

**GRAFIK PENGENDALI MULTIVARIATE POISSON DALAM
PENGENDALIAN KUALITAS PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

**OLEH
MAYASAROH
NIM. 10610082**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015**

**GRAFIK PENGENDALI MULTIVARIATE POISSON DALAM
PENGENDALIAN KUALITAS PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh
Mayasaroh
NIM. 10610082**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015**

**GRAFIK PENGENDALI MULTIVARIATE POISSON DALAM
PENGENDALIAN KUALITAS PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

Oleh
Mayasaroh
NIM. 10610082

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 29 Desember 2014

Pembimbing I

Pembimbing II

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**GRAFIK PENGENDALI MULTIVARIATE POISSON DALAM
PENGENDALIAN KUALITAS PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

**Oleh
Mayasaroh
NIM. 10610082**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 08 Januari 2015

Penguji Utama : Dr. Sri Harini, M.Si
Ketua Penguji : Drs. H. Turmudi, M.Si
Sekretaris Penguji : Fachrur Rozi, M.Si
Anggota Penguji : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mayasaroh

NIM : 10610082

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Grafik Pengendali *Multivariate Poisson* dalam Pengendalian
Kualitas Proses Produksi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 11 Januari 2015
Yang membuat pernyataan,

Mayasaroh
NIM. 10610082

MOTO

“The best sword that you have is a limitless patience”

(Pedang terbaik yang kamu miliki adalah kesabaran tanpa batas)

(Peneliti)



PERSEMBAHAN

Ucapan syukur kepada Allah Swt. yang telah memberikan nikmat dan kasih sayang-Nya, serta ucapan terima kasih kepada orang-orang yang penulis sayangi.

Karya ini penulis persembahkan untuk:

Bapak dan ibu tercinta Muhaimin dan Supatmi yang senantiasa memberikan nasihat, doa dan dukungannya baik moral, spiritual maupun material selama penulis masih berada di bangku kuliah hingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Tak lupa untuk adik tercinta Muhammad Abdul Qoyyum yang senantiasa memotivasi penulis untuk segera menyelesaikan skripsi ini.



KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur *alhamdulillah* peneliti panjatkan ke hadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, taufiq, hidayah serta inayah-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang dan sekaligus dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini dengan maksimal.

Penelitian skripsi ini tidak akan mendapatkan hasil yang maksimal tanpa adanya bimbingan, bantuan, dorongan serta doa dari berbagai pihak, oleh karena itu peneliti menyampaikan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan pengetahuan dan pengalaman-pengalaman yang berharga selama studi.
4. Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang dengan sabar dan ikhlas untuk meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan arahan dalam penyelesaian skripsi ini.

5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan arahan dalam penyelesaian skripsi ini.
6. Dosen beserta staf Jurusan Matematika yang dengan tulus ikhlas memberikan ilmu pengetahuannya.
7. Kedua orang tua yang selalu memberikan motivasi, nasihat dan doa untuk kelancaran penyelesaian skripsi ini.
8. Silvia Anggraini, Ririn Zulaikah, Lailatul Mubarakah, Saalisa Silfia Fauzi, Mahmuda, Eva Kurniasih, Fina Amalia Istiqomah, Wardatul Jannah, Erviana Novita Imayati, Dina Maria Munika, Alfi Fadliana, Nur Aini, Nova Khoirun Nisa' selaku teman-teman seperjuangan yang senantiasa menemani dan menyemangati peneliti untuk segera menyelesaikan skripsi ini.
9. Teman-teman seperjuangan mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2010 yang tidak dapat peneliti sebutkan satu-persatu yang telah memberikan banyak pengalaman berharga pada saat menuntut ilmu bersama di kampus tercinta ini.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan semoga segala apa yang telah peneliti dan pihak yang membantu dalam penyusunan skripsi ini selalu dinilai pahala oleh Allah Swt..

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Januari 2014

Peneliti

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
ملخص	xvii
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Sistematika Penulisan	6
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Fungsi Peluang Diskrit dan Fungsi Distribusi Peluang	8
2.2 Ekspektasi dan Variansi	10
2.3 Distribusi Poisson	13
2.4 Fungsi Pembangkit Momen	15
2.5 Deret Taylor	15
2.6 Grafik Pengendali	16
2.7 Grafik Pengendali Data Atribut	19
2.8 Grafik Pengendali c-Univariat	19
2.9 Analisis Korelasi	20
2.10 Kajian Agama	22

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian	26
3.2 Variabel Penelitian	26
3.3 Jenis dan Sumber Data	26
3.4 Struktur Data	27
3.5 Metode Analisis	28

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Pembentukan Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i>	31
4.1.1 Pendefinisian Statistik Sampel Karakteristik Kualitas (<i>D</i>)	31
4.1.1 Penentuan Fungsi Peluang Statistik Sampel <i>D</i>	32
4.1.2 Penentuan Batas Kendali Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i>	38
4.2 Grafik Pengendali c-Univariat masing-masing Variabel pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur <i>Light Emitting Diode</i> (LED)	41
4.3 Penerapan Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i> pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial pada Proses Manufaktur <i>Light Emitting Diode</i> (LED)	47
4.3.1 Korelasi Antar Variabel pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial	47
4.3.2 Uji Distribusi Poisson	48
4.3.3 Perhitungan Nilai Statistik Sampel <i>D</i>	50
4.3.4 Perhitungan Batas Kendali Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i>	51
4.3.5 Plot Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i>	52
4.3.6 Analisis Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i>	53
4.4 Perbandingan Hasil Penerapan Grafik pengendali c-Univariat dengan Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i>	54
4.5 Kesesuaian Agama dengan konsep Grafik Pengendali	54

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan	56
5.2 Saran	57

DAFTAR PUSTAKA	58
-----------------------------	----

LAMPIRAN-LAMPIRAN	60
--------------------------------	----

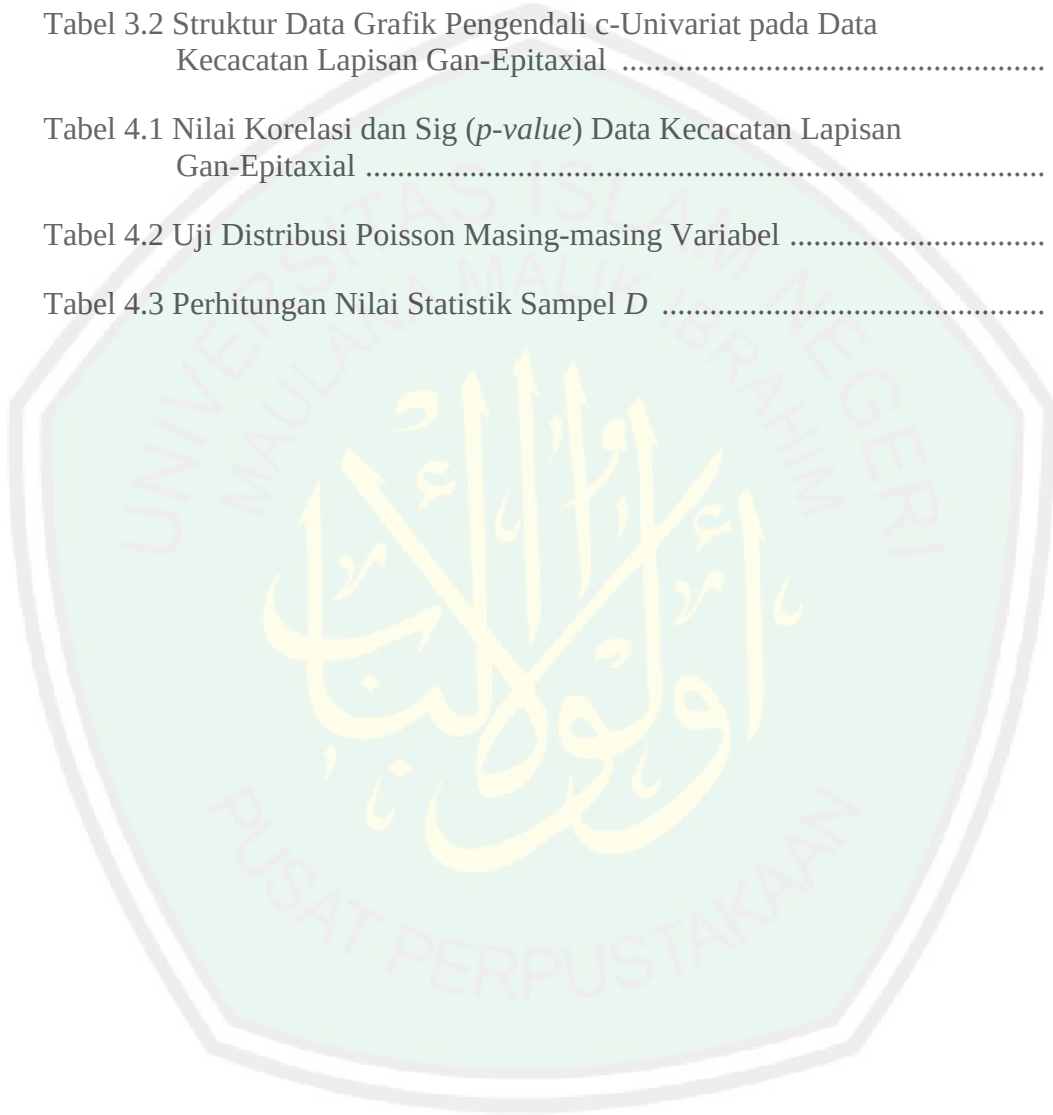
RIWAYAT HIDUP	63
----------------------------	----

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kurva Normal	17
Gambar 2.2 Contoh Grafik Pengendali Statistik	18
Gambar 4.1 Grafik Pengendali c-Univariat pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur LED Variabel <i>Particles</i>	42
Gambar 4.2 Grafik Pengendali c-Univariat pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur LED Variabel <i>Micropits</i>	44
Gambar 4.3 Grafik Pengendali c-Univariat pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur LED Variabel <i>Microcracks</i>	46
Gambar 4.4 Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i> pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur LED	52

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Struktur Data Grafik Pengendali Multivariat Poisson pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial	27
Tabel 3.2 Struktur Data Grafik Pengendali c-Univariat pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial	28
Tabel 4.1 Nilai Korelasi dan Sig (<i>p-value</i>) Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial	47
Tabel 4.2 Uji Distribusi Poisson Masing-masing Variabel	49
Tabel 4.3 Perhitungan Nilai Statistik Sampel <i>D</i>	50



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial pada Proses Manufaktur <i>Light Emmiting Diode</i> (LED)	60
Lampiran 2 <i>Output</i> Nilai Korelasi	61
Lampiran 3 <i>Output</i> Nilai 1-Sample Kolmogorov-Smirnov	62
Lampiran 4 <i>Source Code</i> untuk Menghitung Batas Kendali Grafik Pengendali <i>Multivariate Poisson</i> pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial pada Proses Manufaktur LED.....	62



ABSTRAK

Mayasaroh. 2015. **Grafik Pengendali Multivariate Poisson dalam Pengendalian Kualitas Proses Produksi**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata Kunci: kualitas produk, grafik pengendali, multivariat, distribusi Poisson.

Indonesia merupakan negara berkembang, salah satunya yaitu dalam bidang perindustrian. Banyak perusahaan yang berlomba-lomba untuk menawarkan produk mereka dengan kualitas dan daya saing yang tinggi. Untuk mendapatkan kualitas yang tinggi, perusahaan harus melakukan pengendalian pada saat proses produksi. Berkaitan dengan pengendalian proses produksi, maka diperlukan suatu metode untuk mengendalikan kualitas proses produksi agar menghasilkan suatu produk yang baik. Salah satu metodenya adalah metode grafik pengendali (*control chart*). Grafik pengendali ini menampilkan grafik dari suatu proses produksi, sehingga dapat terlihat dengan jelas apakah proses tersebut berada dalam kendali atau tidak. Terdapat dua macam grafik pengendali yaitu untuk data variabel dan untuk data atribut.

Secara umum, terdapat dua kelompok besar grafik pengendali kualitas proses statistik untuk data atribut yaitu berdasarkan distribusi Binomial dan berdasarkan distribusi Poisson. Karena data lebih dari satu variabel dan terdapat korelasi antar masing-masing variabel dan data diklasifikasikan menjadi lebih dari dua kategori, maka grafik pengendali yang digunakan adalah grafik pengendali *Multivariate Poisson*.

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh rumus batas kendali dari grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan tiga variabel karakteristik kualitas $D = X_1 + X_2 + X_3$ sebagai berikut:

1. Batas Kendali Bawah (BKB)

$$P(D < BKB) = \sum_{d=0}^{BKB} \exp\{-(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta)\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2}$$

2. Batas Kendali Atas (BKA)

$$P(D > BKA) = \sum_{d=0}^{BKA-1} \exp\{-(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta)\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2}$$

Batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* tersebut diterapkan pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED) dengan tiga variabel karakteristik kualitas *Particles*, *Micropits* dan *Microcracks*. Dari hasil penelitian diperoleh bahwa proses produksi tersebut dalam keadaan terkendali berdasarkan grafik pengendali *Multivariate Poisson*. Sehingga dapat dikatakan bahwa untuk kasus data atribut multivariat yang berdistribusi Poisson dan mempunyai keeratan hubungan (berkorelasi) antar masing-masing variabelnya, grafik pengendali *Multivariate Poisson* sesuai untuk mengendalikan data tersebut.

ABSTRACT

Mayasaroh. 2015. **Multivariate Poisson Control Chart in Process Quality Control Product**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Fachrur Rozi, M.Si. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Keywords: quality products, control chart, multivariate, Poisson distribution.

Indonesia is a developing country, one of them is in the industry. Many companies are vying to offer their products with high quality and competitiveness. To get a high quality, the company must conduct monitoring during the production process. In connection with the monitoring of the production process, we need a method to control the quality of the production process in order to produce a good product. One method is a method of control chart. The control chart shows the chart of a production process, so it can be seen clearly if the process is in control or not. There are two kinds of control chart for variable data and control charts for attribute data.

In general, there are two major groups of the quality of statistical process control charts for attribute data that is based on the binomial distribution and based on the Poisson distribution. Because the data is more than one variable, and there is a correlation between each variable and the data are classified into more than two categories, then the graph controller used is the Multivariate Poisson control chart.

