

**KONSTRUKSI GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{R}$ MENGGUNAKAN
TEKNIK MEDIAN KABUR PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

**OLEH
FITRIATUZ ZAKIYAH
NIM. 11610042**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015**

**KONSTRUKSI GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{R}$ MENGGUNAKAN
TEKNIK MEDIAN KABUR PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh
Fitriatuz Zakiyah
NIM. 11610042**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015**

**KONSTRUKSI GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{R}$ MENGGUNAKAN
TEKNIK MEDIAN KABUR PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

Oleh
Fitriatuz Zakiyah
NIM. 11610042

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 16 Juni 2015

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd
NIP. 19770521 200501 2 004

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**KONSTRUKSI GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{R}$ MENGGUNAKAN
TEKNIK MEDIAN KABUR PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PROSES PRODUKSI**

SKRIPSI

Oleh
Fitriatuz Zakiyah
NIM. 11610042

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 30 Juni 2015

Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si

Ketua Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si

Sekretaris Penguji : Fachrur Rozi, M.Si

Anggota Penguji : Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Fitriatuz Zakiyah

NIM : 11610042

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ Menggunakan Teknik Median Kabur pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi.

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 Juni 2015
Yang membuat pernyataan,

Fitriatuz Zakiyah
NIM. 11610042

MOTO

“Allah mengingatkan dalam al-Quran kepada manusia yang melampaui batas agar jangan berputus asa dari rahmat-Nya karena Allah Maha Pengampun dan Maha Penyayang” (QS. Az-Zumar/39:53)



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta, Ayahanda H. Anwar Ridho dan Ibunda Lilis Suryani,
serta kakanda tersayang Khoirul Anwar.



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Syukur alhamdulillah penulis haturkan ke hadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Selanjutnya penulis haturkan ucapan terima kasih seiring doa dan harapan *jaza kumullah ahsanal jaza'* kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd selaku ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Fachrur Rozi, M.Si selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.

7. Ayah dan ibu serta kakak penulis yang selalu memberikan doa dan motivasi yang tiada henti kepada penulis.
8. Seluruh teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2011, terima kasih atas dukungannya serta telah memberikan kenangan yang indah dan pengalaman yang tidak terlupakan.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik berupa moril maupun materiil.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca khususnya bagi penulis secara pribadi.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Juni 2015

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
ملخص	xviii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian.....	6
1.5 Batasan Masalah.....	6
1.6 Metode Penelitian.....	7
1.7 Sistematika Penulisan.....	8
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Pengendalian Kualitas Proses Statistik.....	9
2.2 Grafik Pengendali (<i>Control Chart</i>).....	11
2.3 Grafik Pengendali untuk Variabel.....	14
2.4 Teori Himpunan Kabur.....	19
2.5 Bilangan Kabur.....	22
2.6 Teknik Transformasi Kabur.....	22
2.7 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$	26
2.7.1 Grafik Pengendali Kabur \tilde{X} Berdasarkan <i>Range</i>	27
2.7.2 Grafik Pengendali Kabur \tilde{R}	28

2.8 Kajian Keagamaan tentang Pengendalian Kualitas	29
--	----

BAB III PEMBAHASAN

3.1 Representasi Bilangan Kabur untuk Sampel Pengamatan Berdasarkan Fungsi Keanggotaan Kurva Trapesium	30
3.2 Nilai Transformasi dari Bilangan Kabur Berdasarkan Teknik Median Kabur	31
3.3 Konstruksi Formula Batas Kendali Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$	40
3.3.1 Grafik Pengendali Kabur \tilde{X} Berdasarkan <i>Range</i> Menggunakan Teknik Median Kabur	40
3.3.2 Grafik Pengendali Kabur \tilde{R} Menggunakan Teknik Median Kabur.....	44
3.4 Aplikasi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi.....	46
3.5 Konsep Grafik Pengendali dalam Al-Quran	63

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan.....	66
4.2 Saran.....	69

DAFTAR PUSTAKA	70
-----------------------------	----

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Nilai Efisiensi Relatif Metode <i>Range</i>	14
Tabel 3.1 Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan Menggunakan Bilangan Kabur Trapesium	46
Tabel 3.2 Nilai Transformasi Median Kabur untuk Rata-rata Setiap Sampel Pengamatan pada Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$	54
Tabel 3.3 Nilai Transformasi Median Kabur untuk <i>Range</i> Setiap Sampel Pengamatan pada Grafik Pengendali Kabur \tilde{R}	56
Tabel 3.4 Pengeliminasian Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan	59
Tabel 3.5 Nilai Rata-rata Kabur ($\tilde{\bar{X}}_j$) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Dieliminasi	59
Tabel 3.6 Nilai <i>Range</i> Kabur (\tilde{R}_j) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Dieliminasi	60

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Contoh Grafik Pengendali Statistik	14
Gambar 2.2 Fungsi Keanggotaan Kurva Trapesium	20
Gambar 2.3 Median Kabur Kurva Trapesium Sama Kaki	24
Gambar 2.4 Median Kabur Kurva Trapesium Berada di antara b dan c	24
Gambar 2.5 Median Kabur Kurva Trapesium Berada di antara c dan d	25
Gambar 2.6 Median Kabur Kurva Trapesium Berada di antara b dan c	25
Gambar 2.7 Median Kabur Kurva Trapesium Berada di antara a dan b	26
Gambar 3.1 Representasi Bilangan Kabur Trapesium.....	30
Gambar 3.2 Grafik Pengendali Kabur \tilde{X} Berdasarkan <i>Range</i>	55
Gambar 3.3 Grafik Pengendali Kabur \tilde{R}	57
Gambar 3.4 Grafik Pengendali Kabur \tilde{X} Berdasarkan <i>Range</i> Setelah Revisi....	61
Gambar 3.5 Grafik Pengendali Kabur \tilde{R} Setelah Revisi.....	62

DAFTAR SIMBOL

$\mu_A(x)$: Derajat keanggotaan dari himpunan kabur A
$CL_{\bar{X}}$: Garis tengah dari grafik pengendali \bar{X}
CL_R	: Garis tengah dari grafik pengendali R
$\widetilde{CL}_{\bar{X}}$: Garis tengah kabur dari grafik pengendali kabur \widetilde{X}
\widetilde{CL}_R	: Garis tengah kabur dari grafik pengendali kabur \widetilde{R}
$CL_{med-\bar{X}}$: Nilai transformasi median kabur untuk garis tengah grafik pengendali kabur \widetilde{X}
CL_{med-R}	: Nilai transformasi median kabur untuk garis tengah grafik pengendali kabur \widetilde{R}
$E[X]$: Ekspektasi dari X
$LCL_{\bar{X}}$: Batas kendali bawah dari grafik pengendali \bar{X}
LCL_R	: Batas kendali bawah dari grafik pengendali R
$\widetilde{LCL}_{\bar{X}}$: Batas kendali bawah kabur dari grafik pengendali kabur \widetilde{X}
\widetilde{LCL}_R	: Batas kendali bawah kabur dari grafik pengendali kabur \widetilde{R}
$LCL_{med-\bar{X}}$: Nilai transformasi median kabur untuk batas kendali bawah grafik pengendali kabur \widetilde{X}
LCL_{med-R}	: Nilai transformasi median kabur untuk batas kendali bawah grafik pengendali kabur \widetilde{R}
R_j	: <i>Range</i> dari sampel pengamatan ke- j
\bar{R}	: Rata-rata dari <i>range</i>
\widetilde{R}_j	: <i>Range</i> kabur pengamatan ke- j
$\widetilde{\bar{R}}$: Rata-rata <i>range</i> kabur
\bar{R}_{med}	: Nilai transformasi median kabur untuk rata-rata <i>range</i>
$S_{med-\bar{X},j}$: Nilai transformasi median kabur untuk rata-rata setiap sampel pengamatan ke- j

- $S_{med-R,j}$: Nilai transformasi median kabur untuk *range* setiap sampel pengamatan ke- j
- $UCL_{\bar{X}}$: Batas kendali atas dari grafik pengendali \bar{X}
- UCL_R : Batas kendali atas dari grafik pengendali R
- $U\tilde{C}L_{\bar{X}}$: Batas kendali atas kabur dari grafik pengendali kabur \tilde{X}
- $U\tilde{C}L_R$: Batas kendali atas kabur dari grafik pengendali kabur \tilde{R}
- $UCL_{med-\bar{X}}$: Nilai transformasi median kabur untuk batas kendali atas grafik pengendali kabur \tilde{X}
- UCL_{med-R} : Nilai transformasi median kabur untuk batas kendali atas grafik pengendali kabur \tilde{R}
- \bar{X} : Rata-rata dari sampel pengamatan
- $\bar{\bar{X}}$: Rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel pengamatan
- \tilde{X}_{ij} : Bilangan kabur \tilde{X} sampel ke- i pengamatan ke- j
- $\tilde{\bar{X}}_j$: Bilangan kabur yang menyatakan rata-rata sampel pada pengamatan ke- j
- $\tilde{\bar{\bar{X}}}$: Bilangan kabur yang menyatakan rata-rata keseluruhan dari rata-rata sampel

ABSTRAK

Zakiah, Fitriatuz. 2015. **Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ Menggunakan Teknik Median Kabur pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si. (II) Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd.

Kata kunci: pengendalian proses secara statistik, grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$, bilangan kabur trapesium, teknik median kabur

Salah satu alat yang digunakan dalam pengendalian kualitas proses produksi adalah grafik pengendali. Grafik pengendali kabur merupakan suatu alat yang dapat digunakan pada data yang memuat ketidakpastian untuk mengendalikan kualitas proses produksi dengan pendekatan statistik dan teori himpunan kabur. Tujuan penelitian ini adalah mengkonstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$. Dalam mengkonstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ perlu merepresentasikan bilangan kabur untuk sampel pengamatan berdasarkan fungsi keanggotaan kurva trapesium terlebih dahulu. Kemudian untuk menentukan nilai transformasi dari bilangan kabur tersebut digunakan teknik median kabur. Dari nilai transformasi ini dapat dikonstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ yang didasarkan pada bilangan kabur trapesium dengan menggunakan teknik median kabur. Dari hasil konstruksi yang dilakukan didapatkan formula garis tengah $CL_{med-\bar{X}}$, formula batas kendali atas $UCL_{med-\bar{X}}$, dan batas kendali bawah $LCL_{med-\bar{X}}$ untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} . Untuk grafik pengendali kabur \tilde{R} didapatkan formula garis tengah CL_{med-R} , formula batas kendali atas UCL_{med-R} , dan batas kendali bawah LCL_{med-R} . Selanjutnya hasil konstruksi tersebut diaplikasikan pada data riil. Pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat mengkonstruksi grafik pengendali kabur dengan fungsi keanggotaan yang berbeda.

ABSTRACT

Zakiah, Fitriatuz. 2015. **Construction of Fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ Control Charts Using Fuzzy Median Technique on Quality Control of Production Process.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Fachrur Rozi, M.Si. (II) Ari Kusumastuti, S.Si., M.Pd.

Keyword: statistical process control, fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ control charts, trapezoidal fuzzy number, fuzzy median technique

One of tool that is used in controlling the quality of production process is control chart. Fuzzy control chart is a tool that can be used on uncertainty data to control the quality of production process using statistics and fuzzy set theory approach. The purpose of this research is to construct the fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ control charts. On constructing fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ control charts it required to represent the fuzzy number for observation sample based on membership function of trapezoid first. Then to determine the transformation value of the fuzzy number fuzzy median technique is used. From this transformation value, we can construct fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ control charts based on fuzzy trapezoidal number using fuzzy median technique. From the result of this construction we obtained the formula of center line $CL_{med-\bar{X}}$, the formula of upper control limit $UCL_{med-\bar{X}}$, and the formula of lower control limit $LCL_{med-\bar{X}}$ for fuzzy $\tilde{\bar{X}}$ control chart. For fuzzy \tilde{R} control chart we obtained the the formula of center line CL_{med-R} , the formula of upper control limit UCL_{med-R} , and the formula of lower control limit LCL_{med-R} . Furthermore, the result of this construction is highlight on the real data. On further research it is expected to construct fuzzy control chart with different membership function.

ملخص

الزكية، فطرية . ٢٠١٥ . بناء تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{R}$ باستخدام تقني متوسط غامض في مراقبة الجودة لعملية الإنتاج . البحث الجامعي . شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج . المشرف: (١) فخر الرزي الماجستير . (٢) أري كسوما أستوتي الماجستير .

الكلمات الرئيسية: التحكم في العملية الإحصائية، تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{R}$ ، عدد غامض المنحرف، تقني متوسط غامض

واحدة من الأدوات التي تستخدم في مراقبة الجودة لعملية الإنتاج هو تخطيط عنصر. تخطيط عنصر الغامض هو أداة التي يمكن استخدامها على البيانات من عدم اليقين للتحكم في جودة عملية إنتاج باقتراب الإحصاءات و نظرية المجموعات غامض. والغرض من هذا البحث بناء تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{R}$. في بناء تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{R}$ مطلوب لتمثل العدد التقريبي لنموذج المراقبة على أساس وظيفة عضوية شبه منحرف أولاً. ثم لتحديد قيمة التحويل عدد الغامض باستخدام تقنية الوسيط غامض. من قيمة هذا التحول، يمكن الحصول على بناء تخطيط عنصر الغامض $\bar{X} - \bar{R}$ استناداً إلى عدد غامض المنحرف باستخدام تقنية الوسيط غامض. من نتائج لهذا البناء تم الحصول على صيغة خط الوسط $CL_{med-\bar{X}}$ ، صيغة حد السيطرة العلوي $UCL_{med-\bar{X}}$ ، والصيغة حد السيطرة أدنى $LCL_{med-\bar{X}}$ تخطيط عنصر الغامض \bar{X} . الحصول على صيغة تخطيط عنصر الغامض \bar{R} خط الوسط CL_{med-R} ، صيغة حد السيطرة العلوي UCL_{med-R} ، والصيغة حد السيطرة أدنى LCL_{med-R} . وعلاوة على ذلك، نتائج البناء تطبيقها على بيانات حقيقية. على إجراء مزيد من البحوث من المتوقع أن بناء تخطيط عنصر الغامض مع دالة عضوية مختلفة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Motivasi untuk mengamati proses produksi dalam bisnis atau industri sebagaimana terdapat dalam beberapa ayat al-Quran, salah satunya terdapat dalam surat Yunus/10:101, yaitu:

قُلْ أَنْظَرُوا مَاذَا فِي السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ وَمَا تُغْنِي الْآيَاتُ وَالنُّذُرُ عَنْ قَوْمٍ لَا يُؤْمِنُونَ ﴿١٠١﴾

Katakanlah "Perhatikanlah apa yang ada di langit dan di bumi. Tidaklah bermanfaat tanda kekuasaan Allah dan rasul-rasul yang memberi peringatan bagi orang-orang yang tidak beriman" (QS. Yunus/10:101).

Memperhatikan apa yang ada di langit dan di bumi berarti melakukan pengamatan, penyelidikan atau penelitian dengan metode ilmiah mengenai suatu masalah misal karakteristik produk yang diproduksi, sehingga dapat dideskripsikan dan dianalisis yang nantinya dapat digunakan untuk mengestimasi atau memprediksi bahkan untuk membuat keputusan bisnis atau industri.

Suatu produk dikatakan berkualitas baik apabila keseluruhan fitur, ukuran dan karakteristik produk tersebut dapat memenuhi kebutuhan dan keinginan pelanggan atau konsumen. Sesuai dengan definisi kualitas itu sendiri, sebagaimana dijelaskan oleh Heizer dan Renden (2009) yang menyatakan bahwa "kualitas merupakan kemampuan sebuah produk atau jasa untuk memenuhi kebutuhan pelanggan."

Untuk menghasilkan kualitas produk yang baik, suatu industri dituntut untuk melakukan proses produksi yang baik secara stabil yaitu suatu proses produksi yang mampu menjaga produk sesuai dengan spesifikasi yang

ditargetkan. Suatu proses produksi dikatakan stabil apabila tingkat penyebab terjadinya variabilitas proses tersebut rendah. Penyebab terjadinya variabilitas proses dikategorikan menjadi dua jenis, yaitu variabilitas yang disebabkan oleh *un-assignable cause* (sebab-sebab yang tidak dapat diprediksi) dan variabilitas yang disebabkan oleh *assignable cause* (sebab-sebab yang dapat diprediksi).

Menurut Ariani (2004) setiap kegiatan yang dilakukan perusahaan berkaitan erat dengan biaya yang harus dikeluarkan perusahaan. Paradigma baru dikatakan bahwa *quality has no cost* yang berarti kualitas tidak memerlukan biaya. Artinya untuk membuat suatu produk berkualitas, perusahaan dapat menghilangkan segala bentuk pemborosan yang biasanya disebabkan karena perusahaan menghasilkan produk yang ternyata cacat sehingga harus diadakan perbaikan atau harus dibuang.

Pada industri manufaktur selain menekankan pada kualitas produk yang dihasilkan, juga perlu memperhatikan efektifitas proses produksi. Jika perhatian kualitas dilakukan pada saat proses produksinya atau produk yang masih ada dalam proses (*work in process*), tidak pada produk akhir, maka apabila diketahui terdapat kesalahan masih dapat diperbaiki. Dengan demikian, produk akhir yang dihasilkan adalah produk yang bebas cacat dan tidak ada lagi pemborosan atau mubadzir karena produk tersebut harus dibuang atau dilakukan pengerjaan ulang (Ariani, 2004).

Sementara itu, dijelaskan oleh Imani (2005) dalam tafsir Nurul Quran bahwasanya al-Quran menganjurkan semua orang agar tidak menghambur-hamburkan harta dan memberikan justifikasi yang kokoh terhadap larangan pemborosan, yang terdapat dalam surat al-Isra'/17:26-27 yaitu:

وَأَتِذَا الْقُرْتَبَىٰ حَقَّهُ، وَالْمَسْكِينِ وَابْنَ السَّبِيلِ وَلَا تُبَذِّرْ تَبْذِيرًا ﴿١٧﴾ إِنَّ الْمُبَذِّرِينَ كَانُوا إِخْوَانَ الشَّيْطَانِ
وَكَانَ الشَّيْطَانُ لِرَبِّهِ كَفُورًا ﴿١٨﴾

“Dan berikanlah kepada keluarga-keluarga yang dekat akan haknya, kepada orang miskin dan orang yang dalam perjalanan dan janganlah kamu menghambur-hamburkan (hartamu) secara boros. Sesungguhnya pemboros-pemboros itu adalah saudara-saudara syaitan, dan syaitan itu adalah sangat ingkar kepada Tuhannya” (QS. al-Isra’/17:26-27).

