A-PDF WORD TO PDF DEMO: Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

DUAL HYPERGRAPH SUBGRUP DARI GRUP DIHEDRAL-$2n$ (D_{2n}) DENGAN $n \in \mathbb{Z}^+$ DAN $n \geq 3$

SKRIPSI

Oleh :
FAHMI ABDUL HALIM
NIM. 06510059

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DUAL HYPERGRAPH SUBGRUP DARI GRUP DIHEDRAL-$2n$ (D_{2n}) DENGAN $n \in \mathbb{Z}^+$ DAN $n \geq 3$

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
FAHMI ABDUL HALIM
NIM. 06510059

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2011

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

***DUAL HYPERGRAPH* SUBGRUP DARI GRUP DIHEDRAL-$2n$ (D_{2n}) DENGAN $n \in \mathbb{Z}^+$ DAN $n \geq 3$**

SKRIPSI

Oleh:
FAHMI ABDUL HALIM
NIM. 06510059

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji

Tanggal 14 Mei 2011

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Wahyu Henky Irawan, M.Pd	**Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag**
NIP. 19710420 200003 1 003	**NIP. 19720420 200212 1 003**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DUAL HYPERGRAPH SUBGRUP DARI GRUP DIHEDRAL-$2n$ (D_{2n}) DENGAN $n \in \mathbb{Z}^+$ DAN $n \geq 3$

SKRIPSI

Oleh:
FAHMI ABDUL HALIM
NIM. 06510059

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal: 30 Juni 2011

Susunan Dewan Penguji		Tanda Tangan
1. Penguji Utama :	Drs. H. Turmudi, M.Si NIP. 19571005 198203 1 001	( )
2. Ketua :	Abdussakir, M.Pd NIP. 19751006 200312 1 001	( )
3. Sekretaris :	Wahyu Henky Irawan, M.Pd NIP. 19710420 200003 1 003	( )
4. Anggota :	Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag NIP. 19720420 200212 1 003	( )

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : FAHMI ABDUL HALIM

NIM : 06510059

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan hasil tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 19 Juli 2011

Yang membuat pernyataan

Fahmi Abdul Halim

NIM. 06510059

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTTO

وَلِكُلٍّ وِجۡهَةٌ هُوَ مُوَلِّيهَاۖ فَٱسۡتَبِقُواْ ٱلۡخَيۡرَٰتِۚ أَيۡنَ مَا تَكُونُواْ يَأۡتِ بِكُمُ ٱللَّهُ جَمِيعًاۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيۡءٖ قَدِيرٞ ١٤٨

Artinya"*Dan bagi tiap-tiap umat ada kiblatnya (sendiri) yang ia menghadap kepadanya.* ***Maka berlomba-lombalah (dalam membuat) kebaikan****. di mana saja kamu berada pasti Allah akan mengumpulkan kamu sekalian (pada hari kiamat). Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu*"(Al-Baqarah: 148)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSEMBAHAN

Karya ini penulis persembahkan kepada:
almarhum ibunda yang penulis sayangi ayahanda yang paling penulis kagumi
Saudara-saudara penulis, Diantini dan Hikmahtul Ika Fajar
yang selalu membuat penulis tersenyum
Serta teman-teman penulis.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur ke hadirat Allah SWT, karena atas taufik dan hidayah-Nya penulisan skripsi yang berjudul " *Dual Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$" dapat diselesaikan. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW revolusioner sejati dan pembimbing umat manusia.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis tidak dapat menyelesaikan sendiri tanpa bantuan dari berbagai pihak, untuk itu penulis mengucapkan rasa hormat dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU, D.Sc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing yang senantiasa sabar memberi arahan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini.
5. Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag, selaku dosen pembimbing agama yang telah membimbing dan memberikan penjelasan dalam penyusunan skripsi ini.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

6. Seluruh dosen dan staf Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan ilmunya selama ini serta memberi motivasi agar penulis dapat menyelesaikan studi dengan baik.
7. Almarhum Ibunda dan Romo tercinta, saudara-saudara penulis Diantini dan Hikmahtul Ika Fajar yang selalu memberikan bantuan moril maupun spirituil kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Sahabat-sahabat penulis, IMM (Ikatan Mahasiswa Muhammadiyah) Komisariat Revivalis, Pelopor, dan Reformer Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang yang slalu memberikan dukungan dalam penyusunan skripsi ini.
9. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis berdo'a semoga bantuan yang telah diberikan dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapatkan balasan yang setimpal. Penulis berharap, semoga skripsi ini bermanfaat. Amin.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, 19 Juli 2011

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL
HALAMAN JUDUL
HALAMAN PENGAJUAN
HALAMAN PERSETUJUAN
HALAMAN PENGESAHAN
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN
MOTTO
HALAMAN PERSEMBAHAN
KATA PENGANTAR i
DAFTAR ISI iii
DAFTAR GAMBAR v
DAFTAR TABEL vii
ABSTRAK viii
ABSTRACT ix

BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Tujuan penelitian 4
1.4 Manfaat Penelitian 4
1.5 Metode Penelitian 5
1.6 Sistematika Penulisan 7
BAB II : KAJIAN PUSTAKA
2.1 Graf 8
2.1.1 Definisi Graf 8
2.1.2 Derajat Titik 9
2.1.3 Terhubung Langsung (*Adjacent*) danTerkait Langsung (*Incident*) 11
2.1.3.1 Terhubung Langsung (*Adjacent*) 11
2.1.3.2 Terkait Langsung (*Incident*) 12

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.1.4 Graf Komplit 13
2.1.6 Matriks Keterhubungan 13
2.1.7 *Hypergraph* 15
2.1.8 *Dual Hypergraph* 16
2.2 Grup 17
2.2.1 Definisi Operasi Biner 17
2.2.2 Definisi Grup 18
2.2.3 Sifat-sifat Grup 19
2.2.4 Subgrup 21
2.2.4 Sifat-sifat Subgrup 21
2.3 Grup Dihedral 23
2.3.1 Definisi Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ 23
2.4 Kajian Agama 24
BAB III PEMBAHASAN
3.1 Subgrup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ 29
3.1.1 Subgrup-subgrup Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n Bilangan Prima 30
3.1.1.1 Dihedral-6 (D_6) 30
3.1.1.2 Dihedral-10 (D_{10}) 33
3.1.1.3 Dihedral-14 (D_{14}) 36
3.1.2 Subgrup-subgrup Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n Bilangan Komposit 41
3.1.2.1 Dihedral-8 (D_8) 41
3.1.2.2 Dihedral-12 (D_{12}) 46
3.1.2.3 Dihedral-16 (D_{16}) 51
3.1.2.4 Dihedral-19 (D_{19}) 57
BAB IV PENUTUP 76
4.1. Kesimpulan 76
4.2. Saran 76
DAFTAR PUSTAKA

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf G dengan 5 Titik dan 6 Sisi 8
Gambar 2.2 Graf G dengan 5 titik dan 5 Sisi 10
Gambar 2.3 Graf untuk Mengilustrasikan *Adjacent* dan *Incident* 12
Gambar 2.4 Graf G dengan 4 Titik dan 4 Sisi 12
Gambar 2.5 Graf Komplit 13
Gambar 2.6 Graf G dengan 4 Titik dan 5 Sisi 14
Gambar 2.7 *Hypergraph* 15
Gambar 2.8 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*10* (D_{10}) 16
Gambar 2.9 Graf komplit-*8*(K_8) 17
Gambar 2.10 Representasi Graf Terhadap Waktu-Waktu Shalat 26
Gambar 3.1 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*6* (D_6) 31
Gambar 3.2 Graf Komplit-*6* (K_6) 32
Gambar 3.3 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*10* (D_{10}) 34
Gambar 3.4 Graf Komplit-*8* (K_8) 35
Gambar 3.5 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*14* (D_{14}) 38
Gambar 3.6 Graf Komplit-*10* (K_{10}) 40
Gambar 3.7 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*8* (D_8) 43
Gambar 3.8 Graf Komplit-*10* (K_{10}) 45
Gambar 3.9 *Hypergraph* subgrup dari Grup Dihedral-*12* (D_{12}) 47
Gambar 3.10 Graf Komplit-*16* (K_{16}) 50
Gambar 3.11 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*16* (D_{16}) 54
Gambar 3.12 Graf Komplit-*19* (K_{19}) 56
Gambar 3.13 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*18* (D_{18}) 60
Gambar 3.14 Graf Komplit-*16* (K_{16}) 62
Gambar 3.15 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*2n* (D_{2n}) dengan
$n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk *n* Bilangan Prima 66
Gambar 3.16 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*2n* (D_{2n}) dengan
$n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk *n* Bilangan Komposit 70

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Gambar 3.17 Graf Komplit-*6* (K_6) 71
Gambar 3.18 Graf Komplit-*8* (K_8) 72
Gambar 3.18 Graf Komplit-*10* (K_{10}) 72

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Tabel Cayley Grup Dihedral-*6* (D_6) 24
Tabel 3.1 Tabel Cayley Grup Dihedral-*6* (D_6) 30
Tabel 3.2 Tabel Cayley Grup Dihedral-*10* (D_{10}) 33
Tabel 3.3 Tabel Cayley Grup Dihedral-*14* (D_{14}) 37
Tabel 3.4 Tabel Cayley Grup Dihedral-*8* (D_8) 42
Tabel 3.5 Tabel Cayley Grup Dihedral-*12* (D_{12}) 46
Tabel 3.6 Tabel Cayley Grup Dihedral-*16* (D_{16}) 52
Tabel 3.7 Tabel Cayley Grup Dihedral-*18* (D_{18}) 58
Tabel 3.8 Tabel *Dual Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*2n* (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ 63
Tabel 3.9 Tabel *Dual Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*2n* (D_{2n}) untuk *n* Bilangan Komposit 64

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Halim, Fahmi Abdul. 2011. ***Dual Hypergraph* Subgrup Dari Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.** Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd.
(II) Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag.

Salah satu permasalahan dalam topik graf adalah menentukan *dual hypergraph*. Dengan menganggap bahwa subgrup-subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ sebagai titik-titik pada *hypergraph* maka *Hypergraph H* adalah pasangan $H = (X,E)$ di manan X adalah himpunan dari beberapa elemen titik dan E adalah himpunan tidak kosong yang merupakan subset dari X atau disebut *hyperedges*. *Dual hypergraph H* bisa dinotasikan dengan graf H^*. H^* adalah suatu graf yang mana untuk setiap E_i, E_j ($i \neq j$) dikatakan terhubung bila ada subset atau irisan pada keduanya. Graph H^* adalah *dual hypergraph* dari H.

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut penelitian dilakukan dengan tujuan untuk: Mendeskripsikan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Metode penelitian dalam skripsi ini adalah metode penelitian pustaka (*library research*) selanjutnya adalah Mendeskripsikan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$, dengan langkah-langkah sebagai berikut: (1) Menentukan grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$; (2) Menentukan subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$; (3) menggambarkan *hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dan menentukan matriks dari *hypergraph;* (4) menetukan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dan menentukan matriks keterhubungannya dan (5) membuat konjektur dan membuktikan konjektur dari *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

Berdasarkan hasil pembahasan dapat diperoleh bahwa *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan prima berbentuk komplit berorder–n+3 (K_{n+3}) sedangkan untuk n bilangan komposit berbentuk komplit berorder–$(1 + k + n + \{m_1 + m_2 + \cdots + m_k\})$ $K_{(1+k+n+\{m_1+m_2+\cdots+m_k\})}$.

Kata Kunci: grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$, subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}), *hypergraph*, dan *dual hypergraph*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Halim, Fahmi Abdul. 2011. **Dual Hypergraph Subgroups of Dihedral-$2n$ (D_{2n}) Group where $n \in \mathbb{Z}^+$ and $n \geq 3$.** Thesis, Mathematics Department Faculty of Science and Technology The State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.
Adviser: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd.
(II) Dr. H. Munirul Abidin, M.Ag.

One of problem in graph theory is determine dual hypergraph. Assuming that subgroups of the dihedral-$2n$ group (D_{2n}) where $n \in \mathbb{Z}^+$ and $n \geq 3$ as a vertex on the hypergraph then hypergraph H is pair $H = (X,E)$ where X is set of vertex and E is not empty set which is a subset of X or called hyperedges. Dual hypergraph of H can be denoted with H^*. H^* is a graph which E_i, E_j $(i \neq j)$ is adjacent if there is a subset or intersection on both.

Based on the problem, the research conducted for the purpose to: describes dual hypergraph subgroups of the dihedral-$2n$ group (D_{2n}) where $n \in \mathbb{Z}^+$ and $n \geq 3$. Methods of research in this thesis is the library research methods, then describe dual hypergraph subgroups of the dihedral-$2n$ group (D_{2n}) where $n \in \mathbb{Z}^+$ and $n \geq 3$ with the following steps: (1) define the dihedral-$2n$ group (D_{2n}) where $n \in \mathbb{Z}^+$ and $n \geq 3$; (2) define subgroup of dihedral-$2n$ group (D_{2n}) where $\angle\!\!\!

A-PDF WORD TO PDF DEMO: Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Al Qur'an sebagai wahyu Allah SWT yang dijadikan panduan utama didalam menjalankan ajaran islam tidak hanya memuat aturan-aturan peribadatan bagi umat-Nya, tetapi juga memuat pengetahuan baik di masa yang lalu maupun masa akan datang, termasuk didalamnya adalah tentang Ilmu pengetahuan. Al-Qur'an adalah kitab petunjuk sekaligus sumber ilmu. Segala ilmu yang ada baik yang sudah dikenal maupun yang akan diketahui oleh manusia telah diberikan rujukannya dalam Al-Qur'an, namun semua ilmu itu hanyalah sebagian kecil dari ilmu Allah. Hal itu dikarenakan pengetahuan Allah meliputi segala sesuatu (QS. Thaha: 98)

إِنَّمَآ إِلَٰهُكُمُ ٱللَّهُ ٱلَّذِى لَآ إِلَٰهَ إِلَّا هُوَ ۚ وَسِعَ كُلَّ شَىْءٍ عِلْمًا ﴿٩٨﴾

Artinya: *"Sesungguhnya Tuhanmu hanyalah Allah, yang tidak ada Tuhan selain Dia. Pengetahuan-Nya meliputi segala sesuatu".*

Al-Qur'an menggambarkan betapa luasnya Ilmu Allah dalam Surat Al-Kahfi:109

قُل لَّوْ كَانَ ٱلْبَحْرُ مِدَادًا لِّكَلِمَٰتِ رَبِّى لَنَفِدَ ٱلْبَحْرُ قَبْلَ أَن تَنفَدَ كَلِمَٰتُ رَبِّى وَلَوْ جِئْنَا بِمِثْلِهِۦ مَدَدًا ﴿١٠٩﴾

Artinya: *"Katakanlah: Sekiranya lautan menjadi tinta untuk (menulis) kalimat-kalimat Tuhanku, sungguh habislah lautan itu sebelum habis (ditulis) kalimat-kalimat Tuhanku, meskipun Kami datangkan tambahan sebanyak itu (pula)".*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Kewajiban menuntut ilmu atau mempelajari ilmu pengetahuan dalam Islam telah jelas diperintahkan dalam Al Qur'an maupun sunnah. Karena dengan mempelajari ilmu pengetahuan diharapkan seorang muslim akan lebih meyakini kekuasaan Allah sehingga bisa mempertebal keimanan kepada-Nya, dimana ilmu pengetahuan itu tidak hanya digali dari ayat-ayat qouliyah yang tertulis di dalam Al Qur'an, tetapi juga ayat-ayat kauniyah yang terhampar di alam semesta, salah satu ilmu Allah SWT yang mengagumkan adalah ilmu matematika. sebagaimana di sebutkan dalam beberapa ayat berikut:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

Artinya:"*Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran.*"

ٱلَّذِى لَهُۥ مُلْكُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَلَمْ يَتَّخِذْ وَلَدًا وَلَمْ يَكُن لَّهُۥ شَرِيكٌ فِى ٱلْمُلْكِ وَخَلَقَ كُلَّ شَيْءٍ فَقَدَّرَهُۥ تَقْدِيرًا ﴿٢﴾

Artinya:*"yang kepunyaan-Nya-lah kerajaan langit dan bumi, dan Dia tidak mempunyai anak, dan tidak ada sekutu bagiNya dalam kekuasaan(Nya), dan Dia telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya."*

Dari kedua ayat di atas dijelaskan bahwa Allah SWT menciptakan segala sesuatu menurut ukuran dan ketentuan-ketentuan-NYA, yang mana ukuran-ukuran tersebut sesuai dengan hukum-hukum alam (sunnatullah) dan Allah SWT menetapkan ukuran-ukuran dengan serapi-rapinya. Ukuran-ukuran tersebut bisa dikaji dengan ilmu pengetahuan salah satunya adalah matematika.

