LINE GRAPH
DARI GRAF RODA (W_n) DAN GRAF GEAR (G_n)

SKRIPSI

Oleh:

Moch. Hamzah Assadillah

NIM. 04510044

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG

2009

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

HALAMAN PENGAJUAN

LINE GRAPH
DARI GRAF RODA (W_n) DAN GRAF GEAR (G_n)

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam Memperoleh
Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
MOCH. HAMZAH ASSADILLAH
NIM. 04510044

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG
2009

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

HALAMAN PERSETUJUAN

LINE GRAPH
DARI GRAF RODA (W_n) DAN GRAF GEAR (G_n)

SKRIPSI

Oleh:
MOCH. HAMZAH ASSADILAH
NIM. 04510044

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji

Tanggal: 04 April 2009

Pembimbing I	Pembimbing II
Drs. H. Turmudi, M.Si	**Munirul Abidin, M.Ag**
NIP. 150 209 630	**NIP. 150 321 634**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

LINE GRAPH
DARI GRAF RODA (W_n) DAN GRAF GEAR (G_n)

SKRIPSI

Oleh:
MOCH. HAMZAH ASSADILLAH
NIM. 04510044

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 14 April 2009

Susunan Dewan Penguji		Tanda Tangan
1. Penguji Utama	: Abdussakir, M.Pd NIP. 150 327 247	( )
2. Ketua	: Usman Pagalay, M.Si NIP. 150 327 240	( )
3. Sekretaris	: Drs. H. Turmudi, M.Si NIP: 150 209 630	( )
4. Anggota	: Munirul Abidin, M.Ag NIP. 150 321 634	( )

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : MOCH. HAMZAH ASSADILLAH

NIM : 04510044

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 04 April 2009

Yang membuat pernyataan

Moch. Hamzah Assadillah

NIM. 04510044

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Motto

Karena Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.

(QS: Al–Insyiroh 94:5-6)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

HALAMAN PERSEMBAHAN

Untuk

Ayah dan Mama yang penulis sayangi

Kakak Bustanul C.R, Vina D.A dan Rizqal H

Adik Dimas M

Keponakan Syifa Aurelia

dan

Keluarga besar Bani H. Amin dan Bani Sigit S

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Alhamdulillahirrobbil 'alamin, segala puji syukur ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, hingga penulis mampu menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "*LINE GRAPH DARI GRAF RODA (W_n)DAN GRAF GEAR (G_n)* " ini dengan baik. Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai *uswatun hasanah* dalam meraih kesuksesan di dunia dan akhirat.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, iringan doa dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Malang .
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU, D.Sc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang.
3. Sri Harini, M.Si, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang.
4. Drs. H. Turmudi, M.Si, selaku dosen pembimbing, yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan pengarahan selama penulisan skripsi ini.
5. Munirul Abidin, M.Ag, selaku dosen pembimbing keagamaan, yang telah memberikan saran dan bantuan selama penulisan skripsi ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

6. Seluruh Dosen Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang yang telah memberikan ilmu pengetahuan kepada penulis selama di bangku kuliah, serta seluruh karyawan dan staf UIN Malang.
7. Bapak dan Ibu tercinta, yang selalu memberikan semangat dan motivasi baik moril maupun spirituil dan perjuangannya yang tak pernah kenal lelah dalam mendidik dan membimbing penulis hingga penulis sukses dalam meraih cita-cita serta ketulusan do'anya kepada penulis sampai dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Kakak-kakak dan adik tersayang, yang selalu memberikan bantuan, semangat dan do'a selama kuliah serta dalam menyelesaikan skripsi ini.
9. Teman-teman Matematika angkatan 2004, terima kasih atas doa serta kenangan yang kalian berikan.
10. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, atas keikhlasan bantuan moril dan sprituil penulis ucapkan terima kasih.

Semoga skripsi ini bermanfaat dan dapat menambah wawasan keilmuan khususnya matematika. Amin.

Malang, 04 April 2009

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Assadillah, Moch. Hamzah. 2009**. *Line Graph* dari Graf Roda (W_n) dan Graf Gear (G_n).** Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang. Pembimbing: (I) Drs. H. Turmudi, M.Si. (II) Munirul Abidin, M.Ag.

Kata Kunci: Line Graph, Graf Roda (W_n) dan Graf Gear (G_n)

Graf G adalah himpunan pasangan (*V(G)*,*E(G)*) dengan *V(G)* adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari elemen-elemen yang disebut titik (*vertex*) dan *E(G)* adalah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut dari titik-titik yang berbeda *V(G)* dan disebut sisi (*edge*). Graf garis (*Line Graph*) adalah graf dengan $V(L(G)) = E(G)$ untuk setiap $a,b \in E(G)$ maka *a adjacent* (terhubung langsung) terhadap *b* di $L(G)$ jika dan hanya jika *a* dan *b adjacent* di G.

Pada penelitian ini akan dibahas *line graph* dari graf roda (W_n) dan graf gear (G_n) dengan $n \geq 3$ dan *n* bilangan asli.

Berdasarkan hasil pembahasan dapat diperoleh kesimpulan bahwa graf garis dari graf roda (W_n) dengan order $n \geq 3$ adalah graf yang mempunyai $2n$ titik dan $\frac{n(n+5)}{2}$ sisi dan mempunyai bentuk umum sebagai graf yang dibentuk dari graf komplit (K_n) pada bagian dalam dan graf sikel (C_n) pada bagian luar, jika $u_i \in V(K_n)$ dan $v_{i-1}, v_i \in V(C_n)$ dengan order n ($n \geq 3$) maka u_i adjacent dengan v_{i-1} dan v_i dimana $i = 1, 2, \cdots, n$. Graf garis dari graf gear (G_n) dengan order $n \geq 3$ adalah graf yang mempunyai $3n$ titik dan $\frac{n(n+7)}{2}$ sisi, dengan bentuk umumnya adalah graf yang dibentuk dari graf komplit (K_n) pada bagian dalam dan graf sikel (C_{2n}) pada bagian luar, jika $r_i \in V(K_n)$ dan $s_j, s_{j+1} \in V(C_{2n})$ dengan order n ($n \geq 3$) maka r_i adjacent dengan s_j dan s_{j+1} dimana $i = 1, 2, \cdots, n$ dan $j = 2i - 1$.

Pembahasan mengenai line graph ini masih terbuka bagi peneliti lain untuk melanjutkan pada jenis-jenis graf yang lain seperti graf piramida, graf berlian dan lain sebagainya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Semua yang ada di alam semesta ini merupakan ciptaan Allah dengan sifatnya yang Maha sempurna dan manusia sebagai khalifah diberikan akal sebagai alat untuk selalu bertaqwa kepada-Nya. Mereaksikan bahan, memformulasikan zat-zat atau elemen-elemen, serta menuliskannya ke dalam bentuk rumus-rumus serta persamaan hanyalah pekerjaan akal untuk memahami tentang alam semesta. Sedangkan gejala-gejala yang ada di alam sudah dijelaskan di dalam Al-Quran sebagai kitab yang sungguh menakjubkan yang menggambarkan masa lalu, sekarang dan masa depan. Sebagaimana dalam firman Allah SWT dalam surat Az-Zumar ayat 21:

أَلَمْ تَرَ أَنَّ ٱللَّهَ أَنزَلَ مِنَ ٱلسَّمَآءِ مَآءً فَسَلَكَهُۥ يَنَـٰبِيعَ فِى ٱلْأَرْضِ ثُمَّ يُخْرِجُ بِهِۦ زَرْعًا مُّخْتَلِفًا أَلْوَٰنُهُۥ ثُمَّ يَهِيجُ فَتَرَىٰهُ مُصْفَرًّا ثُمَّ يَجْعَلُهُۥ حُطَـٰمًا ۚ إِنَّ فِى ذَٰلِكَ لَذِكْرَىٰ لِأُو۟لِى ٱلْأَلْبَـٰبِ ﴿٢١﴾

Artinya: "apakah kamu tidak memperhatikan, bahwa sesungguhnya Allah menurunkan air dari langit, maka diaturnya menjadi sumber-sumber air di bumi Kemudian ditumbuhkan-Nya dengan air itu tanaman-tanaman yang berbagai macam warnanya, lalu menjadi kering lalu kamu melihatnya

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kekuning-kuningan, kemudian dijadikan-Nya hancur berderai-derai. Sesungguhnya pada yang demikian itu benar-benar terdapat pelajaran bagi orang-orang yang mempunyai akal."

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan oleh Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi. Sungguh tidak salah jika dinyatakan bahwa Allah adalah Maha matematis (Abdusysyakir,2007:79-80). Sebagaimana dalam firman Allah SWT dalam surat Al-Qomar 49:

إِنَّا كُلَّ شَيۡءٍ خَلَقۡنَٰهُ بِقَدَرٖ ٤٩

Artinya: *"Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran."*

Matematika dapat diartikan sebagai ilmu hitung, proses, teori dan bahasa dalam menyampaikan suatu bentuk dan gambaran dari kekuasaan. Perhitungan matematis menjadi dasar bagi desain ilmu teknik. Selain itu matematika memberikan inspirasi pada pemikiran di bidang sosial dan ekonomi. Pemikiran matematis memberikan warna kepada kegiatan seni lukis, arsitektur dan musik. Akhirnya matematika merupakan puncak kegemilangan intelektual dan salah satu kekuatan utama pembentuk konsep tentang alam.

Mempelajari matematika yang sesuai dengan paradigma *ulul albab*, tidak cukup hanya berbekal kemampuan intektual semata, tetapi perlu didukung secara bersamaan dengan kemampuan emosional dan spiritual. Pola pikir deduktif dan logis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dalam matematika juga bergantung pada kemampuan intuitif dan imajinatif serta mengembangkan pendekatan rasionalis, empiris, dan logis (Abdusysyakir, 2007:24). Sebagaimana dalam firman Allah SWT dalam surat Shaad ayat 29:

كِتَٰبٌ أَنزَلْنَٰهُ إِلَيْكَ مُبَٰرَكٌ لِّيَدَّبَّرُوٓا۟ ءَايَٰتِهِۦ وَلِيَتَذَكَّرَ أُو۟لُوا۟ ٱلْأَلْبَٰبِ ﴿٢٩﴾

Artinya: "Ini adalah sebuah Kitab yang kami turunkan kepadamu penuh dengan berkah supaya mereka memperhatikan ayat-ayatNya dan supaya mendapat pelajaran orang-orang yang mempunyai fikiran."

Matematika juga merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari sebagai hitungan dasar. Selain itu, matematika juga dapat digunakan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dalam berbagai disiplin ilmu dengan model matematika ataupun penalaran matematika.

