MODEL MATEMATIKA GLUKOSA DAN INSULIN PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS

SKRIPSI

Oleh:
'AFIFAH
NIM.06510007

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

MODEL MATEMATIKA GLUKOSA DAN INSULIN PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
'AFIFAH
NIM. 06510007

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

MODEL MATEMATIKA GLUKOSA DAN INSULIN PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS

SKRIPSI

Oleh:
'AFIFAH
NIM. 06510007

Telah Disetujui untuk Diuji
Tanggal: 13 Januari 2011

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Usman Pagalay, M.Si	**Abdussakir, M.Pd**
NIP. 196504142003121001	**NIP. 197510062003121001**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 197510062003121001

MODEL MATEMATIKA GLUKOSA DAN INSULIN PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS

SKRIPSI

Oleh:
'AFIFAH
NIM. 06510007

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 24 Januari 2011

Susunan Dewan Penguji			Tanda Tangan
1.	Penguji Utama	: Drs.H.Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 006	( )
2.	Ketua	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	( )
3.	Sekretaris	: Usman Pagalay, M.Si NIP. 19650414 200312 1 001	( )
4.	Anggota	: Abdussakir, M.Pd NIP. 19751006 200312 1 001	( )

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006200312 1 001

SURAT PERNYATAAN

ORISINALITAS SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: ‘Afifah
NIM	: 06510007
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul penelitian	: Model Matematika Glukosa dan Insulin Pada Penyakit Diabetes Mellitus.

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang l,ain, kecuali yang secara tertulis dikkutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka.

Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur penjiplakan, maka saya bersedia untuk mempertanggung jawabkan, serta diproses sesuai peraturan yang berlaku.

Malang, 13 Januari 2011

Yang membuat pernyataan

‘AFIFAH

NIM. 06510007

MOTTO

Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan,
Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan…

PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrohim

Alhamdulillah........
Terimakasih Untuk Dzat Yang Maha Pengasih,
yang telah memberikan penulis kesempatan untuk menyelasaikan skripsi ini.

Penulis persembahkan skripsi ini untuk:

Ayahanda Junaidi, ibunda Juhairiyah, mas maman dan adik nada…
Buat orang yang telah memberi motivasi dan support…. Serta teman-teman yang selalu memberikan semangat pada penulis untuk menyelesaikan karya kecil ini….

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Assalamu'alaikum Wr.Wb

Segala puji syukur bagi Allah SWT atas limpahan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjan Sains dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.

Shalawat beriring Salam, semoga tetap tercurah limpahkan keharibaan baginda Rasulullah Muhammad SAW atas segala bentuk kemapanan dan kejayaan yang beliau hadirkan bagi seluruh umat Islam di dunia, serta kepada semua keluarga, sahabat, para pengikut, dan juga pecintanya yang senantiasa meneruskan perjuangan sampai saat ini hingga akhir zaman.

Penulis menyadari bahwa pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Oleh sebab itu, iringan do'a dan ucapan terima kasih sebesar-besarnya dan dengan segenap kerendahan hati patutlah penulis ucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU.D.Sc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Usman Pagalay, M.Si dan yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan pengarahan selama penulisan skripsi.
5. Segenap dosen pengajar atas ilmu yang telah diberikan kepada penulis.

6. Ayah dan Bunda, serta segenap keluarga yang senantiasa memberikan do'a yang tiada terkira serta dukungan yang terbaik buat penulis.
7. Teman-teman matematika, angkatan 2006 dan semua pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan terkait keterbatasan referensi dan ilmu penulis. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang membangun senantiasa penulis kedepankan untuk perbaikan skripsi ini. Akhirnya, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi kita semua. Amin......

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, Januari 2011

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

BAB II KAJIAN TEORI

BAB III PEMBAHASAN

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR SIMBOL

$B(t)$ = massa sel- β

$I(t)$ = konsentrasi insulin puasa

$G(t)$ = konsentrasi glukosa puasa

$\eta(t)$ = cadangan pankreas

λ = tingkat pertumbuhan sel- β

ε = konstanta yang cukup kecil

$K_{\eta G}$ = glukosa yang mengandung racun

T_{η} = pemulihan pada penkreas

T_{gI} = glukosa konstant keluar sebagai insulin yang independent

K_{xg} = efektifitas glukosa

K_{xgI} = kepekaan insulin

h = replikasi cadangan pankreas

T_{IgB} = penilaian pengeluaran insulin secara maksimal

K_{xI} = laju tetap insulin

ABSTRAK

‘Afifah. 2010. **Model Matematika Glukosa dan Insulin Pada Penyakit Diabetes Mellitus.** Skripsi, Program SI Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: Usman Pagalay, M.Si
Abdussakir, M.Pd

Kata Kunci: Persamaan Differensial, Titik Tetap, Nilai Eigen, Model Matematika, dan Diabetes Mellitus.

Matematika sebagai ilmu hitung bukan hanya menghitung angka-angka tetapi juga dapat digunakan untuk membaca keadaan-keadaan yang terjadi dalam kehidupan sosial, ekonomi, kesehatan dan lainnya, misalnya pada pemodelan matematika. Dimana model matematika merupakan bentuk pengabstrakan suatu masalah nyata berdasarkan asumsi tertentu ke dalam bahasa matematika. Diabetes mellitus (DM) merupakan penyakit kelainan metabolisme yang disebabkan kurangnya hormon insulin.

Interpretasi model dan analisa model glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus merupakan permasalahan yang ada dalam penelitian ini. Untuk menganalisa model yang diperlukan pertama yaitu mencari nilai titik tetap dan kemudian mencari matriks jacobian yang digunakan untuk mencari nilai eigen.

Pada model cadangan pankreas (η) dipengaruhi oleh perubahan glukosa yang mengandung racun dikalikan dengan glukosa dan cadangan pankreas, kemudian ditambahkan dari pemulihan pada pankreas, dan dikalikan dengan ε yang merupakan konstanta. Pada model glukosa (G) menjelaskan tentang peubahan glukosa yang dipengaruhi oleh laju perubahan insulin, sedangkan pada model insulin (I) menjelaskan tentang perubahan insulin yang dipengaruhi oleh sel-β, juga perubahan glukosanya dan perubahan insulinnya sendiri.

Nilai titik tetap dari sistem persamaan tersebut adalah: (0.1193255893, 5.0283301405 dan 0.007304563250). untuk mencari nilai eigen pertama kali dicari nilai dari matriks jacobian terlebih dahulu, nilai matriks jacobiannya adalah

$$J=\begin{bmatrix} -0.00001005660281 & -0.00000023869178610 & 0 \\ 0 & -0.9400788893 & 0.05430565517 \\ 0 & 0.0002647427796 & -0.05 \end{bmatrix}$$

selanjutnya mencari nilai eigen dengan cara $|\lambda I - J| = 0$, sehingga diperoleh nilai eigennya yaitu $\lambda_1 = -0.00001005660281$, $\lambda_2 = -0.940094$, dan $\lambda_3 = -0.049984$. Karena semua nilai eigen sudah bernilai negatif pada bagian riilnya maka titik tetap tersebut adalah stabil asimtotik.

ABSTRACT

‘Afifah. 2010. Mathematical Models of Glucose and Insulin in Diabetes Mellitus. Thesis, Department Of Mathematics Faculty Of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Guide: Usman Pagalay, M.Si
Abdussakir, M.Pd

Keywords: Differential Equations, Fixed Point, Eigen Values, Mathematical Models, and Diabetes Mellitus.

Mathematics as the science of arithmetic is not just counting numbers, but also can be used to read the situation that occurred in the health, socioeconomic, and others, for example in mathematical modeling. Where is the mathematical model is a form pengabstrakan real problem on the basis of certain assumptions into the language of mathematics. Diabetes mellitus (DM) is a metabolic disorder caused by deficiency of insulin.

Interpretation of models and model analysis of glucose and insulin in diabetes mellitus is a problem that exists in this study. To analyze the model is first necessary to find the value of fixed points and then look for the Jacobian matrix that is used to search for eigenvalues.

In the model of pancreatic reserve (η) is affected by changes in glucose-containing toxins is multiplied by the reserves of glucose and the pancreas, and then added to the recovery of the pancreas, and multiplied by ε which is a constant. In the model of glucose (G) describes the glucose peubahan influenced by changes in insulin levels, while insulin model (I) describes the changes that are influenced by cell-β insulin, and changes in glucose and insulin itself changes.

fixed point value of the equation system is 0.1193255893, 5.0283301405 and 0.007304563250). to search for eigenvalues was first sought the value of the Jacobian matrix in advance, the value of the matrix jacobiannya

$$J = \begin{bmatrix} -0.00001005660281 & -0.00000023869178610 & 0 \\ 0 & -0.9400788893 & 0.05430565517 \\ 0 & 0.0002647427796 & -0.05 \end{bmatrix}$$

The next search for eigenvalues by $|\lambda I - J| = 0$, so that the values obtained eigennya $\lambda_1 = -0.00001005660281$, $\lambda_2 = -0.940094$, and $\lambda_3 = -0.049984$. Since all eigen values have negative real part is asymptotic stable fixed point.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika sebagai ilmu hitung bukan hanya menghitung angka-angka tetapi juga dapat digunakan untuk membaca keadaan-keadaan yang terjadi dalam kehidupan sosial, ekonomi, kesehatan dan lainnya. Matematika merupakan dasar ilmu pengetahuan (*basic of science*) yang dewasa ini sangat berkembang pesat baik konsep, teori, maupun aplikasinya. Dalam kehidupan sehari-hari banyak permasalahan yang harus diselesaikan oleh setiap orang untuk mempertahankan dan memperbaiki kualitas hidupnya. Tetapi tidak banyak yang menyadari bahwa dibalik kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi yang menghemat tenaga, sumber daya dan pikiran itu sangat membutuhkan peranan matematika.

Dalam al-Qur'an umat Islam dianjurkan untuk bersungguh-sungguh pada pencarian ilmu pengetahuan. Hal ini karena dunia sekarang dan masa depan, adalah dunia yang dikuasai oleh ilmu pengetahuan dan teknologi. Siapapun yang menguasai keduanya, maka secara lahiriah akan menguasai dunia. Bahkan wahyu pertama Al-Qur'an yang diturunkan kepada Nabi Muhammad SAW adalah perintah menuntut ilmu pengetahuan dan menekankan pentingnya arti belajar dalam kehidupan umat manusia, yaitu surat Al-Alaq ayat 1-5, yang berbunyi:

ٱقۡرَأۡ بِٱسۡمِ رَبِّكَ ٱلَّذِي خَلَقَ ﴿١﴾ خَلَقَ ٱلۡإِنسَٰنَ مِنۡ عَلَقٍ ﴿٢﴾ ٱقۡرَأۡ وَرَبُّكَ ٱلۡأَكۡرَمُ ﴿٣﴾ ٱلَّذِي عَلَّمَ بِٱلۡقَلَمِ ﴿٤﴾ عَلَّمَ ٱلۡإِنسَٰنَ مَا لَمۡ يَعۡلَمۡ ﴿٥﴾

Artinya: 1. Bacalah dengan (menyebut) nama Tuhanmu yang Menciptakan, 2. Dia Telah menciptakan manusia dari segumpal darah. 3. Bacalah, dan Tuhanmulah yang Maha pemurah, 4. Yang mengajar (manusia) dengan perantaran kalam, 5. Dia mengajar kepada manusia apa yang tidak diketahuinya.

Dari ayat tersebut diawali dengan "*iqra*" yang berarti "bacalah". Istilah ini berarti membaca dengan mendalam, menyelidiki dan memahami alam yang diciptakan oleh Tuhan. Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan oleh Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi. Sungguh tidak salah jika dinyatakan bahwa Allah adalah maha matematis (Abdussakir, 2007:79-80). Allah berfirman dalam surat Al-Qamar: 49 yang berbunyi:

إِنَّا كُلَّ شَيۡءٍ خَلَقۡنَٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

Artinya: "Sesungguhnya kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran".

Semua yang ada di alam ini ada ukurannya, ada hitungannya, ada rumusnya atau ada persamaannya. Ahli matematika atau fisika tidak membuat suatu rumus sedikitpun, tetapi mereka hanya menemukan rumus atau persamaan tersebut. Rumus-rumus yang ada sekarang bukan ciptaan manusia tetapi sudah disediakan. Manusia hanya menemukan dan menyimbolkan dalam bahasa matematika, yang salah satunya dalam model matematika atau pemodelan matematika.

Model matematika adalah suatu usaha untuk menguraikan beberapa bagian yang berhubungan dengan dunia nyata ke dalam bentuk matematika. Model merupakan suatu representasi dari suatu sistem yang sedang dipelajari (dapat berupa objek, kejadian, proses atau suatu sistem) dan sebagai alat untuk meramalkan dan mengontrol. Fungsi utama dari model ialah kemampuannya untuk menjelaskan (*explanatory*) dan bukan deskriptif. Model merupakan suatu kesatuan entity yang terdiri dari bagian-bagian atau komponen-komponen yang satu sama lain saling berkaitan. Model bukanlah hal yang sesungguhnya terjadi akan tetapi hanya suatu pencerminan dari suatu kenyataan hidup (*a relection of reality*) (Didik, 2009: 1). Model matematika maupun penalaran matematika banyak digunakan oleh orang-orang pada saat ini sebagai alat bantu dalam menyelesaikan suatu permasalahan, model matematika sering di gunakan dalam ilmu biologi, fisika, kesehatan, dan ilmu-ilmu sosial.