Based on the results obtained by the formula of control chart control limits Multivariate Poisson with three variable quality characteristics $D = X_1 + X_2 + X_3$ as follows:

1. Lower Control Limit (LCL)

$$P(D < LCL) = \sum_{d=0}^{BKB} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2}$$

2. Upper Control Limit (UCL)

$$P(D > UCL) = 1 - \sum_{d=0}^{BKA-1} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2}$$

Control limits of Multivariate Poisson control chart are applied to the data disability Gan-Epitaxial layers in the manufacturing process of *Light Emitting Diode* (LED) with three variables *Particles quality characteristics, Micropits and microcracks*. The result showed that the production process in a state controlled by the Multivariate Poisson control chart. So it can be said that for the case of attribute data Multivariate Poisson distributed and have the relationship (correlation) between each variable, Multivariate Poisson appropriate control chart to monitor the data.

ملخص

مياسره. ٢٠١٥. **مخطط مراقب متعدد المتغيرات بواسون في مراقبة الجودة لعملية المنتج.** بحث جامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. مشرف: (١) فحرالرازي، ماجستير (٢) الحاج وحي ح. إراوان، ماجستير.

كلمات البحث: جودة المنتجات، والمراقب المالي الرسومات، متعدد المتغيرات، بواسون التوزيع.

اندونيسيا هي دولة نامية، واحدة منها هي في مجال الصناعة. العديد من الشركات تتنافس لتقدم منتجاتها بجودة عالية والقدرة التنافسية. للحصول على جودة عالية، يجب على الشركة إجراء الرصد أثناء عملية الإنتاج. في اتصال مع مراقبة عملية الإنتاج، ونحن في حاجة الى طريقة للسيطرة على جودة عملية الإنتاج من أجل إنتاج منتج جيد. أسلوب واحد هو وسيلة لمخطط السيطرة. يظهر على الرسم البياني السيطرة على الرسم البياني لعملية الإنتاج، لذلك يمكن أن نرى بوضوح إذا كانت العملية في السيطرة أم لا. هناك نوعان من السيطرة الرسم البياني للبيانات والتحكم المخططات المتغيرة للبيانات السمة. غالباً، هناك نوعان من المجموعات الرئيسية للجودة الإحصائية والرسوم البيانية تحكم عملية للبيانات السمة التي تقوم على توزيع ذي الحدين، واستناداً إلى توزيع بواسون. لأن البيانات هو أكثر من متغير واحد، وهناك علاقة بين كل متغير ويتم تصنيف البيانات في أكثر من فئتين، فتحكم الرسم البياني المستخدم هو السيطرة متعددة المتغيرات على الرسم البياني بواسون. بناءً على النتائج التي حصل عليها صيغة حدود الرقابة عنصر التخطيط متعدد المتغيرات بواسون مع ثلاث متغيرات خصائص نوعية $D = X_1 + X_2 + X_3$ على النحو التالي:

١. تحكم الحد الأدنى (BKB)

$$P(D < BKB) = \sum_{d=0}^{BKB} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2}$$

٢. مراقبة الحد الأعلى (BKA)

$$P(D > BKA) = \sum_{d=0}^{BKA-1} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2}$$

وتطبق الرقابة حدود الرقابة الرسم البياني متعدد المتغيرات إلى العجز بواسون البيانات طبقات Gan-Epitaxial في عملية تصنيع *Light Emitting Diode (LED)* مع ثلاث متغيرات خصائص نوعية *Particle, Micropits, Microcracks*. وأظهرت النتيجة أن عملية الإنتاج في الدولة التي يسيطر عليها سيطرة على الرسم البياني متعدد المتغيرات بواسون. لذلك يمكن القول أن لحالة البيانات السمة متعدد المتغيرات بواسون توزيعها ولها علاقة بين كل متغير، متعدد المتغيرات بواسون الرقابة المناسبة الرسم البياني لمراقبة البيانات.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan negara berkembang, salah satunya yaitu dalam bidang perindustrian. Hal ini ditandai dengan semakin banyaknya perusahaan-perusahaan yang berdiri sekarang ini. Seiring dengan kemajuan teknologi yang semakin canggih, persaingan antar perusahaan yang bergerak di bidang industri semakin pesat. Banyak perusahaan yang berlomba-lomba untuk menawarkan produk mereka dengan kualitas dan daya saing yang tinggi. Untuk mendapatkan kualitas yang tinggi, perusahaan harus melakukan pengendalian pada saat proses produksi. Di samping itu, pengendalian ini juga dilakukan untuk mengurangi kerusakan atau kegagalan suatu produk, karena kerusakan yang terlalu sering terjadi pada proses produksi akan menjadi masalah besar bagi suatu perusahaan yang akan menimbulkan kerugian bagi perusahaan tersebut.

Berkaitan dengan pengendalian proses produksi, maka diperlukan suatu metode untuk mengendalikan kualitas proses produksi agar menghasilkan suatu produk yang baik. Adapun metode statistik yang dapat digunakan dalam pengendalian kualitas proses adalah *Statistical Process Control* (SPC). Salah satu alat yang digunakan dalam SPC adalah grafik pengendali (*control chart*). Grafik pengendali ini menampilkan grafik dari suatu proses produksi, sehingga dapat terlihat dengan jelas apakah proses tersebut berada dalam kendali atau tidak. Dengan adanya grafik pengendali, diharapkan dapat membantu perusahaan dalam mengendalikan proses produksinya dengan informasi dalam bentuk grafik. Dalam

SPC terdapat pengendalian proses untuk data variabel dan pengendalian proses untuk data atribut (Montgomery, 1990:125).

Secara umum, terdapat dua kelompok besar grafik pengendali kualitas proses statistik untuk data atribut yaitu berdasarkan distribusi Binomial dan berdasarkan distribusi Poisson. Grafik pengendali yang mengaplikasikan distribusi Poisson dalam menentukan jumlah kecacatan pada proses Univariat adalah grafik pengendali *c* (*c-chart*) dan grafik pengendali *u* (*u-chart*). *c-chart* menunjukkan bagian kecacatan dalam unit yang diamati, sedangkan *u-chart* digunakan untuk mengendalikan jumlah kecacatan setiap unit pengamatan atau juga dapat digunakan ketika ukuran unit produknya bervariasi (Ariani, 2004:131).

Sedangkan dalam suatu kasus, pengendalian kualitas proses seringkali menggunakan lebih dari satu karakteristik untuk mengetahui apakah proses tersebut berada dalam kendali atau tidak secara sekaligus. Dalam kasus ini, *c-chart* dan *u-chart* sudah tidak efektif untuk digunakan, karena akan menghasilkan grafik pengendali yang bias. Terkecuali apabila pengendalian dilakukan secara sendiri-sendiri, maka kedua grafik tersebut bisa diterapkan. Akan tetapi hal itu dirasa kurang efisien sehingga dikembangkan grafik pengendali untuk mengendalikan lebih dari satu karakteristik kualitas sekaligus yaitu grafik pengendali multivariat. Terkadang pada beberapa kasus juga ditemukan lebih dari satu variabel karakteristik kualitas yang mempunyai hubungan keamatan satu sama lain atau saling berkorelasi kemudian ketika fokus utama kecacatan berada pada jumlah cacat masing-masing unit sampel dan kecacatan diklasifikasikan menjadi lebih dari dua kategori, maka data dimodelkan dengan menggunakan *Multivariate Poisson* (Chiu dan Kuo, 2008:147).

Firman Allah dalam al-Quran surat al-Taubah/9:60 sebagai berikut:

إِنَّمَا الصَّدَقَتُ لِلْفُقَرَاءِ وَالْمَسْكِينِ وَالْعَمِلِينَ عَلَيْهَا وَالْمُؤَلَّفَةِ قُلُوبُهُمْ وَفِي الرِّقَابِ وَالْغَرَمِينَ وَفِي سَبِيلِ اللَّهِ وَابْنِ السَّبِيلِ فَرِيضَةٌ مِّنَ اللَّهِ وَاللَّهُ عَلِيمٌ حَكِيمٌ ﴿٦٠﴾

“Sesungguhnya zakat-zakat itu hanyalah untuk orang-orang fakir, orang-orang miskin, pengurus-pengurus zakat, para mu'allaf yang dibujuk hatinya, untuk memerdekakan budak, orang-orang yang berhutang, untuk jalan Allah dan untuk mereka yang sedang dalam perjalanan, sebagai suatu ketetapan yang diwajibkan Allah, dan Allah Maha Mengetahui lagi Maha Bijaksana” (QS. al-Taubah/9: 60).

Menurut peneliti, ayat di atas menerangkan bahwa bentuk pengendalian Allah terhadap orang-orang yang kurang mampu adalah dengan cara mengeluarkan zakat kepada orang-orang tersebut. Orang-orang yang berhak menerima zakat tersebut diklasifikasikan menjadi 8 kategori yang telah disebutkan pada potongan ayat yang artinya *“orang-orang fakir, orang-orang miskin, pengurus-pengurus zakat, para mu'allaf yang dibujuk hatinya, untuk memerdekakan budak, orang-orang yang berhutang, untuk jalan Allah dan untuk mereka yang sedang dalam perjalanan”*. Hal ini dilakukan untuk mencapai keseimbangan hidup antara orang kaya dengan orang miskin. Seperti jika dihadapkan pada kasus data multivariat, maka untuk mengendalikan proses produksinya dibutuhkan sebuah metode grafik pengendali yang mampu mengendalikan secara sekaligus yaitu dengan grafik pengendali multivariat. Sehingga peneliti menginterpretasikan zakat sebagai bentuk pengendalian Allah terhadap 8 orang yang tersebut tadi dan grafik pengendali multivariat sebagai metode pengendali untuk kasus data multivariat.

Chiu dan Kuo (2008) telah mengembangkan konsep grafik pengendali atribut *Multivariate Poisson* yang dibangun berdasarkan total dari masing-masing kecacatan ke dalam satu grafik dan berdistribusi Poisson pada masing-masing

karakteristik kualitasnya. Penelitian sebelumnya tentang grafik pengendali *Multivariate Poisson* juga telah diterapkan oleh Yusuf (2012) pada skripsinya yang berjudul “Penerapan Diagram Bivariat Poisson pada Pengendalian Kualitas Ring Botol di PT. IGLAS Gresik” dengan menggunakan dua variabel karakteristik kualitas. Berdasarkan hal tersebut, pada penelitian ini akan dikembangkan grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan tiga variabel karakteristik kualitas.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah yang dapat diambil dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada pengendalian kualitas produk?
2. Bagaimana hasil penerapan grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED)?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, penelitian ini mempunyai tujuan sebagai berikut:

1. Mengetahui batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada pengendalian kualitas produk.

2. Mengetahui hasil penerapan grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED).

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini yaitu menentukan batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan menggunakan 3 variabel dan menerapkannya pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED) yang diambil dari jurnal internasional yang ditulis oleh Busaba Laungrungrong pada tahun 2010 dengan 3 variabel karakteristik kualitas.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi peneliti

Sebagai pengembangan wawasan dan memperdalam keilmuan yang telah diperoleh terkait keilmuan statistika terutama dalam bidang pengendalian kualitas statistik dan dapat menerapkannya dalam kasus data riil.

2. Bagi instansi

Sebagai sumbangan pemikiran keilmuan matematika khususnya dalam bidang pengendalian kualitas statistik.

3. Bagi pembaca

Memberikan pengetahuan yang lebih mendalam tentang grafik pengendali khususnya pada data multivariat dan berdistribusi Poisson serta penelitian ini dapat dijadikan sebagai rujukan dalam pengembangan materi statistika khususnya di bidang pengendalian kualitas statistik.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari 5 bab yang masing-masing terdiri dari beberapa subbab. Sistematika penulisan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka menjelaskan tentang teori-teori yang digunakan dalam penelitian, yaitu fungsi peluang diskrit dan fungsi distribusi peluang, ekspektasi dan variansi, distribusi Poisson, fungsi pembangkit momen, deret Taylor, penjelasan-penjelasan tentang grafik pengendali, dan grafik pengendali *Multivariate Poisson*, konsep korelasi, serta kajian agama.

Bab III Metode Penelitian

Metode penelitian berisi tentang paparan data dan metode yang digunakan peneliti untuk menganalisis data. Metode penelitian ini

meliputi pendekatan penelitian, variabel penelitian, jenis dan sumber data, struktur data, serta metode analisis.

Bab IV Pembahasan

Pembahasan berisi tentang prosedur yang digunakan untuk mengetahui batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan 3 variabel. batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* yang telah diperoleh akan diterapkan terhadap data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED), serta kesesuaian antara konsep grafik pengendali dengan kajian agama.

Bab V Penutup

Penutup terdiri atas kesimpulan dari pembahasan serta saran-saran yang berkaitan dengan permasalahan yang dikaji.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Fungsi Peluang Diskrit dan Fungsi Distribusi Peluang

Sebelum membahas tentang rumusan masalah pada bab sebelumnya, maka diperlukan beberapa teori untuk menyelesaikannya. Fungsi peluang diskrit dan fungsi distribusi peluang ini merupakan salah satu dari teori-teori dasar yang digunakan sebagai alat bantu untuk menentukan batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson*. Selanjutnya akan dijelaskan tentang definisi dan teorema yang terkait dengan fungsi peluang.

Definisi 2.1 Fungsi Peluang Diskrit

Jika X suatu variabel acak diskrit yang mendapat nilai $x_1, x_2, \dots$, maka mempunyai fungsi peluang dari X adalah $p(x_1), p(x_2), \dots$ dengan $p(x_i) = P[X = x_i], i = 1, 2, \dots$ (Dudewicz dan Mishra, 1995:83).

Definisi 2.2 Fungsi Distribusi Peluang

Jika X suatu variabel acak diskrit, maka fungsi distribusinya didefinisikan sebagai:

$$F_X(x) = P[X \leq x], \forall x \in (-\infty, +\infty)$$

(Dudewicz dan Mishra, 1995:82)

Teorema 2.1

Misalkan X suatu variabel acak diskrit. Didefinisikan $Y = g(X)$ untuk suatu fungsi $g(X)$ yang bernilai riil, maka:

$$F_Y(y) = P[Y \leq y] = P[g(X) \leq y] = \sum_{x: g(x) \leq y} p_X(x)$$

$$p_Y(y) = P[Y = y] = P[g(X) = y] = \sum_{x: g(x)=y} p_X(x)$$

(Dudewicz dan Mishra, 1995:133).

Contoh 2.1

Suatu perusahaan elektronik memproduksi 1000 Handphone (HP) setiap harinya, akan tetapi 1% dari hasil produksi tersebut mengalami cacat produk. Berapa peluang maksimal 3 HP mengalami cacat produk?

