DEKOMPOSISI GRAF KOMPLIT

SKRIPSI

Oleh:
RINA MUNAWARAH
NIM: 04510046

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG

2009

DEKOMPOSISI GRAF KOMPLIT

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
Dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
RINA MUNAWARAH
NIM 04510046

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG
2009

DEKOMPOSISI GRAF KOMPLIT

SKRIPSI

Oleh:
RINA MUNAWARAH
NIM 04510046

Telah Disetujui untuk Diuji

Malang, 17 Januari 2009

Pembimbing I,	**Pembimbing II,**
Wahyu Henky Irawan, M.Pd	**Achmad Nashichuddin, MA**
NIP: 150 300 415	**NIP. 150 302 531**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

DEKOMPOSISI GRAF KOMPLIT

SKRIPSI

Oleh:
RINA MUNAWARAH
NIM 04510046

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal:

19 Januari 2009

Susunan Dewan Penguji:			**Tanda Tangan**
1.	**Penguji Utama**	: **Abdussakir, M.Pd** **NIP: 150 327 247**	( )
2.	**Ketua**	: **Evawati Alisah, M.Pd** **NIP: 150 291 271**	( )
3.	**Sekretaris**	: **Wahyu H. Irawan, M.Pd** **NIP: 150 300 415**	( )
4.	**Anggota**	: **Ach. Nashichuddin, M.A** **NIP: 150 302 531**	( )

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP: 150 318 321

SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rina Munawarah
NIM : 04510046
Fakultas : SAINTEK
Jurusan : Matematika
Judul Skripsi : Dekomposisi Graf Komplit

Menyatakan bahwa skripsi tersebut adalah karya saya sendiri dan bukan karya orang lain, baik sebagian maupun keseluruhan, kecuali dalam bentuk kutipan yang telah disebutkan sumbernya.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapatkan sanksi akademis.

Malang, 17 Januari 2009
Yang menyatakan,

Rina Munawarah
NIM 04510046

MOTTO

Kepuasan terletak pada usaha, bukan pada hasil.

Dan berusaha dengan keras adalah kemenangan yang hakiki.

(Mahatma Gandhi)

Tuhan tidak selalu mengabulkan apa yang kita inginkan,

tetapi Tuhan selalu memberikan apa yang kita butuhkan.

(penulis)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahi Robbil'alamin

Segala Puji Bagi Allah SWT Seru Sekalian Alam

Terima Kasih Atas Rahmat, Taufik dan Hidayah-Nya yang Telah Diberikan

Kepada Penulis

Penulis Persembahkan Skripsi ini

Sebagai Cinta Kasih dan Bakti Penulis

Kepada Orang-orang yang Penulis Cintai dan Sayangi Selamanya

Bapak dan Ibu Tercinta

Serta adik-adik Tersayang

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

Dengan menyebut nama Allah SWT Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang dan dengan untaian rasa syukur atas limpahan taufiq dan hidayahNya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "*Dekomposisi Graf Komplit*" dapat diselesaikan. Sholawat serta salam semoga senantiasa terlimpahkan kepada Nabiyullah Muhammad SAW yang telah menunjukkan jalan yang diridhoi oleh Allah SWT, dan semoga syafaatnya selalu tercurah pada kita semua.

Selanjutnya penulis menghaturkan ucapan terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu demi terselesainya penulisan skripsi ini. Ungkapan terimakasih ini penulis sampaikan kepada yang terhormat:

1. Prof. Dr. Imam Suprayogo, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Malang.
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., D.Sc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang.
3. Sri Harini, M.Si, selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri (UIN) Malang.
4. Wahyu Henky Irawan M.Pd, selaku dosen pembimbing yang senantiasa sabar memberi arahan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini.
5. Achmad Nashichuddin, MA, selaku dosen pembimbing keagamaan, yang telah memberikan saran dan bantuan selama penulisan skripsi ini.

6. Seluruh dosen yang telah memberikan ilmunya selama ini dan yang selalu membimbing dan memberi motivasi agar penulis dapat menyelesaikan studi dengan baik.
7. Bapak dan Ibu tercinta dan seluruh keluarga, yang selalu memberikan semangat dan motivasi baik moril maupun spirituil dalam mendidik dan membimbing penulis hingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Teman-teman mahasiswa Matematika angkatan 2004 yang telah memotivasi penulis untuk segera menyelesaikan skripsi dan spesial untuk teman seperjuangan Mohammad Nirwan dan Vera Mandailina yang banyak membantu.
9. Suci Rahayu yang telah banyak membantu penulis selama di Malang.
10. Teman-teman kos Wisma Asri, Dewi Rayani yang telah memotivasi penulis untuk segera menyelesaikan skripsi.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah memberikan bantuan baik moril, materiil maupun spiritual bagi penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi

Penulis berdo'a semoga bantuan yang telah diberikan dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapatkan balasan yang setimpal. Penulis berharap, semoga skripsi ini bermanfaat. Amin.

Malang, 20 Desember 2008

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Munawarah, Rina. 2009. **Dekomposisi Graf Komplit.** Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang. Pembimbing: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd. (II) Achmad Nashichuddin, MA.

Kata Kunci: Dekomposisi, Graf Komplit, Partisi Sisi.

Teori graf yang merupakan salah satu cabang dari matematika diskrit menurut definisinya adalah himpunan yang tidak kosong yang memuat elemen-elemen yang disebut titik, dan suatu daftar pasangan tidak terurut elemen itu yang disebut sisi. Salah satu pembahasan dalam teori graf yang belum begitu banyak dikenal orang adalah tentang dekomposisi. Kemudian dalam skripsi ini penulis mengembangkannya dengan membahas kajian tentang dekomposisi graf komplit. Masalah yang dibahas dalam skripsi ini dirumuskan sebagai berikut yaitu; bagaimana dekomposisi pada graf komplit K_n ke dalam bentuk 1-faktor dengan n bilangan asli genap serta bagaimana dekomposisi graf komplit K_n dengan n bilangan asli ganjil. Sedangkan tujuan penulisan ini adalah menjelaskan dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n bilangan asli genap membentuk 1-faktor dan menjelaskan dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n adalah bilangan asli ganjil. Kemudian permasalahan yang dikaji dibatasi pada graf komplit K_n dengan n bilangan asli genap membentuk 1-faktor dan graf komplit dengan n bilangan asli ganjil dengan partisi sebanyak $partisi = \dfrac{q(K_n)}{p(K_n)}$.

Dalam menjelaskan dekomposisi graf komplit K_n perlu diketahui definisi-definisi sebagai berikut. Matching pada graf G adalah sekumpulan himpunan sisi dari graf G yang tidak terhubung langsung (adjacent). Faktorisasi graf G adalah penjumlahan sisi dari graf G yang merupakan subgraf merentang dengan disjoint-sisi. Jika sekumpulan himpunan sisi $\{H_i\}$ dari graf G dengan disjoint-sisi dijumlahkan sehingga $H_1 \oplus H_2 \oplus ...H_n = G$ maka disebut dekomposisi graf G .

Dalam kajian ini, penulis mengkaji dekomposisi graf komplit K_n dengan n bilangan asli. Pembahasan mengenai dekomposisi graf komplit K_n diklasifikasikan menjadi dua bagian yaitu; (1) dekomposisi pada graf komplit K_n ke dalam bentuk 1-faktor dengan n bilangan asli genap (2) dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n bilangan asli ganjil.

Berdasarkan hasil pembahasan dapat diperoleh bahwa dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n bilangan asli genap juga merupakan faktorisasi yaitu membentuk 1-faktor dan jumlah partisi sisi sebanyak $n-1$ sedangkan dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n bilangan asli ganjil tidak membentuk faktorisasi karena partisi sisinya bukan subgraf merentang dan jumlah partisi sisi sebanyak n. Pembahasan mengenai dekomposisi graf masih dapat dilanjutkan pada dekomposisi graf yang lain seperti pada graf roda atau graf gear.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Bagi dunia keilmuan Matematika berperan sebagai bahasa simbolik yang memungkinkan terwujudnya komunikasi yang cermat dan tepat. Matematika bukan saja menyampaikan informasi secara jelas dan tepat namun juga singkat. Suatu rumus yang jika ditulis dalam bahasa verbal memerlukan kalimat yang panjang, dimana makin banyak kata-kata yang digunakan maka makin besar pula peluang terjadinya salah informasi dan salah interpretasi, maka dalam bahasa matematika cukup ditulis dengan model yang sederhana (Suriasumantri, 2001; 203). Sebagaimana contoh yang tertera dalam firman Allah SWT dalam surat Al-An'am ayat 160 :

مَن جَآءَ بِٱلْحَسَنَةِ فَلَهُۥ عَشْرُ أَمْثَالِهَا ۖ وَمَن جَآءَ بِٱلسَّيِّئَةِ فَلَا يُجْزَىٰٓ إِلَّا مِثْلَهَا وَهُمْ لَا يُظْلَمُونَ ﴿١٦٠﴾

*Artinya: ''Barangsiapa membawa amal yang baik, Maka baginya (pahala) sepuluh kali lipat amalnya; dan barangsiapa yang membawa perbuatan jahat Maka dia tidak diberi pembalasan melainkan seimbang dengan kejahatannya, sedang mereka sedikitpun tidak dianiaya (dirugikan) (*Q.S. Al-An'am: 160*).*

Pada QS Al-An'am ayat 160 tersebut, nampak jelas bahwa Allah menentukan balasan perbuatan kebaikan dan kejahatan. Amal kebaikan mendapat pahala 10 kali amal kebaikan tersebut, dan amal kejahatan mendapatkan balasan 1 kali amal kejahatan tersebut.

Secara matematika diperoleh rumus

$$y = 10x$$

untuk amal kebaikan, dan

$$y = x$$

untuk amal kejahatan. Variabel x menyatakan nilai amal dan y menyatakan nilai balasan yang diperoleh (Abdusysyakir, 2007; 82). .

Matematika juga merupakan alat yang memungkinkan ditemukannya serta dikomunikasikannya kebenaran ilmiah lewat berbagai disiplin keilmuan. Salah satu cabang dari keilmuan matematika adalah matematika diskrit. Salah satu materi yang dibahas dalam matematika diskrit adalah tentang teori graf. Teori graf yang merupakan salah satu cabang dari matematika diskrit tersebut menurut definisinya adalah himpunan yang tidak kosong yang memuat elemen-elemen yang disebut titik, dan suatu daftar pasangan tidak terurut elemen itu yang disebut sisi. *Teori graf* dalam kehidupan sehari-hari banyak manfaatnya, antara lain dalam komunikasi, transportasi, sistem antrian, dan penjadwalan.

Ketika umat Islam membaca Al-Qur'an maka pada surat Al-Fatihah akan dijumpai bahwa manusia terbagi menjadi tiga kelompok, yaitu (1) kelompok yang diberi nikmat oleh Allah SWT, (2) kelompok yang dimurkai, dan (3) kelompok yang sesat. Dalam hal ini Al-Qur'an berbicara mengenai kelompok, golongan, atau sekumpulan. Berdasarkan surat Al-Fatiah tersebut, terdapat konsep matematika yang terkandung di dalamnya yaitu kumpulan objek-objek yang mempunyai ciri-ciri yang sangat jelas. Inilah yang dalam matematika dinamakan dengan himpunan (Abdussyyakir, 2006; 47). Dalam teori graf kumpulan atau kelompok dimisalkan sebagai dekomposisi.

Dekomposisi adalah sekumpulan atau koleksi $\{H_i\}$ dari subgraf G sedemikian hingga $H_i = \langle E_i \rangle$ untuk suatu E_i subset *E(G)* dan $\{E_i\}$ adalah partisi dari *E(G)*. Jika $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari G, maka G dapat ditulis sebagai penjumlahan sisi $H_1 \oplus H_2 \oplus ... \oplus H_n$, dimana $n = |\{H_i\}|$ (Chartrand and Lesniak, 1986: 239).

Kajian tentang dekomposisi pada graf saat ini masih belum begitu banyak dikenal oleh orang. Berdasarkan hal tersebut, maka penulis mengambil judul skripsi ini, yaitu **“ Dekomposisi Graf Komplit ”** .

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah yang dapat dikemukakan adalah:

1. Bagaimana dekomposisi pada graf komplit K_n ke dalam bentuk 1-*faktor* dengan n bilangan asli genap?
2. Bagaimana dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n bilangan asli ganjil?

1.3. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penulisan ini adalah:

1. Menjelaskan dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n bilangan asli genap membentuk 1-faktor.
2. Menjelaskan dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n bilangan asli ganjil.

1.4. Manfaat Penelitian

Penulisan karya ilmiah ini pada dasarnya diharapkan dapat memberikan manfaat terhadap beberapa pihak, diantaranya:

1. Bagi Penulis
   - Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan tentang dekomposisi pada graf komplit K_n.
2. Bagi Jurusan Matematika
   - Sebagai bahan pustaka tentang kajian dekomposisi graf komplit K_n.

1.5. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library research)* atau kajian pustaka, yakni melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi-informasi serta objek yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah :

1. Merumuskan masalah

   Sebelum peneliti melakukan penelitian, terlebih dahulu disusun rencana penelitian bermula dari suatu masalah tentang dekomposisi pada graf komplit.
2. Mengumpulkan Data.

   Mengumpulkan data dari literatur Graphs & Digraphs (Gary Chartrand dan Linda Lesniak) dan literatur pendukung, baik yang bersumber dari buku, jurnal, artikel, diktat kuliah, internet, dan lainnya yang berhubungan dengan permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini.

3. Menganalisis Data

   Langkah-langkah yang diambil untuk menganalisis data dalam penelitian ini adalah :

   a. Menggambar beberapa graf komplit K_n dimulai dari n = 3.
   b. Mencari partisi graf komplit K_n dimana n adalah bilangan asli genap sehingga membentuk 1-faktor.
   c. Mencari partisi graf komplit K_n dimana n adalah bilangan asli ganjil dengan partisi yang beraturan yaitu $partisi = \frac{q(K_n)}{p(K_n)}$.

4. Membuat Kesimpulan

   Kesimpulan dalam skripsi ini berupa pola dari jumlah partisi masing-masing graf komplit K_n dan menunjukkan bahwa dekomposisi graf komplit K_n merupakan faktorisasi.

5. Melaporkan

   Langkah terakhir dari kegiatan ini adalah menyusun laporan dari penelitian yang telah dilakukan, yaitu berupa skripsi sebagai syarat memperoleh gelar sarjana.

1.6. Sistematika Penulisan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan meliputi: latar belakang permasalahan, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang definisi graf, derajat titik pada graf, isomorfisme, jalan dan lintasan, graf komplit, graf bipartisi, graf bipartisi komplit, operasi pada graf, matching, faktorisasi, dekomposisi dan tafsir surat Al-fatihah.

BAB III PEMBAHASAN

Pembahasan berisi tentang bagaimana dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n adalah bilangan asli genap dan bilangan asli ganjil yang dimulai dari $n = 3$.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini akan dibahas tentang kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

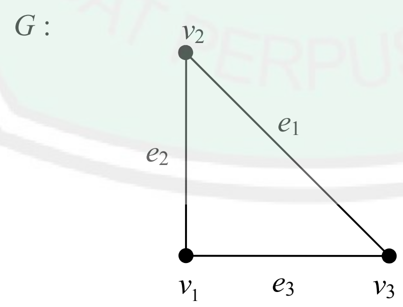
2.1. Graf

2.1.1. Definisi Graf

Definisi 1

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan ($V(G)$, $E(G)$) dimana $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dari unsur-unsur yang disebut *titik (vertex)* dan $E(G)$ adalah himpunan dari pasangan tak terurut (u,v) dari titik-titik u dan v yang *berbeda* di V(G) yang disebut *sisi (edge)*. Selanjutnya sisi e = (u,v) pada graf G ditulis $e = uv$. Banyaknya unsur di V disebut *order* dari G yang dilambangkan dengan $p(G)$, sedangkan banyaknya unsur di E disebut *ukuran* dari G yang dilambangkan dengan $q(G)$ (Chartrand and Lesniak, 1986: 4).

Sebagai contoh, misal: $V(G) = \{v_1, v_2, v_3\}$ dan $E(G) = \{v_1v_2, v_2v_3, v_1v_3\}$. Maka G dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.1 Graph G dengan 3 Titik dan 3 Sisi

Graf G pada Gambar 2.1 mempunyai 3 titik sehingga $p(G) = 3$ dan mempunyai empat sisi yaitu:

$e_1 = v_2v_3$

$e_2 = v_1v_2$

$e_3 = v_1v_3$

sehingga ukuran G adalah $q(G) = 3$.

Definisi 2

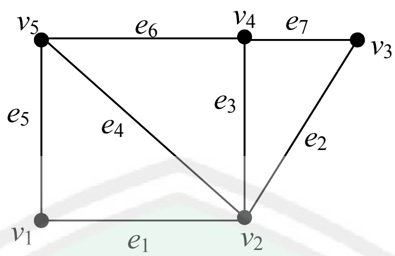
Sebuah sisi $e = uv$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = uv$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut *terhubung langsung (adjecent)*, v dan e serta u dan e disebut *terkait langsung (incident)*, titik u dan v disebut ujung dari e (Chartrand,1986: 4).

Pada graf G Gambar 2.1, titik yang terhubung langsung adalah titik v_1 dan v_2, titik v_1 dan v_3, titik v_2 dan v_3. Selanjutnya titik v_2 dan v_3 terkait langsung dengan sisi e_1, titik v_1 dan v_2 terkait langsung dengan sisi e_2, titik v_1 dan v_3 terkait langsung dengan sisi e_3.

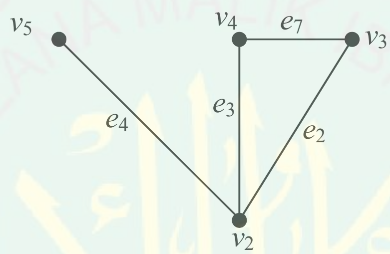
Definisi 3

Graf H disebut subgraf dari G jika himpunan titik di H adalah subset dari himpunan titik-titik di G dan himpunan sisi di H adalah subset dari himpunan sisi di G. Dapat ditulis $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Subgraf H dari graf G yang memiliki himpunan order yang sama pada G, atau jika subgraf H dengan $V(H)=V(G)$, maka H disebut subgraf merentang (*spanning subgraph*) dari G (Chartrand dan Lesniak, 1986: 8).

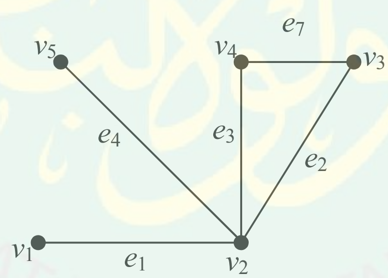
G :



Gambar 2.2 Graf *G*



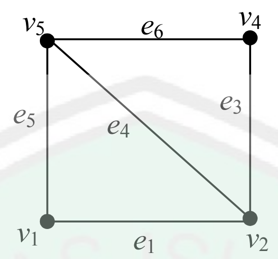
Gambar 2.3 Subgraf dari Graf *G*



Gambar 2.4 Subgraf Merentang dari Graf *G*

Subgraf Terinduksi *(Induced subgraf) H* dari graf G yang dinotasikan dengan $G[V^1]$ adalah subgraf dari graf *G* yang memuat himpunan V^1 titik bersama semua sisi-sisi *uv* dari graf *G* dimana $u,v \in V^1$, jadi subgraf *H* dari graf *G* dapat diperoleh dengan menghapus titik-titik dari graf *G*.

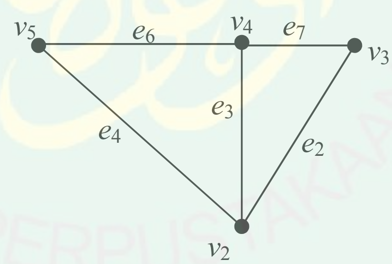
Dari Gambar 2.2 Subgraf Terinduksi *(Induced subgraf)* adalah sebagai berikut:



Gambar 2.5 Subgraf Terinduksi dari Graf G

Subgraf terinduksi sisi (*edge induced*) *H* di definisikan sebagai $G[E^1]$ jika $H \cong \langle F \rangle$ untuk setiap subset *F* dari *E(G)*. Jadi subgraf terinduksi sisi dari graf *G* dapat diperoleh dengan menghapus titik dan sisi pada graf *G*(Chartrand dan Lesniak, 1986: 8)..

