

**KONSTRUKSI GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{S}$ MENGGUNAKAN
TEKNIK MEDIAN KABUR PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

**OLEH
DIA KUSUMAWATI
NIM. 11610001**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015**

**KONSTRUKSI GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{S}$ MENGGUNAKAN
TEKNIK MEDIAN KABUR PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh
Dia Kusumawati
NIM. 11610001**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015**

**KONSTRUKSI GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{S}$ MENGGUNAKAN
TEKNIK MEDIAN KABUR PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

Oleh
Dia Kusumawati
NIM. 11610001

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 16 Juni 2015

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd
NIP. 19770521 200501 2 004

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**KONSTRUKSI GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{S}$ MENGGUNAKAN
TEKNIK MEDIAN KABUR PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

**Oleh
Dia Kusumawati
NIM. 11610001**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal 30 Juni 2015

Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si

Ketua Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si

Sekretaris Penguji : Fachrur Rozi, M.Si

Anggota Penguji : Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Dia Kusumawati

NIM : 11610001

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ Menggunakan Teknik Median Kabur pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 Juni 2015
Yang membuat pernyataan,

Dia Kusumawati
NIM. 11610001

MOTO

“Dan tolong-menolonglah kamu dalam kebaikan dan takwa, dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran” (QS. Al-Maidah/5:2).

“Good things come to those who believe, better things come to those who are patient, and the best things come to those who don’t give up.”



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Kedua orang tua tercinta, Bapak Ahmad Shodiq dan Ibu Sumarnik, adik-adik tersayang, Della Cintia Devi dan M. Hendi Dharma Putra, nenek dan keluarga tercinta, serta Ibnu Athoilah.



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Syukur alhamdulillah penulis haturkan ke hadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, sekaligus menyelesaikan skripsi yang berjudul “*Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ Menggunakan Teknik Median Kabur pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi*” ini dengan baik.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih seiring doa dan harapan *jaza kumullah ahsanal jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd selaku ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Fachrur Rozi, M.Si selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan pengalaman yang berharga kepada penulis.

6. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
7. Orang tua, adik-adik, serta keluarga besar penulis yang selalu memberikan doa dan motivasi yang tiada henti kepada penulis.
8. Ibnu Athoillah, terima kasih telah menjadi penyemangat dan motivator dalam hidup penulis.
9. Sahabat-sahabat penulis, Wahyu S. Rahmawati, Mila F. Yusifa, F. Faradisha, Eny Masruroh, Zukhrufun Nadhifa, Titin Rahayu, Fitriatuz Zakiyah, Enha S. Firdaus, Yulita Ningtyas, Choirul Umam, Jadi Taqwa, Rizka Ifanda, Danik Khoirun Nisa', Kiki Budianah, dan Ratih Rahayu, terima kasih telah menjadi sahabat penulis yang selalu memberikan dukungan, doa, semangat dan kenangan yang indah kepada penulis.
10. Seluruh teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2011 dan teman-teman kost SA 9, terima kasih atas dukungannya serta kenangan dan pengalaman yang tidak terlupakan.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik berupa materiil maupun moril.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Juni 2015

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
ملخص	xviii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Masalah.....	6
1.6 Metode Penelitian.....	6
1.7 Sistematika Penulisan.....	7
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Pengendalian Kualitas Proses Statistik.....	9
2.2 Grafik Pengendali (<i>Control Chart</i>).....	11
2.3 Grafik Pengendali untuk Variabel.....	14
2.4 Teori Himpunan Kabur.....	19
2.5 Bilangan Kabur.....	21
2.6 Teknik Transformasi Kabur.....	22
2.7 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$	26
2.8 Kajian Agama tentang Kualitas.....	27

BAB III PEMBAHASAN

3.1 Representasi Bilangan Kabur untuk Sampel Pengamatan Berdasarkan Fungsi Keanggotaan Kurva Segitiga	29
3.2 Nilai Transformasi dari Bilangan Kabur dengan Teknik Median Kabur.....	31
3.3 Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$	36
3.3.1 Konstruksi Grafik Pengendali Kabur \tilde{X} Berdasarkan Standar Deviasi Menggunakan Teknik Median Kabur	37
3.3.2 Konstruksi Grafik Pengendali Kabur \tilde{S} Menggunakan Teknik Median Kabur	39
3.4 Aplikasi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi.....	40
3.5 Kajian Keagamaan tentang Pengendalian Kualitas	54

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan.....	56
4.2 Saran.....	58

DAFTAR PUSTAKA	59
-----------------------------	----

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan Menggunakan Bilangan Kabur Segitiga	41
Tabel 3.2 Nilai Transformasi Median Kabur untuk Rata-rata Setiap Sampel Pengamatan pada Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$	46
Tabel 3.3 Nilai Transformasi Median Kabur untuk Standar Deviasi Setiap Sampel Pengamatan pada Grafik Pengendali Kabur \tilde{S}	48
Tabel 3.4 Pengeluaran Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan yang Berada di Luar Batas Kendali	50
Tabel 3.5 Nilai Rata-rata Kabur ($\tilde{\bar{X}}_j$) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Perbaikan.....	50
Tabel 3.6 Nilai Standar Deviasi Kabur (\tilde{S}_j) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Perbaikan.....	51

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Contoh Grafik Pengendali Statistik	14
Gambar 2.2 Representasi Fungsi Segitiga	21
Gambar 2.3 Median Kabur untuk Kurva Segitiga	24
Gambar 2.4 Median Kabur Berada di Antara a dan b	24
Gambar 2.5 Median Kabur Berada di Antara b dan c	25
Gambar 3.1 Representasi Bilangan Kabur Segitiga	30
Gambar 3.2 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$ Berdasarkan Standar Deviasi	46
Gambar 3.3 Grafik Pengendali Kabur \tilde{S}	49
Gambar 3.4 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$ Setelah Perbaikan	52
Gambar 3.5 Grafik Pengendali Kabur \tilde{S} Setelah Perbaikan	53

DAFTAR SIMBOL

$\mu_A(X)$: Derajat keanggotaan dari himpunan kabur A
$CL_{\bar{X}}$: Garis tengah dari grafik pengendali \bar{X}
CL_S	: Garis tengah dari grafik pengendali S
$\tilde{C}L_{\bar{X}}$: Garis tengah kabur dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$
$\tilde{C}L_S$: Garis tengah kabur dari grafik pengendali kabur \tilde{S}
$CL_{med-\bar{X}}$: Nilai transformasi median kabur untuk garis tengah grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$
CL_{med-S}	: Nilai transformasi median kabur untuk garis tengah grafik pengendali kabur \tilde{S}
$E[X]$: Ekspektasi dari X
$LCL_{\bar{X}}$: Batas kendali bawah dari grafik pengendali \bar{X}
LCL_S	: Batas kendali bawah dari grafik pengendali S
$L\tilde{C}L_{\bar{X}}$: Batas kendali bawah kabur dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$
$L\tilde{C}L_S$: Batas kendali bawah kabur dari grafik pengendali kabur \tilde{S}
$LCL_{med-\bar{X}}$: Nilai transformasi median kabur untuk batas kendali bawah grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$
LCL_{med-S}	: Nilai transformasi median kabur untuk batas kendali bawah grafik pengendali kabur \tilde{S}
S_j	: Standar deviasi dari sampel pengamatan ke- j
\tilde{S}_j	: Standar deviasi kabur dari sampel pengamatan ke- j
\bar{S}	: Rata-rata dari standar deviasi
\tilde{S}	: Rata-rata dari standar deviasi kabur
\bar{S}_{med}	: Nilai transformasi median kabur untuk rata-rata standar deviasi
$S_{med-\bar{X},j}$: Nilai transformasi median kabur untuk rata-rata setiap sampel pengamatan ke- j

$S_{med-s,j}$: Nilai transformasi median kabur untuk standar deviasi setiap sampel pengamatan ke- j
$UCL_{\bar{X}}$: Batas kendali atas dari grafik pengendali \bar{X}
UCL_S	: Batas kendali atas dari grafik pengendali S
$U\tilde{C}L_{\bar{X}}$: Batas kendali atas kabur dari grafik pengendali kabur \tilde{X}
$U\tilde{C}L_S$: Batas kendali atas kabur dari grafik pengendali kabur \tilde{S}
$UCL_{med-\bar{X}}$: Nilai transformasi median kabur untuk batas kendali atas untuk grafik pengendali kabur \tilde{X}
UCL_{med-s}	: Nilai transformasi median kabur untuk batas kendali atas grafik pengendali kabur \tilde{S}
X	: Statistik sampel yang digunakan sebagai ukuran karakteristik kualitas proses produksi
\tilde{X}_{ij}	: Bilangan kabur \tilde{X} sampel ke- i pengamatan ke- j
\bar{X}	: Rata-rata dari sampel pengamatan
$\tilde{\bar{X}}_j$: Bilangan kabur yang menyatakan rata-rata sampel pada pengamatan ke- j
$\bar{\bar{X}}$: Rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel pengamatan
$\tilde{\bar{\bar{X}}}$: Bilangan kabur yang menyatakan rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel

ABSTRAK

Kusumawati, Dia. 2015. **Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ Menggunakan Teknik Median Kabur pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si. (II) Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd.

Kata kunci: pengendalian kualitas statistik, grafik pengendali untuk variabel, grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$, bilangan kabur segitiga, median kabur

Grafik pengendali kabur merupakan salah satu konsep penggabungan antara metode statistika dan teori himpunan kabur yang dapat digunakan untuk mengendalikan proses produksi ketika data memuat ketidakpastian. Ketidakpastian data dapat terjadi karena adanya ketidaktepatan pengukuran, kesalahan operator, atau kondisi lingkungan. Tujuan penelitian ini adalah mengkonstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ menggunakan teknik median kabur berdasarkan bilangan kabur segitiga dan mengaplikasikannya pada data riil. Dalam mengkonstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ diperlukan untuk merepresentasikan sampel ke bilangan kabur berdasarkan fungsi keanggotaan kurva segitiga. Selanjutnya digunakan teknik median kabur untuk menentukan nilai transformasi dari representasi bilangan kabur tersebut. Sehingga dari nilai transformasi tersebut dapat dikonstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$. Dari Hasil konstruksi ini diperoleh formula garis tengah ($CL_{med-\bar{X}}$), batas kendali atas ($UCL_{med-\bar{X}}$), dan batas kendali bawah ($LCL_{med-\bar{X}}$) untuk grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$, dan diperoleh formula untuk grafik pengendali kabur \tilde{S} yaitu formula garis tengah (CL_{med-S}), batas kendali atas (UCL_{med-S}), dan batas kendali bawah (LCL_{med-S}). Kemudian formula grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ tersebut dapat diaplikasikan pada data riil. Untuk penelitian selanjutnya, dapat dikonstruksi grafik pengendali kabur dengan menggunakan teknik transformasi yang berbeda.

ABSTRACT

Kusumawati, Dia. 2015. **Construction of Fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ Control Charts Using Fuzzy Median Technique on Quality Control of Production Process.** Thesis. Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Fachrur Rozi, M.Si. (II) Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd.

Keyword: statistical quality control, control chart for variable, fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ control chart, triangular fuzzy number, fuzzy median

Fuzzy control chart is one of the concepts obtained for combination between statistical methods and fuzzy set theory that can be used to control the production process when the data contain uncertainties. Uncertainty of data can occur because of the inaccuracy of measurement, operator error, or environmental conditions. The purpose of this study is to construct fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ control chart using fuzzy median technique based on triangular fuzzy numbers and applying it on real data. In constructing the fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ control chart is required to represent the number of samples to fuzzy numbers based on the triangular membership function. Furthermore, the fuzzy median technique is used to determine the value of the transformation of the fuzzy numbers. So that from the value of the transformation can be constructed fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ control chart. From this construction we obtained the formula center line ($CL_{med-\bar{x}}$), the upper control limit ($UCL_{med-\bar{x}}$), and the lower control limit ($LCL_{med-\bar{x}}$) for fuzzy $\tilde{\bar{X}}$ control chart, and obtained the formula for fuzzy \tilde{S} control chart is the center line (CL_{med-s}), the upper control limit (UCL_{med-s}), and the lower control limit (LCL_{med-s}). Then the formula of fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ control chart is can be applied on real data. For the further research, the fuzzy control chart can be constructed using different transformation techniques.

ملخص

كوسوماواتي، ديا. ٢٠١٥. بناء تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{S}$ باستخدام تقنية متوسط غامض في مراقبة الجودة لعلمية الإنتاج. بحث جامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالنج. المشرف: (١) فخر الرازي، الماجستير. (٢) أرى كوسوماستوتي، الماجستير.

الكلمات الرئيسية: مراقبة الجودة الإحصائية، تخطيط العنصر المراقبة متغير، تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{S}$ ، عدد غامض الثلاثي، وسيط غامض

تخطيط عنصر الغامض الاندماج المفاهيم بين الأساليب الإحصائية و نظرية المجموعات الضبابية التي يمكن استخدامها للسيطرة على عملية الإنتاج عندما خصائص كان البيان الشكوك. يمكن أن يحدث عدم التيقن من البيانات بسبب عدم دقة القياس، خطأ المشغل، أو الظروف البيئية. وكان الغرض من هذه الدراسة لبناء تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{S}$ باستخدام تقنية متوسط غامض على أساس عدد غامض الثلاثي وتطبيقه على بيانات حقيقية. في بناء تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{S}$ مطلوب لتمثيل عدد من العينات لل عدد غامض على أساس وظيفة عضوية الثلاثي. وعلاوة على ذلك، يتم استخدام تقنية متوسط غامض لتحديد قيمة تحويل عدد غامض. حتى أن قيمة التحويل يمكن بناؤها تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{S}$. نتائج هذا البناء يتم الحصول على الصيغة خط الوسط $(CL_{med-\bar{x}})$ ، والحد من سيطرة العلوي $(UCL_{med-\bar{x}})$ ، والحد من سيطرة الأدنى $(LCL_{med-\bar{x}})$ لل تخطيط عنصر الغامض \bar{X} . وحصل على صيغة تخطيط عنصر الغامض \bar{S} هي الصيغة من خط الوسط (CL_{med-s}) ، والحد من سيطرة العلوي (UCL_{med-s}) ، و الحد من سيطرة الأدنى (LCL_{med-s}) . ثم صيغة تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{S}$ تطبيقها على بيانات حقيقية. لمزيد من البحث و تخطيط عنصر الغامض يمكن بناؤها باستخدام تقنيات التحويل المختلفة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kualitas suatu produk berpengaruh penting terhadap organisasi secara keseluruhan, mulai dari pemasok hingga ke pelanggan, dan dari desain produk hingga ke pemeliharannya. Kualitas (*quality*) sebagaimana dijelaskan oleh *American Society for Quality*, adalah “keseluruhan fitur dan karakter produk yang mampu memuaskan kebutuhan yang tampak atau samar” (Heizer dan Render, 2009). Konsep kualitas dalam Islam terdapat pada al-Quran dan Hadits Rasul. Allah berfirman dalam al-Quran surat an-Naml/27:88.

وَتَرَى الْجِبَالَ تَحْسَبُهَا جَامِدَةً وَهِيَ تَمُرُّ مَرَّ السَّحَابِ صُنِعَ اللَّهُ الَّذِي أَنْتَقَنَ كُلَّ شَيْءٍ إِنَّهُ
خَبِيرٌ بِمَا تَفْعَلُونَ ﴿٨٨﴾

“Dan kamu lihat gunung-gunung itu, kamu sangka dia tetap di tempatnya, Padahal ia berjalan sebagai jalannya awan. (Begitulah) perbuatan Allah yang membuat dengan kokoh tiap-tiap sesuatu; Sesungguhnya Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan (88).”

Pada ayat di atas dengan jelas disebutkan bahwa dalam menciptakan segala sesuatu, Allah Swt. selalu menciptakannya dengan kokoh, teliti, dan bersungguh-sungguh. Seperti halnya produsen dalam memproduksi suatu produk dituntut untuk membuatnya dengan baik, dan bersungguh-sungguh untuk menjaga kualitas produksinya.