Salah satu solusi dalam menciptakan kualitas agar sesuai standar adalah dengan menerapkan sistem pengendalian kualitas yang diharapkan dapat membantu perusahaan mempertahankan bahkan meningkatkan kualitas produknya dengan melakukan pengendalian terhadap tingkat kerusakan produk (*product defect*) sampai pada tingkat kerusakan nol (*zero defect*). Oleh karena itu, pengendalian kualitas tersebut dapat dilakukan mulai dari bahan baku, selama proses produksi berlangsung sampai pada produk jadi.

Dalam menjaga bahkan mengurangi variabilitas proses yang terjadi, dapat dilakukan dengan pengendalian proses produksi. Pengendalian proses produksi dapat dilakukan melalui pendekatan metode statistik yang dikenal dengan pengendalian proses secara statistik atau *Statistical Process Control (SPC)*. Salah satu alat yang digunakan dalam SPC adalah grafik pengendali. Grafik pengendali adalah teknik pengendali proses yang digunakan untuk mendeteksi adanya sebab-sebab yang dapat diprediksi dalam proses produksi. Grafik pengendali pertama kali diperkenalkan oleh Shewhart, dan disebut dengan grafik pengendali klasik. Grafik pengendali dapat diklasifikasikan ke dalam dua tipe umum, yaitu grafik pengendali untuk sifat (atribut) dan grafik pengendali untuk variabel. Grafik pengendali klasik untuk atribut yang sering digunakan adalah grafik pengendali ketidaksesuaian dan grafik pengendali kecacatan. Sedangkan grafik pengendali

klasik untuk variabel yang sering digunakan adalah grafik pengendali $\bar{X} - R$ dan grafik pengendali $\bar{X} - S$ (Montgomery, 2009).

Rancangan grafik pengendali adalah salah satu faktor terpenting dalam penggunaan grafik pengendali. Rancangan grafik pengendali meliputi pemilihan ukuran sampel, batas-batas kendali, dan frekuensi pengambilan sampel. Batas-batas kendali pada grafik pengendali klasik ditunjukkan oleh nilai-nilai numerik, sehingga proses dikatakan terkendali atau tidak terkendali bergantung pada nilai-nilai numerik yang tunggal. Pada banyak kasus, batas kendali tunggal terkadang tidak selalu tepat, ketidakpastian hasil nilai numerik dapat terjadi karena sistem pengukuran, operator, atau kondisi lingkungan. Dalam hal ini, pendekatan teori himpunan kabur merupakan alat yang dapat digunakan untuk menangani ketidakpastian ini (Senturk dan Erginel, 2009).

Teori himpunan kabur pertama kali diperkenalkan oleh Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar di University of California, Barkeley, Amerika Serikat pada tahun 1965. Zadeh mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan fungsi keanggotaan (*membership function*), yang nilainya berada dalam selang tertutup $[0,1]$ (Susilo, 2006).

Beberapa studi tentang penggabungan antara metode statistika dan teori himpunan kabur dalam konsep grafik pengendali ini telah dikembangkan. Grafik pengendali kabur untuk atribut, beberapa penelitian yang telah dikembangkan yaitu, Kanagawa, dkk (1993) mengembangkan grafik pengendali berdasarkan fungsi kepadatan probabilitas untuk data linguistik. Gulbay, dkk (2004) membangun grafik pengendali untuk data linguistik dengan potongan α kabur. Gulbay dan Kahraman (2006) membangun grafik pengendali c kabur untuk

menentukan pola tidak alami serta mengembangkan pendekatan *direct fuzzy* untuk grafik pengendali c kabur. Ertugrul dan Gunes (2007) menggunakan grafik pengendali kabur untuk menaksir kualitas produk serta aplikasinya.

Sedangkan grafik pengendali kabur untuk variabel, beberapa penelitian yang telah dikembangkan yaitu Rowland dan Wang (2000) mengusulkan teknik *fuzzy-SPC* untuk menentukan batas daerah *SPC*. Senturk dan Erginel (2009) membangun grafik pengendali $\tilde{X} - \tilde{R}$ dan $\tilde{X} - \tilde{S}$ dengan menggunakan teknik potongan α nilai tengah kabur (*α -cut fuzzy midrange*) berdasarkan bilangan kabur segitiga serta aplikasinya. Sedangkan Pandurangan dan Varadharajan (2011) membangun grafik pengendali $\tilde{X} - \tilde{R}$ dan $\tilde{X} - \tilde{S}$ dengan menggunakan teknik tingkat α nilai tengah kabur (*α -level fuzzy midrange*) berdasarkan bilangan kabur trapesium. Untuk pendekatan teori himpunan kabur terhadap pengembangan grafik pengendali, Wang dan Raz (1990) telah menjelaskan empat teknik transformasi himpunan kabur, yaitu modus kabur (*fuzzy mode*), tingkat α nilai tengah kabur (*α -level fuzzy midrange*), median kabur (*fuzzy median*), dan rata-rata kabur (*fuzzy average*).

Berdasarkan penelitian-penelitian yang sudah dikembangkan, penulis tertarik untuk mengkonstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ dengan teknik berbeda, yaitu teknik median kabur berdasarkan bilangan kabur trapesium kemudian dilanjutkan dengan mengaplikasikannya pada data riil dalam skripsi ini, yang berjudul “Konstruksi Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ Menggunakan Teknik Median Kabur pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu:

- a. Bagaimana hasil konstruksi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \bar{R}$ menggunakan teknik median kabur?
- b. Bagaimana aplikasi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \bar{R}$ pada pengendalian kualitas proses produksi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini yaitu:

- a. Mengetahui hasil konstruksi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \bar{R}$ menggunakan teknik median kabur.
- b. Mengetahui hasil aplikasi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \bar{R}$ pada pengendalian kualitas proses produksi.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini yaitu:

- a. Membangun grafik pengendali kabur dengan teknik kabur yang berbeda.
- b. Memberikan gambaran aplikasi grafik pengendali kabur yang digunakan dalam pengendalian kualitas proses produksi.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian, pembatasan masalah dalam penelitian ini yaitu:

- a. Teknik yang digunakan untuk merepresentasikan bilangan kabur adalah median kabur.
- b. Fungsi keanggotaan yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi keanggotaan kurva trapesium.
- c. Konstruksi grafik pengendali kabur hanya dilakukan pada tahap I (*start up stage*) dari pengendalian proses yaitu penentuan batas kendali grafik pengendali kabur.
- d. Data yang digunakan untuk aplikasi hasil konstruksi dalam penelitian ini adalah data pengamatan karakteristik kekerasan deodoran Rexona SL AP *stick*.

1.6 Metode Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu pendekatan penelitian kepustakaan (*library research*) dan pendekatan deskriptif kuantitatif. Kajian tentang grafik pengendali, himpunan kabur, bilangan kabur, fungsi keanggotaan, dan beberapa teknik transformasi bilangan kabur dengan menggunakan pendekatan penelitian kepustakaan. Dilanjutkan mengaplikasikannya dengan pendekatan deskriptif kuantitatif dan untuk pengolahan data digunakan bantuan *software* Microsoft Office Excel 2007. Berikut langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini:

1. Merepresentasikan bilangan kabur untuk sampel pengamatan berdasarkan fungsi keanggotaan kurva trapesium.
2. Menentukan nilai transformasi dari bilangan kabur menggunakan teknik median kabur.

3. Mengkonstruksi formula batas kendali grafik pengendali kabur $\bar{X} - \tilde{R}$, dengan tahap-tahap sebagai berikut:
 - a. Mengkonstruksi formula batas kendali grafik pengendali kabur \bar{X} berdasarkan *range* menggunakan teknik median kabur.
 - b. Mengkonstruksi formula batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} menggunakan teknik median kabur.
4. Mengaplikasikan grafik pengendali kabur $\bar{X} - \tilde{R}$ pada pengendalian kualitas proses produksi deodoran.
5. Menarik kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan.

1.7 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab yang merupakan rangkaian antara satu bab dengan bab yang lainnya. Bab-bab tersebut disusun secara sistematis sebagai berikut.

Bab I Pendahuluan berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan skripsi.

Bab II Kajian Pustaka berisi landasan teori yang berkaitan dengan penelitian serta hasil penelitian terdahulu tentang pengendalian kualitas.

Bab III Pembahasan berisi pembahasan tentang hasil konstruksi dan penerapannya terhadap data suatu proses produksi.

Bab IV Penutup berisi kesimpulan dari pembahasan dan saran yang sesuai dengan hasil penelitian.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pengendalian Kualitas Proses Statistik

Pengendalian kualitas statistik (*statistical quality control*) sering disebut sebagai pengendalian proses statistik (*statistical process control*). Keduanya sering dipertukarkan. Pengendalian kualitas statistik menyediakan alat-alat *offline* untuk mendukung analisis dan pembuatan keputusan yang membantu menentukan proses dalam keadaan stabil atau sebaliknya dan dapat diprediksi setiap tahapannya. Sedangkan pengendalian proses statistik dikenal sebagai alat yang bersifat *online* untuk menggambarkan proses yang sedang terjadi. Pengendalian kualitas proses statistik (*statistical process control*) merupakan salah satu teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki proses menggunakan metode-metode statistik. Pengendalian proses ini menerapkan metode-metode statistik untuk pengukuran dan analisis variabilitas proses (Ariani, 2004).

Tujuan utama pengendalian proses statistik adalah mengurangi variabilitas atau kesalahan-kesalahan proses. Ariani (2004) juga menambahkan bahwa tujuan utama dalam pengendalian proses statistik yaitu juga mendeteksi adanya penyebab khusus dalam variabilitas atau kesalahan-kesalahan proses melalui analisis data. Ada dua macam penyebab dalam variabilitas proses, yaitu penyebab umum yang sudah melekat pada proses seperti penyimpangan pada bahan baku, kinerja karyawan, kinerja mesin, suhu udara, kelembaban udara, dan sebagainya, dan penyebab khusus yang merupakan kesalahan yang biasanya muncul dalam proses

sehingga nantinya dapat memprediksi proses berada dalam kondisi stabil atau sebaliknya seperti penggunaan alat, kesalahan operator, kesalahan penyiapan mesin, kesalahan perhitungan, kesalahan bahan baku, dan kesalahan-kesalahan yang tidak tampak dalam proses.

Menurut Gyrna (2001) dalam Ariani (2004), ada beberapa keuntungan apabila pengurangan proses terlaksana, yaitu:

- a. Variabilitas menjadi lebih kecil karena adanya perbaikan kinerja.
- b. Mengurangi variabilitas pada karakteristik komponen merupakan cara untuk mengimbangi variabilitas yang tinggi pada komponen lain.
- c. Pada beberapa karakteristik seperti berat, pengurangan variabilitas juga akan memberikan manfaat pada perubahan rata-rata proses yang dapat mengurangi biaya.
- d. Berkurangnya variabilitas akan mengurangi banyaknya inspeksi dan besarnya biaya inspeksi. Hal ini akan mendorong ditekannya harga produk tersebut.
- e. Berkurangnya variabilitas merupakan faktor yang penting dalam meningkatkan kemampuan suatu produk bersaing dan memperbesar pangsa pasar.

Beberapa manfaat pengendalian proses statistik bagi suatu industri atau perusahaan yang menerapkannya menurut Antony (2000) dalam Ariani (2004), antara lain:

- a. Tersedianya informasi bagi karyawan apabila akan memperbaiki proses.
- b. Membantu karyawan memisahkan sebab umum dan sebab khusus terjadinya kesalahan.
- c. Tersedianya bahasa yang umum dalam kinerja proses untuk berbagai pihak.

- d. Menghilangkan penyimpangan karena sebab khusus untuk mencapai konsistensi dan kinerja yang lebih baik.
- e. Pengertian yang lebih baik mengenai proses.
- f. Pengurangan waktu yang berarti dalam penyelesaian masalah kualitas.
- g. Pengurangan biaya pembuangan produk cacat, pengerjaan ulang terhadap produk cacat, inspeksi ulang, dan sebagainya.
- h. Komunikasi yang lebih baik dengan pelanggan mengenai kemampuan produk dalam memenuhi spesifikasi pelanggan.
- i. Membuat organisasi lebih berorientasi pada data statistik daripada hanya berupa asumsi saja.
- j. Perbaiki proses, sehingga kualitas produk menjadi lebih baik, biaya lebih rendah, dan produktivitas meningkat.

2.2 Grafik Pengendali (*Control Chart*)

Untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali secara statistik digunakan suatu alat yang disebut sebagai grafik pengendali (*control chart*) (Montgomery, 1996). Secara umum grafik pengendali diklasifikasikan ke dalam dua tipe. Pertama, grafik pengendali variabel yaitu apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam bilangan. Kedua, grafik pengendali atribut (sifat) menurut Besterfield (1998) dalam Ariani (2004) yaitu apabila tidak memungkinkan dilakukan pengukuran, misalnya goresan, kesalahan, warna, atau ada bagian yang hilang. Selain itu, atribut digunakan apabila pengukuran dapat dibuat tetapi tidak dibuat karena alasan waktu, biaya, atau kebutuhan.

Menurut Montgomery (1996), pada dasarnya grafik pengendali adalah uji hipotesis bahwa proses produksi ada dalam keadaan terkendali secara statistik, atau uji hipotesis yang dilakukan berulang-ulang pada waktu yang lain. Jika satu titik terletak di dalam batas kendali, maka hal itu ekuivalen dengan keputusan tidak menolak hipotesis bahwa produk terkendali secara statistik. Sebaliknya, jika satu titik terletak di luar batas kendali, maka hal itu ekuivalen dengan keputusan menolak hipotesis bahwa produk itu terkendali secara statistik.

Menurut Montgomery (2009), secara umum model grafik pengendali dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_w + k\sigma_w \\ CL &= \mu_w \\ LCL &= \mu_w - k\sigma_w \end{aligned} \quad (2.1)$$

dimana,

UCL : batas kendali atas (*upper control limit*)

CL : garis tengah (*center line*)

LCL : batas kendali bawah (*lower control limit*)

w : statistik sampel yang digunakan sebagai ukuran karakteristik kualitas proses produksi

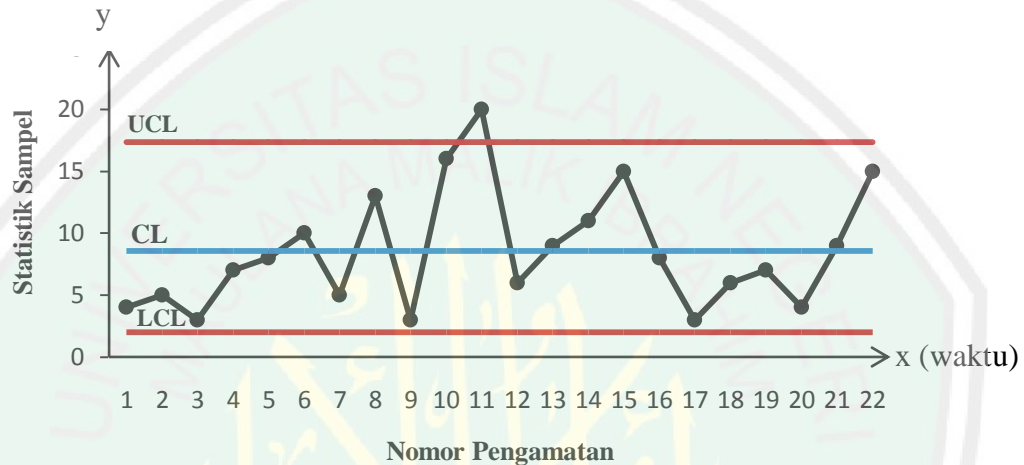
k : jarak batas kendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi

μ_w : rata-rata dari w

σ_w : standar deviasi dari w

Teori umum grafik pengendali ini pertama kali ditemukan oleh Dr. Walter A. Shewhart. Grafik pengendali yang dikembangkan menurut prinsip ini biasanya disebut grafik pengendali Shewhart.

Berikut ini ditunjukkan contoh grafik pengendali statistik:



Gambar 2.1 Contoh Grafik Pengendali Statistik

Pada Gambar 2.1 di atas, sumbu y menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur. Sedangkan sumbu x menunjukkan waktu atau nomor pengamatan. Garis biru yang berada di tengah merupakan garis tengah (*CL*) yang menunjukkan besar nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis merah merupakan batas kendali atas (*UCL*) dan batas kendali bawah (*LCL*) grafik pengendali. Titik-titik yang dihubungkan oleh garis adalah statistik sampel yang diukur karakteristik kualitasnya terhadap waktu atau nomor pengamatan tersebut. Dari Gambar 2.1 di atas, selama titik-titik terletak di dalam batas-batas kendali, proses dianggap dalam keadaan terkendali secara statistik dan tidak perlu tindakan apapun. Tetapi jika ada satu titik yang terletak di luar batas kendali (di bawah batas bawah atau di atas batas atas), maka hal ini sebagai indikasi bahwa proses tidak terkendali dan

diperlukan penyelidikan atau perbaikan untuk mengetahui dan menghilangkan sebab yang menyebabkan tingkah laku itu (Montgomery, 2009).

2.3 Grafik Pengendali untuk Variabel

Montgomery (2009) menjelaskan bahwa suatu karakteristik kualitas yang dapat diukur, seperti dimensi, berat, atau volume, dinamakan variabel. Grafik pengendali untuk variabel merupakan prosedur pengendali yang lebih efisien dan memberikan informasi tentang kondisi proses lebih banyak daripada grafik pengendali sifat.