Matematika sebagai disiplin ilmu dikenal sebagai *Queen of Science*. Matematika merupakan abtraksi dari dunia nyata dengan menggunakan bahasa

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

simbol yang mengosongkan arti sehingga dapat dipakai dan diterapkan di berbagai bidang keilmuan yang lain, sehingga matematika dapat diterapkan kapanpun, dimanapun dan terbukti telah memberikan pengaruh yang cukup besar serta mempunyai peranan penting terhadap kemajuan disiplin ilmu lainnya (Faz, 2007:101).

Salah satu konsep matematika adalah masalah teori graf. *Graf* G didefinisikan sebagai pasangan ($V(G)$, $E(G)$) dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut *titik*, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut *sisi*. Banyaknya unsur di $V(G)$ disebut *order* dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$, dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G cukup masing-masing ditulis p dan q (Abdussakir dkk, 2009:4).

Hypergraph adalah bentuk umum dari sebuah graf, di mana sisi di hubungkan oleh titik. Secara formal *hypergraph* H adalah pasangan $H = (X,E)$ di manan X adalah himpunan dari beberapa elemen titik dan E adalah himpunan tidak kosong yang merupakan *subset* dari X atau di sebut *hyperedges*. Oleh karena itu E adalah *subset* dari $P(X)\backslash\emptyset$ dengan $P(X)$ adalah *power set* dari X (Bondy dan Muurty, 2008: 21).

Dual hypergraph dari H dapat di notasikan dengan graf H^*. H^* adalah suatu graf untuk setiap E_i, E_j $(i \neq j)$ dikatakan terhubung bila ada subset atau irisan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pada keduanya. Graph H^* adalah *dual* dari *hypergraph* H (Bondy dan Murty, 2008: 21).

Menurut penulis cara untuk menentukan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ tersebut memerlukan waktu yang lama, sehingga perlu digunakan cara atau rumusan umum untuk menentukan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Karena penelitian tentang *dual hypergraph* belum ada maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang *dual hypergraph* ini. Maka penulis merumuskan judul pada skripsi ini dengan **" *Dual Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$"**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah yang dapat dikemukakan adalah bagaimana *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$?

.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penulisan skripsi ini adalah mendeskripsikan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.4 Manfaat Penelitian

Dalam skripsi ini diharapkan dapat bermanfaat bagi berbagai pihak, di antaranya:

a. Bagi Penulis

Dalam penulisan skripsi ini, penulis diharapkan dapat menambah pengetahuan tentang *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

b. Bagi Pembaca

1. Sebagai literatur dalam penelitian *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.
2. Menambah wawasan pengetahuan tentang *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

c. Bagi lembaga

Bagi lembaga sebagai bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya untuk mata kuliah Teori Graf.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library research)* atau kajian pustaka, yakni melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi-informasi serta objek yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Adapun langkah-langkah yang digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan rumusan masalah tentang *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.
2. Mengumpulkan berbagai literatur pendukung, baik yang bersumber dari buku, jurnal, artikel, diktat kuliah, internet, berupa definisi, teorema, dan sifat-sifat yang berhubungan dengan permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini.
3. Mengumpulkan data-data berupa contoh-contoh grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$, subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$, *hypergraph* dan *dual* dari *hypergraph*.
4. Menganalisis data yaitu:
   1. Menentukan grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.
   2. Menentukan subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.
   3. Menggambarkan *hypergraph* dari subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dianggap sebagai E pada *hypergraph* dan menentukan matriks keanggotaan dari *hypergraph*..
   4. Menentukan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dan menentukan matriks keterhubungan dari *dual hypergraph*.
   5. Membuat konjektur dan membuktikan konjektur *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5. Melaporkan hasil penelitian.

1.6 Sistematika Penulisan

Agar dalam membaca hasil penelitian ini pembaca mudah memahami dan tidak menemukan kesulitan, maka dalam penyajiannya ditulis berdasarkan suatu sistematika yang secara garis besar dibagi menjadi empat bab, yaitu:

BAB I PENDAHULUAN, pendahuluan ini meliputi: latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA, bagian ini terdiri atas beberapa konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan, antara lain membahas tentang graf, matriks keterhubungan, *hypergraph*, *dual hypergraph*, grup, sifat-sifat grup, subgrup, grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dan kajian dalam agama.

BAB III PEMBAHASAN, pembahasan ini berisi tentang grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$, subgrup-subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$, *hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

BAB IV PENUTUP, pada bab ini memuat kesimpulan dan saran.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

A-PDF WORD TO PDF DEMO: Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

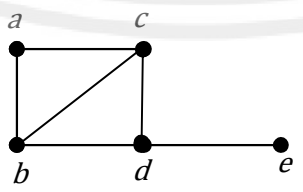
2.1.1 Definisi Graf

Graf G adalah pasangan ($V(G)$, $E(G)$) dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$. Banyaknya unsur di $V(G)$ disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G tersebut cukup ditulis dengan p dan q. Graf dengan order p ukuran q dapat disebut graf (p, q) (Abdussakir dkk, 2009: 4).

Contoh:

Graf G yang memuat himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ seperti berikut ini. $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ $E(G) = \{(a, b), (a, c), (b, c), (b, d), (c, d), (d, e)\}$. Graf tersebut dapat di gambarkan sebagai berikut:

G :



Gambar 2.1 Graf G dengan 5 Titik dan 6 sisi

Dari gambar 2.1. Graf G mempunyai 5 titik sehingga order G adalah $p = 5$. Graf G mempunyai 6 sisi sehingga ukuran graf G adalah $q = 6$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Graf G dengan himpunan titik dan sisi masing-masing

$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$

$E(G) = \{(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(d,e)\}$.

Dapat juga ditulis dengan

$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$

$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

untuk

$e_1 = (a,b)$

$e_2 = (a,c)$

$e_3 = (b,c)$

$e_4 = (b,d)$

$e_5 = (c,d)$

$e_6 = (d,e)$

2.1.2 Derajat Titik

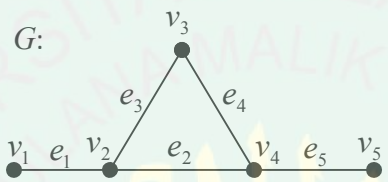
Jika v adalah titik pada graf G, maka himpunan semua titik di G yang terhubung langsung dengan v disebut lingkungan dari v dan di tulis $N_G(v)$. Derajat dari titik v di graf G, di tulis $deg_G(v)$, adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v (Abdussakir dkk, 2009: 9). Titik yang berderajat genap sering disebut *titik genap* (*even vertices*) dan titik yang berderajat ganjil disebut *titik ganjil* (*odd vertices*). Titik yang berderajat nol disebut *isolated vertices* dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

titik yang berderajat satu disebut *titik ujung* (*end vertices*) (Chartrand dan Leniak, 1986: 7).

Contoh:

Perhatikan graf G berikut yang mempunyai himpunan titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_{4,}, v_5\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_{4,}, e_5\}$



Gambar 2.2 Graf G dengan 5 titik dan 5 Sisi

Berdasarkan gambar 2.2 diperolah bahwa:

$deg(v_1) = 1$

$deg(v_2) = 3$

$deg(v_3) = 2$

$deg(v_4) = 3$

$deg(v_5) = 1$

Titik v_2 dan v_4 adalah titik ganjil, titik v_3 adalah titik genap, titik v_1 dan v_3 adalah titik ujung. Hubungan antara jumlah derajat semua titik dalam suatu graf G dengan banyak sisi, yaitu q, adalah

$$\sum_{v \in G} \deg(v) = 2q.$$

Hal ini dinyatakan dalam teorema berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Teorema 1

Misalkan G graf dengan order p dan ukuran q, dengan $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_P\}$ maka $\sum_{i=1}^{p} \deg(v_i) = 2q$ (Abdussakir dkk, 1986: 7).

Bukti:

Setiap menghitung derajat suatu titik di G, maka suatu sisi di hitung 1 kali. Karena setiap sisi menghubungkan dua titik berbeda maka ketika menghitung derajat semua titik, sisi akan terhitung dua kali, dengan demikian diperoleh bahwa jumlah semua derajat titik di G sama dengan 2 kali jumlah sisi di G

Corollary 1

Pada sebarang graf, jumlah derajat titik ganjil adalah genap.

Bukti:

Misalkan graf G dengan size q. Dan misalkan W himpunan yang memuat titik ganjil pada G serta U himpunan yang memuat titik genap di G. Dari teorema 1 maka diperoleh:

$$\sum_{v \in v(\mathrm{G})} \deg(v) = \sum_{v \in \mathrm{W}} \deg(v) + \sum_{v \in \mathrm{U}} \deg(v) = 2q$$

Dengan demikian karena $\sum_{v \in U} \deg(v)$ genap, maka $\sum_{v \in W} \deg(v)$ juga genap. Sehingga $|W|$ adalah genap.

2.1.3 Terhubung Langsung (*Adjacent*) dan Terkait Langsung (*Incident*)

2.1.3.1 Terhubung Langsung (*adjacent*)

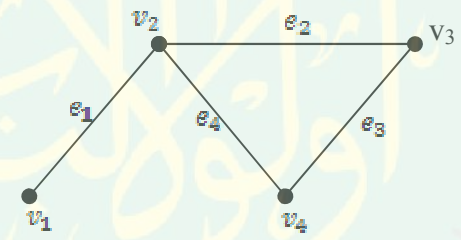
Dua titik pada graf G dikatakan *adjacent* bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, u terhubung langsung dengna v

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Jika (u,v) adalah sebuah sisi pada graf (Munir, 2005: 365). Chartrand dan Lensiak (1986: 4) menyatakan sisi $e=(u,v)$ dikatakan menghubungkan titik *u* dan *v*, jika $e=(u,v)$ adalah sisi graf G, maka *u* dan *v* disebut terhubung langsung (*adjacent*).

2.1.3.2 Terkait Langsung (*incident*)

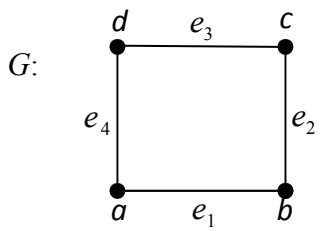
Untuk sembarang sisi $e=(u,v)$ sisi e dikatakan terkait langsung dengan titik dan titik (Munir, 2005: 365). Pada gambar 2.3 titik v_3 adjacent dengan titik v_2 dan v_4, tetapi tidak *adjacent* dengan titik v_1. Sisi e_4 *incident* dengan titik v_4 dan v_2, tetapi tidak *incident* dengan titik v_1.



Gambar 2.3 Graf untuk Mengilustrasikan *Adjacent* dan *Incident*

Contoh:

Perhatikan graf G yang memuat $V(G)=\{a,b,c,d\}$ dan $E(G)=\{e_1,e_2,e_3,e_4\}$ berikut:



Gambar 2.4 Graf *G* dengan 4 Titik dan 4 Sisi

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari Gambar 2.4 tersebut, titik *a* dan e_1 serta e_1 dan *b* adalah *incident* (terkait langsung) dan titik *a* dan *b* adalah *adjacent* (terhubung langsung).

2.1.4 Graf komplit

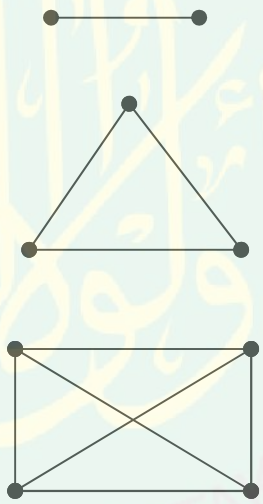
Graf komplit (*Complete Graph*) adalah graf dengan dua titik yang berbeda saling *adjacent*. Graf komplit dengan *n* titik dinyatakan dengan K_n (Chartrand dan Lesniak, 1986: 9).

Contoh:

K_2 :

K_3 :

K_4:



Gambar 2.5 Graf Komplit

Dari Gambar 2.5. K_2, K_3, K_4 adalah graf komplit karena tiap titik dalam graf tersebut selalu *adjecent* dengan semua titik yang lain.

2.1.5 Matrikss Keterhubungan

Misalkan G graf dengan order p ($p \geq 1$) dan ukuran q serta himpunan titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4 \dots, v_j\}$. Matriks keterhubungan titik (atau matriks

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

keterhubungan) dari graf G, dinotasikan dengan A(G) adalah matriks (pxp) dengan unsur pada baris ke-i dan kolom ke-j bernilai 1 jika v_i terhubung langsung dengan titik v_j serta bernilai 0 bila titik v_i tidak terhubung langsung dengan titik v_j. Dengan kata lain, matriks keterhubungan dapat ditulis A(G) = $[a_{ij}]$, $1 \leq i,\ j \leq p$ dengan

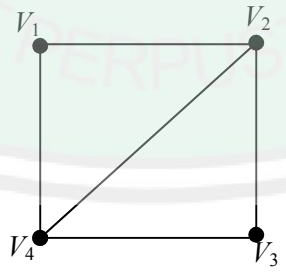
$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } v_i \text{ terhubung langsung dengan } v_j \\ 0, & \text{jika } v_i \text{ tidak terhubung langsung dengan } v_j \end{cases}$$

matriks keterhubungan suatu graf G adalah matriks simetri dengan unsur 0 dan 1 dan memuat nilai 0 pada diagonal utamanya. Hal ini karena graf tidak memuat lup dan tidak memuat sisi paralel.

