

**PENURUNAN MODEL *TRAFFIC FLOW* BERDASARKAN HUKUM-  
HUKUM KESETIMBANGAN**

**SKRIPSI**

**OLEH  
BINTI TSAMROTUL FITRIA  
NIM. 10610011**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2015**

**PENURUNAN MODEL *TRAFFIC FLOW* BERDASARKAN HUKUM-  
HUKUM KESETIMBANGAN**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh  
Binti Tsamrotul Fitria  
NIM. 10610011**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2015**

**PENURUNAN MODEL *TRAFFIC FLOW* BERDASARKAN HUKUM-  
HUKUM KESETIMBANGAN**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Binti Tsamrotul Fitria**  
**NIM. 10610011**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal 24 Desember 2014

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Mohammad Jamhuri, M.Si  
NIP. 19810502 200501 1 004

Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd  
NIP. 19630502 198703 1 005

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

**PENURUNAN MODEL *TRAFFIC FLOW* BERDASARKAN HUKUM-  
HUKUM KESETIMBANGAN**

**SKRIPSI**

**Oleh  
Binti Tsamrotul Fitria  
NIM. 10610011**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal 08 Januari 2015

Penguji Utama : Dr. UsmanPagalay, M.Si .....

Ketua Penguji : Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd .....

Sekretaris Penguji : Mohammad Jamhuri, M.Si .....

Anggota Penguji : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd .....

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Binti Tsamrotul Fitria

NIM : 10610011

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul : Penurunan Model *Traffic Flow* Berdasarkan Hukum-Hukum

Kesetimbangan

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 Januari 2015  
Yang membuat pernyataan,

Binti Tsamrotul Fitria  
NIM. 10610011

## MOTO

..... فَإِذَا عَزَمْتَ فَتَوَكَّلْ عَلَى اللَّهِ.....

“Apabila kamu telah membulatkan tekad, maka bertawakkallah  
kepada Allah  
(Q.S. ali-Imron: 159)

*“The key for happiness is when you thankful for the grace that God  
has given” (Anonym)*

“Kunci dari kebahagiaan adalah ketika anda bersyukur terhadap  
anugerah yang Tuhan berikan”

## PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan rasa syukur kepada Allah Swt. skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Almarhumah ibunda Aisyah tercinta, yang telah mengajarkan kemandirian serta ketangguhan pada penulis. Ayahanda Suparno yang telah membesarkan penulis dan memberikan dukungan penuh pada penulis untuk menyelesaikan kuliah. Kakak-kakak penulis M.Arifin, Mar'liah, Zulaikhah, Ida Lailatus Shofiyah yang membiayai, merawat, dan mendidik penulis. Serta keluarga angkat penulis, kakak dan adik, yang senantiasa menemani, mendoakan, serta menjadi tempat untuk berbagi.

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Swt. atas limpahan rahmat, hidayah dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains. Sholawat serta salam tetap tertuju pada Nabi Muhammad Saw. yang menuntun umat menuju cahaya ilmu yang bermanfaat.

Dalam penyelesaian skripsi ini tak lepas dari dukungan, arahan, bimbingan motivasi, serta doa dari banyak pihak. Oleh karena itu ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, yang banyak memberikan pengetahuan dan pengalaman yang berharga.
4. Mohammad Jamhuri, M.Si, dan Dr.H.Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing skripsi yang banyak memberikan arahan, pengetahuan, ilmu, dan bimbingan sehingga skripsi ini dapat diselesaikan.
5. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen wali yang telah memberikan motivasi dan bimbingan selama kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

6. Seluruh dosen dan pegawai Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan cahaya ilmu pengetahuan bagi penulis.
7. Ayahanda dan Ibunda tercinta, salam bakti untuk mereka berdua.
8. Keluarga kecil penulis di Malang, yang telah menganggap penulis sebagai adik atau kakak.
9. Sahabat-sahabat penulis, sahabat “5 milimeter” (Rista Umdah Masyrifah, Laila Fitriyah, Fatma Mufidah, dan Wahyudi), sahabat PKL (Siti Asiyah, Wildan Hakim dan Muchtar Latif), teman sebimbangan penulis Syifaul Amamah, Farida Maslucha, Chavidhoh N., M. Syukron, Siti Zuhriyah, M. Ghozali, Yulias Mita R., sahabat matematika 2010 Luluk Iana, Mayasaroh, Siti Muyassaroh, Jumrotun Nikmah, Rianti Mandasari, Nurul Janah, Afidah Karimatul L., Rofiatun Jamila, Thoufina, Fina Amalia, Mahmudah, dan Lailatul Mubarakah terima kasih atas kepedulian kalian.
10. Rekan dan rekanita di IPNU-IPPNU UIN Malang terkhusus tim hebat penulis.
11. Sahabat Quraniyah penulis Nurul Qomariah, Nur Hasanah, Queen Rizki Zaidah, Fuad Hasan, Nafisah dan Shofia.
12. “The Foreign Students” Johaira Samsodden (Filiphina), Patimat Omarova (Rusia), Su’ad Mohammed Ahmed (Somalia), Raisa Soemanjari (Madagaskar), Nureyah Bahem (Thailand), Hasmini Uma (Thailand), Whipada Sen Alamen (Thailand), dan Huriyah Umali (Thailand).
13. Dewi Masitoh dan Ajeng Nur Aldila yang telah membantu proses penelitian.

14. Chisma Dafik Fasawwa, Lukluin Nur Azizah, Hatma Ardana Reswari, dan Naila Rahma Assyifa kalian adik-adik penulis yang membanggakan.
15. Serta semua pihak yang membantu kelancaran penyelesaian skripsi ini, terima kasih atas doanya.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembaca untuk kehidupan dunia dan akhirat kelak.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Malang, Januari 2015

Penulis



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	
<b>HALAMAN PENGAJUAN</b>	
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>	
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	
<b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b>	
<b>HALAMAN MOTO</b>	
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	
<b>PERSEMBAHAN</b>	
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	viii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiv
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>ملخص</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
 <b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.2 Rumusan Masalah.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.3 Tujuan Penelitian .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.4 Manfaat Penelitian .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.5 Batasan Masalah .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.6 Metode Penelitian .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.7 Sistematika Penulisan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
 <b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	
2.1 Persamaan Kontinuitas .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.2 Persamaan Momentum .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.3 Variabel Makroskopis.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.3.1 Ukuran Interval.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.3.2 Kepadatan Kendaraan.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.3.3 Laju Alir Kendaraan (Fluks).....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.3.4 Kecepatan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.3.5 Hubungan antara Ketiga Variabel Makroskopis .....	<b>Error!</b>
<b>Bookmark not defined.</b>	
2.4 Model Transportasi dalam Kajian Islam.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>defined.</b>	

2.5 Disiplin dalam Pandangan Islam .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.5.1 Pengertian Disiplin .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.5.2 Jenis-jenis disiplin .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

### **BAB III PEMBAHASAN**

3.1 Penurunan Model <i>Traffic Flow</i> Berdasarkan Hukum Kesetimbangan....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.2 Hubungan Kepadatan dengan Kecepatan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.3 Penskalaan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.4 Solusi dan Simulasi .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.4.1 Model Linier dari Persamaan <i>Traffic Flow</i> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.4.2 Model Non Linier Persamaan <i>Traffic Flow</i> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.5 Kedisiplinan dalam Islam .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

### **BAB IV PENUTUP**

4.1 Kesimpulan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.2 Saran .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
-----------------------------	-------------------------------------

<b>LAMPIRAN-LAMPIRAN</b> .....	64
--------------------------------	----

<b>RIWAYAT HIDUP</b> .....	69
----------------------------	----

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Perbandingan Solusi Analitik dan Solusi Numerik .....	44
Tabel 3.2 Grafik Solusi Untuk Solusi Analitik dan Numerik .....	45



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Satuan Volume Fluida .....	8
Gambar 2.2 Ukuran Interval $S_1$ dan $S_2$ .....	18
Gambar 2.3 Ukuran Interval $S_3$ .....	19
Gambar 2.4 Grafik Densitas sama dengan Penskalaan $\rho = \frac{1}{d+L}$ .....	21
Gambar 3.1 Hubungan Kepadatan dengan Kecepatan .....	31
Gambar 3.2 Persamaan Garis Lurus .....	32
Gambar 3.3 Simulasi Kasus 1 .....	38
Gambar 3.4 Simulasi Kasus 1 dengan Waktu Berbeda .....	39
Gambar 3.5 Simulasi Kasus 2 .....	40
Gambar 3.6 Simulasi Kasus 2 dengan waktu Berbeda .....	41
Gambar 3.7 Transportasi Sistem Koordinat .....	42
Gambar 3.8 Simulasi Kasus 3 .....	47
Gambar 3.9 Simulasi Kasus 3 dengan Waktu Berbeda .....	48
Gambar 3.10 Fluktuasi Kasus 3 pada $x = 10$ .....	49
Gambar 3.11 Simulasi Kasus 4 .....	50
Gambar 3.12 Simulasi Kasus 4 dengan Waktu Berbeda .....	51
Gambar 3.13 Simulasi Kasus 5 .....	53
Gambar 3.14 Simulasi Kasus 5 dengan Waktu Berbeda .....	54
Gambar 3.15 Simulasi Kasus 6 .....	55
Gambar 3.16 Simulasi Kasus 6 dengan Waktu Berbeda .....	56

## ABSTRAK

Fitria, Binti Tsamrotul. 2015. **Penurunan Model *Traffic Flow* Berdasarkan Hukum-Hukum Kesetimbangan**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Mohammad Jamhuri, M.Si. (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

**Kata Kunci:** *traffic flow*, model makroskopis, hukum kesetimbangan, metode *Lax Wendroff*

Penelitian ini membahas tentang penurunan model makroskopis masalah *traffic flow* berdasarkan hukum-hukum kesetimbangan, yaitu hukum kesetimbangan massa dan hukum kesetimbangan momentum. Asumsi yang digunakan adalah bahwa sepanjang interval jalan tidak ditemukan persimpangan yang menyebabkan perubahan jumlah kendaraan. Langkah-langkah dalam penurunan model persamaan tersebut adalah: (1) menurunkan persamaan kontinuitas dan persamaan momentum sebagai persamaan pengatur, (2) menentukan variabel-variabel yang mempengaruhi *traffic flow* yaitu kepadatan, kecepatan dan fluks kendaraan, (3) menurunkan model berdasarkan hukum-hukum kesetimbangan tersebut.

Model yang dihasilkan dalam skripsi ini dikenal sebagai persamaan Transport, dimana persamaan tersebut menyatakan kepadatan kendaraan per satuan luas jalan yang dipengaruhi oleh kecepatan. Untuk kecepatan kendaraan yang konstan, maka model tersebut menjadi model linier. Sedangkan bila kecepatan kendaraan bergantung pada kepadatan kendaraan maka persamaan tersebut menjadi non linier. Bentuk non linier dari persamaan *traffic flow* ini dikenal sebagai persamaan Burger. Solusi dari model yang dihasilkan didapat dengan menggunakan metode *finite difference* skema FTBS untuk bentuk yang linier dan menggunakan metode *Lax Wendroff* skema FTCS untuk bentuk yang non linier.

## ABSTRACT

Fitria, Binti Tsamrotul. 2015. **Derivation of Traffic Flow Model Based On the Laws of Conservation.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisor: (I) Mohammad Jamhuri, M.Si.(II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

Keywords: traffic flow, macroscopic model, the Conservation law, Lax Wendroff method

This study discusses the derivation of macroscopic model of traffic flow problems based on the laws of Conservation, those are Conservation law of mass and Conservation law of momentum. The assumption used is that in the whole of intervals there is no junction which causes the number of vehicles to change. The steps in the derivation of the equation model are: 1. Deriving continuity equation and momentum equation as the regulator equation, 2. Determining variables which influence traffic flow, namely density, velocity and flux of vehicle, 3. Deriving model based on the laws of Conservation.

The resulting model in this thesis is known as the Transport equation, speed of vehicle where, the equation states the vehicle density per unit area which is affected by the speed road. For a constant vehicle speed, the model becomes linear. While, when the speed of the vehicle depends on the density of the vehicle, then the equation becomes non linear. Non linear form of the traffic flow equation is known as the Burger equation. The solution of the resulting model is obtained by using the method of finite difference implementing FTBS scheme for linear form and using the method of Lax Wendroff implementing FTCS scheme for non-linear form.

## ملخص

الفطرية, بنت ثمة. ٢٠١٥. اشتقا فنموذج *Traffic Flow* تحت قوانين التوازن. بحث جامي. قسم الرياضيات كلية العلوم والتكنولوجيا جامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١). محمد جمهوري الماجستير، (٢) الدكتور إمام سوجرو والحاج الماجستير.

الكلمات الرئيسية: *traffic flow*، نماذج العيانية، وقانون التوازن، طريقة *LaxWendroff*

هذه الدراسة تبحث عن اشتقاق النموذج العيانية من مسألة *Traffic Flow* تحت قوانين التوازن اي من قانون توازن الكتلة و الزخم. والافتراضات المستخدمة هي على طول فترات الطريق لا يجد التقاطع الذي يسبب تغيرات في عدد المركبات. والخطوات في استنتاج نموذج المعادلة هي: (١). اشتقاق معادلة الاستمرارية و الزخم كمعادلة منظم، (٢). تحديد المتغيرات التي تؤثر *Traffic Flow* من الكثافة والسرعة التدفق المركبة، (٣). اشتقاق النموذج تحت قوانين التوازن.

النموذج الذي يحتصل في هذه الدراسة معروف بمعادلة النقل التي تطالب على كثافة المركبة في وحدة المساحة من الطريق التي تتأثر على السرعة. و لتسريع السيارة الثابت فصار نموذجاً خطياً. بل إذا كان تتأثر على كثافة السيارات فصار نموذجاً غير خطياً. شكل غير الخطية من معادلة *Traffic Flow* معروف بمعادلة Burger. والحلول من النموذج المحسولة تستخدم طريقة *finite difference* لخطط FTBS لشكل الخطية و تستخدم طريقة *Lax Wendroff* لخطط FTCS لشكل غير الخطية.

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Arus lalu lintas kendaraan masih menjadi masalah yang cukup serius di berbagai negara, khususnya di kota-kota besar. Kepadatan kendaraan yang terus bertambah membuat kemacetan yang terjadi di kota besar semakin parah, terutama pada ruas jalan yang sempit, bercabang, ataupun jalan yang naik turun. Perencanaan dan desain pembangunan jalan sangat penting peranannya dalam pengaturan lalu lintas. Agar tercipta jalur lalu lintas yang teratur, lancar, dan bebas hambatan sehingga membuat nyaman bagi pengendara maupun penumpang lainnya.

Dalam hal ini Allah menegaskan untuk merencanakan sebelum mengerjakan sesuatu. Sesuai dengan firman Allah dalam surat al-Thariq ayat 16 yang berbunyi

﴿ ١٦ ﴾ وَأَكِيدُ كَيْدًا

*”dan akupun membuat rencana (pula) dengan sebenar-benarnya” (Q.S al-Thariq/86:16).*

Berdasarkan ayat tersebut secara tersirat Allah memerintahkan untuk merencanakan sesuatu sebelum membuatnya. Oleh karena itu secara sama untuk membangun ruas jalan dan tata letak kota harus ada perencanaan yang matang agar tercipta tatanan kehidupan yang nyaman bagi seluruh pengguna jalan. Untuk membangun jalan raya perlu memperhatikan luas jalan yang harus dibangun dan peletakan rambu-rambu lalu lintas dan *traffic light*. Untuk mengatur tata letak kota

tersebut perlu didukung oleh teori *traffic flow*. Nagel (1995:1) menjelaskan teori *traffic flow* adalah suatu teori yang membahas masalah transportasi yang menghubungkan antara tiga variabel fundamental yaitu kecepatan, kepadatan, dan *flow* kendaraan. Solusi dari hubungan tersebut, dengan kondisi awal dan kondisi batasnya dapat menjadi informasi yang berguna pada perencanaan dan optimalisasi masalah *traffic flow*.

Dalam al-Quran Allah telah menjelaskan bahwa untuk mengerjakan sesuatu hendaklah mengetahui ilmunya, seperti pada surat al-Isra' ayat 36 yang berbunyi

﴿ ۳۶ ﴾ وَلَا تَقْفُ مَا لَيْسَ لَكَ بِهِ عِلْمٌ إِنَّ السَّمْعَ وَالْبَصَرَ وَالْفُؤَادَ كُلُّ أُولَٰئِكَ كَانَ عَنْهُ مَسْئُولًا

“dan janganlah kamu mengikuti apa yang kamu tidak mempunyai pengetahuan tentangnya. Sesungguhnya pendengaran, penglihatan dan hati, semuanya itu akan diminta pertanggungjawabannya.”(Q.S al-Isra/17:36).

Begitu juga dengan masalah pembangunan jalan, pengaturan lalu lintas harus menggunakan kaidah dan aturan yang telah ditetapkan. Sehingga kajian *traffic flow* ini menjadi sangat diperlukan sebagai pendukung keberhasilan dalam pengaturan lalu lintas.

Lebih dari setengah abad yang lalu, para ahli Matematika dan teknik telah menggabungkan teori dinamika fluida dengan masalah transportasi. Dimulai pada tahun 1950-an ketika Lighthill dan Whitham mengenalkan *One-Dimensional Method* mengenai *traffic flow* yang menyatakan bahwa masalah transportasi dapat dipelajari dan dimodelkan dengan menggunakan metode dinamika fluida (Dazhi & Jinpeng, 2011:58).

