ANALISIS REGRESI *DUMMY VARIABLE* MODEL TOBIT

(Kasus pada Estimasi Hujan di Karangploso Malang)

SKRIPSI

oleh :
IRMA AGRICA WARDHANI
NIM. 06510072

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

ANALISIS REGRESI *DUMMY VARIABLE* MODEL TOBIT

(Kasus pada Estimasi Hujan di Karangploso Malang)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

oleh:
IRMA AGRICA WARDHANI
NIM. 06510072

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

ANALISIS REGRESI *DUMMY VARIABLE* MODEL TOBIT

(Kasus pada Estimasi Curah di Karangploso Malang)

SKRIPSI

oleh:
IRMA AGRICA WARDHANI
NIM. 06510072

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 13 Januari 2011

Pembimbing I	Pembimbing II
Abdul Aziz, M.Si	Ach. Nashichudin, MA
NIP.19760318 200604 1 002	NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ANALISIS REGRESI *DUMMY VARIABLE* MODEL TOBIT

(Kasus pada Estimasi Hujan di Karangploso Malang)

SKRIPSI

oleh:
IRMA AGRICA WARDHANI
NIM. 06510072

Telah dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal, 28 Januari 2011

Susunan Dewan Penguji		Tanda Tangan
1. Penguji Utama	: Sri Harini, M. Si NIP. 19731014 200112 2 002	( )
2. Ketua	: Drs. H.Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	( )
3. Sekretaris	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	( )
4. Anggota	: Ach. Nashichudin, MA NIP. 19730705 200003 1 002	( )

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

MOTTO

"IKATLAH ILMU DENGAN MENULISKANNYA"

(Ali Bin Abi Tholib)

مَنْ جَدَّ وَجَدَ

"NO PAIN, NO GAIN"

Penulis Persembahkan Karya ini

untuk :

Kedua orang tua tercinta

Bapak Muchson Yuli Utomo dan Ibu Tri Kundari

yang tanpa lelah memberikan dorongan moral, spiritual, finansial dan tak henti-hentinya mencurahkan kasih sayangnya.

Untuk:

Kakak dan adik tersayang

Mas Eko Arif Kurniawan dan Mas Anton Wahyudi Setiawan

Dek Marisa Okke Wardhani

Teruslah berjuang untuk berbakti dan banggakan kedua orangtua.

Untuk:

Teman-teman Farida K, Fita Z, Chusnul K., Farida U, Dewi S, Habiibah, S Nurul, Evi S, Khoirunnisa, Manar M, Nurry A, Ummul K, yang telah ikut membantu menyelesaikan skripsi ini,

tanpa bantuan dan kerja sama kalian,

karya ini mungkin tidak akan pernah terselesaikan.

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : IRMA AGRICA WARDHANI

NIM : 06510072

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Januari 2011
Yang membuat pernyataan,

Irma Agrica Wardhani
NIM. 06510072

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Syukur alhamdulillah ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, hidayah dan inayah-Nya sehingga skripsi dengan judul **Analisis Regresi *Dummy Variable* Model Tobit (Kasus pada Estimasi Hujan di Karangploso Malang)** ini dapat terselesaikan dengan baik.

Sholawat serta salam semoga tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang mana beliau telah mengantarkan manusia ke jalan kebenaran.

Keberhasilan penulisan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, pengarahan, dan bantuan dari berbagai pihak, baik berupa pikiran, motivasi, tenaga, maupun doa dan restu. Karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Bapak Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU, D.Sc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Bapak Abdussakir, M.Pd selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan ijin dan kemudahan kepada penulis untuk menyusun skripsi.
4. Bapak Abdul Aziz, M.Si selaku dosen pembimbing yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan pengarahan dalam penyelesaian skripsi ini.

5. Bapak Ach. Nashichuddin, MA selaku dosen pembimbing agama yang telah memberikan bimbingan dan petunjuk dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Bapak Mohammad Jamhuri, M.Si selaku wali dosen yang telah memberikan motivasi dan bimbingan mulai semester satu hingga semester akhir.
7. Bapak dan Ibu dosen, jurusan matematika dan staf fakultas yang selalu membantu dan memberikan dorongan semangat semasa kuliah.
8. Orang tua penulis Bapak Muchson Y. Utomo, Ibu Tri Kundari yang tidak pernah berhenti memberikan doa, kasih sayang, inspirasi, motivasi serta materi kepada penulis semasa kuliah hingga akhir pengerjaan skripsi ini.
9. Kakak-kakak, Eko Arif Kurniawan, Anton Wahyudi Setiawan dan adik , Marisa Okke Wardhani yang selalu memberikan motivasi dan semangat kepada penulis sehingga dapat menyeleasikan skripsi ini dengan lancar.
10. Teman-teman di mabna Khodijah Al Kubro, terima kasih banyak atas motivasi dan semangat yang diberikan.
11. Teman–teman matematika, terutama angkatan 2006, terima kasih atas semua pengalaman dan motivasinya yang telah mereka berikan dalam penyelesaian penulisan skripsi ini.
12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, atas keikhlasan bantuan moril dan sprituil, penulis ucapkan terima kasih sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

Semoga Allah SWT membalas kebaikan mereka semua. Akhirnya, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Amin.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb

Malang, 13 Januari 2011

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Lambang Matematika

$\sim$	: Berdistribusi
$\leq$	: Lebih kecil atau sama dengan
$\geq$	: Lebih besar atau sama dengan
∞	: Tak berhingga
$<$	: Lebih kecil daripada
$>$	: Lebih besar daripada
$\prod$	: Phi untuk perkalian
$\sum$	: Sigma untuk penjumlahan

Abjad Yunani

μ	: Mu
σ	: Sigma
λ	: Lambda
π	: Pi
ϕ	: Phi
Φ	: PHI
∂	: Dho
α	: Alpha
β	: Bheta
ε	: Epsilon

γ :Gamma

Lambang Khusus

μ	: Nilai Tengah (rataan)
$\varnothing$	: Himpunan kosong
$\bar{X}$	: Rata-rata pada pengamatan X
$\bar{Y}$	: Rata-rata pada pengamatan Y
σ^2	: Ragam (varian) untuk populasi
$\mathbf{X}$	: Matrik entri-entrinya merupakan variabel x
$\mathbf{x}$	: Vektor yang entri-entrinya merupakan variabel x
$\hat{\boldsymbol{\beta}}$	: Estimasi dari vektor β yang entri-entrinya terdiri dari parameter $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, ..., \hat{\beta}_n$
T	: Transpos
E	: *Expectation* (nilai harapan)
$X_1, X_2, X_3, ..., X_n$	: Peubah acak
$l(x_1, \ldots, x_n \mid \beta)$	: Fungsi *likelihood* dengan parameter β
$f_x(x)$	: Fungsi padat peluang
$F_x(x)$	: Fungsi distribusi komulatif
N	: Normal
$\chi^2_{\alpha,1}$	: Khi kuadrat dengan derajat bebas 1

ABSTRAK

Wardhani, Irma Agrica. 2010**. Analisis Regresi *Dummy Variable* Model Tobit (Kasus pada Estimasi Hujan di Karangploso Malang).** Skripsi, Jurusan matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si,
(II)Ach. Nashichuddin, MA.

Kata Kunci: titik tersensor, regresi *dummy variable,* estimasi parameter, metode maksimum likelihood, peluang terjadinya hujan.

Analisis regresi merupakan analisis statistik yang menggunakan hubungan antara dua variabel atau lebih. Untuk menggunakan analisis regresi, nilai dari setiap variabel baik variabel dependen maupun independen, tetapi pada kenyataannya sering dijumpai informasi yang dibutuhkan tidak tersedia. Salah satu metode statistika yang dapat digunakan untuk menentukan model bila terjadi pembatasan (data tersensor) pada variabel dependennya adalah model regresi *dummy variabel* model tobit.

Dengan menggunakan metode maksimum likelihood diharapkan dapat memperoleh estimasi parameternya. Dan menerapkan model tobit pada kasus perkiraan curah hujan tahun 2010-2012 di daerah Karangploso Kabupaten Malang. Untuk statistik uji parameter model menggunakan uji Wald, melihat kebaikan model dengan melihat hasil AIC dan SC.

Estimasi model tobit tidak cukup hanya menggunakan maksimum likelihood, karena persamaannya non linier sehingga dibantu dengan iterasi Newton-Rapson menghasilkan persamaan berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{n+1} = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{n} - t_n P_n \gamma_n$$

$$= \hat{\boldsymbol{\beta}}^{n}_{(k+1)\times 1} - 1\left(\sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2}\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\right) + \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T}{\sigma^2}\right) \left(\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)} \right) \left(\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right) - \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)} \right) \right)^{-1}_{(k+1)\times(k+1)}$$

$$\left(\sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{1}{\sigma^2}\left(y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}\right)\mathbf{x}_i \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left[\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma}\right) \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)} \right] \right)_{(k+1)\times 1}$$

Dengan menggunakan model Tobit, hasil probabilitas musim hujan 2010-2012 di Karangploso Malang menunjukkan bahwa, pada tahun 2010-2012 musim hujan terjadi pada sekitar bulan Mei-Desember

ABSTRACT

Wardhani, Irma Agrica. 2010**. Regression Analysis of Dummy Variable Tobit Model (Case in Estimation of Rain in Karangploso Malang).Thesis.** Mathematics Department. Faculty of Science and Technology. Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang.
The Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si,
(II)Ach. Nashichuddin, MA.

Keyword: cencored point, dummy variable regression Tobit model, estimates of parameters, maximum likelihood methods, estimation of rain.

Regression analysis is a statistical analysis that uses the relation between two or more variables (dependent variable and independent variables). To use the analysis regression, the value of each variable both dependent and independent variables, but in fact often found the information needed is not available. One method that can handle to determine if there is restriction model (censored data) in the dependent variable is the dummy variable regression model Tobit model.

By using maximum likelihood methods are expected to obtain estimates of the parameters. And apply the Tobit model in the case of rainfall forecast for the 2010-2012 year Karangploso Malang. To statistical test the parameters using the Wald test, and the goodness of the model by looking at the results of AIC and SC.

Estimated Tobit model is not enough just to use maximum likelihood, because of the non linear equation so that helped with the Newton-Rapson iteration produces the following equation:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{n+1} = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{n} - t_n P_n \gamma_n$$

$$= \hat{\boldsymbol{\beta}}^{n}_{(k+1)\times 1} - 1\left(\sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2}\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\right) + \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T}{\sigma^2}\right) \left(\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)} \right) \left(\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right) - \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)} \right) \right)^{-1}_{(k+1)\times(k+1)}$$

$$\left(\sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{1}{\sigma^2}\left(y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}\right)\mathbf{x}_i \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left[\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma}\right) \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)} \right] \right)_{(k+1)\times 1}$$

By using the Tobit model, the probability of rain season for 2010-2012 in Karangploso, Malang, shows that in 2010 rainy season occur only in around May to December.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang banyak digunakan pada disiplin ilmu yang lainnya. Salah satu cabang dari matematika terapan adalah statistika, yang menggunakan teori probabilitas sebagai alat untuk memberikan deskripsi, analisis dan perkiraan fenomena yang dapat digunakan dalam seluruh bidang ilmu.

Salah satu cabang ilmu yang menggunakan statistik misalnya ekonometri, menurut Alfian Lains (2003:1) ekonometrika adalah suatu ilmu dan seni yang memanfaatkan matematika dan teori statistik dalam mencari nilai parameter daripada hubungan ekonomi sebagaimana didalilkan oleh teori ekonomi. Karenanya, dalam prakteknya ekonometrika memadukan teori ekonomi dengan metematika dan teori statistik.

Regresi yang dikenal dalam statistik dapat dikatakan sebagai usaha estimasi perubahan. Estimasi tidak memberikan jawaban yang pasti tentang apa yang terjadi, melainkan berusaha mencari pendekatan apa yang akan terjadi di masa yang akan datang. Jadi, regresi mengemukakan tentang keingintahuan apa yang terjadi di masa depan untuk memberi sumbangan menentukan keputusan yang terbaik. Kini, analisis regresi telah banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan telah demikian berkembang serta memiliki berbagai variasi metode yang sangat banyak.

Diketahui bahwa Al-Qur’an kitab suci umat Islam, dan di dalamnya diajarkan segala macam pengetahuan termasuk matematika. Dalam Al-Qur’an juga telah disinggung masalah estimasi sesuai dengan bahasan tulisan ini, diantaranya terdapat pada surat Al Baqarah ayat 261:

مَّثَلُ ٱلَّذِينَ يُنفِقُونَ أَمْوَٰلَهُمْ فِى سَبِيلِ ٱللَّهِ كَمَثَلِ حَبَّةٍ أَنۢبَتَتْ سَبْعَ سَنَابِلَ فِى كُلِّ سُنۢبُلَةٍ مِّا۟ئَةُ حَبَّةٍ ۗ وَٱللَّهُ يُضَٰعِفُ لِمَن يَشَآءُ ۗ وَٱللَّهُ وَٰسِعٌ عَلِيمٌ ﴿٢٦١﴾

Artinya:
“Perumpamaan (nafkah yang dikeluarkan oleh) orang-orang yang menafkahkan hartanya di jalan Allah adalah serupa dengan sebutir benih yang menumbuhkan tujuh bulir, pada tiap-tiap bulir seratus biji. Allah melipat gandakan (ganjaran) bagi siapa yang Dia kehendaki. dan Allah Maha Luas (karunia-Nya) lagi Maha mengetahui.” (Qs. al Baqarah/2: 261)

Pada Qs. Al Baqarah ayat 261 tersebut dijelaskan bahwa sebutir benih yang menumbuhkan tujuh bulir, pada tiap-tiap bulir seratus biji. Namun perlu dicatat bahwa tidak semua butir jagung yang ditanam dilahan manapun bisa tumbuh dengan tujuh bulir yang masing-masing menghasilkan seratus biji. Biji benih itu harus terjaga, lahannya harus cocok, waktunya harus tepat, dan persiapan serta penjagaannya harus lengkap. Dari gambaran diatas diketahui bahwa itulah contoh estimasi dalam Al-Qur’an. Termasuk dalam konteks permasalaan ini adalah tentang regresi yang dilakukan sebagai usaha estimasi perubahan (Imani, 2006: 47).

Pada analisis regresi, umumnya data kualitatif (data *dummy*) digunakan pada variabel bebas, sedangkan variabel terikatnya berupa data kuantitatif. Padahal, dalam kenyataannya tidak menutup kemungkinan pada penelitian akan dijumpai variabel terikatnya berupa data kualitatif.

Analisis regresi yang digunakan untuk menganalisis variabel terikat dengan data kualitatif ada beberapa model, yaitu: Model Logit, Probit, dan Tobit. Pada model Logit dan Probit dapat diperoleh informasi yang sama untuk kedua kelompok data, baik yang nilai variabel dependennya 1 maupun yang 0. Misalnya, baik responden yang memiliki rumah atau kendaraan, informasinya sama, yaitu terdiri atas pendapatan. Apabila kita menggunakan contoh lulusan, baik yang lulus (lulus=1) maupun yang tidak (lulus=0), telah dimiliki informasi yang sama yaitu IPK, jam belajar, dan tinggal di rumah atau tidak. Tapi dalam kenyataannya, tidak selalu mendapatkan informasi yang sama untuk kedua kelompok responden. Misalnya, dalam kepemilikan mobil, mungkin tidak bisa didapatkan data pendapatan yang tidak memiliki mobil. Dengan demikian, dua kelompok data yang dimiliki tidak setara (Wahyu W. 2007: 6.23). Sehingga variabel dependennya ada yang terbatas. Untuk data seperti ini model yang digunakan adalah model Tobit. Dari latar belakang tersebut maka penulis tertarik untuk mengambil judul " **Analisis Regresi *Dummy Variable* Model Tobit (Kasus pada Estimasi Hujan di Karangploso Malang)**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, dapat dirumuskan permasalahannya pada penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana analisis regresi *dummy variable* model Tobit?
2. Bagaimana estimasi parameter regresi *dummy variable* model Tobit?

3. Bagaimana aplikasi regresi *dummy variable* model Tobit pada estimasi hujan di Karangploso Malang untuk tahun 2010 sampai 2012?

1.3 Batasan Masalah

Agar tidak terjadi kerancuan terhadap maksud dan isi dari penelitian ini, maka perlu adanya pembatasan masalah sebagai berikut :

1. analisis model Tobit pada penelitian ini hanya menjelaskan bagaimana model Tobit diperoleh,
2. estimasi parameter menggunakan metode maximum likelihood newton raphson,
3. aplikasi regresi *dummy variable* model Tobit pada estimasi hujan memiliki batasan sebagai berikut:
    a. data yang digunakan adalah data yang diambil dari Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG) untuk wilayah Kecamatan Karangploso pada tahun 2007 sampai dengan 2009,
    b. dalam skripsi ini yang diteliti adalah peluang terjadinya hujan variabel terikat (y) dengan ketentuan $y=1$ dikategorikan musim hujan dan $y=0$ dikategorikan tidak musim hujan, dimana dikategorikan musim hujan apabila curah hujan minimal 150 mm. Dengan variabel bebas x_1 adalah temperatur minimum harian (satuan ^oC) x_1 adalah kelembaban nisbi minimum (satuan %), $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ adalah koefisien regresi, ε adalah kesalahan pengganggu.

c. statistik uji parameter β yang digunakan dalam penelitian ini adalah Uji *Wald*,

d. uji kebaikan model yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan dengan melihat nilai dari *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Schawarz Criterion* (SC).