Contoh:

Misalkan graf G dengan himpunan titik *V(G)* = $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi *E(G)* =$\{v_1v_2, v_1v_4, v_2v_3, v_2v_4, v_2v_4, v_3v_4\}$. Maka diagram graf G sebagai berikut:

G :



Gambar 2.6 Graf *G* dengan 4 Titik dan 5 Sisi

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

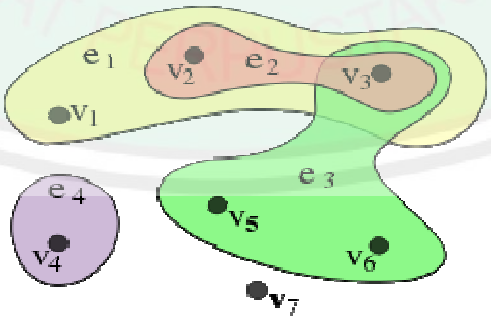
dan matriks keterhubungan dari Gambar 2.6 sebagai berikut:

A(G):

2.1.6 Hypergraph

Hypergraph adalah bentuk umum dari sebuah graf, di mana sisi di hubungkan oleh titik. Secara formal *hypergraph H* adalah pasangan $H = (X,E)$ di manan X adalah himpunan dari beberapa elemen titik dan E adalah himpunan tidak kosong yang merupakan *subset* dari X atau di sebut *hyperedges.* Oleh karena itu E adalah *subset* dari $P(X)\backslash\phi$ dengan $P(X)$ adalah *power set* dari X (Bondy dan Murty, 2008: 21).

Contoh:



Gambar 2.7 *Hypergraph*

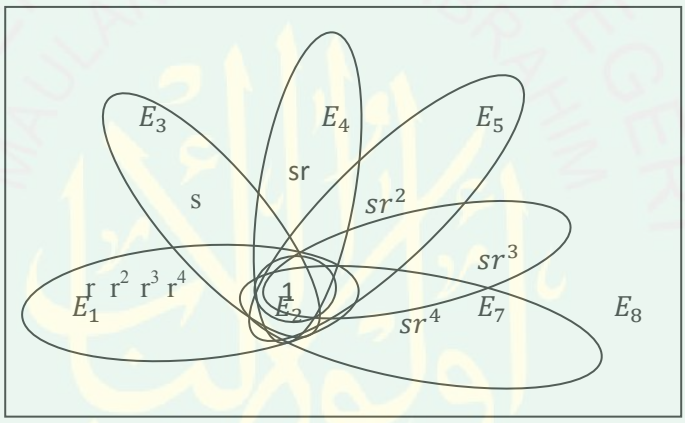
Contoh *hypergraph*, dengan $X = \{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7\}$ and $E = \{e_1,e_2,e_3,e_4\} = \{\{v_1,v_2,v_3\}, \{v_2,v_3\}, \{v_3,v_5,v_6\}, \{v_4\}\}$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.1.7 *Dual Hypergraph*

Dual hypergraph H dapat dinotasikan dengan graf H *. H * adalah suatu graf untuk setiap E_i, E_j $(i \neq j)$ dikatakan terhubung bila ada subset atau irisan pada keduanya. Graph H * adalah *dual hypergraph* dari H (Bondy dan Murty, 2008: 21).

Contoh:



Gambar 2.8 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-10 (D_{10})

Dari Gambar 2.8 di atas dengan:

a menotasikan titik yang mewakili bidang E_1

b menotasikan titik yang mewakili bidang E_2

c menotasikan titik yang mewakili bidang E_3

d menotasikan titik yang mewakili bidang E_4

e menotasikan titik yang mewakili bidang E_5

f menotasikan titik yang mewakili bidang E_6

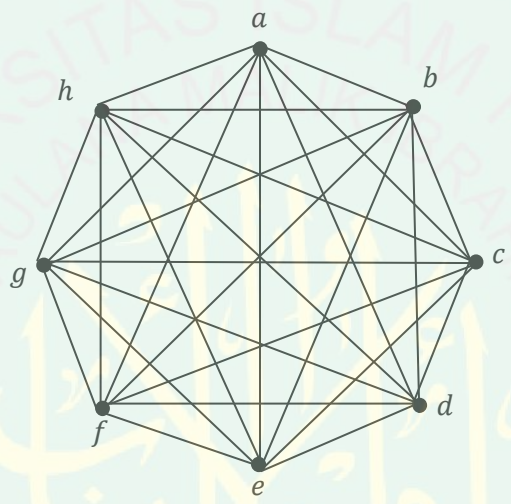
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

g menotasikan titik yang mewakili bidang E_7

h menotasikan titik yang mewakili bidang E_8,

maka akan digambarkan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-10 (D_{10}) sebagai berikut:

K8:



Gambar 2.9 Graf Komplit-8 (K_8)

2.2 Grup

2.2.1 Definisi Operasi Biner

Misalkan S suatu himpunan yang tidak kosong. Operasi o pada elemen S disebut biner, apabila setiap dua elemen a, $b \in S$ maka $(a \text{ o } b) \in S$. Atau dapat pula dikatakan bahwa operasi o pada S. Dapat pula dikatakan bahwa operasi o pada S bersifat tertutup (Sukirman, 2005: 35).

Misalkan operasi o pada S adalah suatu operasi biner, maka berlaku:

1. Jika $\forall a,b \in S$ berlaku $a \text{ o } b = b \text{ o } a$, maka dikatakan bahwa operasi o pada S bersifat komutatif.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2. Jika $\forall a,b \in S$ berlaku $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$, maka dikatakan bahwa operasi biner o pada S bersifat assosiatif.
3. Jika ada $e \in S$ sedemikian hingga $\forall a \in S$ berlaku $a \circ e = e \circ a = a$, maka e disebut elemen identitas terhadap o.
4. Jika $\forall\ a \in S, \exists\ b \in S$ sedemikian hingga $a \circ b = b \circ a = e$ maka b disebut invers dari a terhadap operasi o . Invers dari a ditulis a^{-1} .

Contoh:

$+$ (operasi penjumlahan) adalah operasi biner yang komutatif pada $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ dan $\mathbb{R}$.

2.2.2 Definisi Grup

Grup adalah sistem aljabar (G, *) dengan G tidak sama dengan himpunan kosong ($G \neq \emptyset$) dan * operasi biner pada G yang memenuhi sifat-sifat berikut:

1. Assosiatif : $(a * b) * c = a * (b * c)$, untuk semua $a, b, c \in$ G
2. ada elemen identitas di G sehingga $a * e = e * a = a$, untuk semua $a \in$ G (e di sebut identitas di G)
3. untuk setiap $a \in$ G ada suatu elemen a^{-1} di G sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ (a^{-1} disebut invers dari a) (Raisinghania dan Anggarwal, 1980: 31).

Untuk syarat tertutup, sudah terpenuhi pada definisi operasi biner.

Contoh:

Selidiki apakah (Z, +) merupakan grup

Jawab

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1. Ambil $a, b \in$ Z maka $a + b \in$ Z. Jadi Z tertutup pada operasi penjumlahan
2. Ambil a, b, $c \in$ Z maka $(a + b) + c = a + (b + c)$. Jadi operasi penjumlahan
3. $\exists$ 0 $\in$ Z sehingga $a + 0 = 0 + a = a$, $\forall$ $a \in$ Z. Jadi 0 adalah identitas penjumlahan
4. Untuk setiap $a, -a \in$ Z sehingga $a + (-a) = 0$. Jadi $-a$ adalah invers dari a.

Karena (Z, +) memenuhi aksioma grup maka (Z, +) adalah grup.

2.2.3 Sifat-Sifat Grup

Jika G grup dengan operasi $*$, maka

1. Identitas dari G adalah tunggal
2. Untuk setiap $a \in G, a^{-1}$ adalah ditentukan tunggal
3. $\left(a^{-1}\right)^{-1} = a$, untuk setiap $a \in G$
4. $(a * b)^{-1} = \left(b^{-1}\right) * (a^{-1})$

Bukti :

1. Jika f dan g keduanya identitas, $f, g \in G$, maka dengan aksioma (ii) dari definisi grup $f * g = f$ (ambil $a = f$ dan $e = g$). Dengan aksioma yang sama $f * g = g$ (ambil $a = g$ dan $e = f$) jadi $f = g$. Sehingga identitas dari G adalah tunggal.
2. Diasumsikan b dan c keduanya invers dari a, misal e identitas di G. Dengan aksioma (iii), $a * b = e$ dan $c * a = e$, sehingga

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$c = c * e$ (definisi e)

$= c * (a * b)$ (karena $e = a * b$)

$= (c * a) * b$ (hukum asosiatif)

$= e * b$ (karena $e = c * a$)

$= b$

3. Untuk menunjukkan $(a^{-1})^{-1} = a$ adalah masalah yang menunjukkan bahwa a adalah invers dari a^{-1} (karena dengan bagian (2) a mempunyai invers tunggal). karena G suatu grup, maka $\forall$ $a \in$ G berlaku bahwa $aa^{-1} = a^{-1}a = e$, maka $(a^{-1})^{-1} = a$

4. Misal $c = (a * b)^{-1}$ dan $(a * b) * c = e$. Dengan hukum asosiatif diperoleh $a * (b * c) = e$. Kedua ruas dioperasikan dengan a^{-1} dari kiri untuk memperoleh bentuk:

$$a^{-1} * (a * (b * c)) = a^{-1} * e$$

Pada ruas kiri dikenakan hukum asosiatif dan pada ruas kanan dikenakan definisi identitas e, diperoleh:

$(a^{-1} * a) * (b * c) = a^{-1}$

$e * (b * c) = a^{-1}$ (definisi identitas)

$(b * c) = a^{-1}$ (definisi identitas)

Kedua ruas dioperasikan dengan b^{-1} dari kiri dan dengan cara yang sama:

$b^{-1} * (b * c) = b^{-1} * a^{-1}$

$(b^{-1} * b) * c = b^{-1} * a^{-1}$ (hukum asosiatif perkalian)

$e * c = b^{-1} * a^{-1}$ (definisi identitas)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$c = b^{-1} * a^{-1} \qquad \text{(definisi identitas)}$$

$$(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$$

Jadi terbukti bahwa $(a * b)^{-1} = \left(b^{-1}\right) * \left(a^{-1}\right)$ (Dummit dan Foote, 1991: 18-20).

2.2.4 Subgrup

Subset H dari grup $G = (G, x)$ membentuk subgrup dari G jika :

1. H tidak kosong
2. H tertetutup terhadap operasi kali di G
3. (H, x) membentuk suatu grup (Arifin, 2000: 39).

Contoh :

($\mathbb{Q}$, +) adalah grup bilangan bulat dengan penjumlahan dan ($\mathbb{Z}$, +) adalah suatu grup dan karena $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$, maka $\mathbb{Z}$ subgrup dari $\mathbb{Q}$.

2.2.5 Sifat-sifat subgrup

Sifat berikut memberikan karakteristik untuk suatu subgrup. Misalkan G suatu grup dan H suatu subhimpunan tak kosong dari G.

Maka pernyataan berikut ekivalen :

1. H suatu subgrup dari G

2.a. Untuk setiap a dan b di H berlaku $ab \in H$ dan

b. Untuk setiap $a \in H$ berlaku a^{-1} di H

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3. Untuk setiap a dan b di H berlaku $ab^{-1} \in H$

Bukti :

$(1 \rightarrow 2)$ mengikuti langsung definisi

$(2 \rightarrow 3)$ ambil unsur a dan b di H. Menurut 2.b berlaku $b^{-1} \in H$, dan menurut 2.a berlaku $ab^{-1} \in H$.

$(3 \rightarrow 1)$ 1. diketahui $H \neq \emptyset$.

2. Ambil $a = b$ di H. Maka berlaku $e = aa^{-1} \in H$. Selanjutnya, untuk setiap $a \in H$ berlaku $a^{-1} = ea^{-1} \in H$. Untuk setiap a dan b sembarang di H, berarti a dan b^{-1} juga di H. Dengan demikian H tertutup terhadap operasi kali di G.

3. ditunjukkan bahwa subsistem (H, x) membentuk suatu grup.

a. setiap unsur a, b, c di H adalah juga unsur di G. Jadi, berlaku $(ab)c = a(bc)$.

b. Dalam 2) telah ditunjukkan bahwa $e \in H$. Jadi untuk setiap $a \in H$ berlaku $ea = ea = a$

c. Dalam 2) juga ditunjukkan untuk setiap $a \in$ H berlaku $a^{-1} \in H$

dari a, b, dan c dapat disimpulkan bahwa (H, x) suatu grup. Jadi, H membentuk suatu subgrup dari G (Arifin, 2000: 39-40).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.3 Grup Dihedral

2.3.1 Definisi Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$

Suatu grup dari semua simetri (rotasi dan refleksi) dari segi-n beraturan di sebut grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) (Wahyudin, 1989: 80). Di ketahui himpunan semua rotasi dan refleksi dari segi-n beraturan, D_{2n} yang terdiri dari n rotasi yaitu identitas, r = rotasi $\frac{360}{n}$, $r \circ r = r^2$ = rotasi $2(\frac{360}{n})$, ..., r^{n-1}, dan n refleksi pada n sumbu simetri. Jika s adalah salah satu dari refleksi-refleksi tersebut, maka D_{2n} = $\{\text{id}, r, r^2, \dots, r^{n-1}$, s, $r \circ s = sr, r^2s, \dots, r^{n-1}s\}$.

Karena grup dihedral akan digunakan secara ektensif dalam seluruh teks maka perlu beberapa notasi dan beberapa hitungan yang dapat menyederhanakan perhitungan selanjutnya dan membantu mengamati D_{2n} sebagai grup abstrak, yaitu:

1. $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$ adalah unsur berbeda
2. $|s| = 2$
3. $s \neq r^i$ untuk semua i
4. $sr^i \neq sr^j$ untuk semua $0 \leq i$, $j \leq n$ -1 dengan $i \neq j$, jadi D_{2n} = $\{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$

   Yaitu setiap elemen dapat dituliskan secara tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk k=0 atau 1 dan $0 \leq i \leq n$ -1.
5. $sr = r^{-1}s$
6. $sr^i = r^{-i}s$, untuk semua $0 \leq i \leq n$ (Dummit dan foote, 1991:26).

sifat-sifat pada dihedral tersebut digunakan untuk mempermudah penghitungan dihedral.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Contoh :

$D_6 = D_{2\cdot 3} = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$

Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 2.1 Tabel Cayley Grup Dihedral-*6* (D_6)

0	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

2.4 Kajian Agama

Mempelajari matematika yang sesuai dengan paradigma *ulul albab*, tidak cukup hanya berbekal kemampuan intektual semata, tetapi perlu didukung secara bersamaan dengan kemampuan emosional dan spiritual. Pola pikir deduktif dan logis dalam matematika juga bergantung pada kemampuan intuitif dan imajinatif serta mengembangkan pendekatan rasionalis, empiris, dan logis (Abdussakir dkk, 2007: 24).

Secara umum beberapa konsep dari disiplin ilmu telah dijelaskan dalam Al-Qur'an. salah satunya adalah matematika. Konsep dari disiplin ilmu matematika serta berbagai cabangnya yang ada dalam Al-Qur'an di antaranya adalah masalah logika, pemodelan, statistik, teori graf, teori tentang grup dan lain-

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

lain. Teori graf yang merupakan salah satu cabang dari matematika yang didefinisi dengan himpunan yang tidak kosong yang memuat elemen-elemen yang disebut titik, dan suatu daftar pasangan tidak terurut elemen itu yang disebut sisi. Representasi suatu graf dalam kehidupan sehari-hari adalah waktu sholat. Shalat mempunyai kedudukan yang amat penting dalam Islam dan merupakan pondasi yang kokoh bagi tegaknya agama Islam. Ibadah shalat adalah ibadah yang pertama kali dihisab pada yaumul hisab kelak. Jika sempurna sholatnya maka sempurna pula amalan-amalan yang lainnya, begitu juga sebaliknya jika jika jelek sholatnya maka jelek pula amalan-amalan yang lainnya. Selain itu Sholat merupakan ukuran kesempurnaan agama. Barang siapa menegakkan sholat berarti dia telah menegakkan agama, dan barang siapa meninggalkan sholat berarti dia telah merobohkan agama. Shalat harus ditegakkan pada waktunya, dimanapun, dan dalam kondisi bagaimanapun bagi seorang muslim yang mukalaf. Shalat fardhu disebut juga shalat *maktubah* atau shalat *mafrudhah* dan mulai diperintahkan pada malam Isra' tahun 621 M. Shalat wajib dilaksanakan lima kali sehari semalam, yaitu pada waktu: *Dzuhur, Ashar, Magrib, Isya', dan Shubuh*.