Menurut data dari World Health Organization (WHO), jumlah penderita akibat penyakit DM yang meninggal hingga saat ini diperkirakan mencapai lebih dari 14 juta penduduk diseluruh dunia. Ironisnya, indonesia menempati urutan ke-4 terbesar dalam jumlah penderita diabetes di dunia (Mirza, 2009:10).

Dari data WHO yang dituliskan di atas merupakan suatu permasalahan yang membutuhkan suatu solusi yang tepat, agar penderita diabetes dapat berkurang, dalam Al-Qur'an telah dijelaskan bahwa Allah tidak akan merubah keadaan suatu kaum jika kaum itu tidak berusaha untuk merubahnya sendiri, yang terdapat dalam potongan surat Ar-Ra'd ayat 11 yang berbunyi:

إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُوا۟ مَا بِأَنفُسِهِمْ ۗ

Artinya: "Sesungguhnya Allah tidak akan merubah keadaan suatu kaum sehingga mereka merubah keadaannya sendiri".

Diabetes mellitus (DM) merupakan penyakit kelainan metabolisme yang disebabkan kurangnya hormon insulin. Hormon insulin dihasilkan oleh sekelompok sel beta di kelenjar pankreas dan sangat berperan dalam metabolisme glukosa dalam sel tubuh. Kadar glukosa yang tinggi dalam tubuh tidak bisa diserap semua dan tidak mengalami metabolisme dalam sel (Mirza, 2009:10).

Berdasarkan uraian tersebut, penulis tertarik untuk membahas dan mengkaji tentang glukosa dan insulin pada diabetes mellitus. Dimana penulis mengangkat tema tulisan ini dengan judul **"MODEL MATEMATIKA GLUKOSA DAN INSULIN PADA PENYAKIT DIABETES MELLITUS"**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalahnya adalah:

1. Bagaimana deskripsi model matematika glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus?
2. Bagaimana analisa model glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan tentang model matematika glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui deskripsi dari model matematika glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus.
2. Untuk mengetahui analisa model glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus.

1.4 Batasan Masalah

Pada skripsi ini difokuskan pada pembahasan dengan beberapa batasan masalah, sebagai berikut:

1. Analisa model matematika pada penyakit diabetes mellitus di sini meliputi pencarian titik tetap, nilai eigen, yang mana tidak ditentukan secara umum tetapi menggunakan parameter-parameter yang tersedia pada literatur.
2. Penyakit diabetes mellitus yang dibahas disini merupakan penyakit diabetes mellitus type 2.

1.5 Manfaat Penenlitian

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini yaitu:

1. Bagi penulis

   Agar lebih memperdalam konsep pemodelan matematika dan membuat program.

2. Bagi mahasiswa matematika

   Sebagai motivasi agar bisa mengembangkan dan menerapkan ilmu matematika kedalam bidang keilmuan lain.

3. Bagi pembaca

   Sebagai tambahan wawasam dan informasi tentang aplikasi dan pengembangan ilmu matematika.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Mengkaji, mempelajari buku-buku yang berkaitan dengan masalah penyakit diabetes mellitus, persamaan differensial, sistem persamaan differensial linier maupun non-linier, serta pemodelan matematika.
2. Adapun langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam menganalisis penelitian ini adalah sebagai berikut:
   a) Menginterpretasi persamaan model matematika pada penyakit diabetes mellitus.
   b) Menentukan titik tetap, matrik jacobian dan nilai eigen dengan cara manual maupun dengan bantuan program.

c) Simulasi numerik untuk menampilkan grafik dengan bantuan program matlab serta menginterpretasi grafik tersebut.

d) Kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah pembaca memahami tulisan ini, penulis membagi tulisan ini kedalam empat bab sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN: dalam bab ini dijelaskan latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian dan sistematika pembahasan.

BAB II KAJIAN TEORI: dalam bab ini dikemukakan toeri yang mendasari penelitian, meliputi persamaan differensial, persamaan differensial linier dan tak linier, sistem persamaan differensial, titik tetap, nilai eigen, model matematika, diabetes mellitus, dan kajian keislaman tentang keseimbangan dan penyakit.

BAB III PEMBAHASAN: Pada bab ini dibahas interpretasi persamaan model matematika glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus, titik tetap, matrik jacobian, nilai eigen, penentuan nilai parameter, simulasi numerik, dan kajian agama model matematika glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus terhadap keseimbangan dalam prespektif Islam.

BAB IV PENUTUP: dalam bab ini dikemukakan kesimpulan akhir penelitian dan diajukan beberapa saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Differensial

Definisi 1:

Sebuah persamaan yang mengandung derivative atau differensial dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas disebut persamaan differensial (PD). Jika hanya satu variabel bebasnya, maka disebut PD biasa. Sedangkan jika variabel bebasnya lebih dari satu maka persamaannya disebut PD parsial (Baiduri, 2002: 2).

Contoh 1:

1. $\frac{dy}{dx} + xy = 3$

2. $\frac{d^3y}{dx^3} + 2xy = e^x$

3. $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} = u$

4. $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + 2u = 0$

Pada contoh nomor 1 dan 2 merupakan persamaan differensial biasa, x merupakan variabel bebas dan y merupakan variabel terikat. Sedangkan contoh 3 dan 4 xmerupakan persamaan differensial parsial, variabel terikatnya u dan variabel bebasanya x dan t .

2.2 Persamaan Differensial Linier dan Persamaan Differensial Non Linier

Definisi 2:

Persamaan differensial linier adalah persamaan differensial yang berpangkat satu dalam peubah bebas dan turunan-turunannya, yaitu persamaan differensial yang dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$a_0(x)\frac{d^n y}{dx^n}+a_1(x)\frac{dy}{dx}+a_n(x)y=f(x)$$

Diasumsikan bahwa $a_0, a_1, \ldots, a_n$ dan fungsi-fungsi $f(x)$ merupakan fungsi-fungsi yang kontinu pada suatu selang I dan koefisien pertama $a_n(x)\neq 0$ untuk setiap $x\in I$.

Sedangkan Persamaan differensial yang bukan persamaan differensial linear disebut *persamaan differensial non linier.*

Dengan demikian persamaan differensial $F\left(x, y', y'', y''', y^{(4)}, \ldots, y^{(m)}\right)=0$ adalah persamaan differensial tak linier, jika salah satu dari yang berikut dipenuhi oleh F :

1. F tidak berbentuk polinom dalam $F\left(x, y', y'', y''', y^{(4)}, \ldots, y^{(m)}\right)=0$
2. F tidak berbentuk polinom berpangkat lebih dari 2 dalam $F\left(x, y', y'', y''', y^{(4)}, \ldots, y^{(m)}\right)=0$ (Pamuntjak dkk, 1990:1-15).

Contoh 2:

1. $yy'+xy''=0$ persamaan differensial tak linier karena $F(x, y', y'')=yy'+xy''$ polinom berpangkat dua dalam x, y', y''.

2. $\sin xy\dfrac{dy}{dx}+\cos\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)=0$ adalah persamaan tak linier, karena F tak berbentuk polinom dalam $y,\dfrac{dy}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

2.3 Sistem Persamaan Differensial Linier dan Sistem Persamaan Differensial Non Linier.

Sistem persamaan differensial linier adalah persamaan yang terdiri lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Sistem dari dua persamaan differensial dengan dua fungsi yang tidak diketahui berbentuk:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=a_{11}(t)x_1+a_{12}(t)x_2+f_1(t)\\ \ddot{x}_2&=a_{21}(t)x_1+a_{22}(t)x_2+f_2(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Dimana koefisien $a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}$ dan f_1,f_2 merupakan fungsi t yang kontinu pada suatu selang I dan x_1,x_2 adalah fungsi t yang tak diketahui. Persamaan (2.1) memiliki penyelesaian eksplisit jika koefisien-koefisien a_{11},a_{12},a_{21} dan a_{22} semuanya konstanta.

Sistem persamaan differensial linier dengan n buah fungsi-fungsi yang tak diketahui berbentuk:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=a_{11}(t)x_1+a_{12}(t)x_2+\ldots+a_{1n}(t)x_n+f_1(t)\\ \ddot{x}_2&=a_{21}(t)x_1+a_{22}(t)x_2+\ldots+a_{2n}(t)x_n+f_2(t)\\ &\vdots\\ \dot{x}_{n1}&=a_{n1}(t)x_1+a_{n2}(t)x_2+\ldots+a_{nn}(t)x_n+f_n(t)\end{aligned}\tag{2.2}$$

atau secara singkat:

$$\dot{x}_1 = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(t)\, x_i + f_i(t) \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Sistem persamaan differensial tak linier adalah persamaan yang terdiri dari lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Sistem dari dua persamaan differensial tak linier dengan dua fungsi yang tak diketahui berbentuk:

$$\dot{x} = ax + by + F(x, y)$$
$$\dot{y} = cx + dy + G(x, y)$$

dimana $ad - bc \neq 0$.

Dalam menyelesaikan sistem persamaan differensial linier dan sistem persamaan differensial tak linier juga dapat menggunakan metode eksplisit yang diperluas sesuai dengan tingkat kesukaran, yaitu dengan metode eliminasi (metode penyelesaian sistem persamaan differensial dalam dua fungsi yang tak diketahui dan dengan koefisien konstant) dan metode matriks (metode penyelesaian sistem persamaan differensial dalam n buah fungsi yang tak diketahui dan dengan keofisien konstant). Persamaan differensial tak linier dan sistem persamaan differensial tak linier seringkali muncul dalam penerapan. Tetapi, hanya beberapa tipe persamaan differensial linier dan persamaan differensial tak linier (sebagai contoh: terpisah, homogen, eksak) yang dapat diselesaikan secara eksplisit.

2.4 Titik Tetap dan Teorema Titik Tetap

Definisi 3:

Titik tetap dari suatu pemetaan $T: M \to M$ dari sebuah himpunan M pada dirinya sendiri adalah suatu titik $m \in M$ yang dipetakan pada dirinya sendiri oleh pemetaan tersebut. Dengan kata lain dibuat tetap oleh pemetaan tersebut T dan dinotasikan sebagai berikut: $Tm = m$ (Musta'adah, 2004:7).

Contoh 3:

$f(x) = \sqrt{x+2}$ mempunyai titik tetap $x = 2$

$$\begin{aligned} f(2) &= \sqrt{2+2} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

jadi dapat disimpulkan $Tx = x$

Teorema 1:

Misalkan g suatu fungsi kontinu yang memetakan $[a,b]$ ke dirinya sendiri yakni, yang memenuhi $a \le x \le b$. Maka g paling sedikit mempunyai satu titik tetap r pada $[a,b]$. Jika g dapat didefinisikan dan memenuhi $|g'(x)| \le M < 1$ untuk semua x pada $[a,b]$, M merupakan suatu konstanta, maka titik tetap tersebut adalah tunggal dan algoritma.

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad x_1 \text{ in } [a,b]$$

menghasilkan suatu baraisan yang konvergen ke r selama $n \to \infty$ (Purcell, 1995:530).

2.5 Matriks Jacobian

Definisi 4:

Metode iterasi jacobian adalah metode penyelesaian persamaan serentak melalui proses iterasi dengan menggunakan persamaan:

$$x_i^{(n+1)} = \frac{h_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(n)}, \quad j \neq i.$$

Keuntungan metode jacobian adalah langkah penyelesaian yang sederhana dibandingkan dengan invers dan determinan natriks dan metode dekomposisi L-U, sedangkan keterbatasannya adalah:

1. Proses iterasi lambat, terutama untuk persamaan linier serentak orde tinggi
2. Metode ini hanya dapat digunakan untuk menyelesaiakn persamaan serentak orde tinggi yang memenuhi persamaan

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1}^{n} |a_{ii}|, \quad i = 1, 2, \ldots, n \qquad j \neq 1$$

Metode Jacobi diterapkan terhadap sistem linier dari n persamaan dan n bilangan tak diketahui. Misalnya sistem persamaan secara umum sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \quad &\ \ \vdots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n &= b_n
\end{aligned} \qquad (2.3)$$

Untuk memulai maka tulis kembali sistem di atas dengan menggunakan pemecahan persamaan pertama untuk x_1 dalam suku bilangan tak diketahui selebihnya, kemudian dengan memecahkan persamaan kedua untuk x_2 dalam suku-suku bilangan tak diketahui selebihnya, selanjutnya dengan memecahkan persamaan ketiga untuk x_3 dalam suku-suku bilangnan tak diketahui dan seterusnya. Kemudian menghasilkan:

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \ldots - a_{1n}x_n\right)$$
$$x_2 = \frac{1}{a_{22}}\left(b_2 - a_{22}x_2 - a_{23}x_3 - \ldots - a_{2n}x_n\right)$$
$$\vdots$$
$$x_n = \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots - a_{nn-1}x_{n-1}\right) \tag{2.4}$$

Untuk mengetahui aproksimasi terhadap pemecahan (2.3) yang diketahui, nilai aproksimasi dipindahkan ke ruas kanan (2.4). Jika tidak menemukan nilai aproksimasi yang lebih baik, maka dapat menggunakan $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0,$ dan seterusnya (Ummi, 2009: 24-25).

2.6 Nilai Eigen, Vektor Eigen, dan Diagonalisasi

Definisi 5:

Jika A adalah matriks $n \times n$, maka sebuah vektor taknol x pada $\boldsymbol{R}^n$ disebut vektor eigen (*eigen vector*) dari A jika Ax adalah sebuah kelipatan skalar dari x; yaitu:

$$Ax = \lambda x \tag{2.5}$$

Untuk skalar sebarang λ, skalar λ disebut nilai eigen (*eigen value*) dari *A*, dan x disebut vektor eigen yang terkait dengan λ (Anton, 2004:384).