Kualitas yang meningkat dapat meningkatkan keuntungan, karena kualitas berpengaruh terhadap reputasi perusahaan, kehandalan produk, dan keterlibatan global. Sehingga kualitas suatu produk itu perlu dijaga agar hasil produk sesuai dengan *value* yang ditargetkan. Dengan kata lain, suatu perusahaan atau industri

harus mampu menjaga bahkan mengurangi variabilitas proses produksi yang terjadi. Penyebab terjadinya variabilitas suatu proses produksi dapat dikategorikan menjadi dua jenis, yaitu *un-assignable cause* (sebab yang tidak dapat diprediksi) dan *assignable cause* (sebab yang dapat diprediksi).

Untuk menjaga variabilitas dalam proses produksi tetap stabil atau terkendali diperlukan suatu pengendalian proses produksi. Dengan menjaga variabilitas dalam proses produksi ini, diharapkan akan memperoleh produk yang berkualitas dan dapat diterima oleh konsumen. Dalam hal ini, pengendalian proses produksi dapat dilakukan melalui pendekatan metode statistik yang dikenal dengan pengendalian kualitas proses secara statistik atau *statistical process control (SPC)*. Tujuan pokok pengendalian kualitas proses statistik adalah menyidik dengan cepat terjadinya sebab-sebab yang dapat diprediksi (*assignable cause*) sehingga penyelidikan pada proses tersebut dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tak sesuai diproduksi (Montgomery, 1996b).

Salah satu alat yang terkenal dalam *SPC* adalah grafik pengendali. Grafik pengendali adalah teknik pengendali proses yang digunakan untuk mendeteksi adanya sebab-sebab yang dapat diprediksi (*assignable cause*) dalam proses produksi. Grafik pengendali pertama dikenalkan oleh Shewhart, dan disebut dengan grafik pengendali klasik. Grafik pengendali dapat diklasifikasikan ke dalam dua tipe umum, yaitu grafik pengendali untuk sifat (atribut) dan grafik pengendali untuk variabel. Grafik pengendali klasik untuk atribut menurut Besterfield (dalam Ariani, 2004) digunakan apabila ada pengukuran karakteristik sampel yang tidak memungkinkan untuk dilakukan, misalnya goresan, kesalahan warna, atau ada bagian yang hilang. Grafik pengendali untuk atribut yang sering

digunakan adalah grafik pengendali ketidaksesuaian dan grafik pengendali kecacatan. Sedangkan grafik pengendali klasik untuk variabel digunakan apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam bilangan dan yang sering digunakan adalah grafik pengendali $\bar{X} - R$ dan grafik pengendali $\bar{X} - S$ (Montgomery, 1996a).

Faktor terpenting dalam penggunaan grafik pengendali adalah rancangan grafik pengendali tersebut. Rancangan tersebut antara lain pemilihan karakteristik sampel, batas-batas pengendali, dan frekuensi pengambilan sampel. Karakteristik sampel pada grafik pengendali klasik diwakili oleh nilai-nilai numerik, sehingga karakteristik sampel tersebut merupakan data yang tepat dan pasti. Pada banyak kasus, data yang tepat secara pasti tidak selalu tersedia. Ketidakpastian data dapat terjadi karena adanya kesalahan sistem pengukuran, operator, atau kondisi lingkungan pada saat penentuan karakteristik sampel pengamatan. Dalam hal ini, pendekatan teori himpunan kabur merupakan alat yang dapat digunakan untuk menangani ketidakpastian data (Senturk dan Erginel, 2009). Teori himpunan kabur diperkenalkan oleh Lotfi Asker Zadeh pada tahun 1965. Zadeh mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan apa yang disebut dengan fungsi keanggotaan (*membership function*), yang nilainya berada dalam selang tertutup $[0,1]$ (Susilo, 2006).

Grafik pengendali kabur merupakan salah satu konsep penggabungan antara metode statistika dan teori himpunan kabur yang dapat digunakan dalam menangani data yang mengandung ketidakpastian atau data kabur. Beberapa penelitian tentang penggabungan antara metode statistika dan teori himpunan kabur dalam konsep grafik pengendali ini telah dikembangkan. Kanagawa, dkk

(1993) mengembangkan grafik pengendali berdasarkan fungsi kepadatan probabilitas untuk data linguistik. Gulbay, dkk (2004) membangun grafik pengendali untuk data linguistik dengan potongan α kabur. Ertugul dan Gunes (2007) menggunakan grafik pengendali kabur untuk menaksir kualitas produk serta aplikasinya. Senturk dan Erginel (2009) membangun grafik pengendali $\tilde{\tilde{X}} - \tilde{R}$ dan $\tilde{\tilde{X}} - \tilde{S}$ dengan menggunakan teknik tingkat α nilai tengah kabur (α -level fuzzy midrange) berdasarkan bilangan kabur segitiga serta aplikasinya, sedangkan Pandurangan dan Varadharajan (2011) membangun grafik pengendali $\tilde{\tilde{X}} - \tilde{R}$ dan $\tilde{\tilde{X}} - \tilde{S}$ dengan menggunakan teknik tingkat α nilai tengah kabur (α -level fuzzy midrange) berdasarkan bilangan kabur trapesium. Untuk pendekatan teori himpunan kabur terhadap pengembangan grafik pengendali, Wang dan Raz (1990) telah menjelaskan empat teknik transformasi himpunan kabur, yaitu modus kabur (*fuzzy mode*), tingkat α nilai tengah kabur (α -level fuzzy midrange), median kabur (*fuzzy median*), dan rata-rata kabur (*fuzzy average*).

Berdasarkan penelitian-penelitian yang sudah dikembangkan, penulis tertarik untuk mengkonstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{\tilde{X}} - \tilde{S}$ dengan teknik median kabur berdasarkan bilangan kabur segitiga dan mengaplikasikannya pada data riil. Dari uraian di atas, maka penulis akan membahas permasalahan tersebut dalam skripsi ini dengan judul “Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\tilde{X}} - \tilde{S}$ Menggunakan Teknik Median Kabur pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana konstruksi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \tilde{S}$ menggunakan teknik median kabur?
2. Bagaimana aplikasi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \tilde{S}$ menggunakan teknik median kabur pada pengendalian kualitas proses produksi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui konstruksi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \tilde{S}$ menggunakan teknik median kabur.
2. Untuk mengetahui aplikasi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \tilde{S}$ menggunakan teknik median kabur pada pengendalian kualitas proses produksi.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian yang berupa pembahasan masalah ini diharapkan dapat memberikan manfaat yaitu:

1. Memberikan gambaran bagaimana konstruksi grafik pengendali kabur digunakan dalam pengendalian kualitas proses produksi.
2. Memberikan informasi tentang cara menentukan karakteristik kualitas produk dengan menggunakan aplikasi grafik pengendali kabur variabel.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian ini, pembatasan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Teknik transformasi yang digunakan untuk merepresentasikan bilangan kabur adalah teknik transformasi median kabur.
2. Fungsi keanggotaan yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi keanggotaan kurva segitiga.
3. Konstruksi grafik pengendali kabur hanya dilakukan pada tahap I (*start up stage*) dari pengendalian proses produksi yaitu penentuan batas kendali grafik pengendali kabur.
4. Data yang digunakan dalam aplikasi ini adalah data proses produksi untuk pengendalian kualitas kekerasan deodoran Rexona SL AP *stick* yang diambil dari penelitian tugas akhir Ainy (2011).

1.6 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian kepustakaan (*library research*) dan deskriptif kuantitatif. Kajian kepustakaan yang dilakukan mencakup kajian tentang grafik pengendali, himpunan kabur, bilangan kabur, fungsi keanggotaan, dan beberapa teknik transformasi bilangan kabur. Selanjutnya dilakukan aplikasi dengan pendekatan deskriptif kuantitatif. Data yang digunakan untuk aplikasi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ ini adalah data sekunder yang diambil dari penelitian tugas akhir Ainy (2011). Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Merepresentasikan bilangan kabur untuk sampel pengamatan berdasarkan fungsi keanggotaan kurva segitiga.
2. Menentukan nilai transformasi dari bilangan kabur menggunakan teknik median kabur.
3. Mengkonstruksi formula batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$:
 - a. Mengkonstruksi formula batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan standar deviasi menggunakan teknik transformasi median kabur.
 - b. Mengkonstruksi formula batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{S} menggunakan teknik transformasi median kabur.
4. Mengaplikasikan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ pada pengendalian kualitas proses produksi.
5. Menarik kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar dapat membaca hasil penelitian ini, maka dalam penyajiannya ditulis berdasarkan suatu sistematika yang secara garis besar dibagi menjadi empat bab, yaitu:

Bab I Pendahuluan

Bab ini meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini memaparkan teori-teori yang mendukung dalam skripsi ini yaitu teori tentang pengendalian kualitas statistik, grafik pengendali untuk variabel, teori himpunan kabur, bilangan kabur, teknik transformasi kabur, serta grafik pengendali kabur untuk variabel.

Bab III Pembahasan

Bab ini menganalisis dan membahas bagaimana konstruksi dan aplikasi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ menggunakan teknik median kabur berdasarkan fungsi kabur segitiga.

Bab IV Penutup

Bab ini memaparkan hasil dari pembahasan berupa kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pengendalian Kualitas Proses Statistik

Pengendalian kualitas proses statistik (*statistical process control*) merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan sebagai pemonitor, pengendali, penganalisis, pengelola, dan perbaikan proses menggunakan metode-metode statistik. Filosofi pada pengendalian kualitas proses produksi adalah *output* pada proses atau pelayanan dapat dikemukakan ke dalam pengendalian statistik melalui alat-alat manajemen dan tindakan perancangan. Sasaran utama dari pengendalian kualitas proses statistik adalah mengadakan pengurangan terhadap variabilitas atau kesalahan-kesalahan proses. Variabilitas proses sendiri terdiri dari dua macam penyebab, yaitu sebab yang tidak dapat diprediksi (*unassignable cause*) dan sebab yang dapat diprediksi (*assignable cause*) (Ariani, 2004).

Pengendalian kualitas proses statistik memiliki berbagai manfaat bagi organisasi yang menerapkannya. Menurut Antony, dkk (2000) dalam Ariani (2004), ada beberapa manfaat tersebut antara lain:

1. Tersedianya informasi bagi karyawan apabila akan memperbaiki proses.
2. Membantu karyawan memisahkan sebab umum dan sebab khusus terjadinya kesalahan.
3. Tersedianya bahasa yang umum dalam kinerja proses untuk berbagai pihak.
4. Menghilangkan penyimpangan karena sebab khusus untuk mencapai konsistensi dan kinerja yang lebih baik.

5. Pengertian yang lebih baik mengenai proses.
6. Pengurangan waktu yang berarti dalam penyelesaian masalah kualitas.
7. Pengurangan biaya pembuangan produk cacat, pengerjaan ulang terhadap produk cacat, inspeksi ulang, dan sebagainya.
8. Komunikasi yang lebih baik dengan pelanggan tentang kemampuan produk dalam memenuhi spesifikasi pelanggan.
9. Membuat organisasi lebih berorientasi pada data statistik dari pada hanya berupa asumsi saja.
10. Perbaikan proses, sehingga kualitas produk menjadi lebih baik, biaya lebih rendah, dan produktivitas meningkat.

Walaupun demikian, ada pula beberapa kesulitan yang dihadapi dalam pengenalan dan penerapan pengendalian kualitas proses statistik. Menurut Anthony, dkk (2000) dalam Ariani (2004), kesulitan tersebut antara lain disebabkan:

1. Tidak adanya dukungan dan komitmen manajemen yang membantu pengenalan program pengendalian kualitas proses statistik.
2. Tidak adanya pendidikan dan pelatihan yang dimaksudkan untuk memberikan pengertian secara jelas mengenai alat dan teknik pengendalian kualitas proses statistik yang dapat memberikan kompetensi bagi organisasi atau perusahaan.
3. Ketidacukupan sistem pengukuran. Hal ini disebabkan sektor industri seringkali mengabaikan sistem pengukuran selama pengenalan program pengendalian kualitas proses statistik. Pengendalian proses statistik tergantung pada sistem pengukuran efektif. Apabila sistem pengukuran tidak

memenuhi, maka pengendalian kualitas proses statistik harus ditangguhkan penggunaannya.

4. Kurangnya pengetahuan mengenai apa yang dimonitor dan diukur. Pengukuran adalah elemen kunci dalam *continuous improvement*. Pengertian yang baik terhadap proses sangat penting untuk mengidentifikasi karakteristik yang sesuai.
5. Kurangnya komunikasi antara para perencana, manajer, dan operator yang sangat penting bagi keberhasilan dalam penerapan pengendalian kualitas proses statistik.

2.2 Grafik Pengendali (*Control Chart*)

Grafik pengendali (*control chart*) merupakan suatu alat yang dapat digunakan untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali secara statistik. Grafik pengendali menggambarkan perbaikan kualitas. Perbaikan kualitas terjadi pada dua situasi. Situasi pertama adalah ketika grafik pengendali dibuat, proses dalam kondisi tidak stabil. Kondisi yang di luar batas kendali terjadi karena sebab-sebab yang dapat diprediksi (*assignable cause*), kemudian dicari tindakan perbaikan sehingga proses menjadi stabil, sehingga hasilnya adalah adanya perbaikan proses. Situasi kedua berkaitan dengan pengujian. Grafik pengendali tepat digunakan bagi pengambil keputusan karena model dari grafik tersebut akan melihat yang baik dan yang buruk. Grafik pengendali tepat dalam penyelesaian masalah melalui perbaikan kualitas, namun kelemahan dari grafik pengendali ini apabila digunakan untuk memonitor atau mempertahankan proses (Ariani, 2004).

Secara umum grafik pengendali diklasifikasikan ke dalam dua tipe. Pertama, grafik pengendali atribut (sifat) menurut Besterfield (1998) dalam Ariani (2004) yaitu apabila ada pengukuran yang tidak memungkinkan untuk dilakukan, misalnya goresan, kecacatan, kesalahan warna, atau ada bagian yang hilang. Kedua, grafik pengendali variabel yaitu apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam bilangan (Ariani, 2004).

Dalam grafik pengendali sering terjadi perbedaan antara batas pengendali dengan batas spesifikasi. Kondisi terkendali tidak selalu identik dengan kepuasan pelanggan. Contohnya pada beberapa situasi, suatu proses tidak berada dalam kendali secara statistik, tetapi proses tersebut tidak memerlukan tindakan (revisi) karena telah memenuhi spesifikasi. Sedangkan apabila produk tidak memenuhi spesifikasi, ada tindakan yang diperlukan, antara lain mengubah nilai rata-rata, mengurangi variabilitas, mengubah spesifikasi, melakukan persortiran terhadap produk, dan sebagainya (Ariani, 2004).

Teori umum grafik pengendali pertama kali dikemukakan oleh Dr. Walter A. Shewhart, dan grafik pengendali yang dikembangkan menurut asas-asas ini seringkali dinamakan grafik pengendali Shewhart. Secara umum formula grafik pengendali adalah,

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_x + k\sigma_x \\ CL &= \mu_x \\ LCL &= \mu_x - k\sigma_x \end{aligned} \tag{2.1}$$

dimana,

UCL : batas kendali atas (*upper control limit*)

CL : garis tengah (*center line*)

LCL : batas kendali bawah (*lower control limit*)

x : statistik sampel yang digunakan sebagai ukuran karakteristik kualitas proses produksi

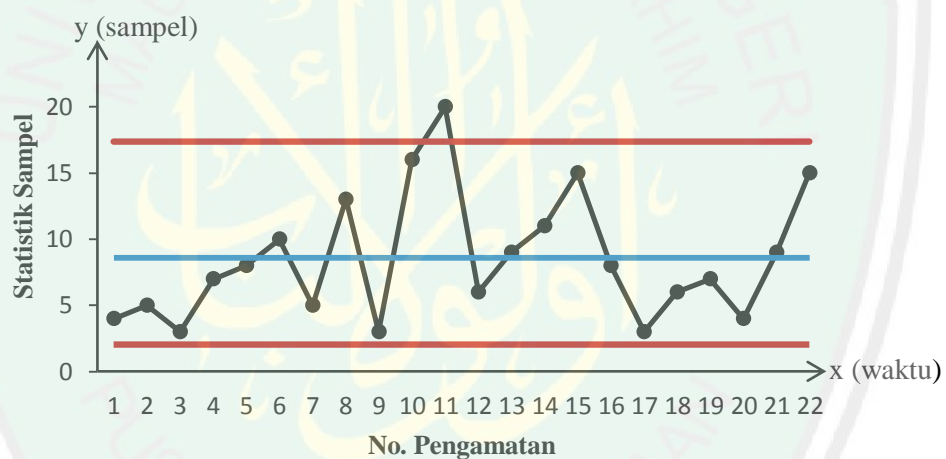
k : jarak batas pengendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi

μ_x : rata-rata dari x

σ_x : standar deviasi dari x

(Montgomery, 1996a).