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika yang penting dan banyak manfaatnya karena teori-teorinya dapat diterapkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mengkaji dan menganalisa model atau rumusan, teori graf dapat diperlihatkan peranan dan kegunaannya dalam memecahkan berbagai permasalahan.

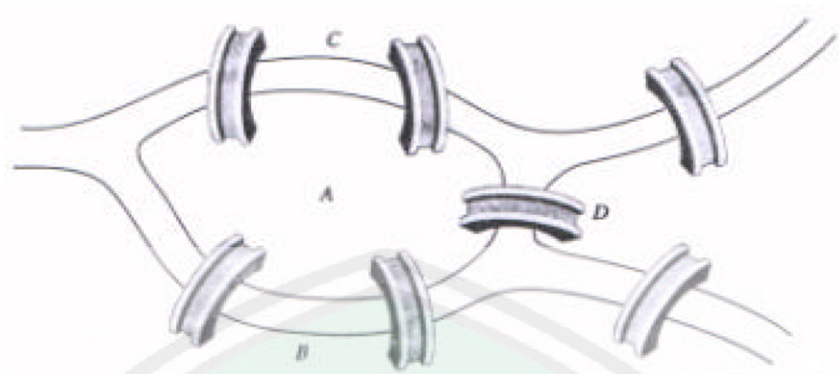
Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya (Purwanto, 1998:1). Selain itu graf dapat juga digunakan untuk merepresentasikan obyek-obyek diskrit dan hubungannya antara obyek-obyek tersebut.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Banyak persoalan pada dunia nyata yang sebenarnya representasi dari graf. Salah satu contoh dari representasi graf adalah peta. Dengan teori graf dapat diketahui seberapa banyak warna yang digunakan untuk mewarnai negara-negara bagian yang bertetangga atau propinsi mendapat warna yang berbeda. Selain itu dapat menentukan jalur terpendek dari satu tempat ke tempat lain dan dapat pula menentukan tata letak jalur transportasi dan sebagainya. Selain peta masih banyak hal lain yang dapat direpresentasikan ke dalam graf.

Menurut catatan sejarah, teori graf pertama kali digunakan oleh seorang ahli matematika dari Swiss yang bernama Euler untuk merepresentasikan jembatan Konigsberg dan menyelesaikan permasalahan jembatan tersebut. Konigsberg adalah sebuah kota di sebelah timur Prussia (Jerman sekarang) dimana terdapat sungai Pregel dan merupakan tempat tinggal Duke of Prussia pada abad ke-16 (tahun 1736). Kota tersebut saat ini bernama Kaliningrad, dan merupakan pusat ekonomi dan industri utama di Russia Barat. Sungai Pregel membagi kota menjadi 4 daratan dengan mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua anak sungai. Kemudian pada abad ke-18 dibangun tujuh jembatan yang menghubungkan 4 daratan tersebut sehingga ada beberapa masyarakat yang berfikir tentang kemungkinan melalui ketujuh jembatan tanpa melalui jembatan yang sama dari suatu daratan hingga kembali ke tempat semula.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 1.1 Jembatan Konigsberg

Ketika itu Leonhard Euler merepresentasikan masalah ini ke dalam graf dengan daratan sebagai titik dan jembatan sebagai sisi. Dengan graf, Euler menemukan jawaban bahwa tidak mungkin melalui ketujuh jembatan masing-masing sekali dari suatu daratan hingga kembali ke tempat semula, dikarenakan tidak semua titik berderajat genap yaitu pada titik B, D dan C berderajat tiga dan titik A berderajat lima.

Sejak Leonhard Euler mereprensentasikan masalah jembatan Konsigsberg ke dalam graf, hingga sekarang teori graf semakin berkembang. Sejumlah masalah yang berkaitan dengan graf yang ditemukan manusia dalam kehidupan nyata menimbulkan penemuan konse-konsep pemecahan masaalah graf. Dari sekian banyak konsep yang ada, salah satunya adalah tentang grup dan graf

Salah satu topik menarik dalam konsep grup dan graf adalah line graph, yang secara sederhana diartikan sebagai bentuk perubahan sisi (edge) menjadi titik (vertex). Sedangkan pengertian dari line graph sendiri adalah titik yang diambil dalam korespondensi satu-satu dari sisi graf G dan dinotasikan sebagai L(G).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dikatakan dua titik dari L(G) terhubung langsung (adjacent) jika dan hanya jika korespondensi sisi dari graf G juga terhubung langsung (adjacent).

Beberapa kajian terdahulu tentang line graph telah dibahas pada karya tulis yang lain, seperti "Graf Garis (*Line Graph*) dari Graf Lintasan, Graf Sikel dan Graf Bintang" oleh Fifi Framelia N. Dari karya tulisnya diperoleh bentuk umum graf lintasan (P_n) dengan order $n \geq 2$ adalah graf lintasan (P_{n-1}), graf sikel (C_n) dengan order $n \geq 3$ adalah graf sikel (C_n) dan graf (S_n) bintang dengan order $n \geq 3$ adalah graf komplit (K_n).

Berdasarkan uraian diatas maka penulis sangat tertarik untuk membahas atau mengkaji lebih jauh tentang line graph dengan mengambil graf yang berkaitan dengan graf sikel yaitu graf roda (W_n) dan graf gear (G_n) sebagai bahan kajian dengan judul **"*Line Graph* dari Graf Roda (W_n) dan Graf Gear (G_n)"**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagaimana bentuk umum *line graph* untuk graf roda W_n dengan $n \geq 3$?
2. Bagaimana bentuk umum *line graph* untuk graf gear G_n dengan $n \geq 3$?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1. Menjelaskan dan menentukan bentuk umum *line graph* untuk graf roda W_n dengan $n \geq 3$
2. Menjelaskan dan menentukan bentuk umum *line graph* untuk graf gear G_n dengan $n \geq 3$

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini nantinya adalah:

a. Bagi Penulis

Diharapkan dapat menentukan bentuk umum *line graph* pada graf roda W_n dan graf gear G_n.

b. Bagi Pembaca

Diharapkan dapat menambah wawasan dan pengetahuan tentang *line graph* pada graf roda W_n dan graf gear G_n.

c. Bagi Lembaga

Sebagai bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di jurusan matematika untuk mata kuliah teori graf.

1.5 Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif. Pendekatan yang digunakan adalah pendekatan kualitatif dengan metode kepustakaan.

Dalam pendekatan deskriptif kualitatif ini maka penulis menggunakan metode penelitian kepustakaan (Library Research). Metode penelitian kepustakaan yaitu penelitian yang dilakukan di dalam perpustakaan untuk mengumpulkan data dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

informasi. Pengumpulan data dan informasi tersebut dapat dilakukan dengan bantuan bermacam material yang terdapat di ruang perpustakaan seperti buku-buku dan dokumen yang ada.

Adapun tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mencari, mempelajari dan menelaah sumber-sumber informasi yang berhubungan dengan topik yang diteliti.
2. Memberikan deskripsi dan pembahasan lebih lanjut terhadap hasil penelitian untuk memberikan jawaban atas rumusan masalah yang telah dikemukakan.
3. Mencoba mengubah beberapa model dari graf roda dan graf gear ke dalam bentuk *line graf*.
4. Melalui beberapa contoh tersebut, akhirnya dicari pola tertentu.
5. Pola yang didapatkan masih dapat dianggap sebagai dugaan (konjektur).
6. Konjektur yang dihasilkan kemudian dibuktikan dengan terlebih dahulu merumuskan konjekturnya sebagai suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti-bukti.
7. Memberikan kesimpulan akhir dari hasil penelitian.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

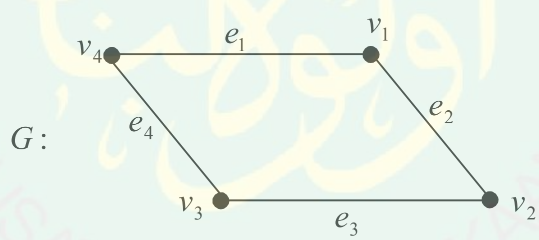
BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

2.1.1 Definisi Graf

Graf *G* didefinisikan sebagai pasangan himpunan (*V(G)*, *E(G)*) dimana *V(G)* adalah himpunan tak kosong dari elemen-elemen yang disebut *titik (vertex)* dan *E(G)* adalah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut (*u,v*) dari titik-titik *u* dan *v* yang berbeda di V(G) yang disebut *sisi (edge)*. Banyaknya unsur di *V* disebut *order* dari *G* yang dilambangkan dengan *p(G),* sedangkan banyaknya unsur di *E* disebut *ukuran* dari *G* yang dilambangkan dengan *q(G)* (Chartrand and Lesniak, 1986: 4). Sebagai contoh diperlihatkan pada Gambar 2.1



Gambar 2.1 Graf G berorder 4

Graf *G* pada Gambar 2.1 mempunyai 4 titik sehingga *p(G)* = 4 dan mempunyai empat sisi yaitu:

$e_1 = v_4v_1$

$e_2 = v_1v_2$

$e_3 = v_2v_3$

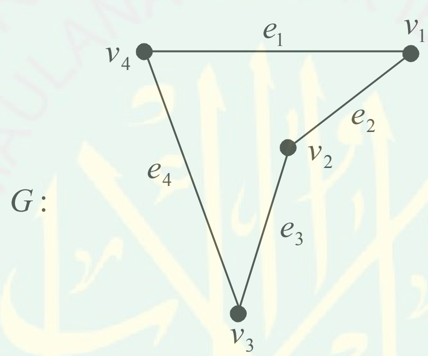
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$e_4 = v_3v_4$

sehingga ukuran *G* adalah $q(G) = 4$

2.1.2 Adjacent dan Incident

Sisi $e = (u,v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), u dan e serta v dan e disebut terkait langsung (*incident*). Untuk selanjutnya, sisi $e = (u,v)$ akan ditulis $e = uv$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:4).



Gambar 2.2 Graf G

Pada graf *G* Gambar 2.2, titik yang terhubung langsung adalah titik v_1 dan v_2, titik v_2 dan v_3, titik v_3 dan v_4, titik v_4 dan v_1. Sisi dan titik yang terkait langsung adalah sebagai berikut:

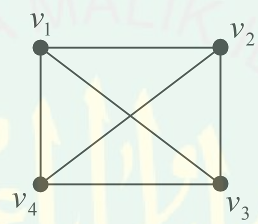
1. Sisi e_1 yang terkait langsung dengan v_4 dan v_1
2. Sisi e_2 yang terkait langsung dengan v_1 dan v_2
3. Sisi e_3 yang terkait langsung dengan v_2 dan v_3
4. Sisi e_4 yang terkait langsung dengan v_3 dan v_4

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.1.3 Derajat Titik

Derajat suatu titik v pada graf G, ditulis dengan $deg(v)$, adalah jumlah sisi yang *incident* pada v. Dengan kata lain, jumlah sisi yang memuat v sebagai titik ujung. Titik v dikatakan genap atau ganjil tergantung dari $deg(v)$ genap atau ganjil (Chartrand dan Lesniak, 1986:8). Sebagai contoh adalah graf K_4 atau graf komplit dengan 4 titik, yaitu:

K_4 :



Gambar 2.3 Derajat Suatu Titik pada Graf K_4

Berdasarkan Gambar 2.3 diperoleh bahwa:

deg (v_1) = 3

deg (v_2) = 3

deg (v_3) = 3

deg (v_4) = 3

Teorema 2.1

Jika G graf dengan banyak titik p dan banyak sisi q dimana $V(G) = \{v_1, v_2, \cdots, v_p\}$

maka $\sum_{i=1}^{p} deg_G(v_i) = 2q$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:7)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bukti:

Setiap sisi adalah terkait langsung dengan 2 titik, jika setiap derajat titik dijumlahkan, maka setiap sisi dihitung dua kali.