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari skripsi ini adalah:

1. untuk mengetahui analisis regresi *dummy variable* model Tobit,
2. untuk mengetahui estimasi parameter regresi *dummy variable* model Tobit,
3. untuk mengetahui estimasi peluang hujan di Karangploso Malang untuk tahun 2010-2012.

1.5 Manfaat Penelitian

1. Bagi penulis
   a. Sebagai panduan untuk melakukan penelitian kualitatif dengan menggunakan model Tobit.
   b. Sebagai panduan untuk melakukan penaksiran pada bidang yang berkaitan.
2. Bagi pembaca
   a. Sebagai referensi apabila ingin mengembangkan ilmu regresi.
3. Bagi Instansi

a. Sebagai sumbangan pemikiran keilmuan sebagai kontribusi nyata terhadap Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
b. Peningkatan kualitas keilmuan fakultas dengan adanya penelitian dan pengembangan penelitian.
c. Untuk menambah kepustakaan dan menambah pengetahuan keilmuan dalam bidang ilmu matematika khususnya pada bidang ilmu regresi.

1.6 Metode Penelitian

Dalam tugas ahkir ini digunakan dua pendekatan, yaitu studi literatur dan studi kasus. Studi literatur digunakan dalam menganalisa regresi dummy variabel dengan model tobit, dan untuk menentukan estimasi parameter dari model tobit. Studi kasus digunakan untuk mengkaji peramalan terjadi hujan atau tidak. Langkah-langkah penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) Menjelaskan perolehan model dan estimasi parameter model tobit dengan langkah sebagai berikut:
   1. Mencari model regresi *dummy variable* tobit.
   2. Menaksir parameter regresi *dummy variable* model tobit dengan metode *maximum likelihood* dengan langkah-langkah sebagai berikut:
      a. menentukan fungsi distribusi peluang pada *dummy variable* dengan model tobit,
      b. menentukan fungsi *likelihood* dari fungsi distribusi peluang pada *dummy variabel* dengan model tobit,

c. menentukan fungsi *log likelihood* dari fungsi *likelihood*, dan

d. memaksimumkan fungsi *log likelihood* dengan mendeferensialkan fungsi *log likelihood* tehadap parameter-parameter dan menyamakannya dengan nol,

e. selanjutnya mencari estimasi parameter dengan menggunakan iterasi *Newton Raphson.*

b) Mengimplementasikan model tobit pada kasus terjadinya hujan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Statistik deskriptif data (melihat tebaran data) dengan *scatterplot* dan dengan bantuan *software e-Views.*
2. Meregresikan data dengan menggunakan model tobit.
3. Menduga parameter regresi model tobit dengan *e-Views*.
4. Menguji parameter regresi dengan menggunakan uji *Wald*.
5. Menguji kebaikan model dengan melihat nilai AIC dan SC.
6. Menginterpretasi model.

1.7 Sistematika Penelitian

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

BAB I. PENDAHULUAN. Berisi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, metode penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II. KAJIAN PUSTAKA. Berisi hal-hal yang mendasar dalam teori yang dikaji, meliputi: data tersensor, teori dasar probabilitas, fungsi distribusi kumulatif, distribusi normal tersensor, regresi dengan variabel dummy, estimasi parameter (metode *maximum likelihood newton raphson*) dan uji hipotesis (uji Wald dan uji AIC, SC), curah hujan, temperatur dan kelembaban, dan estimasi dalam Islam.

BAB III. PEMBAHASAN. Berisi pembahasan tentang model tobit yang berupa bentuk umum, estimasi, dan contoh penerapan, pengujian model.

BAB IV. PENUTUP. Berisi kesimpulan akhir penelitian dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya yang lebih baik.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Data Tersensor

Pada bidang mikro ekonomi banyak ditemukan masalah dengan data yang tersensor untuk variabel terikat. Ketika variabel terikat tersensor, nilai dari suatu rentang tertentu ditransformasikan sebagai suatu nilai tunggal (Greene, 2003:761). Menurut Supranto (2004:339) "*censored sample*" adalah apabila suatu sampel di mana informasi pada *regressand* atau variabel bergantung tersedia hanya untuk beberapa observasi.

Censoring terjadi ketika data variabel bergantung hilang atau terbatas, tetapi bukan data *regressor*. Misalnya dalam kepemilikan mobil, bisa saja tidak didapatkan data pendapatan orang yang tidak memiliki mobil. Demikian juga untuk lulusan yang tepat waktu, mungkin tidak didapat informasi dari lulusan yang lulusnya tidak tepat waktu. Dengan demikian, dua kelompok data yang dimiliki tidak setara (Wahyu, 2007:6.23-6.24). Contoh lain, seumpama sebuah peluru ditembakan dibawah kondisi yang terkendali pada sasaran sikular vertikal pada radius R. Jarak tembakan dari pusat, variabel acak yang ditanyakan, akan jadi tak tampak jika tembakan meleset dari sasaran. Susunan variabel acak yang tampak akan terbatas pada susunan [0.R] dan tak ada observasi bisa tercatat untuk beberapa penelitian cobaan (George G, 1985: 609).

2.2 Teori Dasar Probabilitas

Teori peluang sering disebut dengan teori kemungkinan yang merupakan konsep dasar dari ilmu statistika. Dalam kehidupan sehari-hari sering dijumpai suatu kejadian kadang terjadi atau tidak terjadi. Terjadinya suatu peristiwa tersebut mempunyai tingkat yang berbeda-beda, ada yang kemungkinan terjadinya besar dan ada yang kemungkinan terjadinya kecil. Pernyataan kemungkinan ini menunjukkan ukuran ketidakpastian. Kemungkinan yang menyangkut ketidakpastian ini dinamakan peluang (*probability*) (Harini, 2007:55-56).

Bain dan Engelhard (1991:9) mendefinisikan peluang sebagai berikut:

Jika sebuah percobaan E mempunyai ruang sampel S dan sebuah kejadian A didefinisikan pada S, maka $P(A)$ adalah suatu angka riil yang disebut probabilitas dari peristiwa A atau probabilitas A. Dan fungsi $P(.)$ mempunyai syarat-syarat sebagai berikut:

1. $0 \le P(A) \le 1$ untuk setiap kejadian A dari S
2. $P(\emptyset) = 0$
3. $P(S) = 1$

Menurut Dudewicz dan Mishra (1995:19) bila suatu percobaan yang dapat menghasilkan n macam hasil yang berkemungkinan sama dan bila terdapat sebanyak $n(A)$ dari hasil yang berkaitan dengan kejadian A, maka probabilitas A adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} \tag{2.1}$$

dimana:

$n(A)$ = jumlah hasil yang termasuk kejadian A

n = jumlah keseluruhan hasil

Menurut Gujarati (2007:27) peluang terjadiya suatu kejadian B bila diketahui kejadian A telah terjadi disebut peluang bersyarat (*conditional probability*) dan dinyatakan dengan $P(B|A)$. Lambang $P(B|A)$ biasanya dibaca "peluang B terjadi bila diketahui A terjadi", atau lebih sederhana lagi "peluang B, bila A terjadi", yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(B)}; P(A) > 0. \qquad (2.2)$$

Walpole dan Myers (1995:38) menyatakan dalam teorema bahwa :

Dua kejadian A dan B bebas jika dan hanya jika,

$$P(AB) = P(A)P(B) \qquad (2.3)$$

Bukti :

$$\begin{aligned} P(AB) &= \frac{n(AB)}{n} \\ &= \frac{n(A).n(B)}{n} \\ &= \frac{n(A)}{n}.\frac{n(B)}{n} \\ &= P(A)P(B) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A)P(B) &= \frac{n(A)}{n}.\frac{n(B)}{n} \\ &= \frac{n(A).n(B)}{n} \\ &= \frac{n(AB)}{n} \\ &= P(AB) \end{aligned}$$

Dengan demikian apabila A dan B kejadian bebas dan bila $P(A) > 0$, maka $P(B|A) = P(B)$.

Bukti :

Karena A dan B kejadian bebas, $P(AB) = P(A)P(B)$ dan menurut definisi Persamsaan (2.2) $P(B \mid A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$. Maka,

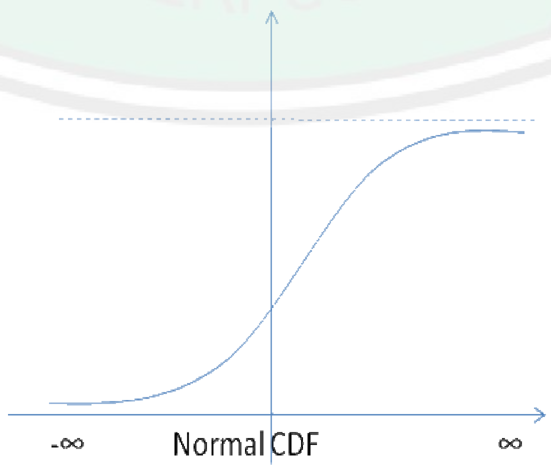
$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{P(AB)}{P(A)} \\ &= \frac{P(A)P(B)}{P(A)} \\ &= P(B). \end{aligned}$$

2.3 Fungsi Distribusi Kumulatif

Dudewicz dan Mishra (1995:149) mendefinisikan fungsi distribusi kumulatif atau *Cumulative Distribution Function* sebagai berikut :

Fungsi distribusi kumulatif atau probabilitas kumulatif sering disebut fungsi distribusi saja. Fungsi distribusi variabel acak kontinu X yang dinotasikan $F_x(x) = P(X \leq x)$ untuk semua bilangan riil x, didefinisikan dengan:

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt. \tag{2.4}$$



Gambar 2.1 Kurva CDF Normal

Salah satu distribusi yang penting dalam statistik adalah adalah distribusi normal. Menurut Gujarati (2007:68) variabel acak X yang berdistribusi normal biasanya dinotasikan dengan $X \sim N\left(\mu_x, \sigma_x^2\right)$. Dimana $\sim$ berarti didistribusikan sebagai, N menyatakan distribusi normal, dan notasi di dalam tanda kurung menyatakan *parameter* distribusi, yakni nilai rata-rata atau nilai harapan (populasi)nya, μ_x , dan variansinya, σ_x^2. Dengan X merupakan variabel acak yang bersifat kontinu dan dapat memiliki nilai antara $-\infty$ sampai ∞. Sedangkan Dudewicz dan Mishra (1995:169) mendefinisikan distribusi normal sebagai berikut:

Suatu peubah acak X dikatakan berdistribusi normal $N\left(\mu_x, \sigma_x^2\right)$ bila (untuk suatu $\sigma^2 > 0$ dan $-\infty < \mu < \infty$) berlaku

$$f_x\left(x\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, -\infty < x < \infty. \qquad (2.5)$$

Fungsi $f_x\left(x\right)$ (2.5) menunjukkan nilai *Probability Density Function (PDF)* dari distribusi normal. Sehingga fungsi distribusi kumulatif atau *Cumulative Distribution Function (CDF)* dari distribusi normal dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$F_x\left(x\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx. \qquad (2.6)$$

Untuk menghitung probabilitas $P\left(a \le x \le b\right)$ dari suatu variabel acak kontinu X yang terdistribusi sacara normal dengan parameter μ_x dan σ_x maka Persamaan (2.5) harus diintegralkan mulai dari $x = a$ sampai $x = b$. Namun, tidak ada satupun dari teknik-teknik pengintegralan biasa yang bisa digunakan untuk menentukan integral tersebut. Untuk itu para ahli statistik telah membuat sebuah penyederhanaan dengan memperkenalkan sebuah fungsi kepadatan probabilitas normal khusus dengan nilai mean $\mu = 0$ dan deviasi standar $\sigma = 1$. Distribusi khusus ini dikenal sebagai *distribusi normal standard*. Variabel acak dari distribusi normal standard ini biasanya dinotasikan dengan *Z*.

Dengan menerapkan ketentuan di atas pada Persamaan (2.5) maka fungsi kepadatan probabilitas dari distribusi normal standart variabel acak kontinu *Z* adalah:

$$f_N(z;0,1) = \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}}, -\infty < z < \infty. \tag{2.7}$$

(Harinaldi,2005:93-94)

Persamaan (2.6) dapat ditransformasikan ke dalam normal baku yang dinyatakan dengan Z. Dalam teorema, Bain dan Engelhard (1991:121) menyatakan:

Jika $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$, maka:

1. $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$
2. $F_x(x) = \Phi\left(\dfrac{x-\mu}{\sigma}\right)$

Bukti:

$$\begin{aligned} F_z(z) &= P[Z \le z] \\ &= P\left[\frac{X-\mu}{\sigma} \le z\right] \\ &= P[X \le \mu + z\sigma] \\ &= \int_{-\infty}^{\mu+z\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dx \end{aligned}$$

kemudian substitusikan $w = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$, maka diperoleh:

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^{\mu+z\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}w^2}\, dw \qquad (2.8)$$
$$= \Phi(z).$$

Simbol $\Phi(z)$ dinotasikan untuk standar normal kumulatif atau *Cumulative Distribution Function* (CDF) yang berdistribusi normal.

2.4 Distribusi Normal Tersensor

Seandainya variabel bergantung yang tersensor distribusi normal dan disimbulkan sebagai y^*, maka untuk mendapatkan distribusi dari variabel tersensor y^* ditransformasikan menjadi y dimana:

$$y = a \quad \text{jika } y^* \le a$$

$$y = y^* \text{ jika } y^* > a.$$

Dan berdasarkan asumsi sebelumnya bahwa y^* mengikuti distribusi normal maka didapatkan nilai harapan dari variabel tersensor adalah:

$$prob(y = a) = prob(y^* \le a) = \Phi(a - \mu/\sigma). \qquad (2.9)$$

Sedangkan untuk probabilitas $y = y^*$ adalah

$$\begin{aligned} prob(y = y^*) &= prob(y^* > a) \\ &= 1 - prob(y^* \le a) \qquad (2.10) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right). \end{aligned}$$

Menurut Greene (2003:763) momen untuk variabel normal tersensor adalah:

jika $y^* \sim N[\mu, \sigma^2]$ dan $y = a$ jika $y^* \le a$ lainnya $y = y^*$, maka

$$E[y] = \Phi a + (1-\Phi)(\mu + \sigma\lambda) \tag{2.11}$$

dengan

$$\begin{aligned} &\Phi\left[(a-\mu)/\sigma\right] = \Phi(\alpha) = prob\left(y^* \le a\right) = \Phi \\ &\phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) = \phi(\alpha) = \phi, \lambda = \phi/(1-\Phi) \end{aligned} \tag{2.12}$$

Bukti:

$$\begin{aligned} E[y] &= prob(y=a) \times E\left[y \middle| y=a\right] + prob(y>a) \times E\left[y \middle| y>a\right] \\ &= prob\left(y^* \le a\right) \times a + prob\left(y^* > a\right) \times E\left[y^* \middle| y^* > a\right] \\ &= prob\left(y^* \le a\right) \times a + prob\left(y^* > a\right) \times E\left[\mu+\varepsilon \middle| \mu+\varepsilon > a\right] \\ &= \Phi a + (1-\Phi)\left(E\left[\mu \middle| \mu+\varepsilon > a\right] + E\left[\varepsilon \middle| \mu+\varepsilon > a\right]\right) \\ &= \Phi a + (1-\Phi)\left(\mu + E\left[\varepsilon \middle| \varepsilon > a-\mu\right]\right) \\ &= \Phi a + (1-\Phi)\left(\mu + \sigma E\left[\frac{\varepsilon}{\sigma} \middle| \frac{\varepsilon}{\sigma} > \frac{a-\mu}{\sigma}\right]\right) \\ &= \Phi a + (1-\Phi)\left(\mu + \sigma\left(\phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) \middle/ 1-\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)\right)\right) \\ &= \Phi a + (1-\Phi)(\mu + \sigma\lambda) \end{aligned} \tag{2.13}$$

Untuk bentuk khusus $a = 0$, sederhananya

$$E\left[y \middle| a=0\right] = \Phi(\mu/\sigma)(\mu+\sigma\lambda), \text{ dimana } \lambda = \frac{\phi(\mu/\sigma)}{\Phi(\mu/\sigma)}. \tag{2.14}$$

2.5 Regresi Dengan Variabel Terikat Kategorik atau *Dummy Variable*

Persaman regresi, biasanya menggunakan simbol Y, untuk variabel tak bebas (*dependent variabel*), dan X, variabel bebas (*independent variabel*). Variabel X bisa lebih dari satu (*multivariate*). Baik X maupun Y bisa berupa variabel kualitatif (Nachrowi, 2004: 167).