Berikut ini ditunjukkan contoh grafik pengendali statistik.



Gambar 2.1 Contoh Grafik Pengendali Statistik

Pada contoh grafik pengendali statistik di atas, sumbu y menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur. Sedangkan sumbu x menunjukkan waktu atau nomor pengamatan. Garis biru yang berada di tengah merupakan garis tengah (CL) dari grafik pengendali yang menunjukkan besar nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis merah merupakan batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) grafik pengendali. Titik-titik yang dihubungkan oleh garis adalah statistik sampel yang diukur karakteristik kualitasnya terhadap waktu atau

nomor pengamatan tersebut. Menurut Montgomery (1996b), Selama titik-titik sampel terletak di dalam batas-batas pengendali, proses dianggap dalam keadaan terkendali secara statistik dan tidak perlu tindakan apapun. Tetapi jika ada satu titik yang terletak di luar batas pengendali (di bawah batas kendali bawah atau di atas batas kendali atas), maka hal ini sebagai indikasi bahwa proses tidak terkendali dan diperlukan penyelidikan atau perbaikan untuk mengetahui dan menghilangkan sebab yang menyebabkan tingkah laku tidak terkendali tersebut.

2.3 Grafik Pengendali untuk Variabel

Variabel adalah suatu karakteristik kualitas yang dapat diukur, seperti dimensi, berat, tinggi, luas, atau volume. Banyak karakteristik kualitas yang dapat dinyatakan dalam bentuk variabel. Misalnya, diameter bantalan poros dapat diukur dengan mikrometer dan dinyatakan dalam millimeter. Grafik pengendali untuk variabel digunakan secara luas. Biasanya grafik pengendali variabel merupakan prosedur pengendali yang lebih efisien dan memberikan informasi yang lebih banyak daripada grafik pengendali atribut (Montgomery, 1996b).

Dalam grafik pengendali klasik, dikenal dua macam grafik pengendali untuk variabel yaitu grafik pengendali $\bar{X} - R$ dan grafik pengendali $\bar{X} - S$. Grafik pengendali $\bar{X} - R$ memiliki dua grafik pengendali, grafik pengendali \bar{X} digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses, sedangkan untuk mengendalikan variabilitas proses didasarkan pada *range* yang disebut grafik pengendali R . Grafik pengendali $\bar{X} - S$ memiliki karakteristik yang sama dengan grafik pengendali $\bar{X} - R$, yang berbeda adalah ukuran variabilitas dari proses ditentukan berdasarkan standar deviasi sampel (Montgomery, 1996b).

Dalam penelitian ini, grafik pengendali yang digunakan adalah grafik pengendali $\bar{X} - S$. Grafik pengendali $\bar{X} - S$ lebih efisien dalam menaksir σ ketika ukuran sampel n cukup besar ($n \geq 10$) karena standar deviasi memerhatikan penyebaran sampel dan kondisi sampel. Kelebihan dari grafik pengendali $\bar{X} - S$ yang lain adalah grafik pengendali $\bar{X} - S$ relatif peka terhadap pergeseran kecil atau sedang untuk ukuran sampel kecil dan grafik pengendali $\bar{X} - S$ sangat efisien digunakan ketika diperlukan pengendalian variabilitas proses yang cukup ketat karena memerlukan ukuran sampel yang cukup besar (Montgomery, 1996b).

Montgomery (1996b) mengasumsikan karakteristik kualitas berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ , dengan μ dan σ diketahui. Jika x_1, x_2, \dots, x_n sampel berukuran n , dengan $x_i \sim N(\mu, \sigma)$ maka rata-rata sampel adalah

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (2.4)$$

Dapat diketahui \bar{x} berdistribusi normal dengan rata-rata $\mu_x = \mu$ dan standar deviasi $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Untuk suatu α , maka probabilitas setiap rata-rata sampel akan berada di antara

$$\mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}} = \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.5)$$

dan

$$\mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}} = \mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.6)$$

adalah $1 - \alpha$.

Dengan demikian, jika μ dan σ diketahui, persamaan (2.5) dan (2.6) dapat digunakan sebagai batas pengendali atas dan batas pengendali bawah pada grafik

pengendali \bar{X} . Dengan memilih batas 3-sigma maka $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ diganti dengan 3, sehingga

formula grafik pengendali \bar{X} menjadi

$$\begin{aligned} UCL_{\bar{X}} &= \mu + 3\sigma_{\bar{x}} \\ CL_{\bar{X}} &= \mu \\ LCL_{\bar{X}} &= \mu - 3\sigma_{\bar{x}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Jika σ^2 merupakan variansi distribusi probabilitas yang tidak diketahui, maka penaksir tak bias untuk σ^2 adalah variansi sampel

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (2.8)$$

Tetapi, standar deviasi sampel S bukan penaksir tak bias untuk σ . Karena karakteristik kualitas berdistribusi normal, maka S menaksir $c_4\sigma$, dengan c_4 suatu konstanta yang bergantung pada ukuran sampel n . Selanjutnya, standar deviasi bagi S adalah $\sigma_S = \sigma\sqrt{1 - c_4^2}$.

Jika σ diketahui dan $E[S] = c_4\sigma$, maka garis tengah untuk grafik pengendali S adalah $c_4\sigma$. Sehingga formula untuk grafik pengendali S adalah

$$\begin{aligned} UCL_S &= c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2} \\ CL_S &= c_4\sigma \\ LCL_S &= c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1 - c_4^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Misalkan $B_5 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$ dan $B_6 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}$, maka persamaan (2.9) menjadi

$$UCL_S = B_5\sigma$$

$$CL_S = c_4\sigma \quad (2.10)$$

$$LCL_S = B_6\sigma$$

Pada proses produksi biasanya μ dan σ tidak diketahui, sehingga μ dan σ perlu ditaksir. Misalkan tersedia m sampel yang memuat n pengamatan pada suatu karakteristik kualitas dan $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ adalah rata-rata tiap sampel, maka penaksir tak bias untuk rata-rata proses μ adalah

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}_j \quad (2.11)$$

Karena

$$E[\bar{\bar{x}}] = E\left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}_j\right]$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m E[\bar{x}_j]$$

$$= \frac{1}{m} m\mu$$

$$E[\bar{\bar{x}}] = \mu$$

Jadi $\bar{\bar{x}}$ dapat digunakan untuk menaksir μ dan akan digunakan sebagai garis tengah dari grafik pengendali \bar{X} .

Misalkan S_j adalah standar deviasi sampel pengamatan ke- j , maka rata-rata standar deviasi tersebut adalah

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S_j; j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.12)$$

dengan

$$S_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n-1}} \quad (2.13)$$

Karena $E[S] = c_4\sigma$, maka

$$E[\bar{S}] = E\left[\frac{\sum_{j=1}^m S_j}{m}\right]$$

$$E[\bar{S}] = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m E[S_j]$$

$$E[\bar{S}] = \frac{1}{m} m c_4 \sigma$$

$$E[\bar{S}] = c_4 \sigma$$

$$\frac{E[\bar{S}]}{c_4} = \sigma$$

$$E\left[\frac{\bar{S}}{c_4}\right] = \sigma$$

Sehingga statistik $\frac{\bar{S}}{c_4}$ adalah penaksir tak bias untuk σ . Dengan demikian formula grafik pengendali \bar{X} adalah

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{S}}{c_4\sqrt{n}}$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{S}}{c_4\sqrt{n}}$$

(2.14)

Misalkan konstanta $A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}}$, maka batas-batas kendali grafik pengendali \bar{X} menjadi

$$\begin{aligned}
 UCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} \\
 CL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} \\
 LCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S}
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Sedangkan formula untuk grafik pengendali S adalah

$$\begin{aligned}
 UCL_S &= c_4 \frac{\bar{S}}{c_4} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S} \sqrt{1 - c_4^2}}{c_4} \\
 CL_S &= c_4 \frac{\bar{S}}{c_4} = \bar{S}
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

$$LCL_S = c_4 \frac{\bar{S}}{c_4} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S} \sqrt{1 - c_4^2}}{c_4}$$

Misalkan $B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$ dan $B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$, maka persamaan (2.16)

menjadi

$$\begin{aligned}
 UCL_S &= B_4\bar{S} \\
 CL_S &= \bar{S} \\
 LCL_S &= B_3\bar{S}
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

Konstanta A_3 , B_3 , dan B_4 untuk berbagai ukuran sampel diberikan dalam tabel Lampiran 6 (Montgomery, 1996b).

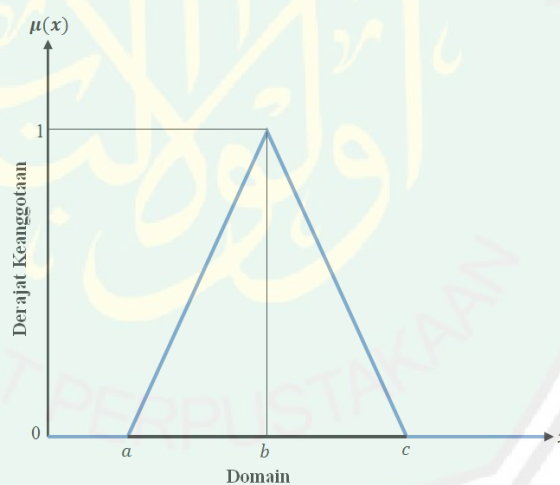
2.4 Teori Himpunan Kabur

Pada tahun 1965, Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar pada *University of California, Berkeley*, Amerika Serikat memperkenalkan teori himpunan kabur. Pada teori himpunan kabur, komponen utama yang sangat berpengaruh dalam himpunan kabur adalah fungsi keanggotaan (*membership function*) yang nilainya berada pada selang tertutup $[0,1]$. Fungsi keanggotaan merepresentasikan derajat keadaan suatu objek terhadap sifat tertentu. Jadi keanggotaan dalam himpunan

kabur tidak lagi merupakan sesuatu yang tegas melainkan sesuatu yang berderajat atau bergradasi secara kontinu (Susilo, 2006).

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik objek ke dalam nilai keanggotaannya. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan dari titik-titik objek tersebut adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Terdapat beberapa fungsi yang dapat digunakan, di antaranya yaitu fungsi linear, fungsi segitiga, dan fungsi trapesium (Kusumadewi, dkk, 2006).

Dalam penelitian ini, fungsi yang digunakan untuk merepresentasikan bilangan kabur adalah fungsi segitiga. Fungsi segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear) seperti terlihat pada gambar berikut.



Gambar 2.2 Representasi Fungsi Segitiga

Misalkan $y = \mu(x)$, dengan $\mu(x)$ adalah derajat keanggotaan dari himpunan kabur x maka:

- a. Jika $x < a$ atau $x > c$, maka

$$\mu(x) = 0 \quad (2.18)$$

b. Jika $a \leq x \leq b$, maka

$$\begin{aligned}\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} &= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \\ \frac{y - 0}{1 - 0} &= \frac{x - a}{b - a} \\ y &= \frac{x - a}{b - a} \\ \mu(x) &= \frac{x - a}{b - a}\end{aligned}\tag{2.19}$$

c. Jika $b < x \leq c$, maka

$$\begin{aligned}\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} &= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \\ \frac{y - 0}{0 - 1} &= \frac{x - b}{c - b} \\ y &= \frac{b - x}{c - b} \\ \mu(x) &= \frac{b - x}{c - b}\end{aligned}\tag{2.20}$$

Sehingga fungsi keanggotaan dari representasi fungsi segitiga tersebut adalah

$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x < a \text{ atau } x > c \\ \frac{x - a}{b - a}; & a \leq x \leq b \\ \frac{b - x}{c - b}; & b < x \leq c \end{cases}\tag{2.21}$$

(Kusumadewi, dkk, 2006).

2.5 Bilangan Kabur

Konsep bilangan kabur muncul dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam aplikasi teori kabur dalam bentuk besaran yang dinyatakan dengan bilangan yang tidak tepat, seperti misalnya “sekitar 7 km”, “kurang lebih 10 buah”, “kira-kira 3 jam”, dan sebagainya. ungkapan “sekitar 7” dapat dinyatakan dengan suatu

himpunan kabur pada semesta R , dimana bilangan 7 mempunyai derajat keanggotaan sama dengan 1, dan bilangan-bilangan di sekitar 7 mempunyai derajat keanggotaan kurang dari 1. Apabila bilangan-bilangan itu semakin jauh dari 7, maka derajat keanggotaannya semakin mendekati 0 (Susilo, 2006).

Secara umum, bilangan kabur didefinisikan sebagai himpunan kabur dalam semesta himpunan semua bilangan riil R yang memenuhi empat sifat berikut ini:

1. Normal
2. Mempunyai pendukung yang terbatas
3. Semua potongan α -nya adalah selang tertutup dalam R
4. Konveks

Suatu bilangan kabur bersifat normal jika mempunyai nilai fungsi keanggotaannya sama dengan 1 dan sifat lainnya dapat digunakan untuk mendefinisikan operasi-operasi aritmatika pada bilangan kabur (Susilo, 2006).

Bilangan kabur yang sering digunakan dalam aplikasi adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan segitiga, yang disebut bilangan kabur segitiga, dan bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan trapesium yang disebut bilangan kabur trapesium. Kedua jenis bilangan kabur tersebut sering digunakan karena memenuhi keempat sifat bilangan kabur (Susilo, 2006).

2.6 Teknik Transformasi Kabur

Wang dan Raz (1990) mengusulkan dalam penelitiannya bahwa terdapat empat teknik transformasi kabur yang konsepnya sama dengan mengukur

parameter lokasi yang digunakan dalam statistik deskriptif. Empat teknik transformasi tersebut didefinisikan sebagai berikut:

1. Modus Kabur (f_{mode})

Modus kabur dari himpunan kabur F adalah nilai dari suatu variabel yang memiliki derajat keanggotaan 1, yang dinyatakan dengan formula,

$$f_{mode} = \{x | \mu_F(x) = 1\}, \forall x \in F \quad (2.22)$$

2. Tingkat α Nilai Tengah Kabur ($f_{mr}(\alpha)$)

Merupakan nilai tengah dari batas suatu α -level cut, yang mana α -level cut (A_α) adalah himpunan bukan kabur yang memuat semua nilai dari variabel yang memiliki derajat keanggotaan lebih besar atau sama dengan α . Jika α_n dan b_n adalah batas bawah dan batas atas dari A_α , maka

$$f_{mr}(\alpha) = \frac{1}{2}(\alpha_n + b_n) \quad (2.23)$$

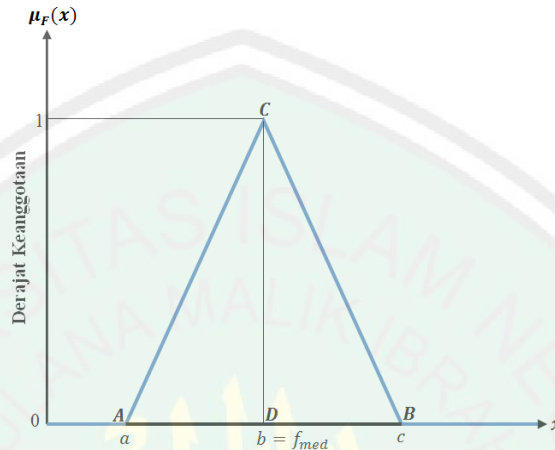
3. Median Kabur (f_{med})

Median kabur (f_{med}) merupakan nilai yang mempartisi kurva dari fungsi keanggotaan dan himpunan kabur dalam dua daerah yang luasnya sama, yang dinyatakan dalam formula,

$$\int_a^{f_{med}} \mu_F(x) dx = \int_{f_{med}}^b \mu_F(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^b \mu_F(x) dx \quad (2.24)$$

dimana a dan b adalah batas bawah dan batas atas dari himpunan kabur F , sedemikian sehingga $a < b$. Dalam penelitian ini, fungsi keanggotaan yang digunakan untuk merepresentasikan bilangan kabur adalah fungsi segitiga, misalkan bilangan kabur tersebut direpresentasi oleh fungsi segitiga (a, b, c) , maka representasi dari median kabur dapat dibagi menjadi tiga kasus:

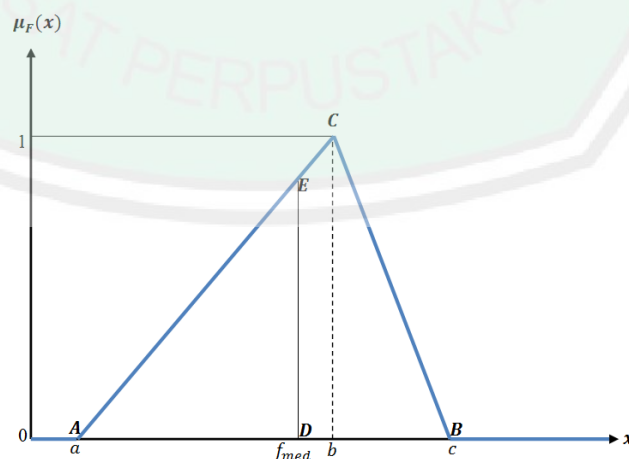
- a. Jika $(b - a) = (c - b)$, maka grafik fungsi segitiga merupakan grafik yang simetris dan $f_{med} = b$. Ilustrasi dari nilai f_{med} dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 2.3 Median Kabur untuk Kurva Segitiga Simetris

Dari Gambar 2.3 dapat diketahui f_{med} mempartisi kurva segitiga dalam dua daerah yang luasnya sama, sehingga luas $\Delta ACD = \Delta BCD$.