Akibat 1.

Pada sebarang graf, banyaknya titik yang berderajat ganjil adalah genap.

Bukti:

Misalkan graf *G* dengan ukuran *q*. Maka ambil *W* yang memuat himpunan titik ganjil pada *G* serta *U* yang memuat himpunan titik genap di *G*.

Dari Teorema 2.1 maka diperoleh:

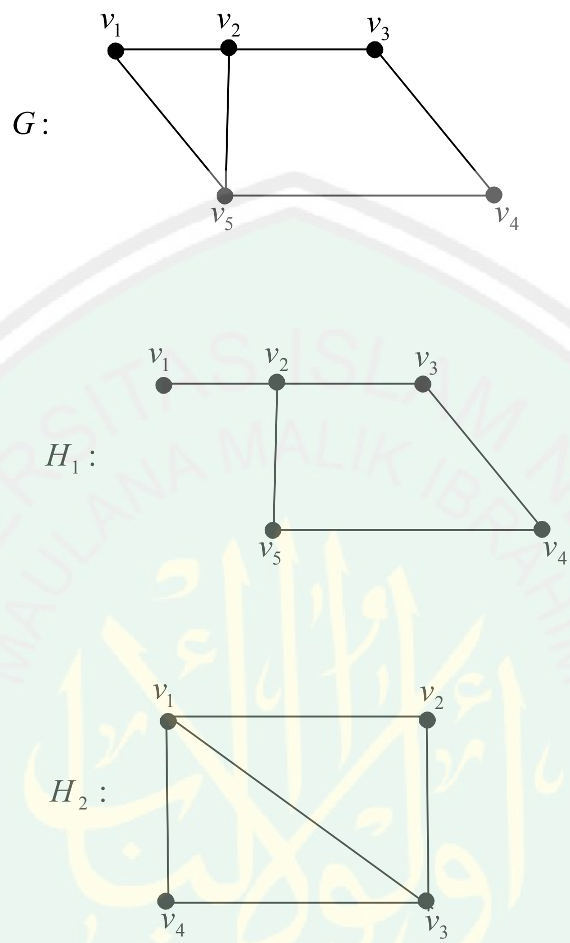
$$\sum_{v\in v(G)} deg_G\ v = \sum_{v\in W} deg_G\ v + \sum_{v\in U} deg_G\ v = 2q$$

dengan demikian karena $\sum_{v\in U} deg_G\ v$ genap, maka $\sum_{v\in W} deg_G\ v$ juga genap. Sehingga $|W|$ adalah genap.

2.1.4 Subgraf

Graf *H* disebut subgraf dari graf *G* jika himpunan titik di *H* adalah subset dari himpunan titik-titik di *G* dan himpunan sisi-sisi di *H* adalah subset dari himpunan sisi di *G*. Dapat ditulis $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Jika *H* adalah subgraf *G*, maka dapat ditulis $H \subseteq G$ (Chartrand dan Lesniak, 1986:8). Sebagai contoh pada graf G yang memiliki subgraf H_1 sedangkan H_2 bukan subgraf G.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

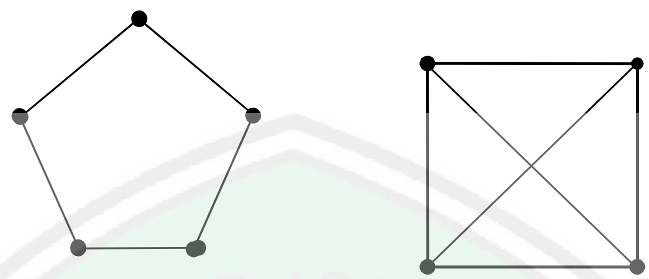


Gambar 2.4 H_1 subgraf G dan H_2 bukan subgraf G

2.1.5 Graf Beraturan

Graf beraturan-*r* adalah graf yang semua titiknya berderajat *r*, atau $\deg(v) = r$, $\forall$ v $\in$ V(G) (Chartrand dan Lesniak, 1986:9).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

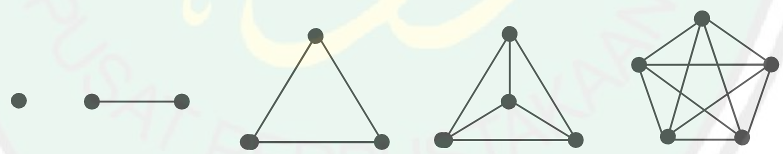


G_2 G_3

Gambar 2.5 Graf Beraturan G_2 dan G_3

2.1.6 Graf Komplit

Graf komplit (*complete*) adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung. Graf komplit dengan n titik dinotasikan sebagai K_n (Wilson and Watkins, 1989: 36). Sebagai contoh, Gambar 2.8 adalah beberapa graf komplit.



K_1 K_2 K_3 K_4 K_5

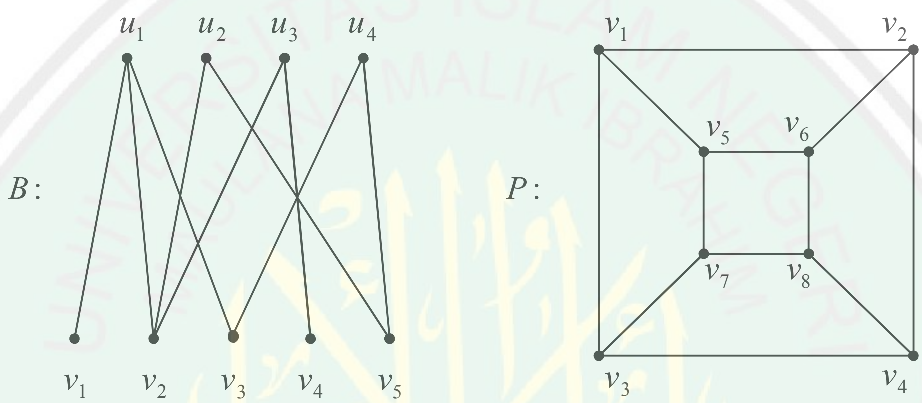
Gambar 2.6 Graf Komplit

Pada gambar di atas K_1, K_2, K_3, K_4 dan K_5 adalah graf komplit karena tiap titik dalam graf tersebut *adjacent* dengan titik yang lain.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.1.7 Graf Bipartisi

Graf bipartisi (*bipartite graph*) adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipisahkan menjadi dua himpunan tak kosong X dan Y sehingga masing- masing sisi pada graf tersebut menghubungkan satu titik di X dan satu titik di Y; X dan Y disebut himpunan partisi (Purwanto, 1998:21).



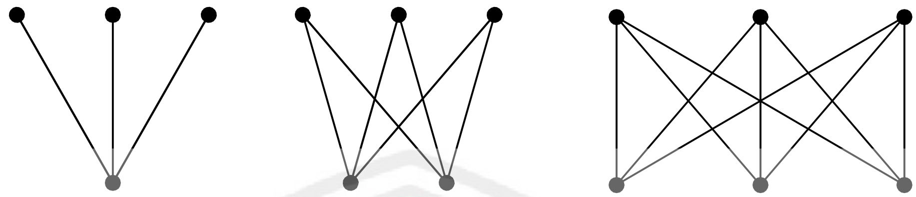
Gambar 2.7 Graf Bipartisi

Dari Gambar 2.9 graf bipartisi B adalah himpunan partisi $X = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ dan $Y = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ demikian juga P adalah graf bipartisi dengan himpunan partisi $X = \{v_1, v_4, v_6, v_7\}$ *dan* $Y = \{v_2, v_3, v_5, v_8\}$.

2.1.8 Graf Bipartisi Komplit

Graf bipartisi komplit (*complete bipartite graph*) adalah graf bipartisi dengan himpunan partisi X dan Y sehingga masing-masing titik di X dihubungkan dengan masing-masing titik di Y oleh tepat satu sisi. Jika $|X| = m$ dan $|Y| = n$, maka graf bipartisi tersebut dinyatakan dengan $K_{m,n}$. (Purwanto, 1998:22).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



$K_{1,3}$ $K_{2,3}$ $K_{3,3}$

Gambar 2.8 Graf Bipartisi Komplit

2.1.9 Graf Terhubung

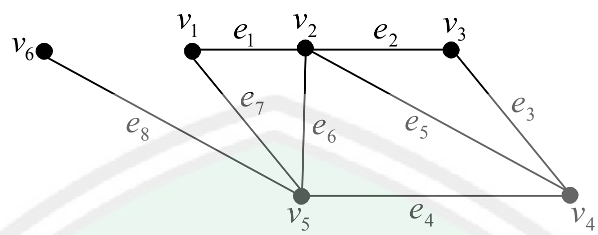
Sebuah jalan (*walk*) $u - v$ di graf G adalah barisan berhingga (tak kosong). W : $u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, ..., e_n - v_n = v$ yang berselang seling antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik sedemikian hingga untuk $0 \le i \le n$ dan $e_i = v_{i-1}v_i$ adalah sisi di G.

v_0 disebut titik awal, v_n disebut titik akhir, $v_1, v_2, ..., v_{n-1}$ disebut titik interval, dan n menyatakan panjang dari W (Chartrand dan Lesniak, 1986:26).

Jalan u-v yang semua sisi dan titiknya berbeda disebut *path* (lintasan) u-v. sedangkan jalan $u - v$ yang semua sisinya berbeda disebut *trail* $u - v$. Dengan demikian, semua lintasan adalah *trail* (Chartrand dan Lesniak, 1986:26).