Variabel dalam persamaan regresi yang sifatnya kualitatif ini biasanya menunjukkan ada tidaknya (*presence or absence*) suatu "*quality*" atau suatu "*atribute*", misalnya laki–laki atau perempuan, Jawa atau luar Jawa, sarjana atau bukan, sudah menikah atau masih membujang, dan sebagainya. Salah satu metode untuk membuat *kuantifikasi* (berbentuk angka) dari data kualitatif (tidak berbentuk angka) adalah dengan membentuk variabel-variabel artifisial yang memperhitungkan nilai-nilai 0 atau 1, 0 menunjukkan ketiadaan sebuah atribut dan 1 menujukkan keberadaan (kepemilikan) atribut itu. Misalnya, 1 menunjukkan bahwa seseorang adalah wanita dan 0 menunjukkan laki-laki, atau 1 menunjukkan bahwa seseorang adalah sarjana dan 0 menunjukkan bahwa seseorang bukan seorang sarjana. Variabel-variabel yang mengasumsikan nilai-nilai seperti 0 dan 1 ini disebut dengan variabel buatan (*dummy variabel*) (Gujarati, 2007:1).

Menurut Supranto (2004:175) variabel *dummy* disebut juga variabel indikator, biner, kategorik, kualitatif, boneka atau variabel dikotomi. Suatu persamaan regresi tidak hanya menggunakan variabel kategorik sebagai variabel bebas, tetapi dapat pula disertai oleh variabel bebas lain yang numerik. Persamaan regresi dengan variabel bebas berupa *dummy* dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Y = \beta_1 + \beta_2 D + \varepsilon \qquad (2.15)$$

dimana:

Y = variabel terikat

D = variabel *dummy* sebagai variabel bebas yang bernilai 1 atau 0

ε = kesalahan random.

Variabel *dummy* bisa saja digunakan pada variabel tak bebas (Y), sehingga Y bernilai 0 atau 1, yang memiliki arti "ya" atau "tidak" (bersifat dikotomi). Misalkan pada penelitian partisipasi angkatan kerja pria dewasa sebagai fungsi tingkat pengangguran, pendapatan keluarga, tingkat pendidikan dan lain-lain. Seseorang bisa berada di dalam atau di luar angkatan kerja. Jadi keberadaan orang ini di dalam atau di luar angkatan kerja, cuma memiliki dua nilai saja : 1 jika orang ini ada dalam angkatan kerja dan 0 jika tidak. Persamaan model ini dapat ditulis:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X + \varepsilon. \tag{2.16}$$

Persamaan (2.16) terlihat seperti regresi linear pada umumnya, tapi teryata bukan, karena koefisien kemiringan β_2 yang menunjukkan tingkat perubahan Y untuk setiap perubahan unit X tidak dapat ditafsirkan, karena Y hanya menggunakan dua nilai, 1 dan 0. Maka Persamaan (2.16) disebut dengan model probabilitas linier (LPM, *Linear Probability Model*) karena ekspetasi bersyarat Y bila X diketahui, $E(Y|X)$, bisa ditafsirkan sebagai probabilitas bersyarat, mengingat kejadian tersebut akan terjadi bila X diketahui, yakni $P(Y=1|X)$ (Gujarati, 2007: 21).

2.6 Estimasi Parameter

2.6.1 Pengertian Estimasi Parameter

Dalam statistik, estimasi (penaksiran) adalah suatu metode untuk mengetahui sekitar nilai-nilai suatu populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel. Dalam kasus sebuah variabel acak X di asumsikan berdistribusi normal dengan dua parameternya nilai rata-rata (μ_x) dan varians (σ_x^2), yang mana nilai dari kedua parameter ini tidak diketahui. Untuk menaksir nilai parameter yang tidak diketahui ini, dapat diasumsikan terdapat sampel acak sebesar *n* dari distribusi probabilitas yang diketahui dan menggunakan sampel tersebut untuk menaksir parameter yang tidak diketahui. Jadi, rata-rata sampel dapat dijadikan sebagai taksiran atas rata-rata populasi dan variansi sampel sebagai taksiran atas varians populasi (Gujarati, 2007: 91).

Prinsip penggunaan metode estimasi pada sebuah observasi *t*, dengan persamaan regresi $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$, maka diperoleh:

$$\varepsilon_t = Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t \tag{2.17}$$

dari suatu sampel sebanyak *n*, akan diperoleh suatu error ke-*n*. Maka dapat diperoleh rata-rata error dari sampel ke-*n* sebagai berikut:

$$\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t\right) \tag{2.18}$$

diharapkan nilai rata-rata eror dari sampel adalah nol, sehingga berakibat nilai parameter $\beta_1 = 0$. Karena pada model ini hanya memiliki satu parameter, yaitu β_0, dan β_0 pada Persamaan (2.18) sama dengan nol. Sehingga diperoleh:

$$\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \beta_0\right) = 0 \tag{2.19}$$

dan karena nilai β_0 tidak terikat indek *t*. Maka dapat ditulis:

$$\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} Y_t - \beta_0 = 0$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} Y_t \qquad (2.20)$$

$$= \bar{Y}$$

dimana $\hat{\beta}_0$ adalah estimasi dari β_0. Estimasi ini hanya rata-rata dari nilai observasi variabel bebas X_t (Davidson, 1999:32-33).

2.6.2 Metode Maksimum Likelihood

Metode maksimum *likelihood* adalah suatu estimasi titik yang mempunyai sifat teoritis yang lebih kuat dibandingkan dengan metode penaksir kuadrat terkecil. Metode maksimum *likelihood* merupakan salah satu cara untuk estimasi parameter yang tidak diketahui. Prosedur estimasi maksimum *likelihood* menguji apakah estimasi maksimum yang tidak diketahui dari fungsi *likelihood* suatu sampel nilainya sudah memaksimumkan fungsi likelihood (Gujarati, 2004: 112).

Menurut Greene (2003: 468-469) fungsi PDF (*probability density function*) dari variabel y acak dengan parameter β, dinotasikan $f(y \mid \beta)$. Probabilitas sampel random dari *joint* PDF untuk $y_1, y_2, \ldots, y_n$ (dimana n saling bebas dan berdistribusi sama) dapat dihitung:

$$f(y_1, \cdots, y_n \mid \beta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i \mid \beta) = L(\beta \mid y). \qquad (2.21)$$

Metode maksimum *likelihood* akan memilih nilai β yang diketahui sedemikian hingga memaksimumkan nilai probabilitas dari gambaran sampel secara acak yang telah diperoleh secara aktual. Fungsi *log likelihood*-nya adalah :

$$L(\beta \mid y) = \ln l(\beta \mid y) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(y_i \mid \beta). \tag{2.22}$$

Menurut Davidson dan Mackinnon (1999:32-33) bila fungsi *likelihood* terdefernsialkan terhadap β, maka estimasi maksimum *likelihood* dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n) \rightarrow \frac{\partial l(x_1, x_2, ..., x_n)}{\partial \beta_i} \tag{2.23}$$

untuk $i = 1, 2, ..., n.$

Dalam banyak kasus, penggunaan deferensiasi akan lebih mudah bekerja pada logaritma natural dari $l(x_1, x_2, ..., x_n \mid \beta)$, yaitu:

$$L(x_1, x_2, ..., x_n \mid \beta) = \ln l(x_1, x_2, ..., x_n \mid \beta). \tag{2.24}$$

2.5.3 Nonlinear Maximum Likelihood Newton-Raphson

Secara umum, menurut Geoege G (1985: 497) iterasi untuk mendapatkan taksiran β dengan *nonlinear maximum likelihood* dapat ditulis dengan :

$$\beta^{n+1} = \beta^n - t_n P_n \gamma_n \tag{2.25}$$

dimana

$$t_n = 1,\ P_n = \left(\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta'} \mid_{\beta^n} \right)^{-1},\ \gamma_n = \frac{\partial L}{\partial \beta} \mid_{\beta^n} \tag{2.26}$$

t_n adalah koefisien pengali.

Fungsi distribusi peluang (pdf) dari y_i diberikan oleh X_i, β dan σ² adalah

$$f(y_i \mid X_i, \beta, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(y_i - f(X_i, \beta))^2\right) \tag{2.27}$$

dimana $f(X_i, \beta)$ adalah fungsi nonlinear yang bersifat umum.

Likelihood function dari β dan σ² diberikan oleh y_i dan X_i adalah

$$l_i(\beta, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(y_i - f(X_i, \beta))^2\right) \tag{2.28}$$

Log likelihood function dari β dan σ² diberikan oleh y_i dan X_i adalah

$$\log\, l_i = L_i = -\frac{1}{2}(\log(2\pi) + \log(\sigma^2)) - \frac{1}{2\sigma^2}(y_i - f(X_i, \beta))^2 . \tag{2.29}$$

P.d.f gabungan dari ($y_1, \ldots, y_i$) diberikan oleh X,β dan σ² adalah

$$\begin{aligned} f\left(y_1, \ldots, y_n \mid X, \beta, \sigma^2\right) &= (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - f(X_i, \beta))^2\right) \\ &= (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\mathbf{y} - f(\mathbf{X}, \beta))'(\mathbf{y} - f(\mathbf{X}, \beta))\right) \end{aligned} \tag{2.30}$$

Likelihood function dari β dan σ² diberikan X dan **y** adalah

$$l\left(\beta, \sigma^2\right) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\mathbf{y} - f(\mathbf{X}, \beta))'(\mathbf{y} - f(\mathbf{X}, \beta))\right) \tag{2.31}$$

dan *log likelihood function* dari β dan σ² diberikan oleh X dan **y** adalah

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^{n} L_t \\ &= \log\, l\left(\beta, \sigma^2\right) \\ &= -\frac{n}{2}\left(\log(2\pi) + \log\left(\sigma^2\right)\right) - \frac{1}{2\sigma^2}(\mathbf{y} - f(\mathbf{X}, \beta))'(\mathbf{y} - f(\mathbf{X}, \beta)) \\ &= -\frac{n}{2}\left(\log(2\pi) + \log\left(\sigma^2\right)\right) - \frac{1}{2\sigma^2} S(\beta). \end{aligned} \tag{2.32}$$

dimana S adalah fungsi jumlah kuadrat eror.

Maka

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = \frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} S(\beta). \tag{2.33}$$

Menyamakan Persamaan (2.33) dengan nol akan diperoleh

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S(\beta)}{n}. \tag{2.34}$$

Sekarang L (persamaan 2.32) dapat ditulis menjadi :

$$\begin{aligned} L(\beta) = L &= -\frac{n}{2}\left(\log(2\pi) + \log\left(\frac{S(\beta)}{n}\right)\right) - \frac{1}{2\left(\frac{S(\beta)}{n}\right)} S(\beta) \\ &= -\frac{T}{2}\left(\log(2\pi) + \log\left(\frac{S(\beta)}{n}\right)\right) - \frac{n}{2} \end{aligned} \tag{2.35}$$

Aproksimasi L(β) di sekitar β¹ dengan deret Taylor orde 2, yaitu :

$$L(\beta) = L\left(\beta^{(1)}\right) + \frac{\partial L}{\partial \beta}\bigg|_{\beta^{(1)}} \left(\beta - \beta^{(1)}\right) + \frac{1}{2}\left(\beta - \beta^{(1)}\right)^T \frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta^T}\bigg|_{\beta^{(1)}} \left(\beta - \beta^{(1)}\right), \tag{2.36}$$

diperoleh

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta} = \left(\frac{\partial L}{\partial \beta^T}\bigg|_{\beta^{(1)}}\right)^T + \frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta^T}\bigg|_{\beta^{(1)}} \left(\beta - \beta^{(1)}\right). \tag{2.37}$$

Karena

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \beta^T}\bigg|_{\beta^{(1)}}\right)^T = \frac{\partial L}{\partial \beta}\bigg|_{\beta^{(1)}}$$

maka

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta} = \frac{\partial L}{\partial \beta}\bigg|_{\beta^{(1)}} + \frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta^T}\bigg|_{\beta^{(1)}} \left(\beta - \beta^{(1)}\right) \tag{2.38}$$

Menyamakan Persamaan (2.38) dengan nol, akan diperoleh

$$\frac{\partial L}{\partial \beta}\bigg|_{\beta^{(1)}} + \frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta^T}\bigg|_{\beta^{(1)}} \left(\beta^{(2)} - \beta^{(1)}\right) = 0$$

atau

$$\beta^{(2)} = \beta^{(1)} - \left(\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta^T}\bigg|_{\beta^{(1)}}\right)^{-1} \frac{\partial L}{\partial \beta}\bigg|_{\beta^{(1)}}$$

Secara umumnya diperoleh iterasi

$$\begin{aligned}\beta^{(n+1)} &= \beta^{(n)} - \left(\frac{\partial^2 L}{\partial\beta\partial\beta^T}\bigg|_{\beta^{(n)}}\right)^{-1}\frac{\partial L}{\partial\beta}\bigg|_{\beta^{(n)}} \\ &= \beta^{(n)} - \left(-\frac{1}{2\sigma^2}\frac{\partial^2 S}{\partial\beta\partial\beta^T}\bigg|_{\beta^{(n)}}\right)^{-1}\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\frac{\partial S}{\partial\beta}\bigg|_{\beta^{(n)}}\right) \\ &= \beta^{(n)} - \left(\frac{\partial^2 L}{\partial\beta\partial\beta^T}\bigg|_{\beta^{(n)}}\right)^{-1}\left(\frac{\partial S}{\partial\beta}\bigg|_{\beta^{(n)}}\right)\end{aligned} \tag{2.39}$$

2.7 Uji Hipotesis

2.7.1 Pengertian Uji Hipotesis

Yang dimaksud dengan pengujian hipotesis adalah salah satu cara dalam statistika untuk menguji 'parameter' populasi berdasarkan statistik sampelnya, untuk dapat diterima atau ditolak pada tingkat signifikansi tertentu. Pada prinsipnya pengujian hipotesis ini adalah membuat kesimpulan sementara untuk melakukan penyanggahan atau pembenaran dari permasalahan yang akan ditelaah. Sebagai wahana untuk menetapkan kesimpulan sementara tersebut kemudian ditetapkan hipotesis nol dan hipotesis alternatifnya (Supangat, 2008:293).

Hipotesis nol (H_0) untuk memprediksi bahwa variabel bebas tidak mempunyai efek pada variabel terikat dalam populasi. H_0 juga untuk memprediksi tidak adanya perbedaan antara suatu kondisi dengan kondisi yang lain. Sedangkan hipotesis alternatif, biasa dilambangkan dengan H_1, yang memprediksi bahwa variabel bebas mempunyai efek pada variabel terikat dalam populasi. H_1 juga untuk memprediksi adanya perbedaan antara suatu kondisi dengan kondisi yang lainnya (Irianto, 2006:97-98).

Menurut Supangat (2008:294) pernyataan hipotesis nol ini merupakan dugaan terhadap parameter suatu permasalahan yang akan dilakukan kajian untuk membenarkan atau menyanggah informasi dari suatu populasinya, berdasarkan statistik sampel pada tingkat signifikansi tertentu. Ada beberapa pengertian dalam pelaksanaan pengujian hipotesis, diantaranya:

- Tingkat signifikansi / taraf nyata (α)

  Tingkat signifikansi (taraf nyata) adalah luas daerah di bawah kurva yang merupakan daerah penolakan hipotesis nolnya.

- Tingkat keyakinan / tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$

  Tingkat keyakinan (tingkat kepercayaan) adalah luas daerah di bawah kurva yang merupakan daerah penerimaan hipotesis nolnya.

2.7.2 Uji Wald

Pengujian hipotesa dapat dilakukan dengan metode Uji Wald, yaitu uji signifikansi tiap-tiap parameter.

$H_0 : \hat{\beta}_j = 0$ untuk suatu j tertentu ; j = 0,1,…,p

$H_1 : \hat{\beta}_j \neq 0$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$W_j = \left[\frac{\hat{\beta}_j}{SE\left(\hat{\beta}_j\right)} \right] ;\ j = 0,1,2,\ldots.p.$$

Statistik ini berdistribusi Khi-Kuadrat dengan derajat bebas 1 atau secara simbolis ditulis $W_j \sim \chi^2$. H_0 ditolak jika $W_j > \chi^2_{\alpha,1}$; dengan α adalah tingkat signifikansi yang dipilih. Bila H_0 ditolak, artinya parameter tersebut signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi α (Nachrowi, 2004: 256).