Penyelesaian

$$\lambda = np = 1000(0,01) = 10$$

$$\begin{aligned} P(X \leq 3) &= \sum_{x=0}^3 \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\ &= \frac{e^{-10} 10^0}{0!} + \frac{e^{-10} 10^1}{1!} + \frac{e^{-10} 10^2}{2!} + \frac{e^{-10} 10^3}{3!} \\ &= 0,0103361 \end{aligned}$$

Contoh 2.2

Diketahui $E[X] = 5$ dan X berdistribusi Poisson, dimana X menyatakan orang yang tiba untuk perawatan di ruang Unit Gawat Darurat (UGD). Berapa peluang setidaknya 4 orang tiba di UGD selama jam tertentu?

Penyelesaian

$$E[X] = \lambda = 5, \text{ sehingga}$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 4) &= 1 - P(X < 4) \\ &= 1 - \sum_{x=0}^3 \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\ &= 1 - \sum_{x=0}^3 \frac{e^{-5} 5^x}{x!} \\ &= 1 - 0,265 \\ &= 0,735 \end{aligned}$$

Definisi 2.3 Distribusi Peluang Diskrit

Himpunan pasangan terurut $(x, p(x))$ merupakan suatu fungsi peluang, fungsi masa peluang atau distribusi peluang variabel acak diskrit X jika untuk setiap kemungkinan hasil x berlaku:

1. $p_x(x) \geq 0$
2. $\sum_x p_x(x) = 1$
3. $P(X = x) = p_x(x)$ (Walpole dan Meyers, 1995:85).

2.2 Ekspektasi dan Variansi

Definisi 2.4 Ekspektasi

Ekspektasi dari suatu variabel acak X didefinisikan sebagai $E[X] = \sum x_i p_x(x_i)$ apabila X diskrit dengan fungsi peluang $p_x(x)$ (Dudewicz dan Mishra, 1995:246).

Teorema 2.2 Sifat-sifat Ekspektasi

Jika X variabel acak diskrit dan c suatu konstanta. Misalkan $g(X)$, $g_1(X)$, dan $g_2(X)$ merupakan fungsi dari X yang mempunyai ekspektasi, maka:

1. $E[c] = c$;
2. $E[cg(X)] = cE[g(X)]$;
3. $E[g_1(X) + g_2(X)] = E[g_1(X)] + E[g_2(X)]$

(Dudewicz dan Mishra, 1995:249)

Bukti:

$$1. \quad E[c] = \sum_{i=1}^n c p_X(x_i)$$

$$= c \sum_{i=1}^n p_X(x_i)$$

$$= c(1)$$

$$= c$$

$$2. \quad E[cg(X)] = \sum_{i=1}^n cg(x_i) p_X(x_i)$$

$$= c \sum_{i=1}^n g(x_i) p_X(x_i)$$

$$= cE[g(X)]$$

$$3. \quad E[g_1(X) + g_2(X)] = \sum_{i=1}^n (g_1(x_i) + g_2(x_i)) p_X(x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^n (g_1(x_i) p_X(x_i) + g_2(x_i) p_X(x_i))$$

$$= \sum_{i=1}^n g_1(x_i) p_X(x_i) + \sum_{i=1}^n g_2(x_i) p_X(x_i)$$

$$= E[g_1(X)] + E[g_2(X)]$$

Definisi 2.5 Momen

Misalkan X suatu variabel acak dengan fungsi distribusi $F(x)$. Momen ke- n (tak terpusat) dari X (bila ekspektasinya ada) adalah $\mu_n = EX^n$ (Dudewicz dan Mishra, 1995:251).

Definisi 2.6 Variansi

Misalkan X suatu variabel acak dengan fungsi distribusi $F(x)$. Momen pusat ke- n dari X (bila ekspektasinya ada) adalah $\mu_n = E[X - E[X]]^n$. Variansi dari X dinyatakan dengan $Var(X)$ atau $\sigma^2(X)$ adalah μ_2 (momen pusat kedua dari X). Sehingga $Var(X) = E[X - E[X]]^2$ (Dudewicz dan Mishra, 1995:252).

Teorema 2.3

Misalkan X suatu variabel acak diskrit dengan fungsi distribusi $F(x)$, maka variansi dari X adalah $\sigma_x^2(X) = E[X^2] - (E[X])^2$ (Walpole dan Meyers, 1995:259).

Bukti:

$$\begin{aligned}
 \sigma_x^2(X) &= \sum_x [X - E[X]]^2 p_X(x) \\
 &= \sum_x [X^2 - 2XE[X] + (E[X])^2] p_X(x) \\
 &= \sum_x X^2 p_X(x) - 2 \sum_x XE[X] p_X(x) + (E[X])^2 \sum_x p_X(x) \\
 &= E[X^2] - 2E[X] \sum_x X p_X(x) + (E[X])^2 (1) \\
 &= E[X^2] - 2E[X]E[X] + (E[X])^2 \\
 &= E[X^2] - 2(E[X])^2 + (E[X])^2 \\
 &= E[X^2] - (E[X])^2
 \end{aligned}$$

2.3 Distribusi Poisson

Misalkan X adalah suatu variabel acak diskrit yang memiliki nilai-nilai $0, 1, 2, \dots$ sehingga fungsi peluang dari X ditentukan oleh:

$$p_X(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

dengan λ adalah suatu konstanta positif yang diketahui. Distribusi ini disebut distribusi Poisson (mengikuti nama S.D. Poisson, yang menemukannya pada awal abad ke-19), dan suatu variabel acak yang memiliki distribusi ini dikatakan terdistribusi Poisson (Herrhyanto dan Gantini, 2009:84).

Teorema 2.4 Parameter Distribusi Poisson

Misalkan X variabel acak diskrit, rata-rata dan variansi distribusi Poisson adalah sebagai berikut:

1. $\mu_X = \lambda$
2. $\sigma_X^2 = \lambda$ (Herrhyanto dan Gantini, 2009:85).

Bukti:

1. Berdasarkan definisi ekspektasi pada variabel acak diskrit, maka:

$$\begin{aligned} \mu_X &= E[X] \\ &= \sum_x x p_X(x) \\ &= \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \\ &= \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-1)!} \end{aligned}$$

Misal $y = x - 1$, sehingga untuk $x = 1$, maka $y = 0$ dan untuk $x = \infty$, maka $y = \infty$. Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 \mu_x &= \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^{y+1} e^{-\lambda}}{y!} \\
 &= \lambda \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!} \\
 &= \lambda(1) \\
 &= \lambda
 \end{aligned}$$

2. Berdasarkan definisi variansi pada variabel acak diskrit, maka:

$$\begin{aligned}
 \sigma_x^2 &= \text{Var}[X] \\
 &= E[X^2] - (E[X])^2 \\
 &= E[X(X-1) + X] - (E[X])^2 \\
 &= E[X(X-1)] + E[X] - (E[X])^2
 \end{aligned}$$

Dan berdasarkan definisi ekspektasi variabel acak diskrit, maka:

$$\begin{aligned}
 E[X(X-1)] &= \sum_x x(x-1)p_x(x) \\
 &= \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \\
 &= \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-2)!}
 \end{aligned}$$

Misal $y = x - 2$, sehingga untuk $x = 2$, maka $y = 0$ dan untuk $x = \infty$, maka $y = \infty$. Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 E[X(X-1)] &= \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^{y+2} e^{-\lambda}}{y!} \\
 &= \lambda^2 \sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!} \\
 &= \lambda^2(1) \\
 &= \lambda^2
 \end{aligned}$$

Maka variansi dari distribusi Poisson adalah sebagai berikut:

$$\sigma^2 = \text{Var}[X] = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda$$

2.4 Fungsi Pembangkit Momen

Definisi 2.7 Fungsi Pembangkit Momen

Fungsi pembangkit momen (f.p.m) dari suatu variabel acak X didefinisikan untuk setiap bilangan riil t sebagai $M_X(t) = E[e^{tX}]$ (Kismiantini dan Himmawati, 2003:4).

Contoh 2.3

Jika X merupakan variabel acak diskrit dan berdistribusi Poisson dengan parameter λ , maka tentukan f.p.m nya.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} M_X(t) &= E[e^{tX}] \\ &= \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^t)^x}{x!} \\ &= e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} \\ &= e^{\lambda(e^t - 1)} \end{aligned}$$

2.5 Deret Taylor

Definisi 2.8 Deret Taylor

Misalkan f dan semua turunannya, $f', f'', f''', \dots$, menerus di dalam selang $[a, b]$. Misalkan $x_0 \in [a, b]$, maka untuk nilai-nilai x di sekitar x_0 dan $x \in [a, b]$, $f(x)$ dapat diperluas (diekspansi) ke dalam deret Taylor (Munir, 2008:18):

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \dots + \frac{(x-x_0)^m}{m!} f^{(m)}(x_0) + \dots \quad (2.1)$$

Kasus khusus adalah bila fungsi $f(x)$ diperluas di sekitar $x_0 = 0$, maka deretnya dinamakan deret Maclaurin, yang merupakan deret Taylor baku.

Contoh 2.4

Diberikan $f(x) = e^x$. Uraikan $f(x) = e^x$ ke dalam deret Maclaurin.

Penyelesaian

Turunan e^x sebagai berikut:

$f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$, $f''(x) = e^x$, $f'''(x) = e^x$, $f^{(4)}(x) = e^x$ dan seterusnya. Deret

Maclaurin dari e^x adalah:

$$\begin{aligned} e^x &= e^{(0)} + \frac{(x-0)}{1!} e^{(0)} + \frac{(x-0)^2}{2!} e^{(0)} + \frac{(x-0)^3}{3!} e^{(0)} + \frac{(x-0)^4}{4!} e^{(0)} + \dots \\ &= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \end{aligned}$$

2.6 Grafik Pengendali

Grafik pengendali merupakan salah satu alat yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi apakah suatu proses berada dalam kendali statistik atau tidak. Secara umum grafik pengendali diklasifikasikan menjadi dua kategori yaitu grafik pengendali variabel dan grafik pengendali atribut. Grafik pengendali variabel digunakan apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam bilangan, sedangkan grafik pengendali atribut menurut Besterfield dalam Ariani (2004:130) digunakan apabila ada pengukuran yang tidak memungkinkan untuk dilakukan misalkan goresan, kesalahan, warna, atau ada bagian yang hilang. Selain itu, atribut digunakan apabila pengukuran dapat dibuat karena alasan waktu, biaya, atau kebutuhan.

Bentuk umum dari grafik pengendali adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= \mu_w + k\sigma_w \\ \text{Garis tengah} &= \mu_w \\ BKB &= \mu_w - k\sigma_w \end{aligned} \quad (2.2)$$

dengan,

BKA : Batas kendali atas

BKB : Batas kendali bawah

w : Statistik sampel yang digunakan sebagai ukuran suatu karakteristik kualitas

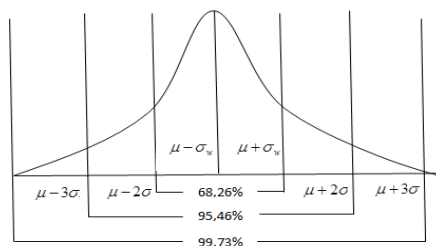
μ_w : Mean dari w

σ_w : Standar deviasi dari w

k : Jarak batas-batas pengendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi

Teori umum grafik pengendali ini pertama kali ditemukan oleh Dr. Walter A. Shewhart, sehingga grafik pengendali yang dikembangkan menurut asas-asas ini sering disebut grafik pengendali Shewhart (Montgomery, 1990:124).

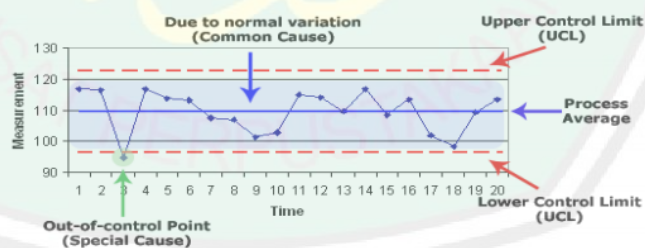
Nilai standar deviasi w diperoleh dari standar deviasi proses yang dibagi dengan akar dari banyaknya sampel yang diambil pada tiap pengamatan. Peran standar deviasi (σ_w) dari suatu distribusi normal mempunyai interpretasi sederhana seperti gambar di bawah ini:



Gambar 2.1 Kurva Normal

Pada gambar di atas dapat dilihat bahwa 68,26% dari nilai-nilai populasi berada antara batas yang didefinisikan oleh *mean* proses yang ditambah dan dikurangi dengan 1 standar deviasi ($\mu_w \pm 1\sigma_w$), 95,46% dari nilai-nilai populasi berada antara batas yang didefinisikan oleh *mean* proses yang ditambah dan dikurangi dengan 2 standar deviasi ($\mu_w \pm 2\sigma_w$), 99,73% dari nilai-nilai populasi berada antara batas yang didefinisikan oleh *mean* proses yang ditambah dan dikurangi dengan 3 standar deviasi ($\mu_w \pm 3\sigma_w$). Jadi dapat dikatakan bahwa standar deviasi itu mengukur jarak pada skala mendatar yang berkaitan dengan batas-batas 68,26%, 95,46%, 99,73%, karena semakin besar nilai k maka semakin kecil nilai kesalahan pada proses produksi. Pada umumnya nilai k yang digunakan adalah 3, sehingga biasa disebut dengan istilah batas pengendali 3 sigma.

Menurut Choeroni (2013:16), contoh grafik pengendali statistik adalah sebagai berikut:



Gambar 2.2 Contoh Grafik Pengendali Statistik

Dari contoh gambar di atas, sumbu vertikal (Y) menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur, sedangkan sumbu horizontal (X) menunjukkan nomor pengamatan (subgrup). Garis biru di tengah merupakan garis tengah yang menunjukkan nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis merah putus-putus merupakan batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah

(BKB) grafik pengendali. Titik-titik yang dihubungkan oleh garis merupakan statisik sampel yang diukur kerakteristik kualitasnya terhadap subgrup.

Proses dianggap tekendali secara statistik jika titik-titik teletak di dalam batas-batas kendali grafik, baik BKA maupun BKB. Akan tetapi jika terdapat titik yang berada di luar batas kendali, baik di atas BKA atau di bawah BKB maka proses dikatakan belum terkendali secara statistik.

