

**ANALISIS PRESENT VALUE
PADA BEBERAPA INVESTASI FINANSIAL**

SKRIPSI

Oleh:
SITI NURUL INAYAH
NIM. 06510048



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2010**

**ANALISIS PRESENT VALUE
PADA BEBERAPA INVESTASI FINANSIAL**

SKRIPSI

**Diajukan kepada:
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh:
SITI NURUL INAYAH
NIM. 06510048**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2010**

**ANALISIS PRESENT VALUE
PADA BEBERAPA INVESTASI FINANSIAL**

SKRIPSI

Oleh:
SITI NURUL INAYAH
NIM. 06510048

Telah disetujui oleh:

Dosen Pembimbing I

Abdul Aziz, M.Si
NIP.197603182006041002

Dosen Pembimbing II

Ach. Nashichuddin, M.A
NIP. 197307052000031002

Tanggal: 9 Nopember 2010

**Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika**

Abdussakir, M. Pd
NIP.197510062003121001

**ANALISIS PRESENT VALUE
PADA BEBERAPA INVESTASI FINANSIAL**

SKRIPSI

Oleh:
SITI NURUL INAYAH
NIM. 06510048

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal 3 Desember 2010

Susunan Dewan Penguji		Tanda Tangan
1. Penguji Utama	: Abdussakir, M. Pd NIP. 19751006 200312 1 001	()
2. Ketua Penguji	: Evawati Alisah, M. Pd NIP. 19720604 199903 2 001	()
3. Sekretaris Penguji	: Abdul Aziz, M. Si NIP. 19760318 200604 1 002	()
4. Anggota Penguji	: Ach. Nashichuddin, M.A NIP. 19730705 200003 1 002	()

**Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika**

Abdussakir, M. Pd
NIP.197510062003121001

MOTTO

يَتَأْتِيهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا إِذَا قِيلَ لَكُمْ تَفَسَّحُوا فِي الْمَجَالِسِ فَافْسَحُوا يَفْسَحِ اللَّهُ لَكُمْ وَإِذَا قِيلَ آنشُرُوا فَأَنشُرُوا يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ ۗ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ﴿١١﴾

Hai orang-orang beriman apabila kamu dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", Maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", Maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. dan Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan.

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, karya ini penulis persembahkan untuk

Abah Tamkin Halimi, Ibu Siti Aminah

Seluruh keluarga besar di Bflora.



PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siti Nurul Inayah

NIM : 06510048

Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika

Judul : Analisis Present Value pada Beberapa Investasi Finansial

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan atau karya ilmiah yang pernah dibuat atau dilakukan orang lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka.

Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan maka saya bersedia mempertanggung jawabkan, serta diproses sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Malang, 9 Nopember 2010
Yang Membuat Pernyataan,

Siti Nurul Inayah
NIM. 06510048

KATA PENGANTAR



Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah serta inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir atau skripsi yang berjudul “Analisis *Present Value* pada Beberapa Investasi Finansial” sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains.

Suatu kebahagiaan tersendiri bagi penulis melalui kisah perjalanan dan perjuangan panjang , penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.

Atas bimbingan, saran dan arahan serta segala sesuatu yang bermanfaat dalam menyelesaikan skripsi, penyusun mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
2. Prof. Drs. Sutiman Bambang Sumitro, SU., DSc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maliki Malang
3. Abdussakir, M.Pd selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maliki Malang
4. Abdul Azis, M.Si selaku Dosen Pembimbing skripsi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maliki Malang, yang selalu sabar dalam mengarahkan dan membimbing dalam penulisan skripsi ini
5. Ach. Nashichuddin, M.A selaku Dosen Pembimbing skripsi keagamaan, yang juga selalu membimbing dengan sabar

6. Abah dan Umi yang telah memberikan dukungan, baik dalam bentuk doa maupun materi dalam menyelesaikan skripsi
7. Semua guru dan dosen yang telah menyampaikan ilmu dan pengetahuan kepada penyusun
8. Keluarga besar Madrasah Diniyah at-Tarbiyyah yang selalu mendo'akan
9. Seluruh dewan Kyai dan dewan Pengasuh serta Murobbi/ah Ma'had Sunan Ampel al-'Aly (MSAA)
10. Teman-teman seperjuangan musyrif/ah serta seluruh keluarga besar MSAA yang selalu setia dalam suka maupun duka
11. Keluarga Besar TPQ Wardatul Ishlah
12. Gus dan Ning JQH UIN Maliki Malang serta rekan/ita IPNU/IPPNU UIN Maliki Malang
13. Teman-teman Matematika Angkatan 2006 yang selalu memberi semangat
14. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu-persatu

Hanya ucapan terima kasih sebesar-besarnya yang dapat penulis sampaikan, semoga bantuan dan do'a yang telah diberikan dapat menjadi catatan amal kebaikan dihadapan Allah SWT.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan. Maka dari itu diharapkan kepada pembaca agar bisa mengkritisi sehingga dapat memberikan saran dan kritik yang bermanfaat bagi penulis.

Akhir kata penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis pada khususnya dan bagi semua pihak pada umumnya.

Malang, 9 Nopember 2010

Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR SIMBOL.....	vii
ABSTRAK	viii
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan	4
1.4 Manfaat	4
1.5 Batasan Masalah	4
1.6 Metode Penelitian	5
1.7 Sistematika Penyusunan.....	5
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Barisan	7
2.2 Barisan dan Deret Aritmatika	8
2.2.1 Barisan Aritmatika	8
2.2.2 Deret Aritmatika	9
2.3 Barisan dan deret Geometri	11
2.3.1 Barisan Geometri	11
2.3.2 Deret Geometri	12

2.4 Tingkat Bunga	13
2.4.1 Bunga Sederhana/Tunggal	13
2.4.2 Bunga Majemuk.....	13
2.4.3 Bunga Efektif	14
2.4.4 Bunga Nominal	15
2.5 Anuitas	15
2.5.1 Anuitas dengan Pembayaran satu Kali dalam Setahun.....	16
2.5.1 Anuitas dengan Pembayaran k Kali dalam Setahun	17
2.6 Nilai Uang.....	18
2.6.1 Nilai SUang dengan Bunga Tunggal	18
2.6.2 Nilai Uang dengan Bunga Majemuk.....	20
2.7 Nilai Sekarang dari Anuitas	22
2.8 Definisi Investasi	24
2.9 Tabungan dan Deposito	25
2.9.1 Tabungan.....	25
2.9.2 Deposito Berjangka.....	25
2.5 Ekonomi Islam	27

BAB III PEMBAHASAN

3.1 Barisan dan Deret Geometri pada Perhitungan Present Value Tabungan.....	34
3.1.1 Bunga Tahun	34
3.1.2 Bunga Perbulan	39
3.2 Deret Geometri pada Perhitungan Present Value Deposito	42
3.2.1 Bunga Tahun	42
3.2.2 Bunga Perbulan.....	45
3.4 Contoh	46
3.5 Investasi Menurut Pandangan Islam	50
3.6 Akad-akad Investasi yang Disyari'atkan	52
3.6.1 Sistem Mudharabah (Bagi Hasil)	52
3.6.2 Murabahah (Usaha Fixed Profit)	52

BAB IV PENUTUP

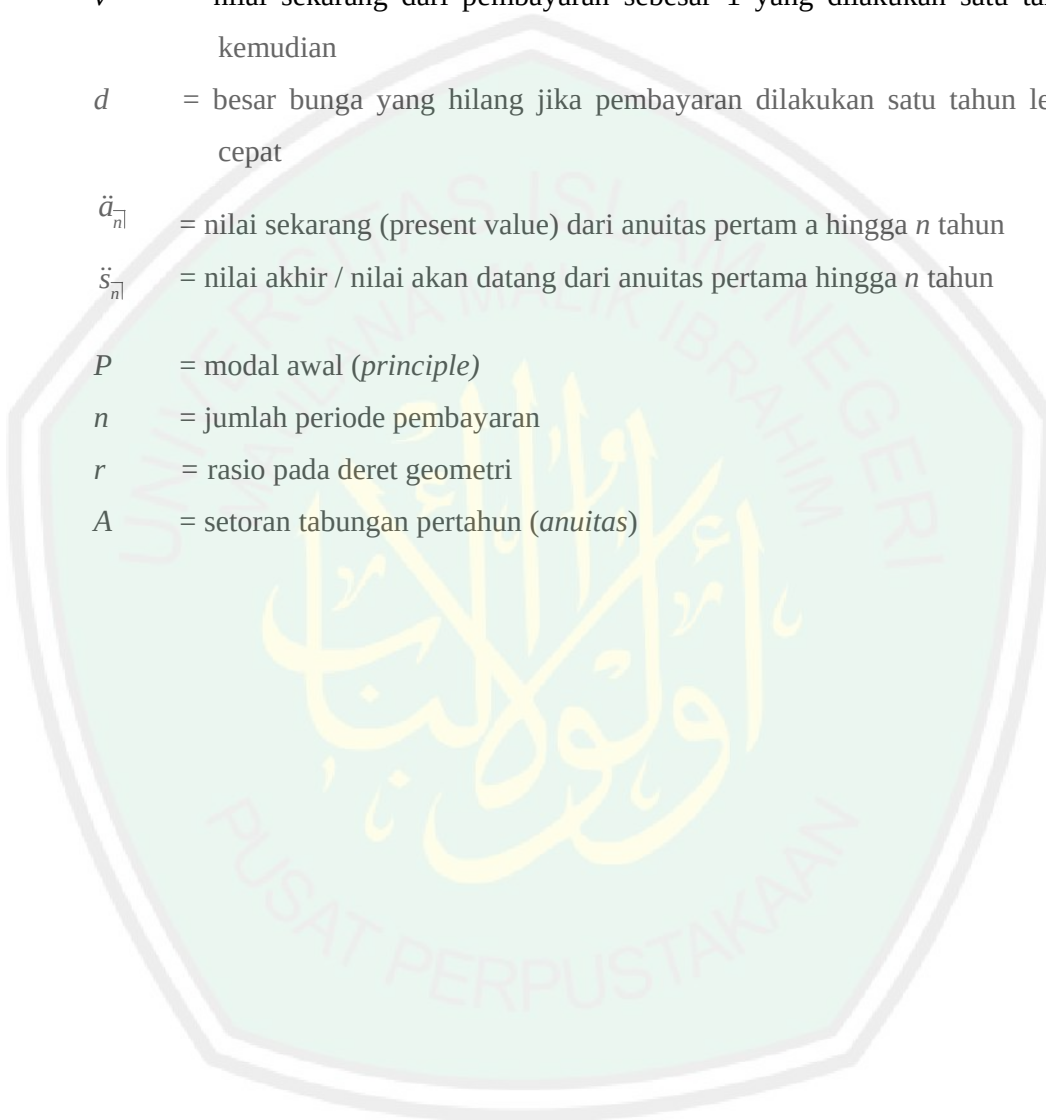
4.1 Kesimpulan	54
4.2 Saran	55

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN



DAFTAR SIMBOL



i	= tingkat bunga
v	= nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 yang dilakukan satu tahun kemudian
d	= besar bunga yang hilang jika pembayaran dilakukan satu tahun lebih cepat
$\ddot{a}_n$	= nilai sekarang (present value) dari anuitas pertam a hingga n tahun
$\ddot{s}_n$	= nilai akhir / nilai akan datang dari anuitas pertama hingga n tahun
P	= modal awal (<i>principle</i>)
n	= jumlah periode pembayaran
r	= rasio pada deret geometri
A	= setoran tabungan pertahun (<i>anuitas</i>)

ABSTRAK

Inayah, Siti Nurul. 2010. **Analisis Present Value pada Beberapa Investasi Finansial**. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pembimbing: I. Abdul Azis, M.Si.