2.7.3 Uji Model AIC Dan SC

Seorang ahli statistik dari Jepang, professor Hirotugu Akaike, pada tahun 1974 mengusulkan suatu metode untuk menguji ketepatan suatu model. Suatu metode tersebut yang kemudian dinamakan sebagai *Akaike Information Criterion* (AIC) dengan rumus :

$$AIC = \frac{RSS}{n} \exp\left(\frac{2k}{n}\right) \tag{2.40}$$

Persamaan (2.40) mengandung bilangan *e* dan *residual sum square* (RSS) sehingga dapat diubah ke dalam bentuk logaritma sebagai berikut:

$$\ln AIC = \ln\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{e}_i^{\,2}\right) + \frac{2k}{n} \tag{2.41}$$

dimana k adalah banyaknya variabel independen dan n adalah banyaknya observasi (Wahyu, 2007: 4.6).

Sedangkan *Schawarz Criterion* (SC) juga digunakan untuk menilai kualitas suatu model dengan rumus,

$$SC = \frac{RSS}{n} n^{k/n} \tag{2.42}$$

Persamaan (2.41) mengandung fungsi eksponensial dan *residual sum square* (RSS) sehingga dapat diubah ke dalam bentuk logaritmanya sebagai berikut :

$$\log SC = \log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{e}_i^{\,2}\right) + \frac{k}{n}\log n \qquad (2.43)$$

dimana k adalah banyaknya variabel independen dan n adalah banyaknya observasi. Kedua metode pengujian model di atas dapat digunakan salah satu atau gabungan untuk satu model regresi. Semakin kecil nilai AIC dan SC, semakin baik pula model tersebut (Wahyu, 2007: 4.21).

2.8 Curah Hujan, Temperatur, dan Kelembapan Udara

Curah Hujan

Hujan adalah jumlah air hujan yang turun pada suatu daerah dalam waktu tertentu. Curah hujan normalnya berkisar 150 milimeter (Siwi Tri Puji B, 2010). Alat untuk mengukur banyaknya curah hujan disebut Rain Gauge. Curah hujan diukur dalam harian, bulanan, dan tahunan.

Curah hujan yang jatuh di wilayah Indonesia dipengaruhi oleh beberapa faktor antara lain:

1) Bentuk medan atau topografi;

2) Arah lereng medan;

3) Arah angin yang sejajar dengan garis pantai; dan

4) Jarak perjalanan angin di atas medan datar.

Hujan adalah butiran-butiran air yang dicurahkan dari atmosfer turun ke permukaan bumi (Soko, 2009).

Temperatur Udara

Suhu atau temperatur udara adalah derajat panas dari aktivitas molekul dalam atmosfer. Alat untuk mengukur suhu atau temperatur udara atau derajat panas disebut Thermometer. Biasanya pengukuran suhu atau temperatur udara dinyatakan dalam skala Celcius (C), Reamur (R), dan Fahrenheit (F). Udara timbul karena adanya radiasi panas matahari yang diterima bumi. Persebaran suhu atau temperatur udara dapat dibedakan menjadi dua, yaitu persebaran horizontal dan vertikal.

1. *Persebaran suhu atau temperatur udara horizontal.* Suhu atau temperatur udara di permukaan bumi untuk berbagai tempat tidak sama. Untuk mempermudah membandingkannya, maka dibuat peta isotherm. Isotherm yaitu garis khayal dalam peta yang menghubungkan tempat-tempat yang mempunyai suhu atau temperatur udara rata-rata sama. Persebaran horizontal secara tidak teratur dipengaruhi oleh kondisi lingkungannya, misalnya perbedaan suhu atau temperatur udara daratan dan lautan.
2. *Persebaran suhu atau temperatur udara vertikal.* Semakin naik suhu atau temperatur udara akan semakin turun. Secara umum, setiap naik 100 meter, suhu atau temperatur udara turun 0,5°C. Ketentuan ini tergantung pada letak dan ketinggian suatu tempat. Adanya perairan, seperti selat dan laut sangat besar peranannya pada pengendalian suhu atau temperatur, sehingga tidak terjadi perbedaan suhu terendah dan suhu tertinggi yang sangat besar (Soko, 2009).

Kelembapan Udara

Kelembaban udara adalah banyaknya uap air yang terkandung dalam massa udara pada saat dan tempat tertentu. Alat untuk mengukur kelembaban udara disebut psychrometer atau hygrometer. Kelembaban udara dapat dinyatakan dalam beberapa cara yaitu:

1. Kelembaban absolute ialah bilangan yang menunjukkan berat uap air tiap kesatuan volume udara. Biasanya dinyatakan dengan gram uap air/m^3 udara.
2. Kelembaban spesifik ialah berat uap air tiap kesatuan berat udara. Biasanya dinyatakan dengan gram uap air/kg udara.
3. Tekanan uap ialah besarnya tekanan yang diberikan oleh uap air sebagai bagian dari udara. Separti tekanan udara, tekanan uap air dinyatakan dalam mb atau mm air raksa.
4. Kelembaban nisbi atau kelembaban relatif ialah perbandingan antara banyaknya air yang terdapat di udara dengan banyaknya uap air maksimum yang dapt dikandung oleh udara pada suhu dan tekanan yang sama. Kelembaban relatif dinyatakan dengan %. Besarnya kelembaban udara relatif ditentukan oleh banyaknya uap airdi udara dan suhu udara (Waryono, 1987: 58).

2.9 Estimasi dalam Islam

Ilmu estimasi merupakan ilmu yang digunakan untuk menafsirkan kejadian-kejadian atau kondisi yang akan terjadi, namun belum diketahui secara pasti. Terdapat dua jenis estimasi *pertama* estimasi yang bersifat ilmiah seperti prakiraan cuaca, prediksi hasil pertanian dan estimasi lain yang bisa di tentukan dengan cara ilmiah. *Kedua*, estimasi non ilmiah seperti ramalan nasib manusia, baik masalah jodoh, rejeki, hoki dan sebagainya (Yudian 22/10/2009).

Estimasi yang dilakukan para ilmuwan adalah ketrampilan untuk menghitung atau menilai sesuatu dengan berpijak pada kejadian-kejadian sebelumnya, sebagai mana firman Allah dalam Surat Yusuf ayat 47-48:

قَالَ تَزْرَعُونَ سَبْعَ سِنِينَ دَأَبًا فَمَا حَصَدتُّمْ فَذَرُوهُ فِي سُنۢبُلِهِۦٓ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا تَأْكُلُونَ ﴿٤٧﴾ ثُمَّ يَأْتِي مِنۢ بَعْدِ ذَٰلِكَ سَبْعٌ شِدَادٌ يَأْكُلْنَ مَا قَدَّمْتُمْ لَهُنَّ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا تُحْصِنُونَ ﴿٤٨﴾

Artinya :
Yusuf berkata: "Supaya kamu bertanam tujuh tahun (lamanya) sebagaimana biasa; Maka apa yang kamu tuai hendaklah kamu biarkan dibulirnya kecuali sedikit untuk kamu makan. Kemudian sesudah itu akan datang tujuh tahun yang Amat sulit, yang menghabiskan apa yang kamu simpan untuk menghadapinya (tahun sulit), kecuali sedikit dari (bibit gandum) yang kamu simpan.(Q.S Yusuf : 47- 48)

Dari dalam dua ayat tersebut di atas tersirat makna bahwa Nabi Yusuf diperintah oleh Allah untuk merencanakan ekonomi pertanian untuk masa lima belas tahun, hal ini dilakukan untuk menghadapi terjadinya krisis pangan menyeluruh atau musim paceklik. Menghadapi masalah ini Nabi Yusuf memberikan usul diadakannya perencanaan pembangunan pertanian yang akhirnya praktik pelaksanaannya diserahkan kepada Nabi Yusuf, berkat perencanaan yang matang itulah Mesir dan daerah-daerah sekelilingnya turut mendapat berkahnya (Qardhawi, 1998:137).

Estimasi dalam bidang ilmiah bukan berupa nilai yang pasti sehingga hasilnya bisa benar dan bisa juga salah, tergantung seberapa akurat data-data yang diolah sebelum akhirnya menjadi sebuah perkiraan. Allah sendiri berfirman dalam al-Qur'an surat Yunus, bahwa sebuah teori, sebuah estimasi tidak akan bisa mengalahkan kebenaran yang sesungguhnya.

وَمَا يَتَّبِعُ أَكۡثَرُهُمۡ إِلَّا ظَنًّاۚ إِنَّ ٱلظَّنَّ لَا يُغۡنِي مِنَ ٱلۡحَقِّ شَيۡـًٔاۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمُۢ بِمَا يَفۡعَلُونَ ٣٦

Artinya:
dan kebanyakan mereka tidak mengikuti kecuali persangkaan saja. Sesungguhnya persangkaan itu tidak sedikitpun bisa mengalahkan kebenaran. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui apa yang mereka kerjakan.(QS Yunus: 36)

Misalnya estimasi dan prakiraan cuaca biasa dilakukan oleh BMKG atau badan-badan lain yang sejenis bukanlah termasuk ilmu ghaib, tetapi hal itu merupakan hasil pengamatan tanda-tanda di atmosfer terkait dengan tekanan, suhu, arah angin, kelembaban dan sebagainya. Ilmu prediksi yang digunakan oleh BMKG ini yang bisa dibenarkan, sebab mereka mempergunakan teknologi yang berdasarkan hasil karya akal pikiran dan memiliki tujuan agar masyarakat bisa mewaspadai akibat yang terjadi dari kejadian-kejadian tersebut. Hasil estimasi cuaca kadang benar dan kadang salah, oleh kerana itu, maka tidak boleh untuk memastikannya atau mengabsolutkannya, baik yang memberikan informasi maupun yang menerima informasi. Ilmuan muslim, Al-Kindi juga menulis bukuberjudul Risala fi L-Illa al-Failali L-Madd wa L-Fazr, dan salah satu hal yang ia jelaskan di dalam bukunya adalah soal angin. Manurut dia, angin terkait dengan pergerakan udara, termasuk ke tempat-tempat lebih rendah. Dengan adanya prakiraan cuaca, kemudian diketahui awal musim tanam secara tepat. Ini melahirkan kemajuan yang berarti bagi umat Islam dalam bidang pertanian.

Estimasi yang dilakukan manusia adalah upaya untuk mencari pegangan dalam pengambilan suatu keputusan untuk hari berikutnya, hal ini juga tersirat dalam firman Allah surat al Hasyr ayat 18:

يَـٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوا۟ ٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ وَلْتَنظُرْ نَفْسٌ مَّا قَدَّمَتْ لِغَدٍ ۖ وَٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ خَبِيرٌۢ بِمَا تَعْمَلُونَ ﴿١٨﴾

Artinya:
Hai orang-orang yang beriman, bertakwalah kepada Allah dan hendaklah Setiap diri memperhatikan apa yang telah diperbuatnya untuk hari esok (akhirat); dan bertakwalah kepada Allah, Sesungguhnya Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan.(QS al Hasyr: 18)

Dalam di atas menjelaskan bahwa dengan cara melaksanakan perintah-perintah-Nya dan menjauhi larangan-Nya, setiap jiwa hendaknya memperhatikan apa-apa yang telah diamalkannya untuk menyongsong masa depan yaitu hari kiamat dan bertakwalah kepada Allah (Syaikh Abu Bakar 2009: hal 377). Dari situ dapat disimpulkan bahwa dengan kita memperhatikan hasil prediksi yang didapat maka manusia bisa menata dan memutuskan apa yang harus dilakukan untuk mendapatkan hasil yang lebih baik di masa depan. Dan rencana manusia dapat berubah bergantung pada upaya-upaya yang mereka lakukan untuk menjadi yang lebih baik, sebagai mana firman Allah dalam surat Ar Ra'du ayat 11 :

لَهُۥ مُعَقِّبَـٰتٌ مِّنۢ بَيْنِ يَدَيْهِ وَمِنْ خَلْفِهِۦ يَحْفَظُونَهُۥ مِنْ أَمْرِ ٱللَّهِ ۗ إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُوا۟ مَا بِأَنفُسِهِمْ ۗ وَإِذَآ أَرَادَ ٱللَّهُ بِقَوْمٍ سُوٓءًا فَلَا مَرَدَّ لَهُۥ ۚ وَمَا لَهُم مِّن دُونِهِۦ مِن وَالٍ

Artinya:
Bagi manusia ada malaikat-malaikat yang selalu mengikutinya bergiliran, di muka dan di belakangnya, mereka menjaganya atas perintah Allah. Sesungguhnya Allah tidak merobah Keadaan sesuatu kaum sehingga mereka merobah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri. dan apabila Allah menghendaki keburukan terhadap sesuatu kaum, Maka tak ada yang dapat menolaknya; dan sekali-kali tak ada pelindung bagi mereka selain Dia.(QS Ar Ra'du: 11)

Dari ayat tersebut Allah *Ta'ala* mengabarkan tentang salah satu diantara sunah-sunah-Nya yang terjadi pada makhluk, yaitu sesungguhnya Allah *Ta'ala* tidak akan menghilangkan nikmat yang telah Ia berikan kepada suatu kaum berupa keselamatan, keamanan, dan kesejahteraan sebab keimanan dan amal baik mereka sehingga mereka merobah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri berupa kemurnian, kesucian akibat melakukan dosa-dosa (Syaikh Abu Bakar 2009: hal 42). Jelas bahwa untuk merubah keadaan lebih baik maka kita harus melakukan sesuatu dengan bantuan dari pengamatan selama ini.

Kemudian untuk estimasi tidak ilmiah misalnya ramalan nasib manusia di dalam agama Islam telah dengan tegas mengatakan bahwa ramalan merupakan sesuatu yang diharamkan. Hal ini sesuai dengan beberapa riwayat di bawah ini:

Dari Ibnu Abbas Radhiallahu 'anhuma bahwa Rasulullah SAW bersabda, "Siapa yang mempelajari ilmu dari bintang-bintang, berarti telah mempelajari salah satu cabang dari ilmu sihir. Semakin bertambah ilmunya, semakin dalam ia mempelajari sihir tersebut." (HR. Abu Dawud)

Dan diriwayatkan oleh keempat periwayat dan Al-Hakim dengan menyatakan:

Hadits ini shahih menurut kriteria Al-Bukhari dan Muslim, dari Abu Hurairah *Radhiyallahu* 'anhu, bahwa Nabi *Shallallahu 'alaihi wa sallam* bersabda: *"Barangsiapa mendatangi seorang dukun dan mempercayai apa yang dikatakannya, maka sesungguhnya dia telah kafir dengan wahyu yang diturunkan kepada Muhammad Shallallahu 'alaihi wa sallam".*

Dari beberapa hadits yang ada di atas, semuanya melarang dan bahkan mengharamkan kepada umat Islam untuk melakukan peramalan. Akan tetapi peramalan yang dimaksud di sini adalah peramalan nasib, ramalan bintang dan nujum.

BAB III
PEMBAHASAN

3.1 Model Tobit

Misalkan terdapat model regresi linier sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + ... + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i = \beta_j x_{ji} + \varepsilon_i. \tag{3.1}$$

untuk i = 1, 2, …, n dan j = 0, 1, 2, …, k

y_i : variabel terikat

$x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{ki}$: variabel bebas

$\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$: koefisien parameter

ε_i : galat

atau ditulis sebagai

$$y_i = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}_i^T \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \varepsilon_i \tag{3.2}$$

maka Persamaan (3.1) dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$y_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i, \text{ dengan } i = 1, 2, \ldots, n \tag{3.3}$$

Pada model regresi, Gauss telah membuat asumsi mengenai variabel ε bahwa nilai rata-rata atau harapan variabel ε adalah sama dengan nol atau

$$\mathrm{E}(\varepsilon) = 0.$$

Yang berarti nilai bersyarat ε yang diharapkan adalah sama dengan nol. Sehingga nilai harapan Persamaan (3.1) dapat dituliskan menjadi :

$$
\begin{aligned}
E(y_i|\mathbf{x}_i) &= 1.P(y_i = 1|\mathbf{x}_i) + 0.P(y_i = 0|\mathbf{x}_i) \\
&= P(y_i = 1|\mathbf{x}_i) + 0 \\
&= P(y_i = 1|\mathbf{x}_i) \\
&= p_i.
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

dimana $\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{1i} \\ \vdots \\ x_{ki} \end{bmatrix}_{(k+1)\times 1}$.

