00 30.00	12150.00 **0** 0.00	10800.00 **1** 0.00	9450.00 930.00	**1**
S2	Kontra	u2=270.00	13800.00 **0** 0.00	12420.00 **1** 0.00	11040.00 30.00	9660.00 990.00	**1**
S3	Kontra	u3=-3530.00	10000.00 **1** 0.00	9000.00 -380.00	8000.00 -730.00	7000.00 -150.00	**1**
S4	Kontra	u4=-3030.00	10500.00 **0** 0.00	9450.00 -330.00	8400.00 -630.00	7350.00 **1** 0.00	**1**
	Demand		**1**	**1**	**1**	**1**	

Iteration 4: **ObjVal** **40570.00**

	Name		D1 Gedung A v1=12540.00	D2 Gedung B v2=12150.00	D3 Gedung C v3=10800.00	D4 Gedung D v4=9390.00	**Supply**
S1	Kontra	u1=0.00	13500.00 -960.00	12150.00 **0** 0.00	10800.00 **1** 0.00	9450.00 -60.00	**1**
S2	Kontra	u2=270.00	13800.00 -990.00	12420.00 **1** 0.00	11040.00 30.00	9660.00 **0** 0.00	**1**
S3	Kontra	u3=-2540.00	10000.00 **1** 0.00	9000.00 610.00	8000.00 260.00	7000.00 -150.00	**1**
S4	Kontra	u4=-2040.00	10500.00 **0** 0.00	9450.00 660.00	8400.00 360.00	7350.00 **1** 0.00	**1**
	Demand		**1**	**1**	**1**	**1**	

Iteration 5: **ObjVal** **39910.00**

	Name		D1 Gedung A v1=13200.00	D2 Gedung B v2=12150.00	D3 Gedung C v3=10800.00	D4 Gedung D v4=9390.00	Supply
S1	Kontra	u1=0.00	13500.00 -300.00	12150.00 **0** 0.00	10800.00 **1** 0.00	9450.00 -60.00	**1**
S2	Kontra	u2=270.00	13800.00 -330.00	12420.00 **0** 0.00	11040.00 30.00	9660.00 **1** 0.00	**1**
S3	Kontra	u3=-3200.00	10000.00 **1** 0.00	9000.00 -50.00	8000.00 -400.00	7000.00 -810.00	**1**
S4	Kontra	u4=-2700.00	10500.00 **0** 0.00	9450.00 **1** 0.00	8400.00 -300.00	7350.00 -660.00	**1**
	Demand		**1**	**1**	**1**	**1**	

Iteration 6: **ObjVal** **39910.00**

	Name		D1 Gedung A v1=13200.00	D2 Gedung B v2=12150.00	D3 Gedung C v3=10800.00	D4 Gedung D v4=9420.00	Supply
S1	Kontra	u1=0.00	13500.00 -300.00	12150.00 **0** 0.00	10800.00 **1** 0.00	9450.00 -30.00	**1**
S2	Kontra	u2=240.00	13800.00 -360.00	12420.00 **0** -30.00	11040.00 **0** 0.00	9660.00 **1** 0.00	**1**
S3	Kontra	u3=-3200.00	10000.00 **1** 0.00	9000.00 -50.00	8000.00 -400.00	7000.00 -780.00	**1**
S4	Kontra	u4=-2700.00	10500.00 **0** 0.00	9450.00 **1** 0.00	8400.00 -300.00	7350.00 -630.00	**1**
	Demand		**1**	**1**	**1**	**1**	

Dari percobaan ini maka diperoleh 6 iterasi dan hasil penugasan optimal yang menghasilkan Penawaran minimum yang sama terhadap kontraktor-kontraktor menghasilkan Penugasan optimal sebagai berikut:

Kontaktor 1	ke	Gedung C
Kontaktor 1	Ke	Gedung D
Kontaktor 1	Ke	Gedung A
Kontaktor 1	Ke	Gedung B

10.000 + 9.450 + 10.800 + 9.660 = Rp 39.910.000.000

3. 3 Aplikasi Metode Hungaria bila diterapkan pada pajak galian golongan C

Metode Hungaria merupakan sebuah metode yang praktis untuk menyelesaikan masalah penugasan, sehingga mudah untuk dipahami, dianalisa dan dipecahkan.