II. Ach. Nashichuddin, M.A.

Kata Kunci : Analisis, Present Value dan Investasi Finansial

Matematika merupakan alat untuk menyelesaikan masalah-masalah ilmu pengetahuan dan teknologi. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi sekarang ini menuntut manusia untuk berusaha mencari cara yang paling mudah dalam menyelesaikan masalah kehidupan. Dalam bidang keuangan, matematika sangat berperan. Banyak konsep matematika yang digunakan khususnya barisan dan deret. Dari latar belakang tersebut penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui analisis *present value* pada beberapa investasi finansial.

Konsep barisan dan deret bisa digunakan untuk mengetahui nilai tunai (*present value*) atau modal yang harus disiapkan oleh investor. Barisan adalah fungsi yang memiliki daerah asal (domain) himpunan bilangan bulat positif atau dengan kata lain $f : n \rightarrow u(n)$ dimana n anggota bilangan, deret adalah jumlah dari suku-suku pada barisan. Ada beberapa macam deret, diantaranya adalah deret aritmatika dan deret geometri. Dalam penelitian ini konsep yang digunakan adalah barisan dan deret geometri.

Dari hasil penelitian dapat diketahui, bahwa barisan dan deret geometri dapat digunakan sebagai alat untuk menyelesaikan masalah keuangan. Oleh karena itu dalam hal ini barisan dan deret digunakan untuk menghitung *present value* pada tabungan dan deposito yaitu dengan menggunakan rumus deret

$$\text{geometri } s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)}.$$

Present value (nilai tunai) tabungan untuk tahun ke- n dapat dicari atau dihitung dari besarnya setoran tabungan A dikalikan dengan faktor diskon dipangkatkan n atau bisa ditulis dengan $v^n = (1+i)^{-1(n)}$ untuk pembayaran bunga

pertahun dan $v^n = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12(n)}$ untuk pembayaran bunga perbulan. Besarnya

present value pada deposito untuk tahun ke- n sama dengan modal awal A , yaitu nilai akhir dibagi dengan faktor bunga $(1+i)^n$ jika bunga dibayarkan pertahun

atau dengan faktor bunga $\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(n)}$ jika bunga dibayarkan perbulan.

ABSTRACT

Inayah, Siti Nurul. 2010. **Present Value Analysis at Some Finance Investment**. Undergraduate Thesis. Mathematics Departement Faculty of Science and Technology Maulana Malik Ibrahim State Islamic University, Malang.

Advisors: I. Abdul Aziz, M.Si
II. Ach. Nashichuddin, M.A.

Keywords: Analysis, Present Value and Finance Investment

Mathematics represent appliance to finish the problem of technology and science. In line with growth of technology and science this time claim human being to try to look for the way of easiest in finishing the problem of life. In the field of finance, mathematics so central. Many used mathematics concept specially sequences and series. From background this research is a mean to know analysis of present value at some financial investment.

Sequences and series concept can be used to know value present or capital which must be provided by investor. Sequences is function owning area (domain) positive integer gathering or equally $f : n \rightarrow u(n)$, where n is natural number, series is the amount of from terms at sequence. There are some kinds of series, among others is aritmatika series and of geometry series. In this research of concept the used is sequences and geometry series.

From result of research can know, that sequence and geometry series can be used as appliance to finish the problem of finance. Therefore in this case sequence and series used to calculate present value at deposit and saving that is by using

formula of deret geometry $s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)}$

Value Present (cash value) saving for the year of n can look for or reckoned from the level of saving annuity A multiplied with factor discounted by rank of n or can be written with $v^n = (1+i)^{-1(n)}$ for the payment of annual

interest and $v^n = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12(n)}$ for the payment monthly interest. Level of present

value at deposit for the year of n is equal to capital early A , that is final value divided with interest factor $(1+i)^n$ for annual interest or with interest factor

$\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(n)}$ for monthly interest.

BAB I

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang mempunyai banyak kontribusi dalam kehidupan sehari-hari. Dalam sejarah perkembangan matematika banyak contoh bahwa terbentuknya teori matematika adalah karena tuntutan untuk menyelesaikan permasalahan nyata. Misalnya, kebutuhan menghitung telah melahirkan aritmatika, kebutuhan mengukur telah melahirkan geometri. John von Neumann(1956) mengatakan bahwa konsep matematika berawal dari pengamatan empiris, namun begitu konsep tersebut terbentuk terjadilah kehidupan tersendiri yang terpisah dari sumber empirisnya. Dari segi filsafat shaharir (1988) memperlihatkan keterkaitan antara pengembangan teori matematika dengan permasalahan dalam dunia nyata amat jelas. Hakekatnya kedua hal tersebut tidak dapat dipisahkan, namun pada kenyataannya muncul istilah *pure mathematics* dan *applied mathematics* (matematika terapan)

Di dalam matematika peranan teori dan peranan penerapan matematika tidak dapat dipisahkan, dua-duanya sama pentingnya. Banyak konsep abstrak matematika yang dikembangkan karena kebutuhan untuk menjawab permasalahan dari dunia nyata dan bidang ilmu lain serta banyak pula konsep abstrak matematika yang pada awalnya semata-mata untuk pengembangan teori dalam matematika sendiri ternyata kemudian mendapatkan tempat dan dapat diterapkan

untuk menjawab berbagai permasalahan yang ada dalam dunia nyata dan bidang ilmu lain.

Masalah ekonomi keuangan sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Seseorang yang kekurangan uang akan berusaha memperoleh pinjaman dengan bunga yang paling ringan. Sementara bagi yang mempunyai uang lebih akan mencari alternatif investasi yang paling menguntungkan. Oleh karena itu matematika sangat berperan untuk menyelesaikan masalah tersebut, sehingga berkembanglah matematika ekonomi dan keuangan.

Menabung adalah tindakan yang dianjurkan dalam Islam. Karena dengan menabung berarti seorang muslim mempersiapkan diri untuk pelaksanaan perencanaan masa yang akan datang sekaligus untuk menghadapi hal-hal yang tidak diinginkan. Investasi merupakan salah satu cara yang tepat untuk dilakukan. Dalam Al-Qur'an terdapat ayat - ayat yang secara tidak langsung telah memerintahkan kaum muslimin untuk mempersiapkan hari esok secara lebih baik. Ada beberapa ayat dalam Al-Qur'an yang dapat dijadikan sandaran dalam berinvestasi, antara lain :

Surat An-Nisa' : 9

وَلْيَخْشَ الَّذِينَ لَوْ تَرَكُوا مِنْ خَلْفِهِمْ ذُرِّيَّةً ضِعْفًا خَافُوا عَلَيْهِمْ فَلْيَتَّقُوا اللَّهَ

وَلْيَقُولُوا قَوْلًا سَدِيدًا ﴿٩﴾

Artinya: *Dan hendaklah takut kepada Allah orang-orang yang seandainya meninggalkan dibelakang mereka anak-anak yang lemah, yang mereka khawatir terhadap (kesejahteraan) mereka. oleh sebab itu hendaklah mereka bertakwa kepada Allah dan hendaklah mereka mengucapkan perkataan yang benar.*

Ayat diatas memerintahkan kepada kita agar tidak meninggalkan *dzurriat dhi'afa* (keturunan yang lemah) baik moril maupun materil. Seolah ingin memberikan anjuran agar selalu memperhatikan kesejahteraan (dalam hal ini secara ekonomi) yang baik dan tidak meninggalkan kesusahan secara ekonomi, nampaknya Al-Qur'an telah jauh hari mengajak umatnya untuk selalu memperhatikan kesejahteraan yang salah satu caranya adalah dengan berinvestasi.

Dalam berinvestasi yang diharapkan adalah dengan modal yang paling ringan diharapkan memperoleh keuntungan yang paling tinggi. Untuk menentukan modal yang lebih ringan bisa dengan menghitung *present value* (nilai sekarang) . *Present value* digunakan untuk mengetahui nilai investasi sekarang dari nilai investasi yang akan datang.

Dalam hal ini konsep matematika keuangan yang berkaitan dengan permasalahan keuangan yang telah dijelaskan dan perspektif Islam di atas adalah barisan dan deret. Barisan adalah fungsi yang memiliki daerah asal (domain) himpunan bilangan positif dan deret adalah jumlah dari suku-suku pada barisan.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka penulis mengangkat permasalahan tentang **“Analisis *Present Value* pada Beberapa Investasi Finansial”**.

I.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana analisis present value pada beberapa investasi finansial.

1.3 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan skripsi ini adalah mengetahui analisis present value pada beberapa investasi finansial.

1.4 Manfaat Penulisan

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagi penulis, sebagai tambahan informasi dan wawasan mengenai bagaimana aplikasi barisan dan deret terhadap perhitungan present value apabila diterapkan pada investasi .
2. Bagi pemerhati matematika, sebagai masukan dan sumbangan pemikiran untuk memecahkan permasalahan dalam bidang matematika keuangan dan ekonomi.
3. Bagi lembaga Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang, untuk bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di bidang matematika.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah

- a. Penelitian dilakukan pada dua jenis investasi finansial, yaitu: tabungan dan deposito
- b. Bunga majemuk dengan pembayaran bunga pertahun dan perbulan, tidak ada biaya pajak dan biaya administrasi.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kajian teoritis terhadap barisan dan deret jika digunakan sebagai alat analisis terhadap *present value* yaitu metode untuk mengetahui nilai sekarang atau nilai tunai pada investasi finansial. Untuk melakukan kajian mengenai *present value*, mula-mula diperkenalkan konsep tentang barisan dan deret, jenis-jenis barisan dan deret khususnya barisan dan deret aritmatika serta barisan dan deret geometri. Selain itu juga diperkenalkan konsep tentang analisis *present value* pada investasi. Dalam pembahasan akan dibahas mengenai barisan dan deret jika diterapkan pada perhitungan *present value*. Pada penulisan skripsi ini ada dua macam investasi yang dibahas yaitu tabungan dan deposito.

1.7 Sistematika Penyusunan

Agar penulisan skripsi ini lebih terarah, mudah ditelaah dan dipahami, maka digunakan sistematika pembahasan yang terdiri dari empat bab, masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan meliputi: latar belakang permasalahan, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika pembahasan.

BAB II KAJIAN TEORI

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang

barisan dan deret, present value (nilai sekarang), dua macam investasi, yaitu tabungan dan deposito serta konsep-konsep tersebut dalam perspektif Islam.

BAB III PEMBAHASAN

Pembahasan berisi tentang analisa aplikasi barisan dan deret terhadap perhitungan present value jika diterapkan pada dua macam investasi finansial, yaitu: tabungan dan deposito.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini akan dibahas tentang kesimpulan dan saran.



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Barisan

Barisan adalah fungsi yang memiliki daerah asal (domain) himpunan bilangan bulat positif atau dengan kata lain $u : n \rightarrow u(n)$ dimana n anggota bilangan asli (D.j.Foulis,1986:381). Barisan dapat dinyatakan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$, dengan U_1 adalah suku pertama, U_2 adalah suku ke dua, U_3 adalah suku ke tiga dan seterusnya dan U_n adalah suku ke n atau suku umum dalam suatu barisan.

Contoh:

Suatu fungsi $f : N \rightarrow R$ yang didefinisikan $f(n) = 2n + 2$, dengan N himpunan asli dan R himpunan bilangan riil, tentukan barisannya!