Bila p_i adalah probabilitas bahwa $y_i = 1$ dan $q_i = 1 - p_i$ adalah probailitas bahwa $y_i = 0$, maka variabel y_i memiliki probabilitas $p_i + 1 - p_i = 1$. Jika probabilitas p_i harus berada antara angka 0 dan 1 dan y_i harus bernilai 0 atau 1, maka y_i mengikuti distribusi probabilitas Bernoulli dengan syarat

$$0 \le E(y_i|\mathbf{x}_i) \le 1. \tag{3.5}$$

Model yang didasarkan pada variabel terikat tersensor disebut dengan model Tobit atau model regresi tersensor, beberapa juga menyebutnya *limited dependent variable regression models*, yang pertama kali dikemukakan oleh James Tobin (1958). Model ini dibentuk dengan mengaitkan *mean* yang sudah diperoleh sebelumnya dengan model regresi linear. Persamaan umum model tersebut adalah:

$$y_i^* = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \ , i = 1, 2, \ldots, n \tag{3.6}$$

dan

$$y_i = \begin{cases} a & , \text{jika } y_i^* \le a \\ y_i^*, & \text{jika } y_i^* > a \end{cases} \tag{3.7}$$

dimana:

y_i^* : variabel terikat laten/ vareabel indeks

y_i : variabel terikat yang diamati

$\mathbf{x}^T{}_i = \begin{bmatrix} 1 & x_{1i} & \ldots & x_{ki} \end{bmatrix}_{1x(k+1)}$: *transpose* vektor variabel bebas

$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}_{(k+1)\times 1}$: vektor koefisien parameter

a : titik sensor

Karena terjadi *censoring* pada data, maka hal itu dapat mengubah densitas bersyarat. Untuk $y > a$ densitas y adalah sama untuk y^*, sehingga fungsi densitas probabilitasnya sama, $f(y|\mathbf{x}) = f^*(y|\mathbf{x})$. Untuk $y = a$, batas bawah, fungsi densitas probabilitasnya adalah sama dengan fungsi probabilitas observasi atau fungsi densitas kumulatif dari $y^* \leq a$, atau yang disimbolkan sebagai $F^*(a|\mathbf{x})$. Dengan demikian untuk *censoring* diperoleh fungsi densitas:

$$f(y|\mathbf{x}) = \begin{cases} f^*(y|\mathbf{x}) & \text{jika } y > a, \\ \mathrm{F}^*(a|\mathbf{x}) & \text{jika } y = a. \end{cases}$$

Densitas adalah perkalian pdf dan cdf dari y^*. Untuk mempermudah perhitungan $f(y|\mathbf{x})$, diperkenalkan variabel indikator sebagai berikut:

$$d = \begin{cases} 1 & \text{jika } y > a, \\ 0 & \text{jika } y = a. \end{cases} \tag{3.8}$$

Sehingga densitas bersyarat untuk variabel tersensor dapat ditulis

$$f\left(y|\mathbf{x}\right)=f^{*}\left(y|\mathbf{x}\right)^{d}F^{*}\left(a|\mathbf{x}\right)^{1-d}. \tag{3.9}$$

Dalam model Tobit, kita asumsikan bahwa $a=0$ yaitu menunjukkan bahwa data disensor pada nilai 0. Sehingga dari Persamaan (3.7) kita peroleh

$$y_i=\begin{cases}0 & \text{, jika } y_i^{*}\leq 0\\ y_i^{*}, & \text{jika } y_i^{*}>0\end{cases} \tag{3.10}$$

Karena $\varepsilon_i \sim N\left(0,\sigma^2\right)$ maka dapat diperoleh $y_i^{*}\sim N\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta},\sigma^2\right)$, seperti yang terlihat berikut:

$$\begin{aligned}E\left(y_i^{*}\right)&=E\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}+\varepsilon_i\right)\\&=E\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)+E\left(\varepsilon_i\right)\\&=\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}+0\\&=\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\end{aligned} \tag{3.11}$$

dan variansinya

$$\begin{aligned}\operatorname{var}\left(y_i^{*}\right)&=E\left(y_i^{*2}\right)-\left[E\left(y_i^{*}\right)\right]^2\\&=E\left[\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}+\varepsilon_i\right)^2\right]-\left[E\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}+\varepsilon_i\right)\right]^2\\&=E\left[\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2+2\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\varepsilon_i+\varepsilon_i^2\right]-\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2\\&=E\left[\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2\right]+E\left(2\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\varepsilon_i\right)+E\left(\varepsilon_i^2\right)-\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2\\&=\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2+0+\sigma^2-\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2\\&=\sigma^2\end{aligned} \tag{3.12}$$

Gunakan Persamaan (3.9) untuk densitas tersensor, dengan $f^{*}\left(y_i\right)$ merupakan fungsi densitas normal, $N\left(\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta},\sigma^2\right)$, yaitu

$$f^*(y_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}\right)^2\right) = \frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right), \tag{3.13}$$

dan untuk $\mathrm{F}^*\left(a|\mathbf{X}\right)$ dengan $a = 0$, diperoleh

$$\begin{aligned} F^*(0) &= \mathrm{P}\left(y_i^* \le 0\right) \\ &= \mathrm{P}\left(\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \le 0\right) \\ &= \mathrm{P}\left(\varepsilon_i \le -\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}\right) \\ &= \mathrm{P}\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma} \le -\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(-\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right) \end{aligned} \tag{3.14}$$

dimana $\phi(.)$ adalah pdf dari distribusi normal standart, yaitu

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(z - \bar{z}\right)^2\right]$$

dan $\Phi(.)$ adalah cdf dari distribusi normal standart, yaitu

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(t - \bar{t}\right)^2\right] dt.$$

Dengan demikian densitas tersensor dapat diekspresikan sebagai:

$$\begin{aligned} f(y_i) &= f^*(y_i)^d \, F^*(y_i)^{1-d} \\ &= \left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}\right)^2\right\}\right]^d \left[1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d} \\ &= \left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i - \mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^d \left[1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d} \end{aligned} \tag{3.15}$$

Untuk nilai ekspektasi variabel dependen baru y_i diketahui $\mathbf{x}_i$ adalah sesuai dengan Persamaan (2.13),

$$E[y] = P(y=a)E\left[y \middle| y=a\right] + P(y>a)E\left[y \middle| y>a\right] \tag{3.16}$$

sehingga diperoleh ekspektasi *y* dengan syarat diketahui *X* sebagai,

$$\begin{aligned}
E(y_i|\mathbf{x}_i) &= P(y_i=0)E(y_i|y_i=0) + P(y_i>0)E(y_i|y_i>0) \\
&= P(y_i^*=0)0 + P(y_i^*>0)E(y_i^*|y_i^*>0) \\
&= P(y_i^*>0)E(y_i^*|y_i^*>0) \\
&= P(y_i^*>0)E(\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}+\varepsilon_i|\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}+\varepsilon_i>0) \\
&= \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left[E(\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}|\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}+\varepsilon_i>0) + E(\varepsilon_i|\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}+\varepsilon_i>0)\right] \\
&= \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left[\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + E(\varepsilon_i|\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}+\varepsilon_i>0)\right] \\
&= \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left[\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \sigma E\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\middle|\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}+\frac{\varepsilon_i}{\sigma}>0\right)\right] \\
&= \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left[\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \sigma E\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\middle|\frac{\varepsilon_i}{\sigma}>-\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right] \\
&= \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left\{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \sigma\left[1-\Phi\left(-\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]\right\} \\
&= \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left\{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \sigma\left[1-\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]\right]\right\} \\
&= \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left\{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \sigma\left[1-1+\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]\right\} \qquad (3.17) \\
&= \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left[\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta} + \sigma\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]
\end{aligned}$$

3.2 Estimasi Parameter $\boldsymbol{\beta}$

Untuk mengestimasi parameter model tobit dengan menggunakan metode maksimum *likelihood*, maka kita harus mencari fungsi *likelihood* terlebih dahulu. Sedangkan fungsi *likelihood* merupakan fungsi padat peluang gabungan. Fungsi kepadatan peluang *y*, dari Persamaan (3.15), adalah

$$f(y_i)=\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i-\mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^d\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d}. \tag{3.18}$$

Sehingga fungsi padat peluang gabungan dari *n* observasi, yang merupakan fungsi *likelihood*, adalah:

$$\begin{aligned} f(y_i)&=f(y_1,y_2,\ldots,y_n)\\ &=f(y_1)f(y_2)\ldots f(y_n)\\ &=\prod_{i=1}^{n}f(y_i)\\ &=\prod_{i=1}^{n}\left(\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i-\mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{d_i}\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d_i}\right)\\ &=l(\boldsymbol{\beta},\sigma|\mathbf{x}_i). \end{aligned} \tag{3.19}$$

Kemudian persamaan fungsi *likelihood* tersebut dilogaritmakan untuk memudahkan proses penurunan pertamanya guna mendapatkan nilai parameter yang memaksimalkan fungsi, sehingga diperoleh fungsi *log likelihood*,

$$\begin{aligned} &\ln l(\beta,\sigma|\mathbf{x}_i)\\ &=\ln\left\{\prod_{i=1}^{n}\left[\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i-\mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{d_i}\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d_i}\right]\right\}\\ &=\sum_{i=1}^{n}\left\{\ln\left[\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i-\mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{d_i}\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d_i}\right]\right\} \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\ln\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i-\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{d_i}+\ln\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d_i}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\ln\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_i-\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2\right\}\right]^{d_i}+\ln\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d_i}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{d_i\left[-\frac{1}{2}\ln 2\pi-\frac{1}{2}\ln\sigma^2-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_i-\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2\right]+\left(1-d_i\right)\ln\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]\right\} \qquad (3.20)$$

$$= \sum_{\{i;y_i>0\}}\left[-\frac{1}{2}\ln 2\pi-\frac{1}{2}\ln\sigma^2-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_i-\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2\right]+\sum_{\{i;y_i=0\}}\ln\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]$$

$$= L\left(\beta,\sigma\middle|\mathbf{x}_i\right)$$

Untuk memaksimumkan fungsi *log likelihood* tersebut dan untuk mendapat estimasi parameter β , maka Persamaan (3.20) diturunkan terhadap β dan disamakan dengan nol, sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial L\left(\beta,\sigma^2\middle|\mathbf{x}_i\right)}{\partial\beta}$$

$$= \frac{\partial}{\partial\beta}\left\{\sum_{\{i;y_i>0\}}\left[-\frac{1}{2}\ln 2\pi-\frac{1}{2}\ln\sigma^2-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_i-\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)^2\right]+\sum_{\{i;y_i=0\}}\ln\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]\right\}$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}}\left(-0-0-\frac{1}{2\sigma^2}(2)\left(y_i-\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)\left(-\mathbf{x}_i\right)\right)+\sum_{\{i;Y_i=0\}}\left[\frac{-\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}\right]$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}}\left(\frac{1}{\sigma^2}\left(y_i-\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)\mathbf{x}_i\right)+\sum_{\{i;Y_i=0\}}\left[\frac{-\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}\right]$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}}\left(\frac{1}{\sigma^2}\left(y_i-\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}\right)\mathbf{x}_i\right)-\sum_{\{i;Y_i=0\}}\left[\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma}\right)\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^{T}\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}\right] \qquad (3.21)$$

Kemudian disamakan dengan nol

$$0 = \sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{1}{\sigma^2} \left(y_i - \mathbf{x}_i{}^T \hat{\boldsymbol{\beta}} \right) \mathbf{x}_i \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left[\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}}{\sigma} \right)}{1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}}{\sigma} \right)} \right]$$

$$\sum_{\{i;Y_i=0\}} \left[\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}}{\sigma} \right)}{1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}}{\sigma} \right)} \right] = \sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{1}{\sigma^2} \left(y_i - \mathbf{x}_i{}^T \hat{\boldsymbol{\beta}} \right) \mathbf{x}_i \right) \tag{3.22}$$

Persamaan ini adalah nonlinier, sehingga digunakan iterasi dengan metode *Newton Raphson* untuk mempermudah mendapatkan nilai taksiran dari model tobit. Jika menggunakan iterasi *nonlinier Maximum Likelihood* dengan metode *Newton Raphson*, dengan bentuk iterasi sebagai berikut,

$$\beta^{n+1} = \beta^n - t_n P_n \gamma_n \tag{3.23}$$

dimana

$$t_n = 1,\ P_n = \left(\frac{\partial^2 L}{\partial\beta\partial\beta^T} |_{\beta^n} \right)^{-1},\ \gamma_n = \frac{\partial L}{\partial\beta} |_{\beta^n} \tag{3.24}$$

Sehingga dibutuhkan turunan kedua dari Persamaan (3.20).

Turunan kedua dari Persamaan (3.20) adalah:

$$\frac{\partial^2 L(\beta, \sigma | \mathbf{x}_i)}{\partial\beta\partial\beta^T}$$

$$= \frac{\partial}{\partial\beta} \left(\sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{1}{\sigma^2} \left(y_i - \mathbf{x}_i{}^T \boldsymbol{\beta} \right) \mathbf{x}_i \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left[\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i{}^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right] \right)$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2} \left(-\mathbf{x}_i^T \right) \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right)$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2} \left(-\mathbf{x}_i^T \right) \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \left(\frac{\left(1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right) \frac{\partial}{\partial \beta} \phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) - \phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial \beta} \left(1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right)}{\left(1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right)^2} \right)$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2} \left(-\mathbf{x}_i^T \right) \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \left(\frac{\left(1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right) \phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma^2} \right) - \left(\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \left(-\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right) \left(\frac{\mathbf{x}_i^T}{\sigma} \right) \right)}{\left(1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right)^2} \right)$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2} \left(-\mathbf{x}_i^T \right) \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \left(\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \left(\frac{-\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma^2} \right)}{\left(1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right)} + \frac{\left(\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right)^2 \left(\frac{\mathbf{x}_i^T}{\sigma} \right)}{\left(1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \right)^2} \right)$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2} \left(-\mathbf{x}_i^T \right) \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \left(\frac{\mathbf{x}_i^T}{\sigma} \right) \left(\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right) \left(\left(\frac{-\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) + \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right) \tag{3.24}$$

$$= \sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2} \left(-\mathbf{x}_i^T \right) \right) + \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T}{\sigma^2} \right) \left(\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right) \left(\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) - \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right)$$

Kemudian dimasukkan ke dalam rumus iterasi *Newton-Raphson Nonlinier Maksimum Likelihood* diperoleh:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{n+1} = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{n} - t_n P_n \gamma_n$$

$$= \hat{\boldsymbol{\beta}}^{n}_{(k+1)\times 1} - 1\left(\sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2} \left(-\mathbf{x}_i^T \right) \right) + \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left(\frac{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T}{\sigma^2} \right) \left(\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right) \left(\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) - \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right) \right)^{-1}_{(k+1)\times(k+1)} \quad (3.26)$$

$$\left(\sum_{\{i;Y_i>0\}} \left(\frac{1}{\sigma^2} \left(y_i - \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \right) \mathbf{x}_i \right) - \sum_{\{i;Y_i=0\}} \left[\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma} \right) \frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)}{1 - \Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)} \right] \right)_{(k+1)\times 1}$$

Sehingga didapatkan

$$\boldsymbol{\beta}^{n+1}{}_{(k+1)\times 1} = \boldsymbol{\beta}^{n}{}_{(k+1)\times 1} - t_n \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta^T} |_{\beta^n} \right]^{-1}_{(k+1)\times(k+1)} \left[\frac{\partial L}{\partial \beta} |_{\beta^n} \right]_{(k+1)\times 1}.$$

3.3 Aplikasi Data

Model Tobit digunakan untuk menganalisis variabel terikat yang bersifat kategorik dan variabel bebas yang bersifat nonkategorik. Dalam penelitian ini, model Tobit digunakan untuk mengetahui kemungkinan terjadinya hujan berdasarkan temperatur dan kelembaban udara. Dimana curah hujan sebagai variabel terikat, temperatur dan kelembaban udara sebagai variabel bebas.

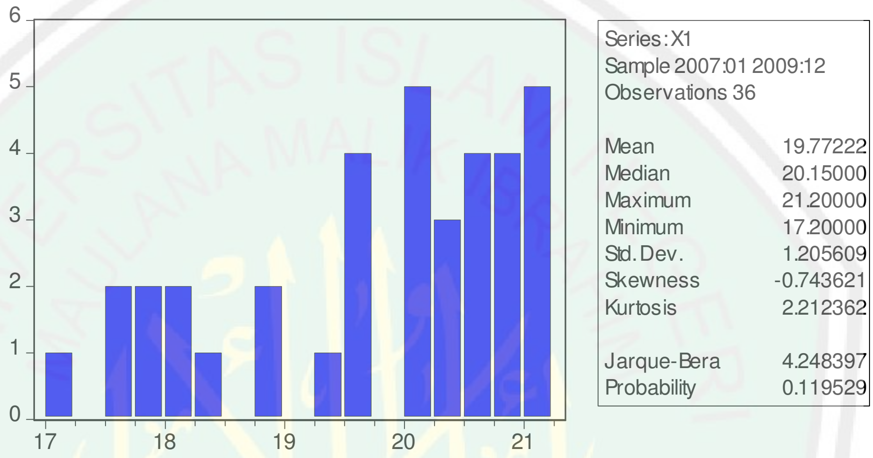
Data yang dipakai adalah data bulanan pada tahun 2007 sampai 2009 di Karangploso, Malang. Dengan ketentuan : pada variabel terikat, disimbolkan dengan angka 1 untuk bulan yang sering terjadi hujan, dengan kriteria curah hujan lebih dari 150 milimeter dan disimbolkan dengan angka 0 untuk bulan yang jarang terjadi hujan, dengan kriteria curah hujan kurang dari 150 milimeter. Data dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3.1 Data Curah Hujan di Kecamatan Karangploso.