Perlu diingat metode hitung langsung dalam metode ini serta-merta menjadi tidak praktis jika ukuran matriks biayanya membear. Sebagai contoh, untuk sebuah matriks biaya 10 x 10, maka akan mendapatkan total penugasan 3.628.000(=10!)

a. Data

Data diperoleh dari Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kabupaten Malang.

b. Menyelesaikan dengan solusi

Untuk mnyelesaikan Metode hungaria pada solusi awal yang dipakai untuk menghasilkan biaya minimum adalah Metode Hungaria

Jenis Galian Golongan C	Harga Dasar	**Indek Lokasi**					
		1	2	3	4	5	6
1. Nitrat	13.500	13.500	12.150	10.800	9.450	8.100	6.750
2. Phospat	16.200	16.200	14.580	12.960	11.340	9.720	8.100
3. Garam batu	7.200	7.200	6.480	5.760	5.040	4.320	3.600
4. Asbes	23.100	23.100	20.790	18.480	16.170	13.860	11.550
5. Talk	34.500	34.500	31.050	27.600	24.150	20.700	17.250
6. Mika	34.000	34.000	30.600	27.200	23.800	20.400	17.000

7. Magnesite	18.500	18.500	16.650	14.800	12.950	11.100	9.250

(Data Badan Pengelola Keuangan Daerah Kab. Malang)

Keterangan.

1. Indek 1 adalah lokasi objek berada di sepanjang jalan objek berada jalan beraspal dengan ketentuan masuk lokasi maksimal 500 m dari jalan beraspal
2. Indek 0.9 adalah lokasi objek berda disepanjang jalan beraspal yang sedang / rendah
3. Indek 0.8 adalah lokasi objek yang berada disepanjang jalan macadam dalam keadaan baik
4. Indek 0.7 adalah lokasi objek berada disepanjang jalan dalam keadaan sedang / atau rendah
5. Indek 0.6 adalah lokasi objek disepanjang jalan tanah dalam keadaan baik
6. Indek 0.5 adalah lokasi objek berada di sepanjang jalan tanah dalam keadaan jelek

Penyelesaian

Iteration 13: **ObjVal** **76120.00**

	Name		D1 Indek 1 v1=12870.00	D2 Indek 2 v2=12150.00	D3 Indek 3 v3=10530.00	D4 Indek 4 v4=8680.00	D5 Indek 5 v5=6370.00	D6 Indek 6 v6=2970.00	D7 DummyD v7=-14280.00	**Supply**
S1	Nitrat	u1=0.00	13500.00 -630.00	12150.00 **1** 0.00	10800.00 -270.00	9450.00 -770.00	8100.00 -1730.00	6750.00 -3780.00	0.00 -14280.00	1
S2	phospa	u2=2430.00	16200.00 -900.00	14580.00 **0** 0.00	12960.00 **1** 0.00	11340.00 -230.00	9720.00 -920.00	8100.00 -2700.00	0.00 -11850.00	1
S3	G.Batu	u3=-5670.00	7200.00 **1** 0.00	6480.00 **0** 0.00	5760.00 -900.00	5040.00 -2030.00	4320.00 -3620.00	3600.00 -6300.00	0.00 -19950.00	1
S4	Asbes	u4=7490.00	23100.00 -2740.00	20790.00 -1150.00	18480.00 -460.00	16170.00 **0** 0.00	13860.00 **1** 0.00	11550.00 -1090.00	0.00 -6790.00	1
S5	Talk	u5=14280.00	34500.00 -7350.00	31050.00 -4620.00	27600.00 -2790.00	24150.00 -1190.00	20700.00 -50.00	17250.00 **0** 0.00	0.00 **1** 0.00	1
S6	Mika	u6=14030.00	34000.00 -7100.00	30600.00 -4420.00	27200.00 -2640.00	23800.00 -1090.00	20400.00 **0** 0.00	17000.00 **1** 0.00	0.00 -250.00	1
S7	Maknes	u7=4270.00	18500.00 -1360.00	16650.00 -230.00	14800.00 **0** 0.00	12950.00 **1** 0.00	11100.00 -460.00	9250.00 -2010.00	0.00 -10010.00	1
	Demand		1	1	1	1	1	1	1	