Untuk memperoleh nilai eigen matriks A yang berukuran $n \times n$ maka tulis kembali $Ax = \lambda x$ sebagai

$$Ax = \lambda Ix \tag{2.6}$$

Atau secara ekuivalen

$$(\lambda I - A)x = 0 \tag{2.7}$$

Agar λ menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi taknol dari persamaan tersebut. Akan tetapi persamaan (2.6) mempunyai solusi tak nol jika dan hanya jika

$$\det(\lambda I - A) = 0 \tag{2.8}$$

Persamaan tersebut disebut persamaan karakteristik matriks A; skalar-skalar yang memenuhi persamaan ini adalah nilai eigen dari A. Jika diperluas, maka $\det(\lambda I - A)$ adalah sebuah polynomial p dalam variabel λ yang disebut *polinomial karakteristik* matriks A.

Jika A adalah matriks $n \times n$ maka polinomial karakteristik A memiliki derajat n dan koefisien λ^n adalah 1. Jadi polinomial karakteristik dari matriks $n \times n$ mempunyai bentuk

$$\det(\lambda I - A) = \lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + \ldots + c_n \tag{2.9}$$

Contoh 4:

Vektor $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ adalah vektor eigen dari $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$

bersesuaian dengan nilai eigen $\lambda = 3$, karena

$$Ax = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} = 3x$$

Definisi 6:

Matriks persegi A dapat didiagonalisasi (*diagonalizable*) jika terdapat matriks P yang *invertable* sehingga $P^{-1}AP$ diagonal; matriks P dikatakan mendiagonalisasi A (Anton, 1997:277).

Contoh 5:

Carilah matriks yang mendiagonalkan

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Pemecahan: persamaan karakteristik dari A adalah $(\lambda-1)(\lambda-2)^2 = 0$, sehingga nilai-nilai eigen dari A adalah $\lambda = 1$ dan $\lambda = 5$. Jadi diperoleh dua ruang eigen dari A.

Menurut definisi:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

adalah vektor eigen A yang bersesuaian dengan λ jika dan hanya jika x adalah pemecahan tak trivial dari $(\lambda I - A)x = 0$, yakni dari

$$\begin{bmatrix} \lambda-3 & 2 & 0 \\ 2 & \lambda-3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

jika $\lambda = 5$, maka (2.6) menjadi:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

dengan memecahkan sistem ini maka akan menghasilkan

$x_1 = -s \quad x_2 = s \quad x_3 = t$

jadi vektor-vektor eigen A yang bersesuaian dengan $\lambda = 5$ adalah vektor-vektor tak nol yang berbentuk

$$x = \begin{bmatrix} -s \\ s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s \\ s \\ t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = s\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

karena

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

adalah vektor-vektor bebas linier, maka vektor-vektor tersebut akan membentuk basis untuk ruang eigen yang bersesuaian dengan $\lambda = 5$.

Jika $\lambda = 1$, maka (2.10) menjadi

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

dengan memacahkan siatem ini akan menghasilkan

$x_1 = t \quad x_2 = t \quad x_3 = 0$

Jadi, vektor-vektor eigen yang bersesuaian dengan $\lambda = 1$ adalah vektor-vektor taknol yang berbentuk

$$t = \begin{bmatrix} t \\ t \\ 0 \end{bmatrix} = t\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

sehingga

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

adalah basis untuk ruang eigen yang bersesuaian dengan $\lambda = 1$.

Dari perhitungan di atas didapatkan nilai-nilai eigen A adalah $\lambda = 1$ dan $\lambda = 5$.

$$P_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } P_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

membentuk sebuah basis untuk ruang eigen yang bersesuaian dengan $\lambda = 5$.

$$P_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

adalah sebuah basis untuk ruang eigen yang bersesuaian dengan $\lambda = 1$.

Sehingga

$$P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

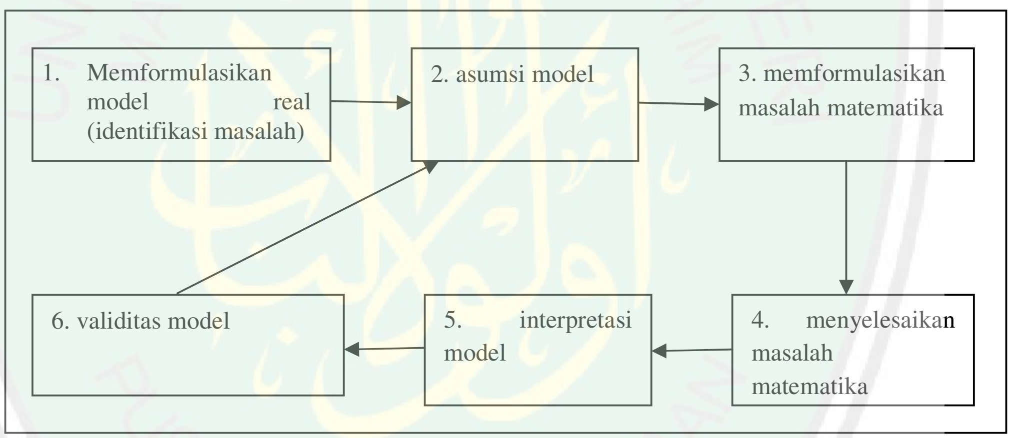
akan mendiagonalkan *A*, yaitu:

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.7 Model Matematika

Model adalah suatu konsep atau objek yang digunakan untuk menggambarkan suatu kenyataan untuk mendapatkan suatu bentuk yang dapat dipahami. Model matematika adalah suatu model yang bagian-bagiannya mendapatkan konsep matematika, seperti variabel, konstanta, fungsi, persamaan, pertidaksamaan dan sebagainya (Mayer, 1985:2).

Dalam bagian ini disajikan proses formulasi fenomena/kelakuan dunia nyata dalam bentuk matematika. Langkah dalam pemodelan masalah dunia nyata diilustrasikan dalam diagram berikut:



Gambar 2.1: langkah dalam pemodelan matematika
(sumber: Baiduri, Persamaan Differensial & Matematika Model, 2002)

Langkah-langkah pemodelan dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Identifikasi masalah yaitu mampu memehami masalah yang akan dirumuskan sehingga dapat ditranslasi kedalam bahasa matematika.
2. Asumsi model, dengan cara menyederhanakan banyaknya faktor yang berpengaruh terhadap kejadian yang sedang diamati dengan mengasumsi hubungan sederhana antar variabel.

3. Mengformulasikan model. Merumuskan model matematika dengan mengenali dan menamai variabel bebas dan tak bebas, membuat anggapan yang menyederhanakan kejadian seperlunya sehingga membuatnya dapat tertelusuri secara matematika. Menerapkan matematika yang kita ketahui pada model matematika yang telah dirumuskan dengan tujuan mendapatkan kesimpulan.
4. Menyelesaikan model. Setelah model diperoleh kemudian diselesaikan secara matamatis, dalam hal ini model yang digunakan dan penyelesaiannya menggunakan persamaan differensial.
5. Interpretasi solusi. Apabila pemodel mengalami kesulitan untuk menyelesaikan model dan interpretasi model, maka kembali ke langkah 2 dan membuat asumsi sederhana tembahan atau kembali ke langkah 1 untuk membuat definisi ulang dari permasalahan.
6. Validasi model. Sebelum menyimpulkannya ke kejadian dunia nyata dari hasil model yang didapat, maka terlebih dahulu model tersebut diuji dengan menggunakan beberapa pertanyaan yang diajukan sebelum melakukan uji dan pengumpulan data, yaitu: 1). Apakah model menjawab masalah yang telah diidentifikasi?, 2). Apakah model membuat pemikiran yang sehat?, 3). Apakah data (sebaliknya menggunakan data aktual yang diperoleh dari observasi empirik) dapat dikumpulkan untuk menguji dan mengoperasikan model dan apakah memenuhi syarat untuk diuji (Vivi Aida, 2009:23-24).

2.8 Metode Numerik untuk Persamaan Differensial Biasa

Penyelesaian persamaan differensial adalah suatu fungsi yang memenuhi persamaan differensial dan juga memenuhi kondisi awal yang diberikan pada persamaan tersebut. Di dalam penyelesaian umum yang mengandung konstanta sebarang dan kemudian mengevaluasi konstanta tersebut sedemikian sehingga hasilnya sesuai dengan kondisi awal. Metode penyelesaian persamaan differensial terbatas pada persamaan-persamaan dengan bentuk tertentu dan biasanya hanya untuk menyelesaikan persamaan linier dengan koefisien konstant.

Metode penyelesaian numerik tidak ada batasan mengenai bentuk persamaan differensial. Penyelesaian berupa tabel nila-nilai numerik dari fungsi untuk berbagai variabel bebas. Penyelesaian suatu persamaan differensial dilakukan titik-titik yang ditentukan secara berurutan. Untuk mendapatkan hasil tersebut dibuat semakin kecil.

Metode numerik yang digunakan oleh penulis dalam memecahkan sistem persamaan yang akan dibahas adalah Metode Runga Kutta. Dan berikut adalah penjelasannya.

Metode Runga Kutta adalah alternatif lain dari Metode Deret Taylor yang tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindarkan keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan mengevaluasi fungsi $f(x, y)$ pada titik terpilih dalam setiap selang. Metode

Runga Kutta adalah metode PDB yang paling popular karena banyak dipakai dalam praktek.

Bentuk umum dari Metode Runga Kutta orde-*n* adalah:

$$y_{r+1} = y_r + a_1k_1 + a_2k_2 + \cdots + a_nk_n \tag{2.11}$$

Dengan $a_1, a_2, \cdots, a_n$ adalah tetapan, dan

$$\begin{aligned}
k_1 &= hf\left(x_r, y_r\right) \\
k_2 &= hf\left(x_r p_1 h, y_r + q_{11}k_1\right) \\
k_3 &= hf\left(x_r p_2 h, y_r + q_{11}k_1 + q_{22}k_2\right) \\
&\cdots \\
k_n &= hf\left(x_r p_{n-1} h, y_r + q_{n-1,1}k_1 + q_{n-1,2}k_2 + \cdots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}\right)
\end{aligned}$$

Nilai a_i, p_i, q_{ij} dipilih sedemikian rupa sehingga menimbulkan galat perlangkah dan persamaan (2.11) akan sama dengan metode deret taylor dari orde setinggi mungkin (Rinaldi, 2008: 384-385).

2.9 Diabetes Mellitus

2.9.1 Pengertian Diabetes Mellitus

Diabetes mellitus (DM) merupakan penyakit kelainan metabolisme yang disebabkan kurangnya hormon insulin. Hormon insulin dihasilkan oleh sekelompok sel beta di kelenjar pankreas dan sangat berparan dalam metabolisme glukosa dalam sel tubuh.

Diabetes mellitus (DM) juga merupakan suatu kondisi dimana kadar gula didalam darah lebih tinggi dari biasa atau normal (normal: 60mg/dl sampai 145mg/dl) karena tubuh tidak dapat melepaskan atau menggunakan hormon insulin secara cukup. Kadar glukosa yang tinggi dalam tubuh tidak bisa diserap semua dan tidak mengalami metabolisme dalam sel. Akibatnya, seseorang akan kekurangan energi, sehingga mudah lelah dan berat badan terus turun. Kadar glukosa yang berlebih tersebut dikeluarkan melalui ginjal dan dikeluarkan bersama urine. Gula memiliki sifat menarik air sehingga menyebabkan seseorang banyak mengeluarkan urine dan selalu merasa haus (Mirza, 2009: 33-35).

2.9.2 Macam-macam Diabetes Mellitus

Diabetes mellitus (DM) dibagi menjadi dua, yaitu:

1. **Diabetes Mellitus Yang Tergantung Pada Insulin (IDDM Atau Diabetes Type 1)**

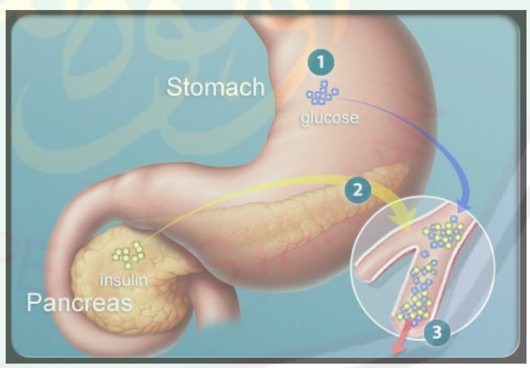
   Diabetes mellitus tipe I ini adalah gangguan autoimun dimana terjadi penghancuran sel-sel beta pankreas penghasil insulin. pasien biasanya berusia dibawah 30 tahun, mengalami onset akut penyakit ini, tergantung pada terapi insulin, dan cenderung lebih mudah mengalami *ketosis* (David, 2005 : 177).

   Saat ini penyakit diabetes tipe I ini tidak dapat dicegah. Diet dan olahraga pun tidak bisa menyembuhkan ataupun mencegah diabetes tipe I. diabetes tipe I hanya dapat dioabati dengan menggunakan insulin, dengan pengawasan yang teliti terhadap tingkat glukosa darah melalui alat monitor pengujian darah. Pengobatan dasar diabetes tipe I, bahkan untuk tahap paling awal sekalipun, adalah penggantian insulin (Mirza, 2009: 44-45).