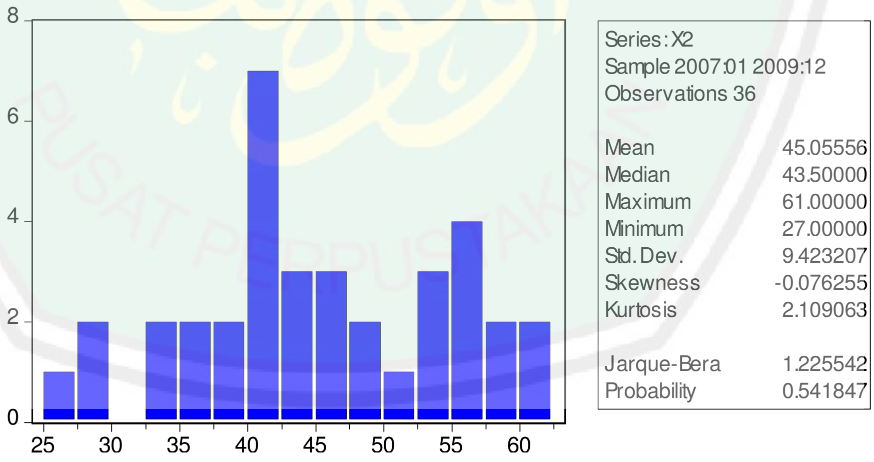
No	Bulan dan Tahun		Curah Hujan	Temperatur	Kelembaban
1	Januari		0	20.4	48
2	Februari		1	20.9	52
3	Maret		1	21.2	42
4	April		1	20.8	53
5	Mei	2	0	20.1	43
6	Juni	0	0	19.7	60
7	Juli	0	0	18.8	48
8	Agustus	7	0	17.8	44
9	September		0	17.7	27
10	Oktober		0	19.7	40
11	November		1	20.3	47
12	Desember		1	20.6	55
13	Januari		1	20.4	55
14	Februari		1	21.1	58
15	Maret		1	20.2	61
26	April		0	20.1	53
17	Mei	2	0	19.7	41
18	Juni	0	0	18.4	43
19	Juli	0	0	17.2	40
20	Agustus	8	0	18.1	39
21	September		0	18.1	28
22	Oktober		0	21	33
23	November		1	21.1	59
24	Desember		1	20.7	56
25	Januari		1	20.8	54
26	Februari		1	21.1	56
27	Maret		0	20.2	46
28	April		0	20.8	46
29	Mei	2	0	19.7	41
30	Juni	0	0	18.9	41
31	Juli	0	0	17.8	41
32	Agustus	9	0	17.6	38
33	September		0	19.4	33
34	Oktober		0	20.1	29
35	November		1	20.7	35
36	Desember		1	20.6	37

3.3.1 Uji Normalitas Data

Langkah awal dalam aplikasi data adalah menguji kenormalan data. Dalam hal ini digunakan *software e-Views* untuk membuat histogram data. Diperoleh hasil sebagai berikut :



Gambar 3.1. Histogram Temperatur



Gambar 3.2. Histogram Kelembaban

<u>Hipotesis</u> :

H_0 = berdistribusi normal

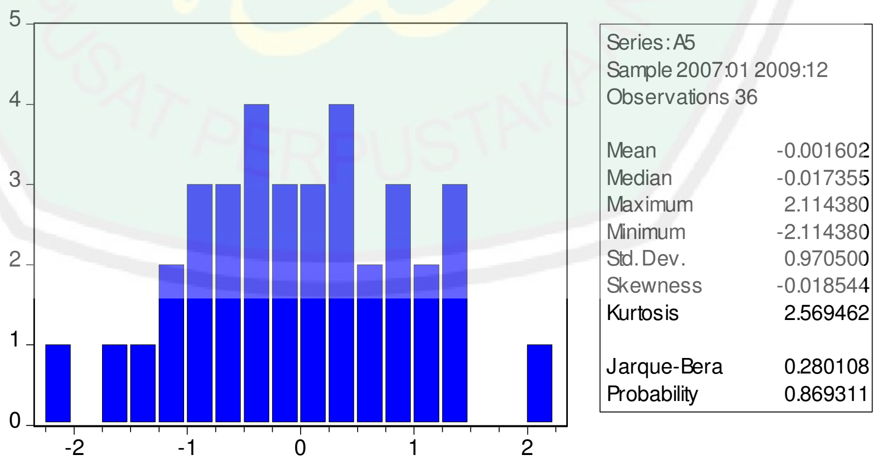
H_1 = tidak berdistribusi normal

<u>Daerah penolakan</u> :

Jika p - value < α menolak H_0

Dari Gambar 3.1 dan Gambar 3.2 masing-masing nilai *probability* adalah 0.119529 dan 0.541847. Yang artinya p - value > α, menerima H_0. Sehingga data kelembaban berdistribusi normal. Dari nilai *Jarque-Bera*-nya masing-masing adalah 4.248397 dan 1.225542. Yang artinya jika nilai *Jarque-Bera* lebih kecil dari 2 maka data berdistribusi normal. Maka jika dilihat dari nilai *Jarque-Bera* dan nilai *probability* data temperatur tersebut tidak berdistribusi normal.

Untuk menormalkan data temperatur digunakan metode *normal scores* dengan bantuan *Minitab*, sehingga diperoleh grafik sebagai berikut:



Gambar 3.3. Histogram Temperatur yang Dinormalkan

Data hasil normalitas dengan bantuan *Minitab* dapat dilihat pada Tabel 3.2 berikut:

Tabel 3.2 Data Temperatur yang Dinormalkan.

No	Bulan dan Tahun		Temperatur Setelah Dinormalkan
1	Januari		0.28
2	Februari		1.02
3	Maret		2.11
4	April		0.81
5	Mei	2	-0.1
6	Juni	0	-0.35
7	Juli	0	-0.71
8	Agustus	7	-1.21
9	September		-1.46
10	Oktober		-0.35
11	November		0.17
12	Desember		0.43
13	Januari		0.28
14	Februari		1.46
15	Maret		0.07
26	April		-0.1
17	Mei	2	-0.35
18	Juni	0	-0.81
19	Juli	0	-2.11
20	Agustus	8	-0.96
21	September		-0.96
22	Oktober		1.14
23	November		1.46
24	Desember		0.58
25	Januari		0.81
26	Februari		1.46
27	Maret		0.07
28	April		0.81
29	Mei	2	-0.35
30	Juni	0	-0.63
31	Juli	0	-1.21
32	Agustus	9	-1.7
33	September		-0.54
34	Oktober		-0.1
35	November		0.58
36	Desember		0.43

Pada Gambar 3.3 menunjukkan nilai *probability* adalah 0,869311 dan nilai *Jarque-Bera*-nya adalah 0.280108, yang artinya jika nilai *Jarque-Bera* lebih kecil dari 2 maka data berdistribusi normal. Jadi dilihat dari nilai *Jarque-Bera* dan nilai *probability* maka data temperatur tersebut berdistribusi normal.

3.3.2 Regresi Tobit dari Data dan Estimasi Parameter

Dalam memprediksi peluang terjadinya hujan yang dipengaruhi oleh temperatur minimum dan kelembaban minimum, dapat diregresikan sebagai berikut :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} \tag{3.27}$$

dimana :

y_i = curah hujan (mm/ bulan)
x_{1i} = temperatur (^oC)
x_{2i} = kelembapan nisbi (%)
$\beta_0 \beta_1 \beta_2$ = parameter

Karena data Y_i adalah kategorik maka Persamaan (3.27) dapat dituliskan kembali menjadi :

$$DY_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} \tag{3.28}$$

dengan D adalah *dummy* dari data Y yang hanya bernilai 0 dan 1.

Kemudian dilakukan pendugaan parameter temperatur dan parameter kelembaban. Dengan bantuan *e-Views* diperoleh *output* sebagai berikut:

Dependent Variable: Y
Method: ML - Censored Normal (TOBIT)
Date: 01/15/11 Time: 03:35
Sample: 2007:01 2009:12
Included observations: 36
Left censoring (value) at zero
Convergence achieved after 7 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-1.736035	0.800409	-2.168936	0.0301
X1	0.731151	0.196618	3.718634	0.0002
X2	0.034597	0.015698	2.203923	0.0275
	Error Distribution			
SCALE:C(4)	0.589334	0.125343	4.701762	0.0000

R-squared	0.528854	Mean dependent var	0.388889
Adjusted R-squared	0.484684	S.D. dependent var	0.494413
S.E. of regression	0.354917	Akaike info criterion	1.333441
Sum squared resid	4.030918	Schwarz criterion	1.509388
Log likelihood	-20.00194	Hannan-Quinn criter.	1.394851
Avg. log likelihood	-0.555609		
Left censored obs	22	Right censored obs	0
Uncensored obs	14	Total obs	36

Gambar 3.4 Hasil Analisis Tobit

Interpretasi Output:

Pada hasil analisis tobit (lihat Gambar 3.4) dapat diketahui bahwa nilai $\hat{\beta}_0$ adalah -1.736035, $\hat{\beta}_1$ adalah 0.731151 dan $\hat{\beta}_3$ adalah 0.034597, atau dapat dituliskan ke dalam regresi sebagai berikut :

$$\text{CurahHujan} = -1.736 + 0.731 \times \text{Temperatur} + 0.036 \times \text{Kelembapan} \qquad (3.29)$$

Misalnya akan diestimasi seberapa besarkah kemungkinan musim hujan pada bulan Januari tahun 2010, dengan temperatur 0,28 dan kelembaban 48. Dengan memasukkan ke dalam regresi probit, diperoleh :

$$
\begin{aligned}
\text{Tobit} &= -1.736 + 0.731 \times \text{Temperatur} + 0.036 \times \text{Kelembapan} \\
&= -1.736 + 0.731(0.28) + 0.036(48) \\
&= -1.736 + 0.20468 + 1.728 \\
&= 0.19669
\end{aligned}
$$

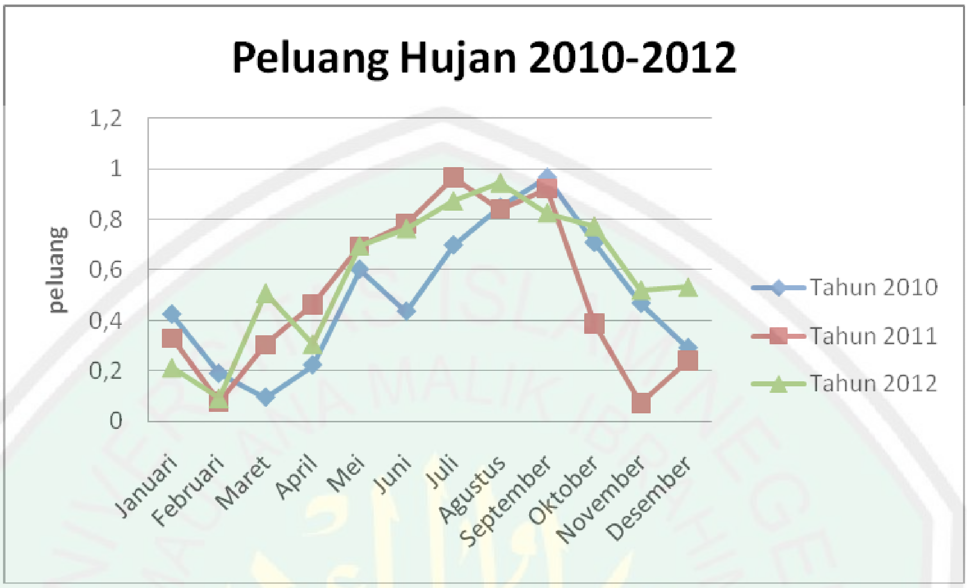
Kemudian di cari pada tabel statistik Z, diperoleh 0,5753. Selanjutnya mengurangkan 1 dengan nilai tersebut, sehingga diperoleh 1 - 0,5753= 0,4247 atau 42,47%. Dengan demikian, kemungkinan musim hujan pada bulan Januari 2010 adalah 42,47%.

Perhitungan ini dilakukan pada setiap data bulanan pada tahun 2007 sampai 2009. Sehingga dapat memprediksi tiga tahun ke depan, yaitu tahun 2010 sampai 2012. Hasilnya dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 3.3 Data Probabilitas Curah Hujan.

No	Bulan dan Tahun		Probabilitas Curah Hujan
1	Januari		0,4247
2	Februari		0,1894
3	Maret		0,0951
4	April		0,2236
5	Mei	2010	0,6026
6	Juni		0,4364
7	Juli		0,6985
8	Agustus		0,8485
9	September		0,9664
10	Oktober		0,7088
11	November		0,4681
12	Desember		0,2912
13	Januari		0,33
14	Februari		0,0793
15	Maret		0,305
26	April		0,4641
17	Mei		0,695
18	Juni	2011	0,7823
19	Juli		0,9664
20	Agustus		0,8413
21	September		0,9222
22	Oktober		0,3897
23	November		0,0735
24	Desember		0,242
25	Januari		0,2119
26	Februari		0,0901
27	Maret		0,508
28	April		0,305
29	Mei	2012	0,695
30	Juni		0,7642
31	Juli		0,8729
32	Agustus		0,9463
33	September		0,8264
34	Oktober		0,7737
35	November		0,5199
36	Desember		0,5319

Dapat ditampilkan dalam grafik sebagai berikut :



Gambar 3.5. Grafik Probabilitas Curah Hujan untuk tahun 2010-2012

Nilai probabilitas yang lebih dari 0.5 menunjukkan pada bulan tersebut termasuk dalam musim penghujan. Pada grafik peluang hujan (Gambar 3.5) tahun 2010 menunjukkan bulan yang termasuk musim penghujan dimulai bulan Mei dengan bulan Oktober. Hal ini menunjukkan pada tahun 2010 intensitas musim hujan sedikit, karena musim hujan terjadi selama 5 bulan.

Pada tahun 2011, bulan yang termasuk musim hujan dimulai pada bulan Mei sampai dengan bulan September. Pada tahun ini, musim hujan terjadi selama 5 bulan. Sedangkan pada tahun 2012, bulan yang termasuk musim hujan terjadi pada bulan Maret, Mei sampai dengan bulan Desember. Intensitas musim hujan lebih banyak dibandingkan dengan tahun-tahun sebelumnya, musim hujan terjadi selama 9 bulan.

Perkiraan musim hujan di Karangploso Kabupaten Malang pada tahun 2010-2012 dapat dirinci sebagai berikut :

Tabel 3.4 Data Curah Hujan.

No	Bulan dan Tahun		Musim Hujan
1	Januari	2010	Tidak Hujan
2	Februari		Tidak Hujan
3	Maret		Tidak Hujan
4	April		Tidak Hujan
5	Mei		**Hujan**
6	Juni		Tidak Hujan
7	Juli		**Hujan**
8	Agustus		**Hujan**
9	September		**Hujan**
10	Oktober		**Hujan**
11	November		Tidak Hujan
12	Desember		Tidak Hujan
13	Januari	2011	Tidak Hujan
14	Februari		Tidak Hujan
15	Maret		Tidak Hujan
26	April		Tidak Hujan
17	Mei		**Hujan**
18	Juni		**Hujan**
19	Juli		**Hujan**
20	Agustus		**Hujan**
21	September		**Hujan**
22	Oktober		Tidak Hujan
23	November		Tidak Hujan
24	Desember		Tidak Hujan
25	Januari	2012	Tidak Hujan
26	Februari		Tidak Hujan
27	Maret		**Hujan**
28	April		Tidak Hujan
29	Mei		**Hujan**
30	Juni		**Hujan**
31	Juli		**Hujan**
32	Agustus		**Hujan**
33	September		**Hujan**
34	Oktober		**Hujan**
35	November		**Hujan**
36	Desember		**Hujan**

3.3.3 Statistik Uji dari Parameter β

Uji parameter yang digunakan adalah uji tiap-tiap parameter (uji *Wald*). Dengan nilai α yang ditetapkan adalah 5% (0,05).

Hipotesis :

$H_0 : \beta_j = 0$ untuk suatu j = 0,1,2.

$H_1 : \beta_j \neq 0$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$W_j = \left[\frac{\tilde{\beta}_1}{SE(\beta_1)} \right] ;\ j = 0,1,2.$$

Daerah penolakan :

jika $W_j > \chi^2_{\alpha,1}$; menolak H_0.

Untuk $\chi^2_{0.05,1}$ dapat dilihat pada tabel sebaran khi-kuadrat diperoleh 3,841. Bila H_0 ditolak, artinya parameter tersebut signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi α.