Allah berfirman dalam Al-Qur'an surat Al- Nisa' ayat 103:

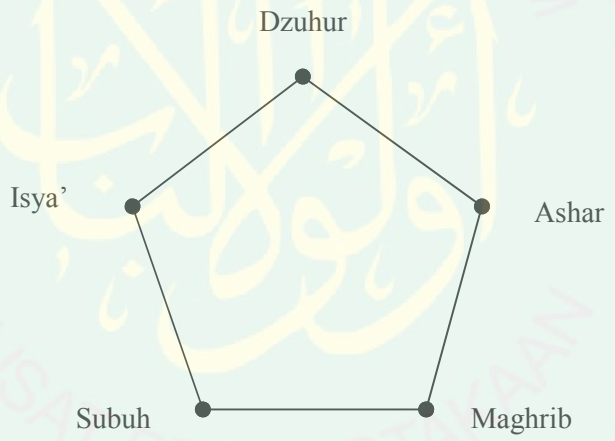
فَإِذَا قَضَيْتُمُ ٱلصَّلَوٰةَ فَٱذْكُرُوا۟ ٱللَّهَ قِيَـٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ فَإِذَا۟ ٱطْمَأْنَنتُمْ
فَأَقِيمُوا۟ ٱلصَّلَوٰةَ ۚ إِنَّ ٱلصَّلَوٰةَ كَانَتْ عَلَى ٱلْمُؤْمِنِينَ كِتَـٰبًا مَّوْقُوتًا ﴿١٠٣﴾

Artinya: *"Maka apabila kamu telah menyelesaika shalat(mu), ingatlah Allah di waktu duduk dan di waktu berbaring. Kemudian apabila kamu telah merasa aman, maka dirikanlah shalat itu (sebagaimana biasa). Sesungguhnya shalat itu adalah kewajiban yang ditentukan waktunya atas orang-orang yang beriman".*

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa waktu-waktu sholat telah ditentukan waktunya dan telah menjadi suatu ketetapan. Sholat lima waktu yang diwajibkan dalam sehari (isya', subuh, dzuhur, ashar dan maghrib) merupakan sholat yang wajib ditunaikan dan tidak boleh ditinggalkan. Waktu pelaksanaan antara satu waktu sholat fardhu yang satu berbeda dengan sholat fardhu yang lain dan telah ditetapkan oleh Allah SWT. Akan tetapi, kelima waktu sholat tersebut saling mengikat dan tidak diperbolehkan hanya melaksanakan satu sholat saja. Kelima waktu sholat fardhu tesebut dapat digambarkan dengan gambar graf berikut:

G:



Gambar 2.10 Representasi Graf terhadap Waktu-waktu Shalat

Dari representasi graf di atas lima titik yang dapat diartikan sebagai waktu-waktu shalat fardhu sedangkan garis yang menghubungkan tiap titik (waktu-waktu sholat) yang satu dengan yang lainnya dapat di artikan bahwa antara waktu sholat fardhu yang satu dengan waktu sholat fardhu yang lain saling terkait dan saling mengikat serta tidak boleh di tinggalkan salah satunya,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kewajibkan melaksanakan sholat lima waktu adalah untuk kebutuhan setiap muslim, sholat merupakan salah satu media untuk membentuk karakter muslim yang paripurna.

Selain teori tentang graf, di dalam Al-Qur'an juga terdapat konsep tentang grup, dimana definisi grup adalah suatu struktur aljabar yang dinyatakan sebagai (G, $*$) dengan G tidak kosong dan $*$ adalah operasi biner pada G yang memenuhi sifat-sifat assosiatif, ada identitas, dan ada invers dalam grup tersebut. G merupakan himpunan, himpunan merupakan kumpulan objek-objek yang terdefinisi. Kajian mengenai himpunan di sebutkan dalam Al-Qur'an surat Al-fatihah ayat 7:

صِرَٰطَ ٱلَّذِينَ أَنۡعَمۡتَ عَلَيۡهِمۡ غَيۡرِ ٱلۡمَغۡضُوبِ عَلَيۡهِمۡ وَلَا ٱلضَّآلِّينَ ٧

Artinya:"*(yaitu) jalan orang-orang yang telah Engkau beri nikmat kepada mereka; bukan (jalan) mereka yang dimurkai dan bukan (pula jalan) mereka yang sesat." (Q. S. Al-Fatihah: 7)*

Ayat di atas menjelaskan bahwa kehidupan manusia yang terdiri dari bermacam golongan., yaitu (1) kelompok yang mendapat nikmat dari Allah, (2) kelompok yang dimurkai, dan (3) kelompok yang sesat (Abdussakir dkk, 2007: 79). Sedangkan operasi biner yang didefinisikan dengan misalkan S suatu himpunan yang tidak kosong. Operasi o pada elemen-elemen S disebut biner, apabila setiap dua elemen a, $b \in$ S, maka (a o b) $\in$ S, artinya bahwa jika anggota dari himpunan S dioperasikan hasilnya juga anggota S. Jika dikaitkan dengan konsep dalam Islam, ciptaan Allah SWT di dunia ini sangat beragam operasi biner merupakan interaksi-interaksi yang terjadi antara makhluk-makhluk ciptaan Allah

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

SWT tersebut. Jadi sekalipun makhluk-makhluk tersebut berinteraksi dengan berbagai macam pola akan tetap berada dalam himpunan ciptaan Allah SWT. Namun dalam kehidupan sehari-hari dalam berinteraksi manusia terkadang lupa dan merasa bahwa dirinya adalah mahkluk yang sempurna dari pada makhluk-makhluk lain sehingga dia sering membuat kesalahan dan melampaui batas. Sebagaimana disebutkan dalam Al-Qur'an disebutkan dalam surat Al'Alaq ayat 6, 7, 8.

كَلَّآ إِنَّ ٱلْإِنسَٰنَ لَيَطْغَىٰٓ ﴿٦﴾ أَن رَّءَاهُ ٱسْتَغْنَىٰٓ ﴿٧﴾ إِنَّ إِلَىٰ رَبِّكَ ٱلرُّجْعَىٰٓ ﴿٨﴾

Artinya:"Ketahuilah! Sesungguhnya manusia benar-benar melampaui batas. Karena dia melihat dirinya serba cukup. Sesungguhnya hanya kepada Tuhanmulah kembali(mu)" (Q.S. Al'Alaq: 6-8).

Dari ayat-ayat tersebut jelas bahwa manusia sering kali melampaui batas karena merasa dirinya telah cukup sehigga mereka lupa akan pencipta-NYA. Padahal, mereka akan kembali pada pencipta-NYA jika waktunya tiba.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

A-PDF WORD TO PDF DEMO: Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

BAB III
PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Adapun langkah-langkah menentukan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ sebagai berikut:

1. Menentukan grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.
2. Menentukan subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.
3. Menggambarkan *hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$. Subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dianggap sebagai E pada *hypergraph* dan menentukan matriks keanggotaan dari *hypergraph*.
4. Menentukan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dan menentukan matriks keterhubungan dari *dual hypergraph*
5. Membuat konjektur dan membuktikan konjektur *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$.

3.1 Subgrup Dihedral-2n(D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$

Subgrup-subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dapat diklasifikasikan menjadi dua bagian, yaitu subgrup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ dengan n bilangan prima dan n bilangan komposit.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.1.1 Subgrup-subgrup Grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n Bilangan Prima

Subgrup-subgrup dari dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan prima sebagai berikut:

3.1.1.1 Dihedral-6 (D_6)

Dihedral-6 $(D_6) = \{r, r^2, r^3, s, sr, sr^2\}$. Karena $r^3 = 1$ maka dapat dituliskan sebagai dihedral-6 $(D_6) = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.1 Tabel Cayley Grup Dihedral-6 (D_6)

o	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Subgrup-subgrup dari grup dihedral-6 (D_6) adalah:

$E_1 = (\{1, r, r^2\}, o)$

$E_2 = (\{1\}, o)$

$E_3 = (\{s, 1\}, o)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

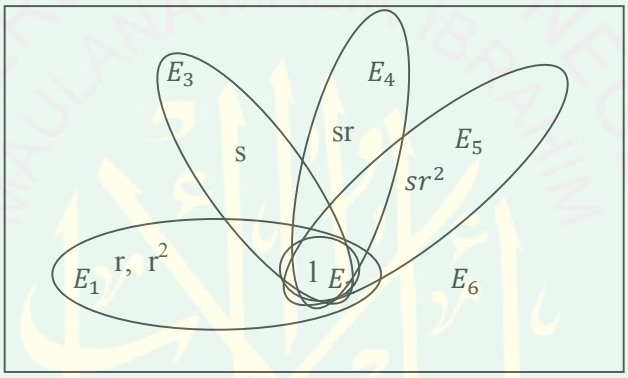
$E_4 = (\{sr, 1\}, o)$

$E_5 = (\{sr^2, 1\}, o)$

$E_6 = (\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}, o)$

Dari subgrup-subgrup dihedral-*6* (D_6) tersebut dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:

H:



Gambar 3.1 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*6* (D_6)

Dari Gambar 3.1 dapat dituliskan matriks keanggotaan sebagai berikut:

$$I(H) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ r \\ r^2 \\ s \\ sr \\ sr^2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriks keanggotaan di atas menggambarkan bahwa entri 1 pada kolom E_1 dan E_6 pada baris 3 menunjukkan bahwa r^2 berada pada E_1 dan E_6, entri 1 pada kolom E_4 dan E_6 pada baris 5 menunjukkan bahwa sr berada pada E_4 dan E_6, begitu juga entri 1 pada baris dan kolom yang lain. Dari Gambar 3.1 di atas dengan:

a menotasikan titik yang mewakili bidang E_1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

b menotasikan titik yang mewakili bidang E_2

c menotasikan titik yang mewakili bidang E_3

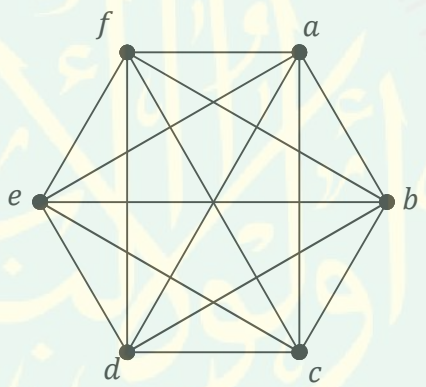
d menotasikan titik yang mewakili bidang E_4

e menotasikan titik yang mewakili bidang E_5

f menotasikan titik yang mewakili bidang E_6,

maka akan didapatkan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-*6* (D_6) sebagai berikut:

K_6:



Gambar 3.2 Graf Komplit-*6* (K_6)

Dari Gambar 3.2 dapat dituliskan matriks keterhubungan dari *dual hypergraph* sebagai berikut:

$$A(K_6) = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.1.1.2 Dihedral-10 (D_{10})

Dihedral-*10* $(D_{10}) = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$. Karena $r^5 = 1$ maka dapat dituliskan sebagai dihedral-*10* $(D_{10}) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.2 Tabel Cayley Grup Dihedral-*10* (D_{10})

o	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
1	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
r^2	r^2	r^3	r^4	1	r	r^3	sr^4	s	sr	sr^2
r^3	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
r^4	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	r	r^2	r^3	r^4
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	r	r^2	r^3
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	r	r^2
sr^3	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	r
sr^4	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

Subgrup-subgrup dari grup dihedral-*10* (D_{10}) adalah:

$E_1 = \{ r, r^2, r^3, r^4, 1\}, o)$

$E_2 = (\{ 1\}, o)$

$E_3 = (\{s, 1\}, o)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$E_4 = (\{sr, 1\}, o)$

$E_5 = (\{sr^2, 1\}, o)$

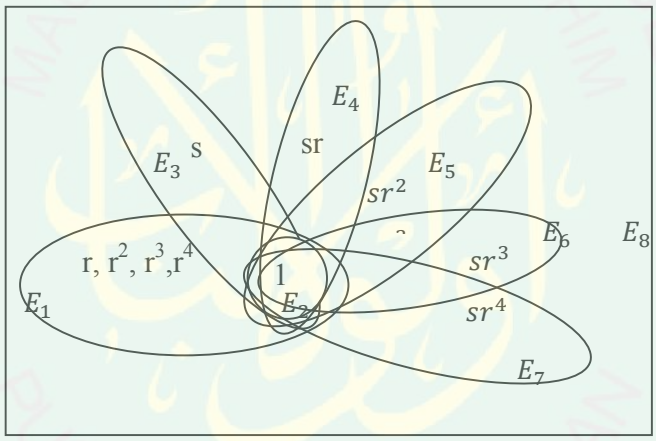
$E_6 = (\{sr^3, 1\}, o)$

$E_7 = (\{sr^4, 1\}, o)$

$E_8 = (\{1, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^3, sr^4\}, o)$

Dari subgrup-subgrup dihedral-*10* (D_{10}) tersebut dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:

H:



Gambar 3.3 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*10* (D_{10})

Dari Gambar 3.3 dapat dituliskan matriks keanggotaan sebagai berikut:

$$I(H) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ r \\ r^2 \\ r^3 \\ r^4 \\ s \\ sr \\ sr^2 \\ sr^3 \\ sr^4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 & E_7 & E_8 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Matriks keanggotaan di atas menggambarkan bahwa entri 1 pada kolom E_1 dan E_8 pada baris 3 menunjukkan bahwa r^2 berada pada E_1 dan E_8. Entri 1 pada kolom E_4 dan E_6 pada baris 7 menunjukkan bahwa sr berada pada E_4 dan E_8, begitu juga entri 1 pada baris dan kolom yang lain. Dari Gambar 3.3 di atas dengan:

a menotasikan titik yang mewakili bidang E_1

b menotasikan titik yang mewakili bidang E_2

c menotasikan titik yang mewakili bidang E_3

d menotasikan titik yang mewakili bidang E_4

e menotasikan titik yang mewakili bidang E_5

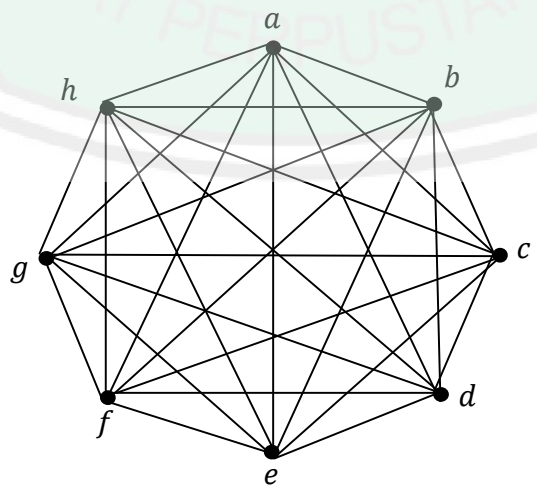
f menotasikan titik yang mewakili bidang E_6

g menotasikan titik yang mewakili bidang E_7

h menotasikan titik yang mewakili bidang E_8,

maka akan digambarkan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-*10* (D_{10}) sebagai berikut:

K_8:



Gambar 3.4 Graf Komplit-*8* (K_8)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari Gambar 3.4 di atas matriks keterhubungan dari *dual hypergraph* sebagai berikut:

$$A(\mathrm{K}_8) = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

3.1.1.3 Dihedral-14 (D_{14})

Dihedral-*14* $(D_{14}) = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$. Karena $r^3 = 1$ maka dapat dituliskan sebagai dihedral-*14* $(D_{14}) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$. Dengan tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.3 Tabel Cayley Grup dihedral-*14* (D_{14})

o	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3
r^4	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^3
r^5	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr
r^6	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^2	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2
sr^5	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r
sr^6	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1

Subgrup-subgrup dari grup dihedral-*14* (D_{14}) adalah:

$E_1 = (\{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, 1\}, o)$

$E_2 = (\{1\}, o)$

$E_3 = (\{s, 1\}, o)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$E_4 = (\{sr, 1\}, o)$

$E_5 = (\{sr^2, 1\}, o)$

$E_6 = (\{sr^3, 1\}, o)$

$E_7 = (\{sr^4, 1\}, o)$

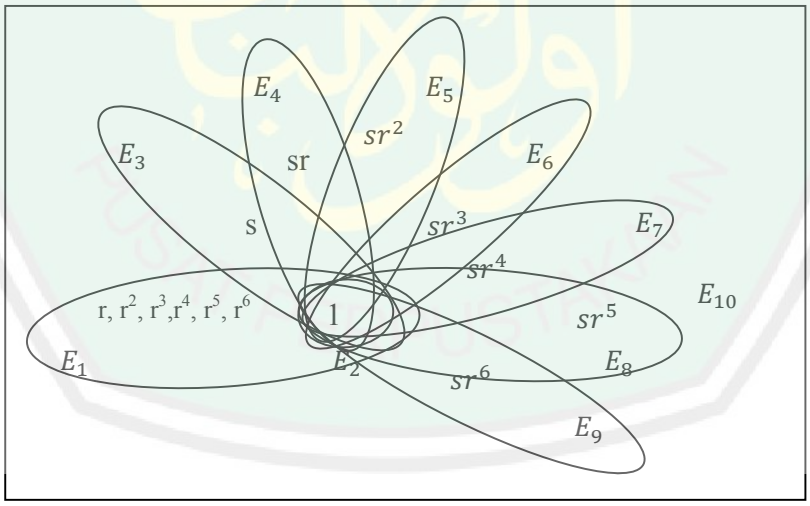
$E_8 = (\{sr^5, 1\}, o)$

$E_9 = (\{sr^6, 1\}, o)$

$E_9 = (\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}, o)$

Dari subgrup-subgrup dihedral-*14* (D_{14}) di atas dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:

H:



Gambar 3.5 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*14* (D_{14})

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari Gambar 3.5 dapat dituliskan matriks keanggotaan sebagai berikut:

$$I(H) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ r \\ r^2 \\ r^3 \\ r^4 \\ r^5 \\ r^6 \\ s \\ sr \\ sr^2 \\ s_^3 \\ sr^4 \\ sr^5 \\ sr^6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 & E_7 & E_8 & E_9 & E_{10} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriks keanggotaan di atas menggambarkan bahwa entri 1 pada kolom E_1 dan E_{10} pada baris 3 menunjukkan bahwa r^2 berada pada E_1 dan E_{10}. Entri 1 pada kolom E_4 dan E_{10} pada baris 9 menunjukkan bahwa sr berada pada E_4 dan E_{10}, begitu juga entri 1 pada baris dan kolom yang lain. Dari Gambar 3.5 di atas dengan:

a menotasikan sebuah titik yang mewakili bidang E_1

b menotasikan titik yang mewakili bidang E_2

c menotasikan titik yang mewakili bidang E_3

d menotasikan titik yang mewakili bidang E_4

e menotasikan titik yang mewakili bidang E_5

f menotasikan titik yang mewakili bidang E_6

g menotasikan titik yang mewakili bidang E_7

h menotasikan titik yang mewakili bidang E_8

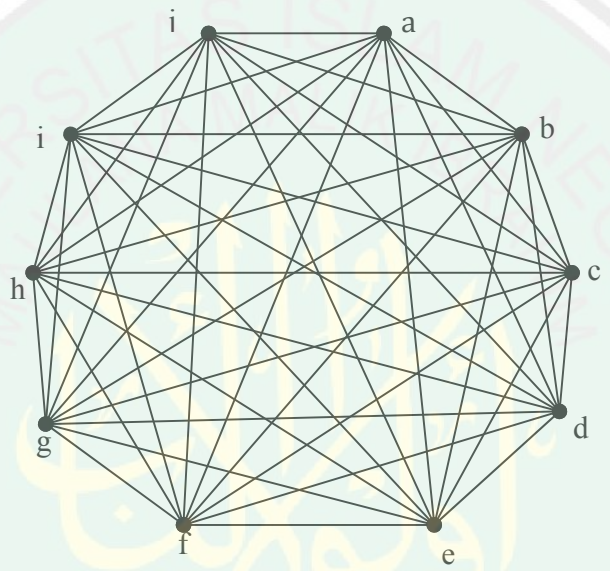
i menotasikan titik yang mewakili bidang E_9

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

j menotasikan titik yang mewakili bidang E_{10},

maka akan digambarkan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-*14* (D_{14}), sebagai berikut:

K₁₀:



Gambar 3.6 Graf Komplit-*10* (K_{10})

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari Gambar 3.6 dapat dituliskan matriks keterhubungan dari *dual hypergraph* sebagai berikut:

$$A(K_{10}) = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i & j \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

3.1.2. Subgrup-subgrup Grup Dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n Bilangan Komposit

Subgrup-subgrup dari dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan komposit sebagai berikut:

3.1.2.1. Dihedral-8 (D_8)

Dihedral-8 $(D_8) = \{r, r^2, r^3, r^4 s, sr, sr^2, sr^3\}$. Karena $r^4 = 1$ maka dapat dituliskan sebagai dihedral-8 $(D_8) = \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.4 Tabel Cayley Grup Dihedral-*8* (D_8)

o	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
1	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
r	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
r^2	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
r^3	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
sr	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
sr^2	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
sr^3	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

Subgrup-subgrup dari grup dihedral-*8* (D_8) adalah:

$E_1 = (\{r, r^2, r^3, 1\}, o)$

$E_2 = (\{r^2, 1\}, o)$

$E_3 = (\{1\}, o)$

$E_4 = (\{s, 1\}, o)$

$E_5 = (\{sr, 1\}, o)$

$E_6 = (\{sr^2, 1\}, o)$

$E_7 = (\{sr^3, 1\}, o)$

$E_8 = (\{1, r^2, s, sr^2\}, o)$

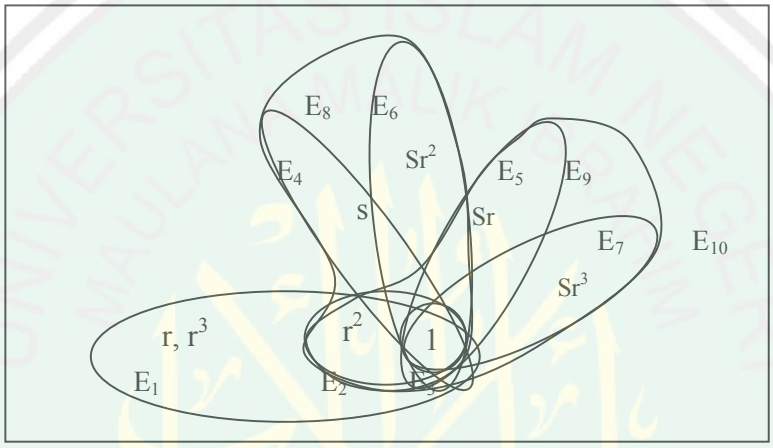
$E_9 = (\{1, r^2, sr, sr^3\}, o)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$E_{10} = (\{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}, o)$

Dari subgrup-subgrup dihedral-*8* (D_8) tersebut dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:

H:



Gambar 3.7 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*8* (D_8)

Dari Gambar 3.7 dapat dituliskan matriks keanggotaan sebagai berikut:

$$I(H) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ r \\ r^2 \\ r^3 \\ s \\ sr \\ sr^2 \\ sr^3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 & E_7 & E_8 & E_9 & E_{10} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriks keanggotaan di atas menggambarkan bahwa entri 1 pada kolom E_1 dan E_{10} pada baris 3 menunjukkan bahwa r^2 berada pada E_1 dan E_{10}. Entri 1 pada kolom E_4

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dan E_{10} pada baris 5 menunjukkan bahwa s berada pada E_4, E_{10} dan E_{10}, begitu juga entri 1 pada baris dan kolom yang lain. Dari Gambar 3.7 di atas dengan:

a menotasikan titik yang mewakili bidang E_1

b menotasikan titik yang mewakili bidang E_2

c menotasikan titik yang mewakili bidang E_3

d menotasikan titik yang mewakili bidang $_4$

e menotasikan titik yang mewakili bidang E_5

f menotasikan titik yang mewakili bidang E_6

g menotasikan titik yang mewakili bidang E_7

h menotasikan titik yang mewakili bidang E_8

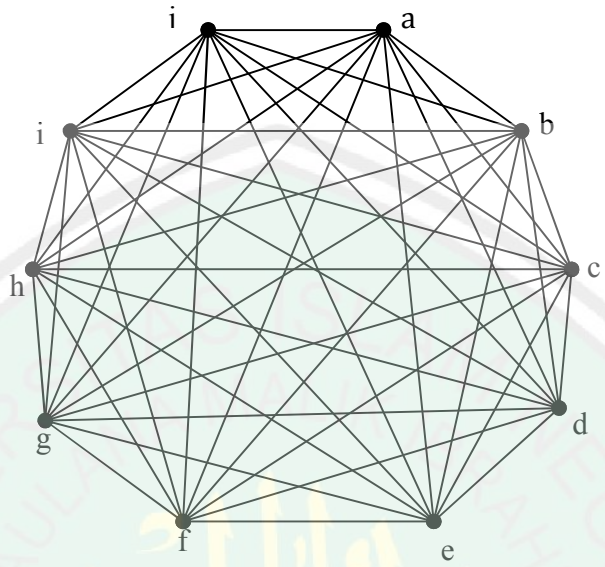
i menotasikan titik yang mewakili bidang E_9

j menotasikan titik yang mewakili bidang E_{10},

maka akan digambarkan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-*8* (D_8) yang membentuk graf komplit-*10* (K_{10}) seperti berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

K_{10}:



Gambar 3.8 Graf Komplit-*10* (K_{10})

Dari Gambar 3.8 dapat dituliskan matriks keterhubungan dari *dual hypergraph* sebagai berikut:

$$A(K_{10}) = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i & j \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.1.2.2 Dihedral-12 (D_{12})

Dihedral-*12* (D_{12}) = $\{r, r^2, r^3,\ r^4, r^5, r^6,\ s, sr, sr^2,\ sr^3,\ sr^4, sr^5\}$. Karena $r^6 = 1$ maka dapat dituliskan sebagai dihedral-*12* (D_{12}) = $\{1, r, r^2, r^3,\ r^4, r^5,\ s, sr, sr^2,\ sr^3,\ sr^4, sr^5\}$. Tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

Tabel 3.5 Tabel Cayley Grup Dihedral-*12* (D_{12})

o	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	s^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
r^3	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
r^4	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
r^5	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
sr^4	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
sr^5	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

Subgrup-subgrup dari grup dihedral-*12* (D_{12}) adalah:

$E_1 = (\{r, r^2, r^3,\ r^4, r^5, 1\}, o)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$E_2 = (\{r^2,\ r^4, 1\}, o)$

$E_3 = (\{r^3,\ 1\}, o)$

$E_4 = (\{1\}, o)$

$E_5 = (\{s, 1\}, o)$

$E_6 = (\{sr, 1\}, o)$

$E_7 = (\{sr^2, 1\}, o)$

$E_8 = (\{sr^3, 1\}, o)$

$E_9 = (\{sr^4, 1\}, o)$

$E_{10} = (\{sr^5, 1\}, o)$

$E_{11} = (\{1, r^3, s, sr^3\}, o)$

$E_{12} = (\{1, r^3, sr, sr^4\}, o)$

$E_{13} = (\{1, r^3, sr^2, sr^5\}, o)$

$E_{14} = (\{1, r^2, r^4, s, sr^2, sr^4\}, o)$

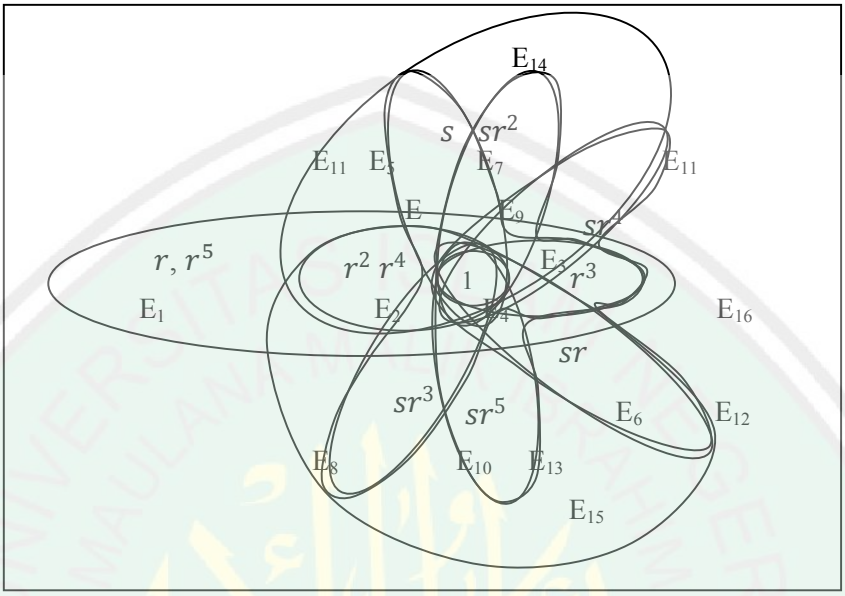
$E_{15} = (\{1, r^2, r^4, sr, sr^3, sr^5\}, o)$

$E_{16} = (\{1, r, r^2, r^3,\ r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}, o)$

Dari subgrup-subgrup dihedral-*12* (D_{12}) di atas dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

H:



Gambar 3.9 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*12* (D_{12})

Dari Gambar 3.9 dapat dituliskan matriks keanggotaan sebagai berikut:

$$I(H) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ r \\ r^2 \\ r^3 \\ r^4 \\ r^5 \\ s \\ sr \\ sr^2 \\ sr^3 \\ sr^4 \\ sr^5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 & E_7 & E_8 & E_9 & E_{10} & E_{11} & E_{12} & E_{13} & E_{14} & E_{15} & E_{16} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriks keanggotaan di atas menggambarkan bahwa entri 1 pada kolom E_1, E_2, E_{14}, E_{15}, dan E_{16} pada baris 3 menunjukkan bahwa r^2 berada pada E_1, E_2, E_{14}, E_{15}, dan E_{16}. Entri 1 pada kolom E_6, E_{12}, E_{15}, dan E_6 pada baris 8 menunjukkan bahwa sr

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

berada pada E_6, E_{12}, E_{15}, dan E_6, begitu juga entri 1 pada baris dan kolom yang lain.