Sejak saat itu pembahasan mengenai *traffic flow* menjadi topik yang menarik untuk diteliti sehingga banyak para ilmuwan mengembangkan teori

tersebut seperti Laval (2006), Daganzo (1995), Rascle (2000) yang mengembangkan model makroskopis dari *traffic flow* yang telah ditemukan oleh Lighthill dan Whitham (Whitham, 1974:15).

Model dari arus lalu lintas, terbagi menjadi mikroskopis dan makroskopis. Immers dan Logghe (2002:3) menjelaskan bahwa makroskopis adalah pendekatan yang mengamati kendaraan secara keseluruhan dan sangat bergantung pada kepadatan disuatu ruas jalan, sedangkan mikroskopis adalah pendekatan yang mengamati kendaraan secara terpisah, sehingga lebih menekankan pada jarak dan hubungan antar dua kendaraan yang saling berdekatan.

Pada penelitian yang dilakukan oleh Witham (Whitham, 1974) telah didapatkan suatu model dari *traffic flow* yang berasal dari hukum kekekalan massa yang didapat melalui integrasi numerik. Sehingga penulis tertarik untuk meneliti dan menurunkan model *traffic flow* yang sudah ada dengan menggunakan hukum-hukum kesetimbangan melalui persamaan diferensial serta mencari penyelesaian secara numeriknya dengan menggunakan metode *Lax Wendroff* dengan judul “*Penurunan Model Traffic Flow Berdasarkan Hukum-Hukum Kesetimbangan*”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana model *traffic flow* berdasarkan hukum-hukum kesetimbangan?
2. Bagaimana solusi numerik dari model tersebut?
3. Bagaimana kaitan antara model transportasi dengan kedisiplinan yang diajarkan pada al-Quran?

### 1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan yang ingin dicapai adalah:

1. Mengetahui model *traffic flow* berdasarkan hukum-hukum kesetimbangan untuk menganalisis kendaraan yang melintasi suatu daerah tertentu.
2. Mengetahui bentuk solusi numerik dari model yang didapatkan.
3. Mengetahui kaitan antara model transportasi dengan kedisiplinan yang diajarkan pada al-Quran.

### 1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Optimalisasi masalah *traffic*.
2. Upaya untuk mengurangi kemacetan di jalan raya.
3. Sebagai teori pendukung dalam perencanaan tata letak kota.

### 1.5 Batasan Masalah

Dalam penulisan skripsi ini difokuskan dengan beberapa batasan sebagai berikut:

1. Asumsi yang digunakan adalah kendaraan melewati jalan raya satu jalur, dan tidak mungkin mendahului kendaraan di depannya.
2. Pendekatan yang dipakai adalah pendekatan makroskopis, yaitu peneliti mengamati kendaraan secara keseluruhan.
3. Jalan raya lurus dan diasumsikan tidak ada persimpangan yang menyebabkan ada perubahan jumlah kendaraan di dalam interval jalan.

## 1.6 Metode Penelitian

Berdasarkan panduan Ristek (Riset Teknologi) tahun 2014 (Gunadi, 2013), maka jenis penelitian yang dilakukan dalam skripsi ini merupakan penelitian dasar atau *basic research*, karena dalam skripsi ini penulis berusaha mengembangkan sebuah model matematika untuk masalah aliran lalu lintas.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Menurunkan persamaan-persamaan yang berhubungan dengan hukum kekekalan, yaitu persamaan kontinuitas dan persamaan momentum.
2. Menentukan variabel-variabel yang mempengaruhi *traffic flow*, yaitu kecepatan, fluks kendaraan, dan kepadatan.
3. Menurunkan model persamaan yang berlaku pada masalah *traffic flow* berdasarkan hukum kekekalan massa dan hukum kekekalan momentum.
4. Melakukan penskalaan pada model.
5. Menyelesaikan persamaan untuk mendapatkan solusi beserta kondisi batasnya.
6. Menggambar grafik model dengan menggunakan data-data yang sudah didapatkan.
7. Melakukan simulasi dari model.
8. Memberikan interpretasi dari hasil simulasi yang telah dibuat.

Untuk menguji coba model, peneliti mengambil data dengan mengadakan observasi. Observasi ini dilakukan di jalan Gajayana Malang dan jalan Sumbersari Malang. Tepatnya berada di antara lampu merah perempatan ITN sampai lampu merah Dinoyo. Pengukuran dilakukan 2 kali. Pengukuran pertama dilakukan pada saat kondisi jalan padat ( $\rho_{max}$ ), yaitu pada pukul 15.30 WIB sampai 15.45 WIB.

Dari hasil perhitungan secara manual didapatkan volume kendaraan yang melewati titik A sebanyak 1049 kendaraan sedangkan yang melewati titik B sebanyak 999 kendaraan. Sedangkan pengukuran kedua dilakukan pada saat kondisi sepi bahkan mendekati  $\rho = 0$ , yaitu pukul 04.50 WIB sampai 05.05 WIB dan didapatkan jumlah kendaraan yang melewati interval sebesar 112 kendaraan per lima belas menitnya.

Selanjutnya untuk mengukur kecepatan, penelitian dilakukan dalam 2 waktu, yaitu:

a. Saat kondisi jalan macet dan padat.

Penelitian dilakukan pada pukul 16.00 WIB, dilakukan sebanyak 30 kali dan didapatkan kecepatan  $16.56 \text{ m/dt}$

$$v(\rho_{max}) = 16,56$$

b. Saat kondisi jalan dalam keadaan sepi.

Pengukuran dilakukan pada pukul 04.40 WIB. Pengukuran dilakukan 30 kali dan didapatkan kecepatan  $27,89 \text{ m/dt}$

$$v_{max} = 27,89$$

Sehingga kepadatan dapat dicari dengan membagi jumlah kendaraan dengan panjang interval jalannya.

$$\rho = \frac{1049}{1680} = 0,624$$

Sehingga kepadatannya sebesar 0,624. Sedangkan untuk  $\rho_{max}$  didapat dengan memaksimalkan massa jalan, atau dalam hal ini adalah jumlah kendaraan. Bila diasumsikan rata-rata panjang kendaraan adalah 1,5 m maka jumlah kendaraan yang dapat ditampung atau ( $n_{max}$ )

$$n_{max} = \frac{1680}{1,5}$$

$$n_{max} = 1120$$

Berdasarkan perhitungan manual maka didapatkan  $\rho_{max} = \frac{1120}{1680} = 0,67$ .

### 1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah para pembaca dalam memahami, maka penulis membagi tulisan ini menjadi empat bab yaitu:

#### Bab I Pendahuluan

Dalam bab ini dijelaskan latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, serta sistematika penulisan

#### Bab II Kajian Pustaka

Dalam bab ini dijelaskan teori yang mendasari dan mendukung penelitian yang meliputi persamaan kontinuitas, persamaan momentum, variabel makroskopis *traffic flow*, serta kajian Islam tentang konsep yang sesuai dengan pembahasan penelitian

#### Bab III Pembahasan

Dalam bab ini dijelaskan hasil-hasil dari penelitian yang meliputi penurunan model, penskalaan, penyelesaian analitik dan numerik dari model, simulasi, dan interpretasinya.

#### Bab IV Penutup

Dalam bab ini dikemukakan kesimpulan akhir dari penelitian ini serta saran-saran bagi penelitian selanjutnya.

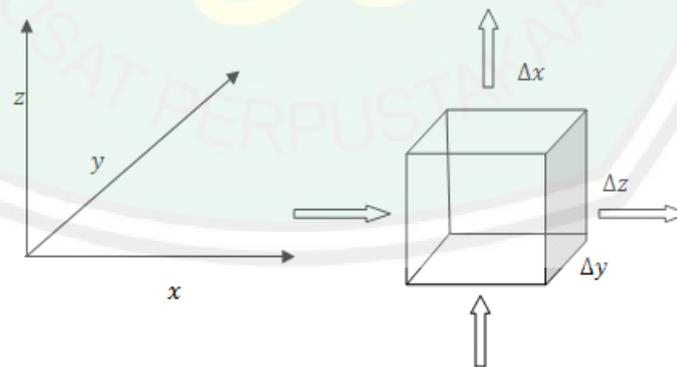
## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### 2.1 Persamaan Kontinuitas

Sebuah sistem didefinisikan sebagai kumpulan dari isi yang tidak berubah. Prinsip kekekalan massa berbunyi, laju perubahan massa terhadap waktu sama dengan nol. Olson (1993:108) mengatakan bahwa persamaan kontinuitas mensyaratkan bahwa massa fluida harus bersifat kekal, yakni tidak dapat diciptakan atau dimusnahkan.

Hukum kekekalan massa pada fluida digunakan untuk menurunkan persamaan kontinuitas. Karena massa harus kekal, sehingga disyaratkan bahwa fluida yang masuk dalam suatu volume  $\Delta x \Delta y \Delta z$  sama dengan fluida yang keluar, seperti pada gambar berikut



Gambar 2.1 Satuan Volume Fluida

Misal  $\rho$  merupakan notasi massa jenis atau kepadatan dari suatu fluida yang dipandang dalam satu arah, misalkan dalam  $x$ . Maka rata-rata massa yang masuk dalam elemen volume adalah massa jenis dengan kecepatan alirnya  $u$  dikalikan dengan luas yang dilaluinya dinyatakan sebagai  $\rho u|_x \Delta y \Delta z$  dan rata-rata massa yang keluar dan melewati sumbu  $x$  sejauh  $x + \Delta x$  adalah  $\rho u|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z$ . Bila vektor  $\bar{q} = (u, v, w)$ , dan untuk arah sumbu yang lain dikerjakan dengan cara yang sama, sehingga hukum kekekalan massa dapat ditulis

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z = & (\rho u|_x \Delta y \Delta z - \rho u|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z) + \\ & (\rho v|_y \Delta x \Delta z - \rho v|_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z) + \\ & (\rho w|_z \Delta x \Delta y - \rho w|_{z+\Delta z} \Delta x \Delta y) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Sehingga dengan memakai aturan distributif persamaan (2.1) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z = & (\rho u|_x - \rho u|_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z + \\ & (\rho v|_y - \rho v|_{y+\Delta y}) \Delta x \Delta z + \\ & (\rho w|_z - \rho w|_{z+\Delta z}) \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (2.2)$$

Selanjutnya bila kedua ruas dari persamaan (2.2) dibagi dengan  $\Delta x \Delta y \Delta z$ , maka akan didapat persamaan sebagai berikut

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{(\rho u|_x - \rho u|_{x+\Delta x})}{\Delta x} + \frac{(\rho v|_y - \rho v|_{y+\Delta y})}{\Delta y} + \frac{(\rho w|_z - \rho w|_{z+\Delta z})}{\Delta z}$$

Selanjutnya bila  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  dilimitkan menuju nol, maka

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\rho u|_x - \rho u|_{x+\Delta x})}{\Delta x} = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}$$

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{(\rho v|_y - \rho v|_{y+\Delta y})}{\Delta y} = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{(\rho w|_z - \rho w|_{z+\Delta z})}{\Delta z} = -\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}$$

Sehingga diperoleh

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \quad (2.3)$$

dengan mengasumsikan bahwa fluida tidak termampatkan, artinya volume aturnya tetap dan tidak berdeformasi atau perubahan massanya dapat diabaikan dalam syarat kekekalan massa. Sehingga kepadatan atau massa jenisnya akan konstan atau  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  (Frank, 1986:130). Sehingga persamaan (2.3) tereduksi menjadi

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

Karena  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

$$0 + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

maka

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.4)$$

Karena  $\bar{q} = (u, v, w)$  maka persamaan (2.4) dapat ditulis

$$\rho(\bar{q}) \left[ \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.5)$$

sedangkan untuk

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right] = \nabla$$

sehingga persamaan (2.5) di atas dapat ditulis

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho(\bar{q} \nabla)$$

Persamaan tersebut dikenal sebagai persamaan kontinuitas fluida berdasarkan hukum-hukum kesetimbangan.

## 2.2 Persamaan Momentum

Dalam mekanika fluida dijelaskan bahwa hukum ke-II Newton dinamakan kekekalan momentum linier atau asas momentum (Frank, 1986:135), yang berbunyi bahwa gaya total ( $F$ ) adalah perkalian antara massa dengan percepatan. Secara matematis dapat ditulis dalam persamaan

$$F = ma \quad (2.6)$$

Karena percepatan adalah turunan dari kecepatan maka persamaan (2.6) dapat ditulis menjadi

$$F = m \frac{dv}{dt} \quad (2.7)$$

Apabila persamaan (2.7) diintegrasikan terhadap  $dt$  maka menjadi

$$\int F dt = mv$$

Karena momentum adalah hasil perkalian antara massa dengan kecepatan, maka momentum yang dinotasikan dengan  $P$  dapat dirumuskan sebagai berikut

$$P = \int F dt = mv$$

Bila  $P$  diturunkan terhadap  $dt$  menjadi

$$F_{total} = \frac{d(mv)}{dt}$$

Untuk  $m = \rho V$ , dengan  $V$  adalah volume, maka persamaan momentumnya menjadi

$$P = (\rho V)v$$

Karena volume dari elemen fluida sebesar  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  maka

$$P = (\rho(\Delta x, \Delta y, \Delta z))v$$

Teorema momentum hanya berhubungan dengan gaya-gaya luar sesuai dengan hukum kedua Newton. Hasil-hasilnya dapat digunakan dalam berbagai situasi tanpa membutuhkan pengetahuan yang rinci tentang proses-proses internal di dalam fluida itu sendiri. Teorema momentum dapat diterapkan pada aliran-aliran, baik yang *steady* maupun yang *unsteady*, berdimensi satu, dua, atau tiga, mampat atau tidak mampat. Sebagaimana dalam partikel-partikel padat atau diskrit, fluida cenderung meneruskan keadaan diamnya atau gerak serempaknya kecuali bila diganggu oleh gaya-gaya dari luar. Jika kecepatan sekelompok partikel fluida ketika melintas permukaan sebuah volume kontrol berubah-ubah baik besar maupun arahnya, perubahan itu hanya dapat ditimbulkan oleh gaya-gaya netto yang berasal dari gaya-gaya luar. Gaya-gaya tersebut adalah:

1. Gaya-gaya yang normal akibat tekanan dan efek viskous
2. Gaya-gaya tangensial akibat geseran viskous
3. Gaya-gaya seperti gravitasi yang bekerja dalam medan arah gravitasi (Olson, 1993:126).

Dengan cara yang sama dengan penurunan persamaan kontinuitas maka dapat

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z = & (\rho u|_x - \rho u|_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z + \\ & (\rho v|_y - \rho v|_{y+\Delta y}) \Delta x \Delta z + \\ & (\rho w|_z - \rho w|_{z+\Delta z}) \Delta x \Delta y\end{aligned}$$

dengan

$$(u|_x - u|_{x+\Delta x}) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{kecepatan arah } x$$

$$(v|_y - v|_{y+\Delta y}) = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \text{kecepatan arah } y$$

$$(w|_z - w|_{z+\Delta z}) = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \text{kecepatan arah } z.$$

Berdasarkan definisi momentum, bahwa perubahan momentum adalah selisih antara momentum masuk dengan momentum keluar ditambah dengan gaya-gaya eksternal. Maka momentum pada arah  $x$  dapat ditulis dalam persamaan

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho u}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z = & (\rho u^2|_x - \rho u^2|_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z + \\ & (\rho uv|_y - \rho uv|_{y+\Delta y}) \Delta x \Delta z + \\ & (\rho uw|_z - \rho uw|_{z+\Delta z}) \Delta x \Delta y + \\ & (p|_x - p|_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z + \rho g_{(x)} \Delta y \Delta z\end{aligned} \quad (2.8)$$

dengan  $(p|_x - p|_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z$  adalah gaya tekan dan  $\rho g_{(x)} \Delta y \Delta z$  adalah gaya gravitasi. Selanjutnya jika persamaan (2.8) dibagi dengan  $\Delta x \Delta y \Delta z$  maka akan didapatkan persamaan

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho u}{\partial t} = & \frac{(\rho u^2|_x - \rho u^2|_{x+\Delta x})}{\Delta x} + \frac{(\rho uv|_y - \rho uv|_{y+\Delta y})}{\Delta y} + \frac{(\rho uw|_z - \rho uw|_{z+\Delta z})}{\Delta z} \\ & + \frac{(p|_x - p|_{x+\Delta x})}{\Delta x} + \frac{\rho g_{(x)}}{\Delta x}\end{aligned}$$

Selanjutnya bila  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  dilimitkan menuju nol, maka

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\rho u^2|_x - \rho u^2|_{x+\Delta x})}{\Delta x} = -\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x}$$

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{(\rho uv|_y - \rho uv|_{y+\Delta y})}{\Delta y} = -\frac{\partial(\rho uv)}{\partial y}$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{(\rho uw|_z - \rho uw|_{z+\Delta z})}{\Delta z} = -\frac{\partial(\rho uw)}{\partial z}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(p|_x - p|_{x+\Delta x})}{\Delta x} = -\frac{\partial(p)}{\partial x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\rho g(x)}{\Delta x} = \rho g(x)$$

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} &= -\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} - \frac{\partial(p)}{\partial x} + \rho g(x) \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} &= -\rho \left[ \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \right] - \frac{\partial(p)}{\partial x} + \rho g(x) \\ \rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \right] &= -\frac{\partial(p)}{\partial x} + \rho g(x) \end{aligned} \quad (2.9)$$

kemudian jika persamaan (2.9) dikalikan dengan  $\frac{1}{\rho}$  akan diperoleh

$$\left[ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p)}{\partial x} + g(x) \quad (2.10)$$

Dengan cara yang sama maka didapat momentum pada arah  $y$  dan  $z$  sebagai berikut

$$\left[ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p)}{\partial y} + g_{(y)} \quad (2.11)$$

$$\left[ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(vw)}{\partial y} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p)}{\partial z} + g_{(z)} \quad (2.12)$$

Karena  $\bar{q} = (u, v, w)$  maka

$$\left[ \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t}, \frac{\partial w}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial t} (u, v, w) = \frac{\partial q}{\partial t}$$

$$\left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho} \nabla p$$

Untuk gaya gravitasi, karena hanya berlaku pada arah z dan arah gravitasi selalu ke bawah maka

$$(g_{(x)}, g_{(y)}, g_{(z)}) = (0, 0, g) = g(0, 0, 1) = -g \nabla z$$

selanjutnya

$$(u, v, w) \left[ \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z} \right] = q \nabla q$$

Maka persamaan (2.10), (2.11), (2.12) bila digabungkan dan ditulis dalam vektor menjadi

$$\frac{\partial q}{\partial t} + q \nabla q = -\frac{1}{\rho} \nabla p + g \nabla z \quad (2.13)$$

karena  $u \times (v \times w) = (u \cdot w)v - (u \cdot v)w$  maka

$$q \times (\nabla \times q) = (q \cdot q) \nabla - (q \cdot \nabla) q = \left( \frac{1}{2} |q|^2 |\nabla \right) - (q \cdot \nabla) q$$

dan untuk aliran yang tak berotasi ( $q \times \nabla = 0$ ) maka persamaan (2.13) menjadi

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{2}|q^2|\nabla = -\frac{1}{\rho}\nabla p - g\nabla z \quad (2.14)$$

Dengan  $q = \nabla\varphi(x, y, z) = (\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z) = (u, v, w)$ , maka

$$|q^2| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

Maka persamaan (2.14) menjadi

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\nabla\varphi) + \frac{1}{2}|q^2|\nabla &= -\frac{1}{\rho}\nabla p - g\nabla z \\ \frac{\partial}{\partial t}(\nabla\varphi) + \frac{1}{2}|q^2|\nabla + \frac{1}{\rho}\nabla p + g\nabla z &= 0 \\ \nabla\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}|q^2| + \frac{1}{\rho}p + gz\right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dengan melakukan pengintegralan terhadap waktu  $t$  maka persamaan (2.15) menjadi

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}|q^2| + \frac{1}{\rho}p + gz\right) = f(t)$$

Persamaan tersebut dikenal sebagai persamaan Bernoulli (Maslucha, 2014:22).