Dari Gambar 2.2 Subgraf Terinduksi *(Induced subgraf)* adalah sebagai berikut:

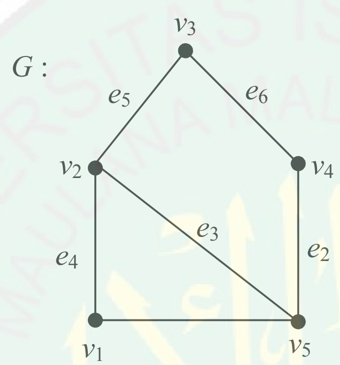


Gambar 2.6 Subgraf Terinduksi Sisi dari Graf G

2.1.2. Derajat Titik pada Graf

Definisi 4

Derajat titik v pada graf G adalah banyaknya sisi dari graf G yang terkait langsung dengan v. Derajat titik v pada graf G dinotasikan dengan deg_G v atau dapat juga dinotasikan dengan *deg v* (Chatrand and Lesniak, 1986: 7)



deg v_1 = 2

deg v_2 = 3

deg v_3 = 2

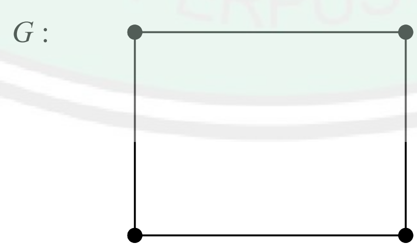
deg v_4 = 2

deg v_5 = 3

Gambar 2.7 Derajat Suatu Titik pada Graf G

Definisi 5

Misalkan u dan v titik berbeda pada graf G. Maka titik u dan v dapat dikatakan terhubung (*connected*), jika terdapat lintasan $u - v$ di G. Sedangkan suatu graf G dapat dikatakan terhubung (*connected*), jika untuk setiap titik u dan v di G terhubung (Chartrand dan Lesniak, 1986:28).

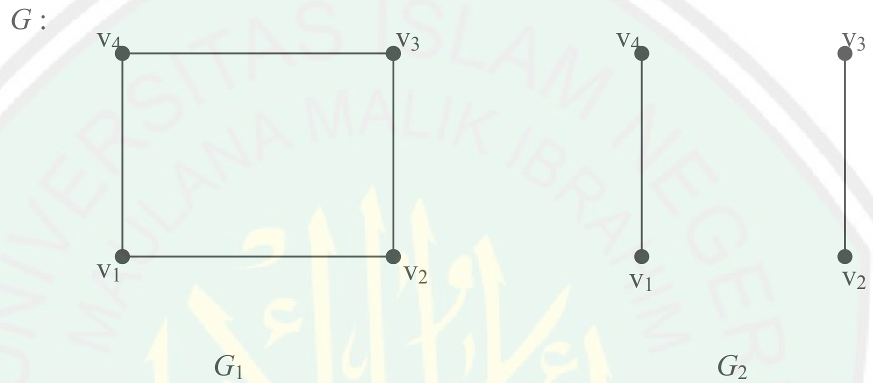


Gambar 2.8 Graf Terhubung (*connected*) G

Definisi 6

Komponen dari graf adalah banyaknya subgraf terhubung maksimal dari G yang dinotasikan dengan $k(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 28).

Jadi setiap graf terhubung hanya mempunyai satu komponen. Sedangkan untuk graf tak terhubung memiliki sedikitnya dua komponen.



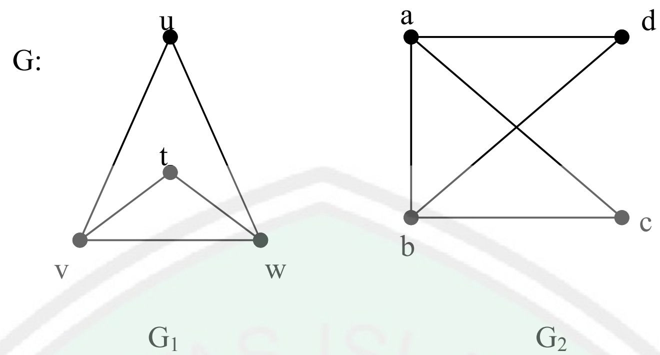
Gambar 2.9 G_1 Terhubung, G_2 Tidak Terhubung

Dari Gambar 2.9 G_1 Terhubung, G_2 tidak terhubung dan graf G_1 mempunyai satu komponen, dan graf G_2 mempunyai dua komponen.

2.1.3. Isomorfisme

Definisi 7

Graf G_1 isomorfik dengan graf G_2, dinyatakan dengan $G_1 \cong G_2$, jika ada pemetaan ϕ yang satu-satu dan pada dari $V(G_1)$ ke $V(G_2)$ yang melestarikan sifat keterhubungan langsung, yaitu jika u dan v di G_1 dihubungkan oleh k sisi jika dan hanya jika $\phi(u)$ dan $\phi(v)$ di G_2 dihubungkan oleh k sisi (Purwanto, 1998: 10).



Gambar 2.10 Graf Isomorfik

Pada Gambar 2.10 $G_1 \cong G_2$ karena ada pemetaan

$$\phi : V(G_1) \longrightarrow V(G_2),$$

$$t \longrightarrow c$$
$$u \longrightarrow d$$
$$v \longrightarrow a$$
$$w \longrightarrow b,$$

yang satu-satu dan pada serta melestarikan keterhubungan.

Dua graf G_1 dan G_2 adalah identik , dinotasikan $G_1 = G_2$, jika $V(G_1) = V(G_2)$ dan $E(G_1) = E(G_2)$. Dua graf yang isomorfik belum tentu identik. Graf G_1 dan G_2 pada Gambar 2.10 tidak identik walaupun $G_1 \cong G_2$.

2.1.4. Jalan dan Lintasan

Definisi 8

Sebuah jalan (*walk*) $u - v$ di graf G adalah barisan berhingga (tak kosong)

$$W : u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \ldots, e_n, v_n = v$$

yang berselang seling antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik u dan diakhiri dengan titik v sedemikian hingga untuk $0 < i \leq n$, maka $e_i = v_{i-1}v_i$

adalah sisi di G. v_0 disebut titik awal, v_n disebut titik akhir, v_1, v_2, ..., v_{n-1} disebut titik internal, dan n menyatakan panjang dari W (Chartrand dan Lesniak, 1986:26).

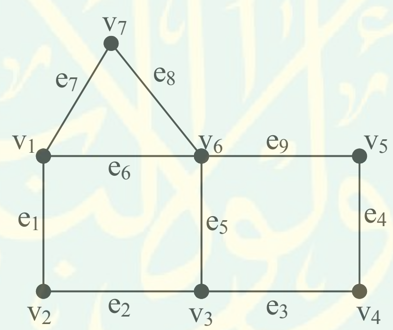
Definisi 9

Trail $u - v$ adalah jalan $u - v$ yang semua sisinya berbeda dan boleh mengulang titik (Chartrand dan Lesniak, 1986: 26).

Definisi 10

Jalan *terbuka* yang semua sisi dan titiknya berbeda disebut *lintasan*. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa setiap lintasan pasti trail, tetapi tidak semua trail merupakan lintasan (Wilson and Watkins, 1989: 35).

Contoh



Gambar 2.11 Jalan dan Lintasan

Contoh jalan pada graf G dalam Gambar 2.11 adalah :

$v_5, e_4, v_4, e_3, v_3, e_5, v_6, e_8, v_7, e_7, v_1, e_1, v_2, e_2$.

Contoh trail pada graf G dalam Gambar 2.11 adalah :

$v_6, e_6, v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_5, v_6, e_9, v_5, e_4, v_4$.

Contoh lintasan pada graf G dalam Gambar 2.11 adalah :

$v_1, e_7, v_7, e_8, v_6, e_9, v_5, e_4, v_4, e_3, v_3, e_2, v_2$.

Definisi 11

Sirkuit adalah sebuah jalan tertutup (*closed trail*) dan melewati sisi yang berbeda pada Graf G (Chartrand dan Lesniak, 1986:28).

Definisi 12

Sirkuit $v_1, v_2, \dots, v_n, v_1$ $(n \geq 3)$ dan v_i berbeda untuk setiap i disebut Sikel (*cycle*) (Chartrand dan Lesniak, 1986: 28).

Contoh

Contoh sirkuit pada graf G dalam Gambar 2.11 adalah :

$$v_5, e_5, v_6, e_7, v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, v_5$$

Contoh Sikel pada graf G dalam Gambar 2.11 adalah:

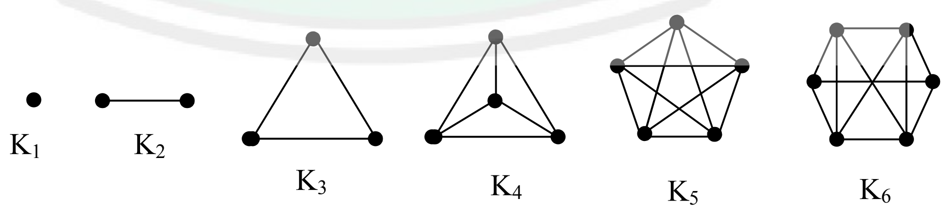
$$v_5, e_5, v_6, e_6, v_2, e_2, v_3, e_3, v_5$$

2.1.5. Graf Komplit

Definisi 13

Graf komplit (complete) adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung. Graf komplit dengan n titik dinotasikan sebagai K_n (Wilson and Watkins, 1989: 36).

Sebagai contoh, Gambar 2.12 adalah beberapa graf komplit.



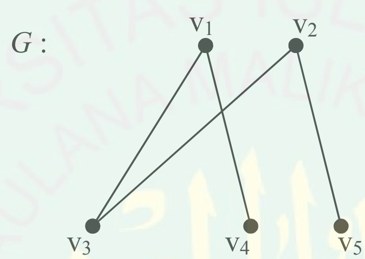
Gambar 2.12 Graf Komplit

2.1.6. Graf Bipartisi

Definisi 14

Graf bipartisi adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi himpunan A dan B sedemikian hingga setiap sisi graf mempunyai salah satu ujung di A dan salah satunya di B (Wilson and Watkins, 1989: 37).

Contoh



Gambar 2.13 Graf Bipartisi

Graf *G* pada Gambar 2.13 adalah graf bipartisi karena himpunan titik di *G* dapat dipartisi menjadi dua himpunan, yaitu:

$A = \{v_1, v_2\}$

dan

$B = \{v_3, v_4, v_5\}$

sehingga masing-masing sisi di *G* mempunyai ujung di A dan di B. Himpunan titik dalam satu partisi tidak boleh terhubung langsung.

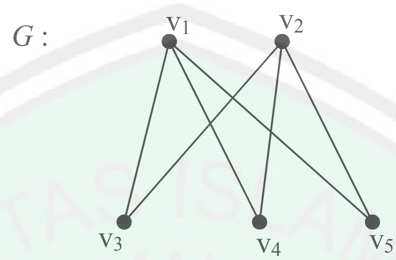
2.1.7. Graf Bipartisi Komplit

Definisi 15

Graf *G* disebut *graf bipartisi komplit* jika G adalah graf bipartisi dan komplit. Graf bipartisi komplit yang masing-masing partisi memuat *m* dan

n dilambangkan dengan $K_{(m,n)}$. Graf bipartisi komplit $K_{(1,n)}$ disebut dengan graf bintang (Chartrand and Lesniak, 1986: 10).

Contoh



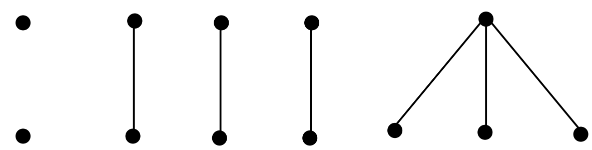
Gambar 2.14 Graf Bipartisi Komplit

Graf G adalah bipartisi karena himpunan titik dapat dipartisi menjadi dua himpunan, dan graf komplit karena masing-masing titik dalam tiap partisi berbeda saling terhubung langsung.

2.1.8. Operasi pada Graf

Definisi 18

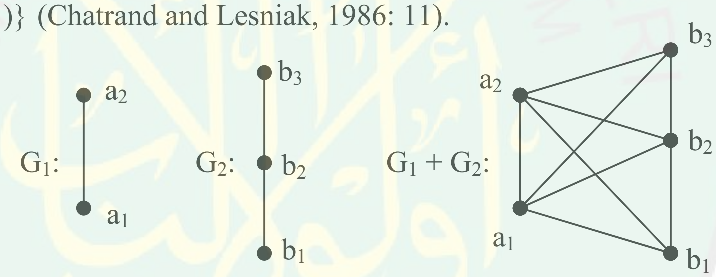
Gabungan dua graf G_1 dan G_2 yang dinotasikan dengan $G = G_1 \cup G_2$ mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan sisi $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Jika graf G memuat sebanyak n $\geq$ 2 graf H, maka dinotasikan dengan $G = {}_nH$. Graf $2K_1 \cup 3K_2 \cup K_{(1,3)}$ akan ditunjukkan pada gambar sebagai berikut (Chartrand and Lesniak, 1986: 11).



Gambar 2.15 Gabungan Graf

Definisi 19

Penjumlahan dua graf G_1 dan G_2 yang dinotasikan $G = G_1 + G_2$ mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan sisi $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv | u \in V(G_1)\ dan\ v \in V(G_2)\}$ dimana $E(G) = (a_1a_2) \cup (b_1b_2, b_2b_3) \cup \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2),$ $(a_2, b_3)\}$ (Chatrand and Lesniak, 1986: 11).



Gambar 2.16 Penjumlahan Dua Graf

Definisi 20

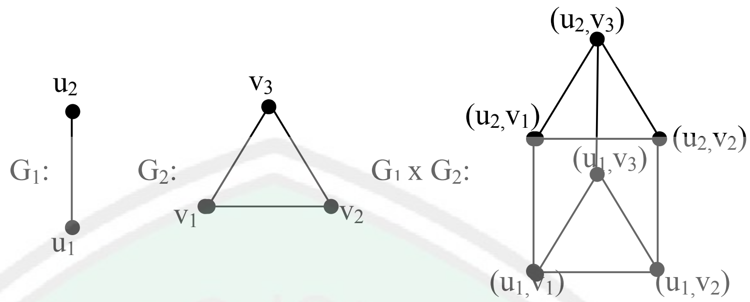
Hasil kali kartesius dari graf G_1 dan G_2 adalah graf yang dinotasikan $G = G_1\ x\ G_2$ dan mempunyai himpunan titik $V(G) = V(G_1)\ x\ V(G_2) = \{u_1, u_2\}\ x\ \{v_1, v_2, v_3\}$, dan dua titik (u_1, u_2) dan (v_1, v_2) dari graf G terhubung langsung jika dan hanya jika

$u_1 = v_1$ dan $u_2v_2 \in E(G_2)$

atau

$u_2 = v_2$ dan $u_1v_1 \in E(G_1)$ (Chartrand and Lesniak, 1986: 11).

Perhatikan contoh berikut,



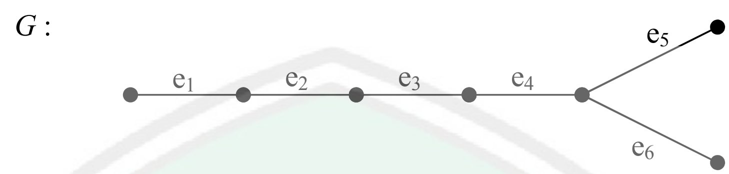
Gambar 2.17 Graf Hasil Kali Kartesius

Dari gambar 2.17 tersebut bahwa $V(G_1) = \{u_1, u_2\}$ dan $V(G_2) = \{v_1, v_2, v_3\}$, maka $G_1 \; x \; G_2$ adalah $V(G) = \{(u_1, v_1), (u_1, v_2), (u_1, v_3), (u_2, v_1), (u_2, v_2), (u_1, v_3)$. (u_1, v_1) dan (u_1, v_2) terhubung langsung jika dan hanya jika $u_1 = u_2$ dan $v_1v_2 \in E(G_2)$.

2.1.9. Matching

Definisi 21

Dua titik atau dua sisi yang berbeda pada graf G adalah bebas (*independent*) jika titik dan sisi tersebut tidak terhubung langsung (*adjacent*) di *G*. Sekumpulan himpunan sisi dari G yang independent dinamakan *matching* di *G*, sedangkan matching dari titik maksimum dinamakan matching maksimum di *G*. Jika *M* adalah matching pada graf *G* yang memiliki sifat bahwa setiap titik dari *G* adalah terkait langsung (*incident*) dengan sisi dari *M*, maka *M* pemasangan sempurna (*matching perfect)* di G. Graf G mempunyai pemasangan sempurna (*matching* *perfect*) M jika G mempunyai order genap dan $\langle M \rangle$ adalah 1-regular subgraf merentang dari G (Chartrand and Lesniak, 1986: 225).



Gambar 2.18 Matching dan Maksimum Matching

Pada graf G Gambar 2.18 dapat dilihat bahwa himpunan $M_1 = \{e_1, e_4\}$ adalah matching tetapi bukan matching maksimum, sedangkan $M_2 = \{e_1, e_3, e_5\}$ dan $M_3 = \{e_1, e_3, e_6\}$ adalah matching maksimum di G. Gambar graf G pada Gambar 2.18 tidak bisa mempunyai matching perfect karena graf G mempunyai order ganjil dan $\langle M \rangle$ adalah 1-regular yang bukan subgraf merentang dari G.

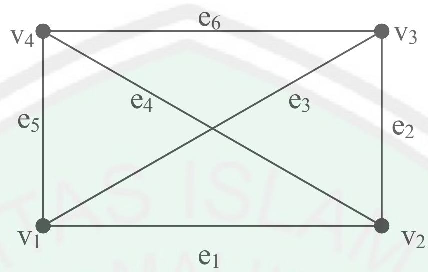
2.1.10. Faktorisasi

Definisi 22

Sebuah faktor dari graf G adalah (boleh kosong) subgraf merentang dari G. Jika $G_1, G_2, ..., G_n (n \geq 2)$ adalah faktor disjoint-sisi dari graf G sedemikian hingga $\bigcup_{i=1}^{n} E(G) = E(G)$, maka ditulis $G = G_1 \oplus G_2 \oplus ... \oplus G_n$, dimana $\oplus$ adalah penjumlahan tertutup yaitu penjumlahan pada ruang lingkupnya pada penjumlahan sisi dan dikatakan G adalah penjumlahan sisi dari faktor $G_1, G_2, ..., G_n$. Penjumlahan sisi disebut faktorisasi dari G ke dalam faktor $G_1, G_2, ..., G_n$. Sebuah faktor *r-regular* graf G disebut sebagai *r-faktor* dari G. Oleh karena itu, graf mempunyai 1-*faktor* jika dan hanya jika memuat pemasangan sempurna (*matching perfect*) (Chartrand and Lesniak, 1986: 229).

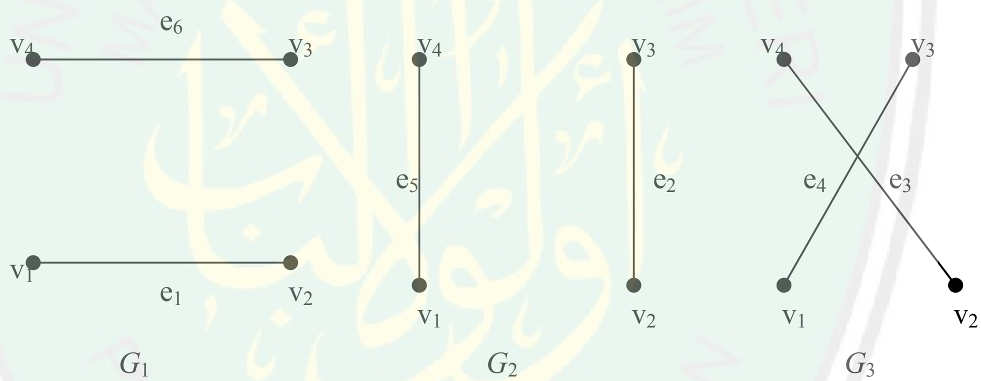
Contoh

G :



Gambar 2.19. Graf Komplit K_4

Bentuk faktorisasi graf komplit K_4 adalah sebagai berikut :



Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa graf komplit K_4 membentuk 1-*faktor*. Jika $G = G_1 \oplus G_2 \oplus G_3$, maka G adalah faktorisasi.