2.7 Grafik Pengendali Data Atribut

Grafik pengendali data atribut digunakan ketika karakteristik kualiatas diklasifikasikan ke dalam cacat atau tidak cacat (Montgomery, 1990:142). Secara umum, terdapat dua kelompok besar grafik pengendali kualitas proses statistik untuk data atribut yaitu berdasarkan distribusi Binomial dan berdasarkan distribusi Poisson. Grafik pengendali yang berdasarkan distribusi Binomial merupakan kelompok pengendali unit-unit kecacatan, seperti *p-chart* yang menunjukkan proporsi kecacatan dalam sampel atau sub kelompok. Proporsi diitunjukkan dengan bagian atau persen. Grafik pengendali lain adalah yang menunjukkan banyaknya kecacatan (*np-chart*). Kelompok selanjutnya adalah grafik pengendali yang berdasarkan distribusi Poisson yaitu grafik pengendali *c* (*c-chart*) dan grafik pengendali *u* (*u-chart*).

2.8 Grafik Pengendali c-Univariat

Grafik pengendali c-Univariat merupakan bagian dari grafik pengendali data atribut yang berdasarkan distribusi Poisson. Grafik pengendali c-Univariat menunjukkan bagian kecacatan dalam unit yang diamati (Ariani, 2004:131).

Misalkan cacat yang terjadi dalam unit pemeriksaan berdistribusi Poisson, yaitu (Montgomery, 1990:169):

$$p_x(x) = \frac{e^{-c} c^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

dengan x adalah banyaknya kecacatan dan $c > 0$ adalah parameter distribusi Poisson tersebut, *mean* dan variansi distribusi Poisson adalah parameter c , maka grafik pengendali untuk kecacatan dengan 3-sigma adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= c + 3\sqrt{c} \\ \text{Garis tengah} &= c \\ BKB &= c - 3\sqrt{c} \end{aligned} \quad (2.3)$$

dengan anggapan nilai standar deviasi untuk c ada. Jika nilai BKB bernilai negatif, maka diambil BKB = 0.

Jika nilai standar deviasi untuk c tidak diberikan, maka c dapat ditaksir dengan banyak kecacatan rata-rata yang diamati dalam sampel pendahuluan unit pemeriksaan, dimisalkan sebagai $\bar{c}$. Sehingga grafik pengendali c (c -chart) adalah sebagai berikut (Montgomery, 1990:170):

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\ \text{Garis tengah} &= \bar{c} \\ BKB &= \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.9 Analisis Korelasi

Korelasi pada dasarnya adalah menggambarkan derajat hubungan antar variabel. Korelasi berupa derajat atau kedalaman hubungan fungsional yang menjelaskan hubungan antar variabel, dinyatakan dengan angka sebuah angka yang dinamakan koefisien korelasi dan sering disimbolkan dengan r atau ρ .

Untuk mencari koefisien korelasi dapat dihitung dengan berbagai formulasi sebagai berikut (Sudjana, 2002:370):

$$r_{xy} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (2.5)$$

dengan,

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} \text{ dan } \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$$

dimana :

- r : Koefisien korelasi
- X : Variabel bebas
- Y : Variabel terikat
- n : Banyaknya data
- $\bar{X}$: Rata-rata variabel bebas
- $\bar{Y}$: Rata-rata variabel terikat

Korelasi Product Momen dilambangkan (r) dengan ketentuan nilai r tidak lebih dari $(-1 \leq r \leq 1)$. Apabila $r = 1$ artinya korelasi negatif sempurna, $r = 0$ artinya tidak terdapat korelasi dan $r = 1$ berarti korelasinya positif sempurna (sangat kuat) (Riduwan, 2004:260).

Uji hipotesis adalah suatu cara menggunakan data sampel untuk mengevaluasi kebenaran hipotesis dari populasi. Dalam statistika kita mengenal dua macam hipotesis, yaitu hipotesis nol (H_0) dan hipotesis alternatif (H_1) (Turmudi dan Harini, 2008:247). H_0 menyatakan tidak terdapat hubungan yang signifikan antara variabel X dan Y , sedangkan H_1 menyatakan terdapat

hubungan yang signifikan antara variabel X dan Y . Jika dituliskan dengan simbol statistik, maka:

- a. $H_0 : r = 0$
- b. $H_1 : r \neq 0$

Sedangkan kriteria untuk pengambilan keputusan adalah dengan melakukan statistik uji dengan membandingkan antara nilai p -value dengan α (taraf signifikansi). p -value adalah peluang mendapatkan uji statistik sebagai salah satu yang benar-benar diamati, dengan asumsi bahwa hipotesis H_0 bernilai benar. Ketika nilai $p\text{-value} < \alpha$ maka H_0 ditolak. Jika H_0 ditolak hasilnya dikatakan signifikan secara statistik dan berlaku untuk sebaliknya, yaitu ketika nilai $p\text{-value} > \alpha$ maka H_0 diterima.

2.10 Kajian Agama

Allah menciptakan umat manusia dengan 2 sifat yang berbeda, yaitu manusia yang baik dan manusia buruk. Kedua sifat tersebut yang nantinya akan menentukan nasib mereka pada hari pembalasan. Manusia yang baik maka dia akan selalu menaati perintah Allah dan berusaha untuk menjauhi larangan-Nya. Sebaliknya, manusia yang buruk akan selalu meninggalkan perintahnya dan melaksanakan larangan-Nya.

Salah satu perintah Allah terhadap kaum muslimin adalah perintah untuk mengeluarkan zakat. Hal ini terdapat dalam al-Quran surat al-Baqarah/2:43 sebagai berikut:

وَأَقِيمُوا الصَّلَاةَ وَآتُوا الزَّكَاةَ وَارْكَعُوا مَعَ الرَّاكِعِينَ ﴿٤٣﴾

“Dan dirikanlah shalat, tunaikanlah zakat dan ruku'lah beserta orang-orang yang ruku” (QS. al-Baqarah/2: 43).

Shalat dan zakat merupakan perintah Allah yang wajib dilaksanakan bagi orang-orang muslim. Barang siapa yang tidak melaksanakannya, maka mereka termasuk golongan orang-orang yang ingkar (manusia yang buruk). Pada potongan ayat yang artinya *“tunaikanlah zakat”* sudah jelas bahwa zakat diwajibkan atas orang-orang muslim baik orang dewasa maupun anak-anak, tidak diwajibkan atas bukan muslim. Zakat menurut arti bahasa adalah berkembang dan juga pensucian. Sedangkan menurut istilah syar'i adalah sejumlah tertentu yang wajib dikeluarkan dari harta tertentu pula. Zakat ini dikeluarkan untuk menyucikan harta dari keharaman dan menyucikan diri kita dari sifat bakhil (kikir) agar terhindar dari dosa dan menjadi hamba Allah yang baik.

Zakat dibagi menjadi dua bagian, yaitu zakat fitrah dan zakat maal (harta benda). Zakat fitrah dikeluarkan pada malam terakhir bulan Ramadhan, paling lambat sebelum matahari terbit pada awal bulan Syawal. Zakat ini dikeluarkan untuk menyucikan diri dari dosa-dosa yang telah diperbuat, sehingga setelah mengeluarkan zakat fitrah, dosa-dosa semua umat muslim dicuci agar kembali suci seperti bayi yang baru lahir. Sedangkan zakat maal dikeluarkan ketika harta benda yang dimiliki sudah mencapai nishab dan mencapai 1 tahun (haul). Adapun harta benda yang wajib dikeluarkan zakatnya adalah sebagai berikut:

1. Binatang ternak seperti unta, sapi dan kambing.
2. Tanaman (hasil pertanian) dan buah-buahan.
3. *Nuqud* atau mata uang (emas dan perak).
4. Harta perdagangan.

Seperti halnya pada bab sebelumnya, zakat merupakan bentuk pengendalian Allah terhadap orang-orang yang kurang mampu agar tercipta keseimbangan hidup antara orang kaya (mampu) dan orang miskin (kurang mampu). Seperti halnya terdapat pada sebuah hadits bahwa sesungguhnya Nabi Muhammad Saw. mengutus Mu'adz ke Yaman, maka beliau bersabda:

“Beritahukanlah kepada mereka bahwa Allah Swt. telah mewajibkan atas mereka zakat yang diambil dari orang-orang kaya di antara mereka untuk kemudian dikembalikan kepada orang-orang fakir di antara mereka.”

Zakat adalah fardu ain atas setiap umat Islam. Pada zakat terdapat nishab sebagai syarat pengeluarannya serta telah mencapai satu tahun (haul). Apabila zakat telah diwajibkan dalam harta umat Islam maka kewajiban tersebut tidak akan pernah berhenti. Adapun siapa saja yang berhak menerima zakat ini telah ditentukan sendiri oleh Allah Swt. Pada bab sebelumnya telah disinggung tentang orang-orang yang berhak menerima zakat yaitu ada 8 golongan antara lain:

1. Fakir.
2. Miskin.
3. Pengurus-pengurus zakat (amil).
4. Muallaf (orang yang baru masuk Islam).
5. Hamba sahaya (budak yang dimerdekakan).
6. Orang yang berhutang.
7. Sabilillah (orang yang berjuang di jalan Allah).
8. Ibnu sabil (orang yang sedang dalam perjalanan untuk kebaikan).

Tujuan zakat selain untuk mencari ridha Allah dan menyucikan harta, juga dapat meningkatkan kesejahteraan masyarakat jika zakat tersebut dilaksanakan dengan penuh kesadaran dan tanggung jawab.

Jika dikaitkan dengan kasus pengendalian kualitas statistik, maka peneliti menginterpretasikan zakat sebagai bentuk pengendali terhadap golongan orang-orang yang kurang mampu untuk mencapai keseimbangan dan kesejahteraan hidup manusia. Adapun delapan golongan yang wajib menerima zakat itu diasumsikan sebagai variabel multivariat. Tidak menutup kemungkinan beberapa dari delapan golongan yang tersebut di atas saling mempunyai hubungan keeratan, misalkan pada golongan orang-orang fakir dan miskin, mereka sama-sama kaum yang lemah, yang masih kekurangan untuk memenuhi kebutuhan hidup mereka dan keluarga mereka. Akan tetapi masing-masing golongan tersebut juga memiliki karakteristik yang berbeda-beda sehingga dapat digolongkan menjadi delapan golongan tersebut. Seperti halnya pada kasus grafik pengendali *Multivariate Poisson* yang diterapkan pada data multivariat atribut dan terdapat korelasi (hubungan) antar variabelnya serta berdistribusi Poisson pada masing-masing variabel karakteristiknya, maka dalam Islam juga terdapat zakat yang digunakan sebagai alat pengendalian untuk orang-orang fakir, miskin dan lain-lain seperti yang disebutkan sebelumnya.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kuantitatif dengan bantuan studi literatur yang dilakukan dengan cara mengkaji buku-buku yang berkaitan dengan penelitian kuantitatif, dan juga studi kasus terkait monitoring proses produksi. Dalam studi kasus ini peneliti mengambil sampel penelitian tentang kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED). Untuk mengendalikan proses produksi tersebut, maka peneliti menggunakan metode grafik pengendali *Multivariate Poisson* untuk mengetahui apakah proses produksi tersebut dalam keadaan terkendali secara statistik atau tidak.

3.2 Variabel Penelitian

Penelitian ini menggunakan variabel atribut dengan 3 variabel karakteristik kualitas data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial yaitu jenis cacat *Particles* (X_1), *Micropits* (X_2) dan *Microcracks* (X_3).

3.3 Jenis dan Sumber Data

Pada penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED). Data yang digunakan berupa data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED) yang terdiri dari 3 variabel karakteristik kualitas yang masing-masing

variabelnya berdistribusi Poisson dan terdiri dari 50 pengamatan pada tiap-tiap variabelnya. Data ini diambil dari jurnal internasional yang ditulis oleh Busaba Laungrungrong pada tahun 2010 yang berjudul “*Multivariate Charts for Multivariate Poisson-Distributed Data*”

3.4 Struktur Data

Adapun struktur data pada grafik pengendali Trivariat Poisson diuraikan pada tabel berikut:

Tabel 3.1 Struktur Data Grafik Pengendali Trivariat Poisson pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial

Pengamatan (i)	Variabel Karakteristik (j)			Statistik D_i
	<i>Particles</i>	<i>Micropits</i>	<i>Microcracks</i>	
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	D_1
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	D_2
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	D_3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
50	X_{501}	X_{502}	X_{503}	D_{50}
	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_3$	

Keterangan:

X_{ij} = Banyaknya cacat variabel karakteristik ke- j pada pengamatan ke- i

$\bar{X}_1$ = Rata-rata sampel banyaknya cacat variabel *Particles*

$\bar{X}_2$ = Rata-rata sampel banyaknya cacat variabel *Micropits*

$\bar{X}_3$ = Rata-rata sampel banyaknya cacat variabel *Microcracks*

D_i = Jumlah total cacat dari seluruh variabel karakteristik pada pengamatan ke- i

Sedangkan untuk struktur data grafik pengendali c-Univariat diuraikan pada tabel berikut ini:

Tabel 3.2 Struktur Data Grafik Pengendali c-Univariat pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial

Pengamatan (<i>i</i>)	Variabel Karakteristik (<i>j</i>)		
	<i>Particles</i>	<i>Micropits</i>	<i>Microcracks</i>
1	c_{11}	c_{12}	c_{13}
2	c_{21}	c_{22}	c_{23}
3	c_{31}	c_{32}	c_{33}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
50	c_{501}	c_{502}	c_{503}
	$\bar{c}_1$	$\bar{c}_2$	$\bar{c}_3$

Keterangan:

$\bar{c}_{i1}$ = Rata-rata banyaknya cacat variabel *Particles*

$\bar{c}_{i2}$ = Rata-rata banyaknya cacat variabel *Micropits*

$\bar{c}_{i3}$ = Rata-rata banyaknya cacat variabel *Microcracks*

3.5 Metode Analisis

Adapun langkah-langkah dalam melakukan analisis data pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Pembentukan rumus batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson*.

Pembentukan rumus batas kendali ini melalui beberapa tahap sebagai berikut:

- a. Mendefinisikan statistik sampel karakteristik kualitas (*D*).
 - b. Menentukan fungsi peluang statistik sampel *D*.
 - c. Menentukan batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson*.
2. Grafik pengendali c-Univariat masing-masing variabel pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED).

3. Penerapan grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED).

Pada tahap penerapan ini terdapat langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Menghitung nilai korelasi antar variabel.

Data yang telah diperoleh terlebih dahulu dihitung nilai korelasi antar variabel karakteristik kualitasnya. Dalam perhitungan nilai korelasi ini menggunakan persamaan (2.5), akan tetapi untuk proses perhitungannya menggunakan bantuan program SPSS 16.