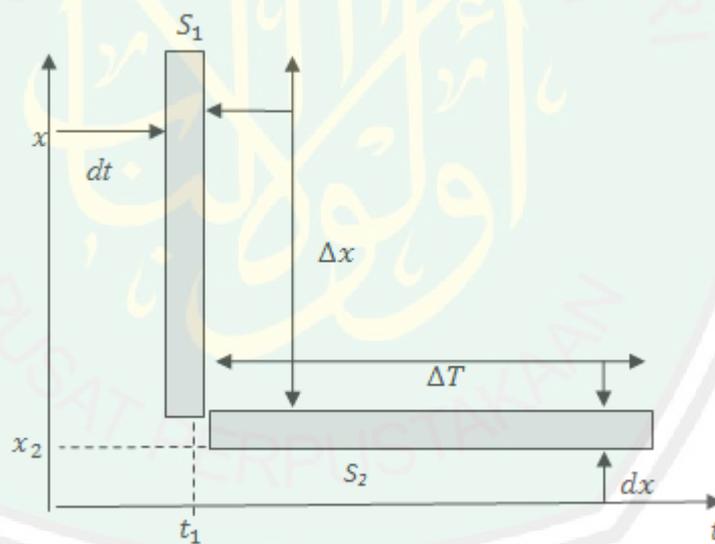
### 2.3 Variabel Makroskopis

Perkembangan jumlah kendaraan dapat dilihat dari semakin banyaknya kendaraan yang ada di jalan raya. Sedangkan luas jalan raya terbatas mengakibatkan kemacetan terjadi dimana-mana. Kemacetan tersebut ternyata menimbulkan berbagai macam dampak, yang paling utama adalah adanya polusi yang berlebihan.

Pada bagian ini akan dibahas mengenai beberapa variabel yang menyangkut kepadatan atau densitas, aliran dan kecepatan. Serta masing-masing variabel dapat ditentukan mengenai hubungan antara variabel yang satu dengan lainnya. Pada level makroskopis pengamatan dilakukan pada kendaraan secara keseluruhan, Immers dan Logghe (2002:3) menyatakan bahwa variabel-variabel makroskopis dari *traffic flow* adalah (1) ukuran interval, (2) kepadatan kendaraan, (3) laju alir kendaraan, dan (4) kecepatan.

### 2.3.1 Ukuran Interval

Ukuran interval  $S$  didefinisikan sebagai daerah yang terletak pada ruang  $t - x$  seperti yang dijelaskan pada gambar berikut



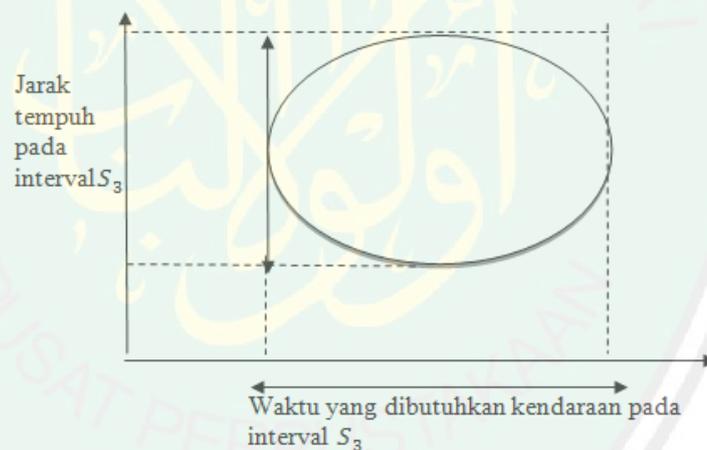
Gambar 2.2 Ukuran Interval  $S_1$  dan  $S_2$

$S_1$  merupakan daerah interval tertutup yang berbentuk segiempat ini mewakili ruas jalan sepanjang  $\Delta x$  dengan waktu sekecil-kecilnya yaitu  $dt$ . Dalam waktu yang hampir bersamaan pada lokasi  $\Delta x$  sebut dengan  $t_1$ . Diasumsikan

bahwa pada daerah ini terdapat  $n$  kendaraan yang melintas, dan misal disebut dengan indeks  $i$ .

$S_2$  merupakan daerah segiempat ini mewakili daerah dimana jarak yang sekecil-kecilnya dalam waktu yang berbeda. Sehingga dapat diasumsikan bahwa pada daerah  $x_2$  tersebut telah dilalui kendaraan sebanyak  $m$  kendaraan, dan disebut dengan indeks  $j$ . Melalui bantuan kamera atau induksi *loop* yang dipasang di suatu lokasi dapat digunakan untuk mendeteksi jumlah kendaraan yang melintas pada titik tersebut.

$S_3$  adalah ukuran interval yang berubah-ubah sesuai ruang dan waktu. Seperti yang dijelaskan melalui gambar berikut



Gambar 2.3 Ukuran Interval  $S_3$

### 2.3.2 Kepadatan Kendaraan

Kepadatan yang dinotasikan dengan ( $\rho$ ) menyatakan jumlah kendaraan per kilomaternya di jalan (Immers dan Logghe, 2002:4). Dalam interval satuan waktu tertentu, misalnya daerah  $S_1$ ,  $\rho$  dapat dicari dengan menghitung banyaknya kendaraan per partisi panjang jalan sebesar  $\Delta x$ , secara matematis dapat ditulis

$$\rho = \frac{n}{\Delta x} \quad (2.16)$$

dengan  $n$  merupakan jumlah kendaraan yang melintas sepanjang interval ruas jalan  $\Delta x$ . Karena  $\Delta x$  sama dengan jarak tempuh dari kendaraan maka persamaan (2.16) dapat ditulis

$$\rho = \frac{n}{\sum_{i=1}^n s_i} = \frac{1}{\bar{s}}$$

Bila  $\bar{s}$  merupakan jarak rata-rata yang ditempati kendaraan pada  $S_1$ , maka jarak rata-rata dapat dicari dengan

$$\bar{s} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i$$

Karena kepadatan  $\rho$  bergantung pada lokasi, waktu dan interval jarak, dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan interval waktu yang sangat kecil sebesar  $dt$  maka kepadatan pada persamaan (2.16) dapat dituliskan menjadi

$$\rho = \frac{ndt}{\Delta x dt} \quad (2.17)$$

Penyebut dari persamaan (2.17) sama dengan daerah interval  $S_1$ , karena perkalian antara  $dt$  dengan panjang  $\Delta x$  atau ruas jalan akan menghasilkan segiempat  $S_1$ , sedangkan pembilang dari persamaan (2.17) adalah interval waktu  $dt$  sebanyak  $n$  kendaraan, sehingga menjadi total waktu yang dibutuhkan semua kendaraan dalam ruas jalan tersebut. Sehingga persamaan (2.17) dapat disajikan menjadi

$$\rho = \frac{\text{total waktu}}{\text{Area } (S)} \quad (2.18)$$

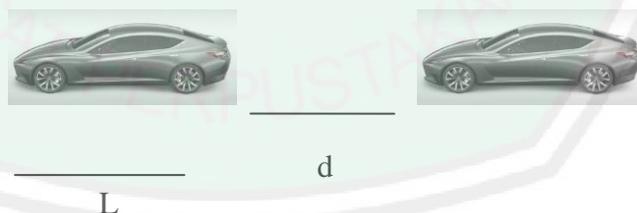
Berdasarkan persamaan (2.18) bila disubstitusikan ke interval  $S_2$ , dengan total waktu adalah total jarak tempuh per kecepatan dari kendaraan, sehingga menjadi

$$\rho = \frac{\sum_m \frac{dx}{v_j}}{\Delta t}$$

$$\rho = \frac{\sum_m \frac{1}{v_j}}{\Delta t}$$

Pada model yang lain, dapat pula digunakan dengan menggunakan pendekatan jumlah kendaraan dengan panjang antrian kendaraan satu dengan yang lainnya. Pada keadaan ini masing-masing kendaraan di jalan raya dipisahkan oleh jarak, karena tidak mungkin antara kendaraan yang satu dengan yang lainnya saling menempel. Misalnya panjang kendaraan ditulis sebagai  $L$ , sedangkan untuk *space* atau jarak antara kendaraan satu dengan yang lainnya dituliskan dengan  $d$ , maka dapat diperoleh mengenai densitas yaitu

$$\rho = \frac{1}{d + L}$$



Gambar 2.4 Grafik Densitas sama dengan Penskalaan  $\rho = \frac{1}{d+L}$

### 2.3.3 Laju Alir Kendaraan (Fluks)

Laju alir merupakan jumlah kendaraan yang melintas suatu ruas jalan pada interval waktu tertentu (Immers dan Logghe, 2002:6). Misalnya pada interval waktu  $\Delta T$  dan pada lokasi  $x_2$  maka laju alirnya dapat dicari dengan

$$q(x_2, t_2, S) = \frac{m}{\Delta T} \quad (2.19)$$

Indeks  $m$  merupakan jumlah kendaraan yang melintas pada lokasi  $x_2$ . Berdasarkan definisi yang ada di persamaan (2.19), maka laju alir terbatas pada interval waktu. Sehingga didapatkan definisi yang lebih umum dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan interval ruang yang sekecil-kecilnya  $dx$  di sekitar  $x_2$ . Sehingga persamaan (2.19) dapat ditulis menjadi

$$q(x_2, t_2, S) = \frac{m \cdot dx}{\Delta T dx} \quad (2.20)$$

Penyebut pada persamaan diatas adalah perkalian antara  $\Delta T$  dengan  $dx$  yang dalam gambar di atas sama dengan area atau daerah  $S$ . Sedangkan pembilang dari persamaan di atas merupakan total jarak  $dx$  sebanyak  $m$  kendaraan. Sehingga persamaan (2.20) dapat ditulis

$$q(x_2, t_2, S) = \frac{\text{total jarak kendaraan di } S_2}{\text{daerah } S}$$

#### 2.3.4 Kecepatan

Pada pergerakan kendaraan yang ada di jalan raya akan dapat diketahui mengenai perpindahan antara posisi yang satu dengan posisi yang lain. Jika posisi kendaraan diberikan dengan  $x(t)$ , maka kecepatannya akan diberikan dalam bentuk turunan pertamanya yaitu  $\frac{dx}{dt}$  dan percepatannya merupakan turunan keduanya yaitu  $\frac{d^2x}{dt^2}$  (Iswanto, 2012:226).

Kecepatan  $v$  adalah hasil bagi antara laju alir dengan kepadatan. Dengan kata lain, kecepatan adalah fungsi atas lokasi, waktu dan ukuran intervalnya (Immers dan Logghe, 2002). Secara matematis dapat dituliskan

$$v(x, t, S) = \frac{q(x_2, t_2, S)}{\rho(x, t, S)} = \frac{\text{total jarak kendaraan di } S_2}{\text{total waktu}}$$

### 2.3.5 Hubungan antara Ketiga Variabel Makroskopis

Untuk memberikan gambaran dari ketiga variabel akan diberikan beberapa kasus diantaranya adalah jika dipunyai pergerakan kendaraan dengan kecepatan konstan  $v$  dengan kepadatan ( $\rho$ ). Karena setiap kendaraan melaju dengan kecepatan yang sama, maka jarak antara masing-masing kendaraan akan menyisakan konstan. Sehingga kepadatan lalu lintas tidak berubah. Untuk mengukur aliran *traffic* pada saat  $t$  jam, digunakan rumus  $\text{jarak} = \text{kecepatan} \times \text{waktu}$ . Sehingga pada saat  $t$  jam setiap kendaraan akan menempuh jarak  $vt$ , sehingga jumlah kendaraan yang lewat dan diamati sebanyak  $t$  jam merupakan sejumlah kendaraan pada jarak  $vt$ .

Karena  $\rho$  adalah sejumlah kendaraan per kilometer dan jarak sebenarnya berupa  $vt$  kilometer, maka  $\rho vt$  adalah sejumlah kendaraan yang lewat dan teramati sepanjang  $t$  jam (Iswanto, 2012:230). Sehingga sejumlah kendaraan per jam yang disebut aliran lalu lintas  $q$  adalah

$$q = \rho v$$

Karena variabel lalu lintas bergantung pada jarak dan waktu, maka dapat ditulis

$$q(x, t) = \rho v$$

## 2.4 Model Transportasi dalam Kajian Islam

Manusia diciptakan sebagai makhluk yang paling sempurna, bukan tanpa tujuan, akan tetapi mendapat tugas dari Tuhannya yaitu Allah, baik tugas untuk kesejahteraan di dunia, maupun kesejahteraan di akhirat kelak. Banyak firman Allah yang menjelaskan tugas manusia di bumi, diantaranya adalah surat al Baqarah ayat 30:

وَأَذَقْنَا لِرَبِّكَ لَلْمَلَكَةِ إِنِّي جَاعِلٌ فِي الْأَرْضِ خَلِيفَةً...

*"dan Ingatlah ketika Tuhanmu berfirman kepada Para Malaikat: "Sesungguhnya Aku hendak menjadikan seorang khalifah di muka bumi" (Q.S al-Baqarah/1:30)*

Khalifah yang dimaksudkan pada ayat tersebut adalah Nabi Adam As. yang ditugaskan menjadi pemimpin di bumi sesuai dengan petunjuk Allah. Untuk dapat menjadi khalifah yang baik dimuka bumi, Allah telah mengutus para Nabi dan Rasul-Nya dan menurunkan kitab-kitab-Nya sebagai petunjuk bagi umat manusia. Keberhasilan manusia mengemban tugas menjadi khalifah yang baik berarti mendudukan manusia sebagai makhluk yang terbaik. Sebaliknya jika gagal menjadi pemimpin yang baik, maka manusia dapat menjadi lebih rendah derajatnya daripada binatang. Inilah yang membedakan manusia dengan makhluk lainnya (Wardhana, 2004:174).

Selain bertugas untuk menjadi khalifah, manusia diperintah Allah untuk selalu berfikir. Matematika umumnya bersifat abstrak, mengkaji masalah yang begitu luas dengan membuat model atau perumpamaan maka diharapkan dapat mempermudah mempelajari masalah dalam kehidupan. Sebagaimana firman Allah dalam surat al-Hasyr ayat 21:

... وَتِلْكَ الْأَمْثَلُ نَضْرِبُهَا لِلنَّاسِ لَعَلَّهُمْ يَتَفَكَّرُونَ ﴿٢١﴾

“..., dan perumpamaan-perumpamaan itu Kami buat untuk manusia supaya mereka berfikir” (Q.S al-Hasyr/59:21)

Dalam penelitian ini masalah yang dibahas adalah masalah transportasi dan ilmu pendukungnya yaitu *traffic flow*. Dalam al-Quran tidak ada yang menjelaskan langsung tentang transportasi, akan tetapi tersirat dalam kisah perjalanan Nabi Muhammad Saw. ketika peristiwa *Isra' Mi'raj* yang menaiki kendaraan *burok* dengan perjalanan dari Masjidil Haram menuju Masjid al-Aqsa kemudian baru diangkat menuju langit ketujuh. Selain pada peristiwa itu masalah transportasi juga tersirat dalam doa yang berada pada al-Quran surat al-Zukhruf ayat 13:

لَسْتُمْ عَلَىٰ ظُهُورِهِ ثُمَّ تَذْكُرُوا نِعْمَةَ رَبِّكُمْ إِذَا اسْتَوَيْتُمْ عَلَيْهِ وَتَقُولُوا سُبْحَانَ الَّذِي سَخَّرَ لَنَا هَذَا وَمَا كُنَّا لَهُ مُقْرِنِينَ ﴿١٣﴾

“Supaya kamu duduk di atas punggungnya kemudian kamu ingat nikmat Tuhanmu apabila kamu telah duduk di atasnya; dan supaya kamu mengucapkan: "Maha suci Tuhan yang telah menundukkan semua ini bagi Kami Padahal Kami sebelumnya tidak mampu menguasainya,” (Q.S. al-Zukhruf/43:13).