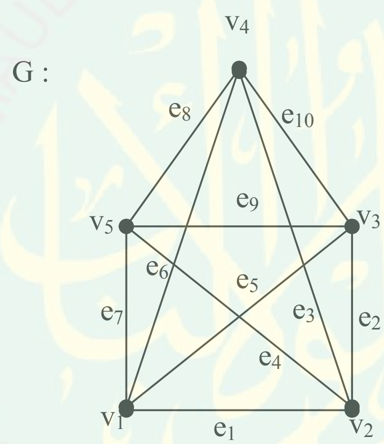
2.1.11. Dekomposisi

Definisi 23

Dekomposisi dari graf G adalah koleksi $\{H_i\}$ dari subgraf G sedemikian hingga $H_i = \langle E_i \rangle$ untuk suatu E_i subset *E(G)* dan $\{E_i\}$ adalah partisi dari

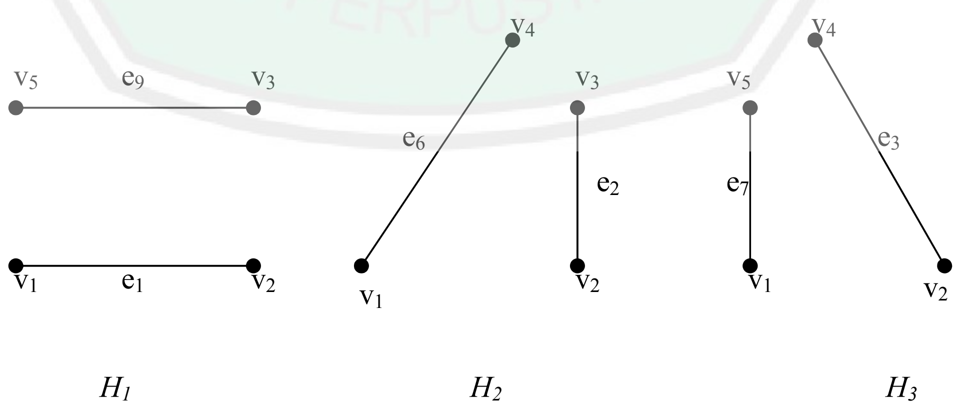
E(G). Jika $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari G, maka G dapat ditulis sebagai penjumlahan sisi $H_1 \oplus H_2 \oplus ... \oplus H_n$, dimana $n = |\{H_i\}|$. Jika $H_1 \oplus H_2 \oplus ... \oplus H_n$ adalah dekomposisi dari graf G dan jika p didefinisikan sebagai order dari G pada rumus $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$, maka $F_1 \oplus F_2 \oplus ... F_n$ adalah merupakan faktorisasi dari G. Jika $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong H$ untuk setiap *i* tertentu, maka G adalah *H*-decomposable (Chartrand and Lesniak, 1986: 239) .

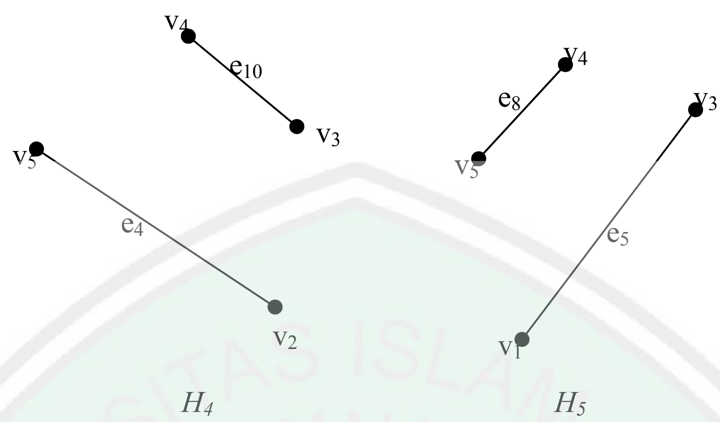
Contoh



Gambar 2.20 Graf Komplit *K*

Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_5 ditunjukkan sebagai berikut





Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa partisinya adalah beraturan dua-dua karena $partisi = \dfrac{q(G)}{p(G)}$, sehingga didapat 5 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 2 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5$ maka G adalah dekomposisi. Karena $H_i \cong 2K_2$ maka G adalah $2K_2$-dekomposable.

2.2 Tafsir Surat Al-Fatihah

Surat Al-fatihah adalah satu-satunya dalam kitab al-Quran yang paling banyak dihapal oleh Umat Islam, karena surat ini wajib dibaca di dalam shalat. Sebagaimana hadist nabi yang diriwayatkan oleh Bukhari, Muslim bahwa "*tidak ada shalat bagi orang yang tidak membaca Al-Fatihah*. Sesuai dengan namanya yang berarti *pembukaan*, surat ini memang biasa dibaca oleh orang-orang Islam ketika hendak berdoa, berzdikir, atau membuka suatu hajat. Surat ini bukan hanya untuk membuka hal-hal yang bersifat lahiriah, tetapi juga untuk membuka pintu batin kita (Chodjim, 2001:12).

Surat Al-Fatihah diturunkan pada tahun pertama kenabian, di Mekah. Dengan ayat pertama surat ini masyarakat Mekah pada waktu itu diingatkan oleh Tuhan, agar tidak berlebihan dalam menyanjung, memuja atau memuji manusia lainnya. Orang Arab biasa memuji sukunya, keluarganya atau rajanya. Para penyair mengungkapkan syair pujian bagi keluarga, suku atau raja mereka (Chodjim, 2001:52).

Surat Al-Fatihah dibaca untuk membuka mata batin kita. Dengan memahami, dan menghayati surat ini diharapkan akan terbuka mata hati agar kita menyadari kandungan Kitab Allah, baik Kitab-kitab-Nya yang tertulis maupun yang tidak tertulis yaitu kitab yang terbentang di alam semesta, termasuk kitab yang ada di dalam diri kita. Allah mengharamkan pembacanya dari tujuh pintu jahanam. Inilah obat dari segala penyakit, kecuali kematian. Tidak ada di dalam kitab-kitab, surat yang lebih utama darinya (Rakhmat, 2000: 88)

Al-Fatihah termasuk kelompok surat pendek dalam Al-Quran yang terdiri dari tujuh ayat (Ali, 2004:1)

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ ١ ٱلۡحَمۡدُ لِلَّهِ رَبِّ ٱلۡعَٰلَمِينَ ٢ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ
٣ مَٰلِكِ يَوۡمِ ٱلدِّينِ ٤ إِيَّاكَ نَعۡبُدُ وَإِيَّاكَ نَسۡتَعِينُ ٥ ٱهۡدِنَا ٱلصِّرَٰطَ
ٱلۡمُسۡتَقِيمَ ٦ صِرَٰطَ ٱلَّذِينَ أَنۡعَمۡتَ عَلَيۡهِمۡ غَيۡرِ ٱلۡمَغۡضُوبِ عَلَيۡهِمۡ وَلَا ٱلضَّآلِّينَ
٧

Artinya: (1) *Dengan menyebut nama Allah*[1] *yang Maha Pemurah*[2] *lagi Maha Penyayang*[3].[4] (2) *Segala puji*[5] *bagi Allah, Tuhan*[6] *semesta alam*[7]. (3) *Maha Pemurah lagi Maha Penyayang.* (4) *Yang menguasai*[8] *hari Pembalasan*[9]. (5) *Hanya Engkaulah kami menyembah*[10], *dan Hanya kepada Engkaulah kami meminta pertolongan*[11]. (6) *Tunjukilah kami*[12] *jalan yang lurus,* (7) *(yaitu) jalan orang-orang yang Telah Engkau beri nikmat kepada mereka; bukan (jalan) mereka yang dimurkai dan bukan (pula jalan) mereka yang sesat*[13].

---

[11] Nama Zat Yang Maha Suci; Zat yang berhak disembah dengan sebenar-benarnya; Zat yang tidak membutuhkan makhluk-Nya, tetapi dibutuhkan oleh makhluk-Nya. **2**. Salah satu nama dari nama Allah SWT (*ar-Rahman*), yang memberi pengertian bahwa Allah SWT, bersifat belas kasih, melimpahkan karunia-Nya kepada semua makhluk-Nya. **3**. Salah satu nama dari nama Allah SWT (*ar-rahim*), yang memberi pengertian bahwa Allah SWT, senantiasa bersifat rahim, yaitu Allah SWT bersifat penyayang, selalu melimpahkan rahmat-Nya kepada makhluk-Nya yang taat dan bertaqwa. **4**. *Bismillahir rahmanir rahim*; a. saya membaca al-Fatihah karena Allah semata, karena itu saya memulai membaca surat ini dengan menyebut nama Allah SWT, b. setiap pekerjaan yang baik hendaknya dimulai dengan menyebut nama Allah SWT, seperti makan, minum, menyembelih binatang untuk dimakan dan sebagainya. **5.** Segala puji bagi Allah SWT, berarti menyanjung seluruh perbuatan-Nya. Kita menghadapkan segala puji kepada Allah SWT, karena Allah SWT adalah sumber dri segala kebaikan yang patut dipuji. Oleh karena itu, memuji Allah SWT, dilakukan pula saat kita bersyukur (mengakui keutamaan nikmat yang diberikan-Nya). **6.** Allah SWT (Rabb) yaitu Tuhan yang ditaati, yang memiliki, yang mendidik, mengatur, dan memelihara makhluk-Nya. **7.** Semua yang diciptakan Allah yang terdiri atas berbagai jenis dan macam, seperti alam manusia, alam hewan, alam tumbuhan, benda-benda mati dan sebagainya. **8.** Dengan memanjangkan mim, kata *malik* berarti pemilik atau penguasa. Bila dibaca dengan memendekkan mim , kata *malik* berarti raja. **9.** Adalah hari saat setiap manusia menerima pembalasan amalannya, yang baik maupun yang buruk. *Yawmid din* disebut juga *yawmul qiyamah*, *yawmul hisab, yawmul jaza'*, dan sebagainya. **10.** Kepatuhan dan ketubdukan yang timbul oleh perasaan tentangkebesaran Allah SWT sebagai Tuhan yang disembah karena berkeyakinan bahwa Allah SWT, mempunyai kekuasaan yang mutlak terhadap penyembah-Nya. **11.** Meminta bantuan hanya kepada Allah SWT, untuk dapat menyelesaikan suatu pekerjaan yang sanggup maupun tidak sanggup diselesaikan dengan kemampuan sendiri. **12.** Memohon kepada Allah SWT, supaya memberikan petunjuk ke jalan yang benar. Yang dimaksud dalam ayat ini bukan sekedar memberikan hidayah saja, tetapi juga memberikan taufik (pertolongan) untuk mencapai jalan yang benar. **13.** Semua golongan yang menyimpang dari ajaran Islam.

Pada surat Al-Fatihah pada dua ayat terakhir yaitu pada *ayat ke-6* dan ayat *ke-7* akan dijumpai bahwa manusia terbagi menjadi tiga kelompok, yaitu (1) kelompok yang diberi nikmat oleh Allah SWT, (2) kelompok yang dimurkai, dan (3) kelompok yang sesat. Dalam hal ini Al-Qur'an berbicara mengenai kelompok, golongan, atau sekumpulan. Berdasarkan surat Al-Fatiah tersebut, terdapat konsep matematika yang terkandung di dalamnya yaitu kumpulan objek-objek yang mempunyai ciri-ciri yang sangat jelas. Inilah yang dalam matematika dinamakan dengan himpunan (Abdussyyakir, 2006; 47). Dalam teori graf kumpulan atau kelompok dimisalkan sebagai dekomposisi.

Dekomposisi sendiri merupakan kumpulan atau koleksi himpunan sisi dari sebuah graf *G* dimana sisi-sisinya adalah subgraf dari graf *G* itu sendiri dan himpunan sisi-sisi tersebut adalah merupakan partisi dari sisi dalam graf *G* tersebut.

2.2.1 Kelompok yang Diberi Nikmat

Kelompok yang diberi nikmat dari surat Al-Fatihah terdapat pada ayat yang keenam yaitu :

ٱهۡدِنَا ٱلصِّرَٰطَ ٱلۡمُسۡتَقِيمَ ٦

Artinya:. Tunjukilah kami jalan yang lurus (Q.S. Al-Fatihah: 6).

Pada ayat 6 surat Al-Fatihah tersebut yang dimaksud dengan jalan yang lurus adalah *jalannya orang-orang yang diberi kenikmatan oleh Tuhan, dan bukan jalannya orang-orang yang terkena murka dan sesat* (Chodjim, 2001: 216).

Hamba Allah yang mendapat petunjuk jalan yang lurus adalah mereka yang dianugerahi nikmat Allah yaitu sebagai berikut (Hadhiri, 2005: 85) :

1. Para Nabi; mereka dilindungi Allah dari godaan setan yang menyesatkan.
2. Para Shiddiqin; mereka yang beriman kepada Allah dan RasulNya dengan tidak ragu-ragu, kemudian berjihad dengan harta dan jiwanya di jalan Allah.
3. Para Syuhada; mereka mati syahid karena menegakkan agama Allah.
4. Para Shalihin; mereka yang beriman kepada rukun iman dan beramal shaleh (menyuruh yang makhruf, mencegah yang mungkar, dan mengerjakan berbagai kebaikan).
5. Para Mukhlisin; mereka yang selalu menaati segala petunjuk dan perintah Allah, bukan hanya taat bila ditimpa musibah.

Menurut Imani bahwa jalan yang lurus sama dengan ajaran tauhid, agama kebenaran dan keimanan kepada Allah. Sebagaimana yang telah dinyatakan dalam surat Al-An'am ayat 161 yang artinya

> *Katakanlah:"Sesungguhnya Tuhanku telah membimbingku kejalan yang lurus, sebuah agama kebaikan, jalannya (yang ditempuh) oleh Ibrahim yang lurus dan sesungguhnya dia bukan termasuk orang-orang yang musyrik" (Q.S. Al-An;am: 161).*

Pada ayat tersebut disebutkan bahwa sebuah agama yang benar dan jalan keagamaan Ibrahim sebagai keimanan yang benar, karena ia mengucapkan tidak ada Tuhan selain Allah, diperkenalkan sebagai jalan yang lurus. Hal ini menunjukkan aspek " keimanan".

Al-Qur'an mengungkapkan bahwa jalan yang benar adalah keyakinan yang benar kepada agama Ilahiyah dengan aspek-aspek praktis dan moralnya.

Agama yang benar tidak lebih dari satu sebagaimana firman Allah dalm surat Al-Imran ayat 19 yang artinya

> *Agama disisi Allah adalah Islam (ketundukan pada kehendakNya) (Q.S. Al-Imran 19).*

Sehingga jalan yang lurus dimaknai agama tauhid dalam aspek "keimanan" dan "praktik".

2.2.2 Kelompok yang Dimurkai dan Sesat

Kelompok yang dimurkai dan sesat pada surat Al-Fatihah terdapat pada ayat yang ketujuh yaitu:

صِرَٰطَ ٱلَّذِينَ أَنۡعَمۡتَ عَلَيۡهِمۡ غَيۡرِ ٱلۡمَغۡضُوبِ عَلَيۡهِمۡ وَلَا ٱلضَّآلِّينَ ٧

Artinya: (yaitu) jalan orang-orang yang Telah Engkau beri nikmat kepada mereka; bukan (jalan) mereka yang dimurkai dan bukan (pula jalan) mereka yang sesat (Q.S.Al-Fatihah: 7).

Dalam berbagai tafsir disebutkan bahwa golongan *maghdhub*, yaitu mereka yang dimurkai, adalah orang-orang Yahudi. Sedangkan *dhallin*, yaitu mereka yang tersesat adalah orang-orang Nasrani.

Ayat "*ghairi al-maghdhubi 'alaihim wa la al-dhallin*" seolah-olah menunjukkan adanya golongan yang dimurkai dan golongan yang tersesat. Tetapi, jika kita periksa dengan seksama semua ayat yang berkaitan dengan kemurkaan dan ketersesatan, maka sulit bagi kita untuk memisahkan golongan mana yang terkena murka dan golongan mana yang terkena sesat. Kata kemurkaan dan kesesatan di dalam Al-Quran, kadang digunakan secara terpisah dan kadang juga digunakan bersama-sama dalam satu ayat.

Yang jelas, orang-orang yang menyembah berhala, orang-orang musyrik, orang-orang yang melanggar janji, orang-orang yang mengingkari ayat-ayat Allah adalah mereka yang terkena murka dan mereka adalah orang-orang yang tersesat (Chodjim, 2001: 253).

Hamba yang tidak mendapat petunjuk Allah, adalah orang-orang yang dimurkai Allah dan yang tersesat jalan hidupnya. Manusia itu tersesat karena tidak mau menggunakan akalnya, mereka itu diantaranya adalah sebagai berikut (Hadhiri, 2005: 86) :

1. Orang Fasik

   Orang fasik adalah orang mukmin atau orang muslim yang secara sadar melanggar ajaran Allah (Islam) atau dengan kata lain orang tersebut percaya akan adanya Allah, percaya akan kebenaran Islam yang dibawa oleh Nabi Muhammad SAW tetapi dalam tindak perbuatannya mereka mengingkari terhadap Allah dan hukumNya, selalu berbuat kerusakan dan kemaksiatan.

2. Orang Zhalim

   Zalim berarti lalim, kejam, suka menganiaya. Adapun perbuatan zalim berasal dari makna penempatan sesuatu yang tidak pada tempatnya. Kezaliman sendiri juga bermakna kesyirikan. Orang-orang yang zalim adalah orang-orang yang melakukan perbuatan maksiat, perbuatan asusila, baik itu yang tergolong dosa kecil atau dosa besar, melakukan ragam bentuk pelanggaran, membunuh, merampok, menyakiti, melakukan tipu muslihat, memberi dan menerima suap, menyalahgunakan kewenangan jabatannya demi kepentingan dirinya dan orang-orang terdekatnya, memakan harta benda kaum manusia dan anak yatim dengan batil, membunuh, meklaim dengan penuh kedustaan, bersumpah di atas kebatilan, menyesatkan kaum manusia tanpa dasar ilmu, menyakiti tetangga-tetangga mereka, menyiksa kaum manusia akibat kesalahan yang dilakukan oleh selain mereka, mengumbar hawa nafsu mereka tanpa ilmu, mencaci maki orang lain, mencela, melaknat, menyebar aib dan kejelekannya.

3. Orang Kafir

Amalan orang kafir adalah taklid buta, mereka hanya mengikuti nenek moyangnya tanpa mengetahui hukum yang semestinya. Mereka adalah orang-orang yang mendustakan ayat-ayat Allah.

Kafir bermakna orang yang ingkar,yang tidak beriman (tidak percaya) atau tidak beragama Islam. Dengan kata lain orang kafir adalah orang yang tidak mau memperhatikan serta menolak terhadap segala hukum Allah atau hukum Islam yang disampaikan melalui para Rasul (Muhammad SAW) atau para penyampai dakwah/risalah. Perbuatan yang semacam ini disebut dengan kufur.

4. Orang Musyrik

Musyrik adalah orang yang mempersekutukan Allah, mengaku akan adanya Tuhan selain Allah atau menyamakan sesuatu dengan Allah. Perbuatan itu disebut musyrik. Syrik adalah perbuatan dosa yang paling besar, kerana itu kita harus menjauhi perbuatan yang menjerumuskan kepada syirik.

5. Orang Munafik

Munafik berasal dari kata nafaqa, yang berarti melahirkan sesuatu yang berlawanan dengan hati nuraninya. Sedangkan dalam pengertian syara' munafik adalah orang yang lahirnya menyatakan beriman, padahal hatinya kufur. Orang munafik termasuk golongan orang yang tidak mendapat hidayah atau petunjuk dari Allah, sehingga jalan hidupnya yang ditempuh tidaklah mengandung nilai-nilai ibadah dan segala amal yang dikerjakan tidak mencari keridhaan Allah. Orang munafik adalah orang yang bermuka dua, mengaku beriman padahal hatinya ingkar.