Jawab:

Sesuai dengan definisi di atas, untuk setiap anggota domain kita substitusikan ke persamaan, hasil pasangannya adalah (1,4), (2,6), (3,8), (4,10), (5,12) dan seterusnya atau disederhanakan barisan tersebut adalah 4, 6, 8, 10, 12,

Ada dua macam barisan yaitu barisan berhingga dan barisan tak berhingga

1. Barisan berhingga

Barisan berhingga didefinisikan sebagai fungsi domain himpunan $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, sehingga terdapat suku pertama dan suku terakhir pada barisan (Kaufman, 1992:538).

Suatu fungsi $f : N \rightarrow R$ yang didefinisikan $f(n) = 4n - 2, n \leq 5$ adalah contoh barisan berhingga. Sesuai dengan definisi barisan, maka barisannya adalah 2, 6, 10, 14, 18. Jadi barisan ini adalah barisan berhingga karena terdapat $U_1 = 2$ dan $U_5 = 18$.

2. Barisan tak berhingga

Barisan tak hingga didefinisikan sebagai fungsi dengan domain himpunan bilangan bulat positif $\{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$, sehingga merupakan barisan yang tidak memuat suku terakhir dalam barisan (Kaufman, 1992:538).

Suatu fungsi $f : N \rightarrow R$ yang didefinisikan $f(n) = 5n + 2, n \geq 5$. Sesuai dengan definisi barisan, maka barisannya adalah 12, 17, 22, barisan ini merupakan barisan tak hingga karena tidak memuat suku terakhir.

2.2 Barisan dan Deret Aritmetika

2.2.1. Barisan Aritmetika

Barisan aritmetika adalah barisan yang memiliki selisih (beda) yang nilainya tetap diantara dua suku-suku yang berturut-turut (Kaufman, 1982: 461).

Misalkan beda disimbolkan dengan b maka

$$b = U_2 - U_1$$

$$= U_3 - U_2$$

$$= U_4 - U_3$$

$$\vdots$$

$$=U_n - U_{n-1}.$$

Teorema 2.1 : Pada barisan aritmetika dengan beda b , $U_n = U_1 + (n-1)b$, untuk setiap n bilangan bulat positif (Kaufman, 1972:462).

Bukti: Nilai suku pertama adalah a dan pembedanya adalah b .

Sehingga $U_1 = a$

$$U_2 = a + b = a + (2-1)b$$

$$U_3 = a + 2b = a + (3-1)b$$

$$U_4 = a + 3b = a + (4-1)b$$

$$\vdots$$

$$U_n = U_1 + (n-1)b$$

Jadi $U_n = U_1 + (n-1)b$ terbukti.

2.2.2. Deret Aritmetika

Deret aritmetika adalah jumlah dari sebuah barisan aritmetika (wantara, 1982:465).

Misalkan $\{U_n\}$ adalah barisan aritmetika dengan beda b dan $\{s_n\}$ adalah barisan yang dibangun oleh $\{U_n\}$ dengan menggunakan operasi jumlah dari suku-sukunya, maka:

$$S_1 = U_1 = a_1$$

$$S_2 = U_1 + U_2 = a_1 + (a_1 + b) = 2a_1 + b$$

$$S_3 = U_1 + U_2 + U_3 = 2a_1 + b + (a_1 + 2b) = 3a_1 + 3b$$

$$S_4 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 3a_1 + 3b + (a_1 + 3b) = 4a_1 + 6b$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$$

$$= a_1 + (a_1 + b) + (a_1 + 2b) + (a_1 + 3b) + \dots + (a_1 + (n-1)b)$$

Teorema 2.2 : Jika S_n merupakan jumlah suku ke- n dari deret aritmetika dengan

$$S_n = a_1 + (a_1 + b) + (a_1 + 2b) + (a_1 + 3b) + \dots + (a_1 + (n-1)b) \quad \text{maka}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)b) \quad (\text{Kaufman, 1982: 466}).$$

Bukti:

Bukti dengan induksi matematik

Untuk $n = 1$ maka $S_1 = \frac{1}{2}(2a_1 + (1-1)b) = a_1$, jadi untuk $n = 2$ teorema di atas benar.

Untuk $n = k$, teorema di atas berlaku,

$$\text{maka } S_k = a_1 + (a_1 + b) + \dots + (a_1 + (k-1)b) = \frac{k}{2}(2a_1 + (k-1)b). \text{ Dan untuk}$$

$n = k + 1$, maka rumus di atas menjadi benar.

Jika kedua rumus ditambahkan dengan $(a_1 + kb)$, sehingga menjadi

$$S_{k+1} = a_1 + (a_1 + b) + \dots + (a_1 + (k-1)b) + (a_1 + kb)$$

$$= \frac{k}{2}(2a_1 + (k-1)b + a_1 + kb)$$

$$\frac{k}{2}(2a_1 + (k-1)b + a_1 + kb) = \frac{2a_1k + k^2b - kb + 2a_1 + 2kb}{2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2a_1k + 2a_1 + k^2b + kb}{2} \\
&= \frac{2a_1(k+1) + kb(k+1)}{2} \\
&= \frac{(k+1)}{2} (2a_1 + (k+1-1)b)
\end{aligned}$$

maka teorema di atas benar untuk $n = k + 1$.

Jadi dari induksi matematik, teorema di atas terbukti kebenarannya.

2.3 Barisan dan Deret Geometri

2.3.1 Barisan Geometri

Barisan geometri adalah barisan dengan ukuran bilangan yang disusun sedemikian sehingga perbandingan antara dua suku yang berurutan atau rasio merupakan bilangan konstanta, yang dilambangkan dengan r sehingga dapat dilambangkan dengan $\left(\frac{U_n}{U_{n-1}} = r \right)$ (Wantara, 1998: 19).

Teorema 2.3: Pada barisan geometri dengan rasio r , berlaku $U_n = U_1 \cdot r^{n-1}$ untuk setiap n bilangan bulat positif (Kaufman, 1992:550).

Bukti : Misalkan $\{U_n\}$ adalah barisan geometri dengan rasio r , sehingga suku-suku dalam barisan tersebut adalah:

$$U_1 = a_1$$

$$U_2 = a_1 r$$

$$U_3 = a_2 r = (a_1 r) \cdot r = ar^2$$

$$U_4 = a_3 r = (a_1 r \cdot r) \cdot r = ar^3$$

Dari pola di atas dapat diperoleh sebuah bentuk bahwa

$$U_n = U_{n-1} \cdot r = (a \cdot r^{n-2}) = ar^{n-1}.$$

Jadi teorema tersebut terbukti bahwa $U_n = U_1 \cdot r^{n-1}$.

2.3.2 Deret Geometri

Deret geometri adalah deret yang dibentuk dari suku-suku barisan geometri (Wantara, 1998:20)

Teorema 2.4: Jika barisan geometri $a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}$ maka deretnya

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}, \text{ sehingga } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1.$$

Bukti: Misalkan $\{U_n\}$ adalah barisan geometri dengan rasio r dan $\{S_n\}$ adalah barisan yang dibangun oleh $\{U_n\}$ dengan operasi jumlah dari suku-sukunya.

$$\text{Maka: } S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_1 r$$

$$S_3 = a_1 + a_1 r + a_1 r^2$$

$$S_n = a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + \dots + a_1 r^{n-1}$$

Untuk menentukan rumus jumlah dari deret geometri, dimulai dengan menentukan S_n dan rS_n yaitu:

$$S_n = a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + \dots + a_1 r^{n-1} = \sum_{k=1}^n a_1 r^{k-1} \dots \dots \dots (1)$$

$$rS_n = a_1 r + a_1 r^2 + a_1 r^3 + \dots + a_1 r^n = r \sum_{k=1}^n a_1 r^{k-1} \dots \dots \dots (2)$$

Dengan mengurangkan persamaan (1) terhadap persamaan (2), diperoleh

$$rS_n - S_n = a_1 r^n - a_1$$

$$(r-1)S_n = a_1(r^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{(r-1)}, r > 1$$

$$\text{atau } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{(1-r)}, r < 1.$$

Jadi teorema di atas terbukti untuk setiap n bilangan bulat positif.

2.4 Tingkat Bunga

2.4.1 Bunga Sederhana/ Bunga Tunggal

Menurut Takashi Futami (1993), bunga sederhana atau bunga tunggal adalah bunga yang hanya berdasarkan pada perbandingan pokok dan jangka investasinya. Misalkan besar pokok P , tingkat bunga tunggal i , jangka investasinya n tahun, maka besarnya bunga tunggal adalah:

$$I = Pni. \quad (2.1)$$

2.4.2 Bunga Majemuk

Bunga majemuk didefinisikan oleh Takashi Futami adalah suatu perhitungan bunga dimana besar pokok jangka investasi selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya ditambah dengan bunga yang diperoleh. Misalkan

besar pokok P , tingkat bunga tunggal i , jangka investasinya n tahun, maka total pokok beserta bunga S adalah

$$S = P(1+i)^n. \quad (2.2)$$

Dalam bunga majemuk didefinisikan suatu fungsi v yaitu:

$$v = \frac{1}{1+i}, \quad (2.3)$$

v adalah nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 yang dilakukan satu tahun kemudian,

dan fungsi diskon d adalah sebagai berikut

$$d = 1 - v = \frac{1+i-1}{1+i} = \frac{i}{1+i}, \quad (2.4)$$

d adalah besar bunga yang hilang jika pembayaran dilakukan satu tahun lebih cepat.

2.4.3 Bunga Efektif

Tingkat bunga efektif selalu dinyatakan dengan satuan waktu. Selanjutnya periode konversi merupakan interval waktu dimana bunga dihitung. Tingkat bunga dikatakan efektif jika periode konversi dan satuan waktunya identik, sehingga bunga pada kasus ini dihitung setiap akhir periode satuan waktunya (Gerber Hans U., 1997:1).

2.4.4 Bunga Nominal

Menurut Hans U. Gerber (1997), bunga nominal adalah tingkat suku bunga yang apabila bunganya dihitung sebanyak n kali dalam setahun, maka tingkat suku bunganya adalah tingkat suku bunga pertahun dibagi dengan frekuensi, n , perhitungan bunga pertahun. Bunga nominal dinyatakan sebagai

$$i^{(n)} = \frac{i}{n} \quad (2.5)$$

Secara akumulasi hubungan antara tingkat suku bunga nominal dan efektif adalah sebagai berikut

$$\left(1 + \frac{i^{(n)}}{n}\right)^n = 1 + i \quad (2.6)$$

$$1 + \frac{i^{(n)}}{n} = \left(1 + i\right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.7)$$

$$i^{(n)} = n \left(\left(1 + i\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right). \quad (2.8)$$

2.5 Anuitas

Takashi Futami (1993), mendefinisikan anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu, yang dilakukan setiap selang waktu dan lama tertentu, secara berkelanjutan. Anuitas pasti adalah anuitas yang pasti dilakukan selama dalam jangka pembayaran. Anuitas yang dibayarkan di awal jangka waktu pembayaran anuitas disebut anuitas awal, sedangkan di akhir jangka waktu

pembayaran disebut anuitas akhir. Anuitas hidup adalah suatu deretan pembayaran yang dilakukan setiap interval tertentu (misalkan bulanan, empat bulanan, tahunan) selama yang bersangkutan masih hidup. Deretan pembayaran ini dapat dilakukan secara berjangka, yaitu terbatas pada jangka waktu yang diberikan, atau dibayarkan seumur hidup (Bowers,dkk., 1997:133).