Karena jumlah jenis pajak lebih banyak dari indek lokasi maka satu jenis pajak tidak mendapt penugasan. Disini, matriks biaya tidak berbentuk bujur sangkar sehingga Metode Hungaria tidak dapat di terapkan secara langsung. Untuk menanggulangi masalah ini kita menggunakan satu jenis pajak " Fiktif "(dummy) yang dipasangkan dengan indek lokasi yang mempunyai rangking Nol. Satu jenis pajak yang ditugaskan dengan Indek lokasi fiktif, dalam kenyataannya nanti tidak mendapatkan indeks lokasi yang cocok. Dengan demikian, kita menambahkan sebuah baris yang beranggotakan bilangan nol pada tabel diatas (hasil Plot dari model transportasi) yang berkaitan dengan indeks lokasi fiktif dan dengan cara ini kita memperoleh matrik biaya bujur sangkar. Yang menghasilkan penugasan seperti dibawah ini.

Nitrat	ke	Indek 2
Phospat	ke	Indek 3
Garam Batu	ke	Indek 1
Asbes	ke	Indek 5
Talk	ke	Indek 7
Mika	ke	Indek 6
Maknesite	ke	Indek 4

12.150 + 12.960 + 7.200 + 13.860 + 0 + 17.000 + 12.950 = Rp 76.120

Dari permasalah ini Badan Pengelola Keuangan Daerah (BPKD) Kabupaten Malang mengeluarkan biaya minimum sebesar Rp 76.120.-

3. 4. Kajian Keagamaan

Dalam Al-Qur'an telah banyak dijelaskan berbagai macam permasalahan berkaitan dengan Penugasan yang diberikan kepada Utusan (Rosul)nya secara general dalam ilmu pengetahuan seperti dalam ayat:

وَمَا خَلَقْتُ ٱلْجِنَّ وَٱلْإِنسَ إِلَّا لِيَعْبُدُونِ ﴿٥٦﴾

Artinya: Dan aku tidak menciptakan jin dan manusia melainkan supaya mereka menyembah kepada-Ku.(QS. Az-Dzaariyaat :56)

Ayat di atas menjelaskan bahwa Allah menciptakan jin dan manusia agar mereka beribadah atau menyembah kepada Allah dan tidak ada yang pantas disembah walaupun matahari maupun bulan, tapi sembahlah Allah Yang menciptakannya.

Matematika merupakan salah satu bagian dari ilmu dasar *(basic science)* yang memiliki peran penting dalam kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi. Peranan matematika dalam menyelesaikan masalah di dunia nyata sudah tidak di ragukan lagi. Dengan matematika diharapkan akan diperoleh solusi akhir yang tepat, valid dan dapat diterima secara ilmiah.

Riset operasi adalah sebuah kajian dalam menetapkan tugas-tugas pada berbagai fasilitas dengan korespondensi *satu-ke-satu* secara optimal. Sebagai contoh, permasalahannya mungkin berupa menentukan penugasan terbaik atas pekerja dengan pekerjaannya, pemain olah raga dengan posisinya dilapangan, peralatan dengan lokasi konstruksi, dan sebagainya.

Dalam Al-Qur’an masalah penugasan juga dibicarakan yaitu pada surat Al- Mu’minun : 44

ثُمَّ أَرْسَلْنَا رُسُلَنَا تَتْرَا ۖ كُلَّ مَا جَآءَ أُمَّةً رَّسُولُهَا كَذَّبُوهُ ۚ فَأَتْبَعْنَا بَعْضَهُم بَعْضًا
وَجَعَلْنَٰهُمْ أَحَادِيثَ ۚ فَبُعْدًا لِّقَوْمٍ لَّا يُؤْمِنُونَ ﴿٤٤﴾

Artinya: Kemudian kami utus (kepada umat-umat itu) rasul-rasul kami berturut-turut. tiap-tiap seorang Rasul datang kepada umatnya, umat itu mendustakannya, Maka kami perikutkan sebagian mereka dengan sebagian yang lain[1003]. dan kami jadikan mereka buah tutur (manusia), Maka kebinasaanlah bagi orang-orang yang tidak beriman.