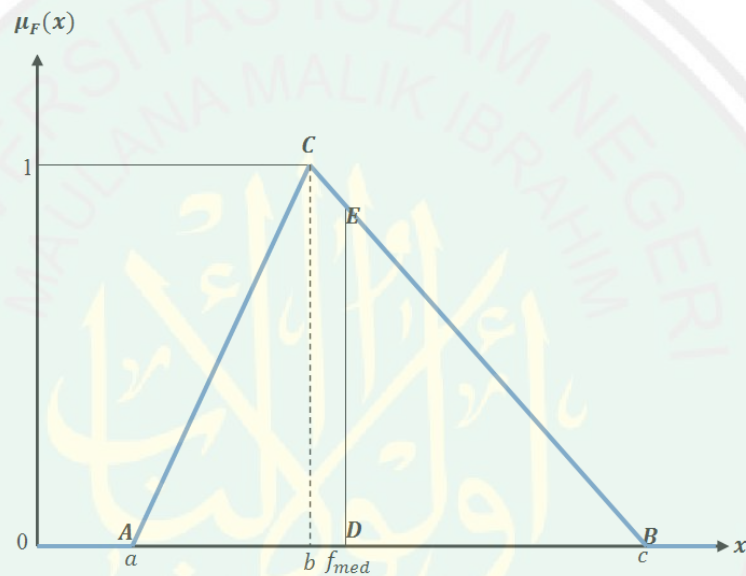
- b. Jika $(b - a) > (c - b)$, maka f_{med} berada di antara a dan b ($a < f_{med} < b$) dan f_{med} mempartisi kurva segitiga dalam dua daerah yang luasnya sama seperti pada ilustrasi dalam gambar berikut:



Gambar 2.4 Median Kabur Berada di Antara a dan b

Karena f_{med} mempartisi kurva segitiga dalam dua daerah yang luasnya sama, maka dari ilustrasi pada Gambar 2.4 dapat diketahui bahwa luas segitiga ADE sama dengan luas segiempat $BCED$.

- c. Jika $(b - a) < (c - b)$, maka f_{med} berada di antara b dan c ($b < f_{med} < c$) dan f_{med} mempartisi kurva segitiga dalam dua daerah yang luasnya sama seperti pada ilustrasi dalam gambar berikut.



Gambar 2.5 Median Kabur Berada di Antara b dan c

Karena f_{med} mempartisi kurva segitiga dalam dua daerah yang luasnya sama, maka dari ilustrasi pada Gambar 2.5 dapat diketahui bahwa luas segiempat $ACED$ sama dengan luas segitiga BDE .

4. Rata-rata Kabur (f_{avg})

Rata-rata kabur (*fuzzy average*) ditentukan dengan formula,

$$f_{avg} = \frac{\int_{x=0}^1 x \cdot \mu_F(x) dx}{\int_{x=0}^1 \mu_F(x) dx} \quad (2.25)$$

2.7 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$

Pada pengendalian kualitas proses produksi, grafik pengendali \bar{X} digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses, sedangkan untuk mengendalikan variabilitas proses didasarkan pada standar deviasi yang disebut grafik pengendali S . Pada penelitian ini, grafik pengendali kabur untuk variabel didasarkan pada bilangan kabur segitiga. Sehingga setiap sampel pengamatan direpresentasikan ke dalam bilangan kabur berdasarkan fungsi segitiga atau bilangan kabur segitiga (X_a, X_b, X_c) . Garis tengah dari grafik pengendali kabur ($\tilde{C}L$) adalah nilai rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel pengamatan kabur yang direpresentasikan dengan $(\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c)$, dan $\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$\bar{X}_{rj} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{rij}}{n}; r = a, b, c; i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.26)$$

$$\bar{\bar{X}}_r = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{rj}}{m}; r = a, b, c; j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.27)$$

$$\tilde{C}L = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) = \left\{ \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj}}{m} \right\} \quad (2.28)$$

dimana n adalah ukuran sampel tiap pengamatan dan m adalah banyaknya pengamatan (Senturk dan Erginel, 2009).

Formula grafik pengendali kabur \tilde{X} berdasarkan standar deviasi adalah

$$U\tilde{C}L_{\bar{X}} = \tilde{C}L_{\bar{X}} + A_3(\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c)$$

$$\tilde{C}L_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) \quad (2.29)$$

$$L\tilde{C}L_{\bar{X}} = \tilde{C}L_{\bar{X}} - A_3(\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c)$$

dan formula grafik pengendali kabur \tilde{S} adalah

$$\begin{aligned}
 U\tilde{C}L_S &= B_4\tilde{C}L_S \\
 \tilde{C}L_S &= \tilde{S} = (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c) \\
 L\tilde{C}L_S &= B_3\tilde{C}L_S
 \end{aligned}
 \tag{2.30}$$

dimana $(\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c)$ adalah rata-rata dari standar deviasi pada sampel pengamatan kabur, dan dapat dihitung dengan formula,

$$\tilde{S} = \left\{ \frac{\sum_{j=1}^m S_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{cj}}{m} \right\}; j = 1, 2, 3, \dots, m
 \tag{2.31}$$

dengan rumus standar deviasi kabur (\tilde{S}_j) adalah,

$$\tilde{S}_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(X_a, X_b, X_c)_{ij} - (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c)_j]^2}{n-1}}
 \tag{2.32}$$

(Senturk dan Erginel, 2009).

2.8 Kajian Agama tentang Kualitas

Allah berfirman dalam al-Quran surat an-Naml/27:88:

وَتَرَى الْجِبَالَ تَحْسَبُهَا جَامِدَةً وَهِيَ تَمُرُّ مَرَّ السَّحَابِ صُنِعَ اللَّهُ الَّذِي الَّذِي أَنْقَنَ كُلَّ شَيْءٍ إِنَّهُ خَبِيرٌ بِمَا تَفْعَلُونَ ﴿٨٨﴾

“Dan kamu lihat gunung-gunung itu, kamu sangka dia tetap di tempatnya, Padahal ia berjalan sebagai jalannya awan. (Begitulah) perbuatan Allah yang membuat dengan kokoh tiap-tiap sesuatu; Sesungguhnya Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan” (QS. an-Naml/27:88).

Al-Qarni (2007) menafsirkan ayat tersebut bahwa manusia menyaksikan gunung-gunung dengan mengira bahwa gunung-gunung tersebut tetap kokoh dan menetap di tempatnya, padahal berjalan dengan cepat bagai jalannya awan yang digiring oleh angin. Ini merupakan salah satu ciptaan Allah Swt. Yang Maha Lembut dan Maha Mengetahui yang telah menciptakan segala makhluk dengan sebaik-baiknya.

Menurut al-Qurthubi (2009), ayat الَّذِي أَنْفَقَ كُلَّ شَيْءٍ yang berarti “Yang membuat dengan kokoh tiap-tiap sesuatu.” memiliki makna bahwa Allah Swt. menetapkannya dan menyempurnakannya. Ayat tersebut semakna dengan sabda Rasulullah Saw. “Allah Swt. mengasihi siapa saja yang melakukan sebuah perbuatan dan menyempurnakannya.” Sedangkan Ibnu Katsir menafsirkan ayat tersebut bahwa begitulah perbuatan Allah yang dengan kekuasaan-Nya telah membuat dengan kokoh dan sempurna segala apa yang diciptakan yang mengandung hikmah dan ibrah bagi siapa yang memperhatikannya.

Ayat lain yang menjelaskan tentang kekuasaan Allah Swt. dalam menciptakan segala sesuatu dengan sempurna adalah al-Quran surat al-Infithar/82:6-7

يَتَأَيُّهَا الْإِنْسَانُ مَا غَرَّكَ بِرَبِّكَ الْكَرِيمِ ۝ الَّذِي خَلَقَكَ فَسَوَّاكَ فَعَدَلَكَ ۝

“Hai manusia, Apakah yang telah memperdayakan kamu (berbuat durhaka) terhadap Tuhanmu yang Maha Pemurah. Yang telah menciptakan kamu lalu menyempurnakan kejadianmu dan menjadikan (susunan tubuh)mu seimbang” (QS. al-Infithar/82:6-7).

Ayat al-Quran di atas menjelaskan bahwa Allah Swt. menciptakan manusia dengan sempurna dan menjadikannya seimbang dengan tampilan bentuk yang sangat baik.

Pada penjelasan beberapa ayat di atas dapat diketahui bahwa dalam menciptakan segala sesuatu, Allah Swt. selalu menciptakannya dengan kokoh, teliti, sempurna, dan bersungguh-sungguh. Dalam memproduksi suatu produk dituntut untuk membuatnya dengan baik, teliti, dan bersungguh-sungguh untuk menjaga kualitas produksinya. Hal ini dapat dilakukan dengan menjaga kualitas produksi, agar menghasilkan produk yang sangat baik dan tidak mengecewakan konsumen.

BAB III

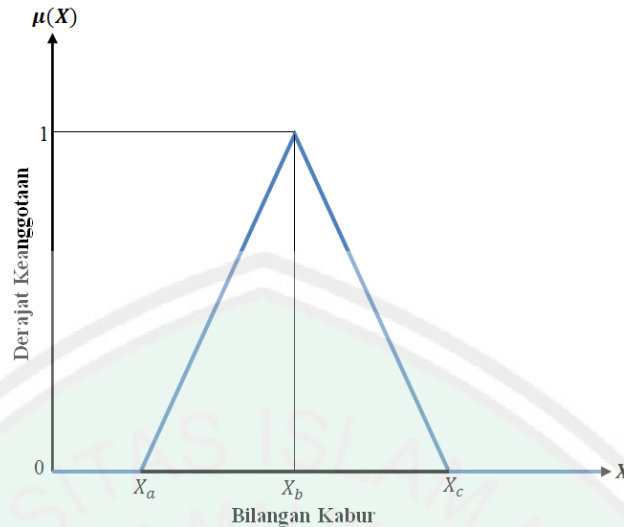
PEMBAHASAN

3.1 Representasi Bilangan Kabur untuk Sampel Pengamatan Berdasarkan Fungsi Keanggotaan Kurva Segitiga

Misalkan dalam pengendalian kualitas proses produksi digunakan data historis sebanyak m sampel pengamatan, dan dengan ukuran sampel sebesar n , maka pada kasus kabur setiap sampel pengamatan direpresentasikan ke dalam bilangan kabur berdasarkan fungsi keanggotaan yang digunakan. Dalam penelitian ini digunakan fungsi keanggotaan segitiga, sehingga setiap sampel ke- i pada pengamatan ke- j dilakukan pengukuran sebanyak tiga kali. Pengukuran sebanyak tiga kali tersebut akan menjadi representasi bilangan kabur segitiga, dimana sampel kiri merupakan sampel kecil ($X_{a_{ij}}$) yang memiliki derajat keanggotaan 0, sampel tengah merupakan sampel sedang ($X_{b_{ij}}$) yang memiliki derajat keanggotaan 1, dan sampel kanan merupakan sampel besar ($X_{c_{ij}}$) yang memiliki derajat keanggotaan 0. Maka representasi bilangan kabur segitiga dari sampel tersebut adalah

$$\tilde{X}_{ij} = (X_{a_{ij}}, X_{b_{ij}}, X_{c_{ij}}), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m$$

dan dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 3.1 Representasi Bilangan Kabur Segitiga

Fungsi keanggotaan dari representasi bilangan kabur segitiga tersebut berdasarkan persamaan (2.21) adalah

$$\mu(X) = \begin{cases} 0; & X < X_a \text{ atau } X > X_c \\ \frac{X - X_a}{X_b - X_a}; & X_a \leq X \leq X_b \\ \frac{X_b - X}{X_c - X_b}; & X_b < X \leq X_c \end{cases} \quad (3.1)$$

Selanjutnya didefinisikan bilangan kabur segitiga sebagai wakil dari setiap pengamatan ke- j adalah

$$\tilde{X}_j = (\bar{X}_{a_j}, \bar{X}_{b_j}, \bar{X}_{c_j})$$

dengan \tilde{X}_j menyatakan bilangan kabur dari rata-rata sampel pada pengamatan ke- j dan \bar{X}_{r_j} menyatakan rata-rata sampel dari representasi bilangan kabur ke- r pada pengamatan ke- j dan dapat dihitung dengan formula,

$$\bar{X}_{r_j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{r_{ij}}; r = a, b, c; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m \quad (3.2)$$

$$\bar{\bar{X}}_r = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{r_j}}{m}; r = a, b, c; j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (3.3)$$

\bar{X}_r merupakan rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel representasi bilangan kabur ke- r pada pengamatan ke- j , sehingga bilangan kabur yang menyatakan rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel adalah

$$\bar{X} = (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c)$$

3.2 Nilai Transformasi dari Bilangan Kabur dengan Teknik Median Kabur

Misalkan suatu pengamatan telah direpresentasikan dalam bilangan kabur segitiga (a,b,c), dengan fungsi keanggotaan seperti pada persamaan (2.21) berikut.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0; & x < a \text{ atau } x > c \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b \\ \frac{b-x}{c-b}; & b < x \leq c \end{cases}$$

Maka akan ditentukan nilai transformasi dari bilangan kabur di atas sebagai statistik sampel yang akan digambarkan dalam grafik pengendali.