2.5.1 Anuitas dengan Pembayaran Satu Kali dalam Setahun

Misalkan anuitas awal sebesar 1 satuan mata uang dibayarkan selama n tahun dengan bunga tahunan i , nilai total anuitas n tahun kemudian disebut nilai akhir dinotasikan $\ddot{s}_{n|}$, yaitu (Futami T., 1993:8)

$$\begin{aligned}\ddot{s}_{n|} &= (1+i)^n + (1+i)^{n-1} + \dots + (1+i) \\ &= \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i} \\ &= \frac{(1+i)((1+i)^n - 1)}{i} \\ &= \frac{(1+i)^n - 1}{d},\end{aligned}\tag{2.9}$$

sedangkan nilai total dari anuitas akhir $s_{n|}$ adalah

$$\begin{aligned}s_{n|} &= (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + 1 \\ &= \frac{(1+i)^n - 1}{i}.\end{aligned}\tag{2.10}$$

2.5.2 Anuitas dengan Pembayaran k kali dalam Setahun

Misalkan pembayaran dilakukan k kali dalam setahun, dengan selang pembayaran setiap $1/k$ tahun, maka nilai total untuk anuitas awalnya adalah

$$\begin{aligned}
 \dot{S}_{n|}^k &= \frac{1}{k} \left((1+i)^n + (1+i)^{n-\frac{1}{k}} + \dots + (1+i)^{\frac{1}{k}} \right) \\
 &= \frac{1}{k} \left(\frac{(1+i)^{n+\frac{1}{k}} - (1+i)}{(1+i)^{1/k} - 1} \right) \\
 &= \frac{1}{k} \left(\frac{(1+i)^{\frac{1}{k}} ((1+i)^n - 1)}{i^k / k} \right) = \frac{(1+i)^{\frac{1}{k}} ((1+i)^n - 1)}{i^k} \\
 &= \frac{(1+i)^n - 1}{d^k}, \tag{2.11}
 \end{aligned}$$

sedangkan nilai total untuk anuitas akhirnya,

$$\begin{aligned}
 S_{n|}^k &= \frac{1}{k} \left((1+i)^{n-\frac{1}{k}} + (1+i)^{n-\frac{2}{k}} + \dots + 1 \right) \\
 &= \frac{1}{k} \left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{1/k} - 1} \right) \\
 &= \frac{1}{k} \left(\frac{(1+i)^n - 1}{(i)^k / k} \right) \\
 &= \frac{(1+i)^n - 1}{(i)^k}. \tag{2.12}
 \end{aligned}$$

(Futami T., 1993:9)

2.6 Nilai Uang

2.6.1. Nilai Uang dengan Bunga Tunggal

1. Nilai Akan Datang (Future Value)

Secara umum penentuan nilai akan datang adalah sebagai berikut. Misalkan jumlah uang (mula-mula (modal) yang akan dipinjamkan sebanyak P dengan bunga sebesar i setiap tahun, nilai uang akan datang atau biasanya ditulis dengan $\ddot{s}_n$ adalah

$$\ddot{s}_n = P + inP = P(1 + in)$$

atau $\ddot{s}_n = P + inP = P(1 + in)$ (2.13)

P : modal awal

i : suku bunga (%)

n : satuan waktu (tahun)

2. Nilai Sekarang (Present Value)

Persoalan di atas menghitung nilai akan datang, kadang-kadang yang dipersoalkan berapa harus kita sediakan uang (modal) sekarang, jika kita menginginkan sejumlah uang tertentu di waktu yang akan datang.

Menurut rumus (2.13) $\ddot{s}_n = P(1 + in)$ maka diperoleh

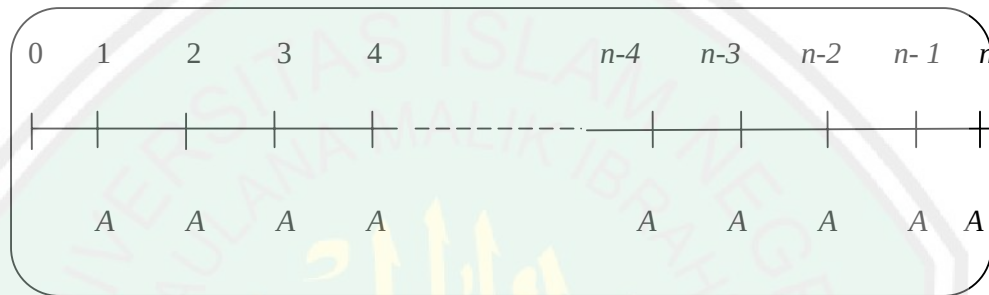
$$P = \frac{\ddot{s}_n}{1 + in} \quad (2.14)$$

Jadi nilai uang sekarang adalah P .

3. Nilai Uang Sekarang dan yang Akan Datang Berdasarkan Pembayaran Seri

Perhitungan nilai uang sekarang dan akan datang telah dijelaskan, kadang-kadang perhitungan ini dikaitkan dengan pembayaran seri dengan jumlah

pembayaran yang sama, andaikan pembayaran seri sebanyak A persatuan waktu saat pembayaran dianggap merupakan akhir periode sebelumnya atau awal periode sesudahnya adalah sama. Setiap akhir periode atau sebelum awal periode sesudahnya, bunga dihitung atas dasar setoran pertama, hal ini dapat dilihat pada gambar 2.1 (Nababan, 2004: 33).



Gambar 2.1: Perhitungan Pembayaran Seri dengan Jumlah Sama

$$\begin{aligned}
 \ddot{s}_{\overline{1}|} &= A \\
 \ddot{s}_{\overline{2}|} &= A + A(1+i) = 2A + iA = A(2+i) \\
 \ddot{s}_{\overline{3}|} &= A + A(1+i) + A(1+2i) = A(3+3i) \\
 &\vdots \\
 \ddot{s}_{\overline{n}|} &= A\{1 + 1 + i + 1 + 2i + 1 + 3i + \dots + 1 + (n-1)i\} \\
 &= nA + iA(1 + 2 + 3 + \dots + n-1) \\
 &= nA + iA \sum_{k=1}^{n-1} k \\
 &= nA + iA \left\{ \frac{1}{2} n(n-1) \right\} \\
 &= nA \left\{ 1 + \frac{i}{2} (n-1) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Berdasarkan $\ddot{s}_{\overline{n}|}$ pada persamaan (2.15) maka persamaan (2.14) dapat ditulis sebagai berikut:

$$P = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{1+in} = \frac{nA \left\{ 1 + \frac{i}{2}(n-1) \right\}}{1+in}$$

atau

$$P = \frac{nA}{1+in} \left\{ 1 + \frac{i}{2}(n-1) \right\}. \quad (2.16)$$

Jika nilai-nilai A sekarang dihitung, maka ekuivalensi

$$PA = \sum_{k=1}^n \frac{nA}{1+ik} = nA \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+ik}. \quad (2.17)$$

2.6.2 Nilai Uang dengan Bunga Majemuk

1. Nilai Akan Datang (Future Value)

Bunga majemuk bisa juga disebut bunga berbunga, artinya setiap akhir periode (tahun), bunganya langsung menjadi modal yang dibungakan lagi. Perhitungan ini lebih menguntungkan bagi pihak yang meminjamkan, tapi bagi pihak peminjam tidak menguntungkan. (M. Nababan, 2004 : 37)

Andaikan jumlah uang sekarang (modal) adalah P , kemudian dipinjamkan dengan bunga sebesar i (%) setiap tahun, maka nilai akan datang adalah sebagai berikut:

- akhir tahun pertama, jumlah nilai uang adalah $\ddot{s}_{\overline{1}|} = P(1+i)$

- akhir tahun kedua $\ddot{s}_{\overline{2}|} = \ddot{s}_{\overline{1}|} + i\ddot{s}_{\overline{1}|} = \ddot{s}_{\overline{1}|}(1+i)$

$$= P(1+i)(1+i) = P(1+i)^2$$

- akhir tahun ketiga $\ddot{s}_{\overline{3}|} = \ddot{s}_{\overline{2}|} + i\ddot{s}_{\overline{2}|} = \ddot{s}_{\overline{2}|}(1+i)$

$$= P(1+i)^2(1+i) = P(1+i)^3$$

$$\text{- pada akhir tahun ke-}n \text{ adalah } \ddot{s}_n = P(1+i)^n \quad (2.18)$$

yang merupakan nilai uang sesudah n tahun dengan bunga i dan modal awal P .

2. Nilai Sekarang (Present Value)

Jika kita menginginkan sejumlah uang pada masa yang akan datang menurut persamaan (2.18), $\ddot{s}_n = P(1+i)^n$, maka modal awal atau nilai sekarang adalah

$$P = \frac{\ddot{s}_n}{(1+i)^n} \quad (2.19)$$

3. Nilai Akan Datang Atas Pembayaran Seri

Jika pembayaran konstan sebanyak A per satuan waktu, maka nilai uang setelah akhir tahun ke- n adalah (Nababan, 2004: 38)

$$\begin{aligned} \ddot{s}_n &= A + A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^{n-1} \\ &= A\{1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}\} \\ &= A \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} \right\} \\ \ddot{s}_n &= A \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Jika pembayaran tidak konstan sebanyak A_k per satuan waktu, maka nilai uang setelah akhir tahun ke- n adalah

$$\begin{aligned} \ddot{s}_n &= A_1(1+i)^{n-1} + A_2(1+i)^{n-2} + \dots + A_n \\ &= \sum_{k=1}^n A_k(1+i)^{n-k} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Dalam hal ini $R_{k+1} = R_k (k = 1, 2, \dots, n)$

2.7 Nilai Sekarang dari Anuitas

Nilai sekarang dari anuitas hampir sama dengan nilai akan datang dari suatu anuitas, hanya saja pembayaran perperiodenya dihitung berdasarkan nilai sekarang. Jadi, nilai sekarang dari suatu anuitas adalah jumlah dari nilai-nilai sekarang dari setiap periode pembayaran atau penerimaan uang tertentu, nilai sekarang dari anuitas ini biasanya dilambangkan dengan $\ddot{a}_n$.

Misalkan anuitas dengan pembayaran 1 satuan mata uang dilakukan pada akhir setiap tahun selama n tahun. Nilai sekarang dari pembayaran pertama adalah $(1+i)^{-1}$, nilai sekarang dari pembayaran kedua adalah $(1+i)^{-2}$, nilai sekarang dari pembayaran ketiga adalah $(1+i)^{-3}$ dan seterusnya sampai pada pembayaran akhir tahun ke- n . Karena nilai sekarang dari suatu anuitas adalah jumlah dari nilai-nilai sekarang dari masing-masing pembayaran, maka rumusnya adalah, (Bintang Kalangi, Josep, 2006:167)

$$\ddot{a}_n = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-n} \quad (2.22)$$

Jika difaktorkan dengan $(1+i)^{-n}$, maka persamaan (2.22) akan menjadi,

$$\ddot{a}_n = (1+i)^{-n} [1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}] \quad (2.23)$$

dengan,

$$s_n = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} \quad (2.24)$$

Rumus (2.24) ini sama dengan rumus pada deret geometri di mana suku pertama adalah 1 dan setiap suku-suku berikutnya dikalikan dengan suatu konstanta r , sehingga rumus ini sama seperti,

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)} \text{ dimana } (r < 1) \quad (2.25)$$

Karena $a_1 = 1$ dan $r > 1$, maka rumus (2.25) deret geometri untuk n suku menjadi,

$$s_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{(r - 1)} \quad (2.26)$$

Substitusikan $(1+i)$ pada r , maka

$$s_n = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Dengan demikian, diperoleh persamaan untuk nilai sekarang

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = (1+i)^{-n} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] .$$

Sehingga persamaan untuk nilai sekarang di atas menjadi,

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] .$$

Jadi, jika A merupakan pembayaran per periode yang dibuat dalam rupiah, maka

nilai sekarang dari anuitas $\ddot{a}_{\overline{n}|}$, selama n periode pembayaran adalah,

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

dimana : $\ddot{a}_{\overline{n}|}$: nilai sekarang dari anuitas

A : jumlah pembayaran per periode

i : tingkat bunga tahunan

n : jumlah Periode Pembayaran.