2.2.2.1 Al-Maghdhub (orang-orang yang terkena murkaNya)

Kata *al-maghdhub* hanya dipakai sekali di dalam al-Quran, yaitu pada surat Al-Fatihah. Kata dalam akar yang sama yang digunakan adalah *ghadhab* dan kata kerja ghadiba. Kata lain yang digunakan dalam arti marah adalah kata kerja *sakhita.* Namun yang disifatkan kepada Tuhan bahwa Dia menimpakan kemarahan kepada orang-orang yang mengingkari kebenaran adalah kata *ghadhab*.

Pada surat al-Nahl ayat 106 disebutkan bahwa kelapangan hati menerima kekafiran atau keingkaran terhadap ayat-ayat Tuhan itu menyebabkan mereka ditimpa oleh azab dan kemurkaan dari Tuhan. Mengingkari atau menutup diri dari hal-hal yang benar yang didatangkan kepada mereka, menyebabkan kemurkaan Tuhan atas mereka.

Pada ayat Al-Quran yang lain yaitu pada surat Al-Baqarah ayat 90 dikatakan bahwa Allah menimpakan kemurkaan kepada orang-orang yang mengingkari ayat-ayatNya. Secara lahiriah, seolah-olah ayat-ayat itu menunjukkan bahwa Tuhan itu seperti raja yang kecewa terhadap manusia ciptanNya yang mengingkarinya (Chodjim, 2001: 254).

Di dalam Al-Quran dapat dipahami bahwa *magdhubi alaihim* (orang-orang yang terkena murkaNya) adalah orang-orang yang tidak terbimbing yang keras kepala atau munafik. Kelompok ini yaitu orang-orang yang terkena murkanya adalah orang-orang yang disamping kekufuran, mereka mengambil jalan kedegilan dan permusuhan kepada Allah.

Sebagian ahli tafsir percaya bahwa *maghdubi alaihim* (orang-oarng yang terkena murkaNya) mengacu kepada orang-orang Yahudi. Kesimpulan ini diambil karena respon-respon khas mereka terhadap seruan Islam. Sebab, seperti yang jelas-jelas ditunjukkan oleh al-Quran dalam beberapa ayat, orang-orang Yahudi yang tersesat senantiasa menunjukkan dendam dan permusuhan terhadap dakwah Islam, kendatipun semula para rahib dan kaum terpelajar mereka menjadi pembawa kabar gembira tentang Islam. Namun, dengan segera mereka menjadi musuh Islam yang terkeras dan melakukan kejahatan apa saja yang dapat dilakukan guna menghadang kemajuan Islam dan Muslimin. Ini terjadi karena pengaruh penyimpangan pikiran, keyakinan dan dugaan dan juga karena keuntungan finansial. Dengan demikian menyamakan orang-orang inilah yang terkena murkaNya (Imani, 2006: 59).

2.2.2.2 Adh-Dhallin (orang-orang yang sesat)

Kata *dhallin* bermakna orang-orang yang sesat. Dalam surat al-An'am ayat 77 diterangkan bahwa Ibrahim meyadari bahwa rembulan itu bukan Tuhan. Lalu Ibrahim berkata "*sesungguhnya jika Tuhanku tidak memberikan petunjuk kepadaku, niscaya aku termasuk dalam kaum yang sesat*". Di ayat ini ditegaskan bahwa orang yang sesat adalah orang yang tidak mendapat petunjuk tentang keesaan Tuhan. Dengan kata lain, orang-orang yang menyekutkan Tuhan, atau orang-orang yang menyembah berhala, adalah *dhallin*, orang-orang yang sesat.

Kata sesat juga merujuk pada tindakan yang tidak dilandasi pengetahuan. Dengan kata lain, perbuatan tanpa didasari pengetahuan yang benar, atau perbuatan yang hanya karena dorongan emosi adalah perbuatan yang sesat. Sering kali perbuatan demikian ini merugikan orang lain (Chodjim, 2001: 258).

Sebagian ahli tafsir percaya bahwa *adh-dhallin* (orang-orang yang tersesat) merujuk kepada orang Nasrani. Namun, orang-orang sesat dari kaum Nasrani, yang menghadang Islam dengan tidak begitu mendendam, namun tersesat karena salah pandang (*misperception*) akan agama Ilahiah dan karena mereka menolak kebenaran. Mereka percaya kepada Tuhan Bapa, Anak dan Ruhul Kudus. Inilah salah satu contoh ketersesatan dan penyelewengan terbesar.

Mungkin juga bacaan *adh-dhallin* dimaksudkan kepada orang-orang yang tersesat tetapi tidak menekan orang-orang selainnya untuk tersesat juga, sedangkan *magdhubi alaihim* mengacu kepada orang-orang yang tersesat dan membuat orang lain tersesat juga. Mereka mencoba keras mempengaruhi orang lain agar seperti mereka (Imani, 2006: 60).

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas tentang dekomposisi graf pada graf komplit K_n untuk n bilangan asli. Pembahasan mengenai dekomposisi graf pada graf komplit K_n diklasifikasikan menjadi dua bagian, yaitu:

1. Dekomposisi pada graf komplit K_n ke dalam bentuk *1-faktor* dengan n adalah bilangan asli genap.
2. Dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n adalah bilangan asli ganjil.

Dekomposisi graf pada graf komplit K_n dimulai dari $n = 3$.

3.1. Dekomposisi Graf pada Graf Komplit K_n

3.1.1. Graf Komplit K_n, dimana $n = 3$

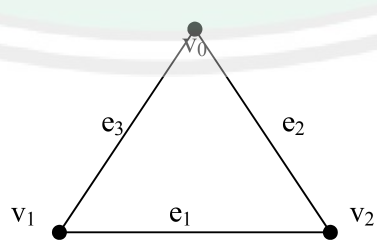
Cara menggambarkan graf komplit dimana $n = 3$, maka dimisalkan terlebih dahulu bahwa :

$K_1 =$ 

dan $K_2 =$ 

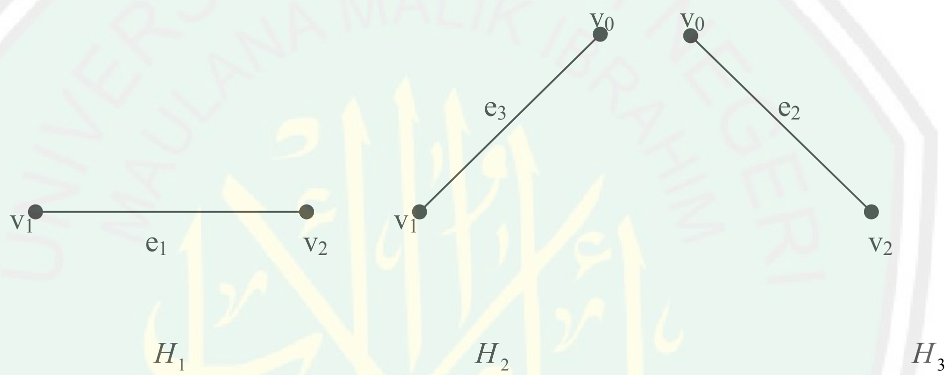
maka graf komplit $K_3 = K_1 + K_2$ adalah:

G :



Gambar 3.1. Graf Komplit K_3

Graf komplit K_3 mempunyai $E(G)$ = {v_1v_0, v_1v_2, v_2v_0}, dimana q = 3. Jumlah sisi graf komplit K_3 adalah ganjil yaitu sebanyak 3 dan untuk memperoleh sisi-sisi yang disjoint maka sisi-sisi graf komplit K_3 tersebut dapat dipartisi satu-satu dengan aturan $partisi = \dfrac{q(K_3)}{p(K_3)}$. Sehingga didapat koleksi dan partisinya yaitu $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_2\} \rangle$, dan $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_3\} \rangle$. Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_3 ditunjukkan sebagai berikut :



Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa dilakukan partisi satu-satu dari jumlah sisi K_3 ganjil, sehingga didapat 3 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 1 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$ maka G adalah dekomposisi. Koleksi $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong K_2$, maka G adalah K_2-dekomposable.

Karena $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$ adalah dekomposisi dari graf G, maka untuk masing-masing H_1, H_2 dan H_3 akan dibuktikan juga membentuk suatu faktor dengan menggunakan rumus $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$ dengan p adalah order dari G, sehingga $F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ adalah faktorisasi dari G.

Bukti bahwa K_3 dekomposisi membentuk suatu faktor:

(1) Untuk $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_1 &= H_1 \cup (p - p(H_1))K_1 \\ &= H_1 \cup (3-2)K_1 \\ &= H_1 \cup K_1 \\ &= \langle \{e_1\} \rangle \cup K_1 \end{aligned}$$

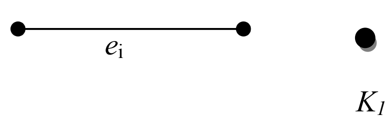
(2) Untuk $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_2\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_2 &= H_2 \cup (p - p(H_2))K_1 \\ &= H_2 \cup (3-2)K_1 \\ &= H_2 \cup K_1 \\ &= \langle \{e_2\} \rangle \cup K_1 \end{aligned}$$

(3) Untuk $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_3\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_3 &= H_3 \cup (p - p(H_3))K_1 \\ &= H_3 \cup (3-2)K_1 \\ &= H_3 \cup K_1 \\ &= \langle \{e_3\} \rangle \cup K_1 \end{aligned}$$

Karena masing-masing H_i terdiri dari satu sisi dengan $p(H_i) = 2$, maka $F_i = \langle \{e_i\} \rangle \cup K_1$ dapat digambarkan sebagai berikut :



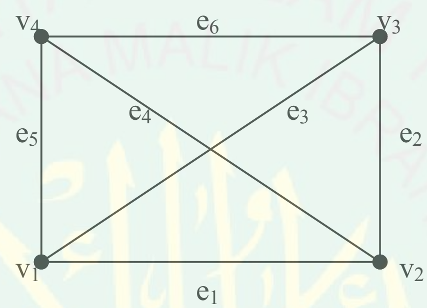
dimana i = 1, 2, 3

Dari bukti tersebut dapat diketahui bahwa dekomposisi graf K_3 tidak membentuk suatu faktor karena dari gambar $F_i = \langle\{e_i\}\rangle \cup K_1$ tersebut terdapat satu titik yang tidak mempunyai pasangan.

3.1.2. Graf Komplit K_n, dimana $n = 4$

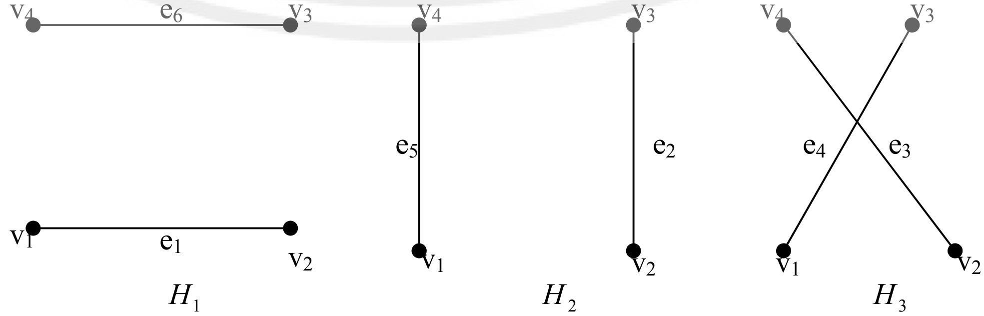
Graf komplit K_4 dapat digambarkan sebagai berikut :

G :



Gambar 3.2. Graf komplit K_4

Graf komplit K_4 mempunyai $E(G)$ = {v_1v_2, v_2v_3, v_2v_4, v_1v_3, v_1v_4, v_3v_4}, dimana $q = 6$. Karena jumlah sisi graf komplit K_4 adalah genap yaitu sebanyak 6 sisi dan untuk mendapatkan sisi-sisi yang disjoint maka sisi-sisi graf komplit K_4 tersebut dapat dipartisi dua-dua sehingga didapat koleksi dan partisinya yaitu $H_1 = \langle E_1\rangle = \langle\{e_1, e_6\}\rangle$, $H_2 = \langle E_2\rangle = \langle\{e_2, e_5\}\rangle$, dan $H_3 = \langle E_3\rangle = \langle\{e_3, e_4\}\rangle$. Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_4 ditunjukkan sebagai berikut :



Dari gambar tersebut dapat dilihat karena dilakukan partisi dua-dua maka didapat 3 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 2 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$ maka G adalah dekomposisi. Karena dalam setiap partisi $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_6\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_2, e_5\} \rangle$, dan $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_3, e_4\} \rangle$ adalah merupakan subgraf merentang dari graf komplit K_4 yang sisi-sisinya adalah disjoint maka partisi tersebut dapat dikatakan sebagai *1-faktor*.

Hal tersebut juga dapat dibuktikan menggunakan rumus berikut yaitu $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$ dengan p adalah order dari G, sehingga $F_1 \oplus F_2 \oplus F_3$ adalah faktorisasi dari G.

Bukti bahwa K_4 dekomposisi membentuk suatu faktor:

(1) Untuk $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_6\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_1 = H_1 \cup (p - p(H_1))K_1$$
$$= H_1 \cup (4-4)K_1$$
$$= H_1$$
$$= \langle \{e_1, e_6\} \rangle$$

(2) Untuk $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_2, e_5\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_2 = H_2 \cup (p - p(H_2))K_1$$
$$= H_2 \cup (4-4)K_1$$
$$= H_2$$
$$= \langle \{e_2, e_5\} \rangle$$

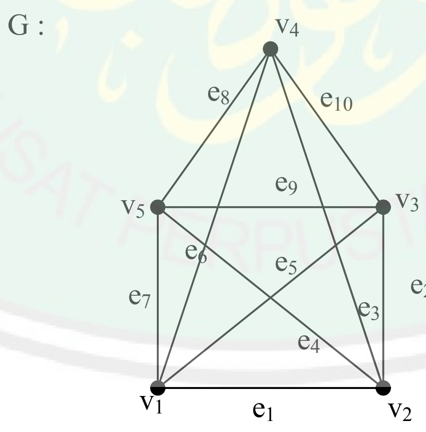
(3) Untuk $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_3, e_4\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_3 = H_3 \cup (p - p(H_3))K_1$$
$$= H_3 \cup (4-4)K_1$$
$$= H_3$$
$$= \langle \{e_3, e_4\} \rangle$$

Dari bukti tersebut dapat dilihat bahwa himpunan sisi yang diperoleh adalah sama dengan partisi sisi sehingga tetap membentuk 1-*faktor*. Koleksi $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong 2K_2$, maka G adalah $2K_2$-dekomposable.

3.1.3. Graf Komplit K_n, dimana n = 5

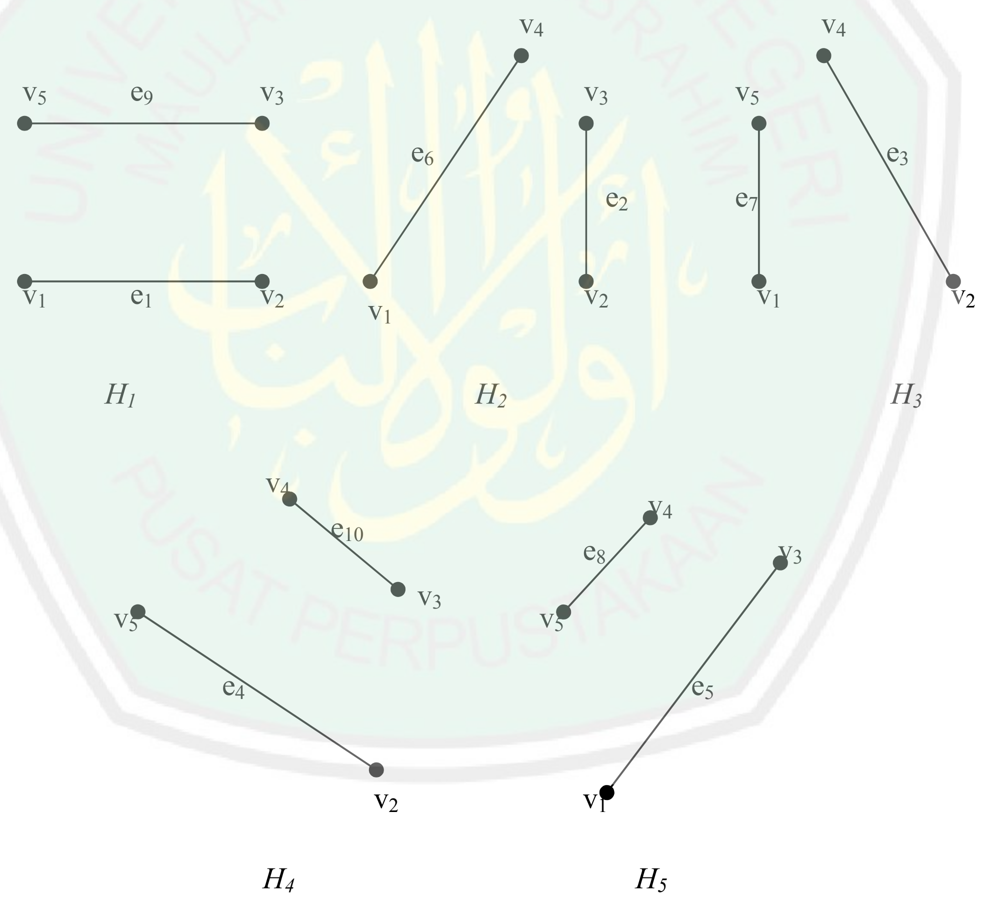
Graf komplit K_5 dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 3.3. Graf Komplit K_5

Graf komplit K_5 mempunyai $E(G)$ = {v_1v_2, v_2v_3, v_2v_4, v_2v_5, v_1v_3, v_1v_4, v_1v_5, v_4v_5, v_3v_5, v_3v_4}, dimana q = 10. Jumlah sisi graf komplit K_5 adalah genap yaitu sebanyak 10 sisi dan untuk memperoleh sisi-sisi yang disjoint maka sisi-sisi graf komplit K_5 tersebut dapat dipartisi dua-dua dengan aturan $partisi = \frac{q(K_5)}{p(K_5)}$ sehingga didapat koleksi dan partisinya yaitu $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_9\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_2, e_6\} \rangle$, $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_3, e_7\} \rangle$, $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_4, e_{10}\} \rangle$, dan $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_5, e_8\} \rangle$.

Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_5 ditunjukkan sebagai berikut :



Dari gambar tersebut dapat dilihat karena dilakukan partisi dua-dua dari jumlah sisinya genap, sehingga didapat 5 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 2 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5$ maka G adalah dekomposisi. Koleksi $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong 2K_2$, maka G adalah $2K_2$-dekomposable.

Karena $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5$ adalah dekomposisi dari graf G, maka untuk masing-masing H_1, H_2, H_3, H_4 dan H_5 akan dibuktikan juga membentuk suatu faktor dengan menggunakan rumus $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$ dengan p adalah order dari G, sehingga $F_1 \oplus F_2 \oplus F_3 \oplus F_4 \oplus F_5$ adalah faktorisasi dari G.