Selanjutnya dari Gambar 2.11 dapat diketahui bahwa v_1, v_5, v_4, v_3, v_2 adalah jalan. $v_1, v_2, v_3, v_4, v_2, v_5$ adalah trail tetapi bukan lintasan karena melewati titik yang sama yaitu v_2. v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 adalah *path* (lintasan).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

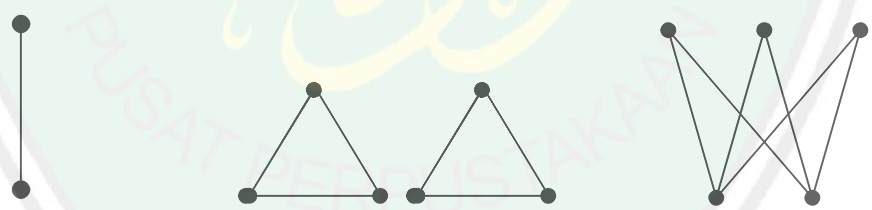


Gambar 2.9 Jalan, Trail dan Lintasan

2.2 Operasi pada Graf

2.2.1 Union Graph

Union graph atau graf gabungan $G = G_1 \cup G_2$ adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Jika graf G terdiri atas *n* kali graf H, $n \geq 2$, maka ditulis $G = nH$ (Purwanto, 1998:25). Gambar 2.13 memperlihatkan graf $K_2 \cup 2K_3 \cup K_{2,3}$



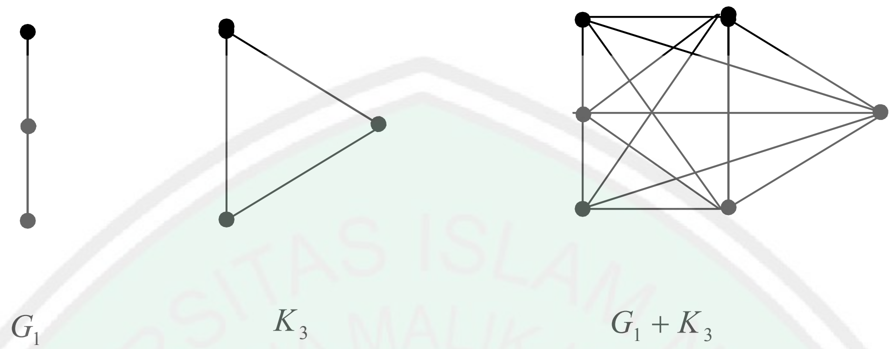
Gambar 2.10 Graf $K_2 \cup 2K_3 \cup K_{2,3}$

2.2.2 Joint Graph

Joint graph $G = G_1 + G_2$ adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv : u \in V(G_1)$ dan $v \in V(G_2)\}$. Jelas bahwa

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

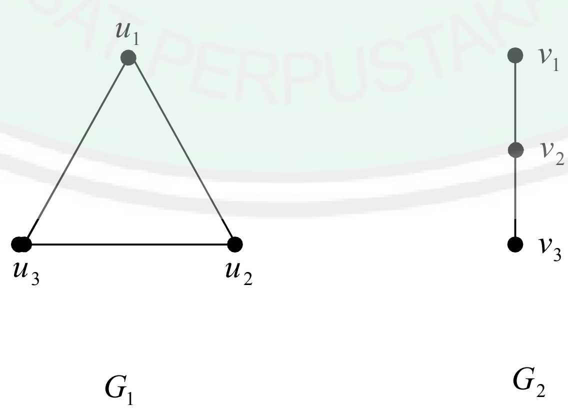
$K_{m,n} = K_m + K_n$ dan $K_n = K_{n-1} + K_n$, $n \geq 2$. Gambar 2.13 memperlihatkan joint graph $G_1 + K_3$ (Purwanto, 1998:26).



Gambar 2.11 Joint Graph

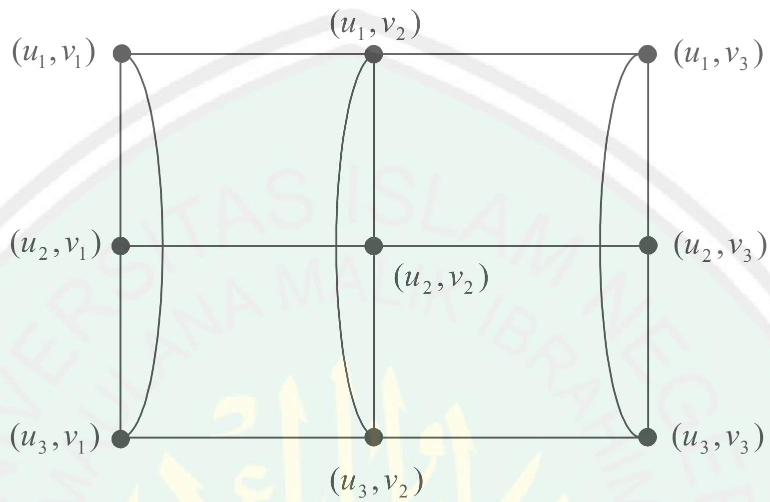
2.2.3 Cartesius Product Graph

Cartesius product graph $G = G_1 \times G_2$ adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \times V(G_2)$ dan sisi $(u_1, u_2)(v_1, v_2) \in E(G)$ jika dan hanya jika $u_1 = v_2$ dan $u_2 v_2 \in E(G_2)$ (Purwanto, 1998:26). Sebagai contoh $Q_n = Q_{n-1} \times K_2$, untuk $n \geq 2$. contoh lain diberikan pada Gambar 2.14



Gambar 2.12 Graf G_1 dan G_2

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2.13 Graf $G_1 \times G_2$

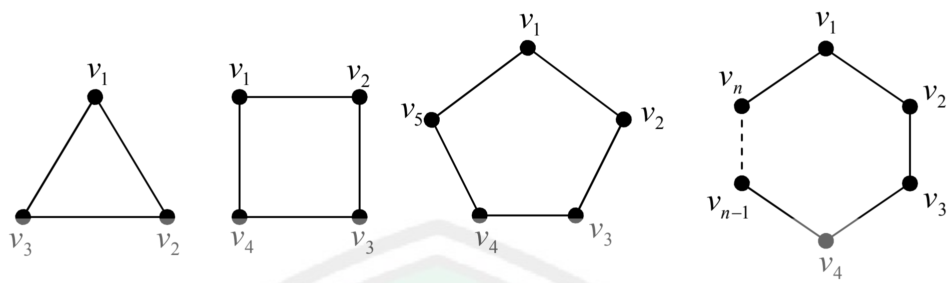
2.3 Graf yang Berkaitan Dengan Sikel

2.3.1 Graf Sikel (*Cycle Graph*)

Graf sikel adalah graf terhubung beraturan dua dengan n titik, $n \geq 3$ dan n sisi dinotasikan dengan C_n (Chartrand dan Lesniak, 1986:28).

Contoh

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



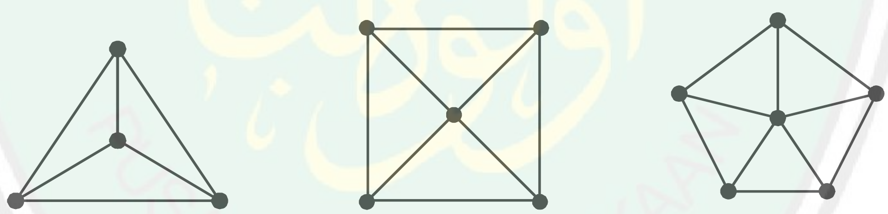
C_3 C_4 C_5 C_n

Gambar 2.14 Graf Sikel

2.3.2 Graf Roda (*Wheel Graph*)

Graf Roda adalah graf yang di bentuk dari operasi joint graph antara graf sikel (C_n) dan graf komplit dengan satu titik (K_1). Graf roda dinotasikan dengan W_n dan $n \geq 3$.

Contoh



W_3 W_4 W_5

Gambar 2.15 *Graf Roda*

Teorema 2.2

Graf roda W_n memiliki $n+1$ titik dan $2n$ sisi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bukti:

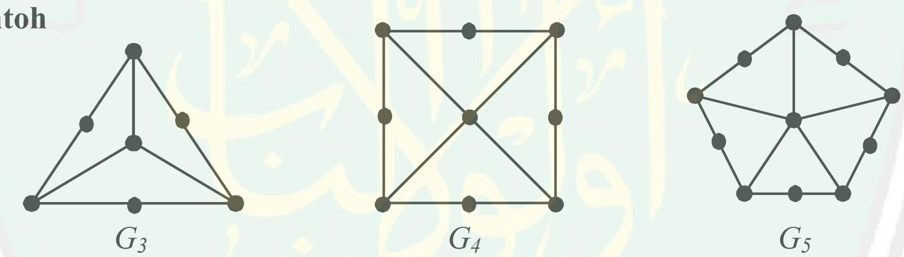
Karena graf roda W_n memiliki n titik pada sikel luar dan 1 titik pada titik pusat maka $|V| = n+1$.

Karena graf roda W_n memiliki n titik pada sikel luar, maka banyaknya sisi pada sikel luar adalah n dan karena semua titik pada sikel luar terhubung langsung dengan titik pusat maka ada n sisi lagi, jadi $|E| = n + n = 2n$.

2.3.3 Graf Gear (*Gear Graph*)

Gear graph adalah graf roda dengan tambahan satu titik diantara tiap-tiap pasangan titik pada sikel luar (Gallian, 2007:7).

Contoh



Gambar 2.16 Graf Gear

Teorema 2.3

Graf gear G_n memiliki $2n+1$ titik dan $3n$ sisi.

Bukti:

Karena graf gear G_n memiliki $2n$ titik pada sikel luar dan 1 titik pada titik pusat maka $|V| = 2n+1$.

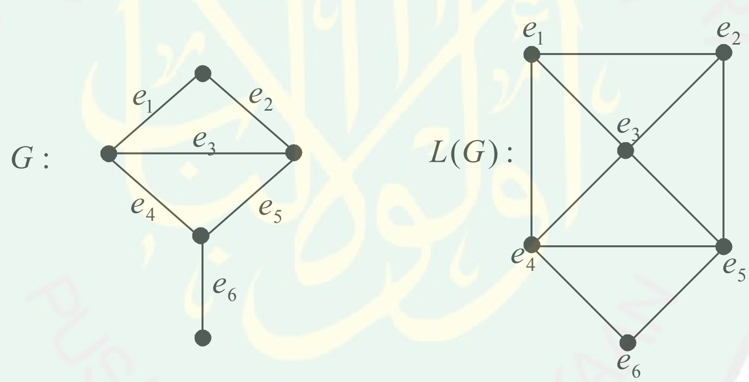
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Karena graf gear G_n memuat graf roda W_n yang mempunyai $2n$ sisi dan ada tambahan sebuah titik diantara tiap-tiap pasangan dari titik-titik graf yang terhubung langsung pada sikel luar maka akan ada n sisi lagi, jadi $|E| = 2n + n = 3n$.