Untuk β_0

$$\begin{aligned} W_0 &= \left[\frac{\hat{\beta}_0}{SE\left(\hat{\beta}_0\right)} \right]^2 \\ &= \left[\frac{-1.736035}{0.800409} \right]^2 \\ &= (-2.168935)^2 \\ &= 4.702478 \end{aligned}$$

Diperoleh $W_0 > \chi^2_{0.05,1}$ yaitu $4.702478 > 3{,}841$, sehingga menolak H_0. Artinya β_0 signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 0,05%.

Untuk β_1

$$\begin{aligned} W_1 &= \left[\frac{\hat{\beta}_1}{SE\left(\hat{\beta}_1\right)}\right]^2 \\ &= \left[\frac{0.731151}{0.196618}\right]^2 \\ &= \left(2.718637\right)^2 \\ &= 13.82826 \end{aligned}$$

Diperoleh $W_1 > \chi^2_{0.05,1}$ yaitu $13.82826 > 3{,}841$, sehingga menolak H_0. Artinya β_1 signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 0,05%.

Untuk β_2

$$\begin{aligned} W_2 &= \left[\frac{\hat{\beta}_2}{SE\left(\hat{\beta}_2\right)}\right]^2 \\ &= \left[\frac{0.034597}{0.015698}\right]^2 \\ &= \left(2.2039113\right)^2 \\ &= 4.857225 \end{aligned}$$

Diperoleh $W_1 < \chi^2_{0.05,1}$ yaitu $4.857225 > 3{,}841$, sehingga menerima H_0. Artinya β_2 signifikan secara statistik pada tingkat signifikansi 0,05%.

3.3.4 Uji Kebaikan Model

Untuk uji model dilihat nilai dari AIC dan SC, semakin kecil AIC dan SC maka model akan semakin bagus. Pada hasil analisis model tobit dengan eviews (lihat gambar 3.4), nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) adalah

1.333441 dan nilai *Schawarz Criterion* (SC) adalah 1.509388. Nilai AIC dan SC dengan model tobit ternyata cukup besar, yang nilainya lebih dari satu. Akan tetapi bisa jadi nilai AIC dan SC ini cukup kecil jika dibandingkan dengan model lain. Jika memang demikian, maka model tobit cukup bagus untuk diterapkan pada kasus curah hujan.

3.4 Estimasi Hujan dalam Pandangan Islam

Dalam penelitian ini telah dilakukan estimasi peluang terjadinya hujan di Karangploso, Malang dengan menggunakan regresi modal Tobit. Secara statistik model Tobit bisa ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Y_i &= \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i && \text{bila sisi kanan} > 0 \\ &= 0 && \text{bila sisi kanan} \leq 0 \end{aligned}$$

Pada penelitian ini penulis berusaha memprediksi peluang terjadinya hujan menurut tanda-tanda yang terjadi ketika terjadinya hujan sebagai variabel bebas (X_i). Untuk mengetahui apa saja faktor yang mempengaruhi terjadinya hujan diadakan observasi atau pengamatan. Selama ini prakiraan cuaca yang dilakukan BMKG adalah hasil pengamatan tanda-tanda di atmosfer terkait tekanan, suhu, arah angin, kelembaban dan sebagainya. Dalam Al Quran ada beberapa ayat yang menyuruh manusia melakukan pengamatan dengan menggunakan indera-inderanya dalam mencari kebenaran, diantaranya:

قُلْ سِيرُواْ فِي ٱلْأَرْضِ فَٱنظُرُواْ كَيْفَ بَدَأَ ٱلْخَلْقَ ۚ ثُمَّ ٱللَّهُ يُنشِئُ ٱلنَّشْأَةَ ٱلْأَخِرَةَ ۚ
إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ ﴿٢٠﴾

Artinya:

Katakanlah: "Berjalanlah di (muka) bumi, Maka perhatikanlah bagaimana Allah menciptakan (manusia) dari permulaannya, kemudian Allah menjadikannya sekali lagi. Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu. (QS. 29:20)

أَوَلَمْ يَرَوْاْ إِلَى ٱلْأَرْضِ كَمْ أَنۢبَتْنَا فِيهَا مِن كُلِّ زَوْجٍ كَرِيمٍ ﴿٧﴾

Artinya:

dan Apakah mereka tidak memperhatikan bumi, berapakah banyaknya Kami tumbuhkan di bumi itu pelbagai macam tumbuh-tumbuhan yang baik?(QS. 26:7)

Dalam ayat-ayat tersebut, pengamatan dan penglihatan menyiratkan arti " melihat dengan bantuan penalaran yang benar". Dengan demikian tak ada keraguan bahwa Al Quran menganggap indera-indera eksternal sebagai alat-alat utama dalam mendapatkan sebagian pengetahuan (Mahdi 1998: 84).

Hujan adalah titik-titik air yang turun dari langit karena adanya proses evaporasi atau penguapan karena meningkatnya temperatur udara disekitar. Jadi semakin tinggi temperatur maka semakin cepat pula terjadinya penguapan. Dengan semakin banyaknya uap air yang naik ke atmosfer maka semakin tinggi pula kelembaban udara di atmosfer, dengan demikian maka semakin besar pula potensi untuk terjadinya hujan. Dari keterangan tersebut penelitian estimasi hujan ini menggunakan hasil pengamatan suhu dan kelembaban sebagai variabel penduga (X_i).

Jadi estimasi hujan ini merupakan estimasi ilmiah yang diperbolehkan dalam Islam. Karena prediksi ini bukanlah termasuk ilmu ghaib, tetapi diperoleh dari hasil penelitian dengan menggunakan data-data hasil pengematan dalam waktu yang lama. Pengamatan ini sangat dianjurkan sebagaimana disebutkan pada ayat-ayat yang telah disebutkan sebelumnya. Dan estimasi ini hanya berupa peluang bukan sesuatu yang pasti terjadi, karena kebenaran hanya milik Allah, sebagaimana dalam QS Yunus ayat 36 yang artinya:

“dan kebanyakan mereka tidak mengikuti kecuali persangkaan saja. Sesungguhnya persangkaan itu tidak sedikitpun bisa mengalahkan kebenaran. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui apa yang mereka kerjakan.”

Estimasi ini juga bermanfaat untuk mesyarakat agar bisa mewaspadai akibat yang terjadi dari estimasi tersebut, misalnya untuk tranportasi, pertanian, dan nelayan. Sebagaimana yang dilakukan Nabi Yusuf yang telah diceritakan Surat Yusuf ayat 47-48:

قَالَ تَزْرَعُونَ سَبْعَ سِنِينَ دَأَبًا فَمَا حَصَدتُّمْ فَذَرُوهُ فِي سُنۢبُلِهِۦٓ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا
تَأْكُلُونَ ﴿٤٧﴾ ثُمَّ يَأْتِي مِنۢ بَعْدِ ذَٰلِكَ سَبْعٌ شِدَادٌ يَأْكُلْنَ مَا قَدَّمْتُمْ لَهُنَّ إِلَّا قَلِيلًا
مِّمَّا تُحْصِنُونَ ﴿٤٨﴾

Artinya :
Yusuf berkata: "Supaya kamu bertanam tujuh tahun (lamanya) sebagaimana biasa; Maka apa yang kamu tuai hendaklah kamu biarkan dibulirnya kecuali sedikit untuk kamu makan. Kemudian sesudah itu akan datang tujuh tahun yang Amat sulit, yang menghabiskan apa yang kamu simpan untuk menghadapinya (tahun sulit), kecuali sedikit dari (bibit gandum) yang kamu simpan.(Q.S Yusuf : 47- 48)

Dimana Nabi Yusuf memprediksi bahwa perencanaan pembangunan pertanian uang beliau lakukan dapat menghadapi krisis pangan menyeluruh atau musim paceklik yang sangat lama yang akan terjadi pada masyarakat Mesir dan daerah-daerah sekelilingnya pada waktu itu. Nabi Yusuf menggunakan jumlah panen dan jumlah konsumsi sebagai variabel-variabel bebas untuk mengetahui peluang masyarakat bisa menghadapi kemarau panjang. Dan dalam penelitian ini menggunakan suhu dan kelembaban untuk mengetahui peluang terjadi hujan. Jadi estimasi hujan ini bukan hal yang dilarang oleh Islam.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil-hasil analisa dan pembahasan pada Bab III, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Pada regresi dummy variable model tobit nilai variabel dependennya tersensor maka fungsi kepadatan peluang yang didapat adalah:

$$f\left(y_i\right)=\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_i-\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}\right)^2\right\}\right]^d\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d}$$

$$=\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i-\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^d\left[1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)\right]^{1-d}$$

   dimana

$$d=\begin{cases}1 & \text{jika } y_i>0,\\ 0 & \text{jika } y_i=0.\end{cases}$$

2. Estimasi model tobit tidak cukup hanya menggunakan maksimum likelihood, karena persamaannya non linier sehingga dibantu dengan iterasi Newton-Rapson menghasilkan persamaan berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{n+1}=\hat{\boldsymbol{\beta}}^{n}-t_n P_n \gamma_n$$

$$=\hat{\boldsymbol{\beta}}^{n}_{(k+1)\times 1}-\left(\sum_{\{i;Y_i>0\}}\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma^2}\left(-\mathbf{x}_i^T\right)\right)+\sum_{\{i;Y_i=0\}}\left(\frac{\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i^T}{\sigma^2}\right)\left(\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}\right)\left(\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)-\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}\right)\right)^{-1}_{(k+1)\times(k+1)}$$

$$\left(\sum_{\{i;Y_i>0\}}\left(\frac{1}{\sigma^2}\left(y_i-\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}\right)\mathbf{x}_i\right)-\sum_{\{i;Y_i=0\}}\left[\left(\frac{\mathbf{x}_i}{\sigma}\right)\frac{\phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}{1-\Phi\left(\frac{\mathbf{x}_i^T\boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right)}\right]\right)_{(k+1)\times 1}$$

Sehingga

$$\boldsymbol{\beta}^{n+1}{}_{(k+1)\times 1} = \boldsymbol{\beta}^{n}{}_{(k+1)\times 1} - t_n \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \beta \partial \beta^T} |_{\beta^n} \right]^{-1}_{(k+1)\times(k+1)} \left[\frac{\partial L}{\partial \beta} |_{\beta^n} \right]_{(k+1)\times 1} .$$

3. Hasil perolehan perkiraan hujan di daerah Karangploso Kabupaten Malang pada tahun 2010-2012 adalah : pada tahun 2010 musim hujan terjadi pada bulan Mei, Juli-Oktober, pada tahun 2011 musim hujan terjadi pada bulan Mei-September dan pada tahun 2012 musim hujan terjadi pada bulan Maret, Mei-Desember.

4.2 Saran

Penulis menganalisis regresi *dummy variable* model Tobit yang univariat. Penulis menyarankan agar dilakukan analisis lebih lanjut tentang model Tobit seperti regresi model Tobit bivariat atau yang multivariat.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Jazairi, Syaikh Abu Bakar. 2007. *Tafsir Al-Quran Al-Aisar Jilid 3, 4, 7*. Jakarta: Darus Sunnah Press.

Davidson, Russel & Mackinnon, James G. 1999. *Econometric Theory and Methods*.

Dudewicz, J Edward dan Mishra N. Satya. 1995. *Statistika Matematika Modern*. Bandung :Penerbit ITB.

Engelhard, Max dan Lee J. Bain. 1991. *Introduction To Probability And Mathematical Statistics*. California: Duxbury Press.

George, G. 1985. *The Theory and Practice of Econometics*. John Wiley & Sons. inc

Ghulsyani, Mahdi. 1998. *Filsafat-Sains menurut Al-Quran*. Bandung: Mizan.

Greene, William. 2003. *Econometric Analysis*. New Jersey: Prentice Hall.

Gujarati, Damodar N. 2004. *Basic Econometric Fourth edition.* North Amerika: Mc Graw Hill

Gujarati, Damodar N. 2007. *Dasar-Dasar Ekonometrika Jilid 1 dan 2*. Jakarta : Erlangga.

Harinaldi. 2005. *Prinsip-Prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga.

Harini, Sri & Kusumawati, Ririen. 2007. *Metode Statistik*. Jakarta: Prestasi Pustaka

Imani, F Kamal. 2006. *Tafsir Nurul Quran*. Jakarta: Al Huda.

Irianto, Agus. 2006. *Statistik Konsep Dasar dan Aplikasinya*. Jakarta: Kencana Prenada Media.

Lains, Alfian. 2003. *Ekonometrika Teori dan Aplikasi Jilid1*. Jakarta: LP3ES

Nachrowi, N.D. 2008. *Penggunaan Teknik Ekonometri.* Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.

Puji B , Siwi Tri. 2010. Waspadai Curah Hujan Tinggi Sepanjang Oktober-Desember. http://www.republika.co.id/berita/breaking-news/nasional/10/10/04/138022-waspadai-curah-hujan-tinggi-sepanjang-oktoberdesember (diakses pada tanggal 27 Januari 2011)

Qardhawi, Y. 1998. *Rasul Sumber Ilmu Pengetahuan*. Jakarta : Gema Insani Press.

Supangat, Andi. 2008. *Statistik dalam Kajian Deskriptif, Inferensi dan Nonparametrik*. Jakarta: Prenada Media Group.

Supranto, J. 2004. *Ekonometri Jilid 1 dan 2*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

A. *Soko . 2009. Cuaca dan Iklim.* http://thehyposentrum.blogspot.com/2009/12/cuaca-dan-iklim-apakah-yang-dimaksud.html (diakses pada ta nggal 27 Januari 2011)

Walpole, Ronald & Myers, Raymond. 1995. Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insiyur dan Ilmuan edisi 4 Terjemahan Sembiring. Bandung. ITB

B. *Waryono, dkk. 1987. Pengantar Meterologi dan Klimatologi. Surabaya: PT Bina Ilmu*

Winarno, Wing Wahyu. 2007. *Analisis Ekonometrika dan Statistika Eviews.* Yogyakarta: UPP STIM YKPN.

Yudian. 2009. Ramalan atau Prediksi dalam Islam. http://yudiantarti.wordpress.com/2009/10/22/ramalan-atau-prediksi-dalam-Islam/ (diakses pada tanggal 7 September 2010)

LAMPIRAN

Lampiran 1:

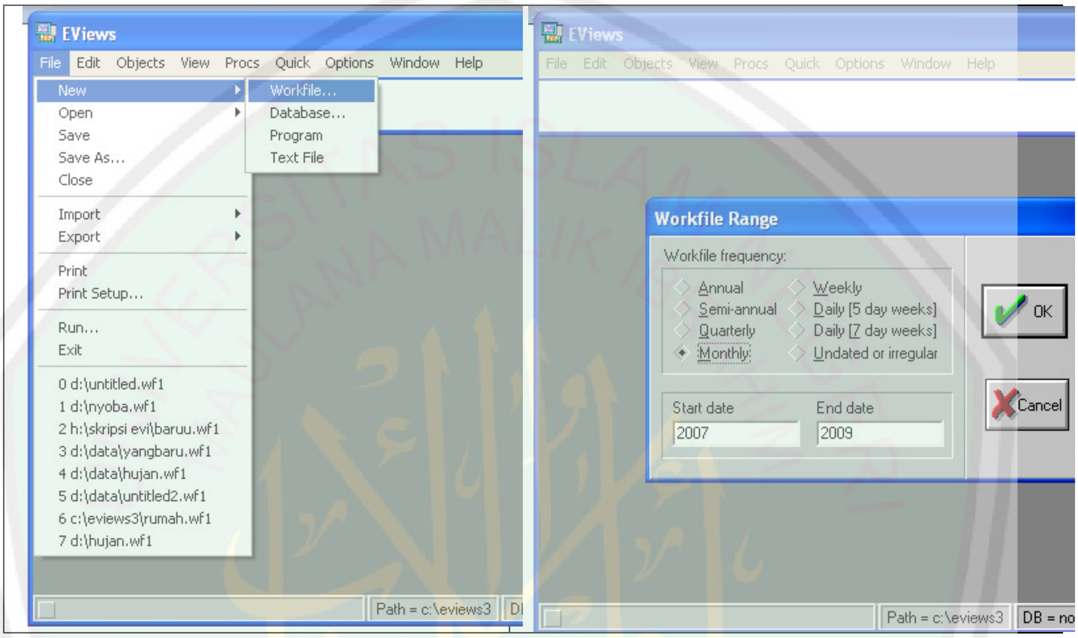
Tabel 1: Data Klimatologi Tahun 2007-2009, Kecamatan Karangploso