Bukti bahwa K_5 dekomposisi membentuk suatu faktor:

(1) Untuk $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_9\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_1 &= H_1 \cup (p - p(H_1))K_1 \\ &= H_1 \cup (5-4)K_1 \\ &= H_1 \cup K_1 \\ &= \langle \{e_1, e_9\} \rangle \cup K_1 \end{aligned}$$

(2) Untuk $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_2, e_6\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_2 &= H_2 \cup (p - p(H_2))K_1 \\ &= H_2 \cup (5-4)K_1 \\ &= H_2 \cup K_1 \\ &= \langle \{e_2, e_6\} \rangle \cup K_1 \end{aligned}$$

(3) Untuk $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_3, e_7\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_3 &= H_3 \cup (p - p(H_3))K_1 \\ &= H_3 \cup (5-4)K_1 \\ &= H_3 \cup K_1 \\ &= \langle \{e_3, e_7\} \rangle \cup K_1 \end{aligned}$$

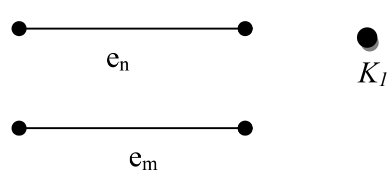
(4) Untuk $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_4, e_{10}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_4 &= H_4 \cup (p - p(H_4))K_1 \\ &= H_4 \cup (5-4)K_1 \\ &= H_4 \cup K_1 \\ &= \langle \{e_4, e_{10}\} \rangle \cup K_1 \end{aligned}$$

(5) Untuk $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_5, e_8\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_5 &= H_5 \cup (p - p(H_5))K_1 \\ &= H_5 \cup (5-4)K_1 \\ &= H_5 \cup K_1 \\ &= \langle \{e_5, e_8\} \rangle \cup K_1 \end{aligned}$$

Karena masing-masing $p(H_i) = 4$ yang terdiri dari dua sisi, maka $F_i = \langle \{e_n, e_m\} \rangle \cup K_1$ dapat digambarkan sebagai berikut :



untuk $n = 1, 2, 3, 4, 5$

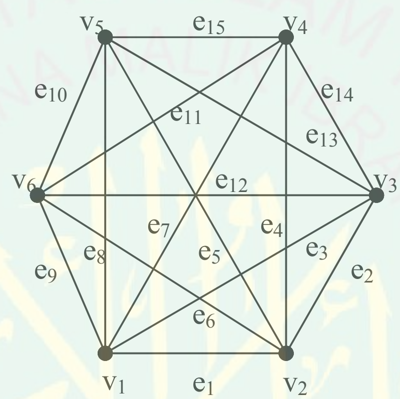
$m = 6, 7, 8, 9, 10$

Dari bukti tersebut dapat diketahui bahwa dekomposisi graf K_5 tidak membentuk suatu faktor karena dari gambar $F_i = \langle\{e_n, e_m\}\rangle \cup K_1$ tersebut terdapat satu titik yang tidak mempunyai pasangan.

3.1.4. Graf Komplit K_n, dimana $n = 6$

Graf komplit K_6 dapat digambarkan sebagai berikut :

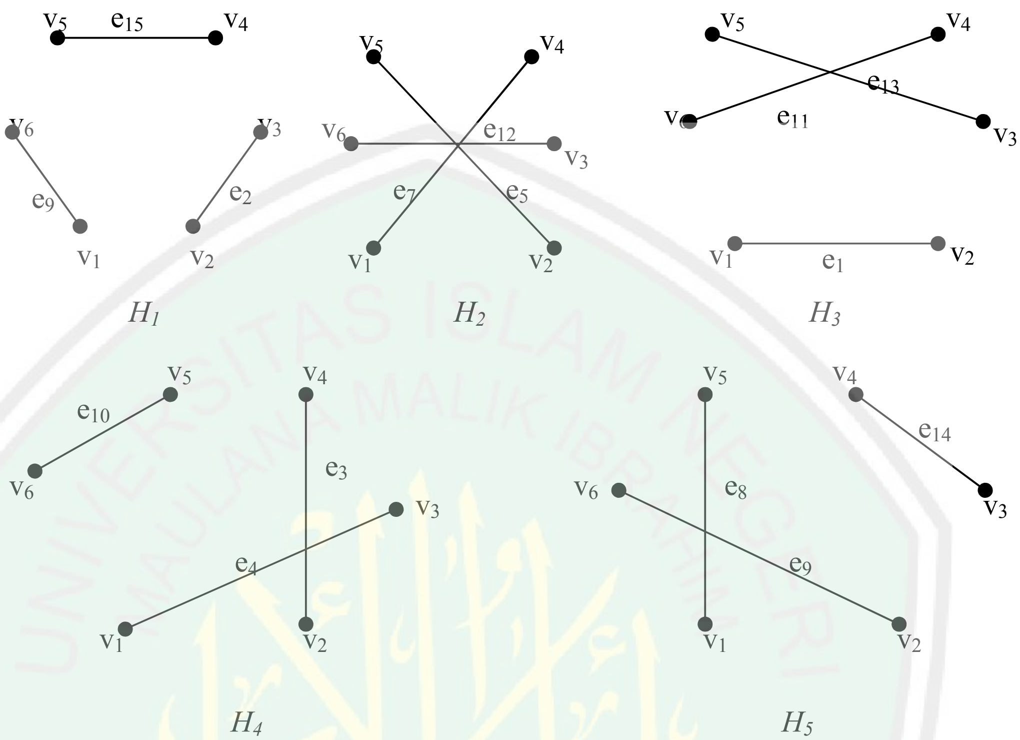
G :



Gambar 3.4. Graf Komplit K_6

Graf komplit K_6 mempunyai $E(G) = \{v_1v_2, v_2v_3, v_1v_3, v_2v_4, v_2v_5, v_2v_6, v_1v_4, v_1v_5, v_1v_6, v_5v_6, v_4v_6, v_3v_6, v_3v_5, v_3v_4, v_4v_5\}$, dimana $q = 15$. Karena jumlah sisi graf komplit K_6 adalah ganjil yaitu sebanyak 15 sisi dan untuk memperoleh sisi-sisi yang disjoint maka sisi-sisi graf komplit K_6 tersebut dapat dipartisi tiga-tiga sehingga didapat koleksi dan partisinya yaitu $H_1 = \langle E_1\rangle = \langle\{e_2, e_9, e_{15}\}\rangle$, $H_2 = \langle E_2\rangle = \langle\{e_5, e_7, e_{12}\}\rangle$, $H_3 = \langle E_3\rangle = \langle\{e_1, e_{11}, e_{13}\}\rangle$, $H_4 = \langle E_4\rangle = \langle\{e_3, e_4, e_{10}\}\rangle$, dan $H_5 = \langle E_5\rangle = \langle\{e_6, e_8, e_{14}\}\rangle$.

Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_6 ditunjukkan sebagai berikut :



Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa dilakukan partisi tiga-tiga karena jumlah sisinya ganjil, sehingga didapat 5 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 3 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5$ maka G adalah dekomposisi. Karena dalam setiap partisi $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_2, e_9, e_{15}\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_5, e_7, e_{12}\} \rangle$, $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_1, e_{11}, e_{13}\} \rangle$, $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_3, e_4, e_{10}\} \rangle$, dan $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_6, e_8, e_{14}\} \rangle$ adalah merupakan subgraf merentang dari graf komplit K_6 yang sisi-sisinya adalah disjoint maka partisi tersebut dapat dikatakan sebagai *1-faktor*.

Hal tersebut dapat juga dibuktikan menggunakan rumus berikut yaitu $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$ dengan p adalah order dari G, sehingga $F_1 \oplus F_2 \oplus F_3 \oplus F_4 \oplus F_5$ adalah faktorisasi dari G.

Bukti bahwa K_6 dekomposisi membentuk suatu faktor:

(1) Untuk $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_2, e_9, e_{15}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_1 = H_1 \cup (p - p(H_1))K_1$$
$$= H_1 \cup (6-6)K_1$$
$$= H_1$$
$$= \langle \{e_2, e_9, e_{15}\} \rangle$$

(2) Untuk $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_5, e_7, e_{12}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_2 = H_2 \cup (p - p(H_2))K_1$$
$$= H_2 \cup (6-6)K_1$$
$$= H_2$$
$$= \langle \{e_5, e_7, e_{12}\} \rangle$$

(3) Untuk $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_1, e_{11}, e_{13}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_3 = H_3 \cup (p - p(H_3))K_1$$
$$= H_3 \cup (6-6)K_1$$
$$= H_3$$
$$= \langle \{e_1, e_{11}, e_{13}\} \rangle$$

(4) Untuk $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_3, e_4, e_{10}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_4 = H_4 \cup (p - p(H_4))K_1$$
$$= H_4 \cup (6-6)K_1$$
$$= H_4$$
$$= \langle \{e_3, e_4, e_{10}\} \rangle$$

(5) Untuk $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_6, e_8, e_{14}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

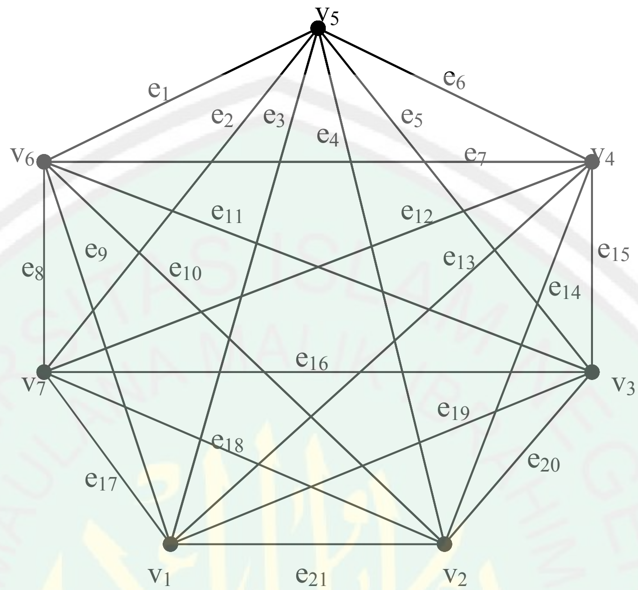
$$F_5 = H_5 \cup (p - p(H_5))K_1$$
$$= H_5 \cup (6-6)K_1$$
$$= H_5$$
$$= \langle \{e_6, e_8, e_{14}\} \rangle$$

Dari bukti tersebut dapat dilihat bahwa himpunan sisi yang diperoleh adalah sama dengan partisi sisi sehingga tetap membentuk 1-*faktor*. Koleksi $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong 3K_2$, maka G adalah $3K_2$-dekomposable.

3.1.5 Graf Komplit K_n, dimana *n* = 7

Graf komplit K_7 dapat digambarkan sebagai berikut :

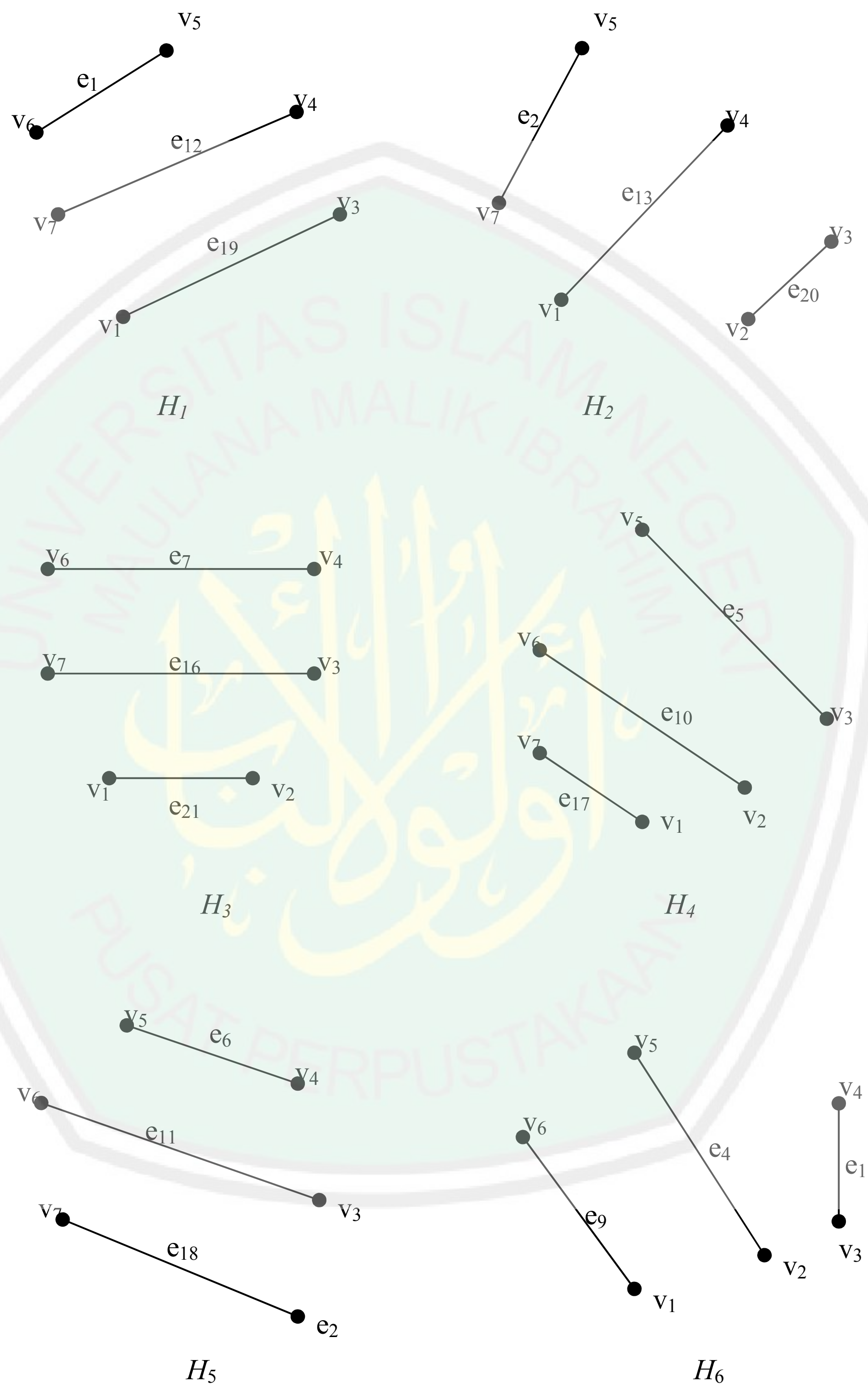
G :

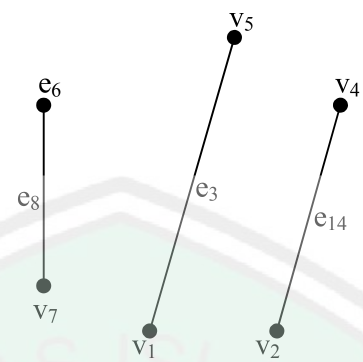


Gambar 3.5. Graf Komplit K_7

Graf komplit K_7 mempunyai $E(G)$ = {v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_1v_5, v_1v_6, v_1v_7, v_2v_3, v_2v_4, v_2v_5, v_2v_6, v_2v_7, v_3v_4, v_3v_5, v_3v_6, v_3v_7, v_4v_5, v_4v_6, v_4v_7, v_5v_6, v_5v_7, v_6v_7}, dimana q = 21. Jumlah sisi graf komplit K_7 adalah ganjil yaitu sebanyak 21 sisi dan untuk memperoleh sisi-sisi yang disjoint maka sisi-sisi graf komplit K_7 tersebut dapat dipartisi tiga-tiga dengan aturan $partisi = \dfrac{q(K_7)}{p(K_7)}$ sehingga didapat koleksi dan partisinya yaitu $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_{12}, e_{19}\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_2, e_{13}, e_{20}\} \rangle$, $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_7, e_{16}, e_{21}\} \rangle$, $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_5, e_{10}, e_{17}\} \rangle$, $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_6, e_{11}, e_{18}\} \rangle$, $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_4, e_9, e_{15}\} \rangle$, dan $H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_3, e_8, e_{14}\} \rangle$.

Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_7 ditunjukkan sebagai berikut :





H_7

Dari gambar tersebut dapat dilihat karena dilakukan partisi tiga-tiga dari jumlah sisinya ganjil, sehingga didapat 7 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 3 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7$ maka G adalah dekomposisi. Koleksi $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong 3K_2$, maka G adalah $3K_2$-dekomposable.

Karena $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7$ adalah dekomposisi dari graf G, maka untuk masing-masing H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, dan H_7 akan dibuktikan juga membentuk suatu faktor dengan menggunakan rumus $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$ dengan p adalah order dari G, sehingga $F_1 \oplus F_2 \oplus F_3 \oplus F_4 \oplus F_5 \oplus F_6 \oplus F_7$ adalah faktorisasi dari G.

Bukti bahwa K_7 dekomposisi membentuk suatu faktor:

(1) Untuk $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_{12}, e_{19}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_1 = H_1 \cup (p - p(H_1))K_1$$
$$= H_1 \cup (7 - 6)K_1$$

$= H_1 \cup K_1$

$= \{e_1, e_{12}, e_{19}\} \cup K_1$

(2) Untuk $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_2, e_{13}, e_{20}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_2 = H_2 \cup (p - p(H_2))K_1$

$= H_2 \cup (7 - 6)K_1$

$= H_2 \cup K_1$

$= \{e_2, e_{13}, e_{20}\} \cup K_1$

(3) Untuk $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_7, e_{16}, e_{21}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_3 = H_3 \cup (p - p(H_3))K_1$

$= H_3 \cup (7 - 6)K_1$

$= H_3 \cup K_1$

$= \{e_7, e_{16}, e_{21}\} \cup K_1$

(4) Untuk $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_5, e_{10}, e_{17}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_4 = H_4 \cup (p - p(H_4))K_1$

$= H_4 \cup (7 - 6)K_1$

$= H_4 \cup K_1$

$= \{e_5, e_{10}, e_{17}\} \cup K_1$

(5) Untuk $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_6, e_{11}, e_{18}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_5 = H_5 \cup (p - p(H_5))K_1$

$= H_5 \cup (7 - 6)K_1$

$= H_5 \cup K_1$

$= \{e_6, e_{11}, e_{18}\} \cup K_1$

(6) Untuk $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_4, e_9, e_{15}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_6 = H_6 \cup (p - p(H_6))K_1$

$= H_6 \cup (7-6)K_1$

$= H_6 \cup K_1$

$= \{e_4, e_9, e_{15}\} \cup K_1$

(7) Untuk $H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_3, e_8, e_{14}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

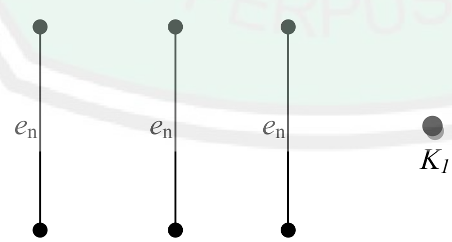
$F_7 = H_7 \cup (p - p(H_7))K_1$

$= H_7 \cup (7-6)K_1$

$= H_7 \cup K_1$

$= \{e_3, e_8, e_{14}\} \cup K_1$

Karena masing-masing $p(H_i) = 6$ yang terdiri dari tiga sisi, maka $F_i = \langle \{e_n, e_n, e_n\} \rangle \cup K_1$ dapat digambarkan sebagai berikut :



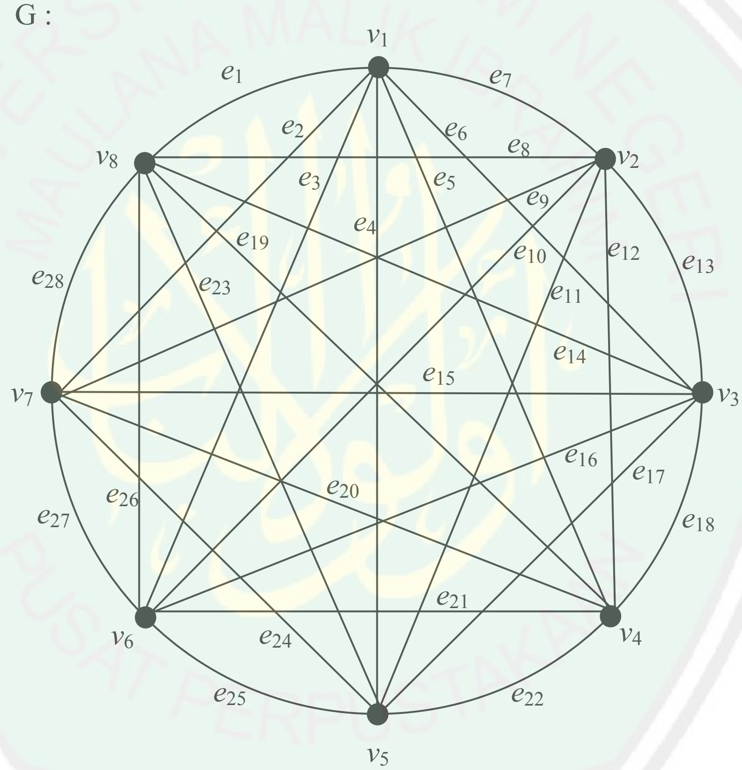
untuk n = 1, 2, . . . 15

Dari bukti tersebut dapat diketahui bahwa dekomposisi graf K_7 tidak membentuk suatu faktor karena dari gambar $F_i = \langle \{e_n, e_n, e_n\} \rangle \cup K_1$ tersebut terdapat satu titik yang tidak mempunyai pasangan.