Dalam grafik pengendali klasik, dikenal dua macam grafik pengendali untuk variabel yaitu grafik pengendali $\bar{X} - R$ dan grafik pengendali $\bar{X} - S$ (Montgomery, 2009). Namun dalam penelitian ini grafik pengendali untuk variabel yang digunakan adalah grafik pengendali $\bar{X} - R$. Menurut Montgomery (2009), grafik pengendali $\bar{X} - R$ memiliki dua grafik pengendali, grafik pengendali \bar{X} digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses, sedangkan untuk mengendalikan variabilitas proses didasarkan pada *range* yang disebut grafik pengendali R .

Montgomery (1996) menyebutkan efisiensi relatif metode *range* untuk berbagai ukuran sampel seperti Tabel 2.1 berikut.

Tabel 2.1 Nilai Efisiensi Relatif Metode *Range*

n	Efisiensi Relatif
2	1,000
3	0,992
4	0,975
5	0,955
6	0,930
10	0,850

Untuk nilai n yang tidak terlalu besar misalnya $n \geq 10$, besar rentang kehilangan efesiensinya terjadi secara cepat, karena *range* mengabaikan informasi dalam sampel antara x_{max} dan x_{min} seperti pada data yang penyebarannya tidak merata. Namun untuk ukuran sampel kecil yang biasa digunakan pada grafik pengendali variabel ($n = 4, 5$, atau 6) dan penyebarannya merata, hasilnya sangat memuaskan.

Montgomery (1996) mengasumsikan karakteristik kualitas berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ , dengan μ dan σ diketahui. Jika x_1, x_2, \dots, x_n sampel berukuran n , dengan $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ maka rata-rata sampel ini adalah

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Dapat diketahui bahwa \bar{x} berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Untuk suatu α , probabilitas setiap rata-rata sampel akan berada di antara

$$\mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}} = \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.2)$$

dan

$$\mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}} = \mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.3)$$

adalah $1 - \alpha$. Sehingga dengan μ dan σ diketahui, persamaan (2.2) dan (2.3) digunakan untuk mendapatkan batas-batas kendali pada grafik pengendali rata-rata sampel dengan memilih batas 3-sigma maka $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ diganti dengan 3.

Namun pada proses produksi biasanya μ dan σ tidak diketahui sehingga μ dan σ perlu ditaksir. Misal tersedia m sampel yang masing-masing memuat n

pengamatan pada suatu karakteristik kualitas. Jika $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ adalah rata-rata tiap sampel, maka penaksir tak bias untuk rata-rata proses μ , yaitu

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}_j$$

$$E[\bar{\bar{x}}] = E \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}_j \right]$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m E[\bar{x}_j]$$

$$= \frac{1}{m} m \mu$$

$$E[\bar{\bar{x}}] = \mu$$

sehingga rata-rata keseluruhan dapat digunakan untuk menaksir rata-rata proses μ (Montgomery, 1996).

Menurut Montgomery (1996), untuk menaksir σ digunakan *range* atau rentang dari m sampel. Jika x_1, x_2, \dots, x_n suatu sampel berukuran n , maka *range* sampel tersebut adalah selisih pengamatan yang terbesar dan terkecil, yaitu

$$R = x_{maks} - x_{min}$$

Hubungan *range* suatu sampel berdistribusi normal dan standar deviasi terdapat dalam *range* relatif variabel acak $W = \frac{R}{\sigma}$. Misal R_1, R_2, \dots, R_m adalah *range* dari m sampel, maka rata-rata *rangeny*a adalah

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_j$$

Dengan $E[R] = \mu_R$ nilai rata-rata R dan $E[W] = d_2$ nilai rata-rata W , diperoleh

$$E[W] = E\left[\frac{R}{\sigma}\right]$$

$$E[W] = \frac{E[R]}{\sigma}$$

$$\sigma = \frac{E[R]}{E[W]}$$

$$\sigma = \frac{\mu_R}{d_2}$$

Dalam hal ini μ_R ditaksir oleh \bar{R} , sehingga taksiran untuk σ yaitu

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Jika digunakan \bar{X} sebagai penaksir μ dan $\frac{\bar{R}}{d_2}$ sebagai penaksir σ , maka batas-batas kendali untuk grafik pengendali \bar{X} yang didasarkan pada *range* sampel adalah sebagai berikut:

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R}$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{X} \tag{2.4}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R}$$

Misalkan $A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$ merupakan konstanta yang bergantung pada ukuran sampel dan d_2 merupakan konstanta faktor untuk garis tengah, maka batas-batas kendali (2.4) dapat ditulis menjadi

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2\bar{R}$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{X} \tag{2.5}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2\bar{R}$$

Konstanta A_2 dengan beberapa ukuran sampel telah tersusun dalam Lampiran 5 (Montgomery, 1996).

Range sampel berhubungan dengan standar deviasi proses. Oleh karena itu, variabilitas proses dapat dikendalikan dengan menggambarkan nilai-nilai R dari sampel-sampel yang berurutan pada grafik pengendali yang dinamakan grafik R . Garis tengahnya adalah \bar{R} . Untuk mendapatkan batas kendalinya perlu dilakukan penaksiran untuk σ_R . Dengan asumsi bahwa karakteristik kualitas berdistribusi normal, estimasi $\hat{\sigma}_R$ dapat diperoleh dari distribusi *range* relatif $W = \frac{R}{\sigma}$. Standar deviasi W adalah d_3 . Karena

$$R = W\sigma$$

maka standar deviasi R adalah

$$\sigma_R = d_3\sigma$$

Karena σ tidak diketahui, maka penaksir untuk σ_R yaitu

$$\hat{\sigma}_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Dengan demikian, batas-batas kendali untuk grafik R adalah sebagai berikut:

$$UCL_R = \bar{R} + 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$CL_R = \bar{R} \tag{2.6}$$

$$LCL_R = \bar{R} - 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Misal

$$D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2}$$

dan

$$D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}$$

dengan d_2 dan d_3 merupakan konstanta faktor untuk garis tengah, maka batas-batas kendali (2.6) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} UCL_R &= D_4 \bar{R} \\ CL_R &= \bar{R} \\ LCL_R &= D_3 \bar{R} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Konstanta D_3 dan D_4 dengan beberapa ukuran sampel telah tersusun dalam Lampiran 5 (Montgomery, 1996).

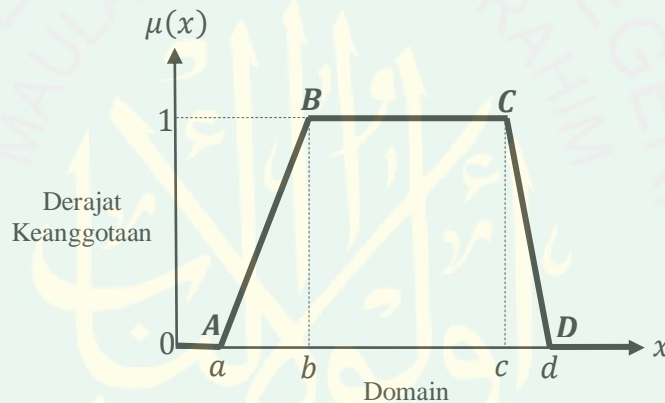
2.4 Teori Himpunan Kabur

Menurut Susilo (2006), teori himpunan kabur diperkenalkan oleh Lotfi Asker Zadeh pada tahun 1965. Zadeh memperluas teori mengenai himpunan klasik menjadi himpunan kabur (*fuzzy set*) sehingga himpunan klasik (*crisp set*) merupakan kejadian khusus dari himpunan kabur. Kemudian Zadeh mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan fungsi keanggotaan (*membership function*) yang nilainya berada pada selang tertutup $[0,1]$. Sehingga keanggotaan dalam himpunan kabur bukan sesuatu yang tegas lagi, melainkan sesuatu yang berderajat atau bergradasi secara kontinu (Susilo, 2006).

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik data ke dalam nilai keanggotaan atau derajat keanggotaannya. Salah satu cara untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Fungsi keanggotaan yang sering digunakan adalah bentuk segitiga, trapesium, dan lonceng (Kusumadewi dan Purnomo,

2004). Fungsi keanggotaan yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi keanggotaan dengan bentuk trapesium.

Suatu fungsi keanggotaan himpunan kabur disebut fungsi keanggotaan trapesium jika mempunyai empat parameter, yaitu $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ dengan $a < b < c < d$. Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2004), kurva trapesium pada dasarnya merupakan gabungan antara dua garis (linier) seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1 seperti terlihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Fungsi Keanggotaan Kurva Trapesium

Fungsi keanggotaan dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan garis linier yang melalui dua titik. Misal suatu garis linier melalui titik $A(x_1, y_1)$ dan titik $B(x_2, y_2)$, maka persamaan garis liniernya adalah

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad (2.8)$$

Dapat dilihat pada Gambar 2.2 terdapat tiga garis linier, yaitu:

- a. Garis linier melalui titik A dan B

Suatu garis linier melalui titik $A(a, 0)$ dan titik $B(b, 1)$ maka diperoleh fungsi $y = \mu(x)$ sebagai berikut:

$$\frac{x - a}{b - a} = \frac{y - 0}{1 - 0}$$

$$y = \frac{x - a}{b - a}$$

$$\mu(x) = \frac{x - a}{b - a}$$

b. Garis linier melalui titik B dan C

Suatu garis linier melalui titik $B(b,1)$ dan titik $C(c,1)$. Dengan memperhatikan Gambar 2.2 di atas, fungsi garis linier yang melalui titik B dan C merupakan fungsi konstan, yaitu

$$y = \mu(x) = 1$$

c. Garis linier melalui titik C dan D

Suatu garis linier melalui titik $C(c,1)$ dan titik $D(d,0)$ maka diperoleh fungsi $y = \mu(x)$ sebagai berikut:

$$\frac{x - c}{d - c} = \frac{y - 1}{0 - 1}$$

$$(y - 1)(d - c) = -(x - c)$$

$$y(d - c) - 1(d - c) = -(x - c)$$

$$y(d - c) - d + c = -x + c$$

$$y(d - c) = -x + c + d - c$$

$$y(d - c) = -x + d$$

$$y = \frac{d - x}{d - c}$$

$$\mu(x) = \frac{d - x}{d - c}$$

Dengan demikian, fungsi keanggotaan trapesium yaitu

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < a \text{ atau } x > d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x \leq d \end{cases} \quad (2.9)$$

2.5 Bilangan Kabur

Secara umum bilangan kabur didefinisikan sebagai himpunan kabur dalam semesta himpunan bilangan riil yang memenuhi empat sifat yaitu normal, mempunyai pendukung yang terbatas, semua potongan α -nya adalah selang tertutup dalam bilangan riil, dan konveks (Susilo, 2006).

Susilo (2006) menyatakan bahwa “Suatu bilangan kabur bersifat normal, sebab bilangan kabur ‘kurang lebih a ’ seyogyanya mempunyai fungsi keanggotaan yang nilainya sama dengan 1 untuk $x = a$. Ketiga sifat lainnya diperlukan untuk dapat mendefinisikan operasi-operasi aritmatik (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian) pada bilangan-bilangan kabur.”

Bilangan kabur yang biasa dipakai dalam aplikasi adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan segitiga dan bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan trapesium. Sehingga dapat dikatakan bahwa keempat sifat bilangan kabur telah terpenuhi oleh kedua jenis bilangan kabur tersebut (Susilo, 2006).

2.6 Teknik Transformasi Kabur

Terdapat empat teknik transformasi kabur yang diusulkan oleh Wang dan Raz (1990) yang konsepnya sama dengan mengukur parameter lokasi yang digunakan dalam statistik deskriptif yaitu:

1. Modus Kabur (f_{mode})

Modus kabur dari himpunan kabur F adalah nilai dari suatu variabel yang memiliki derajat keanggotaan 1, yang dinyatakan dengan formula,

$$f_{mode} = \{x | \mu_F(x) = 1\}, \forall x \in F \quad (2.10)$$

2. Tingkat α Nilai Tengah Kabur ($f_{mr}(\alpha)$)

Merupakan nilai tengah dari batas suatu tingkat potongan α , yang mana tingkat potongan α (A_α) adalah himpunan bukan kabur yang memuat semua nilai dari variabel yang memiliki derajat keanggotaan lebih besar atau sama dengan α . Jika a_n dan b_n adalah batas bawah dan batas atas dari A_α , maka

$$f_{mr}(\alpha) = \frac{1}{2}(a_n + b_n) \quad (2.11)$$

3. Median Kabur (f_{med})

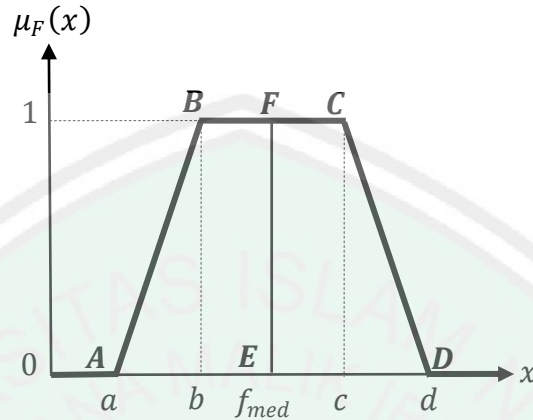
Merupakan nilai yang mempartisi kurva dari fungsi keanggotaan dan himpunan kabur dalam dua daerah yang luasnya sama, yang dinyatakan dalam formula,

$$\int_a^{f_{med}} \mu_F(x) dx = \int_{f_{med}}^b \mu_F(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^b \mu_F(x) dx \quad (2.12)$$

dimana a dan b adalah batas bawah dan batas atas dari himpunan kabur F , sedemikian sehingga $a < b$. Dikarenakan dalam penelitian ini menggunakan fungsi keanggotaan trapesium untuk merepresentasikan bilangan kabur (a, b, c, d) , maka representasi dari median kabur dapat dibagi menjadi tiga kasus, yaitu:

- a. Jika $(b - a) = (d - c)$, maka f_{med} berada di antara b dan c ($b < f_{med} < c$) karena grafik fungsi trapesium merupakan grafik yang simetris atau dapat

disebut dengan trapesium sama kaki seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.3.

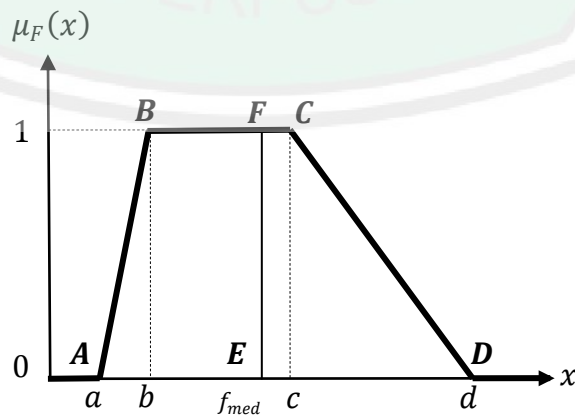


Gambar 2.3 Median Kabur Kurva Trapesium Sama Kaki

Karena f_{med} mempartisi kurva trapesium dalam dua daerah yang luasnya sama, maka dari ilustrasi pada Gambar 2.3 dapat diketahui bahwa luas trapesium $ABFE =$ luas trapesium $CDEF$.

b. Jika $(b - a) < (d - c)$, maka untuk mengetahui posisi f_{med} terdapat dua kondisi yaitu:

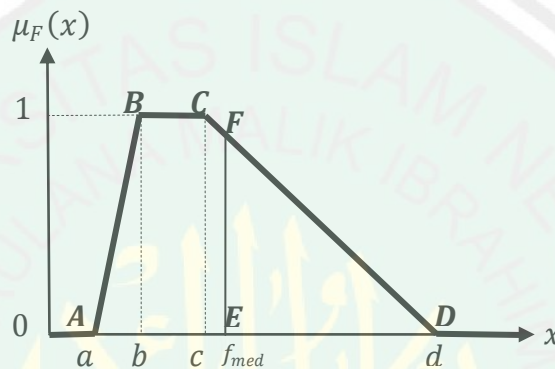
i. $\int_a^c \mu_A(x) dx > \int_c^d \mu_A(x) dx$ sehingga f_{med} berada di antara b dan c ($b < f_{med} < c$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Median Kabur Kurva Trapesium Berada di antara b dan c

Karena f_{med} mempartisi kurva trapesium dalam dua daerah yang luasnya sama, maka ilustrasi pada Gambar 2.4 memberikan informasi bahwa luas trapesium $ABFE =$ luas trapesium $CDEF$.

- ii. $\int_a^c \mu_A(x)dx < \int_c^d \mu_A(x)dx$ sehingga f_{med} berada di antara c dan d ($c < f_{med} < d$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.5.

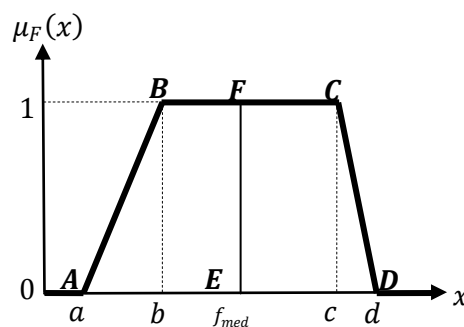


Gambar 2.5 Median Kabur Kurva Trapesium Berada di antara c dan d

Karena f_{med} mempartisi kurva trapesium dalam dua daerah yang luasnya sama, maka ilustrasi pada Gambar 2.5 memberikan informasi bahwa luas segilima $ABCFE =$ luas segitiga EDF .

- c. Jika $(b - a) > (d - c)$, maka untuk mengetahui posisi f_{med} terdapat dua kondisi yaitu:

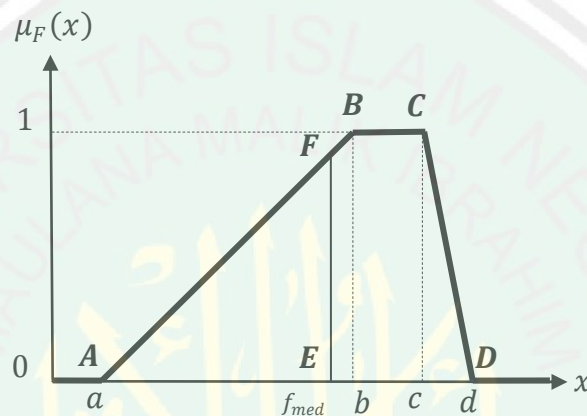
- i. $\int_a^b \mu_A(x)dx < \int_b^d \mu_A(x)dx$ sehingga f_{med} berada di antara b dan c ($b < f_{med} < c$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Median Kabur Kurva Trapesium Berada di antara b dan c

Karena f_{med} mempartisi kurva trapesium dalam dua daerah yang luasnya sama, maka ilustrasi pada Gambar 2.6 memberikan informasi bahwa luas trapesium $ABFE =$ luas trapesium $CDEF$.