2.4 *Line Graph*

Jika G merupakan graf, $V(G)$ dan $E(G)$ adalah himpunan titik dan sisi dari graf G. $L(G)$ merupakan notasi dari *line graph* yang didefinisikan sebagai $V(L(G)) = E(G)$, untuk setiap $a, b \in E(G)$ maka *a adjacent* (terhubung langsung) terhadap *b* di $L(G)$ jika dan hanya jika *a* dan *b adjacent* terhadap sisi di G (Chartrand dan Lesniak, 1986:261).

Contoh



Gambar 2.17 Graf dan Line Graf

2.4 Kajian Graf dalam Keagamaan

Dalam teori graf terdapat pasangan himpunan yang memuat elemen-elemen titik dan pasangan tak terurut dari titik-titik yang disebut sisi, dimana himpunan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

titiknya merupakan himpunan tak kosong dan sisinya mungkin kosong. Sehingga bila suatu titik dihubungkan dengan titik yang lain dengan penghubungnya merupakan sisi maka disebut adjacent.

Sebagai contoh sekarang asumsikan himpunan titik sebagai kumpulan mahasiswa jurusan matematika, sedangkan sisi sebagai hubungan silaturahmi. Jika seorang mahasiswa ingin mengenal semua anggota dari kumpulan mahasiswa matematika maka ia harus adjacent atau dapat dikatakan membuat hubungan silaturahmi dengan semua mahasiswa matematika yang lain.

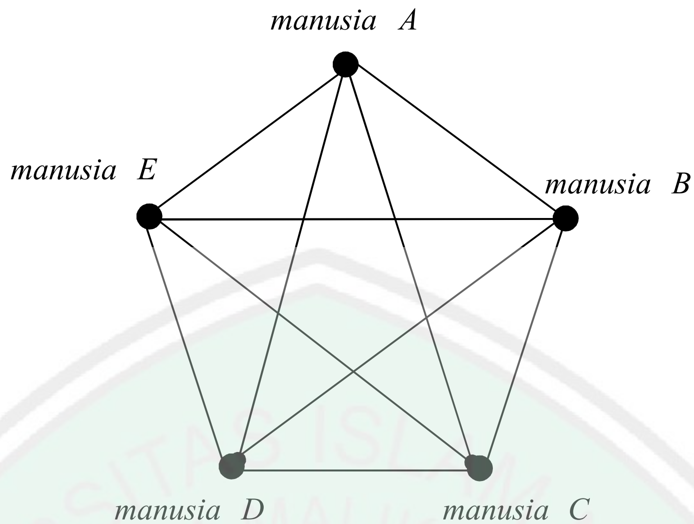
Dalam Al-Quran diperintahkan untuk saling bersilaturahmi dan mengikat tali persaudaraan yaitu salah satunya ada pada surat Ar-Ra'd ayat 13 yang berbunyi:

وَٱلَّذِينَ يَصِلُونَ مَآ أَمَرَ ٱللَّهُ بِهِۦٓ أَن يُوصَلَ وَيَخۡشَوۡنَ رَبَّهُمۡ وَيَخَافُونَ سُوٓءَ ٱلۡحِسَابِ ٢١

Artinya: "dan orang-orang yang menghubungkan apa-apa yang Allah perintahkan supaya dihubungkan, dan mereka takut kepada Tuhannya dan takut kepada hisab yang buruk."

Maksud dari kata dihubungkan adalah mengadakan hubungan silaturahmi dan tali persaudaraan. Jika ingin menggambarkan hubungan silaturahmi maka dapat dimodelkan ke dalam bentuk graf. Pada Gambar 2.20 lima orang yang diilustrasikan sebagai titik dan sisinya adalah proses silaturahmi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 2.18 Model Silaturahmi

Sedangkan pada surat Al-Hujurat ayat 13 yang berbunyi:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ إِنَّا خَلَقۡنَٰكُم مِّن ذَكَرٖ وَأُنثَىٰ وَجَعَلۡنَٰكُمۡ شُعُوبٗا وَقَبَآئِلَ لِتَعَارَفُوٓاْۚ إِنَّ أَكۡرَمَكُمۡ عِندَ ٱللَّهِ أَتۡقَىٰكُمۡۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٞ ١٣

Artinya: "Hai manusia! Sesungguhnya Kami menciptakan kamu dari seorang pria dan seorang wanita. Dan Kami jadikan kamu berbangsa-bangsa dan bersuku-suku supaya kamu kenal mengenal (hidup rukun damai). Sesungguhnya orang yang paling mulia di sisi Allah ialah siapa yang paling bertakwa di antara kamu. Sesungguhnya Allah Maha Mengetahui lagi Maha Mengenal."

Ayat ini adalah ayat yang memberikan dasar yang kokoh untuk mencapai perdamaian dunia. Kabarnya ayat ini dipajangkan pada salah satu ruangan gedung Perserikatan Bangsa-Bangsa di New York. Manusia diciptakan Tuhan berbangsa-bangsa dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

bersuku-suku bukanlah untuk perang berbunuhan, tetapi untuk hidup rukun damai bersaudara. Jika ayat ini dapat dihayati maknanya dan dijadikan pedoman manusia, niscaya dunia ini akan tentram, terjauh dari bahaya perang. Uang yang dihambur-hamburkan untuk persenjataan dapat digunakan untuk kemakmuran. Aman dan tenteram itulah tujuan ayat ini (Bakry H. Oemar, 1981:1027).

Konsep-konsep dalam graf serta rumus-rumus yang dihasilkan dari pemahaman tentang graf digunakan untuk mempermudah menyelesaikan suatu permasalahan yang akan dihadapi. Sedangkan pembuktian dari rumus merupakan hal yang sangat penting dilakukan karena sebagai penguat bahwa rumus tersebut benar adanya.

Jika dikaitkan dengan ajaran agama islam, Al-Quran menyebutkan bahwa kebenaran sesuatu tidak cukup dengan ucapan dan tulisan saja melainkan harus dapat di buktikan. Hal ini dapat dilihat pada surat Al-Baqarah ayat 111 yang berbunyi:

وَقَالُوا۟ لَن يَدْخُلَ ٱلْجَنَّةَ إِلَّا مَن كَانَ هُودًا أَوْ نَصَٰرَىٰ ۗ تِلْكَ أَمَانِيُّهُمْ ۗ قُلْ هَاتُوا۟
بُرْهَٰنَكُمْ إِن كُنتُمْ صَٰدِقِينَ ﴿١١١﴾

Artinya: dan mereka (orang Yahudi dan Nasrani) berkata, "tidaklah akan masuk surga kecuali orang-orang Yahudi dan Nasrani." itu hanya angan-angan mereka belaka. Katakanlah (hai Muhammad): "berilah alasan (yang mengatakan bahwa ucapanmu itu memang benar), sekiranya kamu jujur (tidak bohong)".

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Ayat di atas menceritakan bahwa orang Yahudi dan Nasrani berani berkata tanpa ada alasan yang kuat bahwa hanya yang memeluk agama mereka yang nantinya akan masuk surga. Selain itu para ahli kitab juga menyatakan bahwa mereka tidak akan disentuh oleh api neraka kecuali beberapa hari saja dan kemudian akan segera dipindah ke surga.

Allah SWT penguasa yang memiliki wewenang tunggal dalam hal surga dan neraka, secara langsung membantah para Ahli Kitab. Allah tidak menggunakan perantara dan tidak memerintahkan siapapun termasuk Nabi Muhammad SAW untuk menjawab kebohongan itu. Allah yang menyatakan: Yang *demikian itu*, yakni ucapan tersebut, dan ucapan-ucapan mereka yang lain, yang sangat jauh dari kebenaran hanya (*Amaani*) *angan-angan belaka* yang lahir dari kebohongan yang disampaikan oleh pendeta-pendeta Yahudi tanpa ada dasarnya *dan mereka hanya menduga-duga*.

Secara umum beberapa konsep ilmu telah dijelaskan dalam al-Quran. Pembuktian kebenaran dari suatu pernyataan seperti pada pembuktian matematika, telah dijelaskan dalam surat al-Hujurat ayat 6.

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ قَوۡمَۢا بِجَهَٰلَةٖ فَتُصۡبِحُواْ عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَٰدِمِينَ ٦

Artinya: "Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang fasik membawa suatu berita, maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu."

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Jika dimaknai secara matematis, berita atau pernyataan yang dimaksud dalam ayat tersebut adalah konjektur. Konjektur adalah pernyataan yang belum diketahui nilai kebenarannya. Sebuah konjektur tidak dapat dijadikan dasar bagi pengembangan pengetahuan, karena sifatnya masih meragukan. Hal yang masih meragukan, tidak dapat memberi manfaat sebagaimana disebutkan dalam al-Quran surat an-Najm ayat 28.

وَمَا لَهُم بِهِۦ مِنۡ عِلۡمٍۖ إِن يَتَّبِعُونَ إِلَّا ٱلظَّنَّۖ وَإِنَّ ٱلظَّنَّ لَا يُغۡنِي مِنَ ٱلۡحَقِّ شَيۡـٔٗا ٢٨

Artinya : "Dan mereka tidak mempunyai sesuatu pengetahuanpun tentang itu. mereka tidak lain hanyalah mengikuti persangkaan sedang Sesungguhnya persangkaan itu tiada berfaedah sedikitpun terhadap kebenaran."

Konjektur baru dapat dijadikan dasar bagi pengembangan pengetahuan, ketika dapat dibuktikan kebenarannya, atau dengan kata lain menjadi teorema.

Teorema adalah pernyataan yang dapat ditunjukkan kebenarannya. Teorema dapat ditunjukkan kebenarannya dengan serangkaian pernyataan yang membentuk sebuah argumen, disebut bukti. Pembuktian pada teorema berperan sebagai jaminan kebenaran. Untuk mengkontruksi bukti, metode-metode diperlukan untuk memperoleh pernyataan-pernyataan baru dari pernyataan-pernyataan lama. Pernyataan-pernyataan yang digunakan dalam sebuah bukti dapat meliputi aksioma atau postulat, yaitu pernyataan dasar yang tidak perlu dibuktikan kebenarannya, hipotesis dari teorema yang dibuktikan, dan teorema yang telah dibuktikan sebelumnya (Rosen, 2003: 56).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

PEMBAHASAN

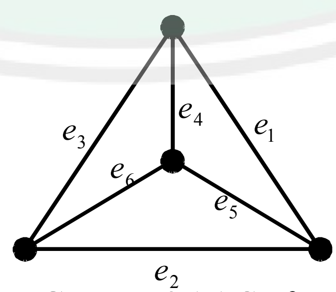
Pada bab ini akan dibahas mengenai *line graph* pada graf *wheel* W_n dan graf *gear* G_n dimana $n \geq 3$ dan n adalah bilangan asli. Kemudian untuk selanjutnya jika graf G memiliki p titik dan q sisi maka penulisan dalam pembahasan skripsi ini adalah $G_{(p,q)}$. Selain itu dalam setiap contoh dari graf roda (*wheel*) W_n dan graf *gear* G_n pada titik-titiknya tidak akan diberi nama agar pembahasannya tidak terlalu panjang.