2. Diabetes Mellitus Tidak Yang Tergantung Pada Insulin (NIDDM Atau Diabetes Type II)

Diabetes mellitus tipe II adalah bentuk yang lebih sering dijumpai, meliputi sekitar 90% pasien yang menyandang diabetes. Pasien diabetes khasnya menderita obesitas, dewasa dengan usia lebih tua dengan gejala ringan sehingga penegakan diagnosis bisa saja baru dilakukan setelah ditemukannya komplikasi seperti retinopati atau penyakit kardiovaskular (David, 2005 : 177).

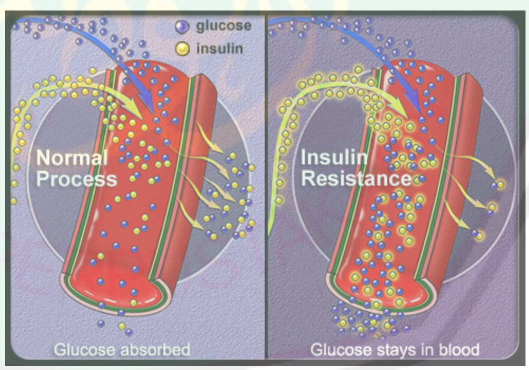
Diabetes mellitus type 2 menyerang orang dari segala usia, dan gejala awalnya tidak diketahui, bahkan orang kadang tidak sadar bahwa dirinya telah terkena penyakit diabetes mellitus type 2.



Gambar 2.2 Tentang Proses Insulin

Gambar diatas merupakan gambaran tentang proses insulin yang ada dalam tubuh dimana terdapat perubahan glukosa menjadi energi. Keterangan pertama menyebutkan bahwa apabila setelah makan maka perut istirahat dan makanan yang mengandung karbohidrat ke dalam gula, termasuk glukosa. Kedua glukosa memasuki aliran darah dan merangsang pelepasan insulin dari pankreas. Ketiga insulin dan glukosa berjalan kedalam darah yang ada diseluruh sel-sel tubuh. Dan insulin memungkinkan glukosa untuk memasuki sel dan digunakan sebagai bahan bakar, dan kelebihan glukosa akan disimpan didalam hati.

Pada diabetes mellitus type 2 sel-sel tidak dapat menyerap glukosa dengan baik, berarti kadar glukosa dalam darah menjadi tinggi. Dengan resistensi insulin, maka tubuh membuat insulin yang berlebihan tapi otot, dhati dan sel-sel lemat tidak merespon insulin dengan baik, lama kelamaan diabetes type 2 tidak terkendali dan pankreas akan mengurangi jumlah insulin yang dihasilkan. Dapat dilihat pada gambar dibawah ini:



Gambar 2.3 Proses Glukosa-Insulin pada Saat Normal dan Abnormal.

Penderita diabetes mellitus type 2 rawan terhadap hal-hal dibawah ini:

a. Haus (*thirst*)

b. *Headaches*

c. Infeksi (*infections*)

d. *Erectile Dysfunction*

Salah satu hal yang dapat mencegah diabetes mellitus type 2 adalah mengubah kondisi hidup dan harus sering dicegah karena dapat menurunkan resiko, atau ikut panduan yang sama untuk menangkal penyakit jantung. Atau dengan cara:

a. Makan makanan yang sehat.
b. Olah raga lima hari dalam seminggu selama kurang lebih 30 menit.
c. Menjaga berat badan yang sehat.
d. Konsultasi dengan dokter tentang diskrining untuk pradiabetes pada pradiabetes, perubahan gaya hidup dan obat-obatan dapat membantu mencegah berkembangnya diabetes mellitus type 2 (http://www.medicinet.com/script/article diakses pada 03-11-2010).

Selain dua macam diabetes diatas ada juga diabetes mellitus *gestasional* atau diabetes yang terjadi pada kehamilan, diabetes ini terjadi pada seseorang yang baru menderita penyakit diabetes mellitus setelah ia hamil, yang mana sebelumnya kadar glukosa darahnya selalu normal.

Berbagai faktor penyulit yang terjadi akibat kehamilan disertai diabetes mellitus antara lain keracunan kehamilan (*preeklampsia*) yang berat, air ketuban yang berlebihan (*hidramnion*), naiknya tekanan darah (*hipertensi*), janin yang tumbuh besar (*makrosomia*), kematian janin dalam kandungan, gawat janin, kelainan bawaan (*kongenital*), dan lain sebagainya (Setiawan, 2007:15).

2.9.3 Penyebab Diabetes Mellitus

Diabetes mellitus disebabkan karena berkurangnya produksi dan ketersediaan insulin dalam tubuh atau terjadinya gangguan fungsi insulin yang sebenarnya berjumlah cukup. Kekurangan insulin disebabkan adanya kerusakan sebagian kecil atau sebagian besar sel-sel beta pulau *langerhands* dalam kelanjar pankreas yang berfungsi menghasilkan insulin. Beberapa faktor yang menyebabkan diabetes mellitus adalah sebagai berikut:

1. Genetik atau faktor keturunan.
2. Virus dan bakteri.
3. Bahan toksis atau beracun.
4. Nutrisi yang berlebihan.
5. Kadar kortikosteroid yang tinggi.
6. Kehamilan diabetes gestasional, yang mana diabetes ini akan hilang setelah melahirkan.
7. Obat-obatan yang dapat merusak pankreas.
8. Racun yang mempengaruhi pembentukan atau efek dari insulin.

Penderita diabetes mellitus dapat mengalami berbagai komplikasi jangka panjang apabila diabetesnya tidak dikelola dengan baik. Komplikasi yang sering terjadi dan mematikan adalah serangan jantung dan stroke.

Untuk mencegah atau memperlambat timbulnya komplikasi, sangat penting jika melakukan perawatan non-farmakologis berikut ini:

1. Menjaga agar kadar glukosa dalam darah tetap normal.
2. Tidak merokok
3. Memakan makanan yang seimbang, kadar lemak yang rendah, kadar garam yang rendah, dan kadar serat yang tinggi (komplek karbohidrat).
4. Periksa kedokter secara teratur mengenai kadar kolesterol dan tekanan darah.
5. Berolah raga secara teratur, yang mana merupakan salah satu bagian terpenting dalam pengolahan diabetes mellitus.

2.8.4 Epidemologi Diabetes Mellitus di Indonesia

Menurut survei yang dilakukan WHO, Indonesia menempati urutan ke-4 dengan jumlah penderita diabetes terbesar di dunia setelah India, Cina dan Amerika Serikat. Dengan prevalensi 8,6% dari total penduduk, diperkirakan pada tahun 1995 terdapat 4,5 juta pengidap diabetes dan pada tahun 2025 diperkirakan meningkat menjadi 12,4 juta penderita. Sedangkan dari data DepKes, jumlah pasien diabetes rawat inap maupun rawat jalan di rumah sakit menempati urutan pertama dari seluruh penyakit endokrin.

Menurut DR. dr. Sidhartawan Soegondo, Sp.Pd KEMD, ketua PB PERKENI menyatakan, sesuai dengan konsensus pengolahan diabetes mellitus di Indonesia, diabetes mellitus ditetapkan pada pemeriksaan kadar glukosa darah sewaktu mencapai 200 mg/dl atau lebih pada pemeriksaan sewaktu atau kadar glukosa darah puasa mencapai 126 mg/dl (Mirza, 2009: 40-44).

2.10 Insulin

Insulin merupakan hormon yang dilepaskan oleh pankreas, yang bertanggung jawab dalam mempertahankan kadar gula darah yang normal. Insulin memasukkan gula kedalam sel sehingga bisa menghasilkan energi atau disimpan sebagai cadangan energi (Mirza, 2009: 35).

Insulin merupakan hormon yang diproduksi oleh sel beta di dalam pankreas dan digunakan untuk mengontrol kadar glukosa dalam darah. Sekresi insulin terdiri dari 2 komponen. Komponen pertama yaitu: sekresi insulin basal kira-kira 1 unit/jam dan terjadi diantara waktu makan, waktu malam hari dan keadaan puasa. Komponen kedua yaitu: sekresi insulin prandial yang menghasilkan kadar insulin 5-10 kali lebih besar dari kadar insulin basal dan diproduksi secara pulsatif dalam waktu 0,5-1 jam sesudah makan dan mencapai puncak dalam 30-45 menit, kemudian menurun dengan cepat mengikuti penurunan kadar glukosa basal. Kemampuan sekresi insulin prandial berkaitan erat dengan kemampuan ambilan glukosa oleh jaringan perifer.

Insulin berperan dalam penggunaan glukosa oleh sel tubuh untuk pembentukan energi, apabila tidak ada insulin maka sel tidak dapat menggunakan glukosa sehingga proses metabolisme menjadi terganggu. Proses yang terjadi yaitu karbohidrat dimetabolisme oleh tubuh untuk menghasilkan glukosa, glukosa tersebut selanjutnya diabsorbsi di saluran pencernaan menuju ke aliran darah untuk dioksidasi di otot skelet sehingga menghasilkan energi. (http://yosefw.wodpress.com/2007/12/31/pengguna-insulin-pada-pasien-diabetes-mellitus/ diakses 05-02-2010).

2.11 Glukosa

Glukosa adalah gula. Glukosa diuraikan dalam sel untuk menghasilkan tenaga. Gula darah meningkat setelah makan atau minum sesuatu yang bukan air putih biasa. Tingkat glukosa yang tinggi, yang disebut *hiperglisemia*, merupakan tanda penyakit diabetes mellitus. Gula darah yang tinggi lambat laun dapat merusak mata, saraf, ginjal, atau jantung. Kadar yang tinggi ini disebabkan oleh efek samping *protease inhibitor* (PI).

Gula darah yang rendah, yang disebut *hipoglisemia*, dapat menyebabkan kelelahan. Sedangkan gula darah yang tinggi dapat berarti bahwa pankreas kita tidak membuat cukup insulin atau jumlah insulin cukup namun tubuh kita tidak bereaksi secara normal disebut *resistensi insulin*.

Glukosa masuk kedalam sel-sel kelebihannya dibersihkan dari darah dalam waktu dua jam. Jika tubuh tidak memproduksi insulin dalam jumlah yang cukup atau insulin yang tersedia tidak bekerja sebagaimana mestinya, maka sel-sel tidak dapat terbuka, dan ini akan menyebabkan glukosa terkumpul dalam darah sehingga terjadilah diabetes mellitus (Mirza, 2009: 36).

2.12 Kajian al-Qur'an dan Assunnah tentang Keseimbangan dan Penyakit.

Mekanisme tubuh berjalan dengan sempurna dengan keseimbangan yang terjaga. Keseimbangan atau *homeostatis* ini diatur oleh sistem yang saling bekerja sama. Dalam Al-Qur'an surat Al-Infithar ayat 7-8, yang berbunyi:

ٱلَّذِى خَلَقَكَ فَسَوَّىٰكَ فَعَدَلَكَ ﴿٧﴾ فِىٓ أَىِّ صُورَةٍ مَّا شَآءَ رَكَّبَكَ ﴿٨﴾

Artinya: (7) Yang Telah menciptakan kamu lalu menyempurnakan kejadianmu dan menjadikan (susunan tubuh)mu seimbang, (8) Dalam bentuk apa saja yang dia kehendaki, dia menyusun tubuhmu.

Ayat diatas menerangkan bahwa makhluk itu diciptakan dalam kejadian tubuh yang seimbang. Manusia adalah makhluk yang paling indah bentuknya, sempurna ciptaannya, dan seimbang posturnya. Keindahan, kesempurnaan, dan keseimbangan tampak pada bentuk tubuhnya. Juga pada kebaradaan akal dan ruhnya, yang semuanya tersusun rapi dan sempurna dalam dirinya. Organ-organ tubuh manusia juga telah diciptakan dengan sedemikian rupa hingga dapat melakukan berbagai fungsi sebagaimana yang dapat dirasakan. Namun diantara manusia itu meskipun telah diberikan banyak karunia seperti itu, ternyata masih ada yang tidak mau bersyukur atas karunia yang diberikan padanya. Bahkan berbuat durhaka kepada Allah yang telah menciptakannya. Karena itu Allah menurunkan ayat ini sebagai pengingat bagi manusia agar manusia kembali ke jalan yang benar (Shihab, 2002).

Dalam ilmu Fisiologi, keseimbangan sangat penting dalam semua mekanisme tubuh. Termasuk dalam mekanisme keseimbangan kadar glukosa dalam darah yang berperan penting dalam aktifitas hidup seluruh sel tubuh. Jika keseimbangan ini terganggu maka akan timbul abnormalitas fungsi tubuh sehingga dapat menyebabkan penyakit.

Seperti halnya penyakit diabetes mellitus, yang mana penyakit diabetes mellitus ini merupakan penyakit dimana tubuh penderita tidak bisa secara otomatis mengendalikan tingkat gula (glukosa) dalam darahnya. Penderita diabetes tidak bisa memproduksi insulin dalam jumlah yang cukup, sehingga terjadi kelebihan gula di dalam tubuh penderita. Ketidakseimbangan dalam sistem metabolisme tubuh itulah yang dapat menimbulkan penyakit.