- ii. $\int_a^b \mu_A(x)dx > \int_b^d \mu_A(x)dx$ sehingga f_{med} berada di antara a dan b ($a < f_{med} < b$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Median Kabur Kurva Trapesium Berada di antara a dan b

Karena f_{med} mempartisi kurva trapesium dalam dua daerah yang luasnya sama, maka ilustrasi pada Gambar 2.7 memberikan informasi bahwa luas segitiga $AEF =$ luas segilima $BCDEF$.

4. Rata-rata Kabur (f_{avg})

Berdasarkan Zadeh (1975), rata-rata kabur ditentukan dengan formula,

$$f_{avg} = \frac{\int_{x=0}^1 x \cdot \mu_F(x) dx}{\int_{x=0}^1 \mu_F(x) dx} \quad (2.13)$$

2.7 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$

Pada pengendalian kualitas proses produksi, grafik pengendali \bar{X} digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses, sedangkan untuk mengendalikan

variabilitas proses didasarkan pada *range* yang disebut grafik pengendali *R*. Pandurangan dan Varadharajan (2011) mengkonstruksi grafik pengendali kabur untuk variabel dengan menggunakan teknik tingkat α nilai tengah kabur yang didasarkan pada bilangan kabur trapesium.

2.7.1 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$ Berdasarkan *Range*

Dalam hal ini, grafik pengendali kabur untuk variabel didasarkan pada bilangan kabur trapesium. Sehingga setiap sampel pengamatan direpresentasikan ke dalam bilangan kabur berdasarkan fungsi kabur trapesium atau bilangan kabur trapesium (X_a, X_b, X_c, X_d) . Garis tengah dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ ($\tilde{CL}_{\bar{X}}$) adalah nilai rata-rata dari rata-rata sampel pengamatan kabur yang direpresentasikan dengan $(\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c, \bar{X}_d)$, dan $\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c, \bar{X}_d$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$\bar{X}_{rj} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{rij}}{n}; r = a, b, c, d; i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$\bar{X}_r = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{rj}}{m}; r = a, b, c, d; j = 1, 2, 3, \dots, m$$

sehingga diperoleh

$$\tilde{CL}_{\bar{X}} = (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c, \bar{X}_d) = \left\{ \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{dj}}{m} \right\} \quad (2.14)$$

dimana n adalah ukuran sampel tiap pengamatan dan m adalah banyaknya pengamatan (Pandurangan dan Varadharajan, 2011).

Dengan menggunakan formula grafik pengendali klasik pada persamaan (2.5), batas-batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan *range* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 U\tilde{C}L_{\bar{X}} &= \tilde{C}L_{\bar{X}} + A_2(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c, \bar{R}_d) \\
 \tilde{C}L_{\bar{X}} &= (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c, \bar{X}_d) \\
 L\tilde{C}L_{\bar{X}} &= \tilde{C}L_{\bar{X}} - A_2(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c, \bar{R}_d)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

dimana

$$\tilde{R} = (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c, \bar{R}_d) \tag{2.16}$$

adalah rata-rata dari *range*, dan dapat dihitung dengan formula

$$\bar{R}_r = \frac{\sum_{j=1}^m R_{rj}}{m}; r = a, b, c, d; j = 1, 2, 3, \dots, m \tag{2.17}$$

dimana

$$\begin{aligned}
 R_{aj} &= X_{max .aj} - X_{min .dj}; \\
 R_{bj} &= X_{max .bj} - X_{min .cj}; \\
 R_{cj} &= X_{max .cj} - X_{min .bj}; \\
 R_{dj} &= X_{max .dj} - X_{min .aj};
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

dengan $j = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $(X_{max .aj}, X_{max .bj}, X_{max .cj}, X_{max .dj})$ adalah bilangan kabur maksimum pada sampel pengamatan ke- j sedangkan $(X_{min .aj}, X_{min .bj}, X_{min .cj}, X_{min .dj})$ adalah bilangan kabur minimum pada sampel pengamatan ke- j (Pandurangan dan Varadharajan, 2011).

2.7.2 Grafik Pengendali Kabur \tilde{R}

Dengan menggunakan formula grafik pengendali klasik pada persamaan (2.7), batas-batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} adalah:

$$\begin{aligned}
 U\tilde{C}L_R &= D_4\tilde{C}L_R \\
 \tilde{C}L_R &= (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c, \bar{R}_d) \\
 L\tilde{C}L_R &= D_3\tilde{C}L_R
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

dengan \bar{R} mengikuti persamaan (2.16) sampai (2.18).

2.8 Kajian Keagamaan tentang Pengendalian Kualitas

Firman Allah dalam al-Quran surat ar-Ra'd/13:11, yaitu:

لَهُ مُعَقَّبَاتٌ مِّنْ بَيْنِ يَدَيْهِ وَمِنْ خَلْفِهِ يَحْفَظُونَهُ مِنْ أَمْرِ اللَّهِ إِنَّ اللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُوا مَا
بِأَنْفُسِهِمْ وَإِذَا أَرَادَ اللَّهُ بِقَوْمٍ سُوءًا فَلَا مَرَدَّ لَهُ وَمَا لَهُمْ مِنْ دُونِهِ مِنْ وَالٍ ﴿١١﴾

“Bagi manusia ada malaikat-malaikat yang selalu mengikutinya bergiliran, di muka dan di belakangnya, mereka menjaganya atas perintah Allah. Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri. Dan apabila Allah menghendaki keburukan terhadap sesuatu kaum, maka tak ada yang dapat menolaknya. Dan sekali-kali tak ada pelindung bagi mereka selain Dia” (QS. ar-Ra'd/13:11).

Dalam tafsir Al-Qurthubi yang ditulis oleh Al-Qurthubi (2008) dijelaskan bahwa pada penggalan ayat

إِنَّ اللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُوا مَا بِأَنْفُسِهِمْ

“Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka merubah keadaan.” Di dalam ayat tersebut Allah memberitahukan bahwa Allah tidak akan merubah nasib suatu kaum, sampai perubahan itu ada pada diri mereka sendiri, atau dari pembaharu dari salah seorang di antara mereka dengan sebab. Contohnya, sebagaimana Allah merubah keadaan pasukan Uhud yang akhirnya menang setelah pasukan panah memperbaiki kesalahan mereka sendiri.

Dalam kaitannya dengan pengendalian kualitas maka firman Allah Swt. pada kutipan ayat di atas merupakan pedoman yang mutlak. Dimulai dengan perubahan ke dalam diri seseorang. Oleh karena itu, jika dihubungkan dengan pembangunan suatu bisnis, maka peningkatan suatu bisnis menuju yang lebih baik harus dimulai dari perubahan internal perusahaan tersebut. Firman Allah Swt. di atas juga mengandung konsep peningkatan kualitas yang tegas, yang berarti bahwa setiap manusia harus melakukan peningkatan kualitas jika ingin sukses.

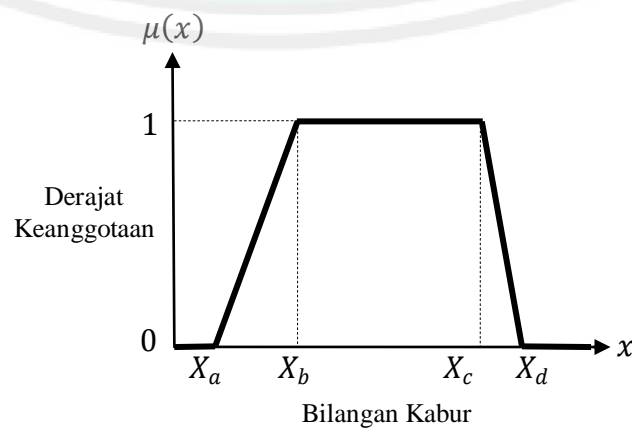
BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Representasi Bilangan Kabur untuk Sampel Pengamatan Berdasarkan Fungsi Keanggotaan Kurva Trapesium

Dalam pengendalian kualitas proses produksi, misal digunakan data historis sebanyak m sampel pengamatan dengan n ukuran sampel untuk setiap pengamatan. Pada kasus kabur, setiap sampel pengamatan direpresentasikan ke dalam bilangan kabur berdasarkan fungsi keanggotaan yang digunakan. Penelitian ini menggunakan fungsi keanggotaan kurva trapesium, sehingga setiap sampel ke- i pada pengamatan ke- j dilakukan empat kali pengukuran. Keempat hasil pengukuran tersebut direpresentasikan ke dalam bilangan kabur trapesium, yaitu data terkecil $X_{a_{ij}}$ yang mempunyai derajat keanggotaan 0, data sedang yang mempunyai derajat keanggotaan 1 dibatasi oleh data $X_{b_{ij}}$ dan $X_{c_{ij}}$, dan data terbesar $X_{d_{ij}}$ yang mempunyai derajat keanggotaan 0 seperti terlihat pada Gambar 3.1. Dengan demikian, representasi bilangan kabur berdasarkan fungsi keanggotaan kurva trapesium yaitu,

$$\tilde{X}_{ij} = (X_{a_{ij}}, X_{b_{ij}}, X_{c_{ij}}, X_{d_{ij}}), i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m.$$



Gambar 3.1 Representasi Bilangan Kabur Trapesium

Dengan demikian, berdasarkan Gambar 3.1 fungsi keanggotaan kurva trapesium pada persamaan (2.9) menjadi

$$\mu(X) = \begin{cases} 0, & X < X_a \text{ atau } X > X_d \\ \frac{X - X_a}{X_b - X_a}, & X_a \leq X < X_b \\ 1, & X_b \leq X \leq X_c \\ \frac{X_d - X}{X_d - X_c}, & X_c < X \leq X_d \end{cases}$$

Kemudian didefinisikan bilangan kabur trapesium sebagai wakil dari setiap pengamatan ke- j adalah

$$\tilde{X}_j = (\bar{X}_{aj}, \bar{X}_{bj}, \bar{X}_{cj}, \bar{X}_{dj}) \quad (3.1)$$

dengan \tilde{X}_j menyatakan bilangan kabur dari rata-rata sampel pada pengamatan ke- j dan

$$\bar{X}_{rj} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{rij}, r = a, b, c, d; i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m.$$

dengan \bar{X}_{rj} menyatakan rata-rata dari representasi bilangan kabur ke- r pada pengamatan ke- j .

3.2 Nilai Transformasi dari Bilangan Kabur Berdasarkan Teknik Median Kabur

Misal suatu pengamatan telah direpresentasikan dalam bilangan kabur trapesium (a, b, c, d) , dengan fungsi keanggotaan seperti pada persamaan (2.9) berikut:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < a \text{ atau } x > d \\ \frac{x - a}{b - a}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d - x}{d - c}, & c < x \leq d \end{cases}$$

Kemudian akan ditentukan nilai transformasi dari bilangan kabur di atas sebagai statistik sampel yang akan diplot dalam grafik pengendali.

Penentuan nilai transformasi dari bilangan kabur menggunakan teknik transformasi median kabur seperti pada persamaan (2.12) dengan a dan d adalah batas bawah dan batas atas dari himpunan kabur A .

$$\int_a^{f_{med}} \mu_A(x) dx = \int_{f_{med}}^d \mu_A(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^d \mu_A(x) dx \quad (3.2)$$

Berdasarkan fungsi keanggotaan pada persamaan (2.9), akan dicari nilai transformasi dari persamaan (3.2) yaitu f_{med} secara eksplisit. Dikarenakan dalam penelitian ini menggunakan fungsi keanggotaan kurva trapesium, maka penentuan nilai f_{med} dapat dibagi menjadi tiga kasus, yaitu:

a) $(b - a) = (d - c)$

Pada kasus ini nilai f_{med} berada di antara b dan c ($b < f_{med} < c$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.3, sehingga persamaan (3.2) dapat ditulis,

$$\int_a^b \mu_A(x) dx + \int_b^{f_{med}} \mu_A(x) dx = \int_{f_{med}}^c \mu_A(x) dx + \int_c^d \mu_A(x) dx \quad (3.3)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.9) pada persamaan (3.3) diperoleh,

$$\int_a^b \frac{x-a}{b-a} dx + \int_b^{f_{med}} 1 dx = \int_{f_{med}}^c 1 dx + \int_c^d \frac{d-x}{d-c} dx$$

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b (x-a) dx + \int_b^{f_{med}} 1 dx = \int_{f_{med}}^c 1 dx + \frac{1}{d-c} \int_c^d (d-x) dx$$

$$\frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} x^2 - ax \Big|_a^b \right) + (x \Big|_b^{f_{med}}) = (x \Big|_{f_{med}}^c) + \frac{1}{d-c} \left(dx - \frac{1}{2} x^2 \Big|_c^d \right)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2 + a^2 \right) + (f_{med} - b) \\
&= (c - f_{med}) + \frac{1}{d-c} \left(d^2 - \frac{1}{2}d^2 - dc + \frac{1}{2}c^2 \right) \\
& \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2}b^2 - ab + \frac{1}{2}a^2 \right) + (f_{med} + f_{med}) \\
&= (b+c) + \frac{1}{d-c} \left(\frac{1}{2}d^2 - dc + \frac{1}{2}c^2 \right) \\
& \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2}(b-a)^2 \right) + (2f_{med}) = (b+c) + \frac{1}{d-c} \left(\frac{1}{2}(d-c)^2 \right) \\
2f_{med} &= (b+c) + \frac{1}{2}(d-c) - \frac{1}{2}(b-a) \\
&= b+c + \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a \\
&= \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a \\
f_{med} &= \frac{1}{4}d + \frac{1}{4}c + \frac{1}{4}b + \frac{1}{4}a \\
&= \frac{1}{4}(a+b+c+d) \tag{3.4}
\end{aligned}$$

b) $(b-a) < (d-c)$

Pada kasus ini untuk mengetahui nilai f_{med} terdapat dua kondisi yaitu:

- i) Jika $\int_a^c \mu_A(x)dx > \int_c^d \mu_A(x)dx$ maka nilai f_{med} berada di antara b dan c ($b < f_{med} < c$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.4, sehingga persamaan (3.2) dapat ditulis seperti pada persamaan (3.3) dan diperoleh rumus untuk mencari nilai f_{med} seperti persamaan (3.4).
- ii) Jika $\int_a^c \mu_A(x)dx < \int_c^d \mu_A(x)dx$ maka nilai f_{med} berada di antara c dan d ($c < f_{med} < d$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.5, sehingga persamaan (3.2) dapat ditulis,

$$\int_a^b \mu_A(x) dx + \int_b^c \mu_A(x) dx + \int_c^{f_{med}} \mu_A(x) dx = \int_{f_{med}}^d \mu_A(x) dx \quad (3.5)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.9) pada persamaan (3.5) diperoleh,

$$\begin{aligned} \int_a^b \frac{x-a}{b-a} dx + \int_b^c 1 dx + \int_c^{f_{med}} \frac{d-x}{d-c} dx &= \int_{f_{med}}^d \frac{d-x}{d-c} dx \\ \frac{1}{b-a} \int_a^b (x-a) dx + \int_b^c 1 dx + \frac{1}{d-c} \int_c^{f_{med}} (d-x) dx \\ &= \frac{1}{d-c} \int_{f_{med}}^d (d-x) dx \\ \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} x^2 - ax \Big|_a^b \right) + (x \Big|_b^c) + \frac{1}{d-c} \left(dx - \frac{1}{2} x^2 \Big|_c^{f_{med}} \right) \\ &= \frac{1}{d-c} \left(dx - \frac{1}{2} x^2 \Big|_{f_{med}}^d \right) \\ \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} b^2 - ab - \frac{1}{2} a^2 + a^2 \right) + (c-b) + \frac{1}{d-c} \left(df_{med} - \frac{1}{2} f_{med}^2 - cd + \frac{1}{2} c^2 \right) \\ &= \frac{1}{d-c} \left(d^2 - \frac{1}{2} d^2 - df_{med} + \frac{1}{2} f_{med}^2 \right) \\ \frac{1}{d-c} \left(df_{med} - \frac{1}{2} f_{med}^2 - cd + \frac{1}{2} c^2 \right) - \frac{1}{d-c} \left(\frac{1}{2} d^2 - df_{med} + \frac{1}{2} f_{med}^2 \right) \\ &= -\frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} b^2 - ab + \frac{1}{2} a^2 \right) - (c-b) \\ \frac{1}{d-c} (2df_{med} - f_{med}^2) - \frac{1}{d-c} \left(\frac{1}{2} d^2 + cd - \frac{1}{2} c^2 \right) \\ &= -\frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} (b-a)^2 \right) - (c-b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (2df_{med} - f_{med}^2) - \left(\frac{1}{2}d^2 + cd - \frac{1}{2}c^2\right) \\
&= -\frac{1}{2}(b-a)(d-c) - (c-b)(d-c) \\
& (2df_{med} - f_{med}^2) - \left(\frac{1}{2}d^2 + cd - \frac{1}{2}c^2\right) \\
&= -\frac{1}{2}(bd - bc - ad + ac) - (cd - c^2 - bd + bc) \\
& (2df_{med} - f_{med}^2) - \left(\frac{1}{2}d^2 + cd - \frac{1}{2}c^2\right) + \frac{1}{2}(bd - bc - ad + ac) \\
&+ (cd - c^2 - bd + bc) = 0 \\
& (2df_{med} - f_{med}^2) - \frac{1}{2}d^2 - cd + cd + \frac{1}{2}c^2 - c^2 + \frac{1}{2}bd - bd - \frac{1}{2}bc \\
&+ bc + \frac{1}{2}(-ad + ac) = 0 \\
& (2df_{med} - f_{med}^2) - \frac{1}{2}d^2 - \frac{1}{2}c^2 - \frac{1}{2}bd + \frac{1}{2}bc + \frac{1}{2}(-ad + ac) = 0 \\
& (2df_{med} - f_{med}^2) + \frac{1}{2}(-d^2 - c^2 - bd + bc - ad + ac) = 0 \\
& f_{med}^2 - 2df_{med} - \frac{1}{2}(-d^2 - c^2 - (b+a)(d-c)) = 0 \tag{3.6}
\end{aligned}$$