3.1.6. Graf Komplit K_n, dimana $n = 8$

Graf komplit K_8 dapat digambarkan sebagai berikut :

G :



Gambar 3.6 Graf Komplit K_8

Graf komplit K_8 mempunyai $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_1v_5, v_1v_6, v_1v_7, v_1v_8, v_2v_3, v_2v_4, v_2v_5, v_2v_6, v_2v_7, v_2v_8, v_3v_4, v_3v_5, v_3v_6, v_3v_7, v_3v_8, v_4v_5, v_4v_6, v_4v_7, v_4v_8, v_5v_6, v_5v_7, v_5v_8, v_6v_7, v_6v_8, v_7v_8\}$, dimana $q = 28$. Karena jumlah sisi graf komplit K_8 adalah genap yaitu sebanyak 28 sisi dan untuk memperoleh sisi-sisi yang disjoint maka sisi-sisi graf komplit K_8 tersebut dapat dipartisi empat-empat sehingga didapat koleksi dan partisinya yaitu :

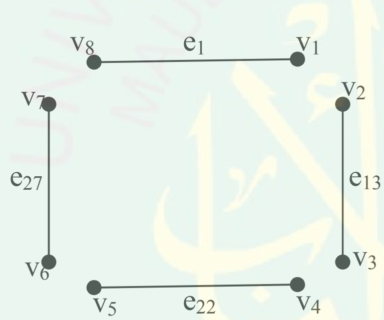
$H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_{13}, e_{22}, e_{27}\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_7, e_{18}, e_{25}, e_{28}\} \rangle$,

$H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_2, e_8, e_{17}, e_{21}\} \rangle$, $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_4, e_{10}, e_{15}, e_{19}\} \rangle$,

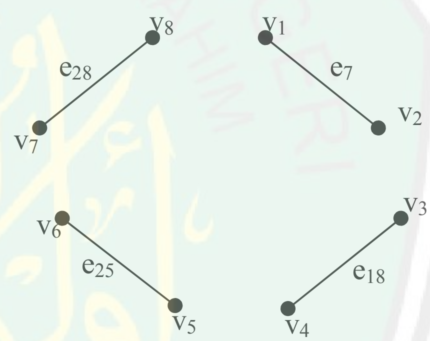
$H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_3, e_{11}, e_{14}, e_{20}\} \rangle$, $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_5, e_9, e_{16}, e_{23}\} \rangle$, dan

$H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_6, e_{12}, e_{24}, e_{26}\} \rangle$.

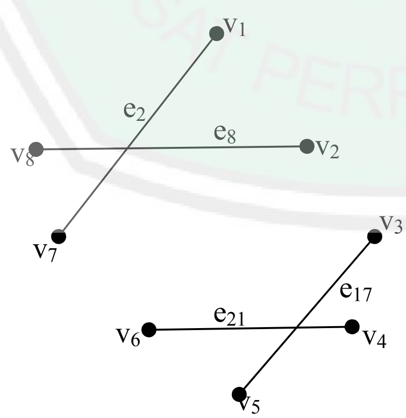
Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_8 ditunjukkan sebagai berikut :



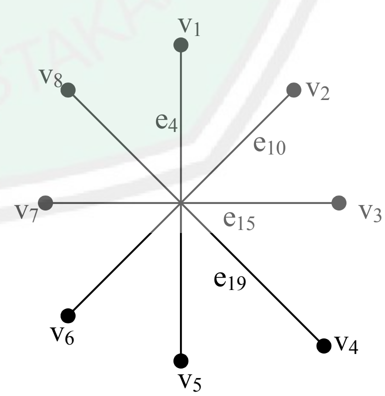
H_1



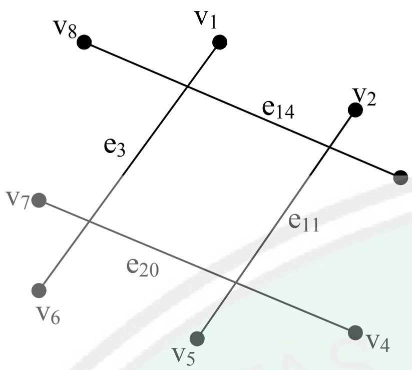
H_2



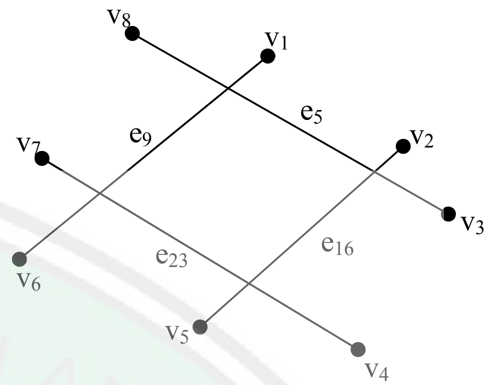
H_3



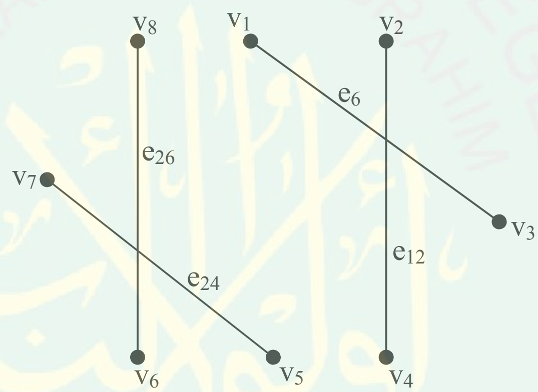
H_4



H_5



H_6



H_7

Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa dilakukan partisi empat-empat karena jumlah sisinya genap, sehingga didapat 7 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 4 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7$ maka G adalah dekomposisi. Karena dalam setiap partisi

$H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_{13}, e_{22}, e_{27}\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_7, e_{18}, e_{25}, e_{28}\} \rangle$,

$H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_2, e_8, e_{17}, e_{21}\} \rangle$, $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_4, e_{10}, e_{15}, e_{19}\} \rangle$,

$H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_3, e_{11}, e_{14}, e_{20}\} \rangle$, $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_5, e_9, e_{16}, e_{23}\} \rangle$,dan

$H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_6, e_{12}, e_{24}, e_{26}\} \rangle$ adalah merupakan subgraf merentang dari graf komplit K_8 yang sisi-sisinya adalah disjoint maka partisi tersebut dapat dikatakan sebagai *1-faktor*.

Hal tersebut dapat juga dibuktikan menggunakan rumus berikut yaitu $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$ dengan p adalah order dari G, sehingga $F_1 \oplus F_2 \oplus F_3 \oplus F_4 \oplus F_5 \oplus F_6 \oplus F_7$ adalah faktorisasi dari *G*.

Bukti bahwa K_8 dekomposisi membentuk suatu faktor:

(1) Untuk $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_{13}, e_{22}, e_{27}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_1 &= H_1 \cup (p - p(H_1))K_1 \\ &= H_1 \cup (8-8)K_1 \\ &= H_1 \\ &= \langle \{e_1, e_{13}, e_{22}, e_{27}\} \rangle \end{aligned}$$

(2) Untuk $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_7, e_{18}, e_{25}, e_{28}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_2 &= H_2 \cup (p - p(H_2))K_1 \\ &= H_2 \cup (8-8)K_1 \\ &= H_2 \\ &= \langle \{e_7, e_{18}, e_{25}, e_{28}\} \rangle \end{aligned}$$

(3) Untuk $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_2, e_8, e_{17}, e_{21}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_3 &= H_3 \cup (p - p(H_3))K_1 \\ &= H_3 \cup (8-8)K_1 \end{aligned}$$

$= H_3$

$= \langle\{e_2, e_8, e_{17}, e_{21}\}\rangle$

(4) Untuk $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle\{e_4, e_{10}, e_{15}, e_{19}\}\rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_4 = H_4 \cup (p - p(H_4))K_1$

$= H_4 \cup (8-8)K_1$

$= H_4$

$= \langle\{e_4, e_{10}, e_{15}, e_{19}\}\rangle$

(5) Untuk $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle\{e_3, e_{11}, e_{14}, e_{20}\}\rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_5 = H_5 \cup (p - p(H_5))K_1$

$= H_5 \cup (8-8)K_1$

$= H_5$

$= \langle\{e_3, e_{11}, e_{14}, e_{20}\}\rangle$

(6) Untuk $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle\{e_5, e_9, e_{16}, e_{23}\}\rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_6 = H_6 \cup (p - p(H_6))K_1$

$= H_6 \cup (8-8)K_1$

$= H_6$

$= \langle\{e_5, e_9, e_{16}, e_{23}\}\rangle$

(7) Untuk $H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle\{e_6, e_{12}, e_{24}, e_{26}\}\rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_7 = H_7 \cup (p - p(H_7))K_1$

$= H_7 \cup (8-8)K_1$

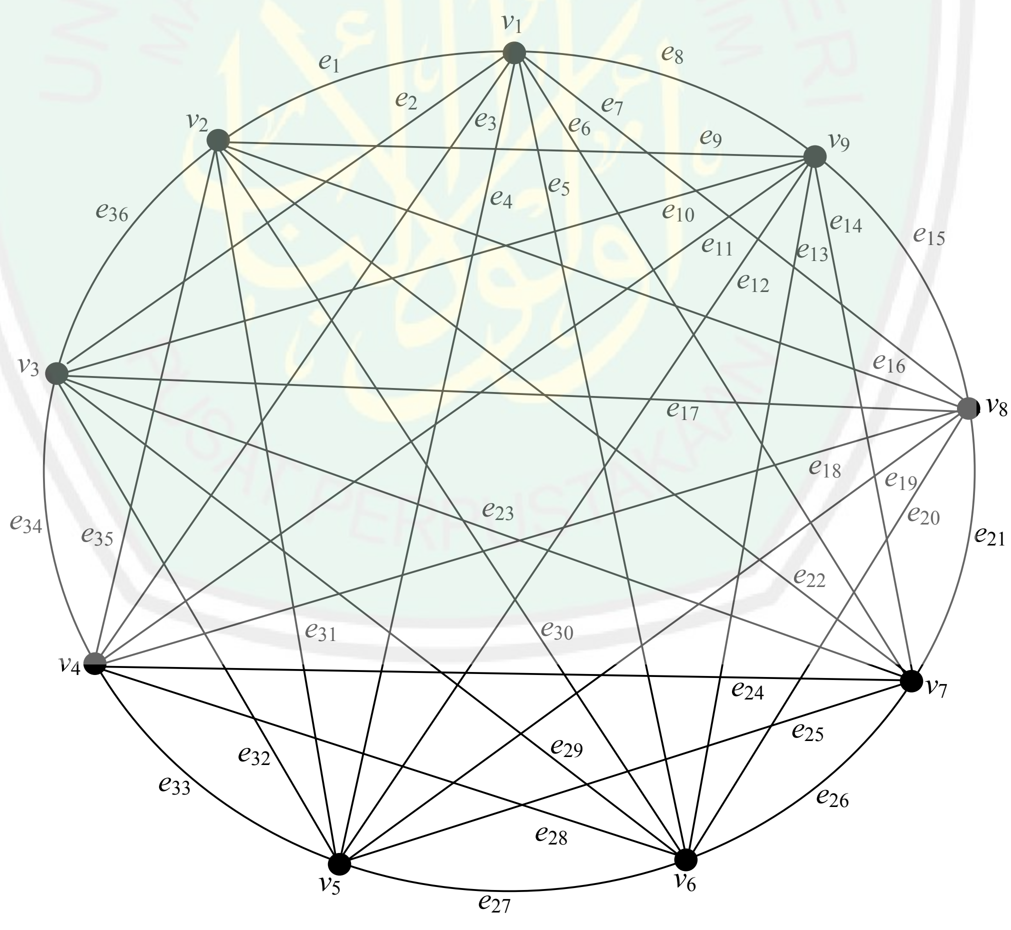
$= H_7$

$= \{e_6, e_{12}, e_{24}, e_{26}\}$

Dari bukti tersebut dapat dilihat bahwa himpunan sisi yang diperoleh adalah sama dengan partisi sisi sehingga tetap membentuk 1-*faktor*. Koleksi $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong 4K_2$, maka G adalah $4K_2$-dekomposable.

3.1.7. Graf Komplit K_n, dimana n = 9

Graf komplit K_9 dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 3.7 Graf Komplit K_9

Graf komplit K_9 mempunyai $E(G)$ = {v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_1v_5, v_1v_6, v_1v_7, v_1v_8, v_1v_9, v_2v_3, v_2v_4, v_2v_5, v_2v_6, v_2v_7, v_2v_8, v_2v_9, v_3v_4, v_3v_5, v_3v_6, v_3v_7, v_3v_8, v_3v_9, v_4v_5, v_4v_6, v_4v_7, v_4v_8, v_4v_9, v_5v_6, v_5v_7, v_5v_8, v_5v_9, v_6v_7, v_6v_8, v_6v_9, v_7v_8, v_7v_9, v_8v_9}, dimana q = 36. Karena jumlah sisi graf komplit K_9 adalah genap yaitu sebanyak 36 sisi dan untuk memperoleh sisi-sisi yang disjoint maka sisi-sisi graf komplit K_9 tersebut dapat dipartisi empat-empat dengan aturan $partisi = \dfrac{q(K_5)}{p(K_5)}$ sehingga didapat koleksi dan partisinya yaitu

$H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_{10}, e_{18}, e_{25}\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_8, e_{16}, e_{23}, e_{28}\} \rangle$,

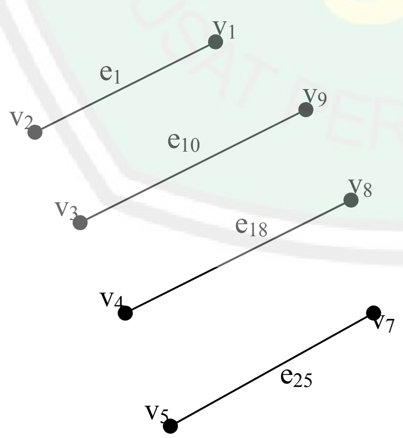
$H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_4, e_{13}, e_{21}, e_{35}\} \rangle$, $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_3, e_{12}, e_{20}, e_{36}\} \rangle$,

$H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_2, e_{11}, e_{19}, e_{26}\} \rangle$, $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_6, e_{15}, e_{30}, e_{32}\} \rangle$,

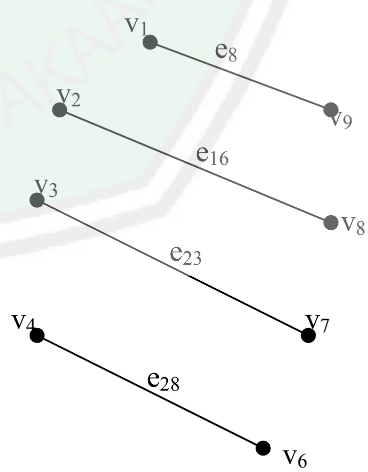
$H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_7, e_{22}, e_{29}, e_{33}\} \rangle$. $H_8 = \langle E_8 \rangle = \langle \{e_5, e_{14}, e_{31}, e_{34}\} \rangle$, dan

$H_9 = \langle E_9 \rangle = \langle \{e_9, e_{17}, e_{24}, e_{27}\} \rangle$.

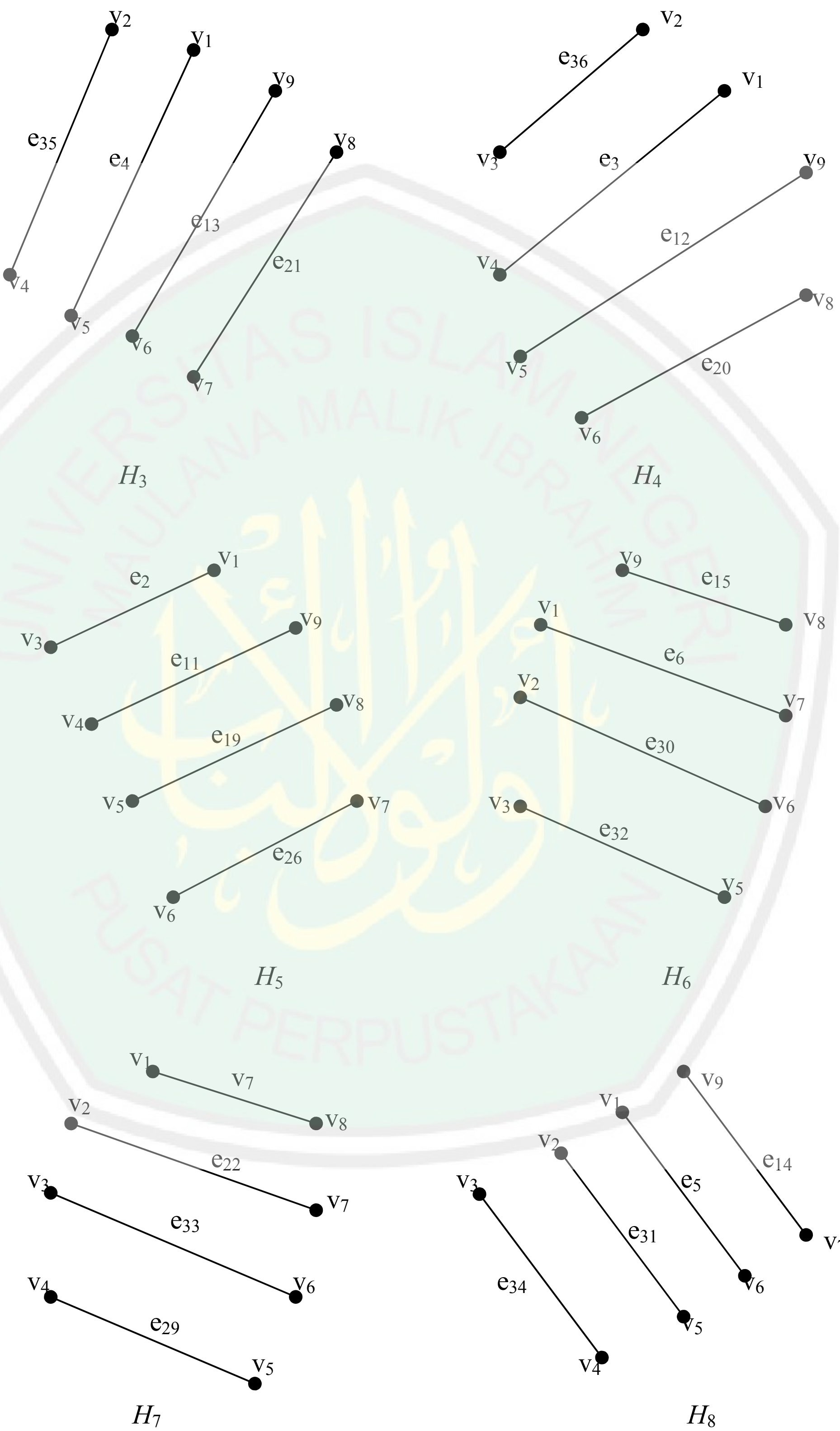
Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_9 ditunjukkan sebagai berikut :

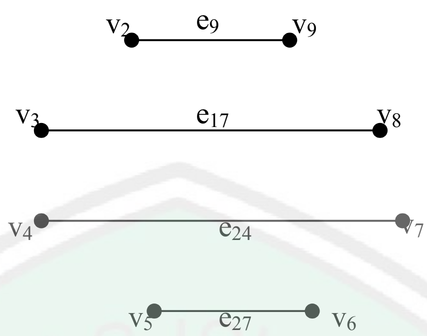


H_1



H_2


v2
v1
v9
v8
e35
e4
e13
e21
v4
v5
v6
v7
H3
v2
e36
v1
v3
e3
v9
e12
v4
v8
v5
e20
v6
H4
v1
e2
v3
v9
e11
v4
v8
e19
v5
v7
e26
v6
H5
v9
e15
v8
v1
e6
v7
v2
e30
v6
v3
e32
v5
H6
v1
v7
v8
v2
e22
v7
v3
e33
v6
v4
e29
v5
H7
v9
v1
e14
v2
e5
v7
v3
e31
v6
e34
v5
v4
H8



H_9

Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa dilakukan partisi empat-empat karena jumlah sisinya genap, sehingga didapat 9 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 4 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7 \oplus H_8 \oplus H_9$ maka G adalah dekomposisi. Koleksi $\{H_i\}$ adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong 4K_2$, maka G adalah $4K_2$-dekomposable.