Berdasarkan ayat tersebut dapat diambil pelajaran etika dalam berkendara, yaitu harus membaca doa agar selamat sampai tujuan. Dalam kehidupan sehari-hari, berkendara pun juga terdapat aturan-aturan yang harus ditaati oleh pemakai kendaraan guna terciptanya kehidupan yang aman dan nyaman.

## **2.5 Disiplin dalam Pandangan Islam**

### **2.5.1 Pengertian Disiplin**

Disiplin diartikan sebagai kepatuhan untuk menghormati dan melaksanakan suatu sistem yang mengharuskan orang untuk tunduk pada keputusan atau perintah yang berlaku. Pengertian disiplin dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (1990) adalah ketaatan (kepatuhan) kepada peraturan tata tertib. Disiplin adalah melaksanakan apa yang telah disetujui bersama antara pimpinan dengan para pekerja baik persetujuan tertulis, lisan ataupun berupa peraturan-peraturan dan kebiasaan-kebiasaan.

Disiplin adalah kunci sukses, sebab dalam disiplin akan tumbuh sifat yang teguh dalam memegang prinsip, tekun dalam usaha maupun belajar, pantang mundur dalam kebenaran, dan rela berkorban untuk kepentingan agama dan jauh dari sifat putus asa. Perlu disadari bahwa betapa pentingnya disiplin dan betapa besar pengaruh kedisiplinan dalam kehidupan, baik dalam kehidupan pribadi, bermasyarakat, berbangsa maupun kehidupan bernegara.

### **2.5.2 Jenis-jenis disiplin**

#### **1. Disiplin dalam penggunaan waktu.**

Disiplin dalam waktu memang sulit dilakukan, butuh latihan dan pembiasaan. Akan tetapi bagi orang yang sudah terbiasa hidup disiplin, maka tepat waktu pun bukan menjadi masalah yang serius.

#### **2. Disiplin dalam beribadah.**

Menurut bahasa, ibadah berarti tunduk atau merendahkan diri. Pengertian yang lebih luas dalam ajaran Islam, ibadah berarti tunduk dan merendahkan diri hanya kepada Allah yang disertai dengan perasaan cinta kepada-Nya. Dari

pengertian tersebut dapat diketahui bahwa disiplin dalam beribadah itu mengandung dua hal yaitu:

- a. Berpegang teguh apa yang diajarkan Allah dan Rasul-Nya, baik berupa perintah atau larangan, maupun ajaran yang bersifat menghalalkan, menganjurkan, sunnah, makruh dan subhat.
- b. Sikap berpegang teguh yang berdasarkan cinta kepada Allah, bukan karena rasa takut atau terpaksa. Maksud cinta kepada Allah adalah senantiasa taat kepada-Nya. Sebagaimana Allah berfirman dalam Surat ali Imran ayat 31:

*Katakanlah: ‘Jika kamu (benar-benar) mencintai Allah, ikutilah aku, niscaya Allah mengasihi dan mengampuni dosa-dosamu. Allah Maha Pengampun lagi Maha Penyayang(Q.S.AliImran/3:31)*

3. Disiplin dalam bermasyarakat.

Agama Islam mengibaratkan anggota masyarakat itu bagaikan satu bangunan yang di dalamnya terdapat beberapa komponen yang satu sama lain mempunyai fungsi yang berbeda-beda, manakala salah satu komponen rusak atau binasa maka komponen lainnya akan memperkuatnya. Hadits Nabi Saw.menegaskan:

*“Seorang Mukmin dengan Mukminlainnya bagaikan bangunan yang sebagian dari mereka memperkuat bagian lainnya. Kemudian beliau menelusupkan jari-jari tangan sebelah lainnya”.* (H.R. Bukhori Muslim dan Turmudzi)

4. Disiplin dalam kehidupan berbangsa dan bernegara.

Negara adalah alat untuk memperjuangkan keinginan bersama berdasarkan kesepakatan yang dibuat oleh para anggota atau warga negara tersebut. Tanpa adanya masyarakat yang menjadi warganya, negara tidak akan terwujud. Oleh karena itu masyarakat merupakan prasyarat untuk berdirinya suatu negara. Tujuan dibentuknya suatu negara adalah seluruh keinginan dan cita-cita yang diidamkan

oleh warga masyarakat dapat diwujudkan dan dapat dilaksanakan. Rasulullah bersabda yang artinya:

*“Seorang muslim wajib mendengar dan taat, baik dalam hal yang disukainya maupun hal yang dibencinya, kecuali bila ia diperintah untuk mengerjakan maksiat. Apabila ia diperintah mengerjakan maksiat, maka tidak wajib untuk mendengar dan taat”*. (H.R. Bukhori Muslim)



## BAB III PEMBAHASAN

### 3.1 Penurunan Model *Traffic Flow* Berdasarkan Hukum Kesetimbangan

Pada subbab ini akan dijelaskan penurunan model *traffic flow* berdasarkan hukum-hukum kesetimbangan. Pada subbab 2.1 bahwa hukum kekekalan massa mensyaratkan bahwa perubahan massa per satuan waktu yaitu

$$\begin{aligned} & \text{perubahan massa terhadap waktu} \\ & = \text{massa yang masuk} - \text{massa yang keluar} \end{aligned}$$

Bila  $m$  menunjukkan jumlah kendaraan yang melintasi suatu ruas jalan,  $\rho$  menunjukkan kepadatan dan  $q$  adalah fluks kendaraan, dimana  $q|_x$  menunjukkan fluks kendaraan yang memasuki suatu ruas jalan sedangkan  $q|_{x+\Delta x}$  adalah fluks kendaraan yang keluar dari ruas jalan maka dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{\partial m}{\partial t} = q|_x - q|_{x+\Delta x} \quad (3.1)$$

Berdasarkan rumus dari massa jenis ( $\rho$ )

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Bila  $m$  merupakan massa dan  $V$  adalah volume, maka  $m = \rho V$

Oleh karena itu persamaan (3.1) dapat ditulis

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} = q|_x - q|_{x+\Delta x} \quad (3.2)$$

Karena objek pembahasannya adalah jalan raya dan hanya berdimensi satu, maka volume yang dimaksud adalah panjang interval jalan sebesar  $\Delta x$ . Sehingga persamaan (3.2) menjadi

$$\frac{\partial \rho \Delta x}{\partial t} = q|_x - q|_{x+\Delta x}$$

Dengan membagi kedua ruas dengan  $\Delta x$  maka

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{q|_x - q|_{x+\Delta x}}{\Delta x}$$

Bila  $\Delta x \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{q|_x - q|_{x+\Delta x}}{\Delta x} = -\frac{\partial q}{\partial x}$$

maka

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}$$

Karena  $q = \rho v$ , dimana  $v$  adalah kecepatan, maka

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial x}$$

atau

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

### 3.2 Hubungan Kepadatan dengan Kecepatan

Kecepatan kendaraan dipengaruhi oleh banyak faktor, salah satunya yaitu bergantung pada kepadatan. Bila kepadatan kendaraan sangat kecil, artinya jalan

dalam keadaan sepi, maka sopir atau pengendara dapat memaksimalkan kecepatan. Sebaliknya, bila kepadatan sangat tinggi maka kendaraan tentu tidak akan berjalan dengan kecepatan tinggi. Selain itu masalah cuaca, kondisi kendaraan, lebar jalan, serta kondisi sopir juga mempengaruhi kecepatan kendaraan. Oleh karena itu pada penelitian ini diasumsikan bahwa kepadatan adalah faktor yang paling mempengaruhi kecepatan. Sedangkan untuk faktor lain diabaikan. Sehingga untuk kecepatan  $v$  dapat ditulis

$$v = v(\rho)$$

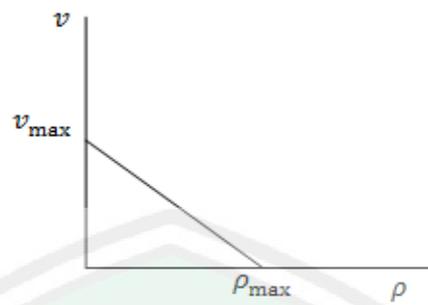
Jika tidak terdapat kendaraan lain atau tidak ada mobil lain yang melewati interval  $(a, b)$  artinya  $\rho = 0$  maka kendaraan akan berjalan dengan kecepatan maksimum, yaitu  $v_{max}$ , akan tetapi jika terdapat peningkatan kepadatan maka laju kecepatannya menjadi pelan, sehingga dapat ditulis

$$v(\rho) \leq 0$$

Sedangkan bila kepadatan kendaraan menjadi maksimum ( $\rho_{maks}$ ), maka kondisi jalan menjadi *bumper to bumper* dalam keadaan ini kendaraan tidak dapat berjalan atau berhenti. Bila dipaksakan maka kendaraan akan bertabrakan, karena sudah tidak ada ruang lagi untuk bergerak dan dapat ditulis

$$v(\rho_{maks}) = 0$$

Selanjutnya  $\rho_{maks} = \frac{1}{L}$  dengan  $L$  adalah panjang kendaraan. Oleh karena itu hubungan antara kepadatan dan kecepatan dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 3.1 Hubungan Kepadatan dengan Kecepatan

Berdasarkan Gambar 3.1 di atas didapatkan 2 buah titik yaitu  $(0, v_{maks})$  dan  $(\rho_{maks}, 0)$  sehingga bentuk persamaan garisnya dapat dituliskan

$$\frac{v - v_{maks}}{-v_{maks}} = \frac{\rho - \rho_{maks}}{\rho_{maks}}$$

$$v = \frac{-\rho v_{maks}}{\rho_{maks}} + v_{maks}$$

$$v = v_{maks} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{maks}} \right)$$

Ansgar Jungel (2002:2) menyatakan model kecepatan yang bergantung kepadatan dalam bentuk persamaan

$$v(\rho) = v_{maks} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{maks}} \right), \quad 0 \leq \rho \leq \rho_{maks} \quad (3.4)$$

Kemudian persamaan (3.4) disubstitusikan pada model *traffic flow* pada persamaan (3.3) menjadi

$$\begin{aligned} \rho_t + \left[ v_{maks} \rho \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{maks}} \right) \right]_x &= 0 \\ \rho_t + \left[ v_{maks} \rho - \frac{v_{maks}}{\rho_{maks}} \rho^2 \right]_x &= 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dengan mensubstitusikan data-data yang sudah didapatkan dapat ditentukan suatu persamaan garis lurus yang menggambarkan hubungan antar kecepatan dengan kepadatan lalu lintasnya.

Pada BAB 1 di atas didapatkan  $v_{max} = 27.8 \text{ m/dt}$  pada saat kepadatan mendekati 0, dan  $v \approx 0$  pada saat  $\rho_{max} = 0.67$ . Sehingga didapatkan 2 titik  $(0, v)$  dan  $(\rho, 0)$  yaitu  $(0, 27.89)$  dan  $(0.67, 0)$ .



Gambar 3.2 Persamaan Garis

Dengan mensubstitusikan data diatas ke persamaan (3.4) maka didapatkan

$$v(\rho) = v_{maks} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{maks}} \right)$$

$$v(\rho) = 27.89 \left( 1 - \frac{\rho}{0.67} \right)$$

### 3.3 Penskalaan

Skala adalah perbandingan ukuran pada model dengan ukuran sebenarnya. Baik mengubah keukuran yang lebih kecil, maupun ke ukuran yang lebih besar dengan tanpa menghilangkan karakteristiknya. Selanjutnya dikenalkan variabel lain dengan mengikuti penelitian sebelumnya (Jungel, 2002:3) yaitu  $\theta$  dan

$\tau$  dimana  $\theta$  menyatakan jarak dan  $\tau$  waktu, bila  $\frac{\theta}{\tau} = v_{\text{maks}}$  maka akan ada

$x_s = \frac{x}{\theta}$ ,  $t_s = \frac{t}{\tau}$  dan  $u = 1 - \frac{2\rho}{\rho_{\text{maks}}}$  sehingga

$$\rho_t = \frac{\partial \rho}{\partial t_s} \cdot \frac{\partial t_s}{\partial t}$$

karena  $u = 1 - \frac{2\rho}{\rho_{\text{maks}}}$  Maka  $\rho = \frac{\rho_{\text{maks}}}{2}(1 - u)$

sehingga

$$\rho_t = \left[ \frac{\rho_{\text{maks}}}{2}(1 - u) \right]_{t_s} \frac{1}{\tau}$$

$$\rho_t = \frac{1}{\tau} \left[ \frac{\rho_{\text{maks}}}{2}(1 - u) \right]_{t_s}$$

$$\rho_t = -\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\tau} u_{t_s} \quad (3.6)$$

sedangkan untuk

$$\rho_x = \frac{\partial \rho}{\partial x_s} \cdot \frac{\partial x_s}{\partial x}$$

$$\rho_x = \left[ \frac{\rho_{\text{maks}}}{2}(1 - u) \right]_{x_s} \frac{1}{\theta}$$

$$\rho_x = \frac{1}{\theta} \left[ \frac{\rho_{\text{maks}}}{2}(1 - u) \right]_{x_s}$$

$$\rho_x = -\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\theta} u_{x_s} \quad (3.7)$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan (3.6) dan (3.7) ke persamaan

(3.5) maka

$$\rho_t + \left[ v_{\text{maks}}\rho - \frac{v_{\text{maks}}}{\rho_{\text{maks}}}\rho^2 \right]_x = 0$$

$$\rho_t + v_{\text{maks}}\rho_x - \frac{v_{\text{maks}}}{\rho_{\text{maks}}}(2\rho\rho_x) = 0$$

$$-\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\tau} u_{t_s} + v_{\text{maks}} \left(-\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\theta} u_{x_s}\right) - \frac{v_{\text{maks}}}{\rho_{\text{maks}}} \left(2 \left(\frac{\rho_{\text{maks}}}{2} (1-u)\right) \left(-\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\theta} u_{x_s}\right)\right) = 0$$

$$-\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\tau} u_{t_s} + v_{\text{maks}} \left(-\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\theta} u_{x_s}\right) + v_{\text{maks}} \frac{\rho_{\text{maks}}}{2\theta} \left((1-u) u_{x_s}\right) = 0$$

Karena  $\frac{\theta}{\tau} = v_{\text{maks}}$  maka

$$-\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\tau} u_{t_s} - \frac{\theta}{\tau} \frac{\rho_{\text{maks}}}{2\theta} (u_{x_s} - u_{x_s} + u u_{x_s}) = 0$$

$$-\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\tau} u_{t_s} - \frac{\rho_{\text{maks}}}{2\tau} (u u_{x_s}) = 0$$

Bila kedua ruas dibagi dengan  $-\frac{\rho_{\text{maks}}}{2\tau}$  maka menjadi

$$u_{t_s} + u u_{x_s} = 0$$

Model tersebut dikenal sebagai model *traffic flow*. Selanjutnya  $t_s$  akan ditulis sebagai  $t$  dan  $x_s$  akan ditulis sebagai  $x$ . Sehingga modelnya menjadi

$$u_t + u u_x = 0 \quad (3.8)$$

### 3.4 Solusi dan Simulasi

#### 3.4.1 Model Linier dari Persamaan *Traffic Flow*

Pada persamaan (3.3) bila  $v(\rho)$  merupakan suatu konstanta maka persamaan tersebut menjadi persamaan Transport linier. Sehingga persamaan (3.3) dapat dituliskan

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (3.9)$$

dengan

$$\rho(0, t) = 3$$

$$\rho(1680, t) = 2$$

$$\rho(x, 0) = \frac{-x}{1680} + 3$$

Kondisi awal  $\rho$  diperoleh dengan mengasumsikan jarak  $x$  berada pada selang interval  $(0, 1680)$  yang akan didapatkan suatu persamaan garis lurus yang menghubungkan  $\rho$  di batas kiri dengan  $\rho$  di batas kanan. Melalui rumus persamaan garis lurus akan didapatkan

$$\frac{\rho - 3}{2 - 3} = \frac{x}{1680}$$

$$(\rho - 3) = \frac{x}{1680} (-1)$$

$$\rho = \frac{-x}{1680} + 3$$

Dengan menggunakan metode beda hingga skema FTBS (*forward time backward space*) yaitu aproksimasi dengan menggunakan skema beda maju untuk waktu dan skema beda mundur untuk ruang, maka akan diperoleh bentuk diskrit seperti berikut

$$\rho_t = \frac{\rho_j^{n+1} - \rho_j^n}{\Delta t}$$

$$\rho_x = \frac{\rho_j^n - \rho_{j-1}^n}{\Delta x}$$

sehingga persamaan (3.9) menjadi

$$\frac{\rho_j^{n+1} - \rho_j^n}{\Delta t} + v \frac{\rho_j^n - \rho_{j-1}^n}{\Delta x} = 0$$

$$\rho_j^{n+1} = \rho_j^n - v \frac{\Delta t}{\Delta x} [\rho_j^n - \rho_{j-1}^n] \quad (3.10)$$