2.8 Definisi Investasi

Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa datang. Istilah investasi bisa berkaitan dengan berbagai macam aktivitas. Menginvestasikan sejumlah dana pada aset riil (tanah, emas, mesin atau bangunan), maupun aset finansial (deposito, saham ataupun obligasi) merupakan aktivitas investasi yang umumnya dilakukan (Tandelilin Eduardus, 2001: 3).

Tujuan investasi adalah untuk meningkatkan kesejahteraan investor, kesejahteraan dalam hal ini adalah kesejahteraan moneter, yang bisa diukur dengan penjumlahan pendapatan saat ini ditambah nilai saat ini pendapatan masa datang. Sumber dana untuk investasi bisa berasal dari aset-aset yang dimiliki saat ini, pinjaman dari pihak lain, ataupun dari tabungan. Investor yang mengurangi konsumsinya saat ini akan mempunyai kemungkinan kelebihan dana untuk ditabung. Dana yang berasal dari tabungan tersebut, jika diinvestasikan akan memberikan harapan meningkatnya kemampuan konsumsi investor di masa datang, yang diperoleh dari meningkatnya kesejahteraan investor tersebut (Tandelilin Eduardus, 2001: 4).

Ada beberapa alasan mengapa seseorang melakukan investasi, antara lain:

- a. Untuk mendapatkan kehidupan yang lebih layak
- b. Mengurangi tekanan inflasi
- c. Dorongan untuk menghemat pajak

2.9 Tabungan dan Deposito

2.9.1 Tabungan

Secara umum dalam dunia perbankan, pengertian tabungan ialah: simpanan dari pihak ketiga kepada bank yang penarikannya hanya dapat dilakukan menurut syarat-syarat tertentu (Simorangkir O.P, 2004: 78).

Tabungan merupakan simpanan masyarakat yang biayanya masih dapat dikatakan murah. Tabungan yang menonjol pada bank mulanya hanya 2(dua) macam, yaitu Tabanas dan Taska. Akan tetapi, sejak paket 27 oktober 1988 (pakto 27), dimana pemerintah memberikan kebebasan kepada bank-bank untuk menciptakan tabungan, banyak bermunculan produk-produk tabungan baru disertai dengan rangsangan berupa undian berhadiah serta bunga yang menarik.

2.9.2 Deposito Berjangka

Deposito berjangka adalah simpanan dalam rupiah milik pihak ketiga yang penarikannya dilakukan setelah jangka waktu tertentu menurut perjanjian antara bank dengan si penyimpan (deposan) (Susilo Sri, dkk, 2000: 63).

Bila waktu yang ditentukan telah habis, deposan dapat melakukan tindakan berupa:

- a. Menarik deposito berjangka tersebut
- b. Memperpanjang dengan suatu periode yang diinginkan

Prosedur pembukaan deposito adalah sebagai berikut: (Susilo Sri, dkk, 2000: 63)

1. Pejabat bank memberikan penjelasan kepada calon deposan mengenai syarat-syarat jangka waktu, tingkat suku bunga yang akan diterima, cara pembayaran bunga deposito, dan lain-lain.

2. Bila calon deposan setuju dengan berbagai syarat-syarat yang telah ditentukan, maka kepadanya diberikan formulir yang harus diisi. Formulir ini disebut aplikasi pembukaan rekening deposito, diberikan oleh bagian deposito.
3. Setelah formulir tersebut diisi, maka kemudian dikembalikan kepada bagian deposito beserta Kartu Tanda Penduduk sebagai bukti pengenalan, untuk dicocokkan kebenarannya, sesuai dengan formulir yang diisi.
4. Setelah proses formulir diteliti diberikan nomor kode, jangka waktu deposito yang diinginkan, dan tingkat suku bunga.
5. Bagian deposito kemudian membuat nota penyetoran deposito yang diberikan kepada calon deposan untuk dilaksanakan pembayaran deposito kepada teller yang kemudian membukukannya.
6. Lembaran nota penyetoran dikembalikan kepada bagian deposito.
7. Bagian deposito menyiapkan 1 (satu) set bilyet deposito yang terdiri dari 3(tiga) lembar (rangkap) untuk diketik, lalu diperiksa kebenaran penetikannya.
8. Bila sudah dianggap benar, kemudian ditandatangani oleh kepala bagian deposito dan oleh pimpinan bank.

Pembayaran atau pembelian deposito dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

- a. Uang tunai,
- b. Cek atau bilyet giro atas bank lain,
- c. Cek atau bilyet giro atas bank sendiri.

Bunga deposito dibayarkan tiap bulan, dihitung dari saat tanggal penyimpanan. Dalam hal ini deposan menyerahkan bilyet deposito (asli) dan tanda pengenal. Setelah deposan menanda tangani kuitansi, dan telah menjalankan sesuai dengan prosedur maka bilyet deposito dikembalikan kepada deposan bersama pembayaran bunga uangnya.

2.10 Ekonomi Islam

Islam sebagai agama Allah, mengatur kehidupan manusia baik kehidupan dunia maupun akhirat. Perekonomian adalah bagian dari kehidupan manusia, maka tentulah hal ini ada dalam sumber yang mutlak yaitu Al-Qur'an dan As-Sunah, yang menjadi panduan dalam menjalani kehidupan. Kedudukan sumber yang mutlak ini menjadikan Islam sebagai suatu agama yang istimewa dibandingkan dengan agama lain sehingga dalam membahas perspektif ekonomi Islam segalanya bermuara pada akidah Islam berdasarkan Al-Qur'an al-Karim dan As-sunah Nabawiyah.

Ekonomi Islam secara mendasar berbeda dari sistem ekonomi yang lain dalam hal tujuan, bentuk dan coraknya. Sistem tersebut berusaha memecahkan masalah ekonomi manusia dengan cara menempuh jalan tengah antara pola yang ekstrem yaitu kapitalis dan komunis. Ada 3 asas filsafat ekonomi Islam, yaitu:

1. Semua yang ada di alam semesta ini adalah milik Allah SWT, manusia hanyalah khalifah yang memegang amanah dari Allah untuk menggunakan milik-Nya. Sehingga segala sesuatunya harus tunduk pada Allah sang pencipta dan pemilik. Firman Allah dalam Qs. An-Najm: 31

وَلِلَّهِ مَا فِي السَّمَوَاتِ وَمَا فِي الْأَرْضِ لِيَجْزِيَ الَّذِينَ أَسْتَوُوا بِمَا عَمِلُوا وَيَجْزِيَ الَّذِينَ أَحْسَنُوا بِالْحُسْنَى ﴿٦٠﴾

Artinya: Dan Hanya kepunyaan Allah-lah apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi supaya dia memberi balasan kepada orang-orang yang berbuat jahat terhadap apa yang Telah mereka kerjakan dan memberi balasan kepada orang-orang yang berbuat baik dengan pahala yang lebih baik (syurga).

2. untuk dapat melaksanakan tugasnya sebagai khalifah Allah, manusia wajib tolong-menolong dan saling membantu dalam melaksanakan kegiatan ekonomi yang bertujuan untuk beribadah kepada Allah SWT.

Ekonomi Islam juga memiliki nilai-nilai tertentu, yaitu:

1. Nilai dasar kepemilikan, menurut sistem ekonomi Islam:
 - a. Kepemilikan bukanlah penguasaan mutlak atas sumber-sumber ekonomi, tetapi setiap orang atau badan dituntut kemampuannya untuk memanfaatkan sumber-sumber ekonomi tersebut.
 - b. Lama kepemilikan manusia atas sesuatu benda terbatas pada lamanya manusia tersebut hidup di dunia.
 - c. Sumber daya yang menyangkut kepentingan umum atau yang menjadi hajat hidup orang banyak harus menjadi milik umum. Hal ini berdasarkan Hadist Nabi Muhammad yang diriwayatkan oleh Ahmad dan Abu Daud yang mengatakan: "Semua orang berserikat mengenai tiga hal, yaitu air (termasuk garam), rumput, dan api". Sumber alam ini dapat diiklaskan dengan minyak dan gas bumi, barang tambang dan kebutuhan pokok manusia lainnya (Huda, Nurul, 2008: 5).

2. Keseimbangan

Keseimbangan yang terwujud dalam kesederhanaan, hemat, dan menjauhi sikap pemborosan. Seperti yang terdapat dalam QS. Al-Furqan: 67

وَالَّذِينَ إِذَا أَنْفَقُوا لَمْ يُسْرِفُوا وَلَمْ يَقْتُرُوا وَكَانَ بَيْنَ ذَلِكَ قَوَامًا ﴿٦٧﴾

Artinya: Dan orang-orang yang apabila membelanjakan (harta), mereka tidak berlebihan, dan tidak (pula) kikir, dan adalah (pembelanjaan itu) di tengah-tengah antara yang demikian.

Selain itu, Firman Allah dalam QS. Ar-Rahman:9

وَأَقِيمُوا آلُوزْنَ بِالْقِسْطِ وَلَا تَحْسِرُوا الْمِيزَانَ ﴿٩﴾

Artinya: Dan Tegakkanlah timbangan itu dengan adil dan janganlah kamu mengurangi neraca itu.

3. Keadilan

Nilai keadilan sangat penting dalam ajaran Islam, terutama dalam kehidupan hukum sosial, politik dan ekonomi. Keadilan juga harus diwujudkan dalam mengalokasikan sejumlah hasil kegiatan ekonomi tertentu bagi orang yang tidak mampu memasuki pasar, melalui zakat, infak dan hibah.

Selain tiga nilai di atas, Islam memiliki nilai instrumental yang mempengaruhi tingkah laku ekonomi seorang muslim dan masyarakat pada umumnya. Adapun nilai instrumental tersebut adalah Zakat, Larangan Riba, Kerjasama Ekonomi, dan Jaminan Sosial. Jika nilai instrumental ini dilaksanakan, maka akan terwujud sistem ekonomi yang seimbang, menguntungkan dan mensejahterakan semua pihak.

Ada beberapa hal yang mendorong untuk mempelajari karakteristik ekonomi Islam:

1. Meluruskan kekeliruan pandangan yang menilai ekonomi kapitalis (memberikan penghargaan terhadap prinsip hak milik) dan sosialis

(memberikan penghargaan terhadap prinsip hak milik) dan sosialis (memberikan penghargaan terhadap persamaan dan keadilan) tidak bertentangan dengan metode ekonomi Islam.