3.1 *Line Graph* pada Graf Roda W_n

Line graph pada graf roda W_n dimana n adalah bilangan asli diberikan sebagai berikut:

Sesui dengan definisi dari Graf *wheel* W_n, dimana $n \geq 3$ maka pada Gambar 3.1.1 graf ini memiliki 6 sisi yang diberi nama e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 dan e_6

W_3 :



Gambar 3.1.1 Graf W_3

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Untuk W_3 adalah graf roda dengan 3 titik yang mengelilingi titik pusat dan masing-masing titik tersebut adjacent dengan titik pusat, sehingga memiliki 6 sisi ($e_1, e_2, e_3, e_3, e_4, e_5, e_6$) dan $L(W_3)$ adalah line dari graf W_3 yang memiliki 6 titik ($e_1, e_2, e_3, e_3, e_4, e_5, e_6$), yaitu:

titik e_1 adjacent dengan e_2, e_3, e_4 dan e_5

titik e_2 adjacent dengan e_1, e_3, e_5 dan e_6

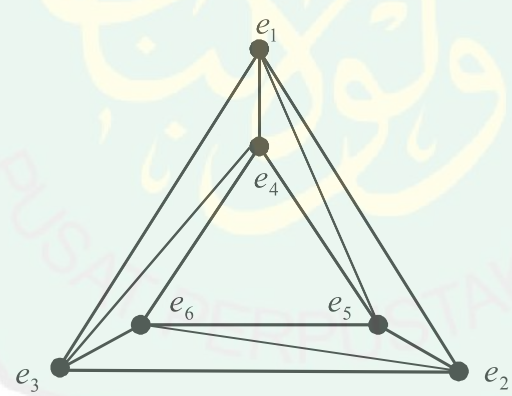
titik e_3 adjacent dengan e_1, e_2, e_4 dan e_6

titik e_4 adjacent dengan e_1, e_3, e_5 dan e_6

titik e_5 adjacent dengan e_1, e_2, e_4 dan e_6

titik e_6 adjacent dengan e_2, e_3, e_4 dan e_5

kemudian dapat digambarkan seperti gambar 3.1.2

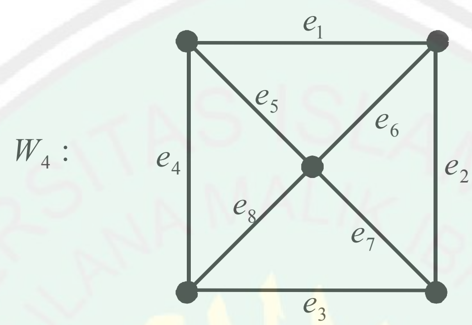


$L(W_3) = M_{(6,12)}$

Gambar 3.1.2 *Line Graph* W_3

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Untuk W_4 adalah graf roda dengan 4 titik yang mengelilingi titik pusat dan masing-masing titik tersebut adjacent dengan titik pusat, sehingga memiliki 8 sisi ($e_1, e_2, e_3, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8$) seperti pada Gambar 3.1.3



Gambar 3.1.3 Graf W_4

$L(W_4)$ adalah line dari graf W_4 yang memiliki 8 titik ($e_1, e_2, e_3, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8$), yaitu:

titik e_1 adjacent dengan e_2, e_4, e_5 dan e_6

titik e_2 adjacent dengan e_1, e_3, e_6 dan e_7

titik e_3 adjacent dengan e_2, e_4, e_7 dan e_8

titik e_4 adjacent dengan e_1, e_3, e_5 dan e_8

titik e_5 adjacent dengan e_1, e_4, e_6, e_7 dan e_8

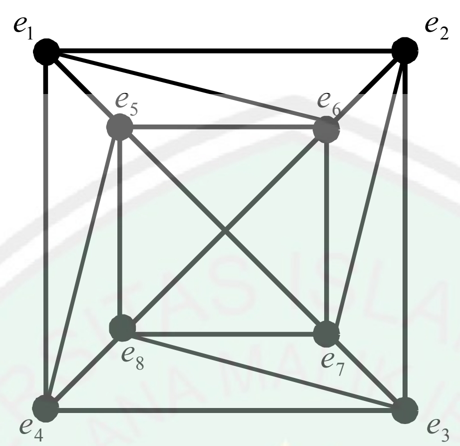
titik e_6 adjacent dengan e_1, e_2, e_5, e_7 dan e_8

titik e_7 adjacent dengan e_2, e_3, e_5, e_6 dan e_8

titik e_8 adjacent dengan e_3, e_4, e_5, e_6 dan e_7

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kemudian dapat digambarkan seperti Gambar 3.1.4

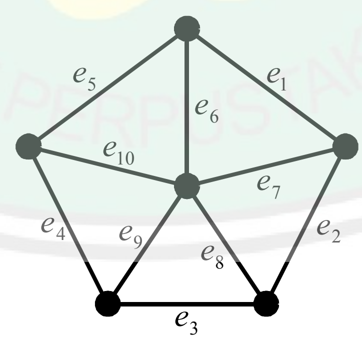


$L(W_4) = M_{(8,18)}$

Gambar 3.1.4 *Line Graph* W_4

Untuk W_5 adalah graf roda dengan titik yang mengelilingi titik pusat dan masing-masing titik tersebut adjacent dengan titik pusat, sehingga memiliki 10 sisi ($e_1, e_2, e_3, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}$) seperti pada Gambar 3.1.5

W_5 :



Gambar 3.1.5 Graf W_5

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

sehingga $L(W_5)$ adalah line dari graf W_5 yang memiliki 10 titik $(e_1, e_2, e_3, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10})$, yaitu:

titik e_1 adjacent dengan e_2, e_5, e_6 dan e_7

titik e_2 adjacent dengan e_1, e_3, e_7 dan e_8

titik e_3 adjacent dengan e_2, e_4, e_8 dan e_9

titik e_4 adjacent dengan e_3, e_5, e_9 dan e_{10}

titik e_5 adjacent dengan e_1, e_4, e_6 dan e_{10}

titik e_6 adjacent dengan e_1, e_5, e_7, e_8, e_9 dan e_{10}

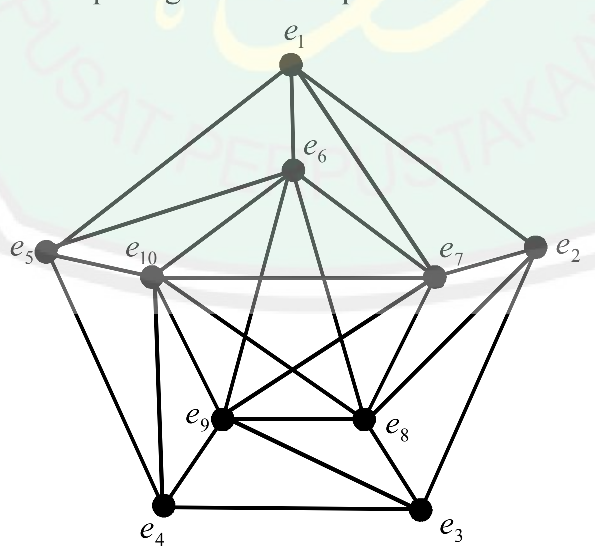
titik e_7 adjacent dengan e_1, e_2, e_6, e_8, e_9 dan e_{10}

titik e_8 adjacent dengan e_2, e_3, e_6, e_7, e_9 dan e_{10}

titik e_9 adjacent dengan e_3, e_4, e_6, e_7, e_8 dan e_{10}

titik e_{10} adjacent dengan e_4, e_5, e_6, e_7, e_8 dan e_9

kemudian dapat digambarkan seperti Gambar 3.1.6



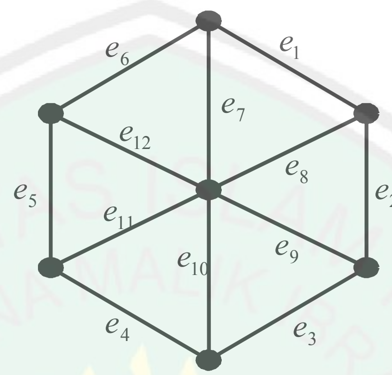
$L(W_5) = M_{(10, 25)}$

Gambar 3.1.6 *Line Graph* W_5

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Untuk W_6 adalah graf roda dengan 6 titik yang mengelilingi titik pusat dan masing-masing titik tersebut adjacent dengan titik pusat, sehingga memiliki 12 sisi ($e_1, e_2, e_3, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}$) seperti pada Gambar 3.1.7

W_6 :



Gambar 3.1.7 Graf W_6

$L(W_6)$ adalah line dari graf W_6 yang memiliki 12 titik ($e_1, e_2, e_3, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}$), yaitu:

titik e_1 adjacent dengan e_2, e_6, e_7 dan e_8

titik e_2 adjacent dengan e_1, e_3, e_8 dan e_9

titik e_3 adjacent dengan e_2, e_4, e_9 dan e_{10}

titik e_4 adjacent dengan e_3, e_5, e_{10} dan e_{11}

titik e_5 adjacent dengan e_4, e_6, e_{11} dan e_{12}

titik e_6 adjacent dengan e_1, e_5, e_7 dan e_{12}

titik e_7 adjacent dengan e_1, e_6, e_8, e_9, e_{10}, e_{11} dan e_{12}

titik e_8 adjacent dengan e_1, e_2, e_7, e_9, e_{10}, e_{11} dan e_{12}

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

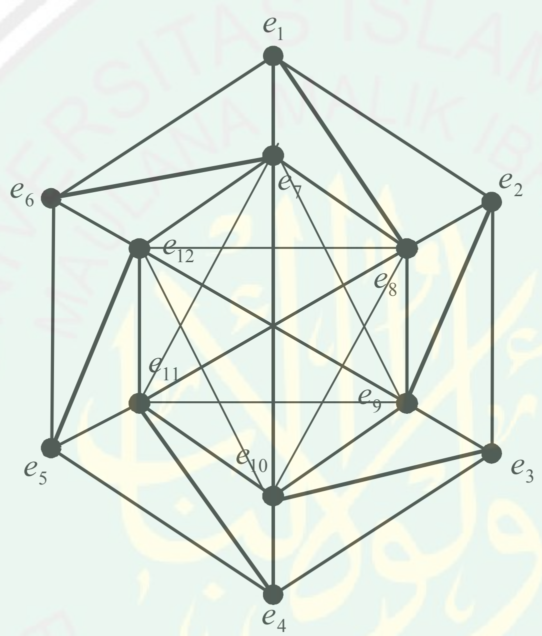
titik e_9 adjacent dengan e_2, e_3, e_7, e_8, e_{10}, e_{11} dan e_{12}

titik e_{10} adjacent dengan e_3, e_4, e_7, e_8, e_9, e_{11} dan e_{12}

titik e_{11} adjacent dengan e_4, e_5, e_7, e_8, e_9, e_{10} dan e_{12}

titik e_{12} adjacent dengan e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10} dan e_{11}

kemudian dapat digambarkan seperti Gambar 3.1.8



$$L(W_6) = M_{(12,30)}$$

Gambar 3.1.8 *Line Graph* W_6

Berdasarkan beberapa contoh di atas maka dapat dituliskan kembali ke dalam Tabel 3.1 berikut ini:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Graf	Line Graph
W_3	$L(W_3) = M_{(6,12)}$
W_4	$L(W_4) = M_{(8,18)}$
W_5	$L(W_5) = M_{(10,25)}$
W_6	$L(W_6) = M_{(12,30)}$

Tabel 3.1 Graf Garis dari Graf Roda

Berdasarkan tabel di atas maka dapat diambil kesimpulan sementara bahwa *line graph* dari graf roda (*wheel*) W_n dimana n adalah bilangan asli dan $n \geq 3$ mempunyai bentuk $L(W_n) = M_{(2n, \frac{n(n+5)}{2})}$ dengan $2n$ titik dan $\frac{n(n+5)}{2}$ sisi.