Selanjutnya dengan menggunakan metode stabilitas *Von Neumann* atau lebih dikenal dengan stabilitas *Fourier* dapat ditentukan kestabilan dari model tersebut. Amamah (2014:21) mengatakan bahwa kestabilan dapat dicari dengan mensubstitusikan  $\rho_j^n = \omega^n e^{iaj}$  ke persamaan (3.10) yang mana indeks  $i$  menunjukkan posisi,  $n$  menunjukkan waktu  $j$  merupakan vektor sedangkan untuk semua  $a$  dalam interval  $[0, 2\pi]$ . Syarat kestabilannya adalah bila  $|\omega| \leq 1$ .

$$\begin{aligned}\rho_j^{n+1} &= \rho_j^n - v \frac{\Delta t}{\Delta x} [\rho_j^n - \rho_{j-1}^n] \\ \omega^{n+1} e^{iaj} &= \omega^n e^{iaj} - v \frac{\Delta t}{\Delta x} [\omega^n e^{iaj} - \omega^n e^{ia(j-1)}]\end{aligned}$$

Bila kedua ruas dibagi dengan  $\omega^n e^{iaj}$  maka menjadi

$$\omega = 1 - v \frac{\Delta t}{\Delta x} [1 - e^{-ia}]$$

Karena  $e^{-ia} = \cos a - i \sin a$  maka

$$\omega = 1 - v \frac{\Delta t}{\Delta x} [1 - (\cos a - i \sin a)]$$

$$\omega = 1 - v \frac{\Delta t}{\Delta x} + v \frac{\Delta t}{\Delta x} \cos a - v \frac{\Delta t}{\Delta x} i \sin a$$

Karena  $|\omega| \leq 1$  maka

$$|\omega| = \sqrt{\left(1 + v \frac{\Delta t}{\Delta x} (-1 + \cos a)\right)^2 + \left(-v \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin a\right)^2} \leq 1$$

Bila kedua ruas dikuadratkan maka

$$\left(1 + v \frac{\Delta t}{\Delta x} (-1 + \cos a)\right)^2 + \left(-v \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin a\right)^2 \leq 1$$

Misal  $v \frac{\Delta t}{\Delta x} = A$

$$(1 + A(-1 + \cos a))^2 + (-A \sin a)^2 \leq 1$$

$$1 + 2A(\cos a - 1) + A^2(\cos^2 a - 2 \cos a + 1) + A^2 \sin^2 a \leq 1$$

$$2A(\cos a - 1) + A^2(\cos^2 a - \sin^2 a) - 2A^2 \cos a + A^2 \leq 0$$

$$2A(\cos a - 1) + 2A^2 - 2A^2 \cos a \leq 0$$

$$2A(\cos a - 1) - 2A^2(\cos a - 1) \leq 0$$

$$(\cos a - 1)(2A - 2A^2) \leq 0$$

$$(\cos a - 1)(1 - A) \leq 0$$

Karena  $-1 \leq \cos a \leq 1$  maka  $-2 \leq \cos a - 1 \leq 0$

Sehingga ketaksamaan terakhir akan terpenuhi jika dan hanya jika

$$(1 - A) \geq 0$$

$$(-1 + A) \leq 0$$

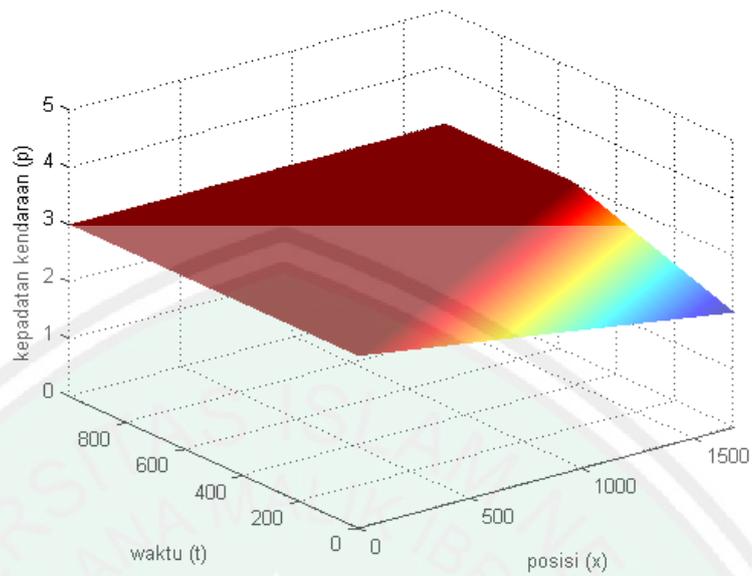
$$A \leq 1$$

Karena  $A = v \frac{\Delta t}{\Delta x}$  maka syarat kestabilan untuk metode FTBS ini adalah

$$0 \leq v \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

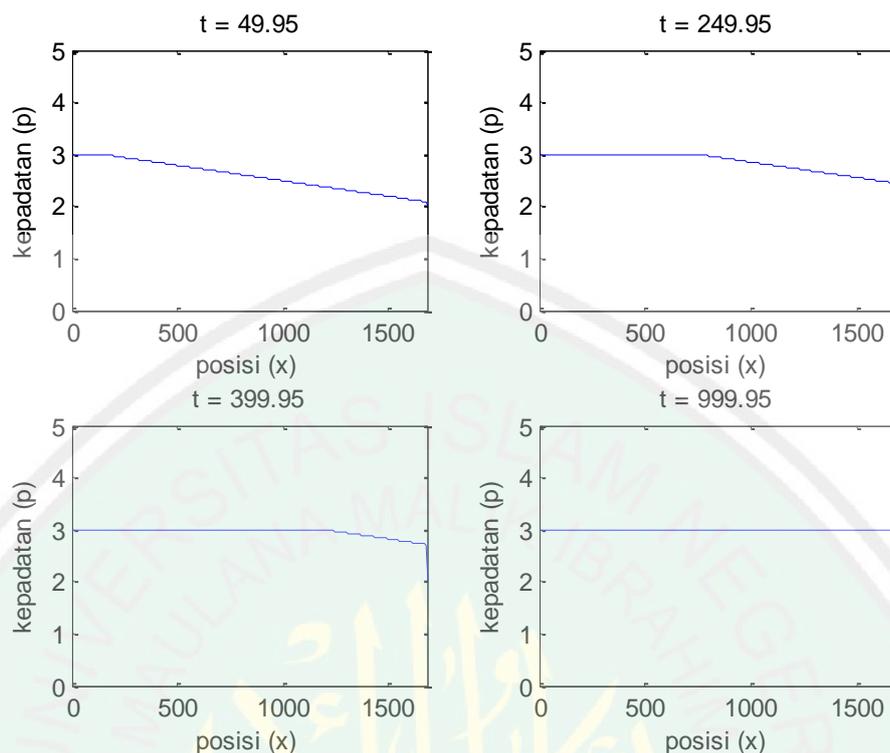
Selanjutnya akan dilakukan simulasi dari persamaan 4.10, dengan menggunakan program MATLAB versi R2008a. Dengan mengambil  $\Delta x = 0.99m$  dan  $\Delta t = 0.099$  satuan waktu, dan mengambil  $v = 3 m$  persatuan waktu, sehingga perubahan kepadatan kendaraan dapat dilihat sebagai berikut

MODEL LINIER TRAFFIC FLOW DENGAN KONDISI BATAS DIRICHLET



Gambar 3.3 Simulasi Kasus 1

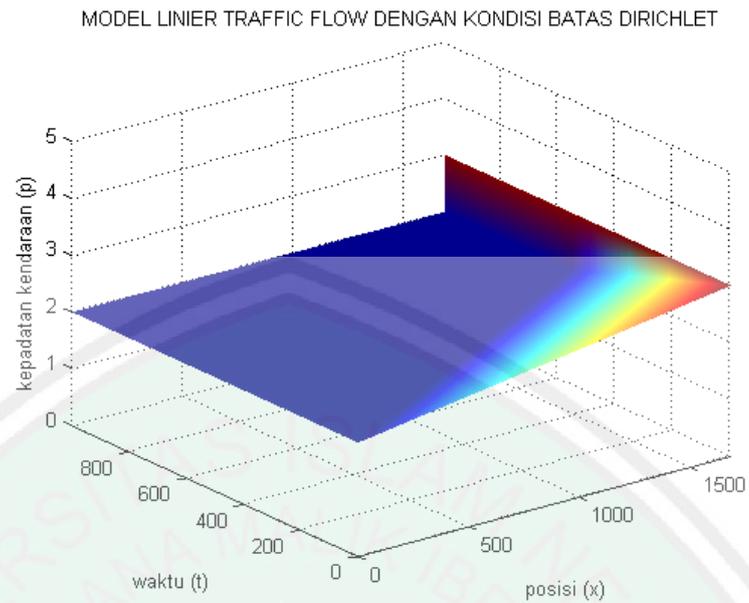
Gambar 3.3 menunjukkan bahwa sepanjang waktu  $t$  pada batas kiri kepadatannya sebesar 3 kendaraan persatuan luas dan pada batas kanan kepadatannya 2 kendaraan per satuan luas. Hal ini menunjukkan bahwa pada posisi  $x = 0$  selalu terdapat 3 kendaraan, dan pada posisi  $x = 1680$  selalu terdapat 2 kendaraan. Sedangkan untuk mengetahui kondisi kepadatan di setiap posisi  $x$  pada saat  $t$  tertentu maka digambarkan pada grafik berikut



Gambar 3.4 Simulasi Kasus 1 dengan Waktu Berbeda

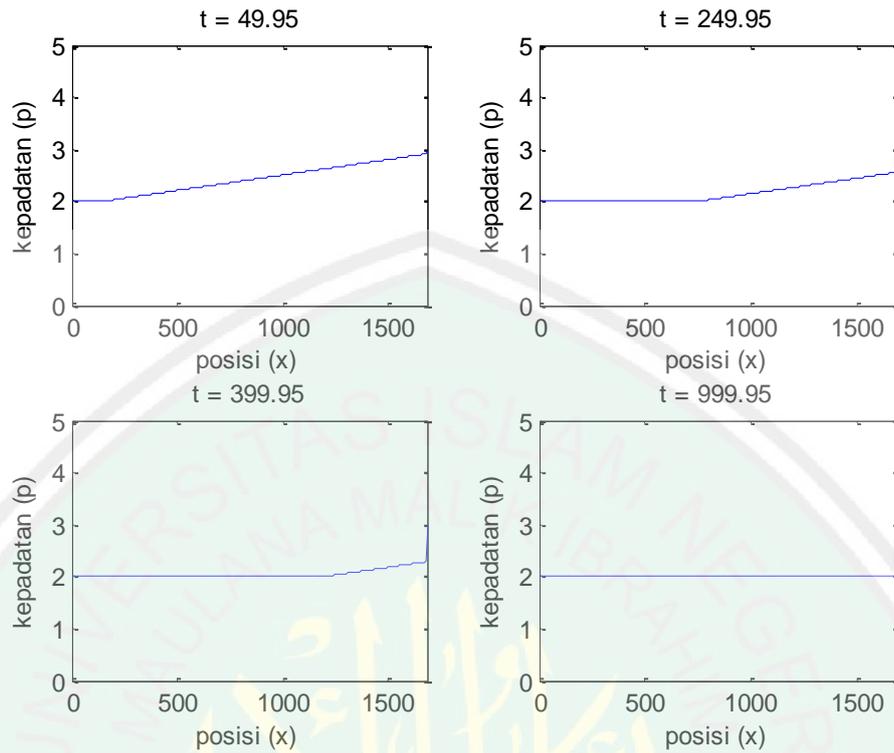
Berdasarkan Gambar 3.4 dapat diketahui bahwa pada saat  $t = 0$  kepadatan kendaraan sebesar 2 kendaraan per satuan luas, setelah  $t = 49.95$  kendaraan mulai bertambah. Karena jumlah kendaraan di batas kiri lebih banyak daripada batas kanan, maka kendaraan menumpuk di titik-titik awal. Selanjutnya untuk  $t$  menuju tak hingga kepadatan di sepanjang jalan besarnya sama, yaitu 3 kendaraan per satuan luasnya, tetapi di ujung jalan tetap ada 2 kendaraan per satuan luasnya.

Simulasi pada kasus kedua, bila diasumsikan bahwa kepadatan kendaraan di daerah batas berkebalikan dengan kasus pertama. Jika terdapat 2 kendaraan di batas kiri dan terdapat 3 kendaraan maka dengan melakukan hal yang sama akan didapat grafik kepadatannya sebagai berikut



Gambar 3.5 Simulasi Kasus 2

Pada kasus kedua kepadatan kendaraan di batas kiri sebanyak 2 kendaraan per satuan luas, sedangkan kepadatan di batas kanan sebanyak 3 kendaraan per satuan luas, sehingga dapat diketahui bahwa penumpukan kendaraan terjadi di ujung interval yang akan berdampak pada kemacetan. Setelah  $t = 1000$  kondisi jalan telah mencapai kepadatan yang seimbang, artinya, sepanjang jalan kepadatannya samayaitu 2 kendaraan per satuan luas jalan. Seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut



Gambar 3.6 Simulasi Kasus 2 dengan Waktu Berbeda

Selanjutnya dengan menggunakan metode karakteristik didapatkan solusi analitik dari model linier

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

$$\rho(x, 0) = \frac{-x}{1680} + 3$$

Persamaan  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$  adalah turunan berarah dari  $\rho$  dalam suatu vektor dengan arah  $\mathbb{V} = [1, v] = i + vj$  dimana kurva dari persamaan tersebut memiliki gradien

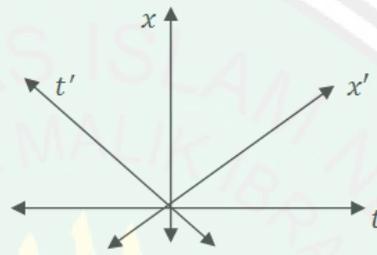
$$\frac{dx}{dt} = \frac{v}{1} = v$$

Dalam hal ini selalu bernilai 0 atau  $\rho(x, t) = c$  dalam arah  $\mathbb{V}$ . Vektor  $[v, -1]$  adalah orthogonal terhadap  $\mathbb{V}$ . Sedangkan garis yang sejajar dengan  $\mathbb{V}$  adalah  $vt - x = c$ , dan persamaan ini disebut persamaan karakteristik. Solusi

PDP di atas selalu konstan dalam masing-masing karakteristik ini, sehingga tergantung hanya pada  $vt - x$ . Dengan demikian solusinya adalah

$$\rho(x, t) = f(vt - x)$$

Dengan menggunakan metode koordinat, dalam sistem koordinat  $t, x$  dapat ditransportasikan ke dalam sistem



Gambar 3.7 Transportasi Sistem Koordinat

Misal ditetapkan  $t' = t + vx$  dan  $x' = vt - x$  dengan aturan turunan rantai maka turunan  $\rho(x', y')$  terhadap  $x$  dan  $y$  adalah

$$\rho_t = \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial t} = \rho_{t'} + v\rho_{x'}$$

$$\rho_x = \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial x} = -\rho_{x'} + v\rho_{t'} = v\rho_{t'} - \rho_{x'}$$

Selanjutnya substitusikan ke dalam persamaan  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$  sehingga

$$\rho_{t'} + v\rho_{x'} + v(v\rho_{t'} - \rho_{x'}) = 0$$

$$\rho_{t'} + v\rho_{x'} + v^2\rho_{t'} - v\rho_{x'} = 0$$

$$\rho_{t'} + v^2\rho_{t'} = 0$$

$$(1 + v^2)\rho_{t'} = 0$$

untuk  $(1 + v^2) \neq 0$  maka

$$\rho_{t'} = 0$$

$$\int \rho_{t'} dt' = \int 0 dt'$$

$$\rho(x, t) = f(x')$$

sehingga  $\rho(x, t) = f(vt - x)$  merupakan solusi analitiknya.