2. Membantu para ekonomi muslim yang telah berkecimpung dalam teori ekonomi konvensional dalam memahami ekonomi Islam.
3. Membantu para peminat studi fikih muamalah dalam melakukan studi perbandingan antara ekonomi Islam dengan ekonomi konvensional. (Huda, Nurul, dkk, 2008:6)

Ada beberapa karakteristik ekonomi Islam sebagaimana disebutkan dalam *al-mawsu'ah al-ilmiyah wa al-amaliyah al-islamiyah* yang dapat diringkas sebagai berikut:

1. Karakteristik pertama ini terdiri dari dua bagian, yaitu:
 - a. Semua harta, baik benda maupun alat produksi adalah milik Allah, Firman Allah (QS: al-Baqarah/2: 284):

لِلّٰهِ مَا فِي السَّمٰوٰتِ وَمَا فِي الْاَرْضِ ۚ وَاِنْ تُبْدُوْا مَا فِىْ اَنْفُسِكُمْ اَوْ تَخْفَوْهُ
يُحَاسِبْكُمْ بِهٖ ۚ اَللّٰهُ ۙ فَیَغْفِرْ لِمَنْ یَّشَآءُ وَیُعَذِّبْ مَنْ یَّشَآءُ ۗ وَاللّٰهُ عَلٰی كُلِّ شَیْءٍ
قَدِیْرٌ

Artinya: Kepunyaan Allah-lah segala apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi. dan jika kamu melahirkan apa yang ada di dalam hatimu atau kamu menyembunyikan, niscaya Allah akan membuat perhitungan dengan kamu tentang perbuatanmu itu. Maka Allah mengampuni siapa yang dikehendaki-Nya dan menyiksa siapa yang dikehendaki-Nya; dan Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu.

Allah juga berfirman dalam QS. Al-Maidah/5:17:

لَقَدْ كَفَرَ الَّذِينَ قَالُوا إِنَّ اللَّهَ هُوَ الْمَسِيحُ ابْنُ مَرْيَمَ ۚ قُلْ فَمَنْ يَمْلِكُ مِنَ اللَّهِ شَيْئًا إِنْ أَرَادَ أَنْ يُهْلِكَ الْمَسِيحَ ابْنَ مَرْيَمَ وَأُمَّهُ ۚ وَفِي الْأَرْضِ جَمِيعًا وَلِلَّهِ مُلْكُ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ وَمَا بَيْنَهُمَا ۚ يَخْلُقُ مَا يَشَاءُ ۚ وَاللَّهُ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ ﴿١٧﴾

Artinya: Sesungguhnya Telah kafirlah orang-orang yang berkata: "Sesungguhnya Allah itu ialah Al masih putera Maryam". Katakanlah: "Maka siapakah (gerakan) yang dapat menghalang-halangi kehendak Allah, jika dia hendak membinasakan Al masih putera Maryam itu beserta ibunya dan seluruh orang-orang yang berada di bumi kesemuanya?". kepunyaan Allahlah kerajaan langit dan bumi dan apa yang ada diantara keduanya; dia menciptakan apa yang dikehendaki-Nya. dan Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu.

- b. Manusia adalah khalifah atas harta miliknya, diantara ayat yang menjelaskan fungsi manusia sebagai khalifah Allah atas harta adalah

Firman Allah dalam Qs. Al-Hadid/57:7

ءَامِنُوا بِاللَّهِ وَرَسُولِهِ ۚ وَأَنْفِقُوا مِمَّا جَعَلَكُمْ مُسْتَخْلَفِينَ فِيهِ ۚ فَالَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَأَنْفَقُوا لَهُمْ أَجْرٌ كَبِيرٌ ﴿٧﴾

Artinya: Berimanlah kamu kepada Allah dan rasul-Nya dan nafkahkanlah sebagian dari hartamu yang Allah Telah menjadikan kamu menguasainya. Maka orang-orang yang beriman di antara kamu dan menafkahkan (sebagian) dari hartanya memperoleh pahala yang besar.

2. Ekonomi terkait dengan akidah, syariah (hukum) dan moral

Hubungan ekonomi Islam dengan akidah Islam telah jelas, seperti pandangan Islam terhadap alam semesta yang disediakan untuk kepentingan manusia. Bisa dikatakan bahwa aktivitas ekonomi dalam Islam menjadi ibadah. Keseimbangan antara keruhanian dan kebendaan

Beberapa ahli Barat menyatakan bahwa Islam sbagai agama yang menjaga diri, tetapi toleran (membuka diri). Selain itu, para ahli tersebut menyatakan Islam adalah agama yang memilki unsur keagamaan (mementingkan segi akhirat) dan sekularitas (segi dunia).

3. Keadilan dan keseimbangan dalam melindungi kepentingan individu dan masyarakat

Arti keseimbangan dalam sistem sosial islam adalah tidak mengakui hak mutlak dan kebebasan mutlak, tetapi mempunyai batasan-batasan tertentu, termasuk dalam bidang hak milik. Hanya keadilan yang dapat melindungi keseimbangan antara batasan-batasan yang ditetapkan dalam sistem islam untuk kepemilikan individu dan umum.

4. Bimbingan Konsumsi

Allah berfirman dalam QS.al-A'raf/7:31

﴿يَبْنَىٰٓءَآدَمَ خُذُوْا زِيْنَتَكُمْ عِنْدَ كُلِّ مَسْجِدٍ وَكُلُوْا وَشَرِبُوْا وَلَا تُسْرِفُوْا ۚ اِنَّهٗ لَا يُحِبُّ الْمُسْرِفِيْنَ﴾

Artinya: Hai anak Adam, pakailah pakaianmu yang indah di setiap (memasuki) masjid, makan dan minumlah, dan janganlah berlebih-lebihan]. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang berlebih-lebihan

Selain itu, ada juga larangan suka kemewahan dan bersikap angkuh terhadap hukum karena kekayaan. Firman Allah dalam Q.S.al-Isra'/17:16:

وَإِذَا أَرَدْنَا أَنْ نُهْلِكَ قَرْيَةً أَمَرْنَا مُتْرَفِيْهَا فَفَسَفُوْا فِيْهَا فَحَقَّ عَلَيَّهَا الْقَوْلُ فَمَزَّجْنَا تَدْمِيْرًا

Artinya: Dan jika kami hendak membinasakan suatu negeri, Maka kami perintahkan kepada orang-orang yang hidup mewah di negeri itu

(supaya mentaati Allah) tetapi mereka melakukan kedurhakaan dalam negeri itu, Maka sudah sepantasnya berlaku terhadapnya perkataan (ketentuan kami), Kemudian kami hancurkan negeri itu sehancur-hancurnya.

5. Petunjuk investasi

Ada 5 kriteria yang sesuai dengan Islam untuk dijadikan pedoman dalam menilai proyek investasi, yaitu:

- a. Proyek yang baik menurut Islam
- b. Memberikan rezeki seluas mungkin kepada anggota masyarakat
- c. Memberantas kekafiran, memperbaiki pendapatan, dan kekayaan
- d. Memelihara dan menumbuh kembangkan harta
- e. Melindungi kepentingan anggota masyarakat

6. Zakat

Zakat adalah salah satu karakteristik ekonomi Islam mengenai harta yang tidak dimiliki dalam bentuk perokonomian lain, karena sistem perekonomian di luar islam tidak mengenal tuntutan Allah kepada pemilik harta agar menyisihkan sebagian harta tertentu sebagai pembersih jiwa dari sifat kikir, dengki dan dendam.

7. Larangan riba

Islam menekankan pentingnya memfungsikan uang pada bidangnya yang normal, yaitu fasilitas transaksi dan alat penilaian barang. Di antara faktor yang menyelewengkan uang dari bidangnya yang normal adalah bunga (riba) (Huda Nurul, dkk, 2008:10).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Barisan dan Deret Geometri pada Perhitungan Present Value Tabungan

3.1.1 Bunga Pertahun

Misalkan besar setoran tabungan pertahun tetap sebesar A yang dibayarkan setiap awal tahun, bunga tahunan i , maka nilai akhir pada tahun ke- n , $\ddot{s}_n$, untuk nasabah adalah sebagai berikut:

- Nilai akhir untuk tahun ke-1, $\ddot{s}_1 = A + Ai = A(1+i)$
- Nilai akhir untuk tahun ke-2, $\ddot{s}_2 = A + A(1+i) + [A + A(1+i)]i$

$$= [A + A(1+i)](1+i)$$

$$= A(1+i) + A(1+i)^2$$
- Nilai akhir untuk tahun ke-3,

$$\ddot{s}_3 = A + A(1+i) + A(1+i)^2 + [A + A(1+i) + A(1+i)^2]i$$

$$= [A + A(1+i) + A(1+i)^2](1+i)$$

$$= A(1+i) + A(1+i)^2 + A(1+i)^3$$

Dari data di atas diperoleh pola bahwa nilai akhir pada tahun ke- n adalah

$$\begin{aligned}\ddot{s}_n &= A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^n \\ &= A[(1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n]\end{aligned}$$

Akan ditunjukkan $\ddot{s}_{\overline{n}|} = A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^n$ benar untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

Untuk $n=1$, diperoleh

$$\ddot{s}_{\overline{1}|} = A + Ai = A(1+i) = A(1+i)^1$$

benar untuk $n=1$.

Asumsikan benar untuk $n=k$, artinya

$$\ddot{s}_{\overline{k}|} = A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^k$$

Akan ditunjukkan benar untuk $n=k+1$

$$\begin{aligned}\ddot{s}_{\overline{k+1}|} &= A + A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^k + [A + A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^k]i \\ &= (A + \ddot{s}_{\overline{k}|}) + (A + \ddot{s}_{\overline{k}|})i \\ &= (A + \ddot{s}_{\overline{k}|})(1+i) \\ &= A(1+i) + \ddot{s}_{\overline{k}|}(1+i) \\ &= A(1+i) + A(1+i)^2 + A(1+i)^3 + \dots + A(1+i)^{k+1}\end{aligned}$$

Jadi benar untuk $n=k+1$.

Sesuai prinsip induksi matematika, diperoleh

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^n.$$

Misal faktor bunga

$$z = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n$$

$$\text{Maka } (1+i)z = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n+1}$$

Diperoleh

$$(1+i)z - z = (1+i)^{n+1} - (1+i)$$

$$iz = (1+i)^{n+1} - (1+i)$$

$$z = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i}$$

maka nilai akhir dari anuitas awal di atas dapat disederhanakan menjadi

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = A[(1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n]$$

$$= Az$$

$$= A \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i}$$

Jadi

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = A \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i} \quad (3.1)$$

Sehingga besar setoran tiap awal tahun adalah

$$A = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{\left(\frac{(1+i)((1+i)^n - 1)}{i} \right)} \quad (3.2)$$

Misalkan suatu setoran tabungan dengan pembayaran A setiap tahun dalam periode n tahun, dengan suku bunga majemuk i pertahun. Maka present value dari setoran tabungan dengan menggunakan anuitas awal dapat dicari.

Dalam bunga majemuk didefinisikan suatu fungsi diskonto atau *discount factor*

$$(v) \text{ sebagai } v = \frac{1}{1+i}.$$

Perhitungan present value adalah perhitungan berdasarkan potongan bunga atau diskon. Didefinisikan suatu fungsi tingkat potongan bunga atau diskon (d) sebagai,

$$d = 1 - v = 1 - \frac{1}{1+i} = \frac{1+i}{1+i} - \frac{1}{1+i} = \frac{i}{1+i}.$$

Jika v adalah nilai sekarang untuk pembayaran sebesar 1 satuan mata uang yang akan dibayarkan pada 1 tahun kemudian, sedangkan pembayarannya dilakukan 1 tahun lebih cepat, maka besarnya bunga yang hilang adalah $d = 1 - v$.