[1003] Maksudnya: oleh Karena masing-masing umat itu mendustakan Rasul-Nya, Maka Allah membinasakan mereka dengan berturut-turut.

Dalam ayat di atas meneangkan bahwa setiap Rasul hanya memberikan tugas kepada satu kaumnya saja, dan Allah tidak akan segan-segan memberikan hukuman kepada kaum yang mendustajannya, seperti kaum kaum 'Aad dan Tsamud dan penduduk Rass yang terdapat dalam surat Al-furqon 38

وَعَادًا وَثَمُودَاْ وَأَصۡحَٰبَ ٱلرَّسِّ وَقُرُونَۢا بَيۡنَ ذَٰلِكَ كَثِيرًا ﴿٣٨﴾

Artinya: Dan (Kami binasakan) kaum 'Aad dan Tsamud dan penduduk Rass[1068] dan banyak (lagi) generasi-generasi di antara kaum- kaum tersebut.

[1068] Rass adalah telaga yang sudah kering airnya. Kemudian dijadikan nama suatu kaum, yaitu kaum Rass. mereka menyembah patung, lalu Allah mengutus nabi Syuaib a.s. kepada mereka.

Masalah penugasan ***adalah*** menentukan suatu penugasan optimal dalam suatu matriks biaya tertentu. Sebagai contoh dalam penugasan sebanyak *n* lokasi konstruksi, maka c_{ij} bisa berupa jarak (dalam mil) antara alat ke-*i* dengan lokasi ke-*j*. *Penugasan optimal* adalah penugasan di mana jarak total yang ditempuh untuk memindahkan InI alat mempunyai nilai *minimum*.(Anton, Rorrer: 2004 :152-153)

Hal di atas juga terdapat didalam surat Al-Baqarah : 30 yang menjelaskan tentang pengangkatan kepada manusia yang diangkat sebagai utusannya.

وَإِذۡ قَالَ رَبُّكَ لِلۡمَلَٰٓئِكَةِ إِنِّي جَاعِلٞ فِي ٱلۡأَرۡضِ خَلِيفَةٗۖ قَالُوٓاْ أَتَجۡعَلُ فِيهَا مَن يُفۡسِدُ فِيهَا وَيَسۡفِكُ ٱلدِّمَآءَ وَنَحۡنُ نُسَبِّحُ بِحَمۡدِكَ وَنُقَدِّسُ لَكَۖ قَالَ إِنِّيٓ أَعۡلَمُ مَا لَا تَعۡلَمُونَ ﴿٣٠﴾

Artinya: Ingatlah ketika Tuhanmu berfirman kepada para malaikat: "Sesungguhnya Aku hendak menjadikan seorang khalifah di muka bumi." mereka berkata: "Mengapa Engkau hendak menjadikan (khalifah) di bumi itu orang yang akan membuat kerusakan padanya dan menumpahkan darah, padahal kami senantiasa bertasbih dengan memuji Engkau dan *mensucikan Engkau?" Tuhan berfirman: "Sesungguhnya Aku mengetahui apa yang tidak kamu ketahui."(Al-Baqarah : 30)*

Dengan adanya pemahaman dan pendalaman teori serta penerapan dalam suatu aplikasi, maka pada pokok pembahasan ini mengikuti suatu paradigma *ulul albab*, yang mengembangkan pendekatan rasionalis, empiris dan logis (*bayani* dan *burhani*) sekaligus pendekatan intuitif, imajinatif dan metamifis (*irfani*). Konsep tarbiyatul *ulul albab* berlaku didalam dunia akademik dengan adanya kegiatan mendidik dean belajar yang dilakukan oleh dosen dan mahasiswa semata-mata hanya untuk mendekatkan diri kepada Allah SWT. Ulul albab selalu berada dibawah keputusan Allah SWT sehingga tidak selayaknya seseorang merisaukannya karena kebahagiaan terletak pada kedekatan makhluk terhadap sang Khalik Allah SWT. Seorang mahasiswa mencari ilmu pengetahuan melalui suatu observasi, eksperimen dan literatur. Karena derajat *ulul albab* wajib disandang oleh seorang mahasiswa.