Bentuk persamaan (3.6) merupakan bentuk persamaan kuadrat

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan $x = f_{med}$; $a = 1$; $b = -2d$; dan $c = -\frac{1}{2}(-d^2 - c^2 - (b+a)(d-c))$, maka nilai f_{med} dapat dicari dengan rumus:

$$\begin{aligned}
f_{med} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
&= \frac{2d \pm \sqrt{4d^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}(-d^2 - c^2 - (b+a)(d-c))\right)}}{2 \cdot 1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2d \pm 2\sqrt{d^2 + \frac{1}{2}(-d^2 - c^2 - (b+a)(d-c))}}{2} \\
&= d \pm \sqrt{\frac{1}{2}(d^2 - c^2 - (b+a)(d-c))} \\
&= d \pm \sqrt{\frac{1}{2}((d-c)^2 + 2dc - 2c^2 - (b+a)(d-c))} \\
&= d \pm \sqrt{\frac{1}{2}((d-c)^2 + 2c(d-c) - (b+a)(d-c))} \\
&= d \pm \sqrt{\frac{1}{2}(d-c)((d-c) + 2c - (b+a))} \\
&= d \pm \sqrt{\frac{1}{2}(d-c)(d+c-b-a)} \\
&= d \pm \sqrt{\frac{1}{2}(d-c)(-a-b+c+d)}
\end{aligned}$$

Karena ($c < f_{med} < d$), maka dipilih

$$f_{med} = d - \sqrt{\frac{1}{2}(d-c)(-a-b+c+d)} \quad (3.7)$$

c) $(b-a) > (d-c)$

Pada kasus ini untuk mengetahui nilai f_{med} terdapat dua kondisi yaitu:

- i) Jika $\int_a^b \mu_A(x)dx < \int_b^d \mu_A(x)dx$ maka nilai f_{med} berada di antara b dan c ($b < f_{med} < c$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.6, sehingga persamaan (3.2) dapat ditulis seperti pada persamaan (3.3) dan diperoleh rumus untuk mencari nilai f_{med} seperti persamaan (3.4).

ii) Jika $\int_a^b \mu_A(x)dx > \int_b^d \mu_A(x)dx$ maka nilai f_{med} berada di antara a dan b ($a < f_{med} < b$) seperti terlihat pada ilustrasi di Gambar 2.7, sehingga persamaan (3.2) dapat ditulis,

$$\int_a^{f_{med}} \mu_A(x)dx = \int_{f_{med}}^b \mu_A(x)dx + \int_b^c \mu_A(x)dx + \int_c^d \mu_A(x)dx \quad (3.8)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.9) pada persamaan (3.8) diperoleh,

$$\begin{aligned} \int_a^{f_{med}} \frac{x-a}{b-a} dx &= \int_{f_{med}}^b \frac{x-a}{b-a} dx + \int_b^c 1 dx + \int_c^d \frac{d-x}{d-c} dx \\ \frac{1}{b-a} \int_a^{f_{med}} (x-a) dx &= \frac{1}{b-a} \int_{f_{med}}^b (x-a) dx + \int_b^c 1 dx + \frac{1}{d-c} \int_c^d (d-x) dx \\ \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} x^2 - ax \Big|_a^{f_{med}} \right) &= \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} x^2 - ax \Big|_{f_{med}}^b \right) + (x|_b^c) + \frac{1}{d-c} \left(dx - \frac{1}{2} x^2 \Big|_c^d \right) \\ \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} f_{med}^2 - af_{med} - \frac{1}{2} a^2 + a^2 \right) &= \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} b^2 - ab - \frac{1}{2} f_{med}^2 + af_{med} \right) + (c-b) \\ &\quad + \frac{1}{d-c} \left(d^2 - \frac{1}{2} d^2 - cd + \frac{1}{2} c^2 \right) \\ \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} f_{med}^2 - af_{med} + \frac{1}{2} a^2 \right) - \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{2} b^2 - ab - \frac{1}{2} f_{med}^2 + af_{med} \right) &= (c-b) + \frac{1}{d-c} \left(\frac{1}{2} d^2 - cd + \frac{1}{2} c^2 \right) \\ &= (c-b) + \frac{1}{d-c} \left(\frac{1}{2} d^2 - cd + \frac{1}{2} c^2 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{b-a}(f_{med}^2 - 2af_{med}) - \frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2\right) \\
&= (c-b) + \frac{1}{d-c}\left(\frac{1}{2}(d-c)^2\right) \\
&(f_{med}^2 - 2af_{med}) - \left(\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2\right) \\
&= (c-b)(b-a) + \frac{1}{2}(d-c)(b-a) \\
&(f_{med}^2 - 2af_{med}) - \left(\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2\right) \\
&= (bc - ac - b^2 + ab) + \frac{1}{2}(bd - ad - bc + ac) \\
&(f_{med}^2 - 2af_{med}) - \left(\frac{1}{2}b^2 - ab - \frac{1}{2}a^2\right) - (bc - ac - b^2 + ab) \\
&\quad - \frac{1}{2}(bd - ad - bc + ac) = 0 \\
&(f_{med}^2 - 2af_{med}) - \frac{1}{2}b^2 + b^2 + ab - ab + \frac{1}{2}a^2 - bc + \frac{1}{2}bc + ac \\
&\quad - \frac{1}{2}ac - \frac{1}{2}(bd - ad) = 0 \\
&(f_{med}^2 - 2af_{med}) + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}bc + \frac{1}{2}ac - \frac{1}{2}(bd - ad) = 0 \\
&(f_{med}^2 - 2af_{med}) + \frac{1}{2}(b^2 + a^2) - \frac{1}{2}(bd - ad + bc - ac) = 0 \\
&(f_{med}^2 - 2af_{med}) + \frac{1}{2}(b^2 + a^2 - bd + ad - bc + ac) = 0 \\
&(f_{med}^2 - 2af_{med}) - \frac{1}{2}(-b^2 - a^2 + (b-a)(d+c)) = 0 \tag{3.9}
\end{aligned}$$

Bentuk persamaan (3.9) merupakan bentuk persamaan kuadrat

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan $x = f_{med}$; $a = 1$; $b = -2a$; dan $c = -\frac{1}{2}(-b^2 - a^2 + (b - a)(d + c))$, maka nilai f_{med} dapat dicari dengan rumus:

$$\begin{aligned}
 f_{med} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}(-b^2 - a^2 + (b - a)(d + c))\right)}}{2 \cdot 1} \\
 &= \frac{2a \pm 2\sqrt{a^2 + \frac{1}{2}(-b^2 - a^2 + (b - a)(d + c))}}{2} \\
 &= a \pm \sqrt{\frac{1}{2}(-b^2 + a^2 + (b - a)(d + c))} \\
 &= a \pm \sqrt{\frac{1}{2}((b - a)^2 - 2b^2 + 2ab + (b - a)(d + c))} \\
 &= a \pm \sqrt{\frac{1}{2}((b - a)^2 - 2b(b - a) + (b - a)(d + c))} \\
 &= a \pm \sqrt{\frac{1}{2}(b - a)((b - a) - 2b + (d + c))} \\
 &= a \pm \sqrt{\frac{1}{2}(b - a)(-b - a + d + c)} \\
 &= a \pm \sqrt{\frac{1}{2}(b - a)(-a - b + c + d)}
 \end{aligned}$$

Karena ($a < f_{med} < b$), maka dipilih

$$f_{med} = a + \sqrt{\frac{1}{2}(b - a)(-a - b + c + d)} \quad (3.10)$$

3.3 Konstruksi Formula Batas Kendali Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$

Grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ yang akan dikonstruksi dalam penelitian ini terbagi menjadi dua grafik pengendali, yaitu

- Grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan *range*, yaitu grafik pengendali untuk mengendalikan rata-rata proses produksi.
- Grafik pengendali kabur \tilde{R} , yaitu grafik pengendali untuk mengendalikan variabilitas proses produksi.

3.3.1 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$ Berdasarkan *Range* Menggunakan Teknik Median Kabur

Garis tengah dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ adalah $\tilde{CL}_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c, \bar{\bar{X}}_d)$, yang didefinisikan sebagai rata-rata dari rata-rata semua sampel pengamatan kabur, dapat dihitung dengan rumus (2.14) yaitu:

$$\tilde{CL}_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c, \bar{\bar{X}}_d) = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj}, \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj}, \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj}, \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{X}_{dj} \right\}$$

Sedangkan untuk batas kendali kabur atas ($U\tilde{CL}$) dan batas kendali kabur bawah ($L\tilde{CL}$) berdasarkan *range* dapat dihitung dengan rumus (2.15) yaitu:

$$U\tilde{CL}_{\bar{X}} = \tilde{CL}_{\bar{X}} + A_2\tilde{R},$$

$$L\tilde{CL}_{\bar{X}} = \tilde{CL}_{\bar{X}} - A_2\tilde{R},$$

Selanjutnya menentukan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan *range* menggunakan teknik median kabur sehingga dapat menentukan batas kendali kabur yang nantinya akan menentukan keputusan bahwa proses produksi berada dalam keadaan terkendali secara statistik (*in control*) atau tidak terkendali secara statistik (*out of control*).

Nilai garis tengah kabur $\widetilde{CL}_{\bar{X}} = (\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c, \bar{X}_d)$ pada persamaan (2.14) setelah ditransformasi menggunakan teknik median kabur, diperoleh garis tengah $CL_{med-\bar{X}}$ sebagai berikut:

a) $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) = (\bar{X}_d - \bar{X}_c)$ berdasarkan persamaan (3.4) diperoleh

$$CL_{med-\bar{X}} = \frac{1}{4}(\bar{X}_a + \bar{X}_b + \bar{X}_c + \bar{X}_d) \quad (3.11)$$

b) $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) < (\bar{X}_d - \bar{X}_c)$ berdasarkan kasus kedua:

i) Jika $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_c} \mu_A(x) dx > \int_{\bar{X}_c}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, maka berdasarkan persamaan (3.4)

diperoleh formula $CL_{med-\bar{X}}$ seperti pada persamaan (3.11).

ii) Jika $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_c} \mu_A(x) dx < \int_{\bar{X}_c}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, maka berdasarkan persamaan (3.7)

diperoleh

$$CL_{med-\bar{X}} = \bar{X}_d - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_d - \bar{X}_c)(-\bar{X}_a - \bar{X}_b + \bar{X}_c + \bar{X}_d)} \quad (3.12)$$

c) $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) > (\bar{X}_d - \bar{X}_c)$ berdasarkan kasus ketiga:

i) Jika $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_b} \mu_A(x) dx < \int_{\bar{X}_b}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, maka berdasarkan persamaan (3.4)

diperoleh formula $CL_{med-\bar{X}}$ seperti pada persamaan (3.11).

ii) Jika $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_b} \mu_A(x) dx > \int_{\bar{X}_b}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, maka berdasarkan persamaan (3.10)

diperoleh

$$CL_{med-\bar{X}} = \bar{X}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_b - \bar{X}_a)(-\bar{X}_a - \bar{X}_b + \bar{X}_c + \bar{X}_d)} \quad (3.13)$$

Untuk *range* kabur, $\widetilde{R} = (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c, \bar{R}_d)$ pada persamaan (2.16) setelah ditransformasi menggunakan teknik median kabur diperoleh *range* \bar{R}_{med} sebagai berikut:

a) $(\bar{R}_b - \bar{R}_a) = (\bar{R}_d - \bar{R}_c)$ berdasarkan persamaan (3.4) diperoleh

$$\bar{R}_{med} = \frac{1}{4}(\bar{R}_a + \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d) \quad (3.14)$$

b) $(\bar{R}_b - \bar{R}_a) < (\bar{R}_d - \bar{R}_c)$ berdasarkan kasus kedua:

i) Jika $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_c} \mu_A(x)dx > \int_{\bar{R}_c}^{\bar{R}_d} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.4)

diperoleh formula \bar{R}_{med} seperti pada persamaan (3.14).

ii) Jika $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_c} \mu_A(x)dx < \int_{\bar{R}_c}^{\bar{R}_d} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.7)

diperoleh

$$\bar{R}_{med} = \bar{R}_d - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{R}_d - \bar{R}_c)(-\bar{R}_a - \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d)} \quad (3.15)$$

c) $(\bar{R}_b - \bar{R}_a) > (\bar{R}_d - \bar{R}_c)$ berdasarkan kasus ketiga:

i) Jika $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_b} \mu_A(x)dx < \int_{\bar{R}_b}^{\bar{R}_d} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.4)

diperoleh formula $\tilde{\bar{R}}_{med}$ seperti pada persamaan (3.14).

ii) Jika $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_b} \mu_A(x)dx > \int_{\bar{R}_b}^{\bar{R}_d} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.10)

diperoleh

$$\bar{R}_{med} = \bar{R}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{R}_b - \bar{R}_a)(-\bar{R}_a - \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d)} \quad (3.16)$$

Sehingga diperoleh konstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan *range* menggunakan teknik median kabur dengan batas kendali sebagai berikut:

$$UCL_{med-\bar{X}} = CL_{med-\bar{X}} + A_2\bar{R}_{med}, \quad (3.17)$$

$$LCL_{med-\bar{X}} = CL_{med-\bar{X}} - A_2\bar{R}_{med}.$$

Berdasarkan batas kendali (3.17), jika setiap sampel pengamatan ke- j diwakili oleh bilangan kabur trapesium $\tilde{\bar{X}}_j = (\bar{X}_{aj}, \bar{X}_{bj}, \bar{X}_{cj}, \bar{X}_{dj}), j = 1, 2, 3, \dots, m$,

maka nilai transformasi median kabur untuk rata-rata setiap sampel pengamatan sebagai statistik sampel yang akan diplot $S_{med-\bar{x},j}$ adalah sebagai berikut:

a) $(\bar{X}_{bj} - \bar{X}_{aj}) = (\bar{X}_{dj} - \bar{X}_{cj})$ berdasarkan persamaan (3.4) diperoleh

$$S_{med-\bar{x},j} = \frac{1}{4}(\bar{X}_{aj} + \bar{X}_{bj} + \bar{X}_{cj} + \bar{X}_{dj}) \quad (3.18)$$

b) $(\bar{X}_{bj} - \bar{X}_{aj}) < (\bar{X}_{dj} - \bar{X}_{cj})$ berdasarkan kasus kedua:

i) Jika $\int_{\bar{X}_{aj}}^{\bar{X}_{cj}} \mu_A(x)dx > \int_{\bar{X}_{cj}}^{\bar{X}_{dj}} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.4)

diperoleh formula $S_{med-\bar{x},j}$ seperti pada persamaan (3.18).

ii) Jika $\int_{\bar{X}_{aj}}^{\bar{X}_{cj}} \mu_A(x)dx < \int_{\bar{X}_{cj}}^{\bar{X}_{dj}} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.7)

diperoleh

$$S_{med-\bar{x},j} = \bar{X}_{dj} - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_{dj} - \bar{X}_{cj})(-\bar{X}_{aj} - \bar{X}_{bj} + \bar{X}_{cj} + \bar{X}_{dj})} \quad (3.19)$$

c) $(\bar{X}_{bj} - \bar{X}_{aj}) > (\bar{X}_{dj} - \bar{X}_{cj})$ berdasarkan kasus ketiga:

i) Jika $\int_{\bar{X}_{aj}}^{\bar{X}_{bj}} \mu_A(x)dx < \int_{\bar{X}_{bj}}^{\bar{X}_{dj}} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.4)

diperoleh formula $S_{med-\bar{x},j}$ seperti pada persamaan (3.18).

ii) Jika $\int_{\bar{X}_{aj}}^{\bar{X}_{bj}} \mu_A(x)dx > \int_{\bar{X}_{bj}}^{\bar{X}_{dj}} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.10)

diperoleh

$$S_{med-\bar{x},j} = \bar{X}_{aj} + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_{bj} - \bar{X}_{aj})(-\bar{X}_{aj} - \bar{X}_{bj} + \bar{X}_{cj} + \bar{X}_{dj})} \quad (3.20)$$

Jadi klasifikasi kondisi pengendalian proses untuk setiap sampel pengamatan dapat ditentukan oleh:

a) Sampel pengamatan ke- j dikatakan *in control* jika

$$LCL_{med-\bar{x}} \leq S_{med-\bar{x},j} \leq UCL_{med-\bar{x}}$$

b) Sampel pengamatan ke- j dikatakan *out of control* jika

$$S_{med - \bar{X}, j} < LCL_{med - \bar{X}} \text{ atau } S_{med - \bar{X}, j} > UCL_{med - \bar{X}}$$

3.3.2 Grafik Pengendali Kabur \tilde{R} Menggunakan Teknik Median Kabur

Sebelum mengkonstruksi grafik pengendali kabur \tilde{R} menggunakan teknik median kabur, diberikan grafik pengendali kabur \tilde{R} seperti pada persamaan (2.19) berikut:

$$U\tilde{C}L_R = D_4\tilde{C}L_R = D_4\tilde{R}$$

$$\tilde{C}L_R = \tilde{R}$$

$$L\tilde{C}L_R = D_3\tilde{C}L_R = D_3\tilde{R}$$

Sehingga konstruksi grafik pengendali kabur \tilde{R} menggunakan teknik median kabur dapat ditulis sebagai berikut:

$$UCL_{med - R} = D_4\bar{R}_{med}$$

$$CL_{med - R} = \bar{R}_{med} \tag{3.21}$$

$$LCL_{med - R} = D_3\bar{R}_{med}$$

dengan \bar{R}_{med} mengikuti persamaan (3.14) sampai (3.16).