Dari Gambar 3.9 di atas dengan:

a menotasikan titik yang mewakili bidang E_1

b menotasikan titik yang mewakili bidang E_2

c menotasikan titik yang mewakili bidang E_3

d menotasikan titik yang mewakili bidang $_4$

e menotasikan titik yang mewakili bidang E_5

f menotasikan titik yang mewakili bidang E_6

g menotasikan titik yang mewakili bidang E_7

h menotasikan titik yang mewakili bidang E_8

i menotasikan titik yang mewakili bidang E_9

j menotasikan titik yang mewakili bidang E_{10}

k menotasikan titik yang mewakili bidang E_{11}

l menotasikan titik yang mewakili bidang E_{12}

m menotasikan titik yang mewakili bidang E_{13}

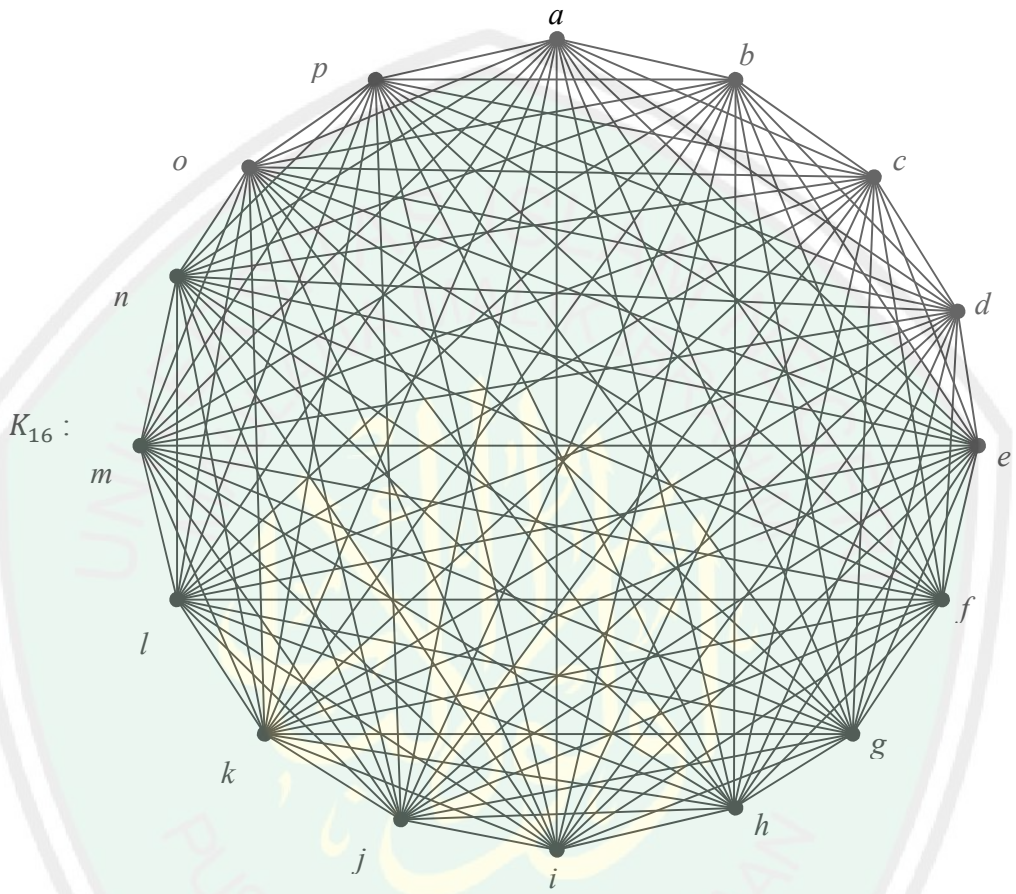
n menotasikan titik yang mewakili bidang E_{14}

o menotasikan titik yang mewakili bidang E_{15}

p menotasikan titik yang mewakili bidang E_{16},

maka akan digambarkan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-*12* (D_{12}) seperti berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.10 Graf Komplit-*16* (K_{16})

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari Gambar 3.10 dapat dituliskan matriks keterhubungan dari *dual hypergraph* sebagai berikut:

$$A(K_{16}) = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \\ k \\ l \\ m \\ n \\ o \\ p \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k & l & m & n & o & p \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

3.1.2.3 Dihedral-16 (D_{16})

Dihedral-*16* $(D_{16}) = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$. Karena $r^8 = 1$ maka dapat dituliskan sebagai Dihedral-*16* $(D_{16}) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$. Tabel Cayley adalah sebagai berikut :

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.6 Tabel Cayley Grup Dihedral-16 (D_{16})

o	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3
r^5	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2
r^6	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr
r^7	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^2	s^{42}	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2
r^6	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r
sr^7	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1

Subgrup-subgrup dari grup dihedral-*16* (D_{16}) adalah:

$E_1 = (\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7\}, o)$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$E_2 = (\{1, r^2, r^4, r^6\}, o)$

$E_3 = (\{1, r^4\}, o)$

$E_4 = (\{1\}, o)$

$E_5 = (\{1, s\}, o)$

$E_6 = (\{1, sr\}, o)$

$E_7 = (\{1, sr^2\}, o)$

$E_8 = (\{1, sr^3\}, o)$

$E_9 = (\{1, sr^4\}, o)$

$E_{10} = (\{1, sr^5\}, o)$

$E_{11} = (\{1, sr^6\}, o)$

$E_{12} = (\{1, sr^7\}, o)$

$E_{13} = (\{1, r^4, s, sr^4\}, o)$

$E_{14} = (\{1, r^4, sr, sr^5\}, o)$

$E_{15} = (\{1, r^4, sr^2, sr^6\}, o)$

$E_{16} = (\{1, r^4, sr^3, sr^7\}, o)$

$E_{17} = (\{1, r^2, r^4, r^6, s, sr^2, sr^4, sr^6\}, o)$

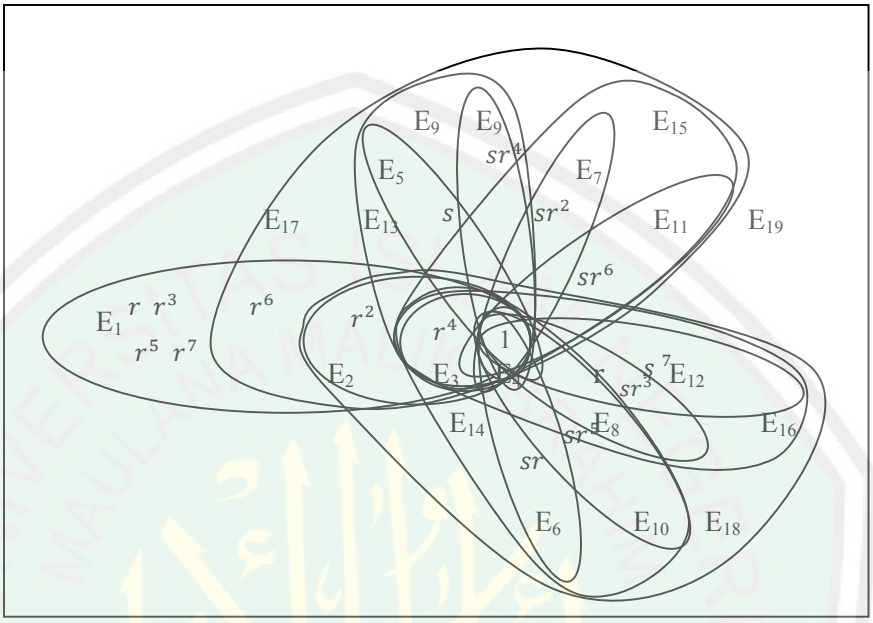
$E_{18} = (\{1, r^2, r^4, r^6, sr, sr^3, sr^5, sr^7\}, o)$

$E_{19} = (\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}, o)$

Dari subgrup-subgrup dihedral-*16* (D_{16}) tersebut dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

H:



Gambar 3.11 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*16* (D_{16})

Dan dari subgrup-subgrup dari dihedral-*16* (D_{16}) di atas juga dapat dituliskan matriks keanggotaan sebagai berikut:

$$I(H) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ r \\ r^2 \\ r^3 \\ r^4 \\ r^5 \\ r^6 \\ r^7 \\ s \\ sr \\ sr^2 \\ sr^3 \\ sr^4 \\ sr^5 \\ sr^6 \\ sr^7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccccccccccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 & E_7 & E_8 & E_9 & E_{10} & E_{11} & E_{12} & E_{13} & E_{14} & E_{15} & E_{16} & E_{17} & E_{18} & E_{19} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Matriks keanggotaan di atas menggambarkan bahwa entri 1 pada kolom E_1, E_2, E_{17}, E_{18}dan E_{19} pada baris 3 menunjukkan bahwa r^2 berada pada E_1, E_2, E_{17}, E_{18}dan E_{19}. Entri 1 pada kolom E_6, E_{14}, E_{18}dan E_{19} pada baris 10 menunjukkan bahwa sr berada pada E_6, E_{14}, E_{18}dan E_{19}, begitu juga entri 1 pada baris dan kolom yang lain.

Dari gambar *hypergraph* di atas dengan:

a menotasikan titik yang mewakili bidang E_1

b menotasikan titik yang mewakili bidang E_2

c menotasikan titik yang mewakili bidang E_3

d menotasikan titik yang mewakili bidang E_4

e menotasikan titik yang mewakili bidang E_5

f menotasikan titik yang mewakili bidang E_6

g menotasikan titik yang mewakili bidang E_7

h menotasikan titik yang mewakili bidang E_8

i menotasikan titik yang mewakili bidang E_9

j menotasikan titik yang mewakili bidang E_{10}

k menotasikan titik yang mewakili bidang E_{11}

l menotasikan titik yang mewakili bidang E_{12}

m menotasikan titik yang mewakili bidang E_{13}

n menotasikan titik yang mewakili bidang E_{14}

o menotasikan titik yang mewakili bidang E_{15}

p menotasikan titik yang mewakili bidang E_{16}

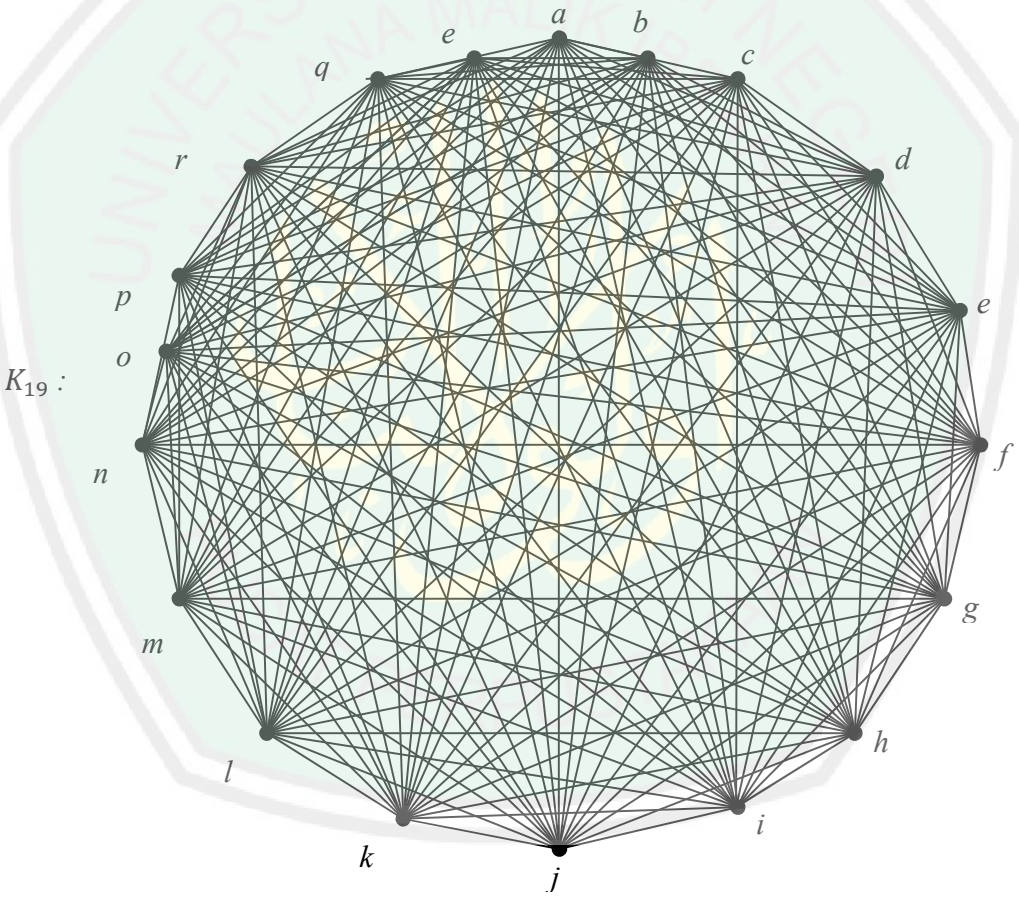
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

q menotasikan titik yang mewakili bidang E_{17}

r menotasikan titik yang mewakili bidang E_{18}

s menotasikan titik yang mewakili bidang E_{19},

maka akan digambarkan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-*16* (D_{16}) yang membentuk graf komplit-*19* (K_{19}) seperti berikut:



Gambar 3.12 Graf Komplit-*19* (K_{19})

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari Gambar 3.12 dapat dituliskan matriks keterhubungan dari *dual hypergraph* sebagai berikut:

$$
\mathrm{A}(K_{19}) = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \\ k \\ l \\ m \\ n \\ o \\ p \\ q \\ r \\ s \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k & l & m & n & o & p & q & r & s \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

3.1.2.4 Dihedral-18 (D_{18})

Dihedral-*18* $(D_{18}) = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8\}$. Karena $r^9 = 1$ maka dapat dituliskan sebagai dihedral-*18* (D_{18}) $=\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8\}$. Tabel Cayley diperoleh sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.7 Tabel Cayley Grup Dihedral-*18* (D_{18})

o	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^5	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3
r^6	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2
r^7	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr^2	sr^3	sr^4	r^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr
r^8	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	r^8	1	r	r^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3
sr^6	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	$_r^3$	sr^4	sr^5	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2
sr^7	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r
sr^8	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Subgrup-subgrup dari grup dihedral-*18* (D_{18}) adalah:

$E_1 = (\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8\}, o)$

$E_2 = (\{1, r^3, r^6\}, o)$

$E_3 = (\{1\}, o)$

$E_4 = (\{1, s\}, o)$

$E_5 = (\{1, sr\}, o)$

$E_6 = (\{1, sr^2\}, o)$

$E_7 = (\{1, sr^3\}, o)$

$E_8 = (\{1, sr^4\}, o)$

$E_9 = (\{1, sr^5\}, o)$

$E_{10} = (\{1, sr^6\}, o)$

$E_{11} = (\{1, sr^7\}, o)$

$E_{12} = (\{1, sr^8\}, o)$

$E_{13} = (\{1, r^3, r^6, s, sr^3, sr^6\}, o)$

$E_{14} = (\{1, r^3, r^6, sr, sr^4, sr^7\}, o)$

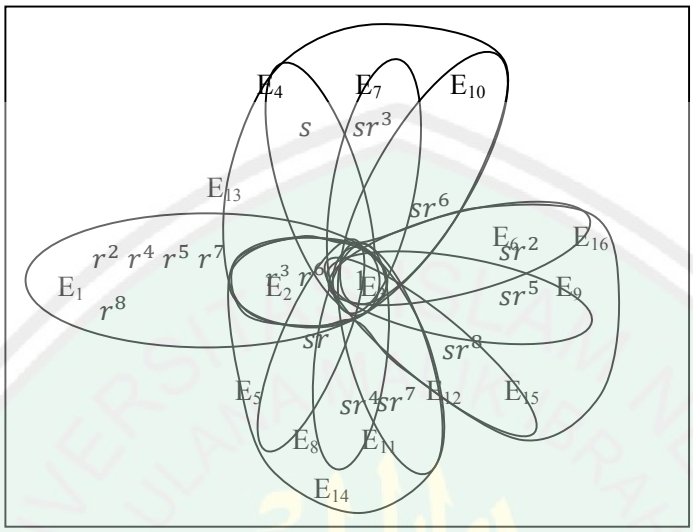
$E_{15} = (\{1, r^3, r^6, sr^2, sr^5, sr^8\}, o)$

$E_{16} = (\{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8\}, o)$

Dari subgrup-subgrup dihedral-*18* (D_{18}) tersebut dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

H:



Gambar 3.13 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*18* (D_{18})

Dan dari subgrup-subgrup dari dihedral-*18* (D_{18}) di atas juga dapat dituliskan matriks keanggotaan sebagai berikut:

$$I(H) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ r \\ r^2 \\ r^3 \\ r^4 \\ r^5 \\ r^6 \\ r^7 \\ r^8 \\ s \\ sr \\ sr^2 \\ sr^3 \\ sr^4 \\ sr^5 \\ sr^6 \\ sr^7 \\ sr^8 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 & E_7 & E_8 & E_9 & E_{10} & E_{11} & E_{12} & E_{13} & E_{14} & E_{15} & E_{16} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Matriks keanggotaan di atas menggambarkan bahwa entri 1 pada kolom E_1 dan E_{16} pada baris 3 menunjukkan bahwa r^2 berada pada E_1 dan E_{16}. Entri 1 pada kolom E_6, E_{13}, E_{15} dan E_{16} pada baris 11 menunjukkan bahwa sr berada pada E_6, E_{13}, E_{15} dan E_{16}. Begitu juga entri 1 pada baris dan kolom yang lain. Dan dari Gambar 3.13 di atas dengan:

a menotasikan titik yang mewakili bidang E_1

b menotasikan titik yang mewakili bidang E_2

c menotasikan titik yang mewakili bidang E_3

d menotasikan titik yang mewakili bidang E_4

e menotasikan titik yang mewakili bidang E_5

f menotasikan titik yang mewakili bidang E_6

g menotasikan titik yang mewakili bidang E_7

h menotasikan titik yang mewakili bidang E_8

i menotasikan titik yang mewakili bidang E_9

j menotasikan titik yang mewakili bidang E_{10}

k menotasikan titik yang mewakili bidang E_{11}

l menotasikan titik yang mewakili bidang E_{12}

m menotasikan titik yang mewakili bidang E_{13}

n menotasikan titik yang mewakili bidang E_{14}

o menotasikan titik yang mewakili bidang E_{15}

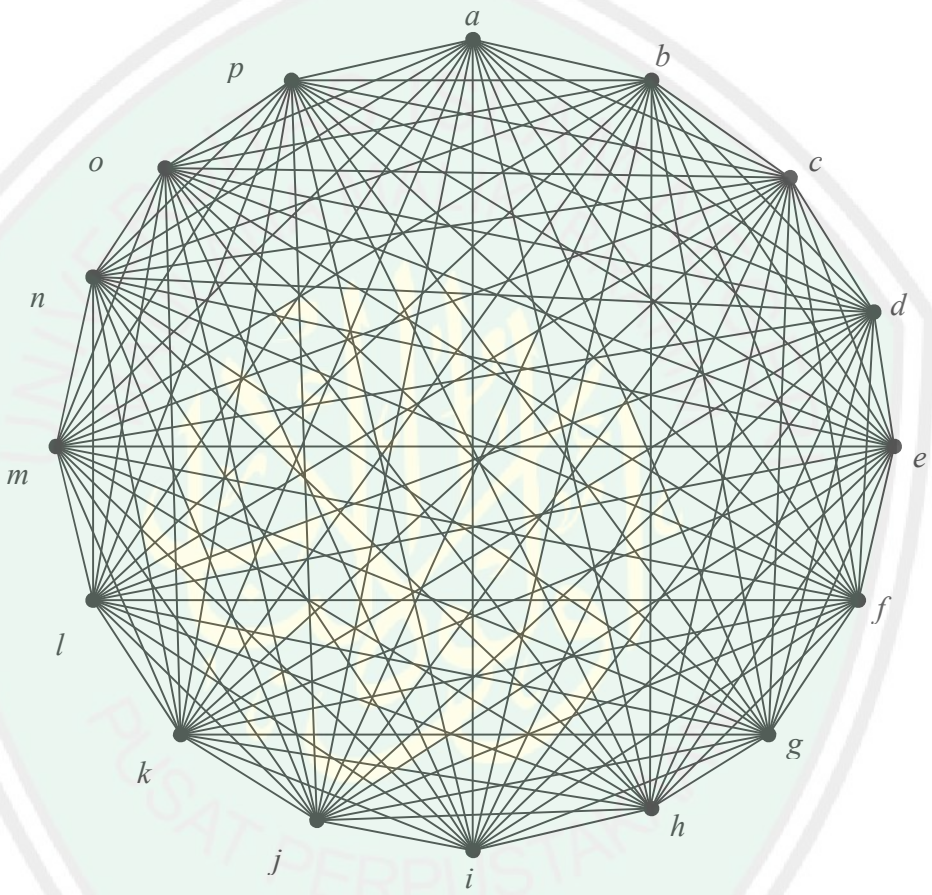
p menotasikan titik yang mewakili bidang E_{16},

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

maka akan digambarkan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-*18* (D_{18}) yang membentuk graf komplit-*16* (K_{16}) seperti berikut:

\

K_{16}:



Gambar 3.14 Graf komplit-*16* (K_{16})

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari Gambar 3.14 dapat dituliskan matriks keterhubungan dari *dual hypergraph* sebagai berikut:

$$A(K_{16}) = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \\ k \\ l \\ m \\ n \\ o \\ p \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k & l & m & n & o & p \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Berdasarkan data di atas yaitu *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ maka diperoleh tabel sebagai berikut:

Tabel 3.8 Tabel *Dual Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*2n* (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$

No	Dihedral- n (D_{2n})	Berbentuk	Keterangan
1	Dihedral-*6* ($D_{2\cdot 3}$)	Graf Komplit-*6* (K_6)	Titik pada Graf Komplit-*6* (K_6) mewakili subgrup-subgrup Dihedral-*6* ($D_{2\cdot 3}$)
2	Dihedral-*10* ($D_{2\cdot 5}$)	Graf Komplit-*8* (K_8)	Titik pada Graf Komplit-*8* (K_8) mewakili subgrup-subgrup Dihedral-*10* ($D_{2\cdot 5}$)
3	Dihedral-*14* ($D_{2\cdot 7}$)	Graf Komplit-*10* (K_{10})	Titik pada Graf Komplit-*6* (K_6) mewakili subgrup-subgrup Dihedral-*14* ($D_{2\cdot 7}$)

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.9 Tabel *Dual Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*2n* (D_{2n}) untuk n Bilangan Komposit

No	Dihedral-$2n$ (D_{2n})	Berbentuk	Keterangan
1	Dihedral-*8* ($D_{2\cdot 4}$)	Graf Komplit-*10* (K_{10})	Titik pada Graf Komplit-*10* (K_{10}) mewakili subgrup-subgrup Dihedral-*8* ($D_{2\cdot 4}$)
2	Dihedral-*12* ($D_{2\cdot 6}$)	Graf Komplit-*16* (K_{16})	Titik pada Graf Komplit-*16* (K_{16}) mewakili subgrup-subgrup Dihedral-*12* ($D_{2\cdot 6}$)
3	Dihedral-*16* ($D_{2\cdot 8}$)	Graf Komplit-*19* (K_{19})	Titik pada Graf Komplit-*19* (K_{19}) mewakili subgrup-subgrup Dihedral-*16* ($D_{2\cdot 8}$)
4	Dihedral-*18* ($D_{2\cdot 9}$)	Graf Komplit-*16* (K_{16})	Titik pada Graf Komplit-*16* (K_{16}) mewakili subgrup-subgrup Dihedral-*18* ($D_{2\cdot 9}$)

Teorema 1:

Dual hypergraph subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ berbentuk Graf Komplit.

Bukti:

Dual hypergraph subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ berbentuk graf komplit karena setiap subgrup memiliki identitas, maka setiap subgrup saling terhubung langsung (*Adjecent*).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Teorema 2:

Dual hypergraph subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan prima akan berbentuk Graf Komplit-n +3 (K_{n+3}).

Bukti:

Grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) = $\{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$. Subgrup-subgrup dari dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan prima adalah:

$E_1 = (\{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}\}, o)$

$E_2 = (\{1\}, o)$

$E_3 = (\{1, s\}, o)$

$E_4 = (\{1, sr\}, o)$

$E_5 = (\{1, sr^2\}, o)$

$\vdots$

$E_{2n-1} = (\{1, sr^{n-1}\}, o)$

$E_{2n} = (\{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}, o)$

Banyaknya subgrup-subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan prima adalah n +3 yaitu:

1. n subgrup yang terdiri dari 2 elemen yaitu identitas dan unsur yang mengandung s.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

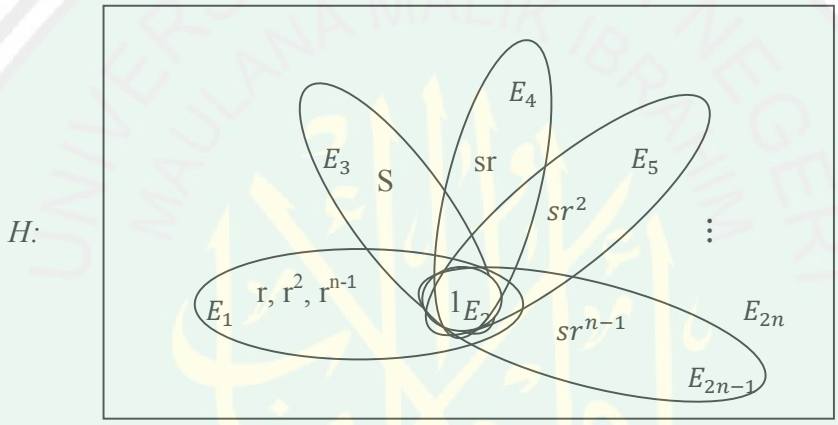
2. 3 subgrup yaitu sebanyak:

1 subgrup yang terdiri dari $2n$ elemen yaitu D_{2n}

1 subgrup yang terdiri dari n elemen yaitu berupa rotasi.

1 subgrup yang terdiri dari 1 elemen yaitu berupa identitas disebut trivial.

Sehingga dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:



Gambar 3.15 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*2n* (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n Bilangan Prima

Karena setiap subgrup tersebut memiliki subset atau irisan berupa berupa {1} atau subgrup trivial maka setiap subgrup saling beririsan, dan dengan menganggap setiap subgrup diwakili oleh titik maka *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-2n (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan prima akan berbentuk graf komplit-n +3 (K_{n+3}). Atau karena setiap titik memiliki derajat yang sama yaitu n +2 maka akan berbentuk graf komplit-n+3 (K_{n+3}). Sehingga *dual hypergraph* subgrup dari grup

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan prima akan berbentuk graf komplit-n+3 (K_{n+3}).

Teorema 3:

Dual hypergraph subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan komposit akan berbentuk Graf Komplit-$(1 + k + n + \{m_1 + m_2 + \cdots + m_k\})$ atau $K_{(1+k+n+\{m_1+m_2+\cdots+m_k\})}$.

Bukti :

Grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) = $\{1, r, r^2, r^3, \ldots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \ldots, sr^{n-1}\}$. Misal himpunan faktor dari n adalah A = $\{\underbrace{m_1, m_2, m_3, \ldots, m_k}_{\text{sebanyak } k}, n\}$ dengan m_1=1, maka subgrup-subgrup dari dihedral-$2n$ (D_{2n}) adalah:

$E_1 = (\{1\}, o)$

$$\left.\begin{aligned} E_2 &= (\{1, r^{m_1}, r^{2m_1}, \ldots, r^{n-m_1}\}, o) \\ E_3 &= (\{1, r^{m_2}, r^{2m_2}, \ldots, r^{n-m_2}\}, o) \\ &\vdots \\ E_{k+1} &= (\{1, r^{m_k}, r^{2m_k}, \ldots, r^{n-m_k}\}, o) \end{aligned}\right\} \text{sebanyak } k \text{ subgrup}$$

$$\left.\begin{aligned} E_{k+2} &= (\{1, s\}, o) \\ E_{k+3} &= (\{1, sr^{m_1}\}, o) \\ E_{k+4} &= (\{1, sr^{2m_1}\}, o) \\ E_{k+5} &= (\{1, sr^{3m_1}\}, o) \end{aligned}\right\} \text{sebanyak } n \text{ subgrup}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$\vdots$

$E_{k+n+1} = (\{1, sr^{n-m_1}\}, o)$

$E_{k+n+2} = (\{1, r^{m_1}, r^{2m_1}, \dots, r^{n-m_1}, s, sr, sr^{2m_1}, \dots, sr^{n-m_1}\}, o)$ karena m_1=1 maka dapat di tulis,

$E_{k+n+2} = (\{1, r, r^2, r^3, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}, o)$

$E_{k+n+3} = (\{1, r^{m_2}, r^{2m_2}, \dots, r^{n-m_2}, s, sr^{m_2}, sr^{2m_2}, \dots, sr^{n-m_2}\}, o)$

E_{k+n+4}=$(\{1, r^{m_2}, r^{2m_2}, \dots, r^{n-m_2}, sr, sr^{m_2+1}, sr^{2m_2+1}, \dots, sr^{(n-m_2)+1}\}, o)$

$\vdots$

$E_{k+n+2+(m_2)} = (\{1, r^{m_2}, r^{2m_2}, \dots, r^{n-m_2}, sr^{m_2-1}, sr^{2m_2-1}, \dots, sr^{n-m_1}\}, o)$

(sebanyak m_2 subgrup)

$\vdots$

$E_{k+n+2+(m_2+1)} = (\{1, r^{m_k}, r^{2m_k}, \dots, r^{n-m_k}, s, sr^{m_k}, sr^{2m_k}, \dots, sr^{n-m_k}\}, o)$

$E_{k+n+2+(m_2+2)}$=$(\{1, r^{m_k}, r^{2m_k}, \dots, r^{n-m_k}, sr, sr^{m_k+1}, sr^{2m_k+1}, \dots, sr^{(n-m_k)+1}\}, o)$

$\vdots$

$E_{k+n+2+(m_2+\dots+m_k)} = (\{1, r^{m_k}, r^{2m_k}, \dots, r^{n-m_k}, sr^{m_k-1}, sr^{2m_k-1}, \dots, sr^{n-m_1}\}, o)$

(sebanyak m_k subgrup)

Banyaknya subgrup-subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan komposit sebanyak $1 + k + n + (m_1 + m_2 + \cdots + m_k)$ yaitu:

1. 1 subgrup yaitu identitas disebut subgrup trivial.
2. k subgrup yang terdiri dari:

   1 subgrup terdiri dari rotasi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1 subgrup terdiri dari identitas, rotasi berderajat m_2 serta kelipatannya.