Firman Allah dalam surat Asy-Syu'ara' ayat 80, yang berbunyi:

وَإِذَا مَرِضْتُ فَهُوَ يَشْفِينِ ﴿٨٠﴾

Artinya: "Dan apabila Aku sakit, dialah yang menyembuhkan aku,"

Ayat diastas menerangkan bahwa semua penyakit itu datangnya dari Allah semata, maka Allah juga yang akan meneyembuhkannya. Shihab (2002), dalam Tasfir Al-Misbah menyatakan bahwa kata "*waidza maridltu*" berbeda dengan redaksi lainnya. Redaksinya menyatakan "apabila aku sakit" bukan “apabila Allah menjadikan aku sakit”. Sedangkan dalam hal penyembuhan beliau secara tegas menyatakan bahwa yang melakukannya adalah Allah. Dengan demikian terlihat dengan jelas bahwa segala sesuatu yang buruk seperti penyakit tidaklah pantas disandarkan kepada Allah. Sedangkan penyembuhan penyakit adalah hal yang terpuji sehingga pantas untuk disandarkan kepada Allah. Namun perlu digaris bawahi bukan berarti upaya penyembuhan itu sudah tidak diperlukan lagi. Bahkan Rasulullah SAW pun memerintahkan untuk berobat sebagaimana dikatakan dalam sabda beliau sebagai berikut:

لِكُلِّ داءٍ دَواءٌ ، فَإِذَا أُصِيْبَ دَواءُ الدَّاءِ بُرَأَ بِإِذْنِ عَزَّ وَجَلَّ (رواه مسلم)

Artinya: “diriwayatkan dari Jabir r.a, dari Rasulullah SAW: beliau bersabda, setiap penyakit itu ada obatnya. Apabila obat suatu penyakit setelah tepat, sembuhlah ia dengan izin Allah”(HR. Muslim).

Allah memerintahkan kepada umatnya untuk berusaha mencari berbagai obat-obatan yang dapat menyembuhkan penyakit tersebut. Karena Allah telah memberikan anugrah berupa akal yang tidak dimiliki oleh makhluk lain. Oleh karena itu jika tidak menggunakannya dengan baik misalnya untuk merenungkan ciptaan Allah di alam semesta ini, maka dapat dikatakan sebagai orang yang dhalim karena sudah menempatkan sesuatu yang tidak sesuai dengan tempatnya.

Islam sangat memperhatikan masalah makanan dan minuman. Selain harus halal, makanan dan minuman juga tidak boleh berlebih-lebihan. Makanan dan minuman yang berlebihan bukan saja menimbulkan obesitas yang berdampak menimbulkan gangguan-gangguan pada organ vital.

Misalnya tekanan darah tinggi (hipertensi), penyakit jantung, penyakit gula (diabetes), penyakit stroke, penyakit kandung kemih, penyakit encok (Dyayadi, 2007: 195).

Allah SWT berfirman dalam surat Al-A'raf ayat 31, yang berbunyi:

يَـٰبَنِىٓ ءَادَمَ خُذُوا۟ زِينَتَكُمْ عِندَ كُلِّ مَسْجِدٍ وَكُلُوا۟ وَٱشْرَبُوا۟ وَلَا تُسْرِفُوٓا۟ ۚ إِنَّهُۥ لَا يُحِبُّ ٱلْمُسْرِفِينَ ﴿٣١﴾

Artinya: "Hai anak adam, pakailah pakaianmu yang indah di setiap (memasuki) masjid, makan dan minumlah, dan janganlah berlebih-lebihan. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang berlebihan".

Apabila kasus kegemukan (obesitas) sudah mencapai taraf membatasi aktivitas otak dan tubuh merasa cepat lelah meskipun melakukan aktivitas yang ringan, maka puasa bisa menjadi terapi (Salim, 2007:20). Selain menjadi terapi untuk para penderita obesitas puasa juga digunakan untuk terapi para penderita diabetes mellitus.

Allah sebagai Zat Yang Mahatahu, sebagai pencipta manusia, dengan kasih sayang-Nya sebenarnya telah menyiapkan seperangkat "*processing machine*" atau mesin pemroses untuk menciptakan manusia-manusia sehat, bukan saja lahir, tetapi juga lesehatan batin. Dan mesin pemroses itu adalah puasa. Akan tetapi, tidak semua manusia mempercayai dan mengamalkan mesin puasa ini. Hanya orang-orang yang beriman yang tersentuh dan mau memanfaatkan mesin tersebut (Dyayadi, 2007:108). Sebagaimana dalam firman Allah, dalam surat Al-Baqarah ayat 183, yang berbunyi:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ كُتِبَ عَلَيۡكُمُ ٱلصِّيَامُ كَمَا كُتِبَ عَلَى ٱلَّذِينَ مِن قَبۡلِكُمۡ لَعَلَّكُمۡ تَتَّقُونَ ١٨٣

Artinya: "Hai orang-orang yang beriman, diwajibkan atas kamu berpuasa sebagaimana diwajibkan atas orang-orang sebelum kamu agar kamu bertakwa".

Dengan puasa dapat menurunkan kadar gula dalam darah hingga mencapai kadar yang seimbang. Dengan berpuasa maka memberikan kesempatan bagi kelenjar pankreas untuk beristirahat, sehingga pankreas pun mampu mengeluarkan insulin yang dapat menetralkan gula menjadi tepung dan lemak dikumpulkan di dalam pankreas (Dyayadi, 2007:109).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Interpretasi Model Matematika Glukosa dan Insulin Pada Penyakit Diabetes Mellitus.

Pada bagian ini akan dibahas model matematika glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus. Berdasarkan studi yang dilakukan oleh Andrea De Gaetano, dkk pada tahun 2008, didapat persamaan model matematika yang berupa sistem persamaan differensial biasa nonlinier orde 1.

Misalkan $B(t)$ adalah populasi massa sel-β terhadap waktu (t), $\eta(t)$ adalah cadangan pankreas terhadap waktu (t), $I(t)$ adalah insulin terhadap waktu (t) dan $G(t)$ merupakan glukosa terhadap waktu (t), yang pada akhirnya diperoleh asumsi-asumsi sebagai berikut:

Model dinamika yang merupakan model populasi langsung pada variasi massa sel-β sama dengan pada saat massa sel-β dikalikan dengan tingkat pertumbuhan sel-β, dan juga dikalikan dengan ε yang merupakan konstanta dan nilainya sangat kecil.

$$\frac{dB}{dt} = \varepsilon\lambda B. \tag{3.1}$$

Sel-β di sini akan menurun secara bertahap dengan bertambahnya usia. Nilai λ bisa saja dibiarkan dengan asumsi usia dan tingkat apoptosis tidak ada perubahan. Akan tetapi sifat utama dari penurunan sel-β tidak jelas karena akumulasi toksisitas glukosa atau efek yang tampak dari penurunan massa sel-β.

Pada persamaan (3.1) di atas dapat dirubah kedalam bentuk $B(t) = B_0 e^{\varepsilon\lambda t}$, karena pada sistem persamaan yang pertama yaitu pada model massa sel-β, yang mana model tersebut disebut Hukum Maltus atau Hukum Eksponensial dari pertumbuhan suatu populasi.

$$\frac{dB}{dt} = \varepsilon\lambda B$$

dengan syarat awal $B = B_0$, apabila $t = 0$

$$\frac{dB}{B} = \varepsilon\lambda dt$$

$$\int \frac{dB}{B} = \int \varepsilon\lambda dt$$

$$\ln B = \varepsilon\lambda t + C.$$

Pada saat syarat $t = 0$, $B = B_0$ akan menghasilkan $C = \ln B_0$, sehingga:

$$\ln B - \ln B_0 = \varepsilon\lambda t$$

atau

$$\ln \frac{B}{B_0} = \varepsilon\lambda t$$

Dalam bentuk eksponen, persamaan ini menjadi

$$\frac{B}{B_0} = e^{\varepsilon\lambda t}$$

atau,

$$B = B_0 e^{\varepsilon\lambda t}\,.$$

Cadangan pankreas dipengaruhi oleh perubahan glukosa yang mengandung racun dikalikan dengan glukosa dan cadangan pankreas, kemudian ditambahkan dari pemulihan pada pankreas, dan dikalikan dengan ε yang merupakan konstanta, adalah:

$$\frac{d\eta}{dt} = \varepsilon\left[-K_{\eta G}G\eta + T_{\eta}\right]. \qquad (3.2)$$

Cadangan pankreas "η" adalah tingkat replikasi maksimal pankreas dari sel-β, setiap pankreas yang sehat akan diberikan nilai tertentu dari cadangan pankreas, poliferasi yang merespon sel-β digunakan untuk peningkatan glycemia yang selalu positif . Cadangan pankreas juga bukan merupakan kuantitas tetap, melainkan bervariasi dengan waktu sehingga selalu cenderung ke arah tingkat kesetimbangan. Hyperglykemia yang berkelanjutan akan menyebabkan penurunan pada cadangan pankreas. Glukosa yang mengandung racun ($K_{\eta G}$) adalah tingkat pengaruh dari hyperglykemia konstant yang terdapat pada cadangan pankreas.

Konsentrasi glukosa puasa dipengaruhi oleh glukosa konstanta keluar sebagai dasar dari insulin yang independent, yaitu:

$$\frac{dG}{dt} = T_{gI}\,. \qquad (3.3)$$

Keberhasilan glukosa yang dipengaruhi glukosa itu sendiri dan dikalikan dengan efektivitas glukosa yang merupakan serapan insulin independent yang pertama pada laju glukosa konstant, yaitu:

$$\frac{dG}{dt} = K_{xg}G \,. \tag{3.4}$$

K_{xg} diasumsikan sebuah konstanta dimana kadar jaringan glukosa-insulin yang independend pada saat tingkat serapan yang kecil dibandingkan dengan serapan insulin dan glukosa.

Selain dipengaruhi oleh keberhasilan glukosa dan glukosa konstanta juga dipengaruhi oleh perubahan kepekaan insulin yang merupakan serapan insulin independent kedua pada laju glukosa konstant kemudian dikalikan dengan insulin itu sendiri dan glukosa, yaitu:

$$\frac{dG}{dt} = K_{xgI}IG \,. \tag{3.5}$$

Dari persamaan (3.3) sampai (3.4) dapat dibuat model laju perubahan glukosa, yaitu:

$$\frac{dG}{dt} = T_{gI} - K_{xg}G - K_{xgI}IG \,.$$

Konsentrasi insulin puasa dipengaruhi oleh replikasi cadangan pankreas yang dikalikan dengan glukosa itu sendiri kemudian juga dipengaruhi oleh penilaian terhadap pengeluaran insulin secara maksimal dan dikalikan dengan massa sel-β, yaitu:

$$\frac{dI}{dt} = h(G)T_{igB}B \,. \tag{3.6}$$

Fungsi $h(G)$ di sini menunjukkan bahwa glycemia merangsang produksi insulin oleh pankreas dengan cara sigmoidal, dan glycemia akan meningkat ketika mendekati asimtotik maksimum.

Perubahan insulin puasa dipengaruhi oleh laju tetap insulin (K_{xI}), dikalikan dengan insulin itu sendiri, yaitu:

$$\frac{dI}{dt} = -K_{xI} I \,. \tag{3.7}$$

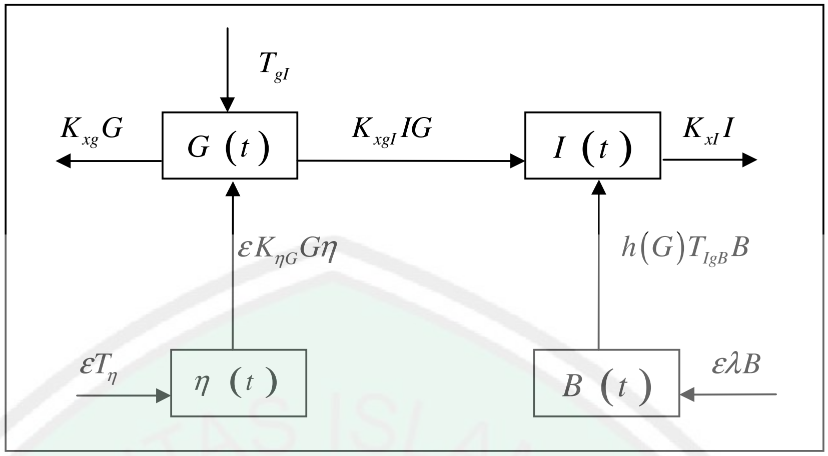
Dari persamaan (3.6) dan (3.7) dapat dibuat model laju perubahan insulin, yaitu:

$$\frac{dI}{dt} = h(G) T_{igB} B - K_{xI} I \,.$$

Dengan demikian laju perubahan $B(t), \eta(t), I(t)$, dan $G(t)$ yang memenuhi sistem persamaan differensial non linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dB}{dt} &= \varepsilon \lambda B,\ B(\mathrm{t}_0) = B_0 \\
\frac{d\eta}{dt} &= \varepsilon\left[-K_{\eta G} G(t)\eta(t) + T_\eta\right],\ \eta(t_0) = \eta_0 \\
\frac{dG}{dt} &= T_{gI} - K_{xg} G(t) - K_{xgI} I(t) G(t),\ G(t_0) = G_0 \\
\frac{dI}{dt} &= h(G) T_{igB} B(t) - K_{xI} I(t),\ I(t_0) = I_0
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Dari persamaan di atas dapat dibentuk bagan arus perpindahan dari masing-masing laju perubahan pembentukan model matematika pengaruh glukosa dan inslin pada penyakit diabetes mellitus, sebagai berikut:



Gambar 3.1 arus perpindahan dari pembentukan model

Variabel dan parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

$B(t)$ = massa sel- β

$I(t)$ = konsentrasi insulin puasa

$G(t)$ = konsentrasi glukosa puasa

$\eta(t)$ = cadangan pankreas

λ = tingkat pertumbuhan sel- β

ε = konstanta yang cukup kecil

$K_{\eta G}$ = glukosa yang mengandung racun

T_{η} = pemulihan pada penkreas

T_{gI} = glukosa konstant keluar sebagai insulin yang independent

K_{xg} = efektifitas glukosa

K_{xgI} = kepekaan insulin

h = replikasi cadangan pankreas

T_{IgB} = penilaian pengeluaran insulin secara maksimal

K_{xI} = laju tetap insulin

3.2 Penentuan Nilai Variabel dan Parameter.

Berdasarkan studi yang dilakukan oleh Andrea De Gaetano, dkk. Didapat estimasi untuk setiap parameter pada sistem persamaan (3.8) adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Nilai Syarat Awal

Variabel	Nilai	Satuan
B_0	1.000	Mc
η_0	12%	mo^{-1}
G_0	5	mM
I_0	50	pM

Tabel 3.2 Nilai Parameter

Simbol	Nilai	Satuan
λ	6	mo^{-1}
T_η	0.012	mo^{-2}
$K_{\eta G}$	0.02	mo^{-1} / mM^{-1}
T_{gI}	4.727	$mM / menit$
K_{xg}	0.94	$menit^{-1}$
K_{xgI}	0.0108	$menit^{-1} / pM$
T_{IgB}	0.00287	$pM \cdot menit^{-1} \cdot mc^{-1}$
K_{xI}	0.05	$menit^{-1}$
vh	4	-
G_h	9	mM
ε	Diasumsikan 0.0001	-

Pada sistem persamaan differensial (3.8) di atas dapat disederhanakan menjadi:

$$\frac{dB}{dt} = 0.0001 \cdot 6 \cdot B(t)$$
$$\frac{d\eta}{dt} = 0.0001\left[-0.02 \cdot G(t) \cdot \eta(t) + 0.012\right]$$
$$\frac{dG}{dt} = 4.727 - 0.94 \cdot G(t) - 0.0108 \cdot I(t)G(t)$$
$$\frac{dI}{dt} = h(G) \cdot 0.00287 \cdot B(t) - 0.05 \cdot I(t)$$

3.3 Penyelesaian Model Matematika

Sistem persamaan (3.8) dapat direduksi kedalam tiga sistem persamaan, karena pada sistem persamaan yang pertama yaitu pada model massa sel-β, yang mana model tersebut disebut hukum maltus atau hukum eksponensial dari pertumbuhan suatu populasi, sehingga model massa sel-β menjadi: $B(t) = B_0 e^{\varepsilon\lambda t}$ sehingga pada persamaan keempat nilai $B(t)$ berubah menjadi $B(t) = B_0 e^{\varepsilon\lambda t}$. Jadi hanya terdapat tiga persamaan yang akan diselesaikan hingga menemukan nilai eigen dengan harapan nilai eigen tersebut bernilai negatif sehingga sistem persamaannya stabil.

Jadi, sistem persamaan yang akan diselesaikan ada tiga sistem persamaan, yaitu:

$$\begin{aligned}
\frac{d\eta}{dt} &= \varepsilon\left[-K_{\eta G}G(t)\eta(t)+T_{\eta}\right],\ \eta(t_0)=\eta_0 \\
\frac{dG}{dt} &= T_{gI}-K_{xg}G(t)-K_{xgI}I(t)G(t),\ G(t_0)=G_0 \\
\frac{dI}{dt} &= h(G)T_{igB}B_0e^{\varepsilon\lambda t}-K_{xI}I(t),\ I(t_0)=I_0
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Untuk mencari titik tetap dari sistem persamaan (3.9) adalah jika $\frac{\eta(t)}{dt}=0,\ \frac{G(t)}{dt}=0,\ \frac{I(t)}{dt}=0$. Pada saat titik tetap diraih maka laju pertumbuhan dari tiap persamaan akan tetap. Misalkan notasi yang akan digunakan untuk titik tetap dari tiap persamaan adalah η, G, I .

Sehingga untuk sistem persamaan pertama:

$$\begin{aligned}
\frac{d\eta}{dt} &= \varepsilon\left[-K_{\eta G}G\eta+T_{\eta}\right] \\
\varepsilon\left[-K_{\eta G}G\eta+T_{\eta}\right] &= 0 \\
-\varepsilon K_{\eta G}G\eta+\varepsilon T_{\eta} &= 0 \\
-\varepsilon K_{\eta G}G\eta &= -\varepsilon T_{\eta} \\
K_{\eta G}G\eta &= T_{\eta} \\
\eta &= \frac{T_{\eta}}{K_{\eta G}G}
\end{aligned}$$

Sistem persamaan kedua:

$$\begin{aligned}
\frac{dG}{dt} &= T_{gI}-K_{xgI}G-K_{xgI}IG \\
T_{gI}-K_{xgI}G-K_{xgI}IG &= 0 \\
T_{gI}-\left(K_{xgI}-K_{xgI}I\right)G &= 0 \\
T_{gI} &= \left(K_{xgI}-K_{xgI}I\right)G \\
G &= \frac{T_{gI}}{K_{xgI}-K_{xgI}I}
\end{aligned}$$

sistem persamaan ketiga:

$$\frac{dI}{dt} = h(G)T_{igB}B_0e^{\varepsilon\lambda t} - K_{xI}I$$

$$h(G)T_{igB}B_0e^{\varepsilon\lambda t} - K_{xI}I = 0$$

$$h(G)T_{igB}B_0e^{\varepsilon\lambda t} = K_{xI}I$$

$$I = \frac{h(G)T_{igB}B_0e^{\varepsilon\lambda t}}{K_{xI}}$$

$$I = \frac{\left(\dfrac{G^{vh}}{\alpha_h + G^{vh}}\right)T_{igB}B}{K_{xI}}$$

$$I = \frac{G^{vh}T_{igB}B_0e^{\varepsilon\lambda t}}{\left(\alpha_h + G^{vh}\right)K_{xI}}$$

Titik tetap dari sistem persamaan di atas diperoleh

$$(\eta, G, I) = \left(\frac{T_\eta}{K_{\eta G}G}, \frac{T_{gI}}{K_{xgI} - K_{xgI}I}, \frac{h(G)T_{igB}B_0e^{\varepsilon\lambda t}}{K_{xI}}\right).$$

Dengan mensubtitusikan nilai parameter-parameter yang telah disajikan pada Tabel 3.2 maka nilai titik tetap dari sistem persamaan tersebut adalah:

$$(\eta, G, I) = (0.1193245893, 5.0283301405, 0.007304563250)$$

Linierisasi sistem persamaan (3.9) menggunakan matriks Jacobian, untuk mencari nilai dari matriks Jacobian maka masing-masing dari sistem persamaan dicari turunannya terlebih dahulu terhadap $\eta, G,$ dan I .

Maka:

$$\frac{\partial f_2}{\partial \eta} = -\varepsilon K_{\eta G} G$$
$$\frac{\partial f_2}{\partial G} = -\varepsilon K_{\eta G} \eta$$
$$\frac{\partial f_2}{\partial I} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \eta} = 0$$
$$\frac{\partial f_3}{\partial G} = -K_{xG} - K_{xGI} I$$
$$\frac{\partial f_3}{\partial I} = -K_{xGI} G$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \eta} = 0$$
$$\frac{\partial f_4}{\partial G} = \frac{4G^3\left(\alpha_h + G^4\right) - \left(4G^3\right)G^4}{\left(\alpha_h + G^4\right)^2} T_{igB} B_0 e^{\varepsilon \lambda t}$$
$$\frac{\partial f_4}{\partial I} = -K_{xI}$$

Dari turunan yang didapat di atas, maka dimasukkan ke dalam matriks Jacobi yang ada dibawah ini:

$$\text{matriks Jacobi} = \begin{bmatrix} \frac{d\eta}{d\eta} & \frac{d\eta}{dG} & \frac{d\eta}{dI} \\ \frac{dG}{d\eta} & \frac{dG}{dG} & \frac{dG}{dI} \\ \frac{dI}{d\eta} & \frac{dI}{dG} & \frac{dI}{dI} \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh:

$$J=\begin{bmatrix} -\varepsilon K_{\eta G}G & -\varepsilon K_{\eta G}\eta & 0 \\ 0 & -K_{xG}-K_{xGI}I & -K_{xGI}G \\ 0 & \frac{4G^3\left(\alpha_h+G^4\right)-\left(4G^3\right)G^4}{\left(\alpha_h+G^4\right)^2}T_{igB}B_0e^{\varepsilon\lambda t} & -K_{xI} \end{bmatrix}$$

Dengan memasukkan nilai parameter yang ada pada Table 3.2 pada matriks Jacobian di atas sehingga menghasilkan:

$$J=\begin{bmatrix} -0.0001\cdot 0.02\cdot G & -0.0001\cdot 0.02\cdot \eta & 0 \\ 0 & -0.94-0.0108I & -0.0108G \\ 0 & \frac{0.01645462168\cdot G^3}{6561+G^4}-\frac{0.01645462168\cdot G^7}{\left(6561+G^4\right)^2} & -0.05 \end{bmatrix}$$

Nilai titik tetap yang telah diperoleh apabila di subtitusikan ke dalam matrik Jacobian di atas, maka menjadi:

$$\alpha_1=-\varepsilon K_{\eta G}G=-0.0001\cdot 0.02\cdot 5.028301405=-0.00001005660281$$

$$\alpha_2=-\varepsilon K_{\eta G}\eta=-0.0001\cdot 0.02\cdot 0.1193245893=-0.0000002386917861 0$$

$$\alpha_3=-K_{xg}-K_{xgI}I=-0.94-\left(0.0108\cdot 0.007304563250\right)=-0.9400788893$$

$$\alpha_4=-K_{xgI}G=0.0108\cdot 5.028723404=0.05430565517$$

$$\alpha_5=\frac{0.01645462168\cdot G^3}{6561+G^4}-\frac{0.01645462168\cdot G^7}{\left(6561+G^4\right)^2}=0.0002647427796$$

$$\alpha_6=-K_{xI}=-0.05$$

sehingga:

$$J = \begin{bmatrix} -0.00001005660281 & -0.00000023869178610 & 0 \\ 0 & -0.9400788893 & 0.05430565517 \\ 0 & 0.0002647427796 & -0.05 \end{bmatrix}$$

Untuk mencari nilai eigen dari matriks Jacobian yang telah didapat maka diselesaikan dengan cara $|\lambda I - J| = 0$, dimana:

$$|\lambda I - J| = \left| \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.00001005660281 & -0.00000023869178610 & 0 \\ 0 & -0.9400788893 & 0.05430565517 \\ 0 & 0.0002647427796 & -0.05 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.00001005660281 & -0.00000023869178610 & 0 \\ 0 & -0.9400788893 & 0.05430565517 \\ 0 & 0.0002647427796 & -0.05 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \left| \begin{pmatrix} \lambda + 0.00001005660281 & 0.00000023869178610 & 0 \\ 0 & \lambda + 0.9400788893 & -0.05430565517 \\ 0 & -0.0002647427796 & \lambda + 0.05 \end{pmatrix} \right|$$

$$= (\lambda + 0.00001005660281)$$
$$\left(\lambda^2 + \lambda(0.05) + \lambda(0.9400788893) + (0.9400788893)(0.05) - (-0.05430565517)(-0.0002647427796)\right)$$

$$= (\lambda + 0.00001005660281)\left(\lambda^2 + \lambda(0.990079) + 0.047004 - 0.000014\right)$$

$$= (\lambda + 0.00001005660281)\left(\lambda^2 + 0.990079\lambda + 0.04699\right)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-0.990079 \pm \sqrt{0.980256 - 4(0.04699)}}{2}$$

$$= \frac{-0.990079 \pm \sqrt{0.792296}}{2}$$

$$= \frac{-0.990079 \pm 0.89011}{2}$$

$$\lambda_1 = \frac{-0.990079 + 0.89011}{2} = -0.940094$$

$$\lambda_2 = \frac{-0.9900790 - 0.89011}{2} = -0.049984$$

Sehingga nilai eigennya diperoleh:

$\lambda_1 = -0.00001005660281, \lambda_2 = -0.940094, \lambda_3 = -0.049984$

Karena semua nilai eigen sudah bernilai negatif pada bagian riilnya maka titik tetap tersebut adalah stabil asimtotik. Bahwa nilai dari η, G, I yang masing-masing konvergen ke nilai 0.1193245893, 5.0283301405, dan 0.007304563250.

3.4 Model Matematika Glukosa dan Insulin Pada Penyakit Diabetes Mellitus dengan Menggunakan Metode Runge Kutta.

Misal sistem persamaan (3.9) ditulis dalam bentuk berikut:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= f_1(t, x, y, z) \\ \bar{y} &= f_2(t, x, y, z) \\ \bar{z} &= f_3(t, x, y, z) \end{aligned} \tag{3.10}$$

Akan dicari solusi numerik dari persamaan (3.10) pada selang waktu $[0, t_{\text{maks}}]$. Mula-mula selang waktu tersebut didiskritisasi menjadi $n+1$ titik. Antara satu titik dengan yang lainnya memiliki ukuran langkah yang sama yaitu h. Besarnya h dihitung dengan rumus $\frac{t_{\text{maks}}}{n}$. Dari diskritisasi ini diperoleh titik-titik pada domain waktu yaitu $t_j = t_1, t_2, \ldots, t_{n+1}$. Selanjutnya untuk setiap titik dilakukan perhitungan nilai $x(t_j)$, $\mathrm{y}(t_j)$, dan $\mathrm{z}(t_j)$ yang masing-masing merupakan taksiran bagi $x(t_j)$, $\mathrm{y}(t_j)$, dan $\mathrm{z}(t_j)$.