Dengan mensubstitusikan nilai awal ke model (4.9) sedangkan untuk  $v = 3$  maka

$$\rho(x, 0) = f(3 \cdot 0 - x)$$

$$\rho(x, 0) = f(-x)$$

$$f(-x) = \frac{-x}{1680} + 3$$

sehingga

$$f(3t - x) = \frac{(3t - x)}{1680} + 3$$

maka solusi analitiknya

$$\rho(x, t) = \frac{(3t - x)}{1680} + 3$$

$$\rho(x, t) = \frac{(3t - x)}{1680} + 3$$

Solusi analitik digunakan untuk membandingkan keakuratan dari metode numerik yang dipakai dalam skripsi ini. Untuk mengetahui galat pada solusi numerik dari model linier tersebut akan dilakukan simulasi dengan mengambil domain  $0 < x < 1$  dan  $0 < t < 1$  dengan  $\Delta x = \Delta t = 0.25$ . Sedangkan untuk solusi numeriknya yaitu persamaan (4.10) dengan kondisi batasnya

$$\rho_j^{n+1} = \rho_j^n - v \frac{\Delta t}{\Delta x} [\rho_j^n - \rho_{j-1}^n]$$

$$\rho(0, t) = \frac{3t}{1680} + 3$$

$$\rho(1, t) = \frac{3t - 1}{1680} + 3$$

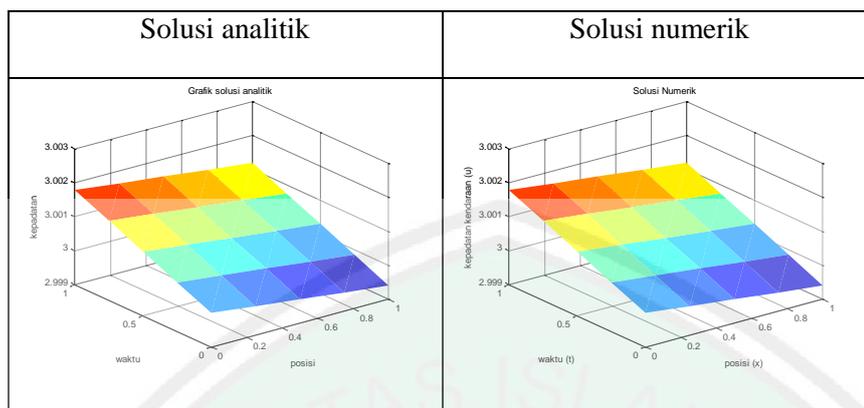
Maka didapatkan solusi sebagai berikut

Tabel 3.1 Perbandingan Solusi Analitik dan Solusi Numerik

x	T	Analitik	Numerik	galat
0	0	3.0000	3.0000	0
0	0.25	3.0004	3.0004	0
0	0.5	3.0009	3.0009	0
0	0.75	3.0013	3.0013	0
0	1	3.0018	3.0018	0
0.25	0	2.9999	2.9999	0
0.25	0.25	3.0003	3.0003	0
0.25	0.5	3.0007	3.0007	$0.0444 \times 10^{-14}$
0.25	0.75	3.0012	3.0012	$-0.0888 \times 10^{-14}$
0.25	1	3.0016	3.0016	$0.1776 \times 10^{-14}$
0.5	0	2.9997	2.9997	0
0.5	0.25	3.0001	3.0001	0
0.5	0.5	3.0006	3.0006	0
0.5	0.75	3.0010	3.0010	$0.0444 \times 10^{-14}$
0.5	1	3.0015	3.0015	$-0.3553 \times 10^{-14}$
0.75	0	2.9996	2.9996	0
0.75	0.25	3.0000	3.0000	0
0.75	0.5	3.0004	3.0004	0
0.75	0.75	3.0009	3.0009	$0.0444 \times 10^{-14}$
0.75	1	3.0013	3.0013	$0.0444 \times 10^{-14}$
1	0	2.9994	2.9994	0
1	0.25	2.9999	2.9999	0
1	0.5	3.0003	3.0003	0
1	0.75	3.0007	3.0007	0
1	1	3.0012	3.0012	0

Hasil solusi dari Table 3.1 dapat diketahui bahwa galat maksimumnya sebesar  $0.1776 \times 10^{-14}$  pada saat  $x = 0.25$  dan  $t = 1$ , sedangkan untuk yang lain galatnya sangat kecil bahkan hampir keseluruhan galatnya 0. Hal ini dikatakan bahwa metode FTBS ini sudah cukup baik untuk mengaproksimasi model linier tersebut. Adapun untuk grafik solusi dilihat di bawah ini

Table 3.2 Grafik Solusi untuk Solusi Analitik dan Numerik



### 3.4.2 Model Non Linier Persamaan *Traffic Flow*

Pada persamaan (3.3) di atas jika kecepataannya bergantung pada kepadatan kendaraan yang berbeda di setiap posisi, maka persamaan tersebut menjadi persamaan non linier. Persamaan (3.10) adalah persamaan (3.3) yang telah diskalakan sehingga menjadi persamaan Burger.

Misal diasumsikan pada batas interval  $(0,1680)$  adalah  $x = 0$  batasnya 3 kendaraan dan  $x = 1680$  batasnya 2 kendaraan. Artinya pada posisi  $x = 0$  selalu terdapat 3 kendaraan per satuan luas. Dan pada posisi  $x = 1680$  selalu terdapat 2 kendaraan per satuan luas. Persamaan (3.10) beserta kondisi batasnya dapat dituliskan sebagai berikut

$$u_t + uu_x = 0, \quad t > 0 \text{ dan } 0 < x < 1680$$

dengan

$$u(0, t) = 3$$

$$u(1680, t) = 2$$

$$u(x, 0) = \frac{-x}{1680} + 3$$

Selanjutnya akan dilakukan pendiskritan pada persamaan (3.10) tersebut dengan menggunakan metode *Lax Wendroff* skema FTCS (*forward time center space*) dengan mensubstitusikan  $u_t$  ke bentuk  $u_x$ . Sehingga bentuk diskritnya sebagai berikut

$$u_t + uu_x = 0$$

$$u_t = -uu_x$$

$$u_{tt} = -(uu_x)_t$$

$$u_{tt} = -u_t u_x - uu_{xt}$$

Berdasarkan deret Taylor

$$\begin{aligned} u_j^{n+1} &= U_j^n + \Delta t u_t|_j^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 u_{tt}|_j^n + \dots \\ u_j^{n+1} &= u_j^n + \Delta t (-u u_x)|_j^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 (-u_t u_x - u u_{xt})|_j^n \end{aligned} \quad (3.13)$$

Karena pada persamaan (3.13) ruas kanan masih terdapat unsur  $u_t$  maka

$$\begin{aligned} (-u_t u_x - u u_{xt}) &= -(-uu_x)u_x - uu_{xt} \\ &= (uu_x)u_x - u(u_t)_x \end{aligned}$$

$$= u(u_x)^2 - u(-uu_x)_x$$

$$= u(u_x)^2 + u(u_x u_x + uu_{xx})$$

$$= u(u_x)^2 + u(u_x)^2 + u^2 u_{xx}$$

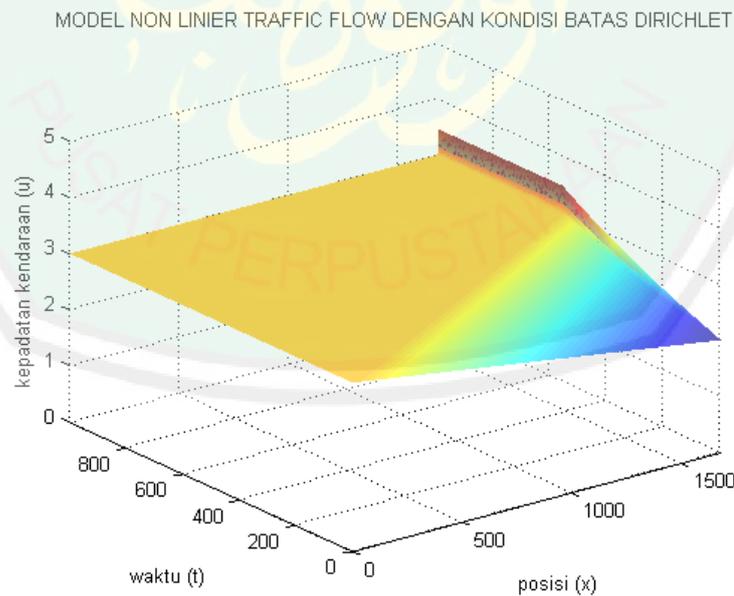
$$= 2u(u_x)^2 + u^2 u_{xx} \quad (3.14)$$

Selanjutnya substitusi persamaan (3.13) ke persamaan (3.14)

$$u_j^{n+1} = u + \Delta t (-uu_x)|_j^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 (2 \cdot u(u_x)^2 + u^2 u_{xx})|_j^n$$

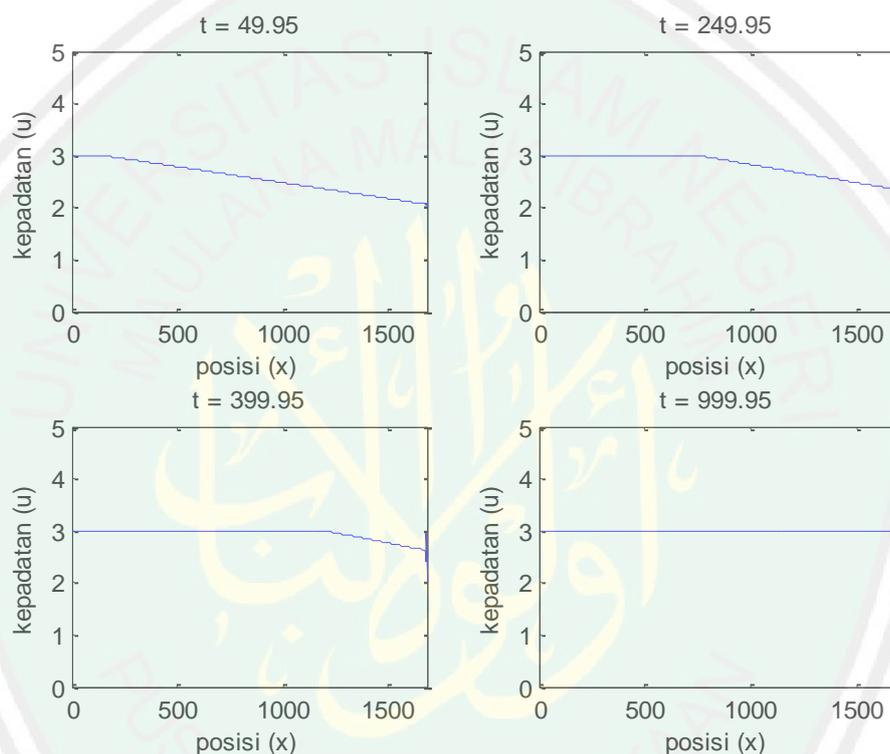
$$\begin{aligned}
 u_j^{n+1} &= u_j^n - \Delta t (u u_x)|_j^n + \Delta t^2 (u(u_x)^2 + \frac{1}{2} u^2 u_{xx})|_j^n \\
 u_j^{n+1} &= u_j^n - \Delta t \left( u_j^n \left[ \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} \right] \right) \\
 &\quad + \Delta t^2 \left( u_j^n \left[ \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} \right]^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} u_j^n \left[ \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} \right] \right) \\
 u_j^{n+1} &= u_j^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_j^n [u_{j+1}^n - u_{j-1}^n]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_j^n [u_{j+1}^n - u_{j-1}^n]^2) \\
 &\quad + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_j^n)^2 [u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n])
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Selanjutnya pada kasus ketiga ini akan dilakukan simulasi untuk model non linier dengan kondisi batas *dirichlet*. Dengan mengambil  $\Delta x$  dan  $\Delta t$  sama seperti kasus sebelumnya maka kepadatan kendaraan pada kasus ini dapat dilihat sebagai berikut



Gambar3.8 Simulasi Kasus 3

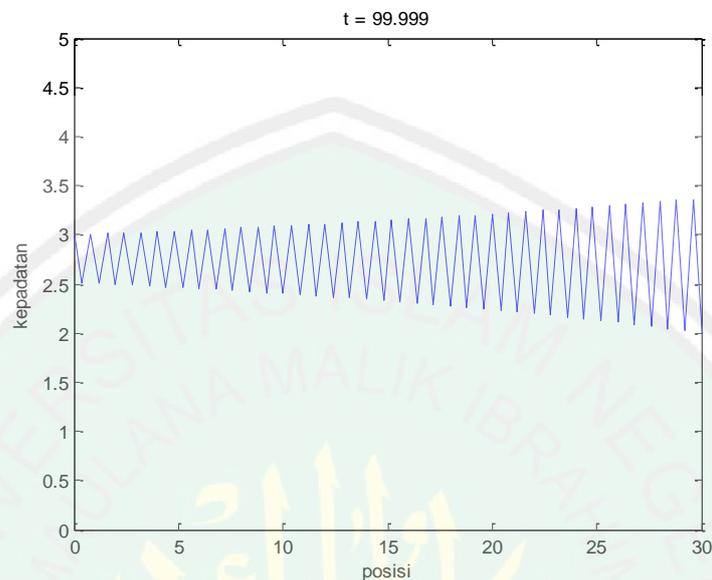
Berdasarkan Gambar 3.8 dapat dilihat bahwa pada batas kiri kepadatannya sebesar 3 dan pada batas kanan kepadatannya sebesar 2. Gambar 3.8 tersebut menunjukkan hubungan antara kepadatan berdasarkan ruang dan waktu. Sedangkan untuk mengamati perubahan kepadatan di tiap waktu tertentu maka disajikan dalam bentuk plot berikut



Gambar 3.9 Simulasi Kasus 3 dengan Waktu yang Berbeda

Berdasarkan Gambar 3.9 tersebut dapat diamati perubahan kepadatan di beberapa waktu. Pada  $t$  awal kepadatan kendaraan terjadi di daerah batas kiri, tetapi lama-lama terjadi penumpukan kendaraan sampai ujung interval. Hal ini dikarenakan jumlah kendaraan yang melewati batas kanan hanya 2 kendaraan, sehingga terjadi antrian di sepanjang interval jalan. Pada kasus ketiga ini model yang digunakan adalah model non linier, sehingga kepadatan sepanjang ruas jalan

pun akan mengalami fluktuasi pada posisi tertentu. Seperti pada gambar di bawah ini

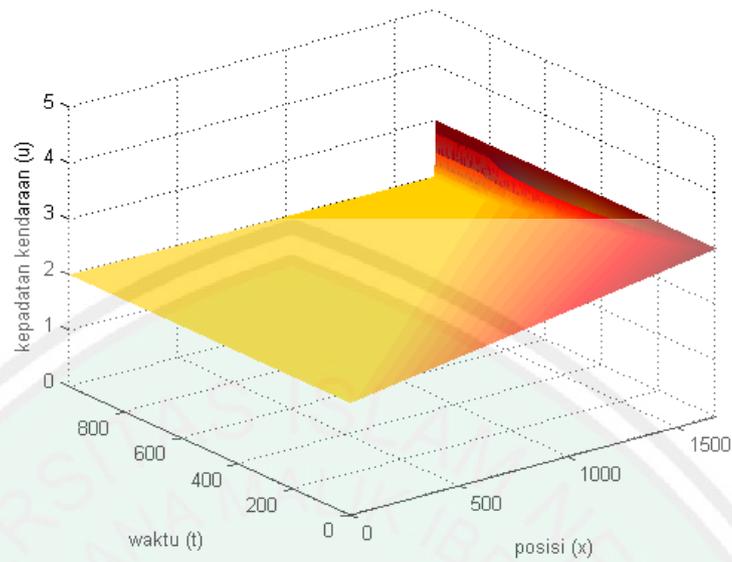


Gambar 3.10 Fluktuasi Kasus 3 pada  $x = 10$

Pada Gambar 3.10 tersebut dapat diketahui bahwa pada saat  $0 < x < 30$  kepadatan kendaraan sudah mengalami fluktuasi dari awal, hal ini karena model yang digunakan adalah model non linier yang bergantung pada kecepatan dan kepadatan kendaraan.

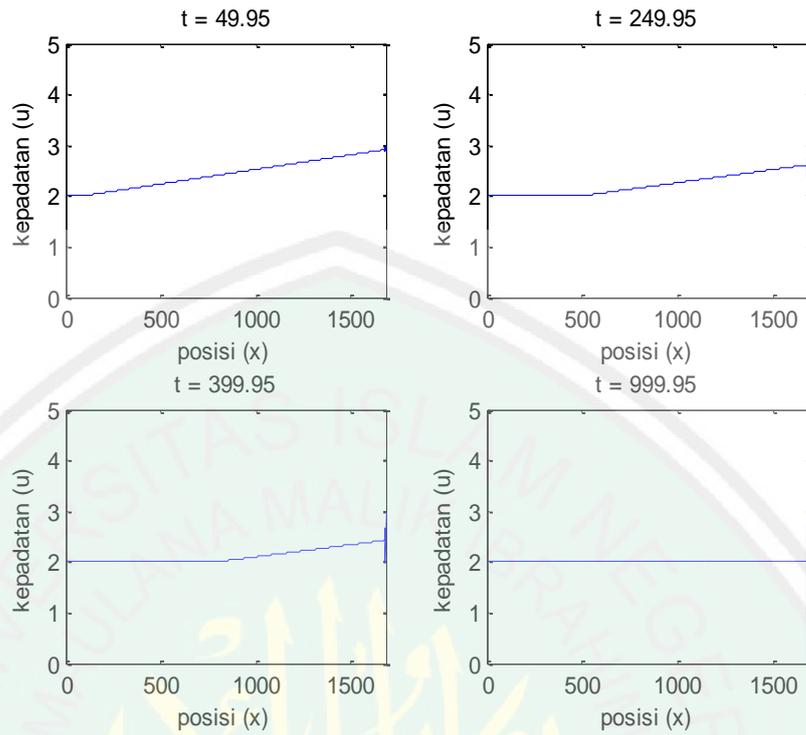
Simulasi keempat dilakukan pada model yang sama dengan kasus ketiga di atas, yaitu dengan model non linier. Akan tetapi kondisi batas yang digunakan berbalik, yaitu posisi  $x = 0$  terdapat 2 kendaraan dan posisi  $x = 1680$  terdapat 3 kendaraan. Dengan langkah-langkah yang sama dengan kasus ketiga maka didapatkan hubungan kepadatan berdasarkan ruang dan waktunya sebagai berikut

MODEL NON LINIER TRAFFIC FLOW DENGAN KONDISI BATAS DIRICHLET



Gambar 3.11 Simulasi Kasus 4

Pada kasus keempat diperoleh kepadatan lebih fluktuatif. Pada Gambar 3.11 fluktuasi kepadatan sudah terjadi saat  $x = 3$ , tetapi kepadatan kendaraan terjadi ujung jalan karena adanya penumpukan kendaraan di ujung interval jalan. Lebih jelasnya dilihat pada gambar dibawah ini