Teorema 3.1

Suatu graf roda (*wheel*) W_n dengan order n ($n \geq 3$) memiliki *line graph* berbentuk $L(W_n) = M_{(2n, \frac{n(n+5)}{2})}$ dengan M adalah graf yang dibentuk dari graf komplit dengan n titik (K_n) pada bagian dalam dan graf sikel dengan n titik (C_n) pada bagian luar, jika $u_i \in V(K_n)$ dan $v_{i-1}, v_i \in V(C_n)$ dengan order n ($n \geq 3$) maka u_i adjacent dengan v_{i-1} dan v_i dimana $i = 1, 2, \cdots, n$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bukti:

Karena graf $L(W_n)$ memiliki n titik pada sikel luar dan n titik pada graf komplit maka $|V|=2n$.

Karena graf $L(W_n)$ memiliki n titik pada graf komplit sehingga memiliki sisi sebanyak $\frac{n(n-1)}{2}$ dan karena n titik pada sikel luar terhubung langsung dua kali dengan n titik pada sikel di dalam, maka banyaknya sisi dari graf $L(W_n)$ adalah

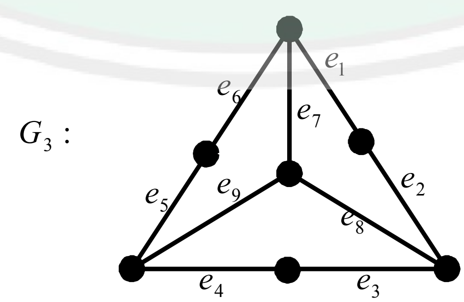
$$|E| = \frac{n(n-1)}{2} + 3n$$

$$= \frac{n(n+5)}{2}$$

3.2 *Line Graph* pada Graf *Gear* G_n

Line graph pada graf gear G_n dimana n adalah bilangan asli diberikan sebagai berikut:

Sesuai dengan definisi dari graf gear G_n, dimana $n \geq 3$ maka pada Gambar 3.2.1 graf ini memiliki 9 sisi yang diberi nama $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8$ dan e_9



Gambar 3.2.1 Graf G_3

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Untuk G_3 adalah graf gear yang seperti graf roda tetapi dengan penambahan satu titik diantara tiap-tiap pasangan dari titik-titik graf yang terhubung langsung pada sikel luar, sehingga memiliki 9 sisi $(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9)$ dan $L(G_3)$ adalah line dari graf G_3 yang memiliki 9 titik ($e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9$), yaitu:

titik e_1 adjacent dengan e_2, e_6 dan e_7

titik e_2 adjacent dengan e_1, e_3 dan e_8

titik e_3 adjacent dengan e_2, e_4 dan e_8

titik e_4 adjacent dengan e_3, e_5 dan e_9

titik e_5 adjacent dengan e_4, e_6 dan e_9

titik e_6 adjacent dengan e_1, e_5 dan e_7

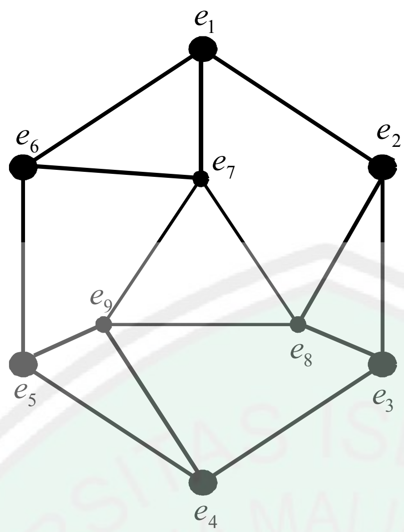
titik e_7 adjacent dengan e_1, e_6, e_8 dan e_9

titik e_8 adjacent dengan e_2, e_3, e_7 dan e_9

titik e_9 adjacent dengan e_4, e_5, e_7 dan e_8

kemudian dapat digambarkan seperti Gambar 3.2.2

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

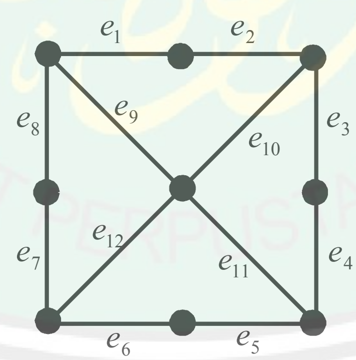


$L(G_3) = N_{(9,15)}$

Gambar 3.2.2 *Line Graph* G_3

Untuk G_4 adalah graf gear yang seperti graf roda tetapi dengan penambahan satu titik diantara tiap-tiap pasangan dari titik-titik graf yang terhubung langsung pada sikel luar, sehingga memiliki 12 sisi $(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12})$ seperti pada Gambar 3.2.3

G_4 :



Gambar 3.2.3 Graf G_4

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$L(G_4)$ adalah line dari graf G_4 yang memiliki 12 titik $(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12})$, yaitu:

titik e_1 adjacent dengan e_2, e_8 dan e_9

titik e_2 adjacent dengan e_1, e_3 dan e_{10}

titik e_3 adjacent dengan e_2, e_4 dan e_{10}

titik e_4 adjacent dengan e_3, e_5 dan e_{11}

titik e_5 adjacent dengan e_4, e_6 dan e_{11}

titik e_6 adjacent dengan e_5, e_7 dan e_{12}

titik e_7 adjacent dengan e_6, e_8 dan e_{12}

titik e_8 adjacent dengan e_1, e_7 dan e_9

titik e_9 adjacent dengan e_1, e_8, e_{10}, e_{11} dan e_{12}

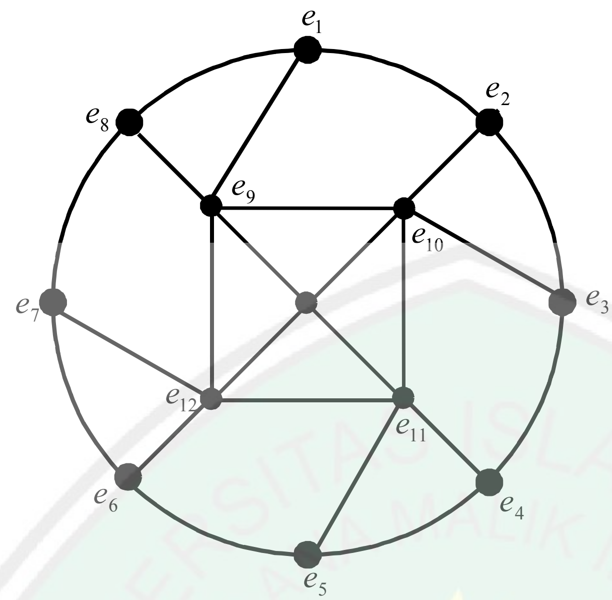
titik e_{10} adjacent dengan e_2, e_3, e_9, e_{11} dan e_{12}

titik e_{11} adjacent dengan e_4, e_5, e_9, e_{10} dan e_{12}

titik e_{12} adjacent dengan e_6, e_7, e_9, e_{10} dan e_{11}

kemudian dapat digambarkan seperti Gambar 3.2.4

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

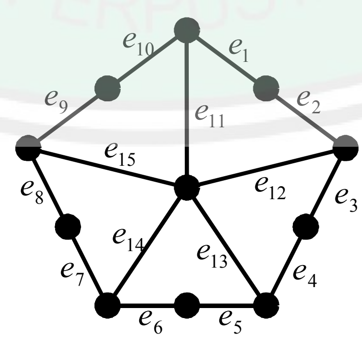


$L(G_4) = N_{(12,22)}$

Gambar 3.2.4 *Line Graph* G_4

Untuk G_5 adalah graf gear yang seperti graf roda tetapi dengan penambahan satu titik diantara tiap-tiap pasangan dari titik-titik graf yang terhubung langsung pada sikel luar, sehingga memiliki 15 sisi ($e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}$) seperti pada Gambar 3.2.5

G_5 :