Dengan menggunakan konsep barisan dan deret geometri, perhitungan present value (nilai sekarang) pada anuitas awal dapat dicari dengan cara sebagai berikut:

- Present value untuk angsuran tahun pertama $U_1 = A$
- Present value untuk angsuran tahun kedua $U_2 = A(1+i)^{-1}$
- Present value untuk angsuran tahun ketiga $U_3 = A(1+i)^{-2}$

Dari data di atas diperoleh pola bahwa present value untuk angsuran tahun ke- n adalah

$$U_n = A(1+i)^{-(n-1)}.$$

Akan ditunjukkan $U_n = A(1+i)^{-(n-1)}$ benar untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

Untuk $n=1$, diperoleh

$$U_1 = A = A(1+i)^0 = A(1+i)^{1-1} \quad \text{benar untuk } n=1.$$

Asumsikan benar untuk $n=k$, artinya

$$U_k = A = A(1+i)^{-(k-1)}$$

Akan ditunjukkan benar untuk $n = k + 1$.

$$\begin{aligned} U_{k+1} &= \frac{U_k}{(1+i)} = \frac{A(1+i)^{-(k-1)}}{(1+i)} \\ &= A(1+i)^{-k+1} \cdot (1+i)^{-1} \\ &= A(1+i)^{-k} \end{aligned}$$

Jadi benar untuk $n = k + 1$.

Sesuai prinsip induksi matematika, diperoleh

$$U_n = A(1+i)^{-(n-1)}.$$

Persamaan di atas membentuk barisan geometri

$$A, A(1+i)^{-1}, A(1+i)^{-2}, A(1+i)^{-3}, \dots, A(1+i)^{-(n-1)}.$$

dengan rasio, $r = \frac{U_2}{U_1} = (1+i)^{-1} = \frac{1}{(1+i)}.$

Present value dapat dicari dengan menggunakan deret geometri

$$A + A(1+i)^{-1} + A(1+i)^{-2} + A(1+i)^{-3} + \dots + A(1+i)^{-(n-1)}$$

atau ditulis

$$\begin{aligned} \ddot{a}_n &= A + A(1+i)^{-1} + A(1+i)^{-2} + \dots + A(1+i)^{-(n-1)} \\ &= A[1 + (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-(n-1)}]. \end{aligned}$$

Karena

$$v = \frac{1}{1+i} = (1+i)^{-1},$$

maka persamaan di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$\ddot{a}_n = A[1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1}]$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = A \frac{1-v^n}{1-v}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = A \frac{1-v^n}{d} .$$

Dari persamaan (3.2), persamaan untuk menghitung present value ditulis sebagai,

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{\left(\frac{(1+i)((1+i)^n - 1)}{i} \right)} \left(\frac{1-v^n}{d} \right). \quad (3.3)$$

3.1.2 Bunga Perbulan

Misalkan besar setoran tabungan pertahun tetap sebesar A yang dibayarkan setiap awal tahun, bunga tahunan i , maka nilai akhir pada tahun ke- n , $\ddot{s}_{\overline{n}|}$, untuk nasabah dengan perhitungan bunga perbulan adalah:

$$\begin{aligned} \ddot{s}_{\overline{n}|} &= A \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12n} + A \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n-1)} + \dots + A \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \\ &= A \left[\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12n} + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n-1)} + \dots + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right]. \end{aligned}$$

Dengan menyederhanakan faktor bunga:

$$\text{misalkan, } z = \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12n} + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n-1)} + \dots + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12}$$

$$\text{dan } z \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} = \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n+1)} + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12n} + \dots + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12}$$

kemudian dikurangkan menghasilkan:

$$\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n+1)} = z - z \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12}$$

$$= z \left(1 - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right)$$

$$z = \frac{\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n+1)}}{\left(1 - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right)}$$

atau

$$z = \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12n}}{\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{-12} - 1}.$$

Sehingga nilai akhir dari anuitas awal di atas dapat disederhanakan menjadi

$$\ddot{S}_n = A \frac{\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n+1)}}{\left(1 - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right)} \quad (3.4)$$

atau, besar setoran tiap awal tahun adalah

$$A = \frac{\ddot{S}_n}{\frac{\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n+1)}}{\left(1 - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \right)}} \quad (3.5)$$

Misalkan suatu setoran tabungan dengan pembayaran A setiap tahun dalam periode n tahun, dengan suku bunga majemuk i pertahun, bunga dibayarkan tiap bulan, maka present value dari setoran tabungan dengan menggunakan anuitas awal dapat dicari.

Dalam bunga majemuk yang dibayarkan perbulan, didefinisikan suatu fungsi

diskonto atau *discount factor* (v), yaitu:

$$v = \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}}.$$

Perhitungan present value (nilai sekarang) pada anuitas awal menggunakan konsep barisan dan deret geometri adalah:

- Present value untuk angsuran tahun pertama $U_1 = A$
- Present value untuk angsuran tahun kedua $U_2 = A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12}$
- Present value untuk angsuran tahun ketiga $U_3 = A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-2(12)}$

Dari data di atas diperoleh pola bahwa present value untuk angsuran tahun ke- n adalah

$$U_n = A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-(n-1)12}$$

Persamaan di atas membentuk suatu barisan geometri

$$A, A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12}, A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-2(12)}, A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-3(12)}, \dots, A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-(n-1)12}$$

dengan rasionya adalah

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12} = \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}}.$$

Present value dapat dicari dengan menggunakan deret geometri

$$A + A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12} + A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-2(12)} + A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-3(12)} + \dots + A\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-(n-1)12}$$

atau dapat ditulis

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = A \left[1 + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{-12} + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{-2(12)} + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{-3(12)} + \dots + \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{-(n-1)12} \right].$$

Dengan mensubstitusikan v kedalam persamaan di atas, maka diperoleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{n}|} &= A[1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1}] \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} &= A \frac{1 - v^n}{1 - v} \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} &= A \frac{1 - v^n}{d}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dengan memasukkan persamaan (3.5) ke persamaan (3.6), maka diperoleh:

$$A = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n+1)}} \cdot \frac{1}{\left(1 - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{-12} \right)}$$

Jadi persamaan present value pada tabungan dengan bunga dibayarkan perbulan adalah

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{\left(1 - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{-12} \right)}{\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} - \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12(n+1)}} \ddot{s}_{\overline{n}|} \left(\frac{1 - v^n}{d} \right). \quad (3.7)$$

3.2 Deret Geometri terhadap Perhitungan Present Value pada Deposito

3.2.1 Bunga Pertahun

Pada deposito setoran dilakukan satu kali di awal periode. Jadi present value pada deposito adalah nilai setoran awal, atau ditulis sebagai $\ddot{a} = P$. Misalkan

bunga tahunan i dan nilai akhir pada tahun ke- n $\ddot{s}_{\overline{n}|}$, maka nilai akhir untuk setiap periode dapat dicari dengan konsep barisan geometri sebagai berikut:

- Nilai akhir untuk tahun pertama, $\ddot{s}_{\overline{1}|} = P + Pi$

$$= P(1+i)$$
- Nilai akhir untuk tahun ke-2, $\ddot{s}_{\overline{2}|} = P(1+i) + P(1+i)i$

$$= P(1+i)(1+i)$$

$$= P(1+i)^2$$
- Nilai akhir untuk tahun ke-3, $\ddot{s}_{\overline{3}|} = P(1+i)^2 + P(1+i)^2 i$

$$= P(1+i)^2 (1+i)$$

$$= P(1+i)^3$$

Dari data di atas diperoleh pola bahwa nilai akhir pada tahun ke- n adalah

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = P(1+i)^n$$

Kebenaran rumus $\ddot{s}_{\overline{n}|} = P(1+i)^n$ perlu dibuktikan dengan menggunakan induksi matematik.

Untuk $n = 1$, maka

$$\ddot{s}_{\overline{1}|} = P + Pi = P(1+i)^1$$

Terbukti untuk $n = 1$ benar.

Asumsikan benar untuk $n = k$, artinya $\ddot{s}_{\overline{k}|} = P(1+i)^k$.

Akan ditunjukkan benar untuk $n = k + 1$

$$\begin{aligned}\ddot{s}_{\overline{k+1}|} &= A(1+i)^k + A(1+i)^k i \\ &= A(1+i)^k (1+i) \\ &= A(1+i)^{k+1}.\end{aligned}$$

Sesuai prinsip induksi matematika maka diperoleh

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = P(1+i)^n, \text{ untuk } n \text{ bilangan asli.}$$

Karena $\ddot{s}_{\overline{n}|} = P(1+i)^n$ membentuk barisan geometri maka rasionya dapat dicari sebagai berikut

$$r = \frac{\ddot{s}_{\overline{2}|}}{\ddot{s}_{\overline{1}|}} = \frac{P(1+i)}{P} = (1+i)$$

Dari $\ddot{s}_{\overline{n}|} = P(1+i)^n$, maka present value dapat dihitung,

$$P = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{(1+i)}$$

sehingga persamaan present value dari deposito dengan bunga dibayarkan pertahun adalah:

$$\ddot{a} = P = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{(1+i)^n}. \quad (3.8)$$

3.2.2 Bunga Perbulan

Misalkan bunga tahunan i dibayarkan tiap bulan dan nilai akhir pada tahun ke- n $\ddot{s}_n$, maka nilai akhir untuk setiap periode dapat dicari dengan konsep barisan geometri sebagai berikut:

- Nilai akhir untuk tahun pertama, $\ddot{s}_1 = P \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12}$
- Nilai akhir untuk tahun ke-2,

$$\ddot{s}_2 = \ddot{s}_1 + i(\ddot{s}_1) = \ddot{s}_1 \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} = P \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} = P \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{2(12)}$$
- Nilai akhir untuk tahun ke-3,

$$\ddot{s}_3 = \ddot{s}_2 + i(\ddot{s}_2) = \ddot{s}_2 \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} = P \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{2(12)} \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12} = P \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{3(12)}$$
- $\vdots$
- Nilai akhir untuk tahun ke- n , $\ddot{s}_n = P \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12n}$.

Dari penjabaran di atas diketahui rasio

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12},$$

jadi persamaan present value dari deposito dengan pembayaran bunga perbulan adalah:

$$\ddot{a} = P = \frac{\ddot{s}_n}{\left(1 + \frac{i}{12} \right)^{12n}}. \quad (3.9)$$

3.3 Contoh

Seorang nasabah bank berencana untuk mengumpulkan biaya kuliah anaknya yang sekarang masih berusia 3 tahun dengan cara menabung di bank. Dalam jangka waktu 15 tahun yang akan datang diharapkan biaya sudah terkumpul sebesar Rp30.000.000,-. Present value dapat dihitung sebagai berikut:

- Tabungan dengan bunga 4,5 % pertahun, bunga dibayarkan pertahun dan perbulan
- Deposito dengan bunga 6,75 % pertahun, bunga dibayarkan pertahun dan perbulan

perhitungan:

a. Present value pada tabungan

Diketahui: $i = 4,5\% = 0,045$

$n = 15$ tahun

Nilai akhir $(\ddot{s}_n) = 30.000.000$

- Bunga dibayar pertahun

Besar anuitas tiap awal tahun dapat dicari sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\ddot{s}_n}{\left(\frac{(1+i)((1+i)^n - 1)}{i} \right)} \\
 &= \frac{30.000.000}{\left(\frac{(1+0,045)((1+0,045)^{15} - 1)}{0,045} \right)} \\
 &= \frac{30.000.000}{\frac{(1,045)((1,045)^{15} - 1)}{0,045}}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{30.000.000}{1,045(1,935-1)}$$

$$0,045$$

$$= \frac{30.000.000}{1,045(0,935)}$$

$$0,045$$

$$= \frac{30.000.000}{0,977}$$

$$0,045$$

$$= 1.381.724,392$$

Jadi anuitas dengan bunga pertahun sebesar Rp 1.381.724,-.