Dalam penelitian ini penentuan nilai transformasi dari bilangan kabur menggunakan teknik median kabur seperti pada persamaan (2.24). Nilai transformasi dari bilangan kabur A dengan a dan c batas bawah dan batas atas adalah

$$\int_a^{f_{med}} \mu_A(x) dx = \int_{f_{med}}^c \mu_A(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^c \mu_A(x) dx \quad (3.4)$$

Berdasarkan fungsi keanggotaan pada persamaan (2.21), akan dicari nilai transformasi dari persamaan (3.4) yaitu f_{med} secara eksplisit. Dalam hal ini, karena fungsi keanggotaannya adalah fungsi segitiga, maka penentuan nilai f_{med} dapat dibagi menjadi tiga kasus:

a. Kasus 1, $(b - a) = (c - b)$

Dalam kasus ini, jika $(b - a) = (c - b)$ maka grafik fungsi segitiga merupakan grafik yang simetris, sehingga nilai f_{med} pada persamaan (3.4) dipenuhi oleh

$$f_{med} = b \quad (3.5)$$

dan ilustrasi dari nilai f_{med} terdapat pada Gambar 2.3.

b. Kasus 2, $(b - a) > (c - b)$

Dalam kasus ini, nilai f_{med} pada persamaan (3.4) berada di antara a dan b ($a < f_{med} < b$), sehingga persamaan (3.4) dapat ditulis,

$$\int_a^{f_{med}} \mu_A(x) dx = \int_{f_{med}}^b \mu_A(x) dx + \int_b^c \mu_A(x) dx \quad (3.6)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.21) pada persamaan (3.6) diperoleh:

$$\begin{aligned} \int_a^{f_{med}} \frac{x-a}{b-a} dx &= \int_{f_{med}}^b \frac{x-a}{b-a} dx + \int_b^c \frac{c-x}{c-b} dx \\ \frac{1}{b-a} \int_a^{f_{med}} (x-a) dx &= \frac{1}{b-a} \int_{f_{med}}^b (x-a) dx + \frac{1}{c-b} \int_b^c (c-x) dx \\ \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} x^2 - ax \right]_a^{f_{med}} &= \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} x^2 - ax \right]_{f_{med}}^b + \frac{1}{c-b} \left[cx - \frac{1}{2} x^2 \right]_b^c \\ \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} (f_{med})^2 - a \cdot f_{med} - \left(\frac{1}{2} a^2 - a^2 \right) \right] &= \\ \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} b^2 - ab - \left(\frac{1}{2} (f_{med})^2 - a \cdot f_{med} \right) \right] + \frac{1}{c-b} \left[c^2 - \frac{1}{2} c^2 - \left(bc - \frac{1}{2} b^2 \right) \right] &= \\ \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} (f_{med})^2 - a \cdot f_{med} - \frac{1}{2} a^2 + a^2 \right] &= \\ \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} b^2 - ab - \frac{1}{2} (f_{med})^2 + a \cdot f_{med} \right] + \frac{1}{c-b} \left[c^2 - \frac{1}{2} c^2 - bc + \frac{1}{2} b^2 \right] &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left[\frac{1}{2}(f_{med})^2 - a \cdot f_{med} + \frac{1}{2}a^2\right] &= \\
\left[\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}(f_{med})^2 + a \cdot f_{med}\right] + \frac{b-a}{c-b} \left[\frac{1}{2}c^2 - bc + \frac{1}{2}b^2\right] \\
\left[\frac{1}{2}(f_{med})^2 - a \cdot f_{med} + \frac{1}{2}a^2\right] - \left[-\frac{1}{2}(f_{med})^2 + a \cdot f_{med}\right] &= \\
\left[\frac{1}{2}b^2 - ab\right] + \frac{b-a}{c-b} \left[\frac{1}{2}c^2 - bc + \frac{1}{2}b^2\right] \\
(f_{med})^2 - 2a \cdot f_{med} + \frac{1}{2}a^2 &= \left[\frac{1}{2}b^2 - ab\right] + \frac{b-a}{c-b} \left[\frac{1}{2}c^2 - bc + \frac{1}{2}b^2\right] \\
(f_{med})^2 - 2a \cdot f_{med} &= \left[\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2\right] + \frac{b-a}{c-b} \left[\frac{1}{2}c^2 - bc + \frac{1}{2}b^2\right] \\
&= \left[\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2\right] + \frac{b-a}{2(c-b)} (c-b)^2 \\
&= \left[\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2\right] + \left[\frac{1}{2}(b-a)(c-b)\right] \\
&= \left[\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2\right] + \left[\frac{1}{2}bc - \frac{1}{2}ac - \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab\right] \\
&= -\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}bc - \frac{1}{2}ac \\
&= \frac{1}{2}(-a^2 - ab + bc - ac) \\
(f_{med})^2 - 2a \cdot f_{med} - \frac{1}{2}(-a^2 - ab + bc - ac) &= 0 \tag{3.7}
\end{aligned}$$

Bentuk persamaan (3.7) merupakan bentuk persamaan kuadrat

$$px^2 + qx + r = 0$$

dengan $x = f_{med}$; $p = 1$; $q = -2a$; $r = -\frac{1}{2}(-a^2 - ab + bc - ac)$, maka nilai

f_{med} dapat dicari dengan rumus:

$$\begin{aligned}
 f_{med} &= \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \\
 &= \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 - 4\left(-\frac{1}{2}(-a^2 - ab + bc - ac)\right)}}{2} \\
 &= \frac{2a \pm 2\sqrt{a^2 + \frac{1}{2}(-a^2 - ab + bc - ac)}}{2} \\
 &= a \pm \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 - ab + bc - ac)} \\
 &= a \pm \sqrt{\frac{1}{2}(b-a)(c-a)}
 \end{aligned}$$

Karena $a < f_{med} < b$, maka dipilih

$$f_{med} = a + \sqrt{\frac{1}{2}(b-a)(c-a)} \quad (3.8)$$

Ilustrasi dari f_{med} berada di antara a dan b terdapat pada Gambar 2.4.

c. Kasus 3, $(b-a) < (c-b)$

Dalam kasus ini, nilai f_{med} pada persamaan (3.4) berada di antara b dan c ($b < f_{med} < c$), sehingga persamaan (3.4) dapat ditulis,

$$\int_a^b \mu_A(x) dx + \int_b^{f_{med}} \mu_A(x) dx = \int_{f_{med}}^c \mu_A(x) dx \quad (3.9)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.21) pada persamaan (3.9) diperoleh:

$$\int_a^b \frac{x-a}{b-a} dx + \int_b^{f_{med}} \frac{c-x}{c-b} dx = \int_{f_{med}}^c \frac{c-x}{c-b} dx$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{b-a} \int_a^b (x-a) dx + \frac{1}{c-b} \int_b^{f_{med}} (c-x) dx &= \frac{1}{c-b} \int_{f_{med}}^c (c-x) dx \\
\frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} x^2 - ax \right]_a^b + \frac{1}{c-b} \left[cx - \frac{1}{2} x^2 \right]_b^{f_{med}} &= \frac{1}{c-b} \left[cx - \frac{1}{2} x^2 \right]_{f_{med}}^c \\
\frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} b^2 - ab - \left(\frac{1}{2} a^2 - a^2 \right) \right] + \frac{1}{c-b} \left[c \cdot f_{med} - \frac{1}{2} (f_{med})^2 - \left(bc - \frac{1}{2} b^2 \right) \right] \\
&= \frac{1}{c-b} \left[c^2 - \frac{1}{2} c^2 - \left(c \cdot f_{med} - \frac{1}{2} (f_{med})^2 \right) \right] \\
\frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} b^2 - ab + \frac{1}{2} a^2 \right] + \frac{1}{c-b} \left[c \cdot f_{med} - \frac{1}{2} (f_{med})^2 - bc + \frac{1}{2} b^2 \right] &= \\
&= \frac{1}{c-b} \left[\frac{1}{2} c^2 - c \cdot f_{med} + \frac{1}{2} (f_{med})^2 \right] \\
\frac{1}{c-b} \left[2c \cdot f_{med} - (f_{med})^2 - bc + \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} c^2 \right] &= -\frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} b^2 - ab + \frac{1}{2} a^2 \right] \\
\left[2c \cdot f_{med} - (f_{med})^2 - bc + \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} c^2 \right] &= -\frac{c-b}{b-a} \left[\frac{1}{2} b^2 - ab + \frac{1}{2} a^2 \right] \\
-(f_{med})^2 + 2c \cdot f_{med} &= bc - \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} c^2 - \frac{c-b}{2(b-a)} (b-a)^2 \\
-(f_{med})^2 + 2c \cdot f_{med} &= bc - \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} c^2 - \left[\frac{1}{2} (c-b)(b-a) \right] \\
&= bc - \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} c^2 - \left[\frac{1}{2} bc - \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} ac + \frac{1}{2} ab \right] \\
&= \frac{1}{2} c^2 + \frac{1}{2} bc + \frac{1}{2} ac - \frac{1}{2} ab \\
&= \frac{1}{2} (c^2 + bc + ac - ab) \\
(f_{med})^2 - 2c \cdot f_{med} &= \frac{1}{2} (-c^2 - bc - ac + ab) \\
(f_{med})^2 - 2c \cdot f_{med} - \frac{1}{2} (-c^2 - bc - ac + ab) &= 0 \tag{3.10}
\end{aligned}$$

Bentuk persamaan (3.10) merupakan bentuk persamaan kuadrat

$$px^2 + qx + r = 0$$

dengan $x = f_{med}$; $p = 1$; $q = -2c$; $r = -\frac{1}{2}(-c^2 - bc - ac + ab)$, maka nilai

f_{med} dapat dicari dengan rumus:

$$\begin{aligned} f_{med} &= \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p} \\ &= \frac{2c \pm \sqrt{4c^2 - 4\left(-\frac{1}{2}(-c^2 - bc - ac + ab)\right)}}{2} \\ &= \frac{2c \pm 2\sqrt{c^2 + \frac{1}{2}(-c^2 - bc - ac + ab)}}{2} \\ &= c \pm \sqrt{\frac{1}{2}(c^2 - bc - ac + ab)} \\ &= c \pm \sqrt{\frac{1}{2}(c-b)(c-a)} \end{aligned}$$

Karena $b < f_{med} < c$, maka dipilih

$$f_{med} = c - \sqrt{\frac{1}{2}(c-b)(c-a)} \quad (3.11)$$

Ilustrasi dari f_{med} berada di antara b dan c terdapat pada Gambar 2.5.

3.3 Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$

Grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ terdiri dari dua grafik pengendali kabur yaitu grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ dan grafik pengendali kabur \tilde{S} . Grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses dan grafik pengendali kabur \tilde{S} digunakan untuk mengendalikan variabilitas proses.

3.3.1 Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$ Berdasarkan Standar Deviasi Menggunakan Teknik Median Kabur

Batas kendali dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan standar deviasi pada persamaan (2.29) adalah

$$U\tilde{C}L_{\bar{X}} = \tilde{C}L_{\bar{X}} + A_3\tilde{S}$$

$$\tilde{C}L_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c)$$

$$L\tilde{C}L_{\bar{X}} = \tilde{C}L_{\bar{X}} - A_3\tilde{S}$$

Selanjutnya untuk menentukan batas kendali dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan standar deviasi menggunakan teknik median kabur akan digunakan formula yang diperoleh pada persamaan (3.5), (3.8), atau (3.11). Untuk nilai garis tengah pada grafik pengendali kabur, $\tilde{C}L_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c)$ pada persamaan (2.29), setelah ditransformasi menggunakan teknik median kabur, diperoleh garis tengah ($CL_{med-\bar{X}}$) sebagai berikut:

a. Jika $(\bar{\bar{X}}_b - \bar{\bar{X}}_a) = (\bar{\bar{X}}_c - \bar{\bar{X}}_b)$, maka berdasarkan persamaan (3.5) diperoleh:

$$CL_{med-\bar{X}} = \bar{\bar{X}}_b \quad (3.12)$$

b. Jika $(\bar{\bar{X}}_b - \bar{\bar{X}}_a) > (\bar{\bar{X}}_c - \bar{\bar{X}}_b)$, maka berdasarkan persamaan (3.8) diperoleh:

$$CL_{med-\bar{X}} = \bar{\bar{X}}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{\bar{X}}_b - \bar{\bar{X}}_a)(\bar{\bar{X}}_c - \bar{\bar{X}}_a)} \quad (3.13)$$

c. Jika $(\bar{\bar{X}}_b - \bar{\bar{X}}_a) < (\bar{\bar{X}}_c - \bar{\bar{X}}_b)$, maka berdasarkan persamaan (3.11) diperoleh:

$$CL_{med-\bar{X}} = \bar{\bar{X}}_c - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{\bar{X}}_c - \bar{\bar{X}}_b)(\bar{\bar{X}}_c - \bar{\bar{X}}_a)} \quad (3.14)$$

Sedangkan untuk rata-rata standar deviasi kabur, $\tilde{S} = (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c)$ pada persamaan (2.30), setelah ditransformasi menggunakan teknik median kabur, diperoleh nilai (\bar{S}_{med}) sebagai berikut:

a. Jika $(\bar{S}_b - \bar{S}_a) = (\bar{S}_c - \bar{S}_b)$, maka berdasarkan persamaan (3.5) diperoleh:

$$\bar{S}_{med} = \bar{S}_b \quad (3.15)$$

b. Jika $(\bar{S}_b - \bar{S}_a) > (\bar{S}_c - \bar{S}_b)$, maka berdasarkan persamaan (3.8) diperoleh:

$$\bar{S}_{med} = \bar{S}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{S}_b - \bar{S}_a)(\bar{S}_c - \bar{S}_a)} \quad (3.16)$$

c. Jika $(\bar{S}_b - \bar{S}_a) < (\bar{S}_c - \bar{S}_b)$, maka berdasarkan persamaan (3.11) diperoleh:

$$\bar{S}_{med} = \bar{S}_c - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{S}_c - \bar{S}_b)(\bar{S}_c - \bar{S}_a)} \quad (3.17)$$

Sehingga akhirnya diperoleh konstruksi formula batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{X} berdasarkan standar deviasi menggunakan teknik median kabur adalah

$$\begin{aligned} UCL_{med-\bar{X}} &= CL_{med-\bar{X}} + A_3\bar{S}_{med} \\ LCL_{med-\bar{X}} &= CL_{med-\bar{X}} - A_3\bar{S}_{med} \end{aligned} \quad (3.18)$$

dengan A_3 adalah konstanta (faktor) untuk batas pengendali dari grafik pengendali variabel yang dapat diperoleh dari tabel Lampiran 6.

Berdasarkan batas kendali di atas, jika setiap sampel pengamatan ke- j diwakili oleh bilangan kabur segitiga $\tilde{X}_j = (\bar{X}_{a_j}, \bar{X}_{b_j}, \bar{X}_{c_j})$, $j = 1, 2, \dots, m$, maka nilai transformasi median kabur untuk rata-rata setiap sampel pengamatan sebagai karakteristik sampel yang akan digambarkan ($S_{med-\bar{X},j}$) sebagai berikut:

a. Jika $(\bar{X}_{b_j} - \bar{X}_{a_j}) = (\bar{X}_{c_j} - \bar{X}_{b_j})$, maka berdasarkan persamaan (3.5) diperoleh:

$$S_{med-\bar{x},j} = \bar{X}_{bj} \quad (3.19)$$

b. Jika $(\bar{X}_{bj} - \bar{X}_{aj}) > (\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{bj})$, maka berdasarkan persamaan (3.8) diperoleh:

$$S_{med-\bar{x},j} = \bar{X}_{aj} + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_{bj} - \bar{X}_{aj})(\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{aj})} \quad (3.20)$$

c. Jika $(\bar{X}_{bj} - \bar{X}_{aj}) < (\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{bj})$, maka berdasarkan persamaan (3.11) diperoleh:

$$S_{med-\bar{x},j} = \bar{X}_{cj} - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{bj})(\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{aj})} \quad (3.21)$$

Jadi, proses terkendali (*in control*) jika $LCL_{med-\bar{x}} \leq S_{med-\bar{x},j} \leq UCL_{med-\bar{x}}$.

3.3.2 Konstruksi Grafik Pengendali Kabur \tilde{S} Menggunakan Teknik Median Kabur

Formula batas kendali dari grafik pengendali kabur \tilde{S} berdasarkan persamaan (2.30) adalah

$$U\tilde{C}L_S = B_4\tilde{S}$$

$$\tilde{C}L_S = \tilde{S} = (\bar{S}_a, \bar{S}_b, \bar{S}_c)$$

$$L\tilde{C}L_S = B_3\tilde{S}$$

dengan \tilde{S} mengikuti persamaan (3.15), (3.16), dan (3.17), maka konstruksi grafik pengendali kabur \tilde{S} menggunakan teknik median kabur adalah

$$UCL_{med-s} = B_4\bar{S}_{med}$$

$$CL_{med-s} = \bar{S}_{med} \quad (3.22)$$

$$LCL_{med-s} = B_3\bar{S}_{med}$$

dengan B_3 dan B_4 adalah konstanta (faktor) untuk batas pengendali dari grafik pengendali variabel yang dapat diperoleh dari tabel Lampiran 6.