Gambar 3.12 Simulasi Kasus 4 dengan Waktu Berbeda

Selanjutnya bila diasumsikan pada posisi  $x = 0$  terdapat 3 kendaraan yang masuk pada interval, dan pada  $x = 1680$  terdapat 2 kendaraan yang keluar pada interval, maka persamaan (3.10) beserta kondisi batasnya dapat dituliskan sebagai berikut

$$u_t + uu_x = 0$$

dengan kondisi

$$u_x(0, t) = 3 \tag{3.16}$$

$$u_x(1680, t) = 2 \tag{3.17}$$

$$u(x, 0) = \frac{-x}{1680} + 3$$

Sedangkan bila dilakukan pendiskritan kondisi batas (3.16) dan (3.17) dengan menggunakan skema beda pusat menjadi

untuk  $j = 1$

$$\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 3$$

$$\frac{u_2^n - u_0^n}{2\Delta x} = 3$$

$$u_0^n = u_2^n - 6\Delta x \quad (3.18)$$

Dan untuk batas kanan

$$\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 2$$

Untuk  $j = l$

$$\frac{u_{l+1}^n - u_{l-1}^n}{2\Delta x} = 2$$

$$u_{l+1}^n = 4\Delta x + u_{l-1}^n \quad (3.19)$$

Sehingga bila disubstitusikan (3.18) dan (3.19) ke skema (3.15) akan didapatkan kondisi batas kiri sebagai berikut

$$\begin{aligned} u_1^{n+1} &= u_1^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_1^n [u_2^n - u_0^n]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_1^n [u_2^n - u_0^n]^2) \\ &\quad + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_1^n)^2 [u_2^n - 2u_1^n + u_0^n]) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1^{n+1} &= u_1^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_1^n [u_2^n - u_2^n + 6\Delta x]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_1^n [u_2^n - u_2^n + 6\Delta x]^2) \\ &\quad + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_1^n)^2 [u_2^n - 2u_1^n + u_2^n + 6\Delta x]) \end{aligned}$$

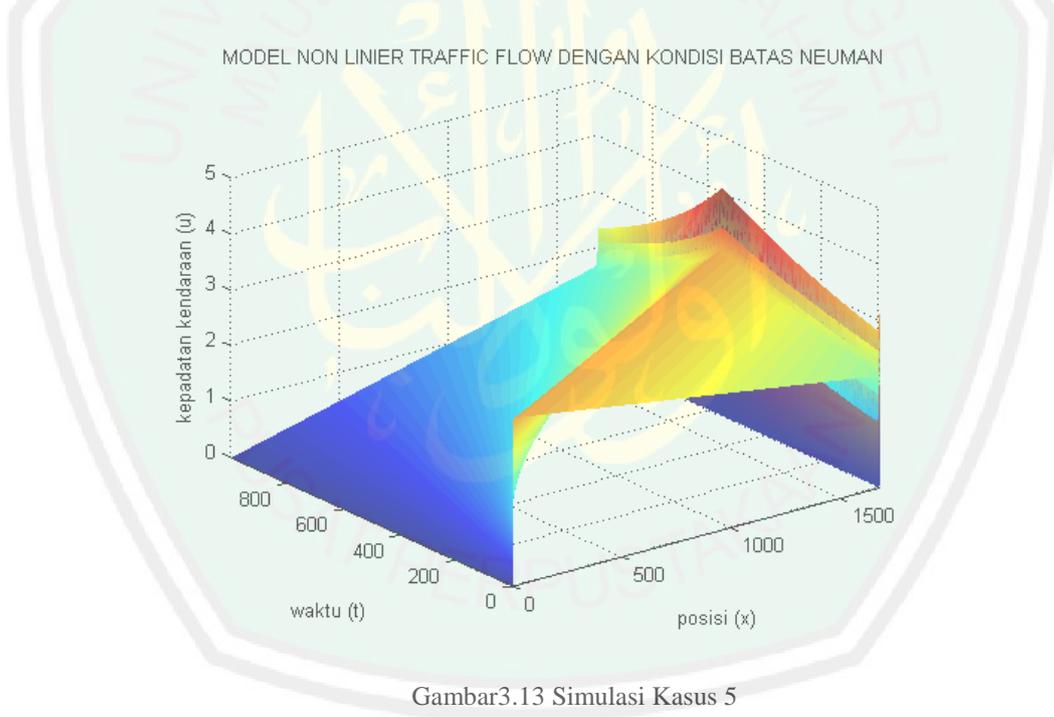
$$\begin{aligned} u_1^{n+1} &= u_1^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_1^n [6\Delta x]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_1^n [6\Delta x]^2) \\ &\quad + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_1^n)^2 [2u_2^n - 2u_1^n + 6\Delta x]) \end{aligned}$$

dan kondisi batas kanan sebagai berikut

$$\begin{aligned} u_l^{n+1} &= u_l^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_l^n [u_{l+1}^n - u_{l-1}^n]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_l^n [u_{l+1}^n - u_{l-1}^n]^2) \\ &\quad + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_l^n)^2 [u_{l+1}^n - 2u_l^n + u_{l-1}^n]) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_i^{n+1} &= u_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_i^n [4\Delta x + u_{i-1}^n - u_{i-1}^n]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_i^n [4\Delta x + u_{i-1}^n - u_{i-1}^n]^2) \\
 &\quad + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_i^n)^2 [4\Delta x + u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n]) \\
 u_i^{n+1} &= u_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_i^n [4\Delta x]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_i^n [4\Delta x]^2) \\
 &\quad + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_i^n)^2 [4\Delta x + 2u_{i-1}^n - 2u_i^n])
 \end{aligned}$$

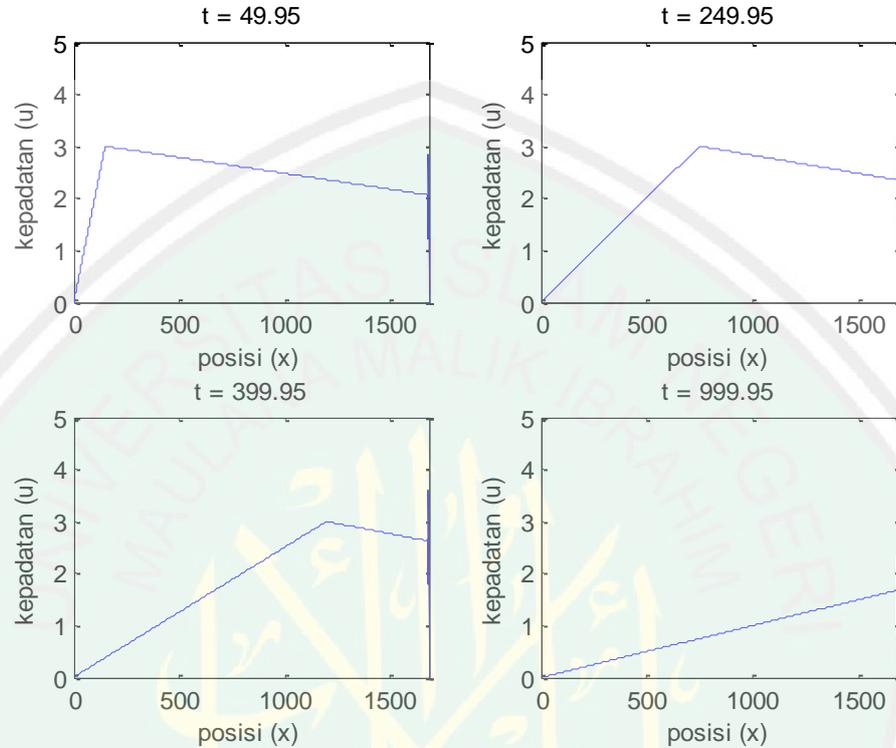
Simulasi untuk kasus kelima ini dilakukan untuk model non linier dengan batas *Neumann*. Dengan cara yang sama dengan kasus sebelumnya maka didapatkan bentuk grafik kepadatan berdasarkan ruang dan waktu adalah sebagai berikut



Gambar3.13 Simulasi Kasus 5

Dari Gambar 3.13 di atas menunjukkan bahwa penumpukan kendaraan terjadi di waktu pertama. Setelah  $t$  waktu kemudian kepadatan menurun, artinya berdasarkan model ini jalan dikatakan sepi. Penumpukan jumlah kendaraan terjadi ujung interval yang menyebabkan kepadatan di ujung mencapai 4 kendaraan persatuan luas. Hal ini menunjukkan di ujung jalan terjadi kemacetan

yang parah. Berikut disajikan grafik pada beberapa waktu pengamatan yang berbeda



Gambar 3.14 Simulasi Kasus 5 dengan Waktu Berbeda

Gambar 3.14 menunjukkan kondisi jalan di beberapa waktu yang berbeda. Dari beberapa posisi yang diamati, dapat diketahui bahwa pada waktu mula-mula kepadatan kendaraan sangatlah tinggi, akan tetapi, lama-lama kepadatannya menurun meski terjadi fluktuasi sepanjang interval jalan.

Simulasi keenam adalah simulasi yang dilakukan dengan model yang sama dengan simulasi kelima, yaitu dengan menggunakan persamaan Burger dan kondisi batas *Neumann*. Akan tetapi kondisi batas yang digunakan berkebalikan dengan simulasi sebelumnya. Persamaan beserta kondisi batasnya adalah sebagai berikut

$$u_t + uu_x = 0$$

dengan kondisi

$$u_x(0, t) = 2$$

$$u_x(1680, t) = 3$$

$$u(x, 0) = \frac{x}{1680} + 2$$

Dengan cara yang sama dengan kasus kelima, maka didapatkan kondisi

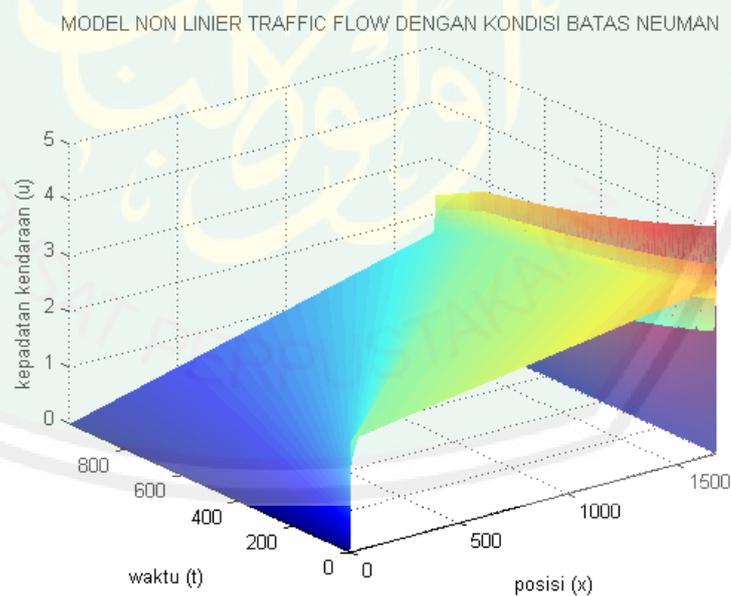
batas kiri

$$u_1^{n+1} = u_1^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_1^n [4\Delta x]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_1^n [4\Delta x]^2) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_1^n)^2 [2u_2^n - 2u_1^n + 4\Delta x])$$

dan kondisi batas kanan sebagai berikut

$$u_l^{n+1} = u_l^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (u_l^n [6\Delta x]) + \frac{\Delta t^2}{4\Delta x^2} (u_l^n [6\Delta x]^2) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} ((u_l^n)^2 [6\Delta x + 2u_{l-1}^n - 2u_l^n])$$

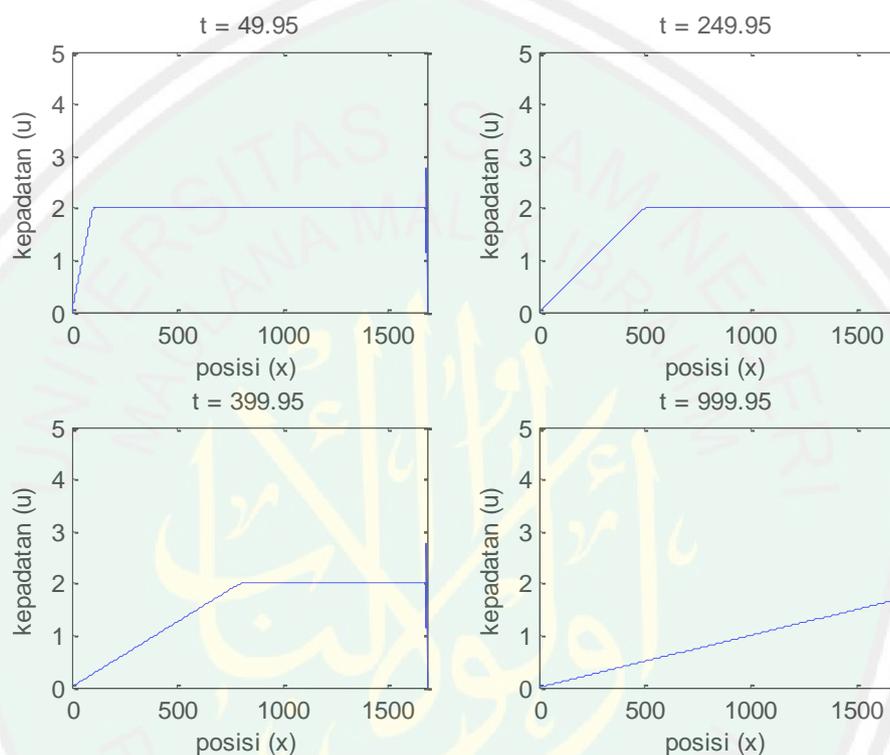
Sehingga hasil simulasi dengan menggunakan MATLAB sebagai berikut



Gambar 3.15 Simulasi Kasus 6

Grafik solusi yang dihasilkan tidak jauh berbeda dengan kasus kelima. Keduanya memiliki kepadatan di waktu yang pertama dan kemudian kepadatannya menurun setelah  $t$  waktu. Sehingga dikatakan untuk model

nonlinier dengan batas *Neumann* kepadatan kendaraan di sepanjang ruas jalan rendah (tidak ada kemacetan), sehingga memungkinkan para pengemudi untuk memaksimalkan kecepatan kendaraannya. Untuk perubahan kepadatan per satuan waktu dilihat dari gambar berikut



Gambar3.16 Simulasi Kasus 6 dengan Waktu Berbeda

### 3.5 Kedisiplinan dalam Islam

Islam adalah ajaran yang sangat menganjurkan perilaku disiplin, baik disiplin dalam waktu, berpakaian maupun disiplin dalam menaati peraturan. Berdasarkan arti katanya Islam dan disiplin memiliki arti yang hampir serupa, yaitu patuh, tunduk terhadap peraturan yang berlaku. Islam mengajarkan umat manusia untuk patuh pada peraturan telah ditetapkan oleh Allah Swt., Rasulullah Saw., serta patuh pada pemerintah selama tidak bertentangan dengan hukum

Islam. Dalam beberapa kesempatan Allah menegaskan perintah tersebut dalam al-Qur'an surat al-Nisa' ayat 59:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا أَطِيعُوا الرَّسُولَ وَأُولَى الْأَمْرِ مِنْكُمْ فَإِنْ تَنَازَعْتُمْ فِي شَيْءٍ فَرُدُّوهُ إِلَى اللَّهِ وَالرَّسُولِ إِنْ كُنْتُمْ تُؤْمِنُونَ بِاللَّهِ وَالْيَوْمِ الْآخِرِ ذَلِكَ خَيْرٌ وَأَحْسَنُ تَأْوِيلًا ﴿٥٩﴾

*"Hai orang-orang yang beriman, taatilah Allah dan taatilah Rasul (Nya), dan ulil amri di antara kamu. kemudian jika kamu berlainan pendapat tentang sesuatu, maka kembalikanlah ia kepada Allah (Al Quran) dan Rasul (sunnahnya), jika kamu benar-benar beriman kepada Allah dan hari kemudian. Yang demikian itu lebih utama (bagimu) dan lebih baik akibatnya"*(QS. Al-Nisa/4:59)

Dalam tafsir Ibnu Katsir (2001:261) Imam Bukhori mengatakan, telah menceritakan kepada kami Sadaqah Ibnu Fadl, telah menceritakan kepada kami Hajaj ibnu Muhammad Al-A'war, dari Ibnu Juraij, dari Ya'la ibnu Muslim, dari Said ibnu Jubair, dari Ibnu Abbas sehubungan dengan firman di atas. Ibnu abbas mengatakan bahwa ayat ini diturunkan berkenaan dengan Abdullah ibnu Huzafah ibnu Qais ibnu Addi ketika ia diutus oleh Rasulullah Saw. untuk memimpin suatu pasukan khusus.

Ibnu Jarir mengatakan, telah menceritakan kepada kami Muhammad ibnu Husain, telah menceritakan kepada kami Ahmad ibnul Fadl, telah menceritakan kepada kami Asbat, dari As-Saddi sehubungan dengan firman-Nya:

أَطِيعُوا اللَّهَ وَأَطِيعُوا الرَّسُولَ وَأُولَى الْأَمْرِ مِنْكُمْ

*"Taatilah Allah, taatilah Rasul-(Nya), dan ulil amri diantara kalian"*

Dalam tafsir al-Maraghi (Mushthafa, 1986:116) dijelaskan, taatlah kepada Allah dan amalkan Kitab-Nya, kemudian taatlah kepada Rasul, karena beliau menerangkan bagi manusia apa-apa yang diturunkan kepada mereka. Sunnatullah

telah menetapkan bahwa di antara manusia ada para Rasul yang menyampaikan syariat Allah kepada mereka, dan wajib menaati mereka.

Kemudian taatlah kepada *ulil amri*, yaitu para *umara*, hakim, ulama, panglima perang, dan seluruh pemimpin dan kepala yang menjadi tempat kembali manusia dalam kebutuhan dan maslahat umum, mereka wajib ditaati. Dengan syarat, mereka harus dapat dipercaya, tidak menyalahi perintah Allah dan sunnah rasul yang mutawatir, dan di dalam membahas serta menyepakati perkara mereka tidak ada pihak yang memaksa (Mushthafa, 1986:116).