- b. Melakukan uji distribusi Poisson dengan melakukan uji Kolmogorov-Smirnov dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Data sampel hasil observasi berdistribusi Poisson

H_1 : Data sampel hasil observasi tidak berdistribusi Poisson

Dengan statistik uji 1-sampel Kolmogorov-Smirnov dengan taraf signifikansi α sebesar 0,05. Sedangkan kriteria untuk pengambilan keputusan adalah dengan membandingkan antara nilai *significant value* dengan α . Jika nilai *significant value* $\leq \alpha$ maka H_0 ditolak, sebaliknya jika *significant value* $\geq \alpha$ maka H_0 diterima. Dengan kata lain data berasal dari populasi yang berdistribusi Poisson. Dalam perhitungan nilai Kolmogorov-Smirnov ini menggunakan bantuan program SPSS 16.

- c. Menghitung nilai statistik sampel D dari data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial.
- d. Menghitung nilai BKB dan BKA grafik pengendali *Multivariate Poisson*
- Dalam perhitungan nilai batas kendali tersebut menggunakan bantuan program MATLAB.

- e. Membuat plot statistik sampel D pada grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan batas kendali yang telah dihitung.

Plot data dilakukan dengan menggunakan bantuan *Microsoft Excel*.

- f. Analisis grafik pengendali *Multivariate Poisson*.

Melakukan analisis terhadap hasil grafik yang terbentuk. Dalam hal ini dilihat secara grafis mengenai titik-titik yang berada di dalam (*in control*) dan di luar batas kendali (*out of control*) pada grafik pengendali tersebut.

4. Membuat kesimpulan.

Pada tahap ini dapat disimpulkan terkait batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan 3 variabel yang terbentuk dan hasil penerapan grafik pengendali *Multivariate Poisson* serta grafik pengendali c-Univariat pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur LED.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Pembentukan Grafik Pengendali *Multivariate Poisson*

Pada subbab ini, peneliti akan membahas tentang penurunan rumus untuk menentukan batas pengendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan 3 variabel karakteristik kualitas. Terdapat beberapa proses untuk memperoleh batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* yaitu dengan mendefinisikan statistik sampel karakteristik kualitas yang digunakan, kemudian menentukan fungsi peluang dari statistik sampel karakteristik kualitas tersebut dan selanjutnya menentukan batas kendali dari grafik pengendali *Multivariate Poisson*.

4.1.1 Pendefinisian Statistik Sampel Karakteristik Kualitas (D)

Sebelum menentukan batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson*, maka langkah pertama yang dilakukan adalah dengan mendefinisikan statistik sampel yang akan digunakan. Dalam hal ini peneliti melambangkan D sebagai karakteristik kualitas, sehingga dapat ditulis dengan statistik sampel D .

Diberikan variabel X_j yang merupakan jumlah cacat berdasarkan karakteristik kualitas $j, (j=1,2,3)$. Diasumsikan data $X = (X_1, X_2, X_3)$ dan masing-masing X_j berdistribusi Poisson dengan rata-rata λ_j dan kovarian antar variabelnya adalah θ , maka didefinisikan nilai statistik sampel D sebagai jumlahan dari semua nilai $X_j, j=1,2,3$

$$D = \sum_{j=1}^3 X_j, j=1,2,3 \quad (4.1)$$

4.1.2 Penentuan Fungsi Peluang Statistik Sampel D

Untuk mendapatkan fungsi peluang statistik sampel D pada persamaan (4.1) di atas, maka perlu didefinisikan fungsi pembangkit momen (f.p.m) dari statistik sampel D . Akan tetapi sebelum mendefinisikan f.p.m tersebut, maka terlebih dahulu akan dibahas tentang definisi dari Trivariat Poisson sebagai berikut:

Definisi 4.1 Trivariat Poisson

Menurut Loukas dan Papageorgiou (1991:433) vektor acak (X_1, X_2, X_3) dikatakan berdistribusi Trivariat Poisson dengan parameter-parameter $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ jika:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X'_1 + U \\ X_2 &= X'_2 + U \\ X_3 &= X'_3 + U \end{aligned} \right\} \text{berdistribusi Poisson} \quad (4.2)$$

dengan X'_1, X'_2, X'_3 dan U adalah variabel Poisson yang saling bebas dengan parameter $\lambda_1 - \theta, \lambda_2 - \theta, \lambda_3 - \theta$ dan θ .

Teorema 4.1 Ekspektasi dan Kovariansi Trivariat Poisson

Ekspektasi dan kovariansi dari Trivariat Poisson adalah:

1. $E(X_1) = \lambda_1, E(X_2) = \lambda_2, E(X_3) = \lambda_3$
2. $\text{cov}(X_1, X_2) = \text{cov}(X_1, X_3) = \text{cov}(X_2, X_3) = \theta$

(Loukas dan Papageorgiou, 1991:433).

Bukti:

1. Berdasarkan definisi Trivariat Poisson pada persamaan (4.2) diperoleh:

$$\begin{aligned}
E(X_1) &= E(X'_1 + U) \\
&= E(X'_1) + E(U) \\
&= E(\lambda_1 - \theta) + E(\theta) \\
&= \lambda_1 - \theta + \theta \\
&= \lambda_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(X_2) &= E(X'_2 + U) \\
&= E(X'_2) + E(U) \\
&= E(\lambda_2 - \theta) + E(\theta) \\
&= \lambda_2 - \theta + \theta \\
&= \lambda_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(X_3) &= E(X'_3 + U) \\
&= E(X'_3) + E(U) \\
&= E(\lambda_3 - \theta) + E(\theta) \\
&= \lambda_3 - \theta + \theta \\
&= \lambda_3
\end{aligned}$$

2. Dalam hal ini akan dibuktikan :

$$\begin{aligned}
\text{a. } \text{cov}(X_1, X_2) &= E[X_1 X_2] - E[X_1]E[X_2] \\
&= E[(X'_1 + U)(X'_2 + U)] - \lambda_1 \lambda_2 \\
&= E[X'_1 X'_2 + X'_1 U + X'_2 U + U^2] - \lambda_1 \lambda_2 \\
&= E[X'_1 X'_2] + E[X'_1 U] + E[X'_2 U] + E[U^2] - \lambda_1 \lambda_2 \quad (4.3)
\end{aligned}$$

Pandang $E[X'_1 X'_2]$ pada persamaan (4.3) di atas, karena X'_1 , X'_2 dan U merupakan variabel Poisson yang saling bebas dengan parameter $\lambda_1 - \theta$, $\lambda_2 - \theta$ dan θ , maka:

$$\begin{aligned}
\text{cov}[X'_1 X'_2] &= E[X'_1 X'_2] - E[X'_1]E[X'_2] \\
0 &= E[X'_1 X'_2] + E[X'_1]E[X'_2] \\
E[X'_1 X'_2] &= E[X'_1]E[X'_2] \quad (4.4)
\end{aligned}$$

dengan cara yang sama, dapat diperoleh $E[X_1'U] = E[X_1']E[U]$ dan

$E[X_2'U] = E[X_2']E[U]$. Sehingga persamaan (4.3) dapat ditulis sebagai

berikut:

$$\begin{aligned} \text{cov}(X_1, X_2) &= E[X_1']E[X_2'] + E[X_1']E[U] + E[X_2']E[U] + E[U^2] - \lambda_1\lambda_2 \\ &= (\lambda_1 - \theta)(\lambda_2 - \theta) + (\lambda_1 - \theta)\theta + (\lambda_2 - \theta)\theta + \theta^2 + \theta - \lambda_1\lambda_2 \\ &= \lambda_1\lambda_2 - \lambda_1\theta - \lambda_2\theta + \theta^2 + \lambda_1\theta - \theta^2 + \lambda_2\theta - \theta^2 + \theta^2 + \theta - \lambda_1\lambda_2 \\ &= \theta \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \text{cov}(X_1, X_3) &= E[X_1X_3] - E[X_1]E[X_3] \\ &= E[(X_1' + U)(X_3' + U)] - \lambda_1\lambda_3 \\ &= E[X_1'X_3' + X_1'U + X_3'U + U^2] - \lambda_1\lambda_3 \\ &= E[X_1'X_3'] + E[X_1'U] + E[X_3'U] + E[U^2] - \lambda_1\lambda_3 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Pandang $E[X_1'X_3']$ pada persamaan (4.6) di atas, karena X_1' , X_3' dan U merupakan variabel Poisson yang saling bebas dengan parameter $\lambda_1 - \theta$, $\lambda_3 - \theta$ dan θ , maka:

$$\begin{aligned} \text{cov}[X_1'X_3'] &= E[X_1'X_3'] - E[X_1']E[X_3'] \\ 0 &= E[X_1'X_3'] + E[X_1']E[X_3'] \\ E[X_1'X_3'] &= E[X_1']E[X_3'] \end{aligned} \quad (4.7)$$

dengan cara yang sama, dapat diperoleh $E[X_1'U] = E[X_1']E[U]$ dan

$E[X_3'U] = E[X_3']E[U]$. Sehingga persamaan (4.6) dapat ditulis sebagai

berikut:

$$\begin{aligned} \text{cov}(X_1, X_3) &= E[X_1']E[X_3'] + E[X_1']E[U] + E[X_3']E[U] + E[U^2] - \lambda_1\lambda_3 \\ &= (\lambda_1 - \theta)(\lambda_3 - \theta) + (\lambda_1 - \theta)\theta + (\lambda_3 - \theta)\theta + \theta^2 + \theta - \lambda_1\lambda_3 \\ &= \lambda_1\lambda_3 - \lambda_1\theta - \lambda_3\theta + \theta^2 + \lambda_1\theta - \theta^2 + \lambda_3\theta - \theta^2 + \theta^2 + \theta - \lambda_1\lambda_3 \\ &= \theta \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned}
\text{c. } \text{cov}(X_2, X_3) &= E[X_2 X_3] - E[X_2]E[X_3] \\
&= E[(X'_2 + U)(X'_3 + U)] - \lambda_2 \lambda_3 \\
&= E[X'_2 X'_3 + X'_2 U + X'_3 U + U^2] - \lambda_2 \lambda_3 \\
&= E[X'_2 X'_3] + E[X'_2 U] + E[X'_3 U] + E[U^2] - \lambda_2 \lambda_3 \quad (4.9)
\end{aligned}$$

Pandang $E[X'_2 X'_3]$ pada persamaan (4.9) di atas, karena X'_2 , X'_3 dan U merupakan variabel Poisson yang saling bebas dengan parameter $\lambda_2 - \theta$, $\lambda_3 - \theta$ dan θ , maka:

$$\begin{aligned}
\text{cov}[X'_2 X'_3] &= E[X'_2 X'_3] - E[X'_2]E[X'_3] \\
0 &= E[X'_2 X'_3] + E[X'_2]E[X'_3] \\
E[X'_2 X'_3] &= E[X'_2]E[X'_3] \quad (4.10)
\end{aligned}$$

dengan cara yang sama, dapat diperoleh $E[X'_2 U] = E[X'_2]E[U]$ dan $E[X'_3 U] = E[X'_3]E[U]$. Sehingga persamaan (4.9) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\text{cov}(X_2, X_3) &= E[X'_2]E[X'_3] + E[X'_2]E[U] + E[X'_3]E[U] + E[U^2] - \lambda_2 \lambda_3 \\
&= (\lambda_2 - \theta)(\lambda_3 - \theta) + (\lambda_2 - \theta)\theta + (\lambda_3 - \theta)\theta + \theta^2 + \theta - \lambda_2 \lambda_3 \\
&= \lambda_2 \lambda_3 - \lambda_2 \theta - \lambda_3 \theta + \theta^2 + \lambda_2 \theta - \theta^2 + \lambda_3 \theta - \theta^2 + \theta^2 + \theta - \lambda_2 \lambda_3 \\
&= \theta \quad (4.11)
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.1) dan persamaan (4.2), maka bentuk lain dari statistik sampel D adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
D &= (X_1 + X_2 + X_3) \\
&= (X'_1 + U) + (X'_2 + U) + (X'_3 + U) \\
&= ([X'_1 + X'_2 + X'_3] + 3U) \quad (4.12)
\end{aligned}$$

Sehingga, f.p.m dari statistik sampel D pada persamaan (4.12) adalah:

$$M_D(t) = E[\exp(tD)]$$

misalkan $s = \exp(t)$, maka $M_D(t)$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} M_D(t) &= G_D(s) \\ &= E[s^D] \\ &= E[s^{(X_1 + X_2 + X_3)}] \\ &= E[s^{(X_1' + X_2' + X_3' + 3U)}] \\ &= E[s^{X_1'} s^{X_2'} s^{X_3'} s^{3U}] \end{aligned} \quad (4.13)$$

karena X_1', X_2', X_3' dan U merupakan variabel Poisson yang saling bebas, maka persamaan (4.13) dapat ditulis sebagai berikut:

$$G_D(s) = E[s^{X_1'}] E[s^{X_2'}] E[s^{X_3'}] E[s^{3U}] \quad (4.14)$$

Pandang $E[s^{X_1'}] = E[\exp(tX_1')]$ pada persamaan (4.14) sebagai f.p.m dari X_1' ,

karena $X_1' \sim POI(\lambda_1 - \theta)$ maka $f(x_1') = \frac{\exp\{-(\lambda_1 - \theta)\}(\lambda_1 - \theta)^{x_1'}}{x_1'!}$, $x_1' = 0, 1, 2, \dots$

sehingga f.p.m nya adalah $M_{X_1'}(t) = E[\exp(tX_1')]$. Dengan memisalkan

$\exp(t) = s$ maka:

$$M_{X_1'}(t) = G_{X_1'}(s)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{x_1'} s^{x_1'} f(x_1') \\ &= \sum_{x_1'=0}^{\infty} s^{x_1'} \frac{\exp\{-(\lambda_1 - \theta)\}(\lambda_1 - \theta)^{x_1'}}{x_1'!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \exp\{-(\lambda_1 - \theta)\} + s \frac{\exp\{-(\lambda_1 - \theta)\}(\lambda_1 - \theta)}{1!} + \\
&\quad s^2 \frac{\exp\{-(\lambda_1 - \theta)\}(\lambda_1 - \theta)^2}{2!} + s^3 \frac{\exp\{-(\lambda_1 - \theta)\}(\lambda_1 - \theta)^3}{3!} + \dots \\
&= \exp\{-(\lambda_1 - \theta)\} \left\{ 1 + \frac{s(\lambda_1 - \theta)}{1!} + \frac{s^2(\lambda_1 - \theta)^2}{2!} + \frac{s^3(\lambda_1 - \theta)^3}{3!} + \dots \right\} \\
&= \exp\{-(\lambda_1 - \theta)\} \left\{ 1 + \frac{s(\lambda_1 - \theta)}{1!} + \frac{[s(\lambda_1 - \theta)]^2}{2!} + \frac{[s(\lambda_1 - \theta)]^3}{3!} + \dots \right\} \quad (4.15)
\end{aligned}$$

Berdasarkan deret Maclaurin pada contoh 2.4, maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
M_{x_1'}(t) &= \exp\{-(\lambda_1 - \theta)\} \exp\{s(\lambda_1 - \theta)\} \\
&= \exp\{-(\lambda_1 - \theta) + s(\lambda_1 - \theta)\} \\
&= \exp\{-\lambda_1 + \theta + s\lambda_1 - s\theta\} \\
&= \exp\{(\lambda_1 - \theta)(s - 1)\} \quad (4.16)
\end{aligned}$$

dengan cara yang sama, dapat diperoleh $E[s^{x_2'}] = \exp\{(\lambda_2 - \theta)(s - 1)\}$,

$E[s^{x_3'}] = \exp\{(\lambda_3 - \theta)(s - 1)\}$ dan $E[s^{3u}] = \exp\{\theta(s^3 - 1)\}$. Kemudian substi-

tusikan ke persamaan (4.14) diperoleh:

$$\begin{aligned}
G_D(s) &= \exp\{(\lambda_1 - \theta)(s - 1)\} \exp\{(\lambda_2 - \theta)(s - 1)\} \exp\{(\lambda_3 - \theta)(s - 1)\} \exp\{\theta(s^3 - 1)\} \\
&= \exp\{(\lambda_1 - \theta)(s - 1) + (\lambda_2 - \theta)(s - 1) + (\lambda_3 - \theta)(s - 1) + \theta(s^3 - 1)\} \quad (4.17)
\end{aligned}$$

dimana $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0, 0 < \theta \leq \min(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$.