Berdasarkan batas kendali (3.21), jika setiap sampel pengamatan ke- j diwakili oleh bilangan kabur trapesium $\tilde{R}_j = (R_{aj}, R_{bj}, R_{cj}, R_{dj}), j = 1, 2, 3, \dots, m$, maka nilai transformasi median kabur untuk *range* setiap sampel pengamatan sebagai statistik sampel yang akan diplot $S_{med - R, j}$ adalah sebagai berikut:

a) $(R_{bj} - R_{aj}) = (R_{dj} - R_{cj})$ berdasarkan persamaan (3.4) diperoleh

$$S_{med - R, j} = \frac{1}{4}(R_{aj} + R_{bj} + R_{cj} + R_{dj}) \tag{3.22}$$

b) $(R_{bj} - R_{aj}) < (R_{dj} - R_{cj})$ berdasarkan kasus kedua:

i) Jika $\int_{R_{aj}}^{R_{cj}} \mu_A(x)dx > \int_{R_{cj}}^{R_{dj}} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.4)

diperoleh formula $S_{med -R,j}$ seperti pada persamaan (3.22).

ii) Jika $\int_{R_{aj}}^{R_{cj}} \mu_A(x)dx < \int_{R_{cj}}^{R_{dj}} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.7)

diperoleh

$$S_{med -R,j} = R_{dj} - \sqrt{\frac{1}{2}(R_{dj} - R_{cj})(-R_{aj} - R_{bj} + R_{cj} + R_{dj})} \quad (3.23)$$

c) $(R_{bj} - R_{aj}) > (R_{dj} - R_{cj})$ berdasarkan kasus ketiga:

i) Jika $\int_{R_{aj}}^{R_{bj}} \mu_A(x)dx < \int_{R_{bj}}^{R_{dj}} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.4)

diperoleh formula $S_{med -R,j}$ seperti pada persamaan (3.22).

ii) Jika $\int_{R_{aj}}^{R_{bj}} \mu_A(x)dx > \int_{R_{bj}}^{R_{dj}} \mu_A(x)dx$, maka berdasarkan persamaan (3.10)

diperoleh

$$S_{med -R,j} = R_{aj} + \sqrt{\frac{1}{2}(R_{bj} - R_{aj})(-R_{aj} - R_{bj} + R_c + R_{dj})} \quad (3.24)$$

Jadi klasifikasi kondisi pengendalian proses untuk setiap sampel pengamatan dapat ditentukan oleh:

a) Sampel pengamatan ke- j dikatakan *in control* jika

$$LCL_{med -R} \leq S_{med -R,j} \leq UCL_{med -R}$$

b) Sampel pengamatan ke- j dikatakan *out of control* jika

$$S_{med -R,j} < LCL_{med -R} \text{ atau } S_{med -R,j} > UCL_{med -R}$$

3.4 Aplikasi Grafik Pengendali Kabur $\bar{X} - \bar{R}$ pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi

Data yang digunakan untuk aplikasi grafik pengendali kabur $\bar{X} - \bar{R}$ adalah data sekunder yang diambil dari penelitian tugas akhir Ainy (2011) mengenai data proses produksi untuk pengendalian kualitas kekerasan deodoran Rexona SL AP stick yang terdiri dari 21 pengamatan dengan masing-masing ukuran sampelnya 6 dan pada setiap pengamatan dilakukan empat kali pengulangan pengukuran. Setiap sampel pengamatan tersebut direpresentasikan ke dalam bilangan kabur trapesium seperti Tabel 3.1 berikut.

Tabel 3.1 Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan Menggunakan Bilangan Kabur Trapesium

No.	X_a						X_d				
	1	2	3	...	6		1	2	3	...	6
1	9,68	9,73	10,60		11,30		13,10	14,30	13,10		13,30
2	7,89	8,67	8,15		6,49		9,39	9,73	10,00		8,84
3	6,18	9,25	10,10		8,91		12,10	11,30	12,00		10,10
4	7,89	8,25	8,26		7,66		10,30	12,30	10,50		8,98
5	8,59	7,06	7,02		7,45		11,60	8,81	9,19		10,50
6	6,36	5,04	5,32		9,24		8,66	8,12	8,04		9,70
7	9,24	7,95	8,18		9,39		10,20	8,12	8,91		9,73
8	9,84	7,23	9,45		10,50		11,20	7,36	10,20		12,50
9	10,00	8,43	6,66		4,88		11,30	8,95	11,10		10,80
10	9,49	7,17	6,11		9,36		10,80	11,50	10,50		9,91
11	7,41	7,47	6,75	...	5,94	...	11,20	9,25	9,94	...	10,30
12	7,09	8,02	9,05		9,72		9,17	11,00	12,90		11,30
13	8,60	5,46	4,63		5,05		8,90	8,59	8,61		9,39
14	8,51	10,10	7,18		8,20		10,40	14,00	8,33		11,60
15	7,58	8,36	9,76		11,10		9,17	9,14	12,60		11,90
16	9,66	7,82	7,96		9,65		9,92	11,80	9,25		11,10
17	9,45	7,44	10,50		11,10		12,50	9,19	13,00		12,60
18	10,80	7,02	8,19		10,00		12,20	13,40	11,80		12,90
19	9,05	6,01	7,30		9,45		12,00	10,90	10,90		10,70
20	10,00	8,43	8,83		11,70		12,20	11,90	10,10		12,90
21	9,38	8,25	8,02		10,40		10,90	11,20	8,56		12,50

Berdasarkan data pada Tabel 3.1, rata-rata kabur (\bar{X}_{rj}) dari karakteristik sampel pengamatan di atas dengan $r = a, b, c, d$ adalah sebagai berikut:

$$1. \bar{X}_{a1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{a_{i1}}$$

$$= \frac{1}{6} (9,68 + 9,73 + 10,60 + 12,40 + 10,70 + 11,30) = 10,735$$

$$\bar{X}_{b1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{b_{i1}}$$

$$= \frac{1}{6} (12,59 + 11,49 + 12,79 + 13,29 + 12,59 + 12,69) = 12,57333333$$

$$\bar{X}_{c1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{c_{i1}}$$

$$= \frac{1}{6} (12,61 + 11,51 + 12,81 + 13,31 + 12,61 + 12,71) = 12,59333333$$

$$\bar{X}_{d1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{d_{i1}}$$

$$= \frac{1}{6} (13,10 + 14,30 + 13,10 + 13,70 + 13,90 + 13,30) = 13,56666667$$

$$2. \bar{X}_{a2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{a_{i2}}$$

$$= \frac{1}{6} (7,89 + 8,67 + 8,15 + 6,34 + 8,57 + 6,49) = 7,685$$

$$\bar{X}_{b2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{b_{i2}}$$

$$= \frac{1}{6} (9,15 + 8,97 + 8,50 + 8,86 + 9,75 + 7,93) = 8,86$$

$$\bar{X}_{c2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{c_{i2}}$$

$$= \frac{1}{6} (9,17 + 8,99 + 8,52 + 8,88 + 9,77 + 7,95) = 8,88$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{d2} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{d_{i2}} \\ &= \frac{1}{6}(9,39 + 9,73 + 10 + 9,73 + 10,1 + 8,84) = 9,6317\end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}21. \bar{X}_{a21} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{a_{i21}} \\ &= \frac{1}{6}(9,38 + 8,25 + 8,02 + 8,83 + 9,29 + 10,4) = 9,0283\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{b21} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{b_{i21}} \\ &= \frac{1}{6}(10,49 + 8,42 + 8,53 + 11,69 + 10,79 + 12,19) = 10,3517\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{c21} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{c_{i21}} \\ &= \frac{1}{6}(10,51 + 8,44 + 8,55 + 11,71 + 10,81 + 12,21) = 10,3717\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{d21} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{d_{i21}} \\ &= \frac{1}{6}(10,9 + 11,2 + 8,56 + 12,5 + 12,6 + 12,5) = 11,3767\end{aligned}$$

Untuk hasil perhitungan nilai rata-rata kabur ($\bar{\tilde{X}}_j$) dari karakteristik sampel pengamatan secara lengkap terdapat dalam Lampiran 2. Representasi bilangan kabur rata-rata dari rata-rata sampel tersebut berdasarkan persamaan (2.14) adalah

$$\bar{\tilde{X}}_a = 8,4058, \bar{\tilde{X}}_b = 9,7626, \bar{\tilde{X}}_c = 9,7818, \bar{\tilde{X}}_d = 10,7849$$

Range kabur dari karakteristik sampel pengamatan di atas berdasarkan persamaan (2.18) adalah sebagai berikut:

$$1. R_{a1} = X_{max.a1} - X_{min.d1} = 12,40 - 13,10 = 0,70$$

$$R_{b1} = X_{max.b1} - X_{min.c1} = 13,29 - 11,51 = 1,78$$

$$R_{c1} = X_{max.c1} - X_{min.b1} = 13,31 - 11,49 = 1,82$$

$$R_{d1} = X_{max .d1} - X_{min .a1} = 14,3 - 9,68 = 4,62$$

$$2. R_{a2} = X_{max .a2} - X_{min .d2} = 8,67 - 8,84 = 0,17$$

$$R_{b2} = X_{max .b2} - X_{min .c2} = 9,75 - 7,95 = 1,8$$

$$R_{c2} = X_{max .c2} - X_{min .b2} = 9,77 - 7,93 = 1,84$$

$$R_{d2} = X_{max .d2} - X_{min .a2} = 10,1 - 6,34 = 3,76$$

⋮

$$21. R_{a21} = X_{max .a21} - X_{min .d21} = 10,4 - 8,56 = 1,84$$

$$R_{b21} = X_{max .b21} - X_{min .c21} = 12,19 - 8,44 = 3,75$$

$$R_{c21} = X_{max .c21} - X_{min .b21} = 12,21 - 8,42 = 3,79$$

$$R_{d21} = X_{max .d21} - X_{min .a21} = 12,6 - 8,02 = 4,58$$

Untuk hasil perhitungan nilai *range* kabur (\bar{R}_j) dari karakteristik sampel pengamatan secara lengkap terdapat dalam Lampiran 2. Rata-rata dari *range* tersebut berdasarkan persamaan (2.17) adalah:

$$\bar{R}_a = 1,2838, \bar{R}_b = 3,1328, \bar{R}_c = 3,1709, \bar{R}_d = 5,3833$$

Sebelum nilai garis tengah grafik pengendali kabur \tilde{X} ($\widetilde{CL}_{\tilde{X}}$) ditransformasi menggunakan teknik median kabur, maka terlebih dahulu dihitung selisih dari $\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$, dan \bar{X}_d . Selisih dari $\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$, dan \bar{X}_d dapat dihitung sebagai berikut:

$$\bar{X}_b - \bar{X}_a = 9,7626 - 8,4058 = 1,3568$$

$$\bar{X}_d - \bar{X}_c = 10,7849 - 9,7818 = 1,0031$$

Karena $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) > (\bar{X}_d - \bar{X}_c)$, maka akan dihitung $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_b} \mu_A(x) dx$ dan $\int_{\bar{X}_b}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$ terlebih dahulu untuk menentukan formula $CL_{med-\bar{X}}$ yang akan digunakan, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_b} \mu_A(x) dx &= \int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_b} \frac{x - \bar{X}_a}{\bar{X}_b - \bar{X}_a} dx \\
 &= \int_{8,4058}^{9,7626} \frac{x - 8,4058}{1,3568} dx \\
 &= \frac{1}{1,3568} \left(\frac{1}{2} x^2 - 8,4058x \right) \Big|_{8,4058}^{9,7626} \\
 &= \frac{1}{1,3568} \left(\frac{1}{2} \times 9,7626^2 - 8,4058 \times 9,7626 - \frac{1}{2} \times 8,4058^2 \right. \\
 &\quad \left. + 8,4058 \times 8,4058 \right) \\
 &= 0,6784
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 \int_{\bar{X}_b}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx &= \int_{\bar{X}_b}^{\bar{X}_c} 1 dx + \int_{\bar{X}_c}^{\bar{X}_d} \frac{\bar{X}_d - x}{\bar{X}_d - \bar{X}_c} dx \\
 &= \int_{9,7626}^{9,7818} 1 dx + \int_{9,7818}^{10,7849} \frac{10,7849 - x}{1,0031} dx \\
 &= (x) \Big|_{9,7626}^{9,7818} + \frac{1}{1,0031} \left(10,7849x - \frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_{9,7818}^{10,7849} \\
 &= (9,7818 - 9,7626) + \frac{1}{1,0031} \left(10,7849 \times 10,7849 - \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{2} \times 10,7849^2 - 10,7849 \times 9,7818 + \frac{1}{2} \times 9,7818^2 \right) \\
 &= 0,52075
 \end{aligned}$$

Karena $\int_{\bar{x}_a}^{\bar{x}_b} \mu_A(x) dx > \int_{\bar{x}_b}^{\bar{x}_d} \mu_A(x) dx$ maka formula yang digunakan untuk mendapatkan nilai $CL_{med-\bar{x}}$ yaitu formula pada persamaan (3.13), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 CL_{med-\bar{x}} &= \bar{x}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{x}_b - \bar{x}_a)(-\bar{x}_a - \bar{x}_b + \bar{x}_c + \bar{x}_d)} \\
 &= 8,4058 + \sqrt{\frac{1}{2}(9,7626 - 8,4058)(-8,4058 - 9,7626 + 9,7818 + 10,7849)} \\
 &= 8,4058 + \sqrt{\frac{1}{2}(1,3568)(2,3983)} \\
 &= 8,4058 + \sqrt{1,627007} \\
 &= 8,4058 + 1,2755 \\
 &= 9,6813
 \end{aligned}$$

Sedangkan untuk rata-rata *range* kabur (\bar{R}), sebelum ditransformasi menggunakan teknik median kabur, maka terlebih dahulu dihitung selisih dari $\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c$, dan \bar{R}_d . Selisih dari $\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c$, dan \bar{R}_d dapat dihitung sebagai berikut:

$$\bar{R}_b - \bar{R}_a = 3,1328 - 1,2838 = 1,8490$$

$$\bar{R}_d - \bar{R}_c = 5,3833 - 3,1709 = 2,2124$$

Karena nilai $(\bar{R}_b - \bar{R}_a) < (\bar{R}_d - \bar{R}_c)$, maka akan dihitung $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_c} \mu_A(x) dx$ dan $\int_{\bar{R}_c}^{\bar{R}_d} \mu_A(x) dx$ terlebih dahulu untuk menentukan formula \bar{R}_{med} yang akan digunakan, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_c} \mu_A(x) dx &= \int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_b} \frac{x - \bar{R}_a}{\bar{R}_b - \bar{R}_a} dx + \int_{\bar{R}_b}^{\bar{R}_c} 1 dx \\
&= \int_{1,2838}^{3,1328} \frac{x - 1,2838}{1,8490} dx + \int_{3,1328}^{3,1709} 1 dx \\
&= \frac{1}{1,8490} \left(\frac{1}{2} x^2 - 1,2838x \right) \Big|_{1,2838}^{3,1328} + (x) \Big|_{3,1328}^{3,1709} \\
&= \frac{1}{1,8490} \left(\frac{1}{2} \times 3,1328^2 - 1,2838 \times 3,1328 - \frac{1}{2} \times 1,2838^2 \right. \\
&\quad \left. + 1,2838 \times 1,2838 \right) + (3,1709 - 3,1328) \\
&= 0,9626
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
\int_{\bar{R}_c}^{\bar{R}_d} \mu_A(x) dx &= \int_{\bar{R}_c}^{\bar{R}_d} \frac{\bar{R}_d - x}{\bar{R}_d - \bar{R}_c} dx \\
&= \int_{3,1709}^{5,3833} \frac{5,3833 - x}{2,2124} dx \\
&= \frac{1}{2,2124} \left(5,3833x - \frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_{3,1709}^{5,3833} \\
&= \frac{1}{2,2124} \left(5,3833 \times 5,3833 - \frac{1}{2} \times 5,3833^2 - 5,3833 \times 3,1709 + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2} \times 3,1709^2 \right) \\
&= 1,1062
\end{aligned}$$

Karena $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_c} \mu_A(x) dx < \int_{\bar{R}_c}^{\bar{R}_d} \mu_A(x) dx$, maka formula yang digunakan untuk mendapatkan nilai \bar{R}_{med} yaitu formula pada persamaan (3.15), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\bar{R}_{med} &= \bar{R}_d - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{R}_d - \bar{R}_c)(-\bar{R}_a - \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d)} \\ &= 5,3833 - \sqrt{\frac{1}{2}(5,3833 - 3,1709)(-1,2838 - 3,1328 + 3,1709 + 5,3833)} \\ &= 5,3833 - \sqrt{\frac{1}{2}(2,2124)(4,1376)} \\ &= 5,3833 - \sqrt{4,577} \\ &= 5,3833 - 2,1394 \\ &= 3,2439\end{aligned}$$

Sehingga untuk $n = 6, A_2 = 0,483$ formula batas kendali grafik pengendali \bar{X} berdasarkan persamaan (3.17) adalah:

$$\begin{aligned}UCL_{med-\bar{X}} &= CL_{med-\bar{X}} + A_2 \bar{R}_{med} \\ &= 9,6813 + (0,483)(3,2439) \\ &= 9,6813 + 1,5668 \\ &= 11,2481\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}LCL_{med-\bar{X}} &= CL_{med-\bar{X}} - A_2 \bar{R}_{med} \\ &= 9,6813 + (0,483)(3,2439) \\ &= 9,6813 - 1,5668 \\ &= 8,1145\end{aligned}$$

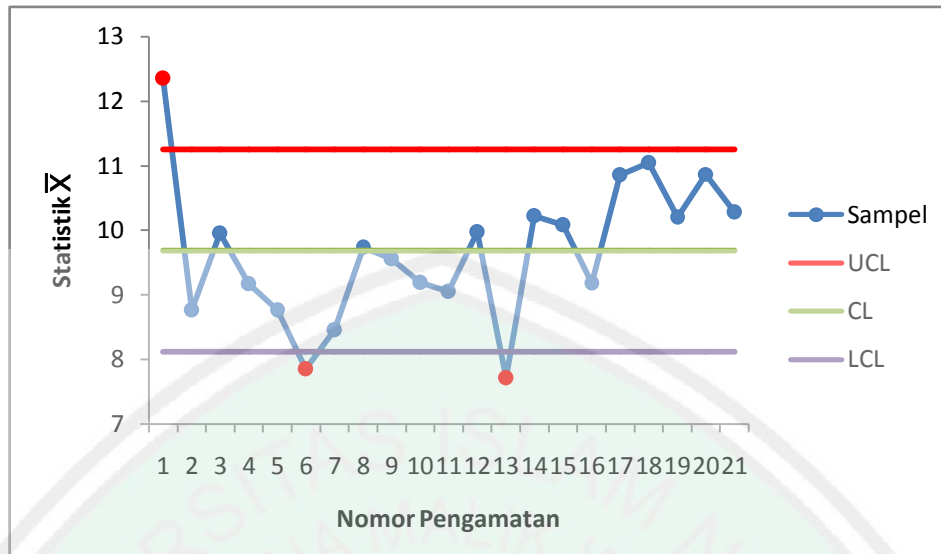
Berdasarkan persamaan (3.18), (3.19), (3.20), dan hasil perhitungan selisih dari $\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$, dan \bar{X}_d serta $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_b} \mu_A(x) dx$, $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_c} \mu_A(x) dx$, $\int_{\bar{X}_b}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, dan

$\int_{\bar{X}_c}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$ (secara lengkap terdapat dalam Lampiran 3), maka nilai transformasi median kabur untuk rata-rata setiap sampel pengamatan sebagai statistik sampel yang akan diplot ($S_{med - \bar{X}_j}$) pada grafik pengendali kabur $\bar{\bar{X}}$ adalah seperti pada Tabel 3.2 berikut.