Adapun logaritma metode Runga Kutta orde empat untuk menyelesaikan model tersebut adalah sebagai berikut:

Input : t_0 (batas bawah dari interval waktu)

t_{maks} (batas atas dari interval waktu)

N (banyaknya iterasi)

x_0 (syarat awal untuk cadangan pankreas)

y_0 (syarat awal untuk glukosa)

z_0 (syarat awal untuk insulin)

Output : x_j (taksiran nilai x pada waktu t)

y_j (taksiran nilai y pada waktu t)

z_j (taksiran nilai z pada waktu t)

Langkah-langkah:

Langkah 1. $h = \dfrac{t_{\text{maks}}}{n}$

2. (inisialisasi syarat awal)

$x_1 = x_0;\ y_1 = y_0;\ z_1 = z_0;\ t = 0$

3. Untuk $j = 1, \ldots, n$ lakukan metode runga kutta dari langkah (4) sampai (8)

4. untuk $k = 1, 2, 3$ hitung

$k_{1,k} = h^* f_k\left(t_j, x_j, y_j, z_j\right)$

5. untuk $k = 1, 2, 3$ hitung

$k_{2,k} = h^* f_k\left(t_j + h/2, x_j + k_{1,2}/2, y_j + k_{1,3}/2, z_j + k_{1,4}/2\right)$

6. untuk $k = 1, 2, 3$ hitung

$k_{3,k} = h^* f_k\left(t_j + h/2, x_j + k_{2,2}/2, y_j + k_{2,3}/2, z_j + k_{2,4}/2\right)$

7. untuk $k = 1, 2, 3$ hitung

$k_{4,k} = h^* f_k\left(t_j + h/2, x_j + k_{3,2}/2, y_j + k_{3,3}/2, z_j + k_{3,4}/2\right)$

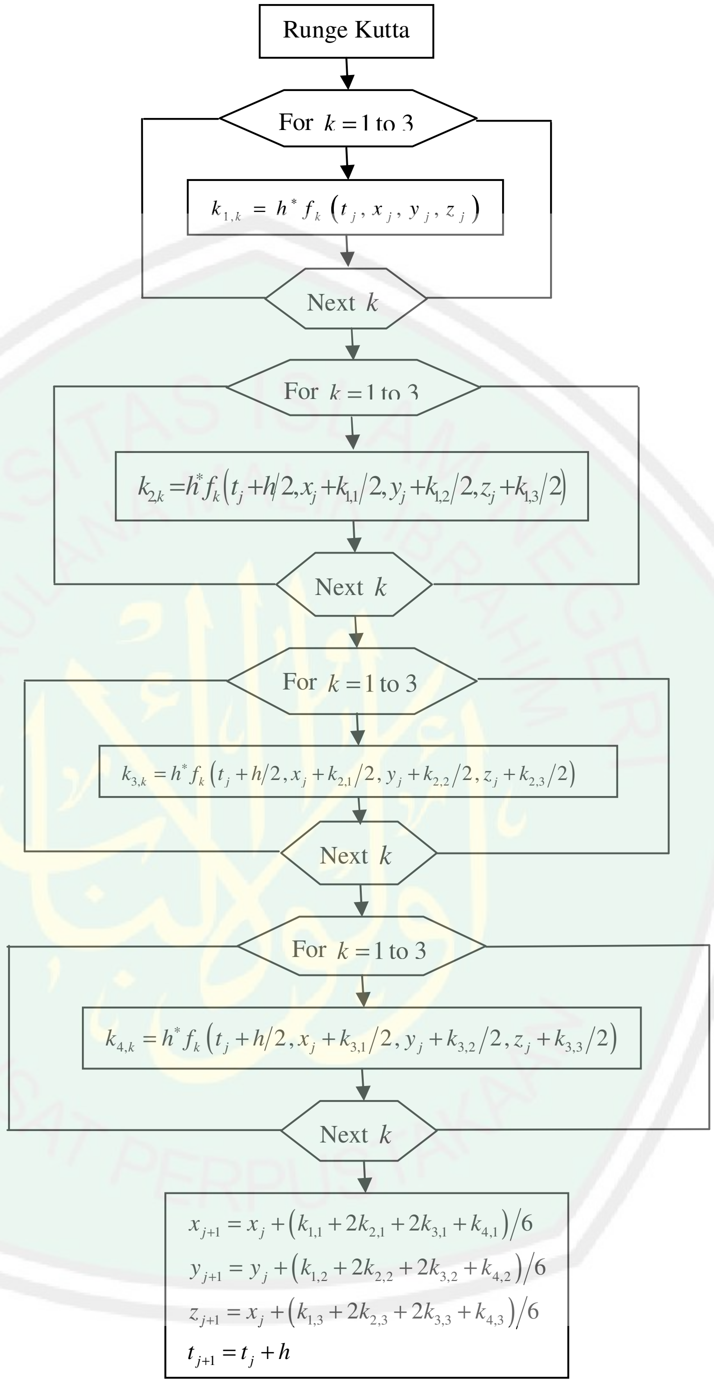
8. memperbaharui nilai x, y, z dan t

$$x_{j+1} = x_j + \left(k_{1,1} + 2k_{2,1} + 2k_{3,1} + 2k_{4,1}\right)/6$$
$$y_{j+1} = y_j + \left(k_{1,2} + 2k_{2,2} + 2k_{3,2} + 2k_{4,2}\right)/6$$
$$z_{j+1} = z_j + \left(k_{1,3} + 2k_{2,3} + 2k_{3,3} + 2k_{4,3}\right)/6$$
$$t_{j+1} = t_j + h$$

9. plot solusi numerik untuk semua $x, y,$ dan z pada domain waktu yaitu $t_j = t_1, t_2, t_3, \ldots, t_{n+1}$

10. selesai

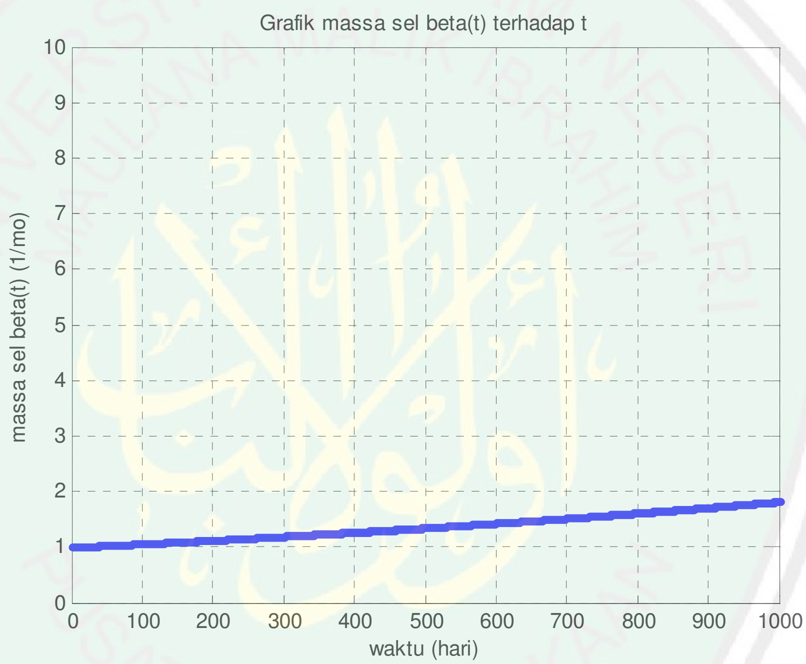
Flowchart dari metode runge kutta orde empat untuk menyelesaikan model adalah pada gambar berikut:



Gambar 3.2 Flowchart Metode Runge Kutta Orde Empat

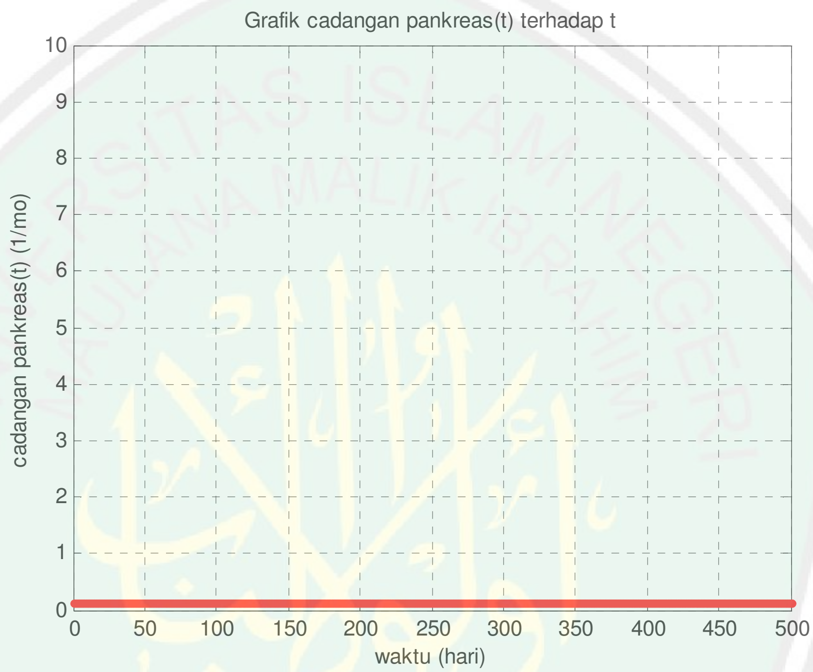
3.5 Simulasi Numerik dan Interpretasi Grafik dari Model

Dengan menggunakan bantuan program MATLAB, di bawah ini dipaparkan grafik solusi dari sistem persamaan differensial biasa non linier orde satu pada sistem persamaan (3.9). Dengan memberikan kondisi awal $B(0)=1,\ \eta(0)=0.12,\ G(0)=5,\ I(0)=50$. Dimana nilai parameter-parameternya seperti yang disajikan pada Table 3.1



Gambar 3.3. grafik populasi massa sel- β terhadap waktu t

Gambar 3.3 tersebut menggambarkan tentang perubahan massa sel-β selama 1000 hari dengan nilai parameter yang telah disajikan pada Table 3.1. Dengan nilai awal $B(0)=1$, grafik jumlah massa sel-β bergerak naik secara perlahan hingga melebihi dari nilai awalnya. Pada saat t 1000 grafik tersebut berhenti dengan nilai 3.3201 (1/mol). Karena sistem persamaan di atas merupakan populasi yang tumbuh secara eksponensial dari populasi awal, sehingga rata-rata pertumbuhan ditentukan oleh nilai λ, sehingga jika λ besar maka pertumbuhan populasi akan lebih cepat dari pada model dengan parameter λ kecil.

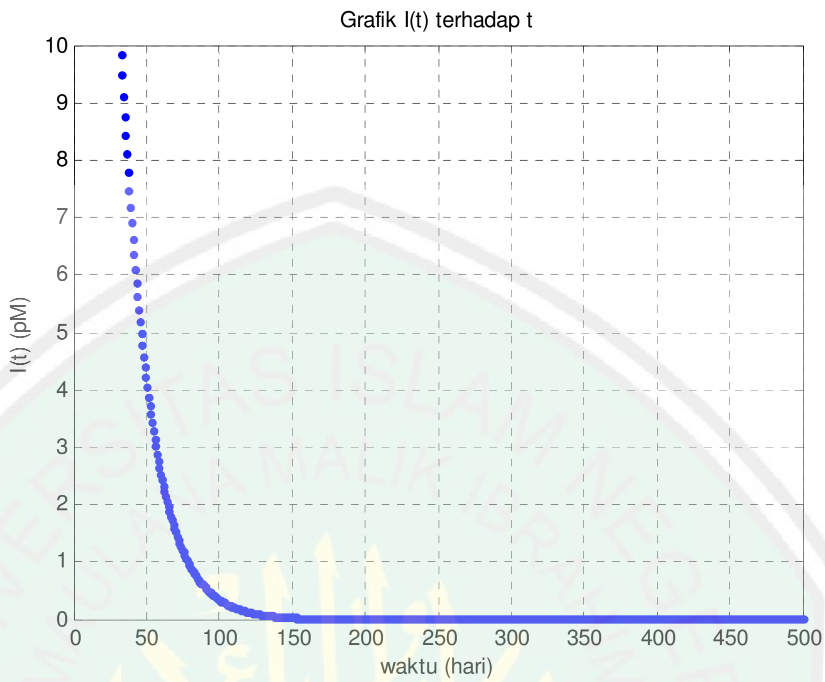


Gambar 3.3 grafik populasi cadangan pankreas η terhadap waktu t

Pada Gambar (3.3) di atas tidak terdapat perubahan, dalam artian ketika $\eta(0) = 0.12$ sampai pada saat waktu 500 hari pun tidak ada perubahan yang signifikan dan apabila waktu diperbanyak maka tetap tidak akan ada perubahan karena terdapat nilai dari variabel yang bernilai nol yaitu G sampai batas waktu yang tidak diketahui akan tetap tidak ada perubahan yakni pada nilali 0.12 1/mol.

Gambar 3.5 grafik populsi glukosa G terhadap waktu t

Gambar 3.5 di atas menggambarkan tentang perubahan glukosa selama 500 hari dengan parameter yang telah disajikan pada Table 3.1. Dengan nilai awal $G(0)=5$, pada saat hari pertama grafik jumlah populasi glukosa mengalami penurunan hingga kurang lebih 3.7660 mM. Pada saat hari ke-47 grafik bergerak naik dengan nilai 4.0207 mM, sampai hari ke-140 kembali hingga ke nilai titik awal yaitu 5.0005 mM dan berangsur-angsur konstant setelah hari ke-140 sampai pada hari terakhir dari waktu yang ditentukan yaitu 500 hari dengan nilai 5.0291 mM hingga tidak ada perubahan lagi sampai waktu tersebut habis.