Berdasarkan batas kendali di atas, jika setiap sampel pengamatan ke- j diwakili oleh bilangan kabur segitiga $\tilde{S}_j = (S_{aj}, S_{bj}, S_{cj})$, $j = 1, 2, \dots, m$, maka nilai transformasi median kabur untuk standar deviasi setiap sampel pengamatan sebagai karakteristik sampel yang akan digambarkan ($S_{med-s,j}$) sebagai berikut:

a. Jika $(S_{bj} - S_{aj}) = (S_{cj} - S_{bj})$, maka berdasarkan persamaan (3.5) diperoleh:

$$S_{med-s,j} = S_{bj} \quad (3.23)$$

b. Jika $(S_{bj} - S_{aj}) > (S_{cj} - S_{bj})$, maka berdasarkan persamaan (3.8) diperoleh:

$$S_{med-s,j} = S_{aj} + \sqrt{\frac{1}{2}(S_{bj} - S_{aj})(S_{cj} - S_{aj})} \quad (3.24)$$

c. Jika $(S_{bj} - S_{aj}) < (S_{cj} - S_{bj})$, maka berdasarkan persamaan (3.11) diperoleh:

$$S_{med-s,j} = S_{cj} - \sqrt{\frac{1}{2}(S_{cj} - S_{bj})(S_{cj} - S_{aj})} \quad (3.25)$$

Jadi, proses terkendali (*in control*) jika $LCL_{med-s} \leq S_{med-s,j} \leq UCL_{med-s}$.

3.4 Aplikasi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi

Data yang digunakan untuk aplikasi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ adalah data kekerasan deodoran Rexona SL AP *stick* yang diambil dari tugas akhir Ainy (2011) dengan pengamatan sebanyak 21 kali dan sampel pengamatan sebesar 6 untuk tiap-tiap pengamatan. Setiap sampel pengamatan tersebut dilakukan pengukuran sebanyak tiga kali pengukuran. Data kekerasan deodoran Rexona SL AP *stick* dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 3.1 Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan Menggunakan Bilangan Kabur Segitiga

No.	X_a				X_b				X_c			
	1	2	...	6	1	2	...	6	1	2	...	6
1.	9,68	9,73	...	11,30	12,60	11,50	...	12,70	13,10	14,30	...	13,30
2.	7,89	8,67	...	6,49	9,16	8,98	...	7,94	9,39	9,73	...	8,84
3.	6,18	9,25	...	8,91	11,90	11,10	...	8,94	12,10	11,30	...	10,10
4.	7,89	8,25	...	7,66	10,00	9,45	...	8,66	10,30	12,30	...	8,98
5.	8,59	7,06	...	7,45	10,20	8,26	...	8,83	11,60	8,81	...	10,50
.
.
.
19.	9,05	6,01	...	9,45	11,10	7,78	...	10,20	12,00	10,90	...	10,70
20.	10,00	8,43	...	11,70	10,30	11,50	...	12,80	12,20	11,90	...	12,90
21.	9,38	8,25	...	10,40	10,50	8,43	...	12,20	10,90	11,20	...	12,50

Berdasarkan persamaan (3.2), rata-rata kabur (\tilde{X}_j) dari karakteristik sampel pengamatan di atas adalah sebagai berikut:

$$1. \bar{X}_{a1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{a_{i1}} = \frac{1}{6} (9,68 + 9,73 + 10,60 + 12,40 + 10,70 + 11,30)$$

$$= 10,7350$$

$$\bar{X}_{b1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{b_{i1}} = \frac{1}{6} (12,60 + 11,50 + 12,80 + 13,30 + 12,60 + 12,70)$$

$$= 12,5833$$

$$\bar{X}_{c1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{c_{i1}} = \frac{1}{6} (13,10 + 14,30 + 13,10 + 13,70 + 13,90 + 13,30)$$

$$= 13,5667$$

$$\tilde{X}_1 = (10,7350; 12,5833; 13,5667)$$

$$2. \bar{X}_{a2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{a_{i2}} = \frac{1}{6} (7,89 + 8,67 + 8,15 + 6,34 + 8,57 + 6,49)$$

$$= 7,6850$$

$$\bar{X}_{b2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{b_{i2}} = \frac{1}{6} (9,16 + 8,98 + 8,51 + 8,87 + 9,76 + 7,94)$$

$$= 8,8700$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{c2} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ci2} = \frac{1}{6} (9,39 + 9,73 + 10,00 + 9,73 + 10,10 + 8,84) \\ &= 9,6317\end{aligned}$$

$$\tilde{X}_2 = (7,6850; 8,8700; 9,6317)$$

⋮

$$21. \bar{X}_{a21} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ai21} = \frac{1}{6} (9,38 + 8,25 + 8,02 + 8,83 + 9,29 + 10,40) \\ = 9,0283$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{b21} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{bi21} = \frac{1}{6} (10,50 + 8,43 + 8,54 + 11,70 + 10,80 + 12,20) \\ &= 10,3617\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{c21} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ci21} = \frac{1}{6} (10,90 + 11,20 + 8,56 + 12,50 + 12,60 + 12,50) \\ &= 11,3767\end{aligned}$$

$$\tilde{X}_{21} = (9,0283; 10,3617; 11,3767)$$

dan representasi bilangan kabur rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel tersebut berdasarkan pada persamaan (3.3) adalah

$$\begin{aligned}\tilde{X} &= \left(\frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj}}{m} \right) \\ &= (8,4058; 9,7722; 10,7849)\end{aligned}$$

Standar deviasi kabur (\tilde{S}_j) dari karakteristik sampel pengamatan di atas berdasarkan persamaan (2.32) adalah sebagai berikut:

$$1. \tilde{S}_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 [(X_{a1i}, X_{b1i}, X_{c1i}) - (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c)_1]^2}{6-1}} \\ = (0,4844; 0,5913; 1,0231)$$

$$2. \tilde{S}_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 [(X_{a2i}, X_{b2i}, X_{c2i}) - (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c)_2]^2}{6-1}} \\ = (0,4603; 0,6136; 1,0246)$$

⋮

$$21. \tilde{S}_{21} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 [(X_a, X_b, X_c)_{i21} - (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c)_{21}]^2}{6-1}}$$

$$= (0,8643; 1,5628; 1,5768)$$

dan representasi bilangan kabur rata-rata dari standar deviasi tersebut berdasarkan persamaan (2.31) adalah

$$\tilde{S} = \left\{ \frac{\sum_{j=1}^m S_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{cj}}{m} \right\}$$

$$= (0,9572; 1,2429; 1,5054)$$

Sebelum nilai garis tengah grafik pengendali kabur \tilde{X} ditransformasi menggunakan teknik median kabur, maka terlebih dahulu dihitung selisih dari \bar{X}_a , \bar{X}_b , dan \bar{X}_c untuk menentukan formula dari nilai garis tengah ($CL_{med-\bar{x}}$) grafik pengendali kabur \tilde{X} menggunakan teknik median kabur. Selisih dari \bar{X}_a , \bar{X}_b , dan \bar{X}_c dapat dihitung sebagai berikut:

$$\bar{X}_b - \bar{X}_a = 9,7722 - 8,4058$$

$$= 1,3664$$

$$\bar{X}_c - \bar{X}_b = 10,7849 - 9,7722$$

$$= 1,0127$$

Karena $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) > (\bar{X}_c - \bar{X}_b)$, maka berdasarkan persamaan (3.13) nilai garis tengah ($CL_{med-\bar{x}}$) grafik pengendali kabur \tilde{X} berdasarkan standar deviasi adalah

$$CL_{med-\bar{x}} = \bar{X}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_b - \bar{X}_a)(\bar{X}_c - \bar{X}_a)}$$

$$\begin{aligned}
CL_{med-\bar{x}} &= 8,4058 + \sqrt{\frac{1}{2}(9,7722 - 8,4058)(10,7849 - 8,4058)} \\
&= 8,4058 + \sqrt{\frac{1}{2}(1,3664)(2,3791)} \\
&= 8,4058 + \sqrt{\frac{1}{2}(1,3664)(2,3791)} \\
&= 8,4058 + \sqrt{1,6254} \\
&= 8,4058 + 1,2749 \\
&= 9,6807
\end{aligned}$$

Sedangkan untuk rata-rata standar deviasi kabur (\bar{S}), sebelum ditransformasi menggunakan teknik median kabur, maka terlebih dahulu dihitung selisih dari \bar{S}_a , \bar{S}_b , dan \bar{S}_c untuk menentukan formula dari standar deviasi kabur yang ditransformasi menggunakan teknik median kabur (\bar{S}_{med}) pada grafik pengendali kabur $\bar{X} - \bar{S}$. Selisih dari \bar{S}_a , \bar{S}_b , dan \bar{S}_c dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\bar{S}_b - \bar{S}_a &= 1,2193 - 0,9398 \\
&= 0,2795 \\
\bar{S}_c - \bar{S}_b &= 1,5069 - 1,2193 \\
&= 0,2876
\end{aligned}$$

Karena nilai $(\bar{S}_b - \bar{S}_a) < (\bar{S}_c - \bar{S}_b)$, maka berdasarkan persamaan (3.17) nilai \bar{S}_{med} adalah

$$\begin{aligned}
 \bar{S}_{med} &= \bar{S}_c - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{S}_c - \bar{S}_b)(\bar{S}_c - \bar{S}_a)} \\
 &= 1,5069 - \sqrt{\frac{1}{2}(1,5069 - 1,2193)(1,5069 - 0,9398)} \\
 &= 1,5069 - \sqrt{\frac{1}{2}(0,2876)(0,5671)} \\
 &= 1,5069 - \sqrt{0,0815} \\
 &= 1,2213
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.18), batas kendali dari grafik pengendali kabur \tilde{X} untuk $n = 6$, dan $A_3 = 1,287$ adalah

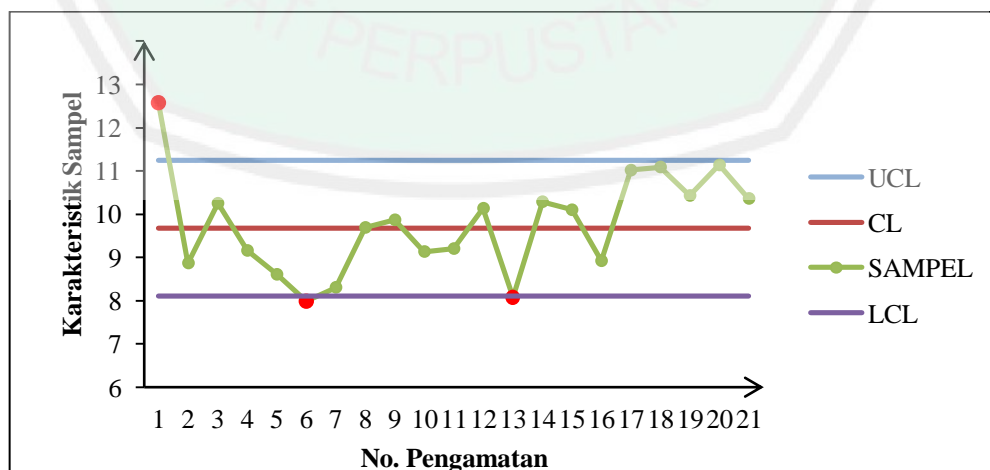
$$\begin{aligned}
 UCL_{med-\bar{x}} &= CL_{med-\bar{x}} + A_3\bar{S}_{med} \\
 &= 9,6807 + (1,287)(1,2213) \\
 &= 9,6807 + 1,5719 \\
 &= 11,2526 \\
 LCL_{med-\bar{x}} &= CL_{med-\bar{x}} - A_3\bar{S}_{med} \\
 &= 9,6807 - (1,287)(1,2213) \\
 &= 9,6807 - 1,5719 \\
 &= 8,1089
 \end{aligned}$$

Dengan mengikuti persamaan (3.19), (3.20), atau (3.21), nilai transformasi median kabur untuk rata-rata setiap sampel pengamatan ($S_{med-\bar{x},j}$) sebagai karakteristik sampel yang akan digambarkan pada grafik pengendali kabur \tilde{X} adalah seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.2 Nilai Transformasi Median Kabur untuk Rata-rata Setiap Sampel Pengamatan pada Grafik Pengendali Kabur \tilde{X}

Nomor Sampel	$S_{med-\bar{x},j}$	Kondisi Karakteristik Sampel $S_{med-\bar{x},j}$
1.	12,5833	Tidak Terkendali
2.	8,8700	Terkendali
3.	10,2500	Terkendali
4.	9,1600	Terkendali
5.	8,6083	Terkendali
6.	7,9867	Tidak Terkendali
7.	8,3083	Terkendali
8.	9,6917	Terkendali
9.	9,8683	Terkendali
10.	9,1350	Terkendali
11.	9,2033	Terkendali
12.	10,1350	Terkendali
13.	8,0767	Tidak Terkendali
14.	10,2867	Terkendali
15.	10,1000	Terkendali
16.	8,9217	Terkendali
17.	11,0167	Terkendali
18.	11,0883	Terkendali
19.	10,4300	Terkendali
20.	11,1350	Terkendali
21.	10,3617	Terkendali

Sehingga grafik pengendali kabur \tilde{X} berdasarkan standar deviasi pada proses produksi dengan karakteristik kekerasan deodoran Rexona SL AP *stick* adalah



Gambar 3.2 Grafik Pengendali Kabur \tilde{X} Berdasarkan Standar Deviasi

Pada Gambar 3.2, sumbu y menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur, sedangkan sumbu x menunjukkan nomor pengamatan. Garis merah yang berada di tengah merupakan garis tengah (CL) yang menunjukkan besar nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis biru merupakan batas kendali atas (UCL) dan garis ungu merupakan batas kendali bawah (LCL) grafik pengendali kabur \tilde{X} . Titik-titik yang dihubungkan oleh garis hijau adalah statistik sampel yang diukur karakteristik kualitasnya terhadap nomor pengamatan tersebut. Gambar 3.2 di atas menunjukkan bahwa terdapat tiga titik karakteristik sampel yang berada di luar batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{X} , yaitu titik ke-1, ke-6, dan ke-13. Hal ini sebagai indikasi bahwa rata-rata proses tidak terkendali dan diperlukan penyelidikan atau perbaikan pada proses produksi.