Dari penafsiran ayat tersebut, diketahui bahwa umat Islam haruslah menaati apa yang telah ditetapkan oleh Allah, Rasul, maupun pemerintah. Dalam penelitian ini yang membahas tentang kedisiplinan dalam mematuhi aturan lalu lintas, ditafsiri dengan menggunakan ayat ini pula. Aturan rambu-rambu lalu lintas yang telah dibuat oleh pemerintah bertujuan untuk kemaslahatan semua pengguna jalan, baik itu pejalan kaki, sopir maupun penumpang angkutan umum. Oleh karena itu hukumnya menjadi wajib bila harus menaati peraturan yang telah ditetapkan pemerintah tersebut.

Kedisiplinan dalam menaati peraturan, hendaknya tertanam mulai kecil. Keluarga sebagai pendidik pertama bagi anaknya, hendaknya mulai memperkenalkan kedisiplinan berkendara sejak dini. Mulai dari etika dalam berkendara, mematuhi rambu-rambu lalu lintas, serta menghormati pengguna jalan lainnya. Ketika masyarakat disiplin dalam menaati rambu-rambu lalu lintas, maka terciptalah kehidupan berkendara yang aman dan nyaman.

Dalam kitab tafsir (Jazairi, 2000:420) yang diriwayatkan oleh asy-Syaikhhan terdapat hadits yang memperkuat ayat di atas

مَنْ أَطَاعَنِي فَقَدْ أَطَاعَ اللَّهَ وَمَنْ أَطَاعَ أَمِيرِي فَقَدْ أَطَاعَنِي وَمَنْ أَصَابَنِي فَقَدْ عَصَى اللَّهَ وَمَنْ عَصَى  
أَمْرِي فَقَدْ أَصَابَنِي

”Barangsiapa yang mentaatikuma dia telah taat kepada Allah, dan barangsiapa yang taat pada wakilku maka telah taat kepadaku, dan barangsiapa yang bermaksiat kepadaku maka ia telah bermaksiat kepada Allah, dan barangsiapa yang bermaksiat terhadap wakilku maka ia telah bermaksiat terhadapku”

Teuku Al-Hasbi menyebutkan dalam tafsirnya al-Nur (Ash-Shiddieqy, 2000:881) bahwa taatilah Allah dengan menegakkan semua hukum-Nya, mengamalkan kitab dan aturan-Nya, karena Dia-lah yang menjelaskan dan mendakwahkan aturan-aturan Allah kepada umat manusia. Taati pula *ulul amri*, yaitu *Ahlul Halli wal ‘Aqdi* (orang-orang yang menguasai bidangnya dan disertai kepercayaan) mengendalikan kekuasaan negara atau lembaga-lembaga kemasyarakatan lainnya. Dalam Islam hukum pertama memang di tangan Allah, syariat-syariat-Nyalah yang harus menjadi acuan utama dalam mengatur masyarakat dan negara. Selanjutnya adalah menaati Rasul sebagai pembawa dan teladan atas pelaksanaan risalah Allah. Demikian pula menaati *ulul amri*, yang juga merupakan rangkaian dari ketaatan kepada Allah dan Rasul-Nya. Apabila tidak ada *nash* dalam al-Quran dan al-sunah, *ulul amri* perlu menyelidiki masalah yang sedang dihadapi masyarakat. Jika sudah terdapat keputusan, maka wajiblah menaatinya.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa

1. Model *traffic flow* yang diturunkan dari hukum-hukum kesetimbangan adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0$$

dimana  $\rho$  menyatakan kepadatan kendaraan,  $v$  merupakan kecepatan kendaraan. Bila kecepatan  $v$  dalam model tersebut adalah konstan, maka model *traffic flow* tersebut menjadi persamaan Transport (linier)

$$\rho_t + v\rho_x = 0$$

Sedangkan bila kecepatan  $v$  merupakan suatu fungsi yang bergantung pada kepadatan kendaraan di setiap  $\Delta x$  nya maka model tersebut menjadi persamaan Burger (Transport non linier), dan dapat dituliskan sebagai

$$u + uu_x = 0$$

2. Untuk mencari solusi dari kedua model yang telah dihasilkan, dilakukan dengan menggunakan metode beda hingga skema FTBS untuk persamaan Transport, dan metode *Lax Wendroff* skema FTCS untuk persamaan Burger. Berdasarkan hasil solusi numeriknya dapat diketahui bahwa model linier tersebut stabil dengan syarat  $0 \leq v \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$ , sedangkan model non liniernya stabil bila dilihat dari grafiknya, akan tetapi perlu adanya analisis konvergensi untuk mengetahui kestabilan dan kekonsistenan dari model non linier tersebut.

Untuk hasil dari solusinya dapat disimpulkan bahwa untuk kondisi batas di kiri 3 dan batas di kanan 2 kendaraan, maka penumpukan kendaraan (kemacetan) terjadi di interval jalan yang awal. Sedangkan untuk kondisi batas di kiri 2 dan di kanan 3 kendaraan per satuan luas jalan, maka kemacetan terjadi di ujung interval.

3. Permasalahan kemacetan di kota besar masih menjadi beban bagi pemerintah dan masyarakat umum. Kesadaran akan kedisiplinan berkendara masih sangat rendah. Dalam al-Quran dan hadits telah dijelaskan bahwa menaati peraturan pemerintah termasuk dalam ketaatan kepada Allah dan Rasul-Nya. Sehingga wajib hukumnya untuk menaati peraturan pemerintah, termasuk juga menaati peraturan berkendara, agar kenyamanan berkendara dirasakan bagi seluruh pengguna jalan.

#### 4.2 Saran

Dalam penelitian ini penulis hanya membahas analisis kestabilan pada model yang linier. Untuk penelitian selanjutnya disarankan untuk membahas kestabilan dari model *traffic flow* yang non linier (Burger).

## DAFTAR PUSTAKA

- Al-Jazairi, A. 2000. *Aisar at-Tafaasir li al-Kalami al-Aliyyi al-Kabiir*. Jakarta: Darus sunnah press.
- Amamah, S. 2014. *Penyelesaian Numerik Persamaan Forced KDV Menggunakan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang:UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Ash-Shiddieqy, H.2000. *Tafsir Al-Qur'anul Majid an-Nuur*. Semarang: Pustaka Rizki Putra.
- Dazhi Sun, dan Jinpeng. 2011. In-Depth Analysis of Traffic Congestion Using Computational Fluid Dynamic (CFD) Modelling Method. *Journal of Modern Transportation*,19(1): 58–67.
- Frank, W. 1986. *Mekanika Fluida*. Jakarta: Erlangga.
- Gunadi, A. 2013. *Insentif Riset Sinas KRT*.Kementrian Riset dan Teknologi. (www.Ristek.go.id), diakses 12 Juni 2014.
- Immers dan Logghe. 2002. *Traffic Flow Theory*. Heverlee: Belgium.
- Iswanto, R. 2012. *Pemodelan Matematika Aplikasi dan Terapannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Jungel, A. 2002. *Modeling and Numerical Approximation of Traffic Flow Problems*. Laporan Penelitian Tidak Dipublikasikan:Universitat Mainz.
- Kasir, I. 2001. *Tafsir Ibnu Kasir juz 5*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.
- Maslucha, F. 2014. *Model Gelombang Soliter yang Dihasilkan oleh Aliran yang Melalui Sebuah Gundukan*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang:UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Mushthafa, A. 1986. *Terjemahan Tafsir Al-Maraghi 5*. Semarang: CV TOHA PUTRA Semarang.
- Nagel, K. 1995. Particle Hopping vs. Fluid-Dynamical Models for Traffic Flow. *Los Alamos National Laboratory*, 95:4018.
- Olson, R. 1993. *Dasar Dasar Mekanika Fluida Teknik*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Wardhana, W. 2004. *Al Qur'an dan Energi Nuklir*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Whitham, G. 1974. *Linear and Nonlinear Waves*. Canada: A Wiley Interscience.



## LAMPIRAN-LAMPIRAN

## LAMPIRAN 1

## DATA HASIL OBSERVASI KENDARAAN

No	Jenis Kendaraan	Waktu tempuh (dtk)	Jarak tempuh (m)	Kecepatan rata-rata (m/dt)
1	Mobil	04,28	100	23,36
2	Mobil	07,48	100	13,37
3	Mobil	06,12	100	16,34
4	Mobil	10,43	100	9,59
5	Mobil	05,72	100	17,48
6	Mobil	04,57	100	21,88
7	Mobil	05,20	100	19,23
8	Mobil	04,96	100	20,16
9	Mobil	04,74	100	21,09
10	Mobil	05,59	100	17,89
11	Mobil	04,54	100	22,02
12	Mobil	06,61	100	15,12
13	Mobil	06,52	100	15,34
14	Mobil	05,32	100	18,79
15	Mobil	04,48	100	22,32
16	Mobil	06,30	100	15,87
17	Mobil	05,66	100	17,66
18	Bis	08,14	100	12,28
19	Truk	05,70	100	17,54
20	Truk	06,13	100	16,31
21	Truk	07,40	100	13,51
22	Motor	04,59	100	21,78
23	Motor	04,57	100	21,88
24	Motor	04,37	100	22,88
25	Motor	03,91	100	25,57
Jumlah				459,26
Rata rata				18,37

Saat kondisi jalan padat

No	Jenis Kendaraan	Waktu tempuh (dtk)	Jarak tempuh (m)	Kecepatan rata-rata (m/dt)
1	Mobil	08,70	100	11,49
2	Mobil	09,96	100	10,04
3	Mobil	08,88	100	11,26
4	Motor	09,56	100	10,46
5	Mobil	11,43	100	8,75
6	Truk	08,99	100	11,12

	Jumlah			63,12
	Ratarata			10,52

### Saat Kondisi Jalan Sepi

No	Jenis Kendaraan	Waktu tempuh (dtk)	Jarak tempuh (m)	Kecepatan rata- rata (m/dt)
1	Motor	01,95	100	51,28
2	Motor	03,44	100	29,06
3	Motor	03,82	100	26,17
4	Motor	03,87	100	25,84
5	Motor	03,84	100	26,04
6	Mobil	03,78	100	26,45
7	Motor	03,66	100	27,32
8	Motor	03,37	100	29,67
	Jumlah			241,83
	Rata rata			30,22

## LAMPIRAN 2

## SIMULASI MATLAB

```

%KASUS 1: MODEL LINIER
clc,clear all
format bank
dx = 0.5;
dt = 0.05;

x=0:dx:1680;%posisi

t=0:dt:60;% waktu
A=3;
B=A*dt/dx;

Mt=length(t);
Mx=length(x);
u=zeros(Mx,Mt);
%kondisi awal
u(:,1)=((-x+x(1))/x(end)-x(1))+3;
    figure(1),clf

%kondisi batas
u(1,:)=3;%kondisi batas kiri selalu 3 mobil
u(Mx,:)=2;%kondisi batas kanan selalu 2 mobil

[xx,tt]= meshgrid(x,t);

for n=1:length(t)-1;
for j=2:Mx-1;
    u(j,n+1)=u(j,n)-(B*(u(j,n)-u(j-1,n)));
end
end
surf(xx,tt,u')
xlabel('posisi')
ylabel('waktu')
zlabel('kepadatan kendaraan')
title('MODEL LINIER DENGAN KONDISI BATAS DIRICHLET')

shading interp

MODEL NON LINIERDENGAN KONDISI BATAS DIRICHLET
clc,clear all
format bank
dx = 0.5;
dt = 0.05;
%Variabel
x=0:dx:10;%posisi
t=0:dt:60;% waktu

A=dt/dx;

```

```

Mt=length(t);
Mx=length(x);
u=zeros(Mx,Mt);

%kondisi awal
u(:,1)=((-x+x(1))/x(end)-x(1))+3;

[xx,tt]= meshgrid(x,t);
for n =1:Mt
%kondisi batas
    u(1,n)=3;%kondisi batas kiri selalu 3 mobil
    u(Mx,n)=2;%kondisi batas kanan selalu 2 mobil

end
figure(1),clf
for n=1:length(t)-1;
for j=2:Mx-1;
    satu=u(j+1,n)-u(j-1,n);
    dua=u(j+1,n)-(2*u(j,n))+u(j-1,n);
    tiga=(A/2)*(u(j,n)*satu);
    empat=((A^2)/4)*(u(j,n)*((satu)^2));
    lima=((A^2)/2)*(u(j,n)^2)*dua;
    u(j,n+1)=u(j,n)-tiga+empat+lima;
end
end
surf(xx,tt,u')
xlabel('posisi')
ylabel('waktu')
zlabel('kepadatan kendaraan')
title('MODEL NON LINIER DENGAN KONDISI BATAS DIRICHLET')
shading interp

```

## PERBANDINGAN SOLUSI ANALITIK DAN NUMERIK

```

clc,clear all
tic
dx = 0.25;
dt = 0.25;
x=0:dx:1;%posisi
t=0:dt:1;% waktu
A=3;
B=A*dt/dx;
Mt=length(t);
Mx=length(x);
u=zeros(Mx,Mt);
%kondisi awal
    u(:,1)=(-x/1680)+3;

figure(1),clf
    u(1,:)=((3*t)/1680)+3;%kondisi batas kiri selalu 3 mobil
    u(Mx,:)=(((3*t)-1)/1680)+3;%kondisi batas kanan selalu 2 mobil
[xx,tt]= meshgrid(x,t);

for n=1:length(t)-1;

```

```

for j=2:Mx-1;
    u(j,n+1)=u(j,n)-(B*(u(j,n)-u(j-1,n)));
end
end
u'
figure(1)
set(gcf,'color','white')
surf(xx,tt,u')
xlim([x(1) x(end)])
ylim([t(1) t(end)])
%zlim([0 ])

xlabel('posisi (x)')
ylabel('waktu (t)')
zlabel('kepadatan kendaraan (u)')
title('Solusi Numerik')

shading interp

%untuk solusi eksak
[x,t]=meshgrid(0:0.25:1,0:0.25:1);

a=((3*t)-x)/1680)+3;
eksak =a;
eksak
figure(2)
set(gcf,'color','white')
surf(xx,tt,a)
xlabel('posisi')
ylabel('waktu')
zlabel('kepadatan')
title('Grafik solusi analitik')
shading interp
toc

error=zeros(Mx,Mt);
error=u'-eksak

clear

```

## RIWAYAT HIDUP



Binti Tsamrotul Fitria yang biasa dipanggil Binti, lahir di kota kelahirannya Nganjuk pada tanggal 12 Desember 1991. Anakterakhir dari lima bersaudara ini tinggal bersama orangtuanya di jalan A.Yani no 35 Kertosono. Semangat yang tinggi untuk mengejar cita-cita serta kegigihannya dalam berusahalah yang membuat orangtuanya memberi izin untuk kuliah di kota Malang ini.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Nglawak II kecamatan Kertosono kabupaten Nganjuk selama enam tahun

dan lulus pada tahun 2004. Setelah itu melanjutkan ke jenjang SMP di MTsNegeri Nglawak Kertosono lulus pada tahun 2007. Kemudian melanjutkan ke jenjang SMA di MA Negeri Nglawak Kertosono yang lulus pada tahun 2010. Setelah lulus SMA dia berkesempatan untuk menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Malang mengambil jurusan Matematika dan mendapat beasiswa.

Selama menjadi mahasiswa dia aktif mengikuti kegiatan-keagamaan di kampus serta kegiatan-kegiatan lain dalam rangka mengembangkan EQ-nya. Berbagai event olimpiade baik dalam bidang Sains maupun kebahasaan sering diikutinya dalam rangka mengembangkan kompetensi IQ-nya. Selama menjadi mahasiswa dia mengajar di bimbel maupun *home teaching* untuk mengasah kembali ilmu yang telah didapatkannya.

Selama menempuh pendidikan tingkat dasar hingga tingkat perguruan tinggi dia sering mengikuti kompetisi baik dalam bidang keagamaan, olimpiade sains dan bidang lainnya baik tingkat kecamatan, kabupaten, bahkan tingkat nasional. Beberapa prestasi yang pernah diraih diantara selalu menjadi rangking pertama selama duduk di bangku sekolah dasar, selalu menjadi dua besar dalam juara paralel di tingkat SMP dan SMA, juara cerdas cermat dan cerdas cermat al-Quran pada tahun 2003, dan juara Fahmil Quran tingkat kabupaten Nganjuk pada tahun 2008, serta wakil kabupaten Nganjuk dalam Raimuna tingkat nasional ke IX tahun 2008.



**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933**

### **BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : Binti Tsamrotul Fitria  
NIM : 10610011  
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika  
Judul Skripsi : Penurunan Model *Traffic Flow* Berdasarkan Hukum-  
Hukum Keseimbangan  
Pembimbing I : Mohammad Jamhuri, M.Si  
Pembimbing II : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	20 April 2014	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	29 April 2014	Konsultasi Kajian Keagamaan	2.
3.	08 Mei 2014	ACC Bab I dan Bab II	3.
4.	14 Mei 2014	Konsultasi Bab III	4.
5.	11 Juni 2014	Revisi Kajian Keagamaan	5.
6.	01 September 2014	Konsultasi Bab IV	6.
7.	08 September 2014	ACC Bab III	7.
8.	11 September 2014	Konsultasi Bab IV	8.
9.	22 September 2014	Konsultasi Kajian Keagamaan	9.
10.	06 Oktober 2014	Konsultasi Bab IV	10.
11.	13 Oktober 2014	ACC Kajian Keagamaan	11.
12.	23 Oktober 2014	Konsultasi Bab IV	12.
13.	27 Oktober 2014	ACC Bab IV	13.
14.	03 November 2014	Konsultasi Bab V	14.
15.	11 November 2014	ACC Bab V	15.
16.	12 November 2014	ACC Keseluruhan	16.

Malang, 10 Januari 2015  
Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001