Karena $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7$ adalah dekomposisi dari graf G, maka untuk masing-masing H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8, dan H_9 akan dibuktikan juga membentuk suatu faktor dengan menggunakan rumus $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$ dengan p adalah order dari G, sehingga $F_1 \oplus F_2 \oplus F_3 \oplus F_4 \oplus F_5 \oplus F_6 \oplus F_7 \oplus F_8 \oplus F_9$ adalah faktorisasi dari G.

Bukti bahwa K_9 dekomposisi membentuk suatu faktor:

(1) Untuk $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_1, e_{10}, e_{18}, e_{25}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_1 = H_1 \cup (p - p(H_1))K_1$$

$$= H_1 \cup (9 - 8)K_1$$

$= H_1 \cup K_1$

$= \langle \{e_1, e_{10}, e_{18}, e_{25}\} \rangle \cup K_1$

(2) Untuk $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_8, e_{16}, e_{23}, e_{28}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_2 = H_2 \cup (p - p(H_2))K_1$

$= H_2 \cup (9-8)K_1$

$= H_2 \cup K_1$

$= \langle \{e_8, e_{16}, e_{23}, e_{28}\} \rangle \cup K_1$

(3) Untuk $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_4, e_{13}, e_{21}, e_{35}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_3 = H_3 \cup (p - p(H_3))K_1$

$= H_3 \cup (9-8)K_1$

$= H_3 \cup K_1$

$= \langle \{e_4, e_{13}, e_{21}, e_{35}\} \rangle \cup K_1$

(4) Untuk $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_3, e_{12}, e_{20}, e_{36}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_4 = H_4 \cup (p - p(H_4))K_1$

$= H_4 \cup (9-8)K_1$

$= H_4 \cup K_1$

$= \langle \{e_3, e_{12}, e_{20}, e_{36}\} \rangle \cup K_1$

(5) Untuk $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_2, e_{11}, e_{19}, e_{26}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_5 = H_5 \cup (p - p(H_5))K_1$

$= H_5 \cup (9-8)K_1$

$= H_5 \cup K_1$

$= \{e_2, e_{11}, e_{19}, e_{26}\} \cup K_1$

(6) Untuk $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_6, e_{15}, e_{30}, e_{32}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_6 = H_6 \cup (p - p(H_6))K_1$

$= H_6 \cup (9-8)K_1$

$= H_6 \cup K_1$

$= \langle \{e_6, e_{15}, e_{30}, e_{32}\} \rangle \cup K_1$

(7) Untuk $H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_7, e_{22}, e_{29}, e_{33}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_7 = H_7 \cup (p - p(H_7))K_1$

$= H_7 \cup (9-8)K_1$

$= H_7 \cup K_1$

$= \langle \{e_7, e_{22}, e_{29}, e_{33}\} \rangle \cup K_1$

(8) Untuk $H_8 = \langle E_8 \rangle = \langle \{e_5, e_{14}, e_{31}, e_{34}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_8 = H_8 \cup (p - p(H_1))K_1$

$= H_8 \cup (9-8)K_1$

$= H_8 \cup K_1$

$= \langle \{e_5, e_{14}, e_{31}, e_{34}\} \rangle \cup K_1$

(9) Untuk $H_9 = \langle E_9 \rangle = \langle \{e_9, e_{17}, e_{24}, e_{27}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

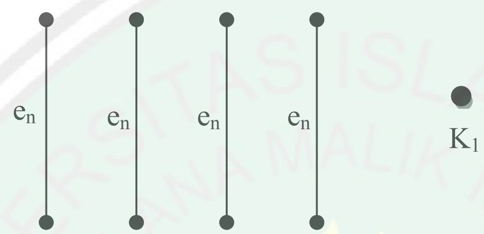
$F_9 = H_9 \cup (p - p(H_1))K_1$

$= H_9 \cup (9-8)K_1$

$$= H_9 \cup K_1$$

$$= \langle \{e_9, e_{17}, e_{24}, e_{27}\} \rangle \cup K_1$$

Karena masing-masing $p(H_i)$ = 8 yang terdiri dari empat sisi, maka $F_i = \langle \{e_n, e_n, e_n\} \rangle \cup K_1$ dapat digambarkan sebagai berikut :

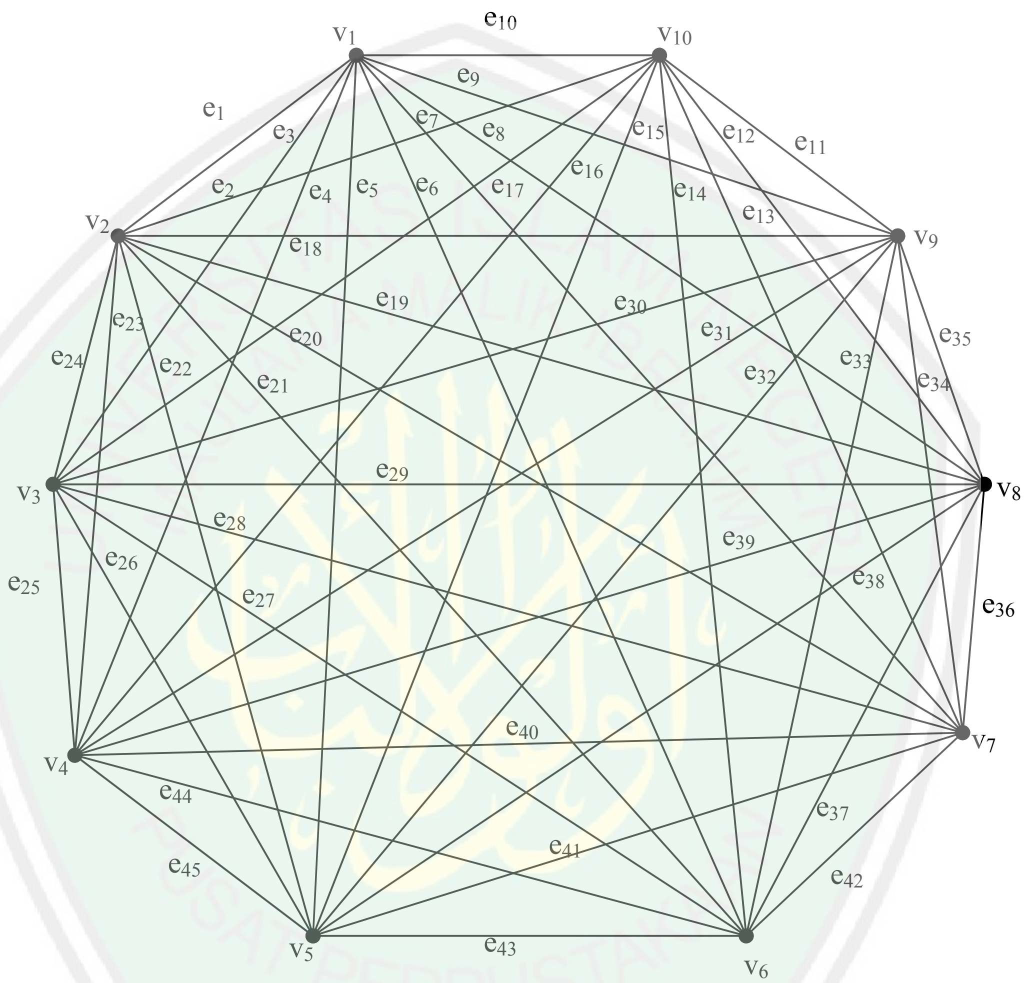


dengan n = 1, 2,...36

Dari bukti tersebut dapat diketahui bahwa dekomposisi graf K_9 tidak membentuk suatu faktor karena dari gambar $F_i = \langle \{e_n, e_n, e_n\} \rangle \cup K_1$ tersebut terdapat satu titik yang tidak mempunyai pasangan.

3.1.7. Graf Komplit K_n, dimana n = 10

Graf komplit K_{10} dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 3.8 Graf Komplit K_{10}

Graf komplit K_{10} mempunyai $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_1v_5, v_1v_6, v_1v_7, v_1v_8, v_1v_9, v_1v_{10}, v_2v_3, v_2v_4, v_2v_5, v_2v_6, v_2v_7, v_2v_8, v_2v_9, v_2v_{10}, v_3v_4, v_3v_5, v_3v_6, v_3v_7, v_3v_8, v_3v_9, v_3v_{10}, v_4v_5, v_4v_6, v_4v_7, v_4v_8, v_4v_9, v_4v_{10}, v_5v_6, v_5v_7, v_5v_8, v_5v_9, v_5v_{10}, v_6v_7, v_6v_8, v_6v_9, v_7v_8, v_7v_9, v_7v_{10}, v_8v_9, v_8v_{10}, v_9v_{10}\}$, dimana $q = 45$. Jumlah sisi graf komplit K_{10} adalah ganjil yaitu sebanyak 45 sisi dan untuk memperoleh sisi-sisi yang disjoint maka sisi-sisi graf komplit K_{10} tersebut dapat dipartisi lima-lima sehingga didapat koleksi dan partisinya yaitu

$H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_{10}, e_{24}, e_{35}, e_{42}, e_{45}\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_1, e_{11}, e_{25}, e_{36}, e_{43}\} \rangle$,

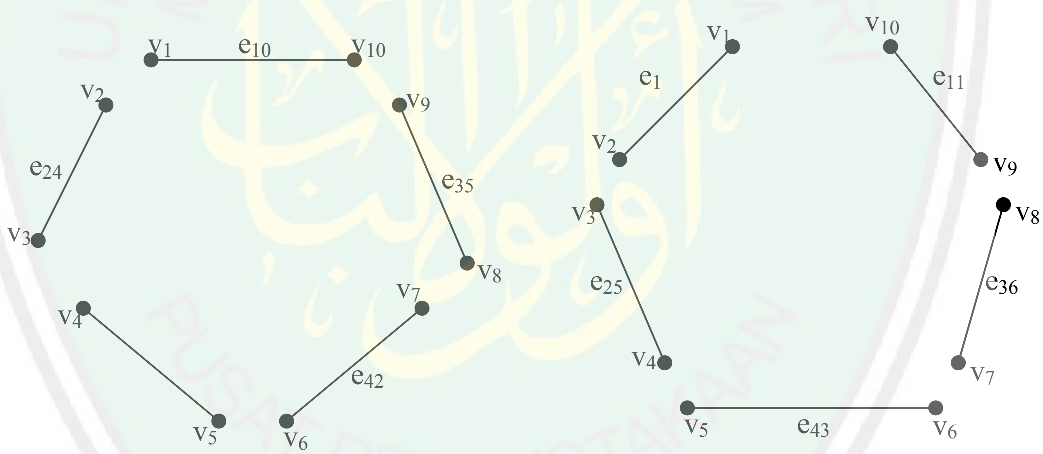
$H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_9, e_{17}, e_{19}, e_{41}, e_{44}\} \rangle$, $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_6, e_{15}, e_{20}, e_{29}, e_{31}\} \rangle$,

$H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_5, e_{16}, e_{18}, e_{28}, e_{37}\} \rangle$, $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_3, e_{13}, e_{23}, e_{33}, e_{38}\} \rangle$,

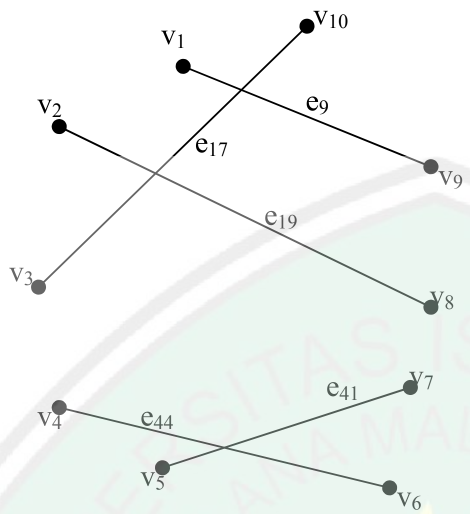
$H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_2, e_7, e_{27}, e_{32}, e_{39}\} \rangle$, $H_8 = \langle E_8 \rangle = \langle \{e_4, e_{12}, e_{21}, e_{26}, e_{34}\} \rangle$, dan

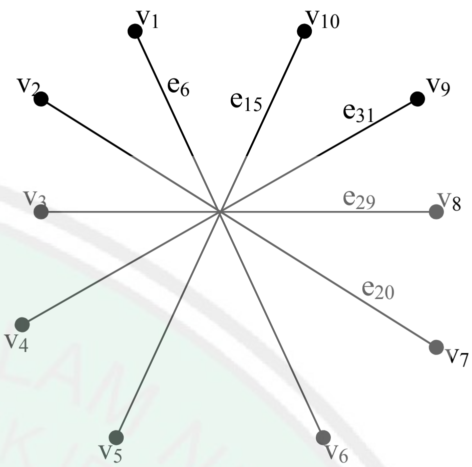
$H_9 = \langle E_9 \rangle = \langle \{e_8, e_{14}, e_{22}, e_{30}, e_{40}\} \rangle$.

Partisi sisi-sisi dari graf komplit K_{10} ditunjukkan sebagai berikut :

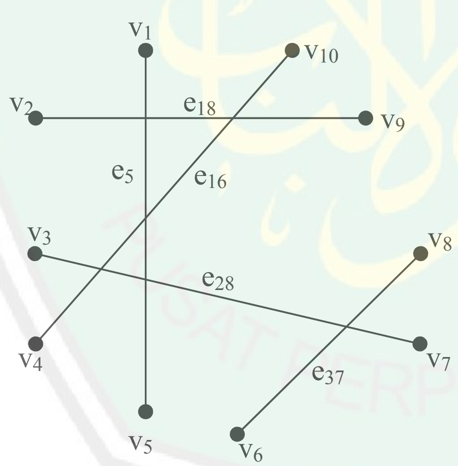


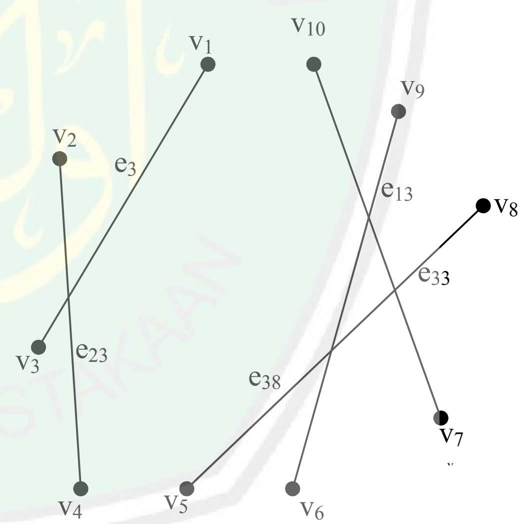
H_1 H_2


v1 v10 v2 e9 e17 v9 e19 v3 v8 v7 e41 v4 e44 v5 v6

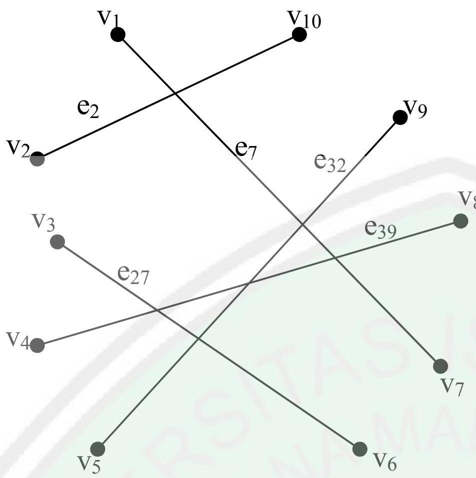

v1 v10 v2 e6 e15 e31 v9 v3 e29 v8 e20 v4 v7 v5 v6

H_3 H_4

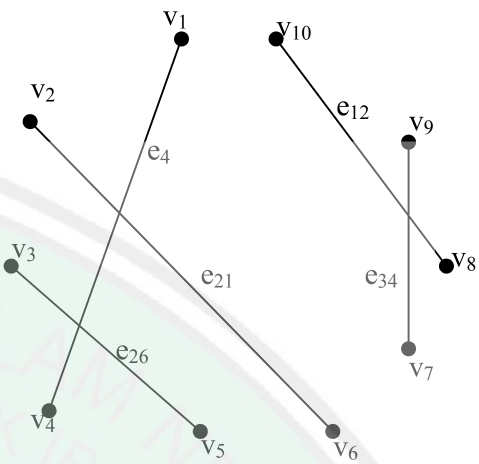

v1 v10 v2 e18 v9 e5 e16 v3 v8 e28 v4 v7 e37 v5 v6


v10 v1 v9 v2 e3 e13 v8 e33 v3 e23 e38 v7 v4 v5 v6

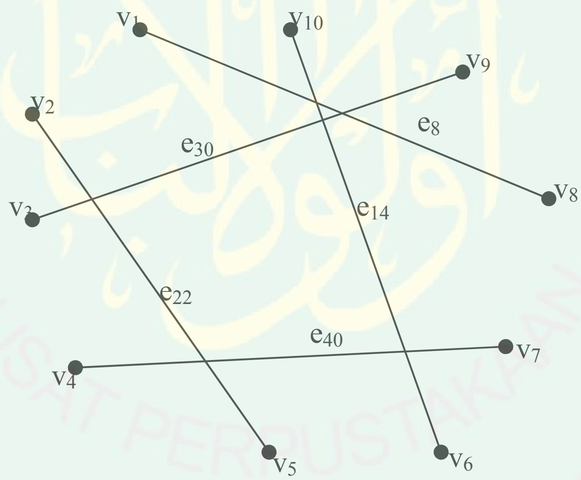
H_5 H_6



*H*7



*H*8



H_9

Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa dilakukan partisi empat-empat karena jumlah sisinya genap, sehingga didapat 9 partisi sisi dengan masing-masing partisi terdiri dari 4 sisi. Jika $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7 \oplus H_8 \oplus H_9$ maka G adalah dekomposisi. Karena dalam setiap partisi $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_{10}, e_{24}, e_{35}, e_{42}, e_{45}\} \rangle$, $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_1, e_{11}, e_{25}, e_{36}, e_{43}\} \rangle$, $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_9, e_{17}, e_{19}, e_{41}, e_{44}\} \rangle$, $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_6, e_{15}, e_{20}, e_{29}, e_{31}\} \rangle$, $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_5, e_{16}, e_{18}, e_{28}, e_{37}\} \rangle$, $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_3, e_{13}, e_{23}, e_{33}, e_{38}\} \rangle$, $H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_2, e_7, e_{27}, e_{32}, e_{39}\} \rangle$, $H_8 = \langle E_8 \rangle = \langle \{e_4, e_{12}, e_{21}, e_{26}, e_{34}\} \rangle$, dan $H_9 = \langle E_9 \rangle = \langle \{e_8, e_{14}, e_{22}, e_{30}, e_{40}\} \rangle$ adalah merupakan subgraf merentang dari graf komplit K_{10} yang sisi-sisinya adalah disjoint maka partisi tersebut dapat dikatakan sebagai *1-faktor*.

Hal tersebut dapat juga dibuktikan menggunakan rumus berikut yaitu $F_i = H_i \cup (p - p(H_i))K_1$ dengan p adalah order dari G, sehingga $F_1 \oplus F_2 \oplus F_3 \oplus F_4 \oplus F_5 \oplus F_6 \oplus F_7 \oplus F_8 \oplus F_9$ adalah faktorisasi dari G.