Sosok mahasiswa yang menyandang *ulul albab* adalah mahasiswa yang mengedepankan dzikir, fikir dan amal sholeh. Sehingga seorang mahasiswa tersebut memiliki ilmu yang luas, pandangan mata yang tajam, otak yang cerdas, hati yang lembut dan semangat serta jiwa pejuang (jihad dijalan Allah) dengan perjuangan yang sebenar-benarnya. Sehingga mahasiswa yang telah menjadi sarjana mempunyai suatu karakter ulul albab yakni memiliki kedalaman spiritual, keagungan akhlak, keluasan ilmu dan kematangan profesional. Khususnya lulusan (sarjana) Matematika.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Metode Hungarian (Hungarian Method) adalah salah satu dari beberapa teknik-teknik pemecahan yang tersedia untuk masalah-masalah penugasan

Untuk dapat menerapkan Metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tujuan yang akan diselesaikan. Selain itu, setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tujuan. Jadi, masalah penugasan akan mencakup sejumlah n sumber yang mempunyai n tujuan.

syarat-syarat Metode Hungaria :

1. matriks biaya harus berbentuk bujur sangkar
2. entri-entri pada matriks biaya harus merupakan bilangan bulat.

Masalah penugasan ***adalah*** menentukan suatu penugasan optimal dalam suatu matriks biaya tertentu untuk menentukan biaya minimum dan maksimum dengan batasan $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \ \ i = 1, 2, \ldots, n$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \ \ i = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_{ij} = 0 \quad Atau \quad 1$$

4.2 Saran

Pada penelitian ini peneliti menggunakan Metode *Hungaria* dalam mencari penugasan optimal pada suatu matriks. Bagi pembaca yang ingin melakukan penelitian serupa, peneliti menyarankan agar membandingkan Metode *Hungaria* dengan metode-metode penugasan yang lain kedalam bentuk simplek atau transformasi.

DAFTAR PUSTAKA

Aminudin. 2005. *Prinsip-prinsip Riset Operasi.* Jakarta: Penerbit Erlangga.

Anton, Howard. 2004. *Aljabar Linea Elementerr.* Jakarta: Penerbit Erlangga.

Imam Al Qurtubi, Syaikh. 2008. *Tafsir Al Qurtubi.* Jakarta: Pustaka Azzam.

Munir,Renaldi.2004.*AlgoritmaGreedy.*[*www.informatika.org/~rinaldi/Stmik/.../MakalahIF2251.pdf.*](www.informatika.org/~rinaldi/Stmik/.../MakalahIF2251.pdf) Diakses tanggal 28 Mei 2009.

Nasution. 2004. *Manajemen Transportasi (Edisi Kedua).* Jakarta: Penerbit Ghalia Indonesia

Prawirosentono, Suyadi. 2005. *Riset Operasi Dan Ekonofisika.* Jakarta: PT. Bumi Aksara.

Taha, A, Hamdi. 1996. *Riset Operasi*. Jakarta.

Satrio, Budi dkk. 2006. *Perbandingan Algoritma Greedy dan VariannyaDalam Penyelesaian Persoalan Shortest Common Superstring.* [*www.informatika.org/MakalahStimik2006.pdf.*](www.informatika.org/MakalahStimik2006.pdf) Diakses tanggal 28 Mei 2009.

Siswanto. 2007. *Operation Research.* Jakarta: Penerbit Erlangga.

Zulfikarijah, Fien.2004. *Operation Research.* Malang: Bayumedia Publishing.