1 subgrup terdiri dari identitas, rotasi berderajat m_3 serta kelipatannya.

$\vdots$

1 subgrup terdiri dari identitas, rotasi berderajat m_k serta kelipatannya.

3 n subgrup yang terdiri dari 2 elemen yaitu identitas dan unsur yang mengandung s.

4 $(m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_k)$ subgrup yaitu:

Sebanyak m_1 subgrup yang terdiri dari identitas, rotasi berderajat m_1 serta kelipatannya, dan simetri berderajat genap dan ganjil.

Sebanyak m_2 subgrup yang terdiri dari identitas, rotasi berderajat m_2 serta kelipatannya, dan simetri berderajat genap dan ganjil.

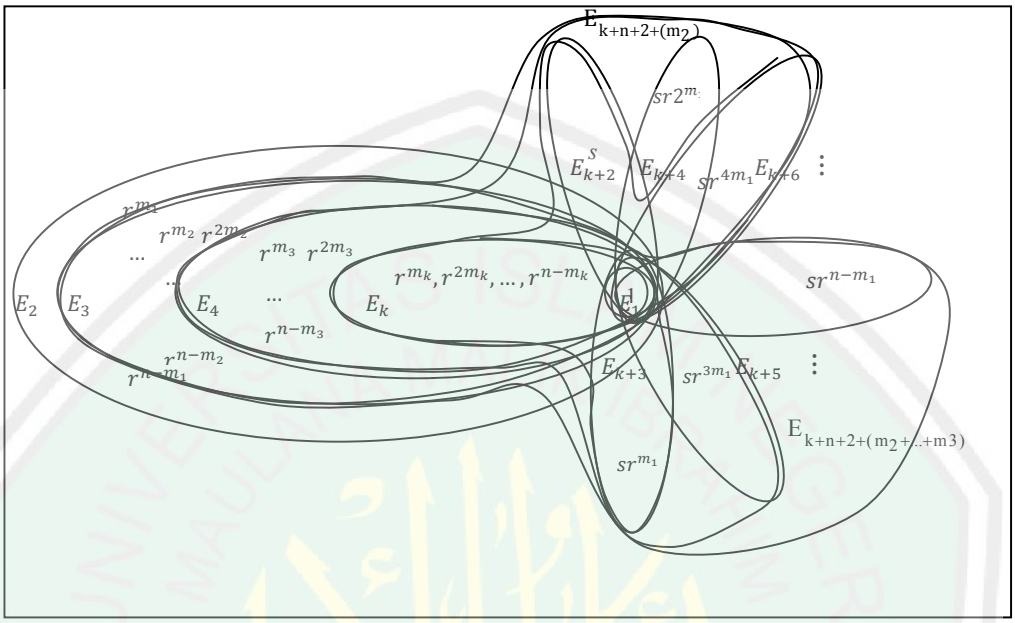
Sebanyak m_3 subgrup yang terdiri dari identitas, rotasi berderajat m_2 serta kelipatannya, dan simetri berderajat genap dan ganjil.

$\vdots$

Sebanyak m_k subgrup yang terdiri dari identitas rotasi berderajat m_k serta kelipatannya, dan simetri berderajat genap dan ganjil.

Sehingga dapat digambarkan *hypergraph*nya sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3.16 *Hypergraph* Subgrup dari Grup Dihedral-*2n* (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk *n* Bilangan Komposit

Karena setiap subgrup tersebut memiliki subset atau irisan berupa berupa $\{1\}$ atau subgrup trivial maka setiap subgrup saling beririsan, dan dengan menganggap setiap subgrup diwakili oleh titik maka *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan komposit akan berbentuk graf komplit-$(1 + k + n + \{m_1 + m_2 + \cdots + m_k\})$ atau $K_{(1+k+n+\{m_1+m_2+\cdots+m_k\})}$.

3.1.3. Kajian Agama

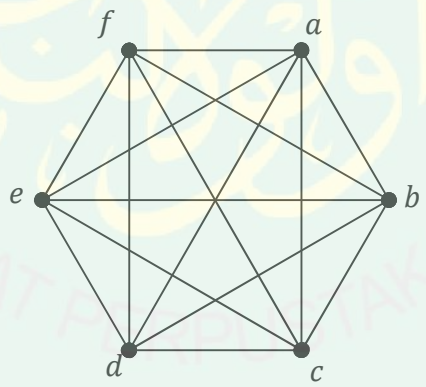
Kajian tentang *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ di atas diklasifikasikan menjadi dua yaitu *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

prima dan *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan komposit. Seperti pada pembahasan di atas *dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ berbentuk graf komplit.

Graf komplit adalah graf yang setiap titik saling terhubung langsung (*adjacent*), sehingga setiap titik akan memiliki derajat yang sama. Jika dikaji dari perspekif agama maka graf komplit akan menggambarkan konsep tentang persaudaraaan (*ukhuwah*) antar sesama muslim. Seperti contoh graf komplit berikut ini:

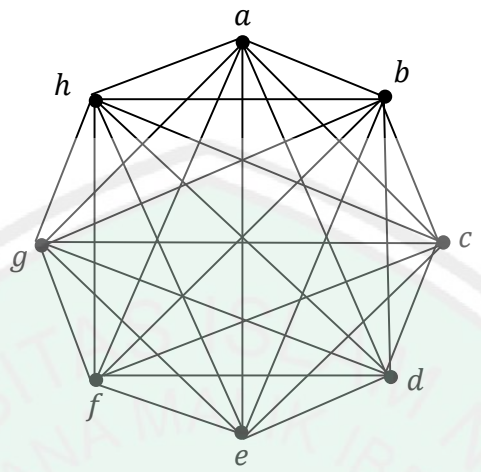
K_6 :



Gambar 3.16 Graf Komplit-$6(K_6)$

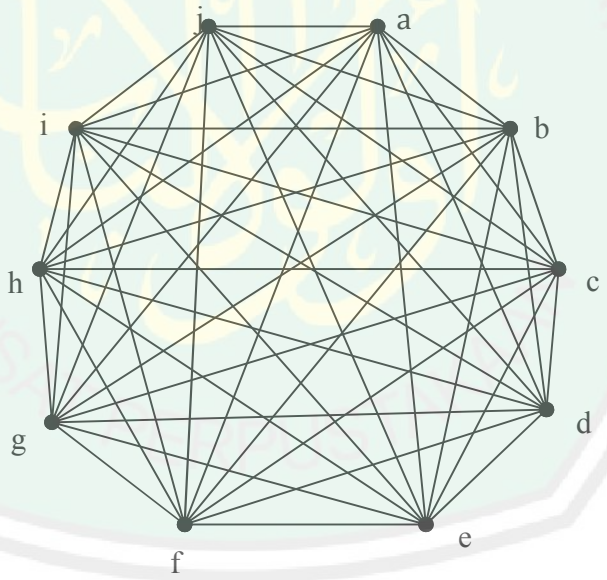
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

K_8 :



Gambar 3.17 Graf Komplit-$8(K_8)$

K_{10}:



Gambar 3.18 Graf Komplit-$10(K_{10})$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Pada graf komplit-6 (K_6), graf komplit-8 (K_8) dan graf komplit-10 (K_{10}) di atas setiap titik adalah menggambarkan seorang muslim sedangkan sisi-sisi yang menghubungkan setiap titik tersebut adalah menggambarkan hubungan atau interaksi antara sesama muslim. Setiap titik pada graf komplit harus saling terhubung langsung (adjecent), ini menggambarkan bahwa dalam realita dan kehidupan sehari-hari kita sesama muslim dianjurkan untuk saling berinteraksi untuk mempererat *ukhuwah islamiyah* (persaudaraan sesama muslim).

Ukhuwah islamiyah lebih sering diartikan sebagai rasa atau ikatan persaudaraan sesama muslim, yang disatukan oleh akidah islamiyah yang sama. Sebagai mahkluk sosial yang hidup di masyarakat yang sangat heterogen, maka kita harus dapat saling menjaga diri dalam melakukan berbagai aktivitas di tengah-tengah masyarakat. Keberagaman yang ada membuat kita harus senantiasa menjalin silaturahmi dengan orang lain. Jangan sampai perbedaan menghalangi kita untuk menjalin persaudaraan, karena dengan persaudaraan, kita dapat lebih siap untuk hidup bermasyarakat. Allah SWT telah mengingatkan akan arti pentingnya *Ukhuwah Islamiyyah*, sebagaimana disebutkan dalam ayat berikut:

إِنَّمَا ٱلۡمُؤۡمِنُونَ إِخۡوَةٞ فَأَصۡلِحُواْ بَيۡنَ أَخَوَيۡكُمۡۚ وَٱتَّقُواْ ٱللَّهَ لَعَلَّكُمۡ تُرۡحَمُونَ ١٠

Artinya: *Orang-orang beriman itu Sesungguhnya bersaudara. sebab itu damaikanlah (perbaikilah hubungan) antara kedua saudaramu itu dan takutlah terhadap Allah, supaya kamu mendapat rahmat*.(Al-Hujurat : 10)

Rasulullah SAW juga menganjurkan kepada umatnya untuk saling bersilaturahim, sebagai mana disebutkan dalam hadits berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dari 'Abdullah bin 'Umar r.a, bahwasanya Rasulullah saw. bersabda, "Seorang muslim adalah saudara bagi muslim lainnya, janganlah ia menzhaliminya dan membiarkannya. Barangsiapa membantu menutupi kebutuhan saudara seislam, maka Allah akn membantu menutupi kebutuhannya. Barangsiapa membebaskan seoarang muslim dari suatu kesulitan niscaya Allah akan membebaskan seorang musilm dari suatu kesulitan niscaya Allah akan membebaskannya dari kesulitan-kesulitan pada hari kiamat. Barangsiapa menutupi aib seorang Muslim niscaya Allah akan menutupi aibnya pada hari kiamat."

"sesungguhnya (hubungan) orang mu'min dengan orang-orang yang beriman adalah seperti (hubungan) kepala dengan seluruh badan. Seorang mu'min akan merasa sakit karena orang mu'min lainnya sebagaimana badan akan merasa sakit karena sakit kepala."(hadits ini diriwayatkan oleh Imam Ahmad)

Dari ayat dan hadits di atas menerangkan bahwa betapa pentingnya mempererat *ukhuwah islamiyah*, salah satunya dengan silaturahmi karena silaturahmi adalah sebagai salah satu media untuk untuk membangun masyarakat yang harmonis. Silaturahmi tidak sekadar bersentuhan tangan atau memohon maaf, ada sesuatu yang lebih hakiki, yaitu aspek mental dan keluasan hati. Hal ini sesuai dengan asal kata silaturahmi itu sendiri, yaitu shilat atau washl, yang berarti menyambungkan atau menghimpun, dan ar-rahiim yang berarti kasih sayang. Makna menyambungkan menunjukkan sebuah proses aktif dari sesuatu yang asalnya tidak tersambung. Menghimpun biasanya mengandung makna sesuatu yang tercerai-berai dan berantakan, menjadi sesuatu yang bersatu dan utuh kembali. Oleh karena itu, menjadi

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

sangat penting bagi kita untuk disadari bahwa silaturahmi tidak hanya sekedar jabat tangan dan basa-basi, namun harus melibatkan aspek hati. Silaturahmi adalah kunci terbukanya rahmat dan pertolongan Allah SWT. Sebab, bagaimana pun besarnya umat Islam secara kuantitatif, sama sekali tidak ada artinya, laksana buih di lautan yang mudah diombang-ambing gelombang, bila di dalamnya tidak ada persatuan, kerja sama dan keharmonisan berjihad di jalan Allah SWT.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

A-PDF WORD TO PDF DEMO: Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai *dual hyperhgraph* subgrup dari grup diheral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. *Dual hypergraph* subgrup dari grup diheral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ berbentuk graf komplit.
2. *Dual hypergraph* subgrup dari grup diheral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan prima berbentuk graf komplit–$n+3$ (K_{n+3}).
3. *Dual hypergraph* subgrup dari grup dihedral-$2n$ (D_{2n}) dengan $n \in \mathbb{Z}^+$ dan $n \geq 3$ untuk n bilangan komposit berbentuk graf komplit-$(1 + k + n + \{m_1 + m_2 + \cdots + m_k\})$ atau $K_{(1+k+n+\{m_1+m_2+\cdots+m_k\})}$.

4.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya dapat melanjutkan penelitian mengenai *dual hyperhgraph* subgrup dari grup siklik, grup simetri dan grup permutasi, sehingga akan didapatkan model-model *dual hypergraph* yang lainnya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

A-PDF WORD TO PDF DEMO: Purchase from www.A-PDF.com to remove the watermark

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Abdussakir. dkk. 2009. *Teori Graf*. Malang: UIN Malang Press.

Arifin, Achmad. 2000. *Aljabar*. Bandung: Penerbit ITB

Arland. *Rahasia Silaturahmi.* (http:// mail-archive.com/[mencintai-islam] rahasia silaturahmi.mht Diakses pada hari kamis tanggal 24 maret 2011)

Chartrand, Gery and Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: a Division of Wadsworth, Inc.

Chasanah, Syifaul. 2008. *Digraf Dari Tabel Cayley Grup Dihedral*. Skripsi Tidak Diterbitkan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

David, S Dummid dan Foote, Richard M. 1991. *Abstract Algebra*. New Jersey: Division of Simon & Schuster, Inc.

Faz, Ahmad Thoha. 2007. *Titik Ba*. Bandung: Mizan

Ghoffar, Abdul. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 7*. Jakarta: Pustaka Imam Syafi'i

Jamilia,Yuli Hikma. 2008. *Cayley Color Graph* Dari Grup Simetri Dan Grup Dihedral. Skripsi Tidak Diterbitkan.Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

Bondy, J. A dan Murty, U. S. R. 2008. *Graph Theory.* New York: Springer.

Bondy, J. A dan Murty, U. S. R. 1976. *Graph Theory With Aplication.* New York: Elsevier Science Publising Co. Inc.

Munir, Rinaldi. 2005. *Matemaitka Diskrit.* Bandung: Informatika Bandung.

Raisinghania dan Anggarwal. 1980. *Modern Algebra*. New Delhi: S.Chand & Company LTD.

Sukirman. 2005. *Pengantar Aljabar Abstrak*. Malang: UM Press

Umah, Siti Maslahatul. 2009. *Isomrofisme Grup pada Subgrup Normal*. Skripsi Tidak Diterbitkan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

Wahyudin. 1989. Aljabar Modern. Bandung: Tarsito

Wikipedia, The Free Encyclopedia. *Hypergraph.* (http://en.wikipedia.org/wiki/ Hypergraph Diakses pada hari Minggu, tanggal 9 Januari 2011)