Bukti bahwa K_{10} dekomposisi membentuk suatu faktor:

(1) Untuk $H_1 = \langle E_1 \rangle = \langle \{e_{10}, e_{24}, e_{35}, e_{42}, e_{45}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_1 &= H_1 \cup (p - p(H_1))K_1 \\ &= H_1 \cup (10 - 10)K_1 \\ &= H_1 \\ &= \langle \{e_{10}, e_{24}, e_{35}, e_{42}, e_{45}\} \rangle \end{aligned}$$

(2) Untuk $H_2 = \langle E_2 \rangle = \langle \{e_1, e_{11}, e_{25}, e_{36}, e_{43}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_2 &= H_2 \cup (p - p(H_2))K_1 \\ &= H_2 \cup (10 - 10)K_1 \end{aligned}$$

$$= H_2$$

$$= \{e_1, e_{11}, e_{25}, e_{36}, e_{43}\}$$

(3) Untuk $H_3 = \langle E_3 \rangle = \langle \{e_9, e_{17}, e_{19}, e_{41}, e_{44}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_3 = H_3 \cup (p - p(H_3))K_1$$

$$= H_3 \cup (10 - 10)K_1$$

$$= H_3$$

$$= \langle \{e_9, e_{17}, e_{19}, e_{41}, e_{44}\} \rangle$$

(4) Untuk $H_4 = \langle E_4 \rangle = \langle \{e_6, e_{15}, e_{20}, e_{29}, e_{31}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_4 = H_4 \cup (p - p(H_4))K_1$$

$$= H_4 \cup (10 - 10)K_1$$

$$= H_4$$

$$= \langle \{e_6, e_{15}, e_{20}, e_{29}, e_{31}\} \rangle$$

(5) Untuk $H_5 = \langle E_5 \rangle = \langle \{e_5, e_{16}, e_{18}, e_{28}, e_{37}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_5 = H_5 \cup (p - p(H_5))K_1$$

$$= H_5 \cup (10 - 10)K_1$$

$$= H_5$$

$$= \langle \{e_5, e_{16}, e_{18}, e_{28}, e_{37}\} \rangle$$

(6) Untuk $H_6 = \langle E_6 \rangle = \langle \{e_3, e_{13}, e_{23}, e_{33}, e_{38}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$$F_6 = H_6 \cup (p - p(H_6))K_1$$

$$= H_6 \cup (10 - 10)K_1$$

$= H_6$

$= \langle \{e_3, e_{13}, e_{23}, e_{33}, e_{38}\} \rangle$

(7) Untuk $H_7 = \langle E_7 \rangle = \langle \{e_2, e_7, e_{27}, e_{32}, e_{39}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_7 = H_7 \cup (p - p(H_7))K_1$

$= H_7 \cup (10 - 10)K_1$

$= H_7$

$= \langle \{e_2, e_7, e_{27}, e_{32}, e_{39}\} \rangle$

(8) Untuk $H_8 = \langle E_8 \rangle = \langle \{e_4, e_{12}, e_{21}, e_{26}, e_{34}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_8 = H_8 \cup (p - p(H_1))K_1$

$= H_8 \cup (10 - 10)K_1$

$= H_8$

$= \langle \{e_4, e_{12}, e_{21}, e_{26}, e_{34}\} \rangle$

(9) Untuk $H_9 = \langle E_9 \rangle = \langle \{e_8, e_{14}, e_{22}, e_{30}, e_{40}\} \rangle$ adalah sebagai berikut :

$F_9 = H_9 \cup (p - p(H_1))K_1$

$= H_9 \cup (10 - 10)K_1$

$= H_9$

$= \langle \{e_8, e_{14}, e_{22}, e_{30}, e_{40}\} \rangle$

Dari bukti tersebut dapat dilihat bahwa himpunan sisi yang diperoleh adalah sama dengan partisi sisi sehingga tetap membentuk 1-*faktor*. Koleksi $\{H_i\}$

adalah dekomposisi dari graf G dan $H_i \cong 5K_2$, maka G adalah $5K_2$-dekomposable.

Berdasarkan uraian tersebut maka dapat disimpulkan :

1. Tabel dekomposisi pada graf komplit K_n

Graf komplit K_n	Dekomposisi	H-Dekomposable	Size dan Order
K_3	$K_3 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$	$H_i \cong K_2$	$V(H_1) = V(H_2) = V(H_3) = 2$ $E(H_1) = E(H_2) = E(H_3) = 1$
K_4	$K_4 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$	$H_i \cong 2K_2$	$V(H_1) = V(H_2) = V(H_3) = 4$ $E(H_1) = E(H_2) = E(H_3) = 2$
K_5	$K_5 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5$	$H_i \cong 2K_2$	$V(H_1) = V(H_2) = V(H_3) = V(H_4) = V(H_5) = 4$ $E(H_1) = E(H_2) = E(H_3) = E(H_4) = E(H_5) = 2$
K_6	$K_6 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5$	$H_i \cong 3K_2$	$V(H_1) = V(H_2) = V(H_3) = V(H_4) = V(H_5) = 6$ $E(H_1) = E(H_2) = E(H_3) = E(H_4) = E(H_5) = 3$
K_7	$K_7 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7$	$H_i \cong 3K_2$	$V(H_1) = V(H_2) = V(H_3) = V(H_4) = V(H_5) = V(H_6) = V(H_7) = 6$ $E(H_1) = E(H_2) = E(H_3) = E(H_4) = E(H_5) = E(H_6)$ $E(H_7) = 3$
K_8	$K_8 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7$	$H_i \cong 4K_2$	$V(H_1) = V(H_2) = V(H_3) = V(H_4) = V(H_5) = V(H_6) = V(H_7) = V(H_8) = 8$ $E(H_1) = E(H_2) = E(H_3) = E(H_4) = E(H_5) = E(H_6)$ $E(H_7) = E(H_8) = 4$
K_9	$K_8 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7 \oplus$	$H_i \cong 4K_2$	$V(H_1) = V(H_2) = V(H_3) = V(H_4) = V(H_5) = V(H_6) = V(H_7) = V(H_8) = V(H_9) = 8$

	$H_8 \oplus H_9$		$E(H_1) = E(H_2) = E(H_3) = E(H_4) = E(H_5)=E(H_6) = E(H_7) = E(H_8) = E(H_9) = 4$
K_{10}	$K_8 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6 \oplus H_7 \oplus H_8 \oplus H_9$	$H_i \cong 5K_2$	$V(H_1) = V(H_2) = V(H_3) = V(H_4) = V(H_5) = V(H_6) = V(H_7) = V(H_8) = V(H_9) = 10$ $E(H_1) = E(H_2) = E(H_3) = E(H_4)$ $E(H_5)=E(H_6) = E(H_7) = E(H_8) =E(H_9) = 5$

2. Tabel partisi dari dekomposisi graf komplit K_n

Graf komplit K_n	*p*	*q*	1-*faktor*
K_3	2	1	-
K_4	4	2	3
K_5	4	2	-
K_6	6	3	5
K_7	6	3	-
K_8	8	4	7
K_9	8	4	-
K_{10}	10	5	9

Dari tabel partisi tersebut dapat diketahui bahwa masing-masing untuk graf komplit K_n dengan *n* ganjil dan komplit K_n dengan *n* genap dapat membentuk suatu pola yaitu :

Graf komplit K_n	p	q	1-*faktor*
n genap	n	$\frac{1}{2}n$	n-1
n ganjil	n-1	$\frac{1}{2}(n-1)$	-

3.2 Pengelompokan Manusia Berdasarkan Teori Graf

Kajian tentang dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n adalah bilangan asli dimulai dari $n \geq 3$. Dekomposisi pada graf komplit K_n di atas diklasifikasikan menjadi dua yaitu dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n adalah bilangan asli genap dan dekomposisi pada graf komplit K_n dengan n adalah bilangan asli ganjil. Definisi dekomposisi adalah koleksi $\{H_i\}$ dari subgraf G sedemikian hingga $H_i = \langle E_i \rangle$ untuk suatu E_i subset *E(G)* dan $\{E_i\}$ adalah partisi dari *E(G)*.

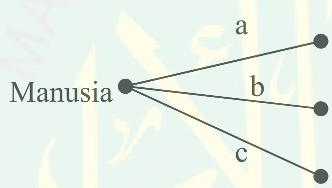
Dekomposisi merupakan kumpulan atau koleksi himpunan sisi dimana sisi-sisinya adalah merupakan partisi dari graf itu sendiri. Misal jika suatu graf *G* mempunyai tiga sisi yaitu $E(G)$ = {a, b, c) maka partisinya adalah E_1 = {a}, E_2 = {b} dan E_3 = {c}. Hal ini jika direlevansikan dengan kajian agama adalah sama dengan konsep himpunan. Himpunan adalah kumpulan objek-objek yang terdefinisi dengan jelas. Objek-objek yang termasuk dalam suatu himpunan disebut unsur-unsur atau anggota himpunan.

Ketika umat Islam membaca Al-Qur'an maka pada surat Al-Fatihah ayat 6-7 yaitu:

ٱهْدِنَا ٱلصِّرَٰطَ ٱلْمُسْتَقِيمَ ﴿٦﴾ صِرَٰطَ ٱلَّذِينَ أَنْعَمْتَ عَلَيْهِمْ غَيْرِ ٱلْمَغْضُوبِ
عَلَيْهِمْ وَلَا ٱلضَّآلِّينَ ﴿٧﴾

Artinya :(6) Tunjukilah kami jalan yang lurus, (7) (yaitu) jalan orang-orang yang Telah Engkau beri nikmat kepada mereka; bukan (jalan) mereka yang dimurkai dan bukan (pula jalan) mereka yang sesat.

Dari dua ayat tersebut akan dijumpai bahwa manusia terbagi menjadi tiga kelompok, yaitu (1) kelompok yang diberi nikmat oleh Allah SWT, (2) kelompok yang dimurkai, dan (3) kelompok yang sesat.



Keterangan :

a = kelompok yang diberi nikmat

b = kelompok yang dimurkai

c = kelompok yang sesat

Gambar 3.9 Representasi Graf pada Surat Al-Fatihah

Orang-orang yang diberi kenikmatan diterangkan dalam surat An-Nisa ayat 69-70 :

وَمَن يُطِعِ ٱللَّهَ وَٱلرَّسُولَ فَأُو۟لَـٰٓئِكَ مَعَ ٱلَّذِينَ أَنْعَمَ ٱللَّهُ عَلَيْهِم مِّنَ ٱلنَّبِيِّـۧنَ وَٱلصِّدِّيقِينَ
وَٱلشُّهَدَآءِ وَٱلصَّـٰلِحِينَ ۚ وَحَسُنَ أُو۟لَـٰٓئِكَ رَفِيقًا ﴿٦٩﴾ ذَٰلِكَ ٱلْفَضْلُ مِنَ ٱللَّهِ ۚ وَكَفَىٰ
بِٱللَّهِ عَلِيمًا ﴿٧٠﴾

Artinya : (69) Dan barangsiapa yang mentaati Allah dan Rasul(Nya), mereka itu akan bersama-sama dengan orang-orang yang dianugerahi nikmat oleh Allah, yaitu: Nabi-nabi, para shiddiiqiin, orang-orang yang mati syahid, dan orang-orang saleh. dan mereka Itulah teman yang sebaik-baiknya. (70) Yang demikian itu adalah karunia dari Allah, dan Allah cukup Mengetahui (Q.S. An-Nisaa: 69-70).

Dari dua ayat tersebut, orang-orang yang diberi kenikmatan dan mendapat anugerah dari Tuhan ada empat macam, yaitu para nabi, para shiddiqin, para syuhada, dan para saleh. Yang tertinggi para nabi, dan yang paling rendah adalah para orang saleh. Dan, yang disebut dengan kenikmatan yang diberikan bukanlah harta benda duniawi, tetapi kenikmatan spiritual. Karena dari nabi hingga oarng saleh adalah gradasi (tingkatan) dalam spiritual atau kerohanian. Jadi, perbedaan anugerah antara orang yang satu dengan yang lain bukan terletak pada kekayaan materinya. Karena itu, orang-orang macam merekalah yang menjadi panutan dalam hidup ini. Merekalah sebaik-sebaik teman. Berteman dengan mereka tidak akan terperosok ke dalam hidup yang penuh lumpur kemaksiatan atau kedustaan. Mereka menuntun kea rah yang lurus (Chodjim, 2001:217).

Kata kemurkaan dan kesesatan di dalam Al-Quran, kadang digunakan terpisah dan kadang juga digunakan bersama-sama dalam satu ayat. Dari pemakaian dua kata dalam Al-Quran dapat dipahami bahwa *magdhubi alaihim* (orang-orang yang terkena murkaNya) adalah lebih buruk daripada *adh-dhallin* (orang-orang yang tersesat). Dengan kata lain, orang-orang yang tersesat adalah orang-orang yang tidak terbimbing, sedangkan *magdhubi alaihim* adalah orang yang tidak terbimbing yang keras kepala atau munafik (Imani, 2006: 59).

Yang jelas orang-orang yang menyembah berhala, orang-orang musyrik, orang-orang yang melanggar janji, orang-orang yang mengingkari ayat-ayat Allah adalah mereka yang terkena murka dan mereka adalah orang-orang yang tersesat. Orang-orang yang dimurkai di sini adalah mereka yang senantiasa terpaku pada dunia empiris, dunia eksoterik, dan bahkan mereka terhijab oleh nikmat duniawi dan nikmat jasmani. Sebagaimana dalam firman Allah dalam surat Al-A’raf ayat 71 dan ayat 152 sebagai berikut:

قَالَ قَدْ وَقَعَ عَلَيْكُم مِّن رَّبِّكُمْ رِجْسٌ وَغَضَبٌ ۖ أَتُجَٰدِلُونَنِى فِىٓ أَسْمَآءٍ
سَمَّيْتُمُوهَآ أَنتُمْ وَءَابَآؤُكُم مَّا نَزَّلَ ٱللَّهُ بِهَا مِن سُلْطَٰنٍ ۚ فَٱنتَظِرُوٓا۟ إِنِّى مَعَكُم مِّنَ
ٱلْمُنتَظِرِينَ ﴿٧١﴾

Artinya: (71) Ia berkata: "Sungguh sudah pasti kamu akan ditimpa azab dan kemarahan dari Tuhanmu". apakah kamu sekalian hendak berbantah dengan Aku tentang nama-nama (berhala) yang kamu beserta nenek moyangmu menamakannya, padahal Allah sekali-kali tidak menurunkan hujjah untuk itu? Maka tunggulah (azab itu), Sesungguhnya Aku juga termasuk orang yamg menunggu bersama kamu".

إِنَّ ٱلَّذِينَ ٱتَّخَذُوا۟ ٱلْعِجْلَ سَيَنَالُهُمْ غَضَبٌ مِّن رَّبِّهِمْ وَذِلَّةٌ فِى ٱلْحَيَوٰةِ ٱلدُّنْيَا ۚ
وَكَذَٰلِكَ نَجْزِى ٱلْمُفْتَرِينَ ﴿١٥٢﴾

Artinya: (152) Sesungguhnya orang-orang yang menjadikan anak lembu (sebagai sembahannya), kelak akan menimpa mereka kemurkaan dari Tuhan mereka dan kehinaan dalam kehidupan di dunia. Demikianlah kami memberi balasan kepada orang-orang yang membuat-buat kebohongan.

Pada ayat tersebut, Al-Quran bercerita tentang kemurkaan terhadap orang-orang yang mengingkari ayat-ayatNya, atau orang-orang yang mendustakan kebenaran yang datang dari Tuhan. Dalam hal ini, Tuhan mengingatkan orang-orang Quraisy yang kafir dan yang musyrik bahwa kehidupan mereka yang menyembah berhala itu tidak benar. Hal ini bisa mengundang kemurkaan dan azab dari Tuhan, seperti yang ditimpakan kepada Umat hud dan Rasul Musa. Jadi bukan masalah keyahudian, tetapi umat beliau yang melanggar perjanjian yang mengundang kemurkaan Tuhan.

Dalam surat Al-an'am ayat 77 "*Sesungguhnya jika Tuhanku tidak memberikan petunjuk kepadaku, niscaya aku termasuk dalam kaum yang sesat*". Dalam ayat tersebut ditegaskan bahwa orang yang sesat adalah orang yang tidak mendapat petunjuk tentang keesaan Tuhan. Dengan kata lain, orang-orang yang menyekutukan Allah, atau orang-orang yang menyembah berhala, adalah *dhallin*, orang yang sesat.

Kata sesat juga merujuk pada tindakan yang tidak dilandasi pengetahuan. Dengan kata lain, perbuatan tanpa disadari pengetahuan yang benar, atau perbuatan yang hanya karena dorongan emosi adalah perbuatan yang sesat. Seringkali perbuatan yang demikian ini merugikan orang lain (Chodjim, 2002: 258).

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada Bab III, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Dekomposisi pada graf komplit K_{2n} dengan $n \geq 2$ juga merupakan faktorisasi karena setiap partisinya merupakan subgraf merentang sehingga membentuk 1-*faktor* dengan partisi sebanyak $n - 1$, dan masing-masing partisi mempunyai $p = n$ dan $q = \frac{1}{2}n$.

2. Dekomposisi pada graf komplit K_{2n+1} dengan $n \geq 1$ tidak membentuk faktorisasi karena dengan menggunakan rumus $F_i = H_i \cup ((p - p(H_i))K_1$ terdapat satu titik pada setiap partisi yang tidak mempunyai pasangan dengan partisi sebanyak $2n + 1$, dan masing-masing partisi mempunyai $p = n - 1$ dan $q = \frac{1}{2}(n-1)$.

4.2 Saran

Pada skripsi ini, penulis hanya memfokuskan pada pokok bahasan masalah dekomposisi pada graf komplit K_n. Maka dari itu, untuk penulisan skripsi selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mengkaji masalah dekomposisi pada graf-graf yang lain seperti pada graf roda atau graf gear.

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyakir. 2006. *Ada Matematika dalam Al Qur'an*. Malang: UIN Malang Press.

Abdusysyakir. 2007. *Ketika Kiai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.

Ali, Al-Jumanatul. 2004. *Al-Qur'an dan Terjemahnya*. Bandung: CV Penerbit J-Art.

Chartrand, Gery and Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: a Division of Wadsworth, Inc.

Chodjim, Achmad. 2001. *Alfatihah*. Jakarta: PT Serambi Ilmu Semesta.

Hadhiri, Choiruddin. 2005. *Kandungan Al-Qur'an*. Jakarta: Gema Insani.

Imani, Allamah Kamal Faqih. 2006. *Tafsir Nurul Quran*. Jakarta: Al-Huda.

Imamah, Nurul. 2008. *Kajian tentang Graf Perfect*. UIN Malang: Skripsi, tidak diterbitkan.

Mahfudiyah, Lutvi. 2008. *Pelabelan Graceful pada Graf Kipas F_n dan Graf Kipas Ganda dF_n, n Bilangan Asli dan $n \geq 2$"*. UIN Malang: Skripsi, tidak diterbitkan.

Nurholidah, Luluk. 2008. *Keterhubungan Pada Graf Beraturan.* UIN Malang: Skripsi, tidak diterbitkan.

Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP Malang.

Rakhmat, Jalaludin. 2000. *Tafsir Sufi Al-Fatihah*. Bandung: Rosda.

Suriasumantri, Jujun. 2001. *Filsafat Ilmu*. Jakarta : Pustaka Sinar Harapan.

Wilson. Robin J dan Walkins, John J. 1990. *Graphs an Introductory Approach*: *A First* Course *in Discrete Mathematic.* New York: John Wiley & Sons, Inc.

DEPARTEMEN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341)572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Rina Munawarah
NIM : 04510046
Fakultas/ jurusan : Sains Dan Teknologi/ Matematika
Judul skripsi : Dekomposisi Graf Komplit
Pembimbing I : Wahyu Henky Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Achmad Nashichuddin, MA.

No	Tanggal	HAL	Tanda Tangan	
1	21 Nopember 2008	Konsultasi Masalah	1.	
2	4 Desember 2008	Konsultasi BAB III		2.
3	6 Desember 2008	ACC BAB III	3.	
4	18 Desember 2008	Konsultasi BAB II, dan III		4.
5	20 Desember 2008	Revisi BAB II dan III	5.	
6	23 Desember 2008	Konsultasi BAB I, II, III		6.
7	31 Desember 2008	Revisi BAB I, II, III	7.	
8	19 Desember 2008	Konsultasi Keagamaan		8.
9	22 Desember 2008	Revisi Keagamaan	9.	
10	24 Desember 2008	Revisi Keagamaan		10.
11	1 Januari 2009	Konsultasi Keseluruhan	11.	
12	6 Januari 2009	ACC Keseluruhan		12.

Malang, 17 Januari 2009
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matema

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321