Persamaan (4.17) di atas merupakan bentuk f.p.m dari statistik sampel D .

Setelah f.p.m dari statistik sampel D diperoleh, maka dapat digunakan untuk

menentukan peluang dari statistik sampel D atau dapat dituliskan dengan $P(D = d)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 G_D(s) &= E[s^D] \\
 &= \sum_{d=0}^{\infty} P(D = d) s^d \\
 &= \exp\{(\lambda_1 - \theta)(s-1) + (\lambda_2 - \theta)(s-1) + (\lambda_3 - \theta)(s-1) + \theta(s^3 - 1)\} \\
 &= \exp\{(\lambda_1 - \theta + \lambda_2 - \theta + \lambda_3 - \theta)(s-1) + \theta(s^3 - 1)\} \\
 &= \exp\{(-\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + 3\theta) + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)s + \theta s^3 - \theta\} \\
 &= \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta) + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)s + \theta s^3\} \\
 &= \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta)\} \exp\{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)s\} \exp\{\theta s^3\} \quad (4.18)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan deret Maclaurin, persamaan (4.18) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 G_D(s) &= \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta)\} \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)^j s^j}{j!} \right) \left(\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\theta^i}{i!} s^{3i} \right) \\
 &= \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta)\} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)^j}{j!} \frac{\theta^i}{i!} s^{j+3i}
 \end{aligned}$$

misal $d = j + 3i$, maka $j = d - 3i$ sehingga:

$$G_D(s) = \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta)\} \sum_{d=3i}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)^{d-3i}}{(d-3i)!} \frac{\theta^i}{i!} s^d \quad (4.19)$$

Berdasarkan persamaan (4.19) di atas, maka dapat diperoleh peluang statistik sampel D sebagai berikut:

$$P(D = d) = \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta)\} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)^{d-3i}}{(d-3i)!} \frac{\theta^i}{i!}$$

supaya $d - 3i > 0$, maka peluang statistik D , $P(D = d)$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$P(D = d) = \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta)\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \quad (4.20)$$

$$d = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Persamaan (4.20) di atas merupakan bentuk fungsi peluang statistik sampel D untuk tiga variabel karakteristik kualitas.

4.1.3 Penentuan Batas Kendali Grafik Pengendali *Multivariate Poisson*

Penentuan batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* didasarkan pada fungsi peluang statistik sampel D yang telah diperoleh pada persamaan (4.20) dan membandingkannya dengan nilai kesalahan (α). Pemilihan nilai α ini didasarkan pada nilai k yang merupakan jarak batas-batas pengendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi. Karena semakin besar nilai k maka semakin kecil nilai kesalahan pada proses produksi, sehingga nilai k yang dipilih adalah dengan $k = 3$ atau dengan kata lain dipilih batas pengendali dengan 3 sigma.

Batas pengendali dengan 3 sigma menerangkan bahwa 99,73% atau 0,9973 dari nilai-nilai populasi berada antara batas yang didefinisikan oleh *mean* proses yang ditambah dan dikurangi dengan 3 standar deviasi, nilai 99,73% ini merupakan selang kepercayaan untuk grafik pengendali 3 sigma, sehingga nilai kesalahan α yang digunakan adalah 0,27% atau sebesar 0,0027. Karena batas

kendali terdiri dari Batas Kendali Bawah (BKB) dan Batas Kendali Atas (BKA), maka nilai kesalahan yang digunakan adalah $\frac{\alpha}{2}$ yang setara dengan 0,00135.

Berdasarkan fungsi peluang statistik sampel D , maka batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan 3 variabel karakteristik dapat ditentukan dengan mengambil nilai jumlahan dari fungsi peluang statistik sampel D yang terdekat dengan nilai $\frac{\alpha}{2}$ yang setara dengan 0,00135 atau dapat dituliskan dengan $P(D \leq d) \approx 0,00135$ dan $P(D \geq d) \approx 0,00135$. Dengan demikian BKB dan BKA dapat dipenuhi pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned} P(D < BKB) &= \sum_{d=0}^{BKB} P(D = d) \\ &= \sum_{d=0}^{BKB} \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta)\} \sum_{i=0}^{d/3} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \quad (4.21)$$

dan

$$\begin{aligned} P(D > BKA) &= 1 - P(D \leq BKA) \\ &= 1 - \sum_{d=0}^{BKA-1} P(D = d) \\ &= 1 - \sum_{d=0}^{BKA-1} \exp\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 2\theta)\} \sum_{i=0}^{d/3} \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3\theta)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Jika nilai dari parameter-parameter $\lambda_j, j=1,2,3$ tidak diketahui, maka nilai tersebut dapat ditaksir dengan nilai rata-rata dari masing-masing variabel karakteristik kualitas $(\bar{X}_j, j=1,2,3)$. Sehingga BKB dan BKA grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada persamaan (4.21) dan (4.22) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& P(D < BKB) \\
&= \sum_{d=0}^{BKB} P(D = d) \\
&= \sum_{d=0}^{BKB} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{d/3} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

dan

$$\begin{aligned}
& P(D > BKA) \\
&= 1 - P(D \leq BKA) \\
&= 1 - \sum_{d=0}^{BKA-1} P(D = d) \\
&= 1 - \sum_{d=0}^{BKA-1} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{d/3} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)! i!} \leq \frac{\alpha}{2}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

4.2 Grafik Pengendali c-Univariat Masing-masing Variabel pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur *Light Emitting Diode* (LED)

a. Penerapan Grafik Pengendali c-Univariat Variabel *Particles*

Dari data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial variabel *Particles* belum diketahui nilai standar deviasinya, maka nilai c dapat ditaksir dengan banyak kecacatan rata-rata yang diamati atau ditulis dengan $\bar{c}$. Perhitungan nilai $\bar{c}$ untuk variabel *Particles* data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial adalah sebagai berikut:

$$\bar{c}_{Particles} = \frac{\sum_{i=0}^{50} c_{i1}}{50} = \frac{6+7+\dots+5}{50} = 3,44$$

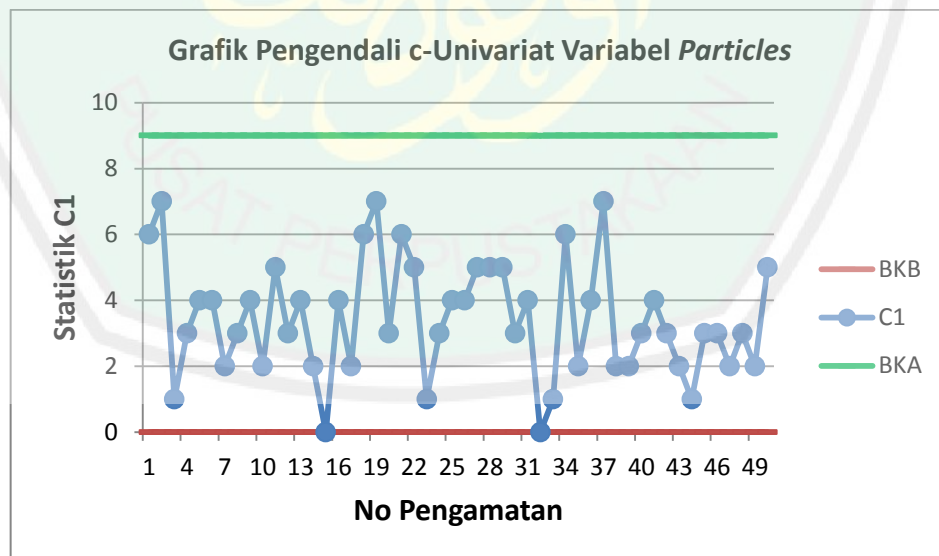
Berdasarkan perhitungan nilai $\bar{c}$ di atas, maka selanjutnya dapat dihitung batas kendali grafik pengendali c-Univariat untuk variabel *Particles* melalui persamaan (2.4) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 BKB &= \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \\
 &= 3,44 - 3\sqrt{3,44} \\
 &= 3,44 - 5,56 \\
 &= -2,12
 \end{aligned}$$

Karena nilai BKB bernilai negatif, maka nilai BKB ditetapkan 0. Kemudian nilai BKA dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 BKA &= \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\
 &= 3,44 + 3\sqrt{3,44} \\
 &= 3,44 + 5,56 \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat diketahui bahwa nilai BKB adalah 0 dan nilai BKA adalah 9. Selanjutnya dilakukan plot statistik $\bar{c}$ untuk variabel *Particles* dengan batas kendali yang telah diperoleh di atas sebagai berikut:



Gambar 4.1 Grafik Pengendali c-Univariat pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur LED Variabel *Particles*

Gambar 4.1 merupakan penerapan grafik pengendali c-Univariat pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial untuk variabel *Particles*. Plot titik-titik pada grafik menunjukkan nilai statistik c_i , sumbu horizontal menunjukkan pengamatan ke- i dan sumbu vertikal menunjukkan nilai statistik c_{i1} . Berdasarkan Gambar 4.1 dapat dilihat bahwa tidak terdapat titik yang berada di luar batas kendali grafik pengendali c-Univariat BKB maupun BKA, sehingga dapat dikatakan bahwa proses produksi manufaktur LED untuk variabel *Particles* telah terkendali secara statistik. Plot titik-titik sampel juga cenderung membentuk pola yang datar pada grafik tersebut.

b. Penerapan Grafik Pengendali c-Univariat Variabel *Micropits*

Dari data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial variabel *Micropits* belum diketahui nilai standar deviasinya, maka nilai c dapat ditaksir dengan banyak kecacatan rata-rata yang diamati atau ditulis dengan $\bar{c}$. Perhitungan nilai $\bar{c}$ untuk variabel *Micropits* data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial adalah sebagai berikut:

$$\bar{c}_{Micropits} = \frac{\sum_{i=0}^{50} c_{i2}}{50} = \frac{1+7+\dots+4}{50} = 2,76$$

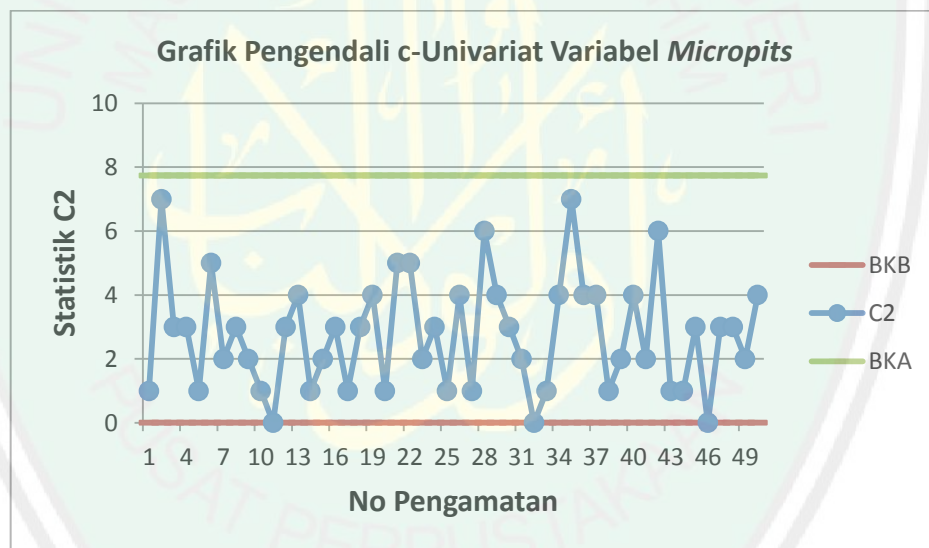
Berdasarkan perhitungan nilai $\bar{c}$ di atas, maka selanjutnya dapat dihitung batas kendali grafik pengendali c-Univariat untuk variabel *Micropits* melalui persamaan (2.4) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKB &= \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \\ &= 2,76 - 3\sqrt{2,76} \\ &= 2,76 - 4,98 \\ &= -2,22 \end{aligned}$$

Karena nilai BKB bernilai negatif, maka nilai BKB ditetapkan 0. Kemudian nilai BKA dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\ &= 2,76 + 3\sqrt{2,76} \\ &= 2,76 + 4,98 \\ &= 7,74 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat diketahui bahwa nilai BKB adalah 0 dan nilai BKA adalah 7,74. Selanjutnya dilakukan plot statistik $\bar{c}$ untuk variabel *Micropits* dengan batas kendali yang telah diperoleh sebagai berikut:



Gambar 4.2 Grafik Pengendali c-Univariat pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur LED Variabel *Micropits*