Formula grafik pengendali kabur \tilde{S} berdasarkan persamaan (3.22) untuk $n = 6$, $B_3 = 0,030$ dan $B_4 = 1,970$ adalah:

$$\begin{aligned} UCL_{med-s} &= B_4 \bar{S}_{med} \\ &= (1,970)(1,2213) \\ &= 2,4060 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CL_{med-s} &= \bar{S}_{med} \\ &= 1,2213 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL_{med-s} &= B_3 \bar{S}_{med} \\ &= (0,030)(1,2213) \\ &= 0,0366 \end{aligned}$$

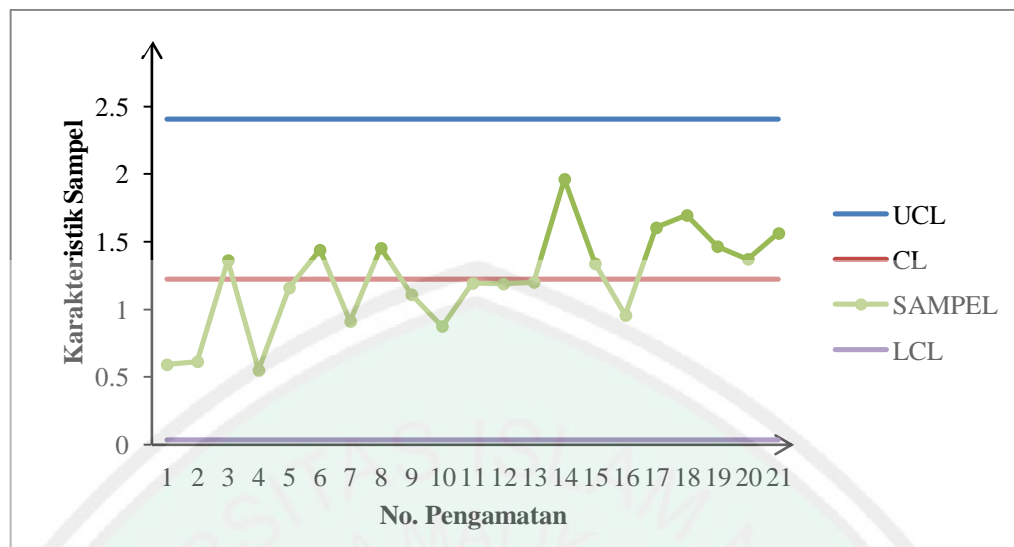
Dengan mengikuti persamaan (3.23), (3.24), atau (3.25), nilai transformasi median kabur untuk standar deviasi setiap sampel pengamatan sebagai karakteristik

sampel yang akan digambarkan ($S_{med-s,j}$) pada grafik pengendali kabur \tilde{S} adalah seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.3 Nilai Transformasi Median Kabur untuk Standar Deviasi Setiap Sampel Pengamatan pada Grafik Pengendali Kabur \tilde{S}

Nomor Sampel	$S_{med-s,j}$	Kondisi Karakteristik sampel $S_{med-s,j}$
1.	0,5913	Terkendali
2.	0,6136	Terkendali
3.	1,3624	Terkendali
4.	0,5494	Terkendali
5.	1,1594	Terkendali
6.	1,4395	Terkendali
7.	0,9113	Terkendali
8.	1,4532	Terkendali
9.	1,1092	Terkendali
10.	0,8748	Terkendali
11.	1,1934	Terkendali
12.	1,1885	Terkendali
13.	1,2008	Terkendali
14.	1,9634	Terkendali
15.	1,3377	Terkendali
16.	0,9562	Terkendali
17.	1,6045	Terkendali
18.	1,6960	Terkendali
19.	1,4654	Terkendali
20.	1,3717	Terkendali
21.	1,5628	Terkendali

Sehingga grafik pengendali kabur \tilde{S} pada proses produksi dengan karakteristik kekerasan deodoran Rexona SL AP *stick* adalah



Gambar 3.3 Grafik Pengendali Kabur \tilde{S}

Dari Gambar 3.3, menunjukkan bahwa semua titik karakteristik sampel berada di dalam batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{S} , hal ini berarti bahwa variabilitas proses terkendali.

Dengan demikian, pengendalian kualitas proses produksi deodoran dengan karakteristik sampel berupa kekerasan deodoran menggunakan grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ menunjukkan bahwa rata-rata proses tidak terkendali namun variabilitas proses terkendali. Karena proses produksi tidak terkendali, maka diperlukan adanya perbaikan/revisi pada proses produksi untuk mendapatkan garis tengah dan batas kendali baru.

Perbaikan batas kendali pada grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ dapat dilakukan dengan cara mengeluarkan data yang telah diketahui berada di luar batas kendali. Berikut adalah tabel data yang dikeluarkan yang menyebabkan proses tidak terkendali.

Tabel 3.4 Pengeluaran Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan yang Berada di Luar Batas Kendali

No.	X_a				X_b				X_c			
	1	2	...	6	1	2	...	6	1	2	...	6
1.	9,68	9,73	...	11,30	12,60	11,50	...	12,70	13,10	14,30	...	13,30
2.	7,89	8,67	...	6,49	9,16	8,98	...	7,94	9,39	9,73	...	8,84
3.	6,18	9,25	...	8,91	11,90	11,10	...	8,94	12,10	11,30	...	10,10
4.	7,89	8,25	...	7,66	10,00	9,45	...	8,66	10,30	12,30	...	8,98
5.	8,59	7,06	...	7,45	10,20	8,26	...	8,83	11,60	8,81	...	10,50
6.	6,36	5,04	...	9,24	7,36	5,97	...	9,46	8,66	8,12	...	9,70
7.	9,24	7,95	...	9,39	9,26	8,09	...	9,52	10,20	8,12	...	9,73
8.	9,84	7,23	...	10,50	10,30	7,27	...	11,10	11,20	7,36	...	12,50
9.	10,00	8,43	...	4,88	10,40	8,84	...	10,30	11,30	8,95	...	10,80
10.	9,49	7,17	...	9,36	9,54	7,92	...	9,73	10,80	11,50	...	9,91
11.	7,41	7,47	...	5,94	8,95	7,48	...	10,20	11,20	9,25	...	10,30
12.	7,09	8,02	...	9,72	9,04	8,23	...	11,10	9,17	11,00	...	11,30
13.	8,60	5,46	...	5,05	8,90	7,30	...	9,26	8,90	8,59	...	9,39
14.	8,51	10,10	...	8,20	9,21	10,80	...	11,30	10,40	14,00	...	11,60
15.	7,58	8,36	...	11,10	8,73	8,97	...	11,20	9,17	9,14	...	11,90
16.	9,66	7,82	...	9,65	9,74	8,91	...	9,76	9,92	11,80	...	11,10
17.	9,45	7,44	...	11,10	9,90	9,16	...	12,30	12,50	9,19	...	12,60
18.	10,80	7,02	...	10,00	12,10	7,63	...	12,20	12,20	13,40	...	12,90
19.	9,05	6,01	...	9,45	11,10	7,78	...	10,20	12,00	10,90	...	10,70
20.	10,00	8,43	...	11,70	10,30	11,50	...	12,80	12,20	11,90	...	12,90
21.	9,38	8,25	...	10,40	10,50	8,43	...	12,20	10,90	11,20	...	12,50

Data yang bertanda merah adalah nilai karakteristik sampel yang dikeluarkan. Jadi banyaknya pengamatan menjadi 18 pengamatan. Sehingga rata-rata kabur (\tilde{X}_j) dari karakteristik sampel pengamatan di atas adalah seperti tabel berikut.

Tabel 3.5 Nilai Rata-rata Kabur (\tilde{X}_j) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Perbaikan

\tilde{X}_j	\bar{X}_a	\bar{X}_b	\bar{X}_c
1.	7,6850	8,8700	9,6317
2.	8,6483	10,2500	10,7783
3.	8,1617	9,1600	10,1867
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
17.	9,4733	11,1350	11,8167
18.	9,0283	10,3617	11,3767

dan representasi bilangan kabur rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel tersebut berdasarkan pada persamaan (3.3) adalah

$$\begin{aligned}\bar{\tilde{X}} &= \left(\frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj}}{m} \right) \\ &= (8,5246, 9,8094, 10,8331)\end{aligned}$$

Standar deviasi kabur (\tilde{S}_j) dari karakteristik sampel pengamatan pada Tabel 3.4 adalah seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.6 Nilai Standar Deviasi Kabur (\tilde{S}_j) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Perbaikan

No.	\tilde{S}_j		
1.	0,4603	0,6136	1,0246
2.	1,2766	1,3624	1,4091
3.	0,5196	0,5494	1,2528
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
17.	1,2093	1,3717	1,6707
18.	0,8643	1,5628	1,5768

dan representasi bilangan kabur rata-rata dari standar deviasi tersebut berdasarkan persamaan (2.31) adalah

$$\begin{aligned}\tilde{\bar{S}} &= \left\{ \frac{\sum_{j=1}^m S_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m S_{cj}}{m} \right\} \\ &= (0,9398, 1,2193, 1,5069)\end{aligned}$$

Garis tengah baru dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan persamaan (3.12), (3.13), atau (3.14) adalah

$$CL_{med-\bar{x}} = 9,7424$$

dan berdasarkan persamaan (3.15), (3.16), atau (3.17), nilai \bar{S}_{med} baru adalah

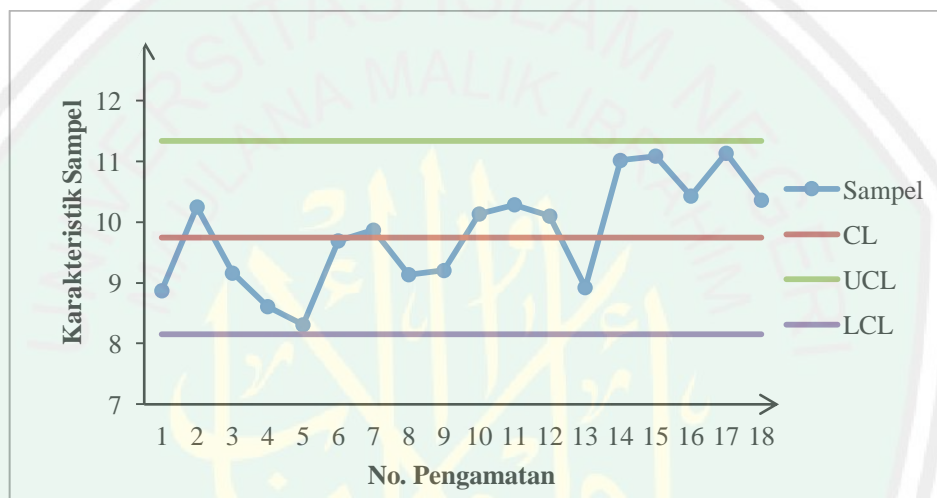
$$\bar{S}_{med} = 1,2371$$

Sehingga batas kendali yang baru untuk grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan persamaan (3.18) adalah

$$UCL_{med-\bar{x}} = 11,3345$$

$$LCL_{med-\bar{x}} = 8,1503$$

Grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ setelah dilakukan perbaikan dengan mengeluarkan data yang berada di luar batas kendali adalah di bawah ini.



Gambar 3.4 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$ Setelah Perbaikan

Dari Gambar 3.4 dapat diketahui bahwa semua titik karakteristik sampel berada di dalam batas kendali. Hal ini menunjukkan bahwa rata-rata proses sudah terkendali pada tingkat yang baru.

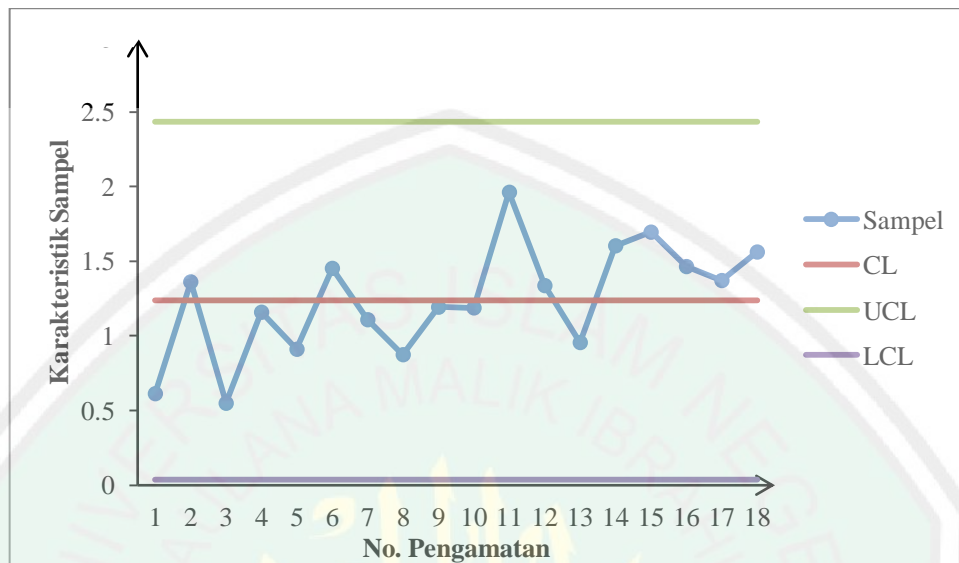
Setelah batas kendali baru untuk grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ diperoleh, langkah selanjutnya adalah menentukan garis tengah dan batas kendali baru untuk grafik pengendali kabur \tilde{S} . Nilai garis tengah dan batas kendali baru untuk grafik pengendali kabur \tilde{S} berdasarkan persamaan (3.22) adalah

$$UCL_{med-s} = 2,4370$$

$$CL_{med-s} = 1,2371$$

$$LCL_{med-s} = 0,0371$$

Grafik pengendali kabur \tilde{S} setelah dilakukan perbaikan dengan mengeluarkan data yang berada di luar batas kendali adalah seperti di bawah ini.



Gambar 3.5 Grafik Pengendali Kabur \tilde{S} Setelah Perbaikan

Dari Gambar 3.5 dapat diketahui bahwa semua titik karakteristik sampel berada di dalam batas kendali. Hal ini menunjukkan bahwa variabilitas proses tetap terkendali pada tingkat yang baru. Karena rata-rata dan variabilitas proses sudah terkendali, maka dapat dikatakan proses produksi deodoran Rexona SL AP *stick* terkendali pada tingkat yang baru, dan batas kendali pada grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ dapat digunakan sebagai acuan tahap selanjutnya dalam pengendalian proses produksi deodoran dengan batas kendali atas dan batas kendali bawah untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} sebesar 11,3345 dan 8,1503, dan nilai garis tengah untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} adalah 9,7424. Sedangkan batas kendali atas dan batas kendali bawah untuk grafik pengendali kabur \tilde{S} sebesar 2,4370 dan 0,0371, dan nilai garis tengah untuk grafik pengendali kabur \tilde{S} adalah 1,2371.

3.5 Kajian Keagamaan tentang Pengendalian Kualitas

Dalam Islam dianjurkan untuk memperhatikan ukuran dan menyempurnakan takaran agar tidak merugikan siapa pun. Allah Swt. berfirman dalam al-Quran surat al-Israa’/17:35,

وَأَوْفُوا الْكَيْلَ إِذَا كَلْتُمْ وَزِنُوا بِالْقِسْطَاسِ الْمُسْتَقِيمِ ۚ ذَٰلِكَ خَيْرٌ وَأَحْسَنُ تَأْوِيلًا

“Dan sempurnakanlah takaran apabila kamu menakar, dan timbanglah dengan neraca yang benar. Itulah yang lebih utama (bagimu) dan lebih baik akibatnya” (QS. al-Israa’/17:35).

Dalam Tafsir Nurul Quran (Imani, 2006) dijelaskan bahwa menakar dan menimbang dengan benar merupakan tindakan memenuhi janji. Sebab transaksi bisnis tak lain merupakan sejenis komitmen. Dengan melakukan transaksi yang benar dan menghormati hak-hak orang lain, maka akan memberikan manfaat bagi orang-orang yang bersangkutan dan menciptakan lingkungan yang dipenuhi rasa saling percaya di kalangan orang banyak. Sedangkan pemalsuan dan kecurangan dalam hal timbangan dan perhitungan akan menggiring pada kerusakan finansial dan menjadikan semua orang kehilangan kepercayaan terhadap orang lain.

Dalam proses produksi, memperhatikan ukuran merupakan salah satu cara untuk menjaga kualitas produksi. Dengan menjaga kualitas produksi, maka produsen akan mendapatkan kepercayaan konsumen dan tidak merugikan siapa pun. Selain itu, dengan menjaga dan meningkatkan kualitas produksi, produsen akan memperoleh keuntungan yang maksimal. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk menjaga kualitas produksi adalah dengan mengurangi atau menjaga variabilitas yang terjadi pada proses produksi. Untuk menjaga variabilitas dalam proses produksi tetap stabil atau terkendali diperlukan suatu

pengendalian proses produksi. Pengendalian proses produksi dapat dilakukan dengan metode statistik. Grafik pengendali kabur $\bar{\tilde{X}} - \tilde{S}$ adalah salah satu alat yang dapat digunakan dalam pengendalian proses produksi secara statistik. Grafik pengendali kabur $\bar{\tilde{X}} - \tilde{S}$ dapat digunakan untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali secara statistik.



BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada BAB III, dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil konstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ dengan menggunakan teknik transformasi yaitu sebagai berikut:

a. Formula grafik pengendali kabur \tilde{X} berdasarkan standar deviasi menggunakan teknik median kabur adalah

$$UCL_{med-\bar{x}} = CL_{med-\bar{x}} + A_3\bar{S}_{med}$$

$$CL_{med-\bar{x}} = CL_{med-\bar{x}}$$

$$LCL_{med-\bar{x}} = CL_{med-\bar{x}} - A_3\bar{S}_{med}$$

dengan A_3 adalah konstanta pembentuk grafik pengendali variabel dan $CL_{med-\bar{x}}$ mengikuti persamaan sebagai berikut:

i. Jika $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) = (\bar{X}_c - \bar{X}_b)$, maka

$$CL_{med-\bar{x}} = \bar{X}_b$$

ii. Jika $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) > (\bar{X}_c - \bar{X}_b)$, maka

$$CL_{med-\bar{x}} = \bar{X}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_b - \bar{X}_a)(\bar{X}_c - \bar{X}_a)}$$

iii. Jika $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) < (\bar{X}_c - \bar{X}_b)$, maka

$$CL_{med-\bar{x}} = \bar{X}_c - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_c - \bar{X}_b)(\bar{X}_c - \bar{X}_a)}$$

dan \bar{S}_{med} mengikuti persamaan sebagai berikut:

i. Jika $(\bar{S}_b - \bar{S}_a) = (\bar{S}_c - \bar{S}_b)$, maka

$$\bar{S}_{med} = \bar{S}_b$$

ii. Jika $(\bar{S}_b - \bar{S}_a) > (\bar{S}_c - \bar{S}_b)$, maka

$$\bar{S}_{med} = \bar{S}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{S}_b - \bar{S}_a)(\bar{S}_c - \bar{S}_a)}$$

iii. Jika $(\bar{S}_b - \bar{S}_a) < (\bar{S}_c - \bar{S}_b)$, maka

$$\bar{S}_{med} = \bar{S}_c - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{S}_c - \bar{S}_b)(\bar{S}_c - \bar{S}_a)}$$

Jadi, proses terkendali (*in control*) jika $LCL_{med-\bar{x}} \leq S_{med-\bar{x},j} \leq UCL_{med-\bar{x}}$.

b. Formula grafik pengendali kabur \tilde{S} menggunakan teknik median kabur adalah

$$UCL_{med-s} = B_4 \bar{S}_{med}$$

$$CL_{med-s} = \bar{S}_{med}$$

$$LCL_{med-s} = B_3 \bar{S}_{med}$$

dengan B_3 dan B_4 adalah konstanta pembentuk grafik pengendali variabel.

Jadi, proses terkendali (*in control*) jika $LCL_{med-s} \leq S_{med-s,j} \leq UCL_{med-s}$.

2. Aplikasi dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ menunjukkan bahwa grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ dengan menggunakan teknik median kabur dapat digunakan untuk mengendalikan proses produksi dengan karakteristik sampel pengamatan yang direpresentasikan ke dalam bilangan kabur. Pada aplikasi tersebut, proses terkendali secara statistik setelah dilakukan perbaikan, sehingga batas kendali pada grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ dapat digunakan

sebagai acuan tahap selanjutnya dalam pengendalian proses produksi dengan batas kendali atas dan batas kendali bawah untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} sebesar 11,3345 dan 8,1503, dan nilai garis tengah untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} adalah 9,7424. Sedangkan batas kendali atas dan batas kendali bawah untuk grafik pengendali kabur \tilde{S} sebesar 2,4370 dan 0,0371, dan nilai garis tengah untuk grafik pengendali kabur \tilde{S} adalah 1,2371. Meskipun proses produksi sudah terkendali, perusahaan tetap memerlukan pengawasan lebih lanjut terhadap proses produksi untuk menjaga variabilitas proses dan menghasilkan kualitas produk yang meningkat.

4.2 Saran

Grafik pengendali kabur merupakan penggabungan dua metode dalam matematika, yaitu metode statistik dan teori himpunan kabur. Pada penelitian selanjutnya diharapkan pembaca dapat mengembangkan grafik pengendali kabur dengan teknik transformasi kabur yang berbeda. Untuk aplikasi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ agar lebih efisien, diharapkan pembaca dapat mengaplikasikan grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{S}$ dengan karakteristik data yang sesuai yaitu dengan ukuran sampel pengamatan sedang atau besar, misalkan $n \geq 10$.

DAFTAR PUSTAKA

- Ainy, K.N. 2011. *Studi Diagram Kontrol Variabel Random Fuzzy dan Penerapannya pada Pengontrolan Kualitas Produk Deodoran*. Skripsi tidak dipublikasikan. Surabaya: ITS.
- Al-Qarni, A. 2007. *Tafsir Muyassar*. Terjemahan Tim Qisthi Press. Jakarta: Qisthi Press.
- Al-Qurthubi, S.I. 2009. *Tafsir Al Qurthubi*. Terjemahan Muhyiddin Mas Rida dan Muhammad Rana Mengala. Editor Mukhlis B. Mukti. Jakarta: Pustaka Azzam.
- Ariani, D.W. 2004. *Pengendalian Kualitas Statistik (Pendekatan Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas)*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Ertugrul, I. & Gunes, M. 2007. The Usage of Fuzzy Quality Control Charts To Evaluate Product Quality and an Aplication. *ASC*, 41: 660-673.
- Gulbay, M., Kahraman, C., & Ruan, D. 2004. α -cut Fuzzy Control Charts for Linguistic Data. *International Journal of Intelligent System*, 19: 1173-1196.
- Heizer, J. & Renden, B. 2009. *Manajemen Operasi, Edisi 1*. Terjemahan Chriswan Sungkono. Jakarta: Salemba Empat.
- Imani, A. K. F. 2005. *Tafsir Nurul Quran 8*. Terjemahan Salman Nano. Jakarta: Al-Huda.
- Kanagawa, A., Tamaki, F., & Ohta, H. 1993. Control Charts for Process Average and Variability Based on Linguistic Data. *International Journal of Production Research*, 31 (4): 913-922.
- Kusumadewi, S., Hartati, S., Harjoko, A., & Wardoyo, R. 2006. *Fuzzy Multi-Attribute Decision Making (Fuzzy MADM)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Montgomery, D.C. 1996a. *Introduction to Statistical Quality Control, Fourth Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D.C. 1996b. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Terjemahan Zanzawi Soejati. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Pandurangan, A. & Varadharajan, R. 2011. Construction of α -cut Fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ and $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ Using Fuzzy Trapezoidal Number. *IJRRAS*, 9 (1): 100-111.
- Senturk, S. & Erginel, N. 2009. Development of Fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ and $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ Control Charts Using α -cuts. *Information Sciences*, 179 (10): 1542-1551.

Susilo, F. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Wang, J.H. & Raz, T. 1990. On the Construction of Control Charts Using Linguistic Variables. *International Journal of Production Research*, 28: 477-487.



LAMPIRAN

Lampiran 1. Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan Kekerasan Deodoran Rexona SL AP *Stick*

No.	X_a						X_b						X_c					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1.	9,68	9,73	10,60	12,40	10,70	11,30	12,60	11,50	12,80	13,30	12,60	12,70	13,10	14,30	13,10	13,70	13,90	13,30
2.	7,89	8,67	8,15	6,34	8,57	6,49	9,16	8,98	8,51	8,87	9,76	7,94	9,39	9,73	10,00	9,73	10,10	8,84
3.	6,18	9,25	10,10	8,16	9,29	8,91	11,90	11,10	11,30	8,37	9,89	8,94	12,10	11,3	12,00	8,77	10,40	10,10
4.	7,89	8,25	8,26	7,75	9,16	7,66	10,00	9,45	9,00	8,63	9,22	8,66	10,30	12,3	10,50	8,84	10,20	8,98
5.	8,59	7,06	7,02	7,13	8,16	7,45	10,2	8,26	7,29	7,47	9,60	8,83	11,60	8,81	9,19	9,73	11,60	10,50
6.	6,36	5,04	5,32	5,91	6,10	9,24	7,36	5,97	6,93	9,36	8,84	9,46	8,66	8,12	8,04	10,60	9,59	9,70
7.	9,24	7,95	8,18	7,14	6,82	9,39	9,26	8,09	8,19	7,24	7,55	9,52	10,20	8,12	8,91	8,09	9,14	9,73
8.	9,84	7,23	9,45	7,37	10,30	10,50	10,30	7,27	10,00	8,98	10,50	11,10	11,20	7,36	10,20	10,10	11,20	12,50
9.	10,00	8,43	6,66	7,92	7,54	4,88	10,40	8,84	10,90	8,17	10,60	10,30	11,30	8,95	11,10	12,00	11,90	10,80
10.	9,49	7,17	6,11	8,35	6,30	9,36	9,54	7,92	8,30	9,12	10,20	9,73	10,80	11,50	10,50	11,10	10,40	9,91
11.	7,41	7,47	6,75	7,82	10,10	5,94	8,95	7,48	8,19	10,00	10,40	10,20	11,20	9,25	9,94	10,20	10,60	10,30
12.	7,09	8,02	9,05	9,39	8,09	9,72	9,04	8,23	11,80	9,94	10,70	11,10	9,17	11,00	12,90	11,20	10,90	11,30
13.	8,60	5,46	4,63	8,46	3,89	5,05	8,90	7,30	7,96	8,46	6,58	9,26	8,90	8,59	8,61	10,50	6,83	9,39
14.	8,51	10,10	7,18	12,40	7,79	8,20	9,21	10,80	7,62	13,30	9,49	11,30	10,40	14,00	8,33	13,30	10,00	11,60
15.	7,58	8,36	9,76	8,26	10,10	11,1	8,73	8,97	10,50	10,10	11,10	11,20	9,17	9,14	12,60	10,50	12,20	11,90
16.	9,66	7,82	7,96	7,43	8,43	9,65	9,74	8,91	8,47	7,88	8,77	9,76	9,92	11,80	9,25	8,03	11,60	11,10
17.	9,45	7,44	10,50	7,10	10,90	11,10	9,90	9,16	13,00	9,74	12,00	12,30	12,5	9,19	13,00	12,30	12,40	12,60
18.	10,80	7,02	8,19	9,97	11,60	10,00	12,10	7,63	10,70	11,50	12,40	12,20	12,2	13,40	11,80	11,50	12,70	12,90
19.	9,05	6,01	7,30	9,87	8,76	9,45	11,10	7,78	10,70	10,40	12,40	10,20	12,00	10,90	10,90	12,00	13,00	10,70
20.	10,00	8,43	8,83	8,89	8,99	11,70	10,30	11,50	9,35	13,30	9,56	12,80	12,20	11,90	10,10	13,50	10,30	12,90
21.	9,38	8,25	8,02	8,83	9,29	10,40	10,50	8,43	8,54	11,70	10,80	12,20	10,90	11,20	8,560	12,50	12,60	12,50

Lampiran 2. Nilai Rata-rata Kabur (\bar{X}_j) dari 21 Karakteristik Sampel Pengamatan

\bar{X}_j	\bar{X}_a	\bar{X}_b	\bar{X}_c
1.	10,7350	12,5833	13,5667
2.	7,6850	8,8700	9,6317
3.	8,6483	10,2500	10,7783
4.	8,1617	9,1600	10,1867
5.	7,5683	8,6083	10,2383
6.	6,3283	7,9867	9,1183
7.	8,1200	8,3083	9,0317
8.	9,1150	9,6917	10,4267
9.	7,5717	9,8683	11,0083
10.	7,7967	9,1350	10,7017
11.	7,5817	9,2033	10,2483
12.	8,5600	10,135	11,0783
13.	6,0150	8,0767	8,8033
14.	9,0300	10,2867	11,2717
15.	9,1933	10,1000	10,9183
16.	8,4917	8,9217	10,2833
17.	9,4150	11,0167	11,9983
18.	9,5967	11,0883	12,4167
19.	8,4067	10,4300	11,5833
20.	9,4733	11,1350	11,8167
21.	9,0283	10,3617	11,3767

Lampiran 3. Nilai Standar Deviasi Kabur (\tilde{S}_j) dari 21 Karakteristik Sampel Pengamatan

No.	\tilde{S}_j		
1.	0,4844	0,5913	1,0231
2.	0,4603	0,6136	1,0246
3.	1,2766	1,3624	1,4091
4.	0,5196	0,5494	1,2528
5.	0,6571	1,1594	1,1979
6.	1,0125	1,4395	1,5088
7.	0,8482	0,9113	1,0536
8.	1,3764	1,4532	1,7354
9.	1,0964	1,1092	1,7223
10.	0,5593	0,8748	1,4896
11.	0,6521	1,1934	1,4020
12.	0,9948	1,1885	1,3333
13.	1,0082	1,2008	2,0166
14.	1,9194	1,9634	2,1305
15.	1,0511	1,3377	1,5381
16.	0,7328	0,9562	1,4818
17.	1,3969	1,6045	1,7597
18.	0,7139	1,6960	1,8033
19.	0,9020	1,4654	1,5152
20.	1,2093	1,3717	1,6707
21.	0,8643	1,5628	1,5768

Lampiran 4. Nilai Rata-rata Kabur (\tilde{X}_j) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Perbaikan

\tilde{X}_j	\bar{X}_a	\bar{X}_b	\bar{X}_c
1.	7,6850	8,8700	9,6317
2.	8,6483	10,2500	10,7783
3.	8,1617	9,1600	10,1867
4.	7,5683	8,6083	10,2383
5.	8,1200	8,3083	9,0317
6.	9,1150	9,6917	10,4267
7.	7,5717	9,8683	11,0083
8.	7,7967	9,1350	10,7017
9.	7,5817	9,2033	10,2483
10.	8,5600	10,1350	11,0783
11.	9,0300	10,2867	11,2717
12.	9,1933	10,1000	10,9183
13.	8,4917	8,9217	10,2833
14.	9,4150	11,0167	11,9983
15.	9,5967	11,0883	12,4167
16.	8,4067	10,4300	11,5833
17.	9,4733	11,1350	11,8167
18.	9,0283	10,3617	11,3767

Lampiran 5. Nilai Standar Deviasi Kabur (\tilde{S}_j) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Perbaikan

No.	\tilde{S}_j		
1.	0,4603	0,6136	1,0246
2.	1,2766	1,3624	1,4091
3.	0,5196	0,5494	1,2528
4.	0,6571	1,1594	1,1979
5.	0,8482	0,9113	1,0536
6.	1,3764	1,4532	1,7354
7.	1,0964	1,1092	1,7223
8.	0,5593	0,8748	1,4896
9.	0,6521	1,1934	1,4020
10.	0,9948	1,1885	1,3333
11.	1,9194	1,9634	2,1305
12.	1,0511	1,3377	1,5381
13.	0,7328	0,9562	1,4818
14.	1,3969	1,6045	1,7597
15.	0,7139	1,6960	1,8033
16.	0,9020	1,4654	1,5152
17.	1,2093	1,3717	1,6707
18.	0,8643	1,5628	1,5768

Lampiran 6. Faktor Guna Membentuk Grafik Pengendali Variabel

Observasi dalam Sampel (n)	Grafik Rata-rata			Grafik Standar Deviasi						Grafik Rentang						
	Faktor untuk Batas Pengendali			Faktor untuk Garis Tengah		Faktor untuk Batas Pengendali				Faktor untuk Garis Tengah			Faktor untuk Batas Pengendali			
	A	A ₂	A ₃	c ₄	$\frac{1}{c_4}$	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₂	$\frac{1}{d_2}$	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	1,2533	0	3,267	0	2,606	1,128	0,8865	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	1,1284	0	2,568	0	2,276	1,693	0,5907	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	0,9213	1,0854	0	2,266	0	2,088	2,059	0,4857	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	1,0638	0	2,089	0	1,964	2,326	0,4299	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	1,0510	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,3946	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	1,0423	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,3698	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	1,0363	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,3512	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	1,0317	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,3367	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	1,0281	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,3249	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	1,0252	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,3152	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	1,0229	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,3069	0,778	0,922	5,593	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	1,0210	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,2998	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	1,0194	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,2935	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	1,0180	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,2880	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	1,0168	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,2831	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	1,0157	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,2787	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	1,0148	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,2747	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	1,0140	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,2711	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	1,0133	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,2677	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	1,0126	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,2647	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	1,0119	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,2618	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	1,0114	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,2592	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	1,0109	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,2567	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	1,0105	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,2544	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Lampiran 6. (Lanjutan)

Untuk $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}}$$

$$A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}}$$

$$c_4 = \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

(Montgomery, 1996b)