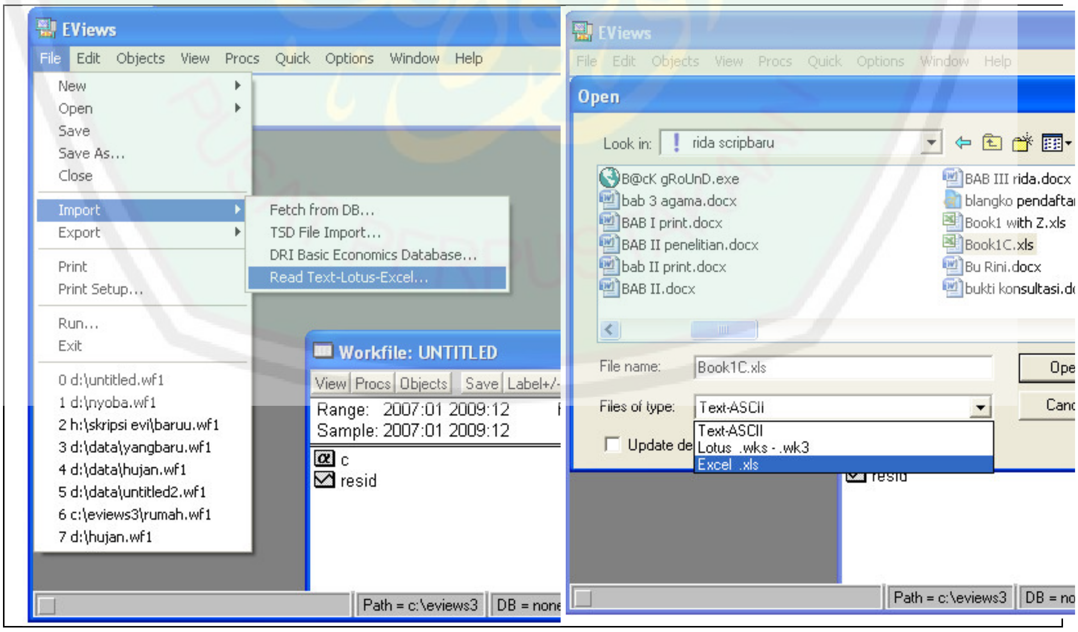
NO.	BULAN DAN TAHUN		CURAH HUJAN	TEMPERATUR MINIMUM	KELEMBABAN MINIMUM
1	Januari	2007	129	20.4	48
2	Februari		182	20.9	52
3	Maret		173	21.2	42
4	April		235	20.8	53
5	Mei		6	20.1	43
6	Juni		15	19.7	60
7	Juli		7	18.8	48
8	Agustus		1	17.8	44
9	September		10	17.7	27
10	Oktober		61	19.7	40
11	November		272	20.3	47
12	Desember		423	20.6	55
13	Januari	2008	206	20.4	55
14	Februari		315	21.1	58
15	Maret		460	20.2	61
16	April		66	20.1	53
17	Mei		61	19.7	41
18	Juni		2	18.4	43
19	Juli		0	17.2	40
20	Agustus		47	18.1	39
21	September		8	18.1	28
22	Oktober		92	21	33
23	November		174	21.1	59
24	Desember		241	20.7	56
25	Januari	2009	258	20.8	54
26	Februari		435	21.1	56
27	Maret		81	20.2	46
28	April		67	20.8	46
29	Mei		62	19.7	41
30	Juni		70	18.9	41
31	Juli		39	17.8	41
32	Agustus		0	17.6	38
33	September		4	19.4	33
34	Oktober		35	20.1	29
35	November		200	20.7	35
36	Desember		224	20.6	37

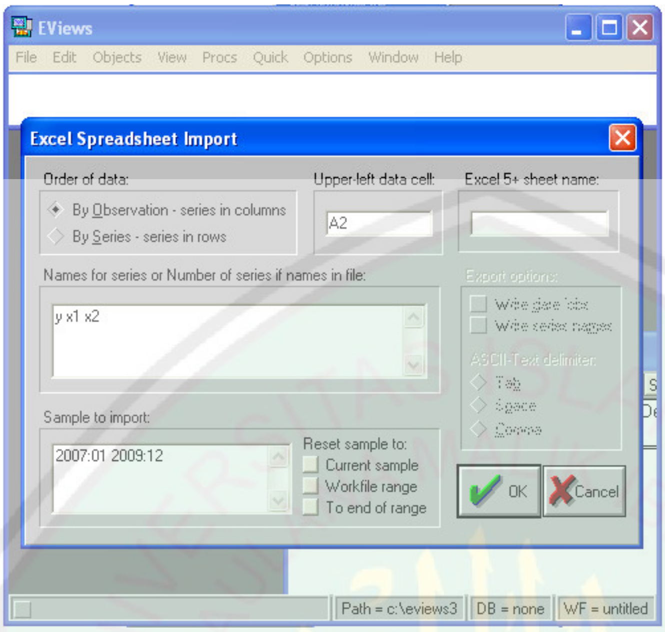
Lampiran 2:

Cara Membuka Jendela pada EVIEWS 3 :

File>>New>>Workfile>> Workfile Range : pilih jenis data *Monthly*>>OK







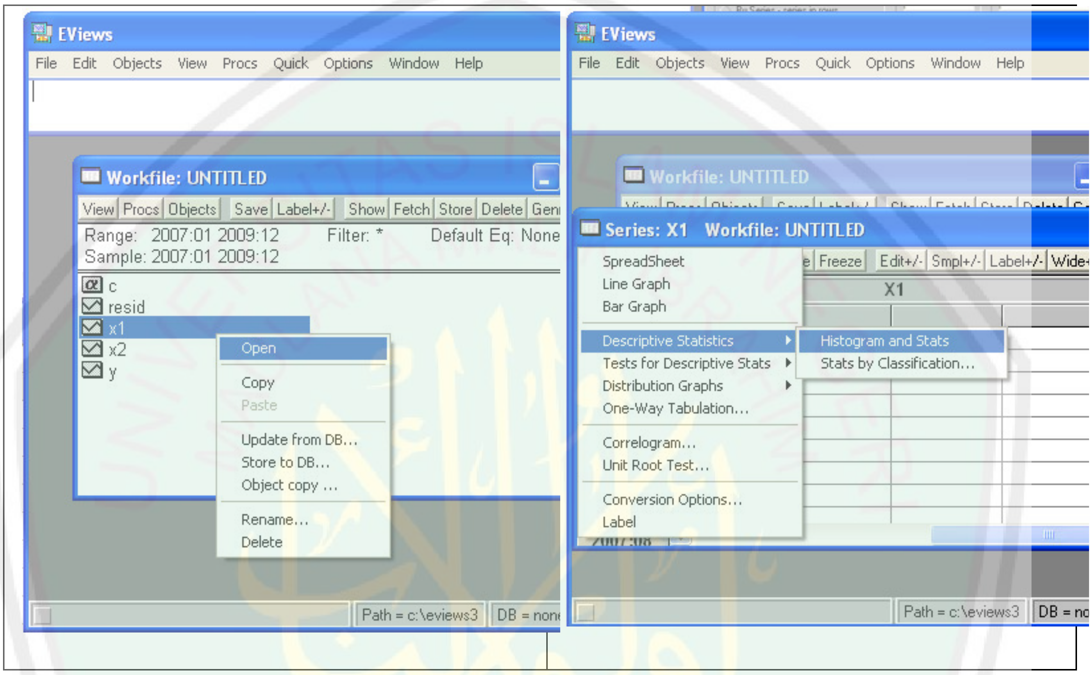
Pada Upper-left data celt dan sheet name: diisi sesuai data di taruh pada kolom berapa dan sheet berapa di Excel.

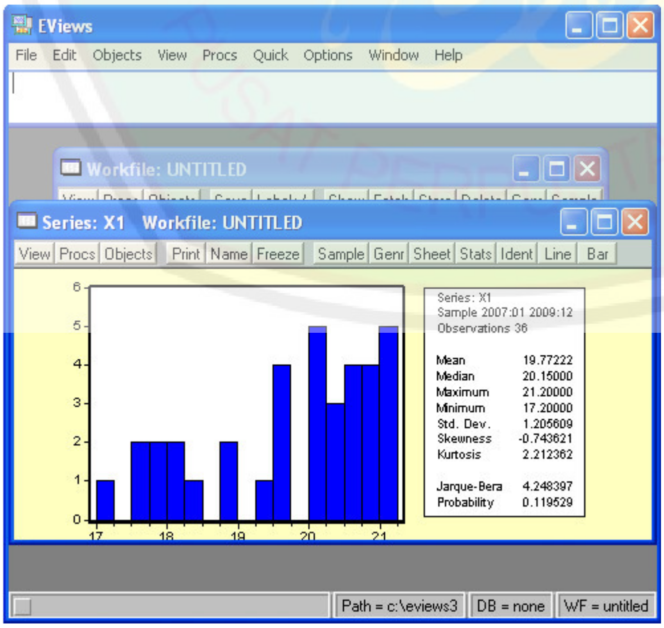
PERINGATAN: Saat membuka Eviews pastikan file Excel dalam keadaan menutup.

Lampiran 3:

Cara membuat histogram pada *E-Views*:

Open data >> View >> Descriptive Statistics >> Histogram and Stats

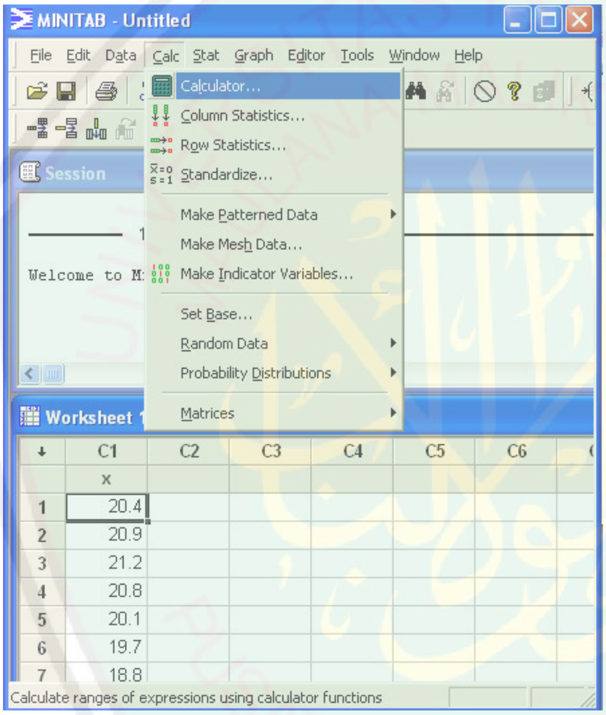


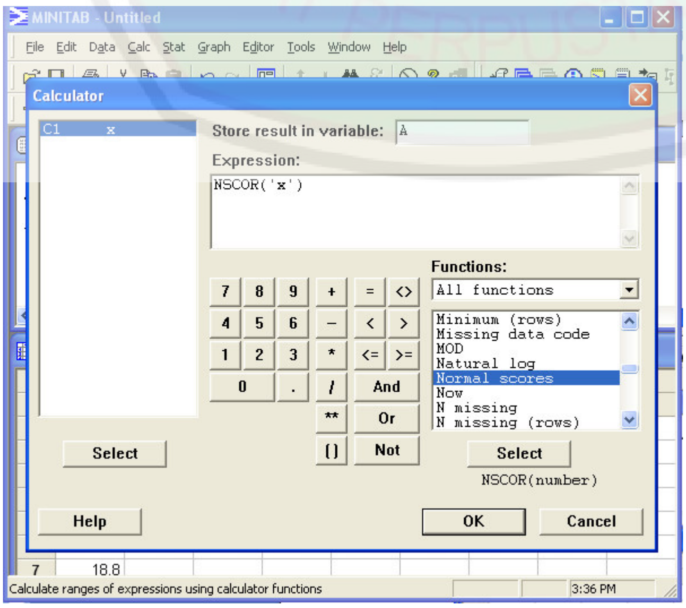


Lampiran 4:

Cara Menormalkan Data pada MINITAB 14 :

Calc>>Calculator>>Store Result in Variable : pilih variabel yang akan di normalkan>>Function : pilih *Normal Scores*>>Expression : masukkan tenpat untuk variabel yang dinormalkan pada *NSCOR* .

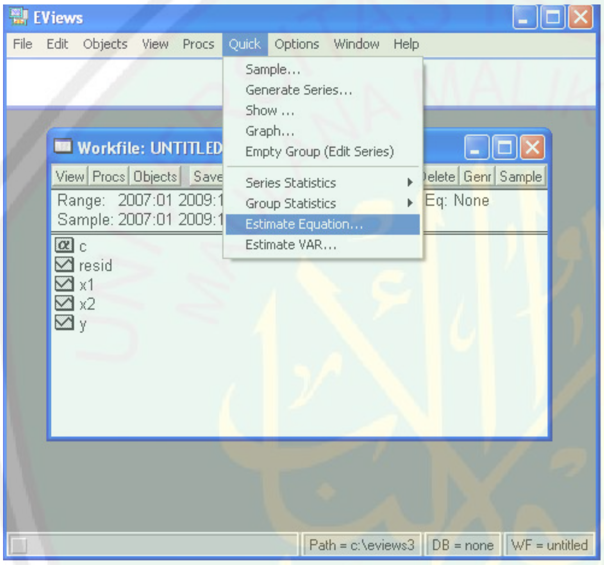


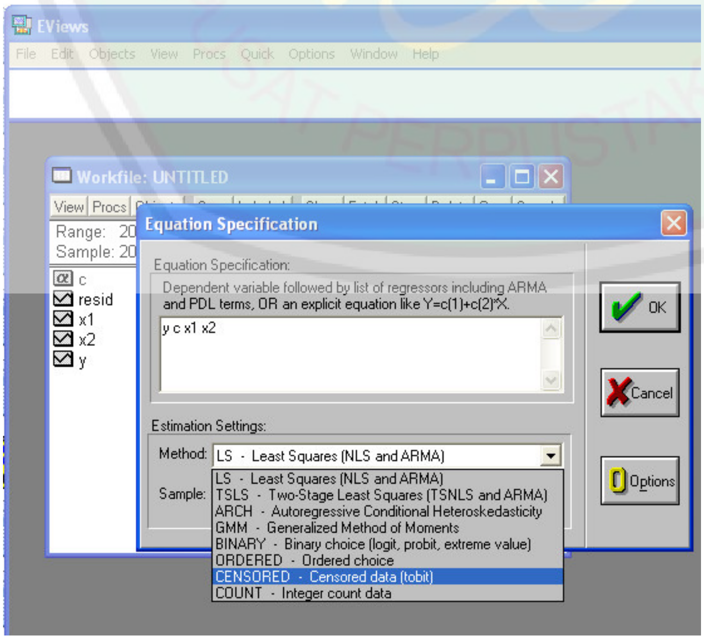


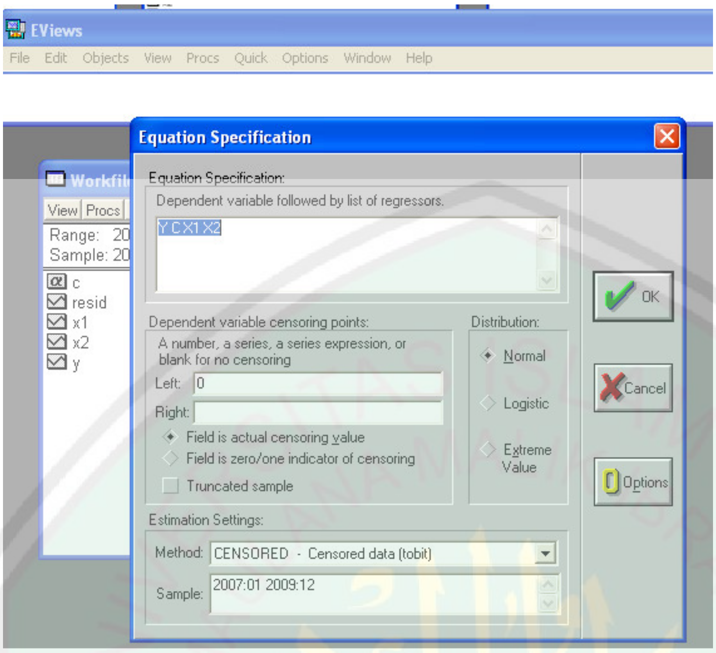
Lampiran 5:

Cara Estimasi Data pada EVIEWS 3 :

Quick>>Estimate Equation>>Method: pilih *CENSORED- Censored data (tobit)*>>OK>>left = 0>>OK






EViews
File Edit Objects View Procs Quick Options Window Help
Equation Specification
Equation Specification:
Dependent variable followed by list of regressors.
Y C X1 X2
Dependent variable censoring points:
A number, a series, a series expression, or blank for no censoring
Left: 0
Right:
Field is actual censoring value
Field is zero/one indicator of censoring
Truncated sample
Distribution:
Normal
Logistic
Extreme Value
Estimation Settings:
Method: CENSORED - Censored data (tobit)
Sample: 2007:01 2009:12
OK
Cancel
Options
Workfile
View Procs
Range: 20
Sample: 20
c
resid
x1
x2
y