Gambar 4.2 merupakan penerapan grafik pengendali c-Univariat pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial untuk variabel *Micropits*. Plot titik-titik pada grafik menunjukkan nilai statistik c_i , sumbu horizontal menunjukkan pengamatan ke- i dan sumbu vertikal menunjukkan nilai statistik c_{i2} . Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa tidak terdapat titik yang berada di

luar batas kendali grafik pengendali c-Univariat baik BKB maupun BKA, sehingga dapat dikatakan bahwa proses produksi manufaktur LED untuk variabel *Micropits* telah terkendali secara statistik. Plot titik-titik sampel juga cenderung membentuk pola yang datar pada grafik tersebut.

c. Penerapan Grafik Pengendali c-Univariat Variabel *Microcracks*

Dari data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial variabel *Microcracks* belum diketahui nilai standar deviasinya, maka nilai c dapat ditaksir dengan banyak kecacatan rata-rata yang diamati atau ditulis dengan $\bar{c}$. Perhitungan nilai $\bar{c}$ untuk variabel *Microcracks* data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial adalah sebagai berikut:

$$\bar{c}_{Microcracks} = \frac{\sum_{i=0}^{50} c_{i2}}{50} = \frac{3+6+\dots+3}{50} = 2,52$$

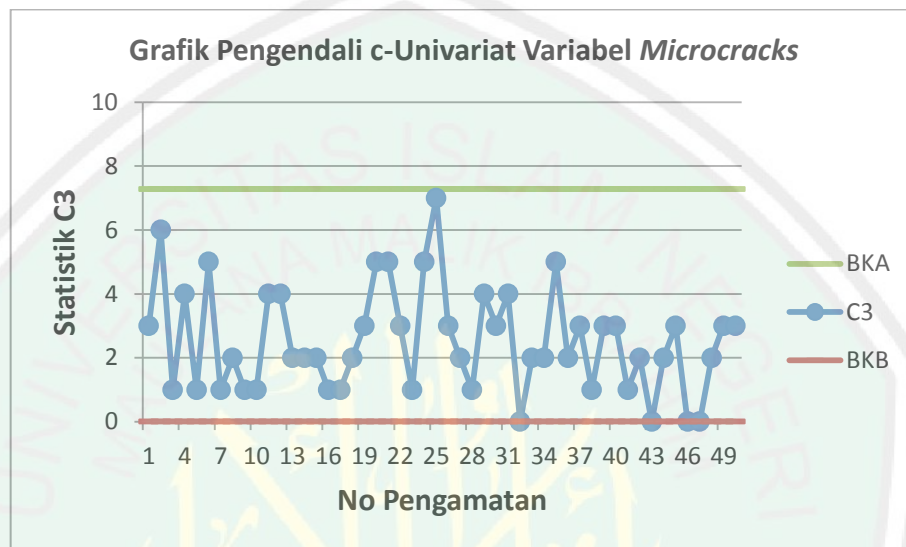
Berdasarkan perhitungan nilai $\bar{c}$ di atas, maka selanjutnya dapat dihitung batas kendali grafik pengendali c-Univariat untuk variabel *Microcracks* melalui persamaan (2.4) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKB &= \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \\ &= 2,52 - 3\sqrt{2,52} \\ &= 2,52 - 4,76 \\ &= -2,24 \end{aligned}$$

Karena nilai BKB bernilai negatif, maka nilai BKB ditetapkan 0. Kemudian nilai BKA dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BKA &= \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\ &= 2,52 + 3\sqrt{2,52} \\ &= 2,52 + 4,76 \\ &= 7,28 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat diketahui bahwa nilai BKB adalah 0 dan nilai BKA adalah 7,28. Selanjutnya dilakukan plot statistik $\bar{c}$ untuk variabel *Microcracks* dengan batas kendali yang telah diperoleh sebagai berikut:



Gambar 4.3 Grafik Pengendali c-Univariat pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur LED Variabel *Microcracks*

Gambar 4.3 merupakan penerapan grafik pengendali c-Univariat pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial untuk variabel *Microcracks*. Plot titik-titik pada grafik menunjukkan nilai statistik c_i , sumbu horizontal menunjukkan pengamatan ke- i dan sumbu vertikal menunjukkan nilai statistik c_{i3} . Berdasarkan gambar 4.3 dapat dilihat bahwa tidak terdapat titik yang berada di luar batas kendali grafik pengendali c-Univariat baik BKB maupun BKA, sehingga dapat dikatakan bahwa proses produksi manufaktur LED untuk variabel *Microcracks* telah terkendali secara statistik. Plot titik-titik sampel cenderung mengalami pergeseran menuju batas bawah grafik pengendali c-Univariat.

4.3 Penerapan Grafik Pengendali *Multivariate Poisson* pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses Manufaktur *Light Emitting Diode* (LED)

Grafik pengendali *Multivariate Poisson* ini diterapkan karena pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial terdapat beberapa variabel karakteristik kualitas yang saling berkorelasi, serta masing-masing variabelnya berdistribusi Poisson. Dalam hal ini terdapat tiga variabel yang saling berkorelasi yaitu variabel jumlah cacat *Particles*, *Micropits*, dan *Microcracks*. Sehingga ditetapkan grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan 3 variabel karakteristik kualitas.

4.3.1 Korelasi Antar Variabel pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial

Nilai korelasi antar variabel pada data digunakan untuk mengetahui seberapa besar keeratan hubungan antar variabelnya. Variabel yang akan dihitung nilai korelasinya adalah variabel karakteristik kualitas *Particles*, *Micropits*, dan *Microcracks*. Perhitungan nilai korelasi antar ketiga variabel tersebut dilakukan dengan menggunakan bantuan program SPSS. 16 dan diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.1 Nilai Korelasi dan Sig (*p-value*) Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial

Variabel	Nilai Korelasi	Sig (<i>p-value</i>)
<i>Particles</i> <i>Micropits</i>	0,43	0,002
<i>Particles</i> <i>Microcracks</i>	0,387	0,005
<i>Micropits</i> <i>Microcrack</i>	0,372	0,008

Untuk menguji apakah nilai korelasi pada Tabel 4.1 tersebut signifikan, maka dilakukan pengujian hipotesis korelasi *pearson* dengan tingkat signifikansi $\alpha(0,01)$ sebagai berikut:

1. Variabel karakteristik *Particles* dengan *Micropits*

$H_0 = \rho = 0$ (tidak terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel)

$H_1 = \rho \neq 0$ (terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel)

Berdasarkan Tabel 4.1 nilai Sig (*p-value*) antar kedua variabel sebesar $0,002 \leq 0,01$. Sehingga tolak H_0 yang berarti terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel yaitu *Particles* dengan *Micropits*.

2. Variabel karakteristik *Particles* dengan *Microcracks*

$H_0 = \rho = 0$ (tidak terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel)

$H_1 = \rho \neq 0$ (terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel)

Berdasarkan Tabel 4.1 nilai Sig (*p-value*) antar kedua variabel sebesar $0,005 \leq 0,01$. Sehingga tolak H_0 yang berarti terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel yaitu *Particles* dengan *Microcracks*.

3. Variabel karakteristik *Micropits* dengan *Microcracks*

$H_0 = \rho = 0$ (tidak terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel)

$H_1 = \rho \neq 0$ (terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel)

Berdasarkan Tabel 4.1 nilai Sig (*p-value*) antar kedua variabel sebesar $0,008 \leq 0,01$. Sehingga tolak H_0 yang berarti terdapat korelasi yang signifikan antar kedua variabel yaitu *Micropits* dengan *Microcracks*.

4.3.2 Uji Distribusi Poisson

Uji distribusi Poisson dilakukan untuk mengetahui apakah masing-masing variabel karakteristik *Particles*, *Micropits*, dan *Microcracks* mengikuti distribusi Poisson atau tidak. Uji ini menggunakan statistik uji 1-sampel Kolmogorov-

Smirnov dengan taraf signifikansi α sebesar 0,05. Dari hasil perhitungan dengan menggunakan program SPSS 16 diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.2 Uji Distribusi Poisson Masing-Masing Variabel

Variabel	Nilai Kolmogorov-Smirnov	Significant α
<i>Particles</i>	0,173	1
<i>Micropits</i>	0,439	0,991
<i>Microcracks</i>	0,201	1

Untuk mengetahui apakah masing-masing variabel tersebut berdistribusi Poisson, maka dilakukan pengujian hipotesis Kolmogorov-Smirnov sebagai berikut:

1. Variabel *Particles*

H_0 : Data sampel hasil observasi berdistribusi Poisson

H_1 : Data sampel hasil observasi tidak berdistribusi Poisson

Berdasarkan Tabel 4.2 nilai *significant α* pada variabel *Particles* sebesar $1 \geq 0,05$. Sehingga terima H_0 yang berarti data sampel hasil observasi pada variabel *Particles* berdistribusi Poisson.

2. Variable *Micropits*

H_0 : Data sampel hasil observasi berdistribusi Poisson

H_1 : Data sampel hasil observasi tidak berdistribusi Poisson

Berdasarkan Tabel 4.2 nilai *significant α* pada variabel *Micropits* sebesar $0,991 \geq 0,05$. Sehingga terima H_0 yang berarti data sampel hasil observasi pada variabel *Micropits* berdistribusi Poisson.

3. Variabel *Microcracks*

H_0 : Data sampel hasil observasi berdistribusi Poisson

H_1 : Data sampel hasil observasi tidak berdistribusi Poisson

Berdasarkan Tabel 4.2 nilai *significant α* pada variabel *Microcracks* sebesar 1 $\geq 0,05$. Sehingga terima H_0 yang berarti data sampel hasil observasi pada variabel *Microcracks* berdistribusi Poisson.

4.3.3 Perhitungan Nilai Statistik Sampel D

Statistik D dihitung melalui jumlahan dari semua nilai variabel karakteristik dari tiap-tiap pengamatan. Nilai statistik dihitung melalui persamaan (4.1) dan dikerjakan dengan menggunakan bantuan program *Microsoft Excel* diperoleh hasil berikut:

Tabel 4.3 Perhitungan Nilai Statistik Sampel D

Pengamatan (i)	Variabel Karakteristik (j)			Statistik Sampel D_i
	<i>Particles</i>	<i>Micropits</i>	<i>Microcracks</i>	
1	6	1	3	10
2	7	7	6	20
3	1	3	1	5
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
50	5	4	3	12
Rata-rata $\bar{X}_j$	3,44	2,76	2,52	

Untuk lebih jelasnya, perhitungan nilai statistik sampel D dapat dilihat pada Lampiran 1.

4.3.4 Perhitungan Batas Kendali Grafik Pengendali *Multivariate Poisson*

BKB dan BKA dihitung melalui pendekatan nilai dari jumlahan peluang statistik sampel D dari tiap pengamatan terhadap nilai $\frac{\alpha}{2}$ yang setara dengan 0,00135. Nilai BKB dihitung melalui persamaan (4.23) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& P(D < BKB) \\
&= \sum_{d=0}^{BKB} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)!i!} \leq \frac{\alpha}{2} \\
&= \sum_{d=0}^0 \exp\left\{-\left[\left((3,44 + 2,76 + 2,52) - 2(1,0448)\right)\right]\right\} \\
&\quad \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\left((3,44 + 2,76 + 2,52) - 3(1,0448)\right)^{d-3i} (1,0448)^i\right)}{(d-3i)!i!} \\
&= 0,0013196
\end{aligned}$$

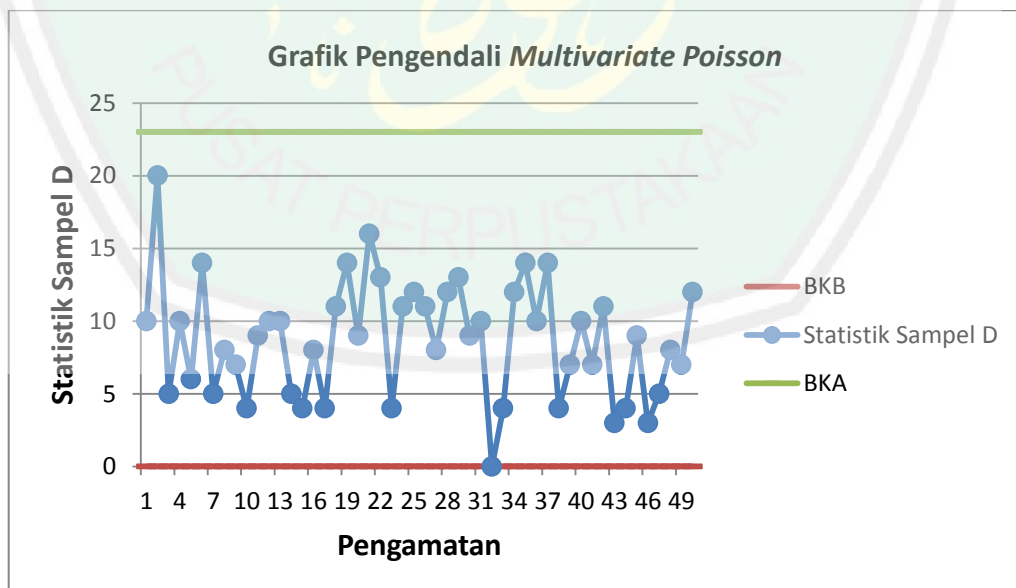
Dari perhitungan nilai BKB di atas, diperoleh nilai peluang statistik sampel D pada batas jumlah cacat ke 0 yaitu $P(d=0)$ sebesar $0,0013196 \leq \frac{\alpha}{2}$ yaitu 0,00135. Sehingga nilai BKB grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial adalah 0. Selanjutnya BKA dapat dihitung melalui persamaan (4.24) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& P(D > BKA) \\
&= 1 - P(D \leq BKA) \\
&= 1 - \sum_{d=0}^{BKA-1} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)!i!} \leq \frac{\alpha}{2} \\
&= 1 - \sum_{d=0}^{24-1} \exp\left\{-\left[\left((3,44 + 2,76 + 2,52) - 2(1,0448)\right)\right]\right\} \\
&\quad \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\left((3,44 + 2,76 + 2,52) - 3(1,0448)\right)^{d-3i} (1,0448)^i\right)}{(d-3i)!i!} \\
&= 1 - (0,0013196 + 0,007371 + \dots + 0,00079974) \\
&= 1 - 0,99891 \\
&= 0,0010876
\end{aligned}$$

Dari perhitungan nilai BKA di atas, diperoleh nilai peluang statistik sampel D pada batas jumlah cacat ke 23 yaitu sebesar $0,0010876 \leq \frac{\alpha}{2}$ atau 0,00135. Sehingga nilai BKA grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial adalah 23.