Gambar 3.6 grafik populasi insulin I terhadap waktu t

Gambar 3.6 menggambarkan tentang perubahan insulin selama 500 hari dengan parameter yang telah disajikan pada Table 3.1. Dengan nilai awal $I(0)=50$, grafik beranjak turun hingga pada hari ke-130 dengan nilai 0.0075 pM, dan sampai menuju konstant setelah hari ke-130 tersebut, dan tidak ada perubahan lagi sampai waktu yang telah ditentukan dengan nilai 0.0167 pM.

Pada saat persamaan pertama yaitu massa sel-β di ikut sertakan dan ketika sel-β tidak diikutsertakan hasil programnya akan tetap sama, dalam artian tidak mempengaruhi grafik yang lain terutama grafik yang insulin atau I karena didalam persamaannya terdapat variabel $B(t)$. Sehingga dalam hal ini sel-β tidak begitu berpengaruh terhadap variabel yang lain meskipun tidak diikutsertakan.

3.6 Model Matematika Glukosa dan Insulin pada Penyakit Diabetes Mellitus terhadap Keseimbangan dalam Prespektif Islam.

Allah SWT menciptakan sesuatu yang ada di dunia ini dalam keadaan seimbang. Manusia diciptakan oleh Allah SWT dalam keadaan seimbang, karena jika manusia tidak diciptakan dengan keadaan seimbang siapa lagi yang akan menjadi khalifah di dunia ini, karena manusia merupakan makhluk ciptaan Allah SWT yang sempurna yang dibekali dengan akal dan fikiran yang sempurna meskipun banyak orang yang terlahir cacat, tetapi secara harfiahnya manusia itu diciptakan dalam keadaan seimbang dan sempurna.

Dalam hal ini jika dihubungkan dengan keadaan glukosa dan insulin yang seimbang maka manusia tidak akan terkena penyakit diabetes mellitus, dimana insulin dan glukosa sangat erat hubungannya. karena jika insulin pada jaringan berkurang dan terjadi peningkatan kompensasi sekresi insulin maka gula darah atau glukosa akan naik sehingga orang tersebut akan terjangkit penyakit diabetes mellitus.

Apabila hal ini di hubungkan dengan titik tetap pada persamaan model matematika pengaruh glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus maka harus seimbang. Pada titik tetap yang didapat pada saat sel- β dalam keadaan tetap dalam artian bernilai nol (0) maka insulin juga akan bernilai nol (0) karena dalam persamaan tersebut mengandung nilai dari sel- β itu sendiri. Sedangkan untuk cadangan pancreas tidak akan berubah karena dia berjalan dan tetap seimbang, dan pada glukosa terjadi perubahan yang dipengaruhi oleh insulin dan glukosa sendiri.

Tidak hanya keadaan seimbang saja yang dibutuhkan manusia, akan tetapi seimbang dalam hatinya dalam artian menjaga kebersihan hati. karena seseorang kurang seimbang apabila hanya mengandalkan seimbang secara fisik saja tetapi hati dan jiwanya tidak seimbang.

Dari hati yang bersih serta akal yang sehat, seseorang akan mendapatkan kesehatan yang sempurna dan keadaan seimbang seseorang juga akan lebih sempurna. Allah telah mengisyaratkan bahwa betapa pentingnya memelihara kebersihan hati dan jiwa itu.

Allah SWT berfirman dalam surat Al-Tagabun ayat 11:

مَا أَصَابَ مِن مُّصِيبَةٍ إِلَّا بِإِذْنِ ٱللَّهِ ۗ وَمَن يُؤْمِنۢ بِٱللَّهِ يَهْدِ قَلْبَهُۥ ۚ وَٱللَّهُ بِكُلِّ شَىْءٍ

عَلِيمٌ ﴿١١﴾

Artinya: *"Dan barang siapa yang beriman kepada Allah, niscaya Dia akan memberi petunjuk hatinya" (QS. Al-Tagabun 64:11).*

Hati yang kotor akan sulit sekali untuk menerima petunjuk-petunjuk Allah, dan itu merupakan penyakit yang sangat berbahaya. Terapi untuk menjaga keseimbangan hati dan jiwa adalah dengan berzikir kepada Allah SWT karena dengan berzikir akan merasa lebih tenang. Allah SWT juga telah berfirman dalam surat Al-Ra'd ayat 28:

ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ وَتَطۡمَئِنُّ قُلُوبُهُم بِذِكۡرِ ٱللَّهِۗ أَلَا بِذِكۡرِ ٱللَّهِ تَطۡمَئِنُّ ٱلۡقُلُوبُ ﴿٢٨﴾

Artinya: "*(yaitu) orang-orang yang beriman dan hati mereka manjadi tenteram dengan mengingat Allah. Ingatlah, Hanya dengan mengingati Allah-lah hati menjadi tenteram*".

Orang yang selalu tawakal, berpikiran positif, dan selalu menjaga kesucian hatinya, Insya Allah pikirannya akan tenang, aliran darahnya lancar, dan jantungnya berdetak dengan normal. Sementara orang yang suka *negative thinking*, pendendam, iri, pemarah, jantungnya sering berdebar-debar, maka perasaannya pun menjadi gelisah, dan metabolisme tubuhnya menjadi tidak teratur. Kondisi ini merupakan lahan subur bagi berkembangnya berbagai jenis penyakit.

Tidak ada kekuatan di langit dan di bumi selain Allah yang memberikan perintah bahkan kepada satu dari triliunan sel. Akan tetapi atas kehendak Allah lah suatu sel dapat melakukan fungsinya dengan baik. Atau bisa dikatakan bahwa Allah lah yang menghendaki atas apa yang akan terjadi di dunia ini.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pada rumusan masalah yang telah disebutkan pada BAB I, dan telah dijelaskan pada BAB III atau pada pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Deskripsi model matematika dari ketiga sistem persamaan yakni sistem persamaan yang ada di pembahasan yaitu, pada persamaan pertama menjelaskan tentang Cadangan pankreas dipengaruhi oleh perubahan glukosa yang mengandung racun dikalikan dengan glukosa dan cadangan pankreas, kemudian ditambahkan dari pemulihan pada pankreas, dan dikalikan dengan ε yang merupakan konstanta. Pada persamaan kedua menjelaskan tentang peubahan glukosa yang dipengaruhi oleh laju perubahan insulin, sedangkan pada persamaan ketiga menjelaskan tentang perubahan insulin yang dipengaruhi oleh sel-β, juga perubahan glukosanya dan perubahan insulinnya sendiri.
2. Pada analisa model yang dilakukan adalah mencari titik tetap, dan nilai eigen pada sistem persamaan yang telah ada. Untuk nilai titik tetap dari sistem persamaan tersebut adalah: (0.1193255893, 5.0283301405 dan 0.007304563250). untuk mencari nilai eigen terlebih dahulu menyelesaikan matriks Jacobian, setelah matriks Jacobian didapat kemudian dilanjutkan dengan mencari nilai eigen. Matriks Jacobian dari

ketiga sistem persamaan yang ada adalah:

$$J=\begin{bmatrix} -0.00001005660281 & -0.00000023869178610 & 0 \\ 0 & -0.9400788893 & 0.05430565517 \\ 0 & 0.0002647427796 & -0.05 \end{bmatrix}$$

selanjutnya mencari nilai eigen dengan cara $\left|\lambda I - J\right| = 0$, kemudian didapat:

$$=\left|\begin{pmatrix} \lambda+0.00001005660281 & 0.00000023869178610 & 0 \\ 0 & \lambda+0.9400788893 & -0.05430565517 \\ 0 & -0.0002647427796 & \lambda+0.05 \end{pmatrix}\right|$$

Dari hasil determinan di atas diperoleh nilai eigennya, yaitu: $(\lambda+0.00001005660281)(\lambda^2+0.990079\lambda+0.04699)$ dengan menggunakan rumus ABC didapatkan nilai eigennya $\lambda_1=-0.00001005660281$, $\lambda_2=-0.940094$, dan $\lambda_3=-0.049984$. Karena semua nilai eigen sudah bernilai negatif pada bagian riilnya maka titik tetap tersebut adalah stabil asimtotik. Bahwa nilai dari η, G, I yang masing-masing konvergen ke nilai 0.1193245893, 5.0283301405, dan 0.007304563250.

4.2 Saran

Pada penyakit diabetes mellitus banyak permasalahan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep matematika. Penulis dapat memberikan bebarapa saran untuk melakukan penelitian lebih lanjut, misalkan menerapkannya pada penyakit yang lain misalnya kanker, malaria, tumor, dan lain sebagainya.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang.

Aida, Vivi. 2009. *Analisis Sistem Persamaan Differensial Model Predator Prey Dengan Perlambatan*. Skripsi S1 tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Anton, Howard. 2004. *Aljabar Linier Elementer.* Jakarta: Erlangga.

Baiduri. 2002. *Persamaan Differensial dan Matematika Model*. Malang: UMM Press.

Dalimartha, Dr. Setiawan. 2007. *Ramuan Tradisional untuk Pengobatan Diabetes Mellitus*. Jakarta: Penebar Swadaya.

Dyayadi, M.T. 2007. *Puasa Sebagai Terapi Agar Puasa Tidak Sekedar Lapar dan Dahaga.* Bandung: MIZANIA.

Kiranawati, Sinta. 2007 . (http://yosefw.wodpress.com/pengguna-insulin-pada-pasien-diabetes-melitus/ diakses 05-02-2010).

Maulana, Mirza. 2009. *Mengenal Diabetes Mellitus Panduan Praktis Mengenai Penyakit Kencing Manis.* Jogjakarta: Ar-Ruzz Media.

Maryam, Ummi. 2009. *Penerapan model matematika pada konstanat dari leukosit*. Skripsi. Tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Meyer, Walter J. 1985. *Concep Of Mathematical Modeling*. New York. Mcgraw-Hill Book Company.

Munir, Rinaldi. 2008. *Metode Numerik.* Bandung: Penerbit Informatika.

Musta'adah, Elly. 2004. *Aplikasi Titik Tetap pada Penyelesaian PDB*. Skripsi. Tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pamuntjak dkk. 1990. *Persamaan Differensial Biasa.* Bandung: ITB.

Purcell, J. Edwin. 1995. *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jakarta: Erlangga.

Rubenstien, David. 2005. *Kedokteran Klinis.* Jakarta: Erlangga.

Salim, Muhammad Ibrahim. 2007. *The Miracle Of Shaum.* Jakarta: AMZAH.

Shihab, Quraish. 2002. *Tafsir Al-Misbah, Pesan, Kesan, dan keserasian Al-Qur'an.* Jakarta: Lentera Hati.

Wahyuningtyas, Didik. 2009. *Pemodelan Matematika pada Diabetes Milletus Tipe I.* Skripsi. Tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

(http://www.medicinenet.com/script/article diakses 03-11-2010).

LAMPIRAN

Program MATLAB Model Glukosa Dan Insulin Pada Penyakit Diabetes Mellitus

```
Fungsi:

function dy=diabetest2(x,y)
dy=zeros(4,1);
dy(1)=0.0001*6*y(1);
dy(2)=0.0001*(-0.02*y(3)*y(2)+0.012);
dy(3)=4.727-0.94*y(3)-0.0108*y(4)*y(3);
dy(4)=(y(3)^4)/(6561+y(3)^4)*0.00287*y(1)-0.05*y(4);

Panggil:

figure(1)
[x,y]=ode45(@diabetest2,[0 500],[1 0.12 5 50])
plot(x,y(:,1) ,'b.')
title('Grafik massa sel beta(t) terhadap t')
xlabel('waktu (hari)')
ylabel('massa sel beta(t) (1/mo)')
axis([0 500 0 10])
grid on

figure(2)
plot(x,y(:,2) ,'g.')
title('Grafik cadangan pankreas(t) terhadap t')
xlabel('waktu (hari)')
ylabel('cadangan pankreas(t) (1/mo)')
axis([0 500 0 10])
grid on

figure(3)
plot(x,y(:,3) ,'r.')
title('Grafik G(t) terhadap t')
xlabel('waktu (hari)')
ylabel('G(t) (mM)')
axis([0 500 0 10])
grid on

figure(4)
plot(x,y(:,4),'b.')
title('Grafik I(t) terhadap t')
xlabel('waktu (hari)')
ylabel('I(t) (pM)')
axis([0 500 0 10])
grid on
```

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341)572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : ‘Afifah
NIM : 06510007
Fakultas / Jurusan : Sains Dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Model Matematika Glukosa dan Insulin Pada Penyakit Diabetes Melitus.
Pembimbing I : Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II : Abdussakir,M.Pd

No	Tanggal	HAL	Tanda Tangan	
1	20 September 2010	Konsultasi Masalah	1.	
2	27 September 2010	Konsultasi BAB III		2.
3	04 Oktober 2010	Konsultasi BAB II, III	3.	
4	15 Oktober 2010	Konsultasi Keagamaan		4.
5	30 Oktober 2010	Revisi BAB II dan III	5.	
6	29 November 2010	Konsultasi BAB I, II, III		6.
7	10 Januari 2011	Revisi Keagamaan	7.	
8	06 Januari 2011	Revisi BAB I, II, III		8.
9	13 Januari 2011	ACC Keagamaan	9.	
10	13 Januari 2011	ACC BAB I, II, III		10.

Malang, 13 Januari 2011
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP.19751006 200312 1 001