Lampiran

Tabel 3. 1 Penawaran

Jenis Galian Golongan C	Harga Dasar	**Indek Lokasi**					
		1	2	3	4	5	6
1. Nitrat	13.500	13.500	12.150	10.800	9.450	8.100	6.750
2. Phospat	16.200	16.200	14.580	12.960	11.340	9.720	8.100
3. Garam batu	7.200	7.200	6.480	5.760	5.040	4.320	3.600
4. Asbes	23.100	23.100	20.790	18.480	16.170	13.860	11.550
5. Talk	34.500	34.500	31.050	27.600	24.150	20.700	17.250
6. Mika	34.000	34.000	30.600	27.200	23.800	20.400	17.000
7. Magnesite	18.500	18.500	16.650	14.800	12.950	11.100	9.250
8. Grafit	9.000	9.000	8.100	7.200	6.300	5.400	4.500
9. Yarosit	18.000	18.000	16.200	14.400	12.600	10.800	9.000
10. Tawas (alum)	18.000	18.000	16.200	14.400	12.600	10.800	9.000
11. Leosit	13.800	13.800	12.420	11.040	9.660	8.280	6.900
12. Oker	13.800	13.800	12.420	11.040	9.660	8.280	6.900
13. Pasir kuarsa	13.800	13.800	12.420	11.040	9.660	8.280	6.900
14. Kaolin	14.400	14.400	12.960	11.520	10.080	8.640	7.200
15. Feldespart	11.400	11.400	10.260	9.120	7.980	6.840	5.700
16. Gips	11.000	11.000	9.900	8.800	7.700	6.600	5.500
17. Bentonie	30.000	30.000	27.000	24.000	24.000	18.000	15.000
18. Batu apung	13.800	13.800	12.420	11.040	9.660	8.280	6.900

Lampiran

19. Trass	3.600	3.600	3.240	2.880	2.880	2.160	1.800
20. Obsidian	15.000	15.000	13.500	12.000	10.500	9.000	7.500
21. Perlit tanah diatome	3.600	3.600	3.240	2.880	2.880	2.160	1.800
22. Tanah diatome	15.000	15.000	13.500	12.000	10.500	9.000	7.500
23. Tanah serap	11.400	11.400	10.260	9.120	7.980	6.840	5.700
24. Marmer	35.000	35.000	31.500	28.000	24.500	21.000	17.500
25. Batu tulis	10.500	10.500	9.450	8.400	7.350	6.300	5.250
26. Batu kapur	10.500	10.500	9.450	8.400	7.350	6.300	5.250
27. Dolomite	10.500	10.500	9.450	8.400	7.350	6.300	5.250
28. Kalsit	13.500	13.500	12.150	10.800	9.450	8.100	6.750
29. Granit,	10.000	10.000	9.000	8.000	7.000	6.000	5.000
a. Bubuk	8.000	8.000	7.200	6.400	6.400	5.600	4.000
b. bloc	12.000	12.000	10.800	9.600	8.400	7.200	6.000
30. Tanah liat							
a. tahan api	9.000	9.000	8.100	7.200	6.300	5.400	4.500
b. ball clay	8.000	8.000	7.200	6.400	5.600	4.800	4.000
c. bangunan	2.000	2.000	1.800	1.600	1.400	1.200	1.000
d. tanah urug	4.000	4.000	3.600	3.200	2.800	2.400	2.000
31. Pasir dan krikil	10.000	10.000	9.000	8.000	7.000	6.000	5.000

Lampiran

a. untuk bhn bagunan b. sirtu c. oral	8.000 10.000	8.000 10.000	7.200 9.000	6.400 8.000	5.600 7.000	4.800 6.000	4.000 5.000
32. Zeoliute	14.500	14.500	13.050	11.600	10.150	8.700	7.250
33. Napal	2.000	2.000	1.800	1.600	1.400	1.200	1.000
34. Phiropilit	23.000	23.000	20.700	18.400	16.100	13.800	11.500
35. Onyx	35.000	35.000	31.500	28.000	24.500	21.000	17.500
36.Kayu kersik	21.000	21.000	18.900	16.800	14.700	12.600	10.500

Lampiran

Cara Pengenaan

NILAI JUAL X TARIP PAJAK

PENJELASAN

Nilai Jual Dihitung Dari Harga Dasar Indek Lokasi

1. Indek 1 adalah lokasi objek berada di sepanjang jalan objek berada jalan beraspal dengan ketentuan masuk lokasi maksimal 500 m dari jalan beraspal
2. Indek 0.9 adalah lokasi objek berda disepanjang jalan beraspal yang sedang / rendah
3. Indek 0.8 adalah lokasi objek yang berada disepanjang jalan macadam dalam keadaan baik
4. Indek 0.7 adalah lokasi objek berada disepanjang jalan dalam keadaan sedang / atau rendah
5. Indek 0.6 adalah lokasi objek disepanjang jalan tanah dalam keadaan baik
6. Indek 0.5 adalah lokasi objek berada di sepanjang jalan tanah dalam keadaan jelek