Jika

$$v = \frac{1}{(1+i)}$$

$$= \frac{1}{(1+0,045)} = 0,956,$$

maka nilai present value tabungan dapat dicari dengan cara sebagai berikut:

$$\ddot{a}_n = \frac{\ddot{s}_n}{\left(\frac{(1+i)((1+i)^n - 1)}{i} \right)} \left(\frac{1-v^n}{d} \right)$$

$$= 1.381.724 \left(\frac{1-(0,956)^{15}}{1-0,956} \right)$$

$$= 1.381.724 \frac{0,491}{0,044}$$

$$= 1.381.724(11,15)$$

$$= \text{Rp } 15.418.783,-.$$

Jadi present value pada tabungan dengan pembayaran bunga pertahun adalah

Rp15.418.785,-.

- **Bunga dibayar perbulan**

$$\text{Faktor bunga, } \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} = \left(1 + \frac{0,045}{12}\right)^{12} = 1,046$$

Besar anuitas tiap awal tahun dapat dicari dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\ddot{S}_{\overline{n}|}}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} - \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(n+1)}} \\ &= \frac{30.000.000}{\left(1 - \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12}\right)} \\ &= \frac{30.000.000}{\left(\frac{(1,046)((1,046)^{15} - 1)}{0,046}\right)} \\ &= 1.369.648,33 \end{aligned}$$

Jadi anuitas dengan pembayaran bunga perbulan sebesar Rp 1.369.648,-.

$$\text{Dengan faktor diskon sebesar } v = \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}} = 0,956 \text{ ,}$$

maka *present value* dapat dihitung dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{n}|} &= A \frac{1 - v^n}{d} \\ &= 1369648(11,16) \\ &= 15285275,4 \\ &= \text{Rp}15.285.275,- \end{aligned}$$

Jadi present value pada tabungan dengan pembayaran bunga perbulan adalah

Rp15.285.275,- .

b. Present value pada deposito

Diketahui: $i = 6,75\% = 0,0675$

$n = 15$ tahun

Nilai akhir $(\ddot{s}_{\overline{n}|}) = 30.000.000$

- Bunga dibayar pertahun

$$\begin{aligned} A &= \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{(1+i)^n} \\ &= \frac{30.000.000}{(1+0,0675)^{15}} \\ &= \frac{30.000.000}{(1,0675)^{15}} \\ &= \frac{30.000.000}{2,663} \\ &= 11265490,05 \\ &= \text{Rp } 11.265.490,- \end{aligned}$$

Jadi present value pada deposito dengan pembayaran bunga pertahun adalah
Rp11.265.490,-

- Bunga dibayar perbulan

$$\text{Faktor bunga,} = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} = \left(1 + \frac{0,0675}{12}\right)^{12} = 1,069$$

Present value dihitung dengan rumus

$$\ddot{a} = A = \frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n}}.$$

$$= \frac{30000000}{(1,069)^{15}}$$

$$= 10930252,51$$

$$= \text{Rp}10.930.252,-$$

Jadi present value pada deposito dengan pembayaran bunga perbulan adalah Rp10.930.252,- .

3.5 Investasi Menurut Pandangan Islam

Investasi adalah merupakan bagian penting dalam perekonomian. Investasi adalah kegiatan usaha yang mengandung risiko karena berhadapan dengan unsur ketidakpastian. Dengan demikian, perolehan kembaliannya (*return*) tidak pasti dan tidak tetap. Investasi berbeda dengan membungakan uang, karena membungakan uang adalah kegiatan usaha yang kurang mengandung risiko karena perolehan kembaliannya berupa bunga yang relatif pasti dan tetap. Investasi dalam ekonomi Islam amat berbeda dengan investasi ekonomi non muslim, perbedaan ini terjadi terutama karena pengusaha Islam tidak menggunakan tingkat bunga dalam menghitung investasi. Dimana harta atau uang dinilai oleh Allah sebagai *qiyaman* yaitu sarana pokok kehidupan sesuai dengan Firman Allah yang artinya:

Dan janganlah kamu serahkan kepada orang-orang yang belum Sempurna akal nya , harta (mereka yang ada dalam kekuasaanmu) yang dijadikan Allah sebagai pokok kehidupan. berilah mereka belanja dan Pakaian (dari hasil harta itu) dan ucapkanlah kepada mereka kata-kata yang baik.

Sebagian kalangan islam beranggapan bahwa asuransi sama dengan menentang qadha dan qadar atau bertentangan dengan takdir. Padahal

sesungguhnya tidak demikian, karena pada dasarnya Islam mengakui bahwa kecelakaan, kemalangan dan kematian merupakan takdir Allah yang tidak dapat ditolak. Hanya saja kita sebagai manusia diperintahkan membuat perencanaan untuk menghadapi masa depan. Allah berfirman dalam surat al-Hasyr ayat 18:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا اتَّقُوا اللَّهَ وَلْتَنْظُرْ نَفْسٌ مَّا قَدَّمَتْ لِغَدٍ وَاتَّقُوا اللَّهَ إِنَّ اللَّهَ خَبِيرٌ بِمَا تَعْمَلُونَ ﴿١٨﴾

Artinya : *Hai orang-orang yang beriman, bertakwalah kepada Allah dan hendaklah setiap diri memperhatikan apa yang Telah diperbuatnya untuk hari esok (akhirat); dan bertakwalah kepada Allah, Sesungguhnya Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan.*

Dalam QS: Yusuf ayat 43-49, Allah menggambarkan contoh usaha manusia membentuk sistem proteksi menghadapi kemungkinan yang buruk di masa depan. Secara ringkas ayat ini bercerita tentang pertanyaan raja mesir tentang mimpinya kepada Nabi Yusuf. Raja mesir bermimpi melihat tujuh ekor sapi betina yang gemuk dimakan oleh tujuh ekor sapi yang kurus, dan dia juga melihat tujuh tangkai gandum yang hijau berbuah serta tujuh tangkai yang merah mengering tidak berbuah. Atas dasar tafsir mimpi itu, Nabi Yusuf menyarankan kepada Raja mesir agar mengoptimalkan budidaya pertaniannya selama tujuh tahun, lalu menyimpan sebagian hasilnya. Alasan menyimpannya karena tujuh tahun kemudian merupakan tahun-tahun yang sulit, yang akan menghabiskan apa yang disimpan selama tujuh tahun tersebut.

Sangat jelas dalam ayat ini manusia dianjurkan untuk berusaha menjaga kelangsungan kehidupan dengan memproteksi kemungkinan terjadinya kondisi yang buruk. Dari sini dapat disimpulkan bahwa berinvestasi tidak bertentangan

dengan takdir, bahkan Allah menganjurkan adanya upaya-upaya menuju kepada perencanaan masa depan. Oleh karena itu perlu sekali seseorang menghitung perkiraan modal awal (*present value*) yang paling ringan agar tidak terlalu memberatkan.

3.6 Akad-akad Investasi yang Disyari'atkan

3.6.1 Sistem Mudharabah (Bagi Hasil)

Mudharabah adalah menyerahkan modal uang kepada orang yang berniaga atau usaha yang lain sehingga ia mendapatkan prosentasi keuntungan. Bentuk usaha ini melibatkan dua pihak, pihak yang memiliki modal dan pihak yang menerima modal. Melalui usaha ini, keduanya saling melengkapi.

Para ulama' sepakat bahwa sistem penanaman modal ini dibolehkan. Dasar hukum dari sistem ini adalah ijma' ulama' yang membolehkannya. Praktik sistem mudharabah ini sudah dikenal sejak jaman sahabat sampai pada jaman sekarang yang sudah lebih tersistem seperti pada jasa perbankan dan jasa asuransi. (Karim, Adiwarman A: 192)

3.6.2 Murabahah (Usaha Fixed profit)

Menurut terminologi ilmu fikih arti *murabahah* adalah menjual dengan modal asli bersama tambahan keuntungan yang jelas. Murabahah merupakan salah satu bentuk dari jual beli pada umumnya. Sehingga hukumnya halal dengan syarat-syarat yang menjadikan jual-beli halal dan menjadi haram karena adanya unsur-unsur yang menjadikan jual beli haram. (Karim, Adiwarman A: 194)

Para Ulama' berdalil atas disyari'atkannya bisnis ini dengan hal-hal berikut:

1. Keumuman dalil yang menjelaskan dibolehkannya jual beli dalam skala umum.
2. Karena jual beli ini telah dilakukan oleh kaum muslimin di berbagai negeri dan setiap masa.
3. Karena orang yang tidak memiliki keterampilan berjual beli dapat bergantung kepada orang lain dan hatinya tetap merasa tenang.



BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Konsep barisan dan deret geometri dapat digunakan pada perhitungan *present value*. Yaitu dengan menggunakan rumus deret geometri $s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)}$ yang kemudian dikembangkan untuk mencari persamaan *present value*.

Present value (nilai tunai) tabungan untuk tahun ke- n dapat dicari atau dihitung dari besarnya setoran tabungan A dikalikan dengan faktor diskon dipangkatkan n atau bisa ditulis dengan $v^n = (1+i)^{-1(n)}$ untuk pembayaran bunga pertahun dan $v^n = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-12(n)}$ untuk pembayaran bunga perbulan. Pada konsep deret bisa dikatakan suku pertama dikalikan dengan rasio dipangkatkan n . Sehingga *present value* pada tahun ke- n adalah jumlah *present value* tahun pertama sampai tahun ke- n .

Besarnya *present value* pada deposito untuk tahun ke- n sama dengan modal awal A , yaitu nilai akhir dibagi dengan faktor bunga $(1+i)^n$ jika bunga dibayarkan pertahun atau dengan faktor bunga $\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(n)}$ jika bunga dibayarkan perbulan.

4.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya disarankan agar membahas analisis nilai tunai (*present value*) pada investasi syariah atau jenis investasi finansial yang lain misalnya pada saham.



DAFTAR PUSTAKA

- Bintang Kalangi, Josep. 2006. *Matematika Ekonomi & Bisnis*. Jakarta: Salemba Empat
- Cormentyana, Sitanggang dan Djati Kerami. 2003. *Kamus Matematika*. Jakarta: Balai Pustaka
- D.J. Foulis. 1986. *College Algebra With Application*. New York: Worth Publisher, inc
- Frensidy, Budi. 2007. *Matematika Keuangan*. Jakarta: Salemba Empat
- Halim , Abdul . 2004, *Analisis investasi*. Jakarta: Salemba Empat
- Huda, Nurul, dkk. 2008. *Ekonomi Makro Islam Pendekatan Teoritis*. Jakarta: Predana Media Group
- Karim, Adiwarman A. 2008. *Fikih Ekonomi Keuangan Islam*. Jakarta: Darul Haq.
- Kaufman. 1982. *Intermediate Algebra For College Student*. New York: PWS Publishers.
- Nababan. 2004. *Matematika Keuangan untuk Perguruan Tinggi*. Jakarta: PT. Grasindo
- Salim, Abbas. 2007. *Asuransi dan Manajemen Risiko*. Jakarta: Raja Grafindo Persada
- Simorangkir. 2004. *Pengantar Lembaga Keuangan Bank & Non Bank*. Bogor Selatan: Ghalia Indonesia
- Susilo, Sri, dkk. 2000. *Bank & Lembaga Keuangan Lain*. Jakarta: Salemba Empat
- Tandelilin, Eduardus. 2001. *Analisis investasi dan manajemen portofolio*. Yogyakarta: BPFE-yogyakarta
- Van Horne , James C. M. Wachowicz , alih bahasa oleh Sutojo , Heru. 1997. *Prinsip-prinsip manajemen keuangan*. Jakarta: Salemba Empat
- Wantara, A. 1995. *Matematika untuk Ekonomi dan Bisnis*. Yogyakarta: Universitas Atma Jaya