Tabel 3.2 Nilai Transformasi Median Kabur untuk Rata-rata Setiap Sampel Pengamatan pada Grafik Pengendali Kabur $\bar{\bar{X}}$

Nomor Pengamatan	$S_{med - \bar{X}_j}$	Kondisi Sampel Pengamatan $S_{med - \bar{X}_j}$
1	12,35400	Tidak terkendali
2	8,75990	Terkendali
3	9,95640	Terkendali
4	9,16708	Terkendali
5	8,76222	Terkendali
6	7,85014	Tidak terkendali
7	8,45522	Terkendali
8	9,73188	Terkendali
9	9,55966	Terkendali
10	9,19282	Terkendali
11	9,05306	Terkendali
12	9,96934	Terkendali
13	7,71168	Tidak terkendali
14	10,21726	Terkendali
15	10,07783	Terkendali
16	9,17681	Terkendali
17	10,85421	Terkendali
18	11,04714	Terkendali
19	10,20054	Terkendali
20	10,87037	Terkendali
21	10,28015	Terkendali

Sehingga grafik pengendali kabur $\bar{\bar{X}}$ berdasarkan *range* pada proses produksi dengan karakteristik kekerasan deodoran Rexona SL AP *stick* adalah



Gambar 3.2 Grafik Pengendali Kabur \bar{X} Berdasarkan Range

Pada Gambar 3.2 di atas, sumbu y menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur. Sedangkan sumbu x menunjukkan nomor pengamatan. Garis hijau yang berada di tengah merupakan garis tengah (CL) yang menunjukkan besar nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis merah merupakan batas kendali atas (UCL) dan garis ungu merupakan batas kendali bawah (LCL) grafik pengendali kabur \bar{X} . Titik-titik yang dihubungkan oleh garis biru adalah statistik sampel yang diukur karakteristik kualitasnya terhadap nomor pengamatan tersebut.

Berdasarkan perhitungan grafik pengendali kabur \bar{X} , diperoleh nilai garis tengah sebesar 9,6813. Sedangkan batas kendali bawah dan batas kendali atas adalah berturut-turut sebesar 8,1145 dan 11,2481. Berdasarkan Gambar 3.2, grafik pengendali tersebut menunjukkan bahwa ada tiga titik sampel yang keluar dari batas kendali grafik pengendali kabur \bar{X} , yaitu titik sampel pertama, keenam dan ketigabelas. Titik sampel pertama berada di atas batas kendali atas dan titik sampel keenam dan ketigabelas berada di bawah garis batas kendali bawah. Oleh

karena itu, dapat diartikan bahwa rata-rata proses produksi produk deodoran tersebut tidak terkendali secara rata-rata.

Berdasarkan persamaan (3.21) untuk $n = 6, D_3 = 0, D_4 = 2,004$, formula batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} adalah:

$$\begin{aligned}
 UCL_{med-R} &= D_4 \bar{R}_{med} \\
 &= (2,004)(3,2439) \\
 &= 6,5008 \\
 CL_{med-R} &= \bar{R}_{med} \\
 &= 3,2439 \\
 LCL_{med-R} &= D_3 \bar{R}_{med} \\
 &= (0)(3,2439) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (3.22), (3.23), (3.24), dan hasil perhitungan selisih R_{aj}, R_{bj}, R_{cj} , dan R_{dj} serta $\int_{R_{aj}}^{R_{bj}} \mu_A(x)dx$, $\int_{R_{aj}}^{R_{cj}} \mu_A(x)dx$, $\int_{R_{bj}}^{R_{dj}} \mu_A(x)dx$, dan $\int_{R_{cj}}^{R_{dj}} \mu_A(x)dx$ (secara lengkap terdapat dalam Lampiran 4), maka nilai transformasi median kabur untuk *range* setiap sampel pengamatan sebagai statistik sampel yang akan diplot ($S_{med-R,j}$) pada grafik pengendali kabur \tilde{R} adalah seperti pada Tabel 3.3 berikut.

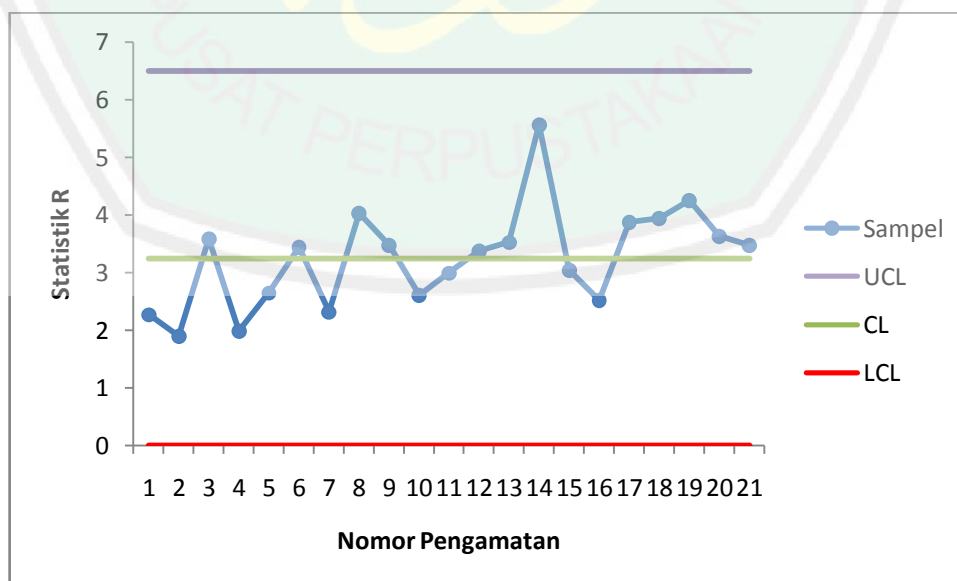
Tabel 3.3 Nilai Transformasi Median Kabur untuk *Range* Setiap Sampel Pengamatan pada Grafik Pengendali Kabur \tilde{R}

Nomor Pengamatan	$S_{med-R,j}$	Kondisi Sampel Pengamatan $S_{med-R,j}$
1	2,26543	Terkendali
2	1,89324	Terkendali
3	3,57766	Terkendali
4	1,97823	Terkendali

Tabel 3.3 Lanjutan

Nomor Pengamatan	$S_{med - R, j}$	Kondisi Sampel Pengamatan $S_{med - R, j}$
5	2,64363	Terkendali
6	3,43473	Terkendali
7	2,31005	Terkendali
8	4,02875	Terkendali
9	3,46619	Terkendali
10	2,60783	Terkendali
11	2,98800	Terkendali
12	3,36957	Terkendali
13	3,52125	Terkendali
14	5,55862	Terkendali
15	3,03972	Terkendali
16	2,51708	Terkendali
17	3,87262	Terkendali
18	3,93328	Terkendali
19	4,24863	Terkendali
20	3,62216	Terkendali
21	3,46939	Terkendali

Sehingga grafik pengendali kabur \tilde{R} pada proses produksi dengan karakteristik kekerasan deodoran Rexona SL AP *stick* adalah:

Gambar 3.3 Grafik Pengendali Kabur \tilde{R}

Pada Gambar 3.3 di atas, sumbu y menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur. Sedangkan sumbu x menunjukkan nomor pengamatan. Garis hijau yang berada di tengah merupakan garis tengah (CL) yang menunjukkan besar nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis ungu merupakan batas kendali atas (UCL) dan garis merah merupakan batas kendali bawah (LCL) grafik pengendali kabur $\bar{\tilde{X}}$. Titik-titik yang dihubungkan oleh garis biru adalah statistik sampel yang diukur karakteristik kualitasnya terhadap nomor pengamatan tersebut.

Berdasarkan perhitungan grafik pengendali kabur $\bar{\tilde{R}}$, diperoleh nilai garis tengah sebesar 3,2439. Sedangkan batas kendali bawah dan batas kendali atas adalah berturut-turut sebesar 0 dan 6,5008. Berdasarkan Gambar 3.3, grafik pengendali tersebut menunjukkan bahwa semua titik sampel berada di dalam batas kendali grafik pengendali kabur $\bar{\tilde{R}}$. Oleh karena itu, dapat diartikan bahwa secara variabilitas data proses produksi produk deodoran tersebut terkendali.

Dengan demikian, setelah menerapkan grafik pengendali kabur $\bar{\tilde{X}} - \bar{\tilde{R}}$ pada data kekerasan produk deodoran dapat dikatakan bahwa data proses produksi produk deodoran tidak terkendali secara rata-rata tetapi terkendali secara variabilitas. Sehingga perlu dilakukan revisi atau perbaikan pada grafik pengendali kabur $\bar{\tilde{X}} - \bar{\tilde{R}}$ tersebut.

Revisi grafik pengendali kabur $\bar{\tilde{X}} - \bar{\tilde{R}}$ dilakukan dengan cara mengeliminasi atau menghilangkan data yang telah diketahui berada di luar batas kendali, sehingga tidak ada satupun data yang keluar dari batas kendali. Berikut adalah tabel pengeliminasian data yang menyebabkan tidak terkendali.

Tabel 3.4 Pengeliminasian Nilai Karakteristik Sampel Pengamatan

No.	X_a						X_d				
	1	2	3	...	6		1	2	3	...	6
1	9,68	9,73	10,60		11,30		13,10	14,30	13,10		13,30
2	7,89	8,67	8,15		6,49		9,39	9,73	10,00		8,84
3	6,18	9,25	10,10		8,91		12,10	11,30	12,00		10,10
4	7,89	8,25	8,26		7,66		10,30	12,30	10,50		8,98
5	8,59	7,06	7,02		7,45		11,60	8,81	9,19		10,50
6	6,36	5,04	5,32		9,24		8,66	8,12	8,04		9,70
7	9,24	7,95	8,18		9,39		10,20	8,12	8,91		9,73
8	9,84	7,23	9,45		10,50		11,20	7,36	10,20		12,50
9	10,00	8,43	6,66		4,88		11,30	8,95	11,10		10,80
10	9,49	7,17	6,11		9,36		10,80	11,50	10,50		9,91
11	7,41	7,47	6,75	...	5,94	...	11,20	9,25	9,94	...	10,30
12	7,09	8,02	9,05		9,72		9,17	11,00	12,90		11,30
13	8,60	5,46	4,63		5,05		8,90	8,59	8,61		9,39
14	8,51	10,10	7,18		8,20		10,40	14,00	8,33		11,60
15	7,58	8,36	9,76		11,10		9,17	9,14	12,60		11,90
16	9,66	7,82	7,96		9,65		9,92	11,80	9,25		11,10
17	9,45	7,44	10,50		11,10		12,50	9,19	13,00		12,60
18	10,80	7,02	8,19		10,00		12,20	13,40	11,80		12,90
19	9,05	6,01	7,30		9,45		12,00	10,90	10,90		10,70
20	10,00	8,43	8,83		11,70		12,20	11,90	10,10		12,90
21	9,38	8,25	8,02		10,40		10,90	11,20	8,56		12,50

Data yang bertanda merah adalah data yang dieliminasi karena data tersebut berada di luar batas kendali. Jadi banyaknya pengamatan menjadi 18 pengamatan. Sehingga rata-rata kabur (\tilde{X}_j) dari statistik sampel pengamatan di atas adalah pada Tabel 3.5 berikut.

Tabel 3.5 Nilai Rata-rata Kabur (\tilde{X}_j) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Dieliminasi

\tilde{X}_j	\bar{X}_a	\bar{X}_b	\bar{X}_c	\bar{X}_d
1	7,6850	8,8600	8,8800	9,6317
2	8,6483	10,2400	10,2600	10,7783
3	8,1617	9,1500	9,1700	10,1867
4	7,5683	8,5983	8,6183	10,2383
5	8,1200	8,2983	8,3183	9,0317
6	9,1150	9,6817	9,7017	10,4267
7	7,5717	9,8583	9,8783	11,0083

Tabel 3.5 Lanjutan

\tilde{X}_j	\bar{X}_a	\bar{X}_b	\bar{X}_c	\bar{X}_d
8	7,7967	9,1250	9,1450	10,7017
9	7,5817	9,1933	9,2133	10,2483
10	8,5600	10,1250	10,1450	11,0783
11	9,0300	10,2783	10,2950	11,2717
12	9,1933	10,0900	10,1100	10,9183
13	8,4917	8,9117	8,9317	10,2833
14	9,4150	11,0083	11,0250	11,9983
15	9,5967	11,0800	11,0967	12,4167
16	8,4067	10,4200	10,4400	11,5833
17	9,4733	11,1250	11,1450	11,8167
18	9,0283	10,3517	10,3717	11,3767

dan representasi bilangan kabur rata-rata dari rata-rata sampel tersebut berdasarkan pada persamaan (2.14) adalah

$$\bar{X}_a = 8,5246, \bar{X}_b = 9,7997, \bar{X}_c = 9,8192, \bar{X}_d = 10,8331$$

Range kabur (\tilde{R}_j) dari karakteristik sampel pengamatan di atas berdasarkan persamaan (2.18) adalah pada Tabel 3.6 berikut.

Tabel 3.6 Nilai Range Kabur (\tilde{R}_j) dari Karakteristik Sampel Pengamatan Setelah Dieliminasi

\tilde{R}_j	R_a	R_b	R_c	R_d
1	0,17	1,80	1,84	3,76
2	1,33	3,51	3,55	5,92
3	0,32	1,35	1,39	4,64
4	0,22	2,89	2,93	4,58
5	1,30	2,26	2,30	3,38
6	3,14	3,81	3,85	5,27
7	1,05	2,71	2,75	7,12
8	0,42	2,26	2,30	5,39
9	0,85	2,90	2,94	5,26
10	0,55	3,55	3,59	5,81
11	4,07	5,67	5,69	6,82
12	1,96	2,45	2,49	5,02
13	1,63	1,86	1,90	4,37
14	1,91	3,83	3,85	5,90
15	0,10	4,75	4,79	6,38
16	0,83	4,60	4,64	6,99
17	1,60	3,93	3,97	5,07
18	1,84	3,75	3,79	4,58

Rata-rata dari *range* tersebut berdasarkan persamaan (2.16) dan (2.17) adalah:

$$\bar{R}_a = 1,2939, \bar{R}_b = 3,2156, \bar{R}_c = 3,2533, \bar{R}_d = 5,3478$$

Garis tengah dari grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ setelah direvisi berdasarkan persamaan (3.11) sampai (3.13) adalah:

$$CL_{med-\bar{x}} = 9,74288$$

Berdasarkan persamaan (3.14) sampai (3.16) diperoleh nilai \bar{R}_{med} ,

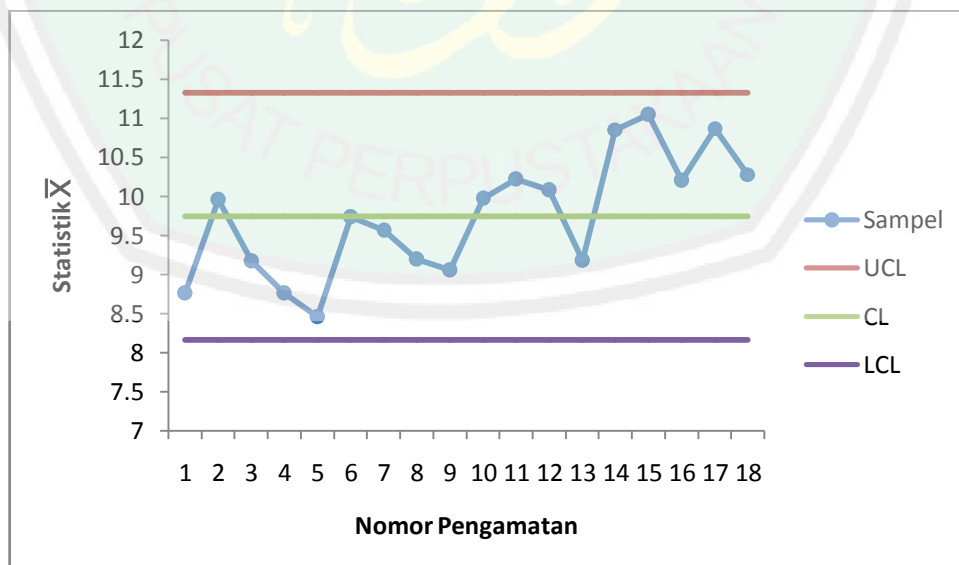
$$\bar{R}_{med} = 3,27778158$$

Sehingga revisi batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan persamaan (3.17) adalah:

$$UCL_{med-\bar{x}} = 11,326045$$

$$LCL_{med-\bar{x}} = 8,15971$$

Revisi nilai garis tengah dan batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ dapat dilihat pada Gambar 3.4 berikut.



Gambar 3.4 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}}$ Berdasarkan *Range* Setelah Revisi

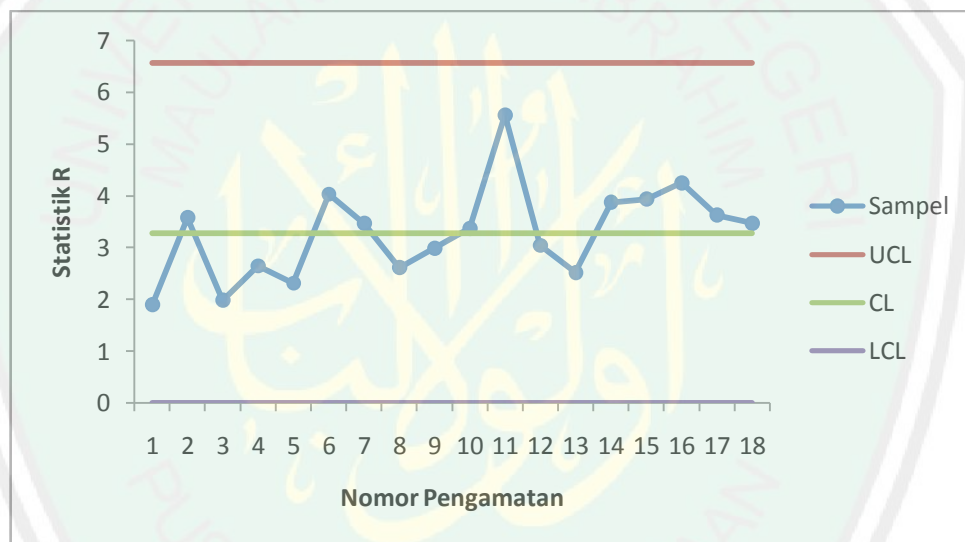
Revisi garis tengah dan batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} berdasarkan persamaan (3.21) adalah:

$$UCL_{med-R} = 6,56867$$

$$CL_{med-R} = 3,27778158$$

$$LCL_{med-R} = 0$$

Revisi nilai garis tengah dan batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} dapat dilihat pada Gambar 3.5 berikut.



Gambar 3.5 Grafik Pengendali Kabur \tilde{R} Setelah Revisi

Berdasarkan perhitungan serta Gambar 3.4 dan Gambar 3.5 di atas, terlihat bahwa tidak ada satupun titik sampel yang keluar dari batas kendali. Oleh karena itu, maka dapat dikatakan bahwa proses terkendali secara rata-rata maupun secara variabilitas. Sehingga batas kendali ini dapat digunakan sebagai acuan untuk mengendalikan proses produksi produk deodoran selanjutnya.

3.5 Konsep Grafik Pengendali dalam Al-Quran

Dalam tafsir Al-Mishbah, Shihab (2002) menjelaskan bahwa paling tidak ada dua ayat dalam al-Quran yang sering diungkap dalam konteks perubahan sosial, yaitu firman-Nya dalam QS.al-Anfal/8:53

ذَلِكَ بِأَنَّ اللَّهَ لَمْ يَكُ مُغَيِّرًا نِعْمَةً أَنْعَمَهَا عَلَىٰ قَوْمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُوا مَا بِأَنْفُسِهِمْ وَأَنَّ اللَّهَ سَمِيعٌ عَلِيمٌ



“Yang demikian itu adalah karena sesungguhnya Allah sekali-kali tidak akan mengubah sesuatu nikmat yang telah dianugerahkan-Nya kepada suatu kaum, hingga kaum itu mengubah apa-apa yang ada pada diri mereka sendiri, dan sesungguhnya Allah Maha Mendengar lagi Maha Mengetahui” (QS.al-Anfal/8:53).

Ayat yang kedua adalah ayat ar-Ra’d/13:11 yang telah tercantum pada subbab 2.8.

Shihab (2002) menjelaskan bahwa ada beberapa hal yang perlu digarisbawahi menyangkut kedua ayat di atas. Pertama, ayat-ayat tersebut berbicara tentang perubahan sosial, bukan perubahan individu. Ini dipahami dari penggunaan kata *qaum* (قوم) yang berarti masyarakat pada kedua ayat tersebut. Selanjutnya dari sana dapat ditarik kesimpulan bahwa perubahan sosial tidak dapat dilakukan seorang manusia saja. Kedua, penggunaan kata *qaum*, juga menunjukkan bahwa hukum kemasyarakatan ini tidak hanya berlaku bagi kaum muslimin atau satu suku, ras dan agama tertentu, tetapi ia berlaku umum, kapan dan dimana pun mereka berada. Selanjutnya karena ayat tersebut berbicara tentang *kaum*, maka ini berarti *sunnatulloh* yang dibicarakan ini berkaitan dengan kehidupan duniawi, bukan ukhrawi. Ketiga, kedua ayat tersebut juga berbicara tentang dua pelaku perubahan. Pelaku yang pertama adalah Allah Swt. yang mengubah nikmat yang dianugerahkan-Nya kepada suatu masyarakat. Sedangkan pelaku kedua adalah manusia, dalam hal ini masyarakat yang melakukan

perubahan pada sisi dalam mereka atau dalam istilah kedua ayat di atas *ma bi anfusihim* (ما بأنفسهم) yang berarti apa yang terdapat dalam diri mereka. Keempat, kedua ayat di atas juga menekankan bahwa perubahan yang dilakukan oleh Allah haruslah didahului oleh perubahan yang dilakukan oleh masyarakat menyangkut sisi dalam mereka. Tanpa perubahan ini, mustahil akan terjadi perubahan sosial.

Dengan demikian, dalam pandangan al-Quran yang paling pokok bagi berhasilnya suatu perusahaan atau industri memproduksi produk yang berkualitas adalah dimulai dari internal perusahaan itu sendiri, seperti dengan melakukan pengendalian proses produksinya bahkan melakukan perubahan sistem. Seperti yang telah dijelaskan dalam subbab 2.8 bahwa jika firman Allah dalam kedua surat di atas yaitu surat ar-Ra'd/13:11 dan surat al-Anfal/8:53 tersebut dihubungkan dengan pembangunan suatu bisnis, maka peningkatan suatu bisnis menuju yang lebih baik harus dimulai dari diri perusahaan tersebut yaitu dengan meningkatkan kualitas produk yang dihasilkan. Salah satu solusi yang dapat membantu perusahaan mempertahankan bahkan meningkatkan kualitas produknya adalah dengan menerapkan sistem pengendalian kualitas pada proses produksi yang dikenal dengan pengendalian proses secara statistik atau *Statistical Process Control (SPC)*. Salah satu alat yang digunakan dalam SPC adalah grafik pengendali yang di dalamnya terdapat batas-batas kendali untuk mengetahui proses dikatakan terkendali atau tidak terkendali. Dalam al-Quran salah satu ayat yang menyerukan mengenai larangan melampaui batas tercantum dalam QS.

Hud:11/112 yaitu

فَأَسْتَقِمَّ كَمَا أُمِرْتَ وَمَنْ تَابَ مَعَكَ وَلَا تَطْغَوْا إِنَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ بَصِيرٌ ﴿١١٢﴾

“Maka tetaplah kamu pada jalan yang benar, sebagaimana diperintahkan kepadamu dan (juga) orang yang telah taubat beserta kamu dan janganlah kamu

melampaui batas. Sesungguhnya Dia Maha melihat apa yang kamu kerjakan” (QS. Hud:11/112).

Dalam tafsir Al-Maraghi, Al-Maraghi (1993) menjelaskan bahwa setelah Allah Swt. menerangkan perihal orang-orang yang berselisih mengenai tauhid, dan kenabian, serta menerangkan secara panjang lebar tentang janji atau ancaman yang ditujukan kepada mereka, maka Allah Swt. mengutus Rasulullah Saw. dan orang yang bertaubat bersamanya agar tetap istiqomah (lurus), tidak menyeleweng dari apa yang telah digariskan dengan melanggar batas-batas-Nya.

Konsep grafik pengendali sesuai dengan larangan melampaui batas dalam al-Quran. Proses produksi dikatakan baik jika semua titik sampel pengamatan berada dalam batas kendali. Namun jika terdapat titik sampel yang berada di luar batas kendali maka proses produksi tersebut tidak terkendali dan diperlukan perbaikan agar semua titik sampel berada dalam batas kendali seperti halnya dalam QS. Hud:11/112 Allah Swt. menyerukan agar tetap berada di jalan yang benar dan bertaubat.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada BAB III, didapat beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil konstruksi grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ dengan menggunakan teknik transformasi kabur adalah sebagai berikut:

a. Formula grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan *range* menggunakan teknik median kabur adalah:

$$UCL_{med-\bar{X}} = CL_{med-\bar{X}} + A_2 \bar{R}_{med}$$

$$CL_{med-\bar{X}} = CL_{med-\bar{X}}$$

$$LCL_{med-\bar{X}} = CL_{med-\bar{X}} - A_2 \bar{R}_{med}$$

dengan A_2 merupakan konstanta faktor untuk batas kendali grafik pengendali rata-rata dan $CL_{med-\bar{X}}$ sebagai berikut:

i. Jika $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) = (\bar{X}_d - \bar{X}_c)$, maka

$$CL_{med-\bar{X}} = \frac{1}{4}(\bar{X}_a + \bar{X}_b + \bar{X}_c + \bar{X}_d)$$

ii. Jika $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) < (\bar{X}_d - \bar{X}_c)$, dan

a) $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_c} \mu_A(x) dx > \int_{\bar{X}_c}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, maka

$$CL_{med-\bar{X}} = \frac{1}{4}(\bar{X}_a + \bar{X}_b + \bar{X}_c + \bar{X}_d)$$

b) $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_c} \mu_A(x) dx < \int_{\bar{X}_c}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, maka

$$CL_{med-\bar{X}} = \bar{X}_d - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_d - \bar{X}_c)(-\bar{X}_a - \bar{X}_b + \bar{X}_c + \bar{X}_d)}$$

iii. Jika $(\bar{X}_b - \bar{X}_a) > (\bar{X}_d - \bar{X}_c)$, dan

a) $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_b} \mu_A(x) dx < \int_{\bar{X}_b}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, maka

$$CL_{med-\bar{X}} = \frac{1}{4}(\bar{X}_a + \bar{X}_b + \bar{X}_c + \bar{X}_d)$$

b) $\int_{\bar{X}_a}^{\bar{X}_b} \mu_A(x) dx > \int_{\bar{X}_b}^{\bar{X}_d} \mu_A(x) dx$, maka

$$CL_{med-\bar{X}} = \bar{X}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{X}_b - \bar{X}_a)(-\bar{X}_a - \bar{X}_b + \bar{X}_c + \bar{X}_d)}$$

dan untuk \bar{R}_{med} sebagai berikut:

i. Jika $(\bar{R}_b - \bar{R}_a) = (\bar{R}_d - \bar{R}_c)$, maka

$$\bar{R}_{med} = \frac{1}{4}(\bar{R}_a + \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d)$$

ii. Jika $(\bar{R}_b - \bar{R}_a) < (\bar{R}_d - \bar{R}_c)$, dan

a) Jika $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_c} \mu_A(x) dx > \int_{\bar{R}_c}^{\bar{R}_d} \mu_A(x) dx$, maka

$$\bar{R}_{med} = \frac{1}{4}(\bar{R}_a + \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d)$$

b) Jika $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_c} \mu_A(x) dx < \int_{\bar{R}_c}^{\bar{R}_d} \mu_A(x) dx$, maka

$$\bar{R}_{med} = \bar{R}_d - \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{R}_d - \bar{R}_c)(-\bar{R}_a - \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d)}$$

iii. Jika $(\bar{R}_b - \bar{R}_a) > (\bar{R}_d - \bar{R}_c)$, dan

a) $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_b} \mu_A(x) dx < \int_{\bar{R}_b}^{\bar{R}_d} \mu_A(x) dx$, maka

$$\bar{R}_{med} = \frac{1}{4}(\bar{R}_a + \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d)$$

b) $\int_{\bar{R}_a}^{\bar{R}_b} \mu_A(x) dx > \int_{\bar{R}_b}^{\bar{R}_d} \mu_A(x) dx$, maka

$$\bar{R}_{med} = \bar{R}_a + \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{R}_b - \bar{R}_a)(-\bar{R}_a - \bar{R}_b + \bar{R}_c + \bar{R}_d)}$$

Jadi, proses terkendali (*in control*) jika $LCL_{med-\bar{x}} \leq S_{med-\bar{x},j} \leq UCL_{med-\bar{x}}$.

- b. Formula grafik pengendali kabur \tilde{R} menggunakan teknik median kabur adalah:

$$UCL_{med-R} = D_4 \bar{R}_{med}$$

$$CL_{med-R} = \bar{R}_{med}$$

$$LCL_{med-R} = D_3 \bar{R}_{med}$$

dengan D_3 dan D_4 merupakan konstanta faktor untuk batas kendali grafik pengendali *range*. Jadi, proses terkendali (*in control*) jika $LCL_{med-R} \leq S_{med-R,j} \leq UCL_{med-R}$.

2. Hasil aplikasi dari grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ menunjukkan bahwa grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ dengan menggunakan teknik median kabur dapat digunakan untuk mengendalikan proses produksi dengan sampel pengamatan yang direpresentasikan ke dalam bilangan kabur. Hasil aplikasi tersebut menunjukkan bahwa terdapat beberapa statistik sampel yang berada di luar batas kendali pada grafik pengendali kabur \tilde{X} atau dapat dikatakan bahwa rata-rata proses tidak terkendali. Namun setelah dilakukan revisi, untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} diperoleh garis tengah ($CL_{med-\bar{x}}$) sebesar 9,74288, batas kendali atas ($UCL_{med-\bar{x}}$) sebesar 11,326045, dan batas kendali bawah ($LCL_{med-\bar{x}}$) sebesar 8,15971. Sedangkan untuk grafik pengendali kabur \tilde{R} diperoleh garis tengah (CL_{med-R}) sebesar 6,5687, batas kendali atas

(UCL_{med-R}) sebesar 3,27778158, dan batas kendali bawah (LCL_{med-R}) sebesar 0, sehingga semua statistik sampel berada di dalam batas kendali atau dapat dikatakan bahwa rata-rata dan variabilitas proses terkendali secara statistik. Sehingga batas kendali ini dapat digunakan sebagai acuan untuk mengendalikan proses produksi produk deodoran selanjutnya.

4.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya diharapkan pembaca dapat mengkonstruksi grafik pengendali kabur dengan fungsi keanggotaan yang berbeda. Untuk pengaplikasian grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ diharapkan menggunakan data yang karakteristiknya sesuai dengan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$, yaitu mempunyai ukuran sampel yang kecil ($n = 4, 5$, atau 6) dan penyebaran datanya merata.

DAFTAR PUSTAKA

- Ainy, Khomaria Nurul. 2011. *Studi Diagram Kontrol Variabel Random Fuzzy dan Penerapannya Pada Pengontrolan Kualitas Produk Deodoran*. Skripsi tidak dipublikasikan. Surabaya: Jurusan Statistika ITS.
- Al Qurthubi, S.I. 2008. *Tafsir Al Qurthubi*. Terjemahan Muhyiddin Masridha. Editor M. Iqbal Kadir. Jakarta: Pustaka Azzam.
- Al-Maraghi, A.M. 1993. *Tafsir Al-Maraghi 12*. Semarang: CV. TOHA PUTRA.
- Ariani, D.W. 2004. *Pengendalian Kualitas Statistik (Pendekatan Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas)*. Yogyakarta: ANDI.
- Ertugrul, I dan Gunes, M. 2007. The Usage of Fuzzy Quality Control Charts to Evaluate Product Quality and an Application. *ASC*, 41: 660-673.
- Gulbay, M dan Kahraman, C. 2006. Development of Fuzzy Process Control Charts and Fuzzy Unnatural Pattern Analyses. *Computational Statistics and Data Analysis*, 51: 434-451.
- Gulbay, M., Kahraman, C., dan Ruan, D. 2004. α -cut Fuzzy Control Charts for Linguistic Data. *International Journal of Intelligent System*, 19: 1173-1196.
- Heizer, J dan Renden, B. 2009. *Manajemen Operasi Edisi 9 Buku 1*. Terjemahan Chriswan Sungkono. Jakarta: Salemba Empat.
- Imani, A.K.F. 2005. *Tafsir Nurul Quran*. Terjemahan Salman Nano. Jakarta: Al-Huda.
- Kanagawa, A., Tamaki, F., dan Ohta, H. 1993. Control Charts for Process Average and Variability Based on Linguistic Data. *International Journal of Production Research*, 31(4): 913-922.
- Kusumadewi, S dan Purnomo, H. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Montgomery, D.C. 1996. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Terjemahan Zanzawi Soejati. Editor Subanar. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Montgomery, D.C. 2009. *Introduction to Statistical Quality Control 6th Edition*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Pandurangan, A dan Varadharajan, R. 2011. Construction of α -cut Fuzzy $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ and $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ Using Fuzzy Trapezoidal Number. *IJRRAS(1)*, 9: 100-111.

- Rowland, H dan Wang, L.R. 2000. An Approach of Fuzzy Logic Evaluation and Control in SPC. *Quality Reliability Engineering Intelligent*, 16: 91-98.
- Senturk, S dan Erginel, N. 2009. Development of Fuzzy $\tilde{X} - \tilde{R}$ and $\tilde{X} - \tilde{S}$ Control Charts Using α -cuts. *Information Sciences*, 179(10): 1542-1551.
- Shihab, M.Q. 2002. *Tafsir Al-Mishbah Volume 5*. Jakarta: Lentera Hati.
- Susilo, F. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Wang, J.H dan Raz, T. 1990. On the Construction of Control Charts Using Linguistic Variables. *International Journal of Production Research*, 28: 477-487.