4.3.5 Plot Grafik Pengendali *Multivariate Poisson*

Setelah menentukan nilai BKB dan BKA, kemudian penerapan grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dilakukan dengan membuat plot statistik sampel D dari tiap pengamatan berdasarkan BKB dan BKA yang telah dihitung. Dari hasil perhitungan diperoleh bahwa BKB bernilai 0 dan BKA sebesar 23. Berikut grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur LED:



Gambar 4.4 Grafik Pengendali *Multivariate Poisson* pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial dalam Proses manufaktur LED

4.3.6 Analisis Grafik Pengendali *Multivariate Poisson*

Gambar 4.4 merupakan penerapan grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dengan tiga variabel karakteristik kualitas yaitu *Particles*, *Micropits*, dan *Microcracks* yang masing-masing variabelnya berkorelasi. Plot titik-titik pada grafik menunjukkan nilai dari statistik sampel D , sumbu horizontal menunjukkan pengamatan ke- i dan sumbu vertikal menunjukkan banyaknya cacat (d). Berdasarkan Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa semua titik-titik berada di dalam batas kendali, baik BKB maupun BKA grafik pengendali *Multivariate Poisson*. Dengan kata lain tidak terdapat titik yang berada di luar batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson*. Hal ini menyatakan bahwa proses produksi *Light Emitting Diode* (LED) telah terkendali berdasarkan grafik pengendali *Multivariate Poisson*.

4.4 Perbandingan Hasil Penerapan Grafik pengendali c-Univariat dengan Grafik Pengendali *Multivariate Poisson*

Berdasarkan hasil analisis dari kedua metode grafik pengendali yaitu Grafik Pengendali c-Univariat dan Grafik Pengendali *Multivariate Poisson* diketahui bahwa proses produksi LED telah terkendali berdasarkan kedua grafik di atas. Hal ini dikarenakan tidak terdapat titik-titik yang berada di luar batas kendali. Akan tetapi jika dilihat dari pola pergeseran titik-titik sampel dari kedua grafik pengendali terdapat perbedaan antara keduanya. Pada grafik pengendali c-Univariat variabel *Particles* dan grafik pengendali c-Univariat variabel *Micropits* terlihat bahwa plot titik-titik sampel cenderung membentuk pola yang datar, tetapi pada grafik pengendali c-Univariat variabel *Microcracks* cenderung mengalami pergeseran menuju BKB. Sedangkan pada grafik pengendali *Multivariate Poisson*

plot titik-titik sampel cenderung mengalami pergeseran menuju BKB. Berdasarkan hal tersebut maka dapat dikatakan bahwa kedua grafik pengendali tersebut belum sensitif terkait pendeteksian pergeseran rata-rata proses. Karena grafik pengendali *Multivariate Poisson* cenderung membentuk pola pergeseran proses menuju BKB dibandingkan dengan grafik pengendali c-Univariat, maka grafik pengendali *Multivariate Poisson* lebih efisien dibandingkan dengan grafik pengendali c-Univariat pada proses manufaktur LED.

4.5 Kesesuaian Agama dengan Konsep Grafik Pengendali

Zakat merupakan bentuk sedekah yang diwajibkan atas orang-orang yang mampu terhadap orang-orang yang kurang mampu. Seperti halnya pada bab sebelumnya, zakat dikatakan sebagai bentuk pengendalian Allah terhadap orang-orang yang kurang mampu agar tercapai keseimbangan dan kesejahteraan hidup. Seperti halnya suatu proses produksi, untuk mendapatkan produk yang baik dan berkualitas yang sesuai dengan kebutuhan konsumen, maka proses produksi haruslah dalam keadaan baik dan terkendali agar pelanggan yang mengkonsumsi produk tersebut merasa puas. Sehingga dibutuhkan suatu metode grafik pengendali untuk mengendalikan proses produksinya.

Dari hasil pembahasan diperoleh bahwa untuk data yang mengandung korelasi yang signifikan, maka grafik pengendali *Multivariate Poisson* cocok untuk mengendalikan data tersebut. Pada penerapan ini dapat dilihat bahwa dengan menggunakan grafik pengendali *Multivariate Poisson* proses produksi manufaktur LED dinyatakan terkendali. Hal ini juga diperkuat dengan grafik pengendali c-Univariat untuk masing-masing variabel yang menyatakan bahwa

proses juga terkendali secara Univariat. Menurut peneliti, jika hal ini dikaitkan dengan konsep zakat sebagai pengendali, maka zakat diutamakan untuk golongan orang-orang fakir dan miskin dibandingkan dengan golongan yang lain, karena dari kedua golongan tersebut terdapat hubungan yang erat seperti yang dijelaskan pada bab sebelumnya. Sehingga Allah menempatkan golongan orang fakir di urutan pertama yang wajib dizakati. Hal ini terdapat pada surat al-Taubah/9:60 sebagai berikut:

إِنَّمَا الصَّدَقَتُ لِلْفُقَرَاءِ وَالْمَسْكِينِ وَالْعَمِلِينَ عَلَيْهَا وَالْمُؤَلَّفَةِ قُلُوبُهُمْ وَفِي الرِّقَابِ وَالْغَرَمِينَ وَفِي سَبِيلِ اللَّهِ وَابْنِ السَّبِيلِ فَرِيضَةً مِّنَ اللَّهِ وَاللَّهُ عَلِيمٌ حَكِيمٌ ﴿٦٠﴾

“Sesungguhnya zakat-zakat itu hanyalah untuk orang-orang fakir, orang-orang miskin, pengurus-pengurus zakat, para mu'allaf yang dibujuk hatinya, untuk memerdekakan budak, orang-orang yang berhutang, untuk jalan Allah dan untuk mereka yang sedang dalam perjalanan, sebagai suatu ketetapan yang diwajibkan Allah, dan Allah Maha Mengetahui lagi Maha Bijaksana” (QS. al-Taubah/9: 60).

Berdasarkan ayat di atas, dapat diketahui bahwa Allah telah menempatkan golongan fakir dan miskin pada urutan pertama dan kedua. Jadi alangkah baiknya jika mengeluarkan zakat maka diprioritaskan untuk dua golongan tersebut, sehingga diharapkan dapat tercapai keseimbangan dan kesejahteraan yang dalam konsep grafik pengendali dikatakan bahwa proses telah terkendali secara statistik. Jika kedua golongan tersebut mendapatkan sedikit bagian daripada golongan yang lain, maka kesejahteraan itu belum tercapai dengan kata lain belum terkendali. Akan tetapi sebaliknya, jika golongan fakir dan miskin mendapatkan bagian lebih banyak daripada golongan yang lain, maka kesejahteraan itu sudah tercapai atau telah terkendali. Hal ini sesuai dengan potongan ayat yang artinya *“Allah Maha Mengetahui lagi Maha Bijaksana”*.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson* dengan tiga variabel karakteristik kualitas diperoleh dengan mengambil nilai dari jumlahan distribusi peluang statistik sampel D yang terdekat dengan nilai $\frac{\alpha}{2}$ atau 0,00135. Sehingga BKB dan BKA yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$P(D < BKB) = \sum_{d=0}^{BKB} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)!i!} \leq \frac{\alpha}{2}$$

dan

$$P(D > BKA) = \sum_{d=0}^{BKA-1} \exp\left\{-\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 2\theta\right)\right\} \sum_{i=0}^{\frac{d}{3}} \frac{\left(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 - 3\theta\right)^{d-3i} \theta^i}{(d-3i)!i!} \leq \frac{\alpha}{2}$$

2. Penerapan grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial menyatakan bahwa proses manufaktur *Light Emitting Diode* (LED) dalam keadaan terkendali secara statistik. Hal ini dikarenakan semua titik-titik berada dalam batas kendali grafik pengendali *Multivariate Poisson*. Berdasarkan hal tersebut maka dapat dikatakan bahwa untuk kasus data atribut multivariat yang berdistribusi Poisson dan mempunyai keeratan hubungan (berkorelasi) antar masing-masing variabelnya, grafik pengendali *Multivariate*

Poisson sesuai untuk mengendalikan data tersebut. Hal ini juga diperkuat oleh grafik pengendali c-Univariat yang digunakan untuk mengendalikan proses produksi secara Univariat. Adapun hasil keputusan dari penerapan grafik pengendali c-Univariat pada masing-masing variabel menyatakan bahwa proses manufaktur LED juga dalam keadaan terkendali secara statistik.

5.2 Saran

Pada penelitian ini hanya dilakukan penerapan grafik pengendali *Multivariate Poisson* pada pengendalian proses produksi saja dan pada penerapannya pada data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial grafik pengendali ini hanya mampu mendeteksi pergeseran rata-rata proses, belum mampu mendeteksi sinyal *out of control*. Sehingga untuk penelitian selanjutnya disarankan menggunakan metode MPEWMA untuk mengendalikan data kecacatan lapisan Gan-Epitaxial dalam proses manufaktur LED serta melakukan analisis tentang kapabilitas proses produksinya sekaligus.

DAFTAR PUSTAKA

- Ariani, D.W. 2004. *Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Andi.
- Chiu, J. E. & Kuo, T. I. 2008. Attribute Control Chart for Multivariate Poisson Distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 37 (1): 149-158.
- Choeroni, M. 2013. *Grafik Pengendali Rata-rata Bergerak dalam Pengendalian Kecacatan Per-unit untuk Data yang Berautokorelasi*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Dudewicz, E.J. dan Mishra, S.N. 1995. *Statistika Matematika Modern*. Bandung: ITB.
- Herrhyanto, N & Gantini, T. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: CV Yrama Widya.
- Kismiantini & Himmawati. 2003. Aplikasi Deret Tak Hingga Pada Distribusi Peluang Diskret yang Khusus. Makalah Seminar Nasional Hasil Penelitian MIPA dan Pendidikan MIPA. Yogyakarta: Fakultas MIPA UNY. 28 Juni 2003.
- Laungrungrong, B. 2010. Multivariate Chart for Multivariate Poisson Distributed Data. *A Dissertation Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy*. Arizona State University.
- Loukas, S. & Papageorgiou, H. 1991. On a Trivariate Poisson Distribution. *Applications in Mathematicsc*. 36 (6): 432-439.
- Montgomery. D.S. 1990. *Introduction of Statistical Process Control*. Terjemahan Soejoeti Z. Yogyakarta: Gajah Mada University Press.
- Munir, R. 2008. *Metode Numerik*. Bandung: INFORMATIKA.
- Riduwan. 2004. *Statistika untuk Lembaga dan Instansi Pemerintah/ Swasta*. Bandung: ALFABETA.
- Sudjana. 2002. *Tehnik Analisis Regresi dan Korelasi Bagi Para Peneliti*. Bandung: PT. Tarsito.
- Turmudi dan Harini, S. 2008. *Metode Statistika*. Malang: UIN-Malang Press.
- Walpole, E.R dan Meyers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan*. Bandung: ITB.

- Yusuf, F. 2012. *Penerapan Diagram Bivariat Poisson Pada Pengendalian Kualitas Ring Botol di PT. IGLAS, Gresik*. Skripsi tidak dipublikasikan. Surabaya: ITS.



Lampiran 1: Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial pada Proses Manufaktur *Light Emmiting Diode* (LED)

Pengamatan	Jenis Karakteristik			Statistik Sampel <i>D</i>
	<i>Particles</i>	<i>Micropits</i>	<i>Microcracks</i>	
1	6	1	3	10
2	7	7	6	20
3	1	3	1	5
4	3	3	4	10
5	4	1	1	6
6	4	5	5	14
7	2	2	1	5
8	3	3	2	8
9	4	2	1	7
10	2	1	1	4
11	5	0	4	9
12	3	3	4	10
13	4	4	2	10
14	2	1	2	5
15	0	2	2	4
16	4	3	1	8
17	2	1	1	4
18	6	3	2	11
19	7	4	3	14
20	3	1	5	9
21	6	5	5	16
22	5	5	3	13
23	1	2	1	4
24	3	3	5	11
25	4	1	7	12
26	4	4	3	11
27	5	1	2	8
28	5	6	1	12
29	5	4	4	13
30	3	3	3	9
31	4	2	4	10
32	0	0	0	0
33	1	1	2	4
34	6	4	2	12
35	2	7	5	14
36	4	4	2	10
37	7	4	3	14
38	2	1	1	4

Pengamatan	Jenis Karakteristik			Statistik Sampel <i>D</i>
	<i>Particles</i>	<i>Micropits</i>	<i>Microcracks</i>	
39	2	2	3	7
40	3	4	3	10
41	4	2	1	7
42	3	6	2	11
43	2	1	0	3
44	1	1	2	4
45	3	3	3	9
46	3	0	0	3
47	2	3	0	5
48	3	3	2	8
49	2	2	3	7
50	5	4	3	12
Rata-rata	3,44	2,76	2,52	

Lampiran 2: Output Nilai Korelasi

		Correlations		
		Particles	Micropits	Microcracks
Particles	Pearson Correlation	1	.430**	.387**
	Sig. (2-tailed)		.002	.005
	N	50	50	50
Micropits	Pearson Correlation	.430**	1	.372**
	Sig. (2-tailed)	.002		.008
	N	50	50	50
Microcracks	Pearson Correlation	.387**	.372**	1
	Sig. (2-tailed)	.005	.008	
	N	50	50	50

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Lampiran 3: Output Nilai 1-Sample kolmogorov-Smirnov**One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test**

		Particles	Micropits	Microcracks
N		50	50	50
Poisson Parameter ^a	Mean	3.44	2.76	2.52
Most Extreme Differences	Absolute	.024	.062	.028
	Positive	.024	.062	.017
	Negative	-.022	-.021	-.028
Kolmogorov-Smirnov Z		.173	.439	.201
Asymp. Sig. (2-tailed)		1.000	.991	1.000

Lampiran 4. *Source Code* untuk Menghitung Batas Kendali Grafik Pengendali Multivariat Poisson pada Data Kecacatan Lapisan Gan-Epitaxial pada Proses Manufaktur LED

```

clc,clear
format short g
lambda1=3.44;
lambda2=2.76;
lambda3=2.52;
kov=1.0448;
d=0:22

for j=1:length(d)
    i=0:d(j)/3;
    satu=exp(-(lambda1+lambda2+lambda3-(2*kov)));
    dua=((lambda1+lambda2+lambda3-(3.*kov)).^(d(j)-(3.*i))).*kov.^i;
    tiga=factorial((d(j)-(3.*i))).*factorial(i);
    hasil=satu.*dua./tiga;
    D(j,1)=sum(hasil);
end
A=[D]
JM=sum(A)
batas_atas=1-JM

```