Gambar 3.2.5 Graf G_5

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$L(G_5)$ adalah line dari graf G_5 yang memiliki 12 titik ($e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}$), yaitu:

titik e_1 adjacent dengan e_2, e_{10} dan e_{11}

titik e_2 adjacent dengan e_1, e_3 dan e_{12}

titik e_3 adjacent dengan e_2, e_4 dan e_{12}

titik e_4 adjacent dengan e_3, e_5 dan e_{13}

titik e_5 adjacent dengan e_4, e_6 dan e_{13}

titik e_6 adjacent dengan e_5, e_7 dan e_{14}

titik e_7 adjacent dengan e_6, e_8 dan e_{14}

titik e_8 adjacent dengan e_7, e_9 dan e_{15}

titik e_9 adjacent dengan e_8, e_{10} dan e_{15}

titik e_{10} adjacent dengan e_1, e_9 dan e_{11}

titik e_{11} adjacent dengan e_1, e_{10}, e_{12}, e_{13}, e_{14} dan e_{15}

titik e_{12} adjacent dengan e_2, e_3, e_{11}, e_{13}, e_{14} dan e_{15}

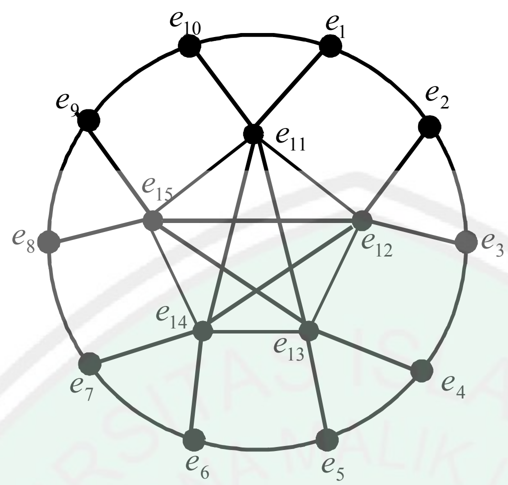
titik e_{13} adjacent dengan e_4, e_5, e_{11}, e_{12}, e_{14} dan e_{15}

titik e_{14} adjacent dengan e_6, e_7, e_{11}, e_{12}, e_{13} dan e_{15}

titik e_{15} adjacent dengan e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13} dan e_{14}

kemudian dapat digambarkan seperti Gambar 3.2.6

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

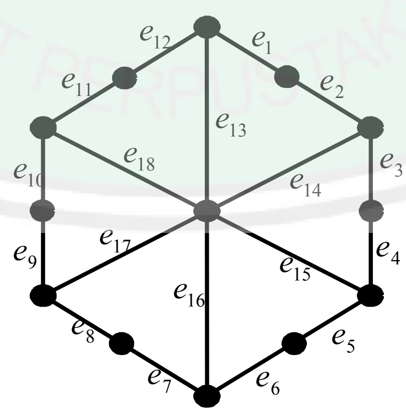


$L(G_5) = N_{(15,30)}$

Gambar 3.2.6 *Line Graph* G_5

Untuk G_6 adalah graf gear yang seperti graf roda tetapi dengan penambahan satu titik diantara tiap-tiap pasangan dari titik-titik graf yang terhubung langsung pada sikel luar, sehingga memiliki 18 sisi $(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18})$ seperti pada Gambar 3.2.7

G_6 :



Gambar 3.2.7 Graf G_6

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$L(G_6)$ adalah line dari graf G_6 yang memiliki 18 titik ($e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}$), yaitu:

titik e_1 adjacent dengan e_2, e_{12} dan e_{13}

titik e_2 adjacent dengan e_1, e_3 dan e_{14}

titik e_3 adjacent dengan e_2, e_4 dan e_{14}

titik e_4 adjacent dengan e_3, e_5 dan e_{15}

titik e_5 adjacent dengan e_4, e_6 dan e_{15}

titik e_6 adjacent dengan e_5, e_7 dan e_{16}

titik e_7 adjacent dengan e_6, e_8 dan e_{16}

titik e_8 adjacent dengan e_7, e_9 dan e_{17}

titik e_9 adjacent dengan e_8, e_{10} dan e_{17}

titik e_{10} adjacent dengan e_9, e_{11} dan e_{18}

titik e_{11} adjacent dengan e_{10}, e_{12} dan e_{18}

titik e_{12} adjacent dengan e_1, e_{11} dan e_{13}

titik e_{13} adjacent dengan e_1, e_{12}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17} dan e_{18}

titik e_{14} adjacent dengan e_2, e_3, e_{13}, e_{15}, e_{16}, e_{17} dan e_{18}

titik e_{15} adjacent dengan e_4, e_5, e_{13}, e_{14}, e_{16}, e_{17} dan e_{18}

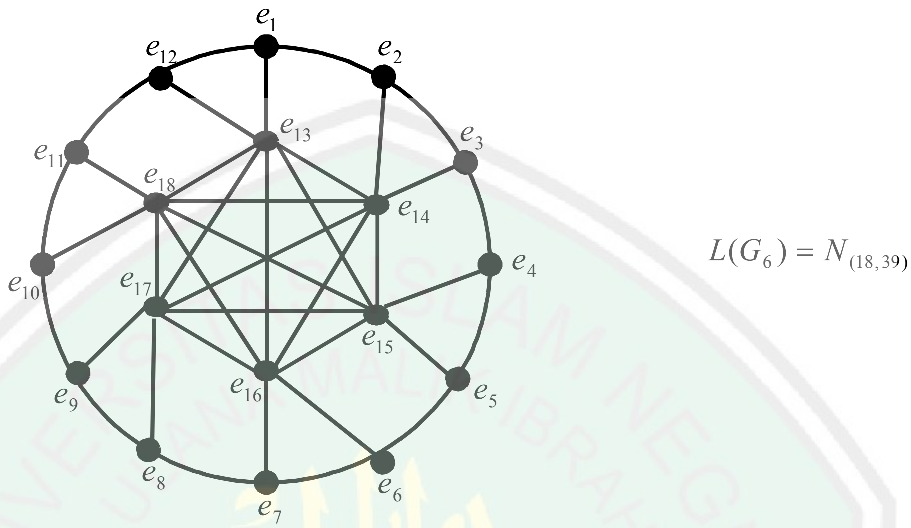
titik e_{16} adjacent dengan e_6, e_7, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{17} dan e_{18}

titik e_{17} adjacent dengan e_8, e_9, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16} dan e_{18}

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

titik e_{18} adjacent dengan e_{10}, e_{11}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16} dan e_{17}

kemudian dapat digambarkan seperti Gambar 3.2.8



Gambar 3.2.8 *Line Graph* G_6

Berdasarkan beberapa contoh di atas maka dapat dituliskan kembali ke dalam Tabel 3.2 berikut ini:

Graf	Line Graph
G_3	$L(G_3) = N_{(9,15)}$
G_4	$L(G_4) = N_{(12,22)}$
G_5	$L(G_5) = N_{(15,30)}$
G_6	$L(G_6) = N_{(18,39)}$

Tabel 3.2 Graf Garis dari Graf Gear

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan tabel di atas maka dapat diambil kesimpulan sementara bahwa *line graph* dari graf gear G_n dimana *n* adalah bilangan asli dan $n \geq 3$ mempunyai bentuk $L(G_n) = N_{(3n, \frac{n(n+7)}{2})}$ dengan $3n$ titik dan $\frac{n(n+7)}{2}$ sisi.

Teorema 3.2

Suatu graf gear G_n dengan order n ($n \geq 3$) memiliki *line graph* berbentuk $L(G_n) = N_{(3n, \frac{n(n+7)}{2})}$ dengan N adalah graf yang dibentuk dari graf komplit dengan *n* titik (K_n) pada bagian dalam dan graf sikel dengan $2n$ titik (C_{2n}) pada bagian luar, jika $r_i \in V(K_n)$ dan $s_j, s_{j+1} \in V(C_{2n})$ dengan order n ($n \geq 3$) maka r_i adjacent dengan s_j dan s_{j+1} dimana $i = 1, 2, \cdots, n$ dan $j = 2i - 1$.

Bukti:

Karena graf $L(G_n)$ memiliki $2n$ titik pada sikel luar dan *n* titik pada graf komplit maka $|V| = 3n$.

Karena graf $L(G_n)$ memiliki *n* titik pada graf komplit sehingga memiliki sisi sebanyak $\frac{n(n-1)}{2}$ dan karena memiliki $2n$ titik pada sikel luar ditambah dengan dua titik pada sikel yang terhubung langsung tepat satu titik pada graf komplit, maka banyaknya sisi dari graf $L(G_n)$ adalah

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$|E| = \frac{n(n-1)}{2} + 4n$$

$$= \frac{n(n+7)}{2}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada Bab III, maka dapat diambil kesimpulan bahwa:

1. bentuk umum graf garis dari graf Roda (*Wheel*) W_n, dengan order $n \geq 3$ adalah $L(W_n) = M_{(2n, \frac{n(n+5)}{2})}$ dengan M adalah graf yang dibentuk dari graf komplit dengan n titik (K_n) pada bagian dalam dan graf sikel dengan n titik (C_n) pada bagian luar, jika $u_i \in V(K_n)$ dan $v_{i-1}, v_i \in V(C_n)$ dengan order n ($n \geq 3$) maka u_i adjacent dengan v_{i-1} dan v_i dimana $i = 1, 2, \cdots, n$.
2. bentuk umum graf garis dari graf Gear G_n, dengan order $n \geq 3$ adalah $L(G_n) = N_{(3n, \frac{n(n+7)}{2})}$ dengan N adalah graf yang dibentuk dari graf komplit dengan n titik (K_n) pada bagian dalam dan graf sikel dengan $2n$ titik (C_{2n}) pada bagian luar, jika $r_i \in V(K_n)$ dan $s_j, s_{j+1} \in V(C_{2n})$ dengan order n ($n \geq 3$) maka r_i adjacent dengan s_j dan s_{j+1} dimana $i = 1, 2, \cdots, n$ dan $j = 2i - 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

4.2 Saran

Pada skripsi ini, penulis hanya memfokuskan pada pokok bahasan masalah menentukan *Line Graph* pada Graf Roda (*Wheel*) dan Graf Gear. Maka dari itu, untuk penulisan skripsi selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mengkaji masalah *Line Graph* pada graf piramida, graf berlian dan lain sebagainya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyakir. 2007. *Ketika Kiai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Bakry, H. Oemar. 1984. *Tafsir Rahmat*. Jakarta: Mutiara.

Chartrand, G. dan Lesniak, L. 1986. *Graph and Digraph 2nd Edition. California: Wadsworth. Inc.*

Gallian, Joseph. A. 2007. *A Dynamic Survey of Graph Labeling.* (Online): (http://www.Combinatorics.com. Diakses Tanggal 7 Maret 2009).

Purwanto, 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP Malang.

Rosen, Kenneth H.. 2003. *Discrete Mathemathics and Its Application: Fifth Edition*. Singapura: McGraw Hill

Wilson, Robin J dan Watkins John J. 1989. *Graphs: An Introductory Approach: A First Course in Discrete Mathematics*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DEPARTEMEN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345
Fax. (0341)572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Moch. Hamzah Assadillah
NIM : 04510044
Fakultas/ jurusan : Sains Dan Teknologi/ Matematika
Judul skripsi : Line Graph dari Graf Roda (W_n) dan Graf Gear (G_n)
Pembimbing I : Drs. H. Turmudi, M.Si
Pembimbing II : Munirul Abidin, M.Ag

No	Tanggal	HAL	Tanda Tangan	
1	21 Febuari 2009	Konsultasi Masalah	1.	
2	11 Maret 2009	Konsultasi BAB I		2.
3	13 Maret 2009	Revisi BAB I	3.	
4	21 Maret 2009	Konsultasi BAB II		4.
5	23 Maret 2009	Revisi BAB II	5.	
6	27 Maret 2009	Konsultasi BAB III		6.
7	30 Maret 2009	Revisi BAB III	7.	
8	30 Maret 2009	Konsultasi Keagamaan		8.
9	03 April 2009	Revisi Keagamaan	9.	
10	04 April 2009	ACC Keseluruhan		10.

Malang, 04 April 2009
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG