FAKTORISASI GRAF BARU
YANG DIHASILKAN DARI PEMETAAN TITIK GRAF SIKEL
PADA BILANGAN BULAT POSITIF

SKRIPSI

OLEH
NOVA NEVISA AULIATUL FAIZAH
NIM. 10610070

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015

FAKTORISASI GRAF BARU
YANG DIHASILKAN DARI PEMETAAN TITIK GRAF SIKEL
PADA BILANGAN BULAT POSITIF

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Nova Nevisa Auliatul Faizah
NIM. 10610070

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2015

FAKTORISASI GRAF BARU
YANG DIHASILKAN DARI PEMETAAN TITIK GRAF SIKEL
PADA BILANGAN BULAT POSITIF

SKRIPSI

Oleh
Nova Nevisa Auliatul Faizah
NIM. 10610070

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 7 Januari 2015

Pembimbing I,	Pembimbing II,
H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19710420 200003 1 003	NIP. 19760318 200604 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

FAKTORISASI GRAF BARU
YANG DIHASILKAN DARI PEMETAAN TITIK GRAF SIKEL
PADA BILANGAN BULAT POSITIF

SKRIPSI

Oleh
Nova Nevisa Auliatul Faizah
NIM. 10610070

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 07 Januari 2015

Penguji Utama	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Ketua Penguji	:	Drs. H. Turmudi, M.Si	....
Sekretaris Penguji	:	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Anggota Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nova Nevisa A.F

NIM : 10610070

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Faktorisasi Graf Baru yang dihasilkan dari Pemetaan Titik Graf Sikel pada Bilangan Bulat Positif

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan plagiat atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali sebagai literatur yang tercantum pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari dapat dibuktikan skripsi ini hasil plagiasi, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 19 Januari 2015
Yang membuat pernyataan,

Nova Nevisa A.F
NIM. 10610070

MOTO

وَمَن جَٰهَدَ فَإِنَّمَا يُجَٰهِدُ لِنَفۡسِهِۦٓۚ إِنَّ ٱللَّهَ لَغَنِيٌّ عَنِ ٱلۡعَٰلَمِينَ ۝٦

"dan barangsiapa yang berjihad, maka sesungguhnya jihadnya itu adalah untuk dirinya sendiri. Sesungguhnya Allah benar-benar Maha Kaya (tidak memerlukan sesuatu) dari semesta alam" (*QS. al-Ankabut*/29:06).

"Sesuatu mungkin mendatangi mereka yang mau menunggu, namun hanya didapatkan oleh mereka yang mau mengejarnya" (Abraham Lincoln)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'alamiin... dengan iringan rasa syukur yang sebesar-besarnya skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Bapak tercinta H. Abdul Manan Yusuf, Alm dan ibu Dzuryatus Salichah yang senantiasa mendoakan.

Adik Afif dan Kafi yang tersayang.

Para pengajar dan teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2010 yang memberikan bimbingan, semangat, doa, motivasi, dan nasihat kepada penulis untuk meraih cita-cita setinggi-tingginya.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah SWT atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga peneliti mampu menyelesaikan penyusunan skripsi sekaligus studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Ucapan terima kasih seiring doa dan harapan *jazakumullahu bikhair*, peneliti haturkan sebagai penghargaan yang setinggi-tingginya kepada semua pihak yang telah membantu terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd dan Abdul Aziz, M.Si selaku dosen pembimbing I dan pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan, arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada peneliti sehingga peneliti lebih terarah dalam menulis skripsi ini.
5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.

6. Ayah dan ibu, selaku orang tua yang selalu memberikan doa, semangat serta motivasi kepada peneliti yang tidak pernah ada hentinya.
7. Seluruh teman Matematika angkatan 2010 yang memberikan motivasi dan tidak pernah membiarkan peneliti merasa sendiri. Serta "Keluarga Cemara" yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi-mimpinya.
8. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik berupa materiil maupun moril.

Peneliti berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi peneliti dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Januari 2015

Peneliti

DAFTAR ISI

BAB III PEMBAHASAN

BAB IV PENUTUP

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Faizah, Nova Nevisa Auliatul. 2015. **Faktorisasi Graf Baru yang dihasilkan dari Pemetaan Titik Graf Sikel pada Bilangan Bulat Positif**. Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd. (II) Abdul Aziz, M.Si.

Kata kunci: *Faktorisasi*, *1-faktor*, *f-faktor*, *Graf Sikel* (C_n)

Faktor merupakan subgraf merentang dari suatu graf. Subgraf merentang terdiri dari himpunan pasangan titik yang tidak saling terhubung dan selalu berbentuk graf beraturan satu, ini dapat disebut sebagai graf yang memiliki 1-faktor. Ketika himpunan titik dari graf sikel (C_n) dipetakan pada bilangan bulat positif yang dibatasi oleh derajatnya maka akan menghasilkan graf baru ${C_n}^*$yang memiliki 1-faktor dengan ciri-ciri fungsi tertentu. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui ciri-ciri fungsi yang menghasilkan graf baru C_n^* yang dihasilkan dari graf C_n akan memiliki 1-faktor.

Adapun Langkah-langkah untuk memperoleh hasil dari penelitian ini adalah: (1) menggambar graf sikel C_n, (2) menentukan kemungkinan-kemungkinan dari fungsi $f(C_n) \rightarrow \{1, 2\}$, (3) menentukan $D(x)$, (4) menentukan $s(x)$ dan $S(x)$, (5) Menentukan graf baru $C_n^* = (V^*, E^*)$, (6) Faktorisasi graf baru C_n^* dengan menunjukkan himpunan pasangannya.

Hasil dari penelitian ini adalah ciri-ciri fungsi yang menghasilkan graf baru C_n^* yang memiliki 1-faktor dengan membedakan untuk banyak titik ganjil dan banyak titik genap sebagaimana berikut:

1. Fungsi dengan banyak n atau satu titik dipetakan ke 2 untuk n ganjil
2. Fungsi dengan banyak n titik dipetakan ke 2 atau 1 untuk n genap

Bagi penelitian selanjutnya diharapkan dapat mengembangkan penelitian ini untuk graf lainnya.

ABSTRACT

Faizah, Nova Nevisa Auliatul. 2015. **Factorizing a New Graph Produced by the Mapping of Cycle Graph vertices on a positive integer**. Thesis Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisor: (1) Wahyu Henky Irawan, M.Pd. (II) Abdul Aziz, M.Si.

Keywords: *Factor*, *1-factor*, *f-factor*, *Cycle Graph* (C_n)

Factor is a spanning subgraph of a graph. Spanning subgraph consist of a set of couples of vertices that disconnected each other and always organized as regular graph one, called as a graph that has 1-factor. When a set of points of Cycle Graph C_n mapped on a positive integerbordered by its degree, it will produce a new graph of ${C_n}^*$ that has *1-factor* with the particular function's characteristics. The aim of this study is to determine the function's characteristics that produc a new graph of ${C_n}^*$ obtained from C_n of having *1-factor*.

Therefore, the steps to provide the result of the research are: (1) drawing the Cycle Graph C_n, (2) Determining the possibility function of $f(C_n) \to \{1,2\}$, (3) Determining $D(x)$, (4) Determining $s(x)$ dan $S(x)$, (5) Determining a new graph $C_n^* = (V^*, E^*)$, (6) Factorizing the new graph C_n^* with showing a set matching.

The results of this research are the function's characteristics that producing a new graph of ${C_n}^*$ of having *1-factor* with differentiate for many odd points and even points as follow:

1. A function of n or one vertex has mapped to 2 for n odd
2. A function of n vertices is mapped to 2 or 1 for n even.

For the further research is expected to another graph.

ملخص

فائزة، نوفا نفيسة أولياتول. عام ٢٠١٥ . **تعميل المخطط محصول من تخطيط رؤوس على صحيح موجب** . بعث جامعي، الشعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا الجامعةِ الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانغ. المشرف: (١) وحي هينكي ايراوان الماجستير، (٢) عبدول عزيز الماجستير

الكلمات الرئيسية: التعميل، ١–عامل، عامل–f، مخطط سيكيل(C_n)

فاكتور تراوحت من غراف سوبجراف. مجموعة سوبجراف يتكون من مجموعة أزواج من النقاط التي لم تكن بعضها بعضا مترابطا وعلى شكل واحد دائما غير النظامية، ويسمى هذا الم خطط ١–عامل. عند تعيين رءس مخطط الروم C_n تم تعيينها على الإعداد الصحيحة الموجبة التي هي مقيدة بالدرجة ثم أنه سيولد المخطط جديد $C_n^{\star}$ يحتوي على ١–فاكتور مع الصفات لوظائف معينة. والغرض من هذا البحث هو معرفة صفات الدالة التي تولد المخطط جديدة $C_n^{\star}$ الناجمة عن المخطط C_n سوف يكون ١–عامل.

خطوات الحصول على النتائج من هذه الدراسة، هي: (١) رسم مخطط الروم، (٢) تحرير إمكانية لوظائفها، (٣) تحديد $D(x)$، (٤) تحديد $s(x)$ و $S(x)$ ، (٥) تحديد مخطط جديد $C_n^{*} = (V^{*}, E^{*})$ ، (٦) التعمل مخطط جديدة بهداية ازوجه. نتائج هذه البحوث هي صفات الدالة التي تولد المخطط جديدة $C_n^{\star}$ يحتوي على ١–فاكتور على النحو التالي:

١. وظائف مع n أو اكثر نقطة معينة إلى 2 لنقطة فردي

٢الدالة على n النقطة 2 ويتم تعيين المهام مع الكثير من النقطة 2 او 1 من n مرقمة

وسيكون لمزيد البحث ويتوقع أن تعرف المهام المميزة التي تقوم لغيرمخطط.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu Matematika yang sebenarnya sudah ada sejak dua ratus tahun yang lalu. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis (Munir, 2012: 353). Secara sistematis, menurut Chartrand dan Lesniak (1996) graf didefinisikan sebagai himpunan titik $V(G)$ yang tak kosong dan himpunan sisi $E(G)$ yang mungkin kosong yang mana keduanya saling berhubungan.

Berbicara masalah himpunan, maka dalam al-Quran juga telah dipaparkan mengenai adanya konsep himpunan yaitu terdapat pada surat al-Baqarah ayat 253.

.....فَمِنۡهُم مَّنۡ ءَامَنَ وَمِنۡهُم مَّن كَفَرَۚ ...

"maka ada di antara mereka yang beriman dan ada (pula) di antara mereka yang kafir". (*QS. al-Baqarah*/2:253)

Berdasarkan ayat tersebut, terdapat konsep matematika yang terkandung di dalamnya yaitu kumpulan objek-objek yang mempunyai ciri-ciri yang sangat jelas berupa kumpulan orang-orang yang beriman dan kumpulan orang-orang yang kafir. Kumpulan ini dalam matematika dinamakan dengan himpunan, sehingga dapat dikatakan sebagai himpunan orang mukmin dan himpunan orang kafir (Abdussakir, 2007:110).

Dalam perkembangannya, teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika diskrit yang mulai banyak peminatnya. Jurnal pertama yang ditulis tentang teori graf muncul pada tahun 1736 oleh matematikawan terkenal dari Swiss bernama Euler (Budayasa, 2007:1). Perkembangan teori ini tidak hanya secara teoritis, tetapi juga secara aplikatif. Dalam perkembangan teoritis, konsep-konsep yang ada dapat dibuktikan secara deduksi dan induksi. Sedangkan perkembangan secara aplikatif merupakan terapan dari hasil teoritis sebagai penyelesaian dari suatu masalah nyata.

Salah satu topik yang menarik untuk diteliti dari perkembangan graf secara teoritis adalah membahas tentang faktorisasi. Menurut Chartrand dan Lesniak (1996), faktor adalah subgraf merentang dari suatu graf dan faktorisasi adalah penjumlahan sisi-sisi yang disjoint dari faktor-faktor suatu graf. Selanjutnya *r-reguler* faktor dapat dinyatakan sebagai *r-faktor*. Karena faktorisasi dari suatu graf akan selalu menghasilkan faktor-faktor graf yang beraturan satu, maka graf tersebut dapat dinyatakan memiliki *1-faktor*. Sedangkan pasangan sempurna adalah himpunan pasangan titik yang membentuk sisi pada suatu graf yang tidak saling terhubung langsung. Melihat definisi pasangan sempurna ini dapat mewakili definisi dari faktor maka dapat dinyatakan bahwa suatu graf yang mengandung pasangan sempurna akan memiliki 1-faktor. Hal ini dapat direpresentasikan dengan ciptaan Allah yang selalu diciptakan berpasang-pasangan. Seperti yang telah dijelaskan dalam al-Qura surat Yasin ayat 36.

سُبْحَٰنَ ٱلَّذِى خَلَقَ ٱلْأَزْوَٰجَ كُلَّهَا مِمَّا تُنۢبِتُ ٱلْأَرْضُ وَمِنْ أَنفُسِهِمْ وَمِمَّا لَا يَعْلَمُونَ ﴿٣٦﴾
وَءَايَةٌ لَّهُمُ ٱلَّيْلُ نَسْلَخُ مِنْهُ ٱلنَّهَارَ فَإِذَا هُم مُّظْلِمُونَ ﴿٣٧﴾ وَٱلشَّمْسُ تَجْرِى لِمُسْتَقَرٍّ لَّهَا ۚ ذَٰلِكَ
تَقْدِيرُ ٱلْعَزِيزِ ٱلْعَلِيمِ ﴿٣٨﴾

"Maha Suci Tuhan yang Telah menciptakan pasangan-pasangan semuanya, baik dari apa yang ditumbuhkan oleh bumi dan dari diri mereka maupun dari apa yang tidak mereka ketahui. Dan suatu tanda (kekuasaan Allah yang besar) bagi mereka adalah malam; kami tanggalkan siang dari malam itu, Maka dengan serta merta mereka berada dalam kegelapan. Dan matahari berjalan ditempat peredarannya. Demikianlah ketetapan yang Maha Perkasa lagi Maha Mengetahui".(QS. Yasin/23:36-38)

Pada ayat tersebut menjelaskan bahwa tidak ada suatu apapun di muka bumi ini Allah ciptakan tanpa pasangan, ciptaanNya semua dijadikan berpasangan supaya mereka bisa saling melengkapi dan supaya mereka senantiasa mengingat kebesaran Allah. Sebagai contoh seperti kejadian siang dan malam yang tidak berlaku pada satu waktu yang sama. Pada satu masa Allah jadikan suasana gelap dengan sedikit cahaya agar manusia dapat beristirahat, dan kemudian Dia jadiakan suatu masa yang terang dengan cahaya matahari agar manusia dapat menjalankan aktivitasnya. Demikianlah Allah ciptakan kesempurnaan untuk makhlukNya agar mereka semua mendapati keseimbangan dengan saling melengkapi terhadap pasangannya masing-masing. Hal ini sesuai dengan pernyataan bahwa suatu graf yang mengandung pasangan sempurna akan memiliki 1-faktor, maksudnya ketika ciptaan Allah diciptakan berpasang-pasangan maka mereka akan dapat saling melengkapi dengan pasangannya masing-masing.

Setelah membicarakan sedikit tentang permasalahan faktorisasi, ternyata permasalahan ini sangatlah menarik untuk dibahas, disamping itu pengembangannya juga masih terlalu sempit. Sejauh ini masalah yang sudah dikaji tentang faktorisasi adalah faktorisasi graf komplit oleh Vera Mandailina tahun 2009 dan faktorisasi graf beraturan-*r* dengan order genap oleh Asna Bariroh tahun 2010, kedua masalah ini hanya membahas tentang faktorisasi pada graf yang hanya menghasilkan berapa banyak faktor pada suatu graf. Jika permasalahan faktorisasi ini dikaitkan dengan sebuah pemetaan dari himpunan titik suatu graf pada bilangan bulat positif yang dibatasi oleh derajatnya maka akan berakibat terbentuknya graf baru yang mana graf baru tersebut tidak selalu memiliki 1-faktor. Oleh karena itu peneliti tertarik untuk mengembangkannya lebih lanjut. Peneliti merumuskan judul untuk penelitian ini adalah "Faktorisasi Graf Baru yang Dihasilkan dari Pemetaan Titik Graf Sikel pada Bilangan Bulat Positif".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka masalah yang dapat dirumuskan adalah bagaimana ciri-ciri fungsi pada faktorisasi graf baru C_n^* yang dihasilkan dari pemetaan titik graf C_n pada bilangan bulat positif yang memiliki 1-faktor.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui ciri-ciri fungsi pada faktorisasi graf baru C_n^* yang dihasilkan dari pemetaan titik graf C_n pada bilangan bulat positif yang memiliki 1-faktor.

1.4 Manfaat penelitian

1. Bagi Peneliti

Penelitian ini diharapkan bisa menambah wawasan baru tentang pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang teori graf tentang faktorisasi.

2. Bagi lembaga UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

Penelitian ini diharapkan bisa digunakan sebagai bahan kepustakaan untuk pengembangan ilmu selanjutnya.

3. Bagi Mahasiswa dan Pengembangan Ilmu Pengetahuan

Penelitian ini diharapkan bisa memberi wacana tentang pengembangan keilmuan bidang ilmu matematika tentang teori graf, khususnya tentang faktorisasi graf baru C_n^* yang dihasilkan dari pemetaan titik graf C_n pada bilangan bulat positif.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini hanya dibatasi untuk graf sikel C_n dimulai dari $n = 3$ untuk $n \in N$.

1.6 Metode Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan permasalahan tentang faktorisasi. Hal ini merupakan salah satu teori graf yang terdapat dalam struktur aljabar. Sehingga dapat ditentukan bahwa metode penelitian ini merupakan metode kepustakaan, yaitu salah satu jenis metode penelitian kualitatif yang lokasi atau tempat penelitiannya dilakukan dipustaka, dokumen arsip, dan lain sejenisnya (Prastowo, 2011:190). Oleh karena itu pendekatan yang digunakan ialah pendekatan kualitatif yang pada umumnya tidak terjun ke lapangan dalam pencarian dan pengumpulan sumber datanya, setelah itu dilanjutkan dengan menganalisis sumber data tersebut untuk diolah dan disajikan dalam bentuk laporan Penelitian Kepustakaan. Sedangkan pola pembahasannya dari induktif ke deduktif, hal ini berarti pembahasannya dimulai dari hal-hal khusus menuju pada hal-hal umum (*generalisasi*). Secara garis besar langkah penelitian ini sebagai berikut:

1. Menggambar graf sikel (C_n) dengan n bilangan ganjil.
2. Menentukan fungsi $f: V(C_n) \to Z^+$ dengan ketentuan $f(x) \leq d(x)\ \forall x \in V(C_n)$, karena derajat pada graf sikel (C_n) selalu dua maka himpunan $Z^+ = \{1, 2\}$ sehingga fungsinya dapat ditulis $f: V(C_n) \to \{1, 2\}$. Kemudian menuliskan semua kemungkinan pemetaan yang terjadi.
3. Menentukan $D(x) = \{x_\alpha | \alpha \in E(C_n), \alpha$ adalah sisi yang terkait langsung dengan x; $\forall x \in V(C_n)\}$.
4. Menentukan $s(x) = d(x) - f(x), \forall x \in V(C_n)$ yang didefinisikan sebagai bilangan yang dihasilkan dari selisih antara derajat titik di graf sikel (C_n) dan bilangan bulat positif dari fungsi $f: V(C_n) \to Z^+$, kemudian menentukan $S(x) = \{x(i) | 1 \leq i \leq s(x)\}$ yang berupa himpunan titik dari $s(x)$.
5. Menentukan graf baru $C_n{}^\star = (V^\star, E^\star)$, yang masing-masing dari $V^\star$ dan $E^\star$ didefinisikan sebagai berikut:
   a. $V^\star = \left\{V^\star{}_1 \cup V^\star{}_2 | V^\star{}_1 = \bigcup_{x \in V\ (C_n)} D(x)\right.$ dan $\left. V^\star{}_2 = \bigcup_{x \in V\ (C_n)} S(x)\right\}$
   b. $E^\star = \{E^\star{}_1 \cup E^\star{}_2 | E^\star{}_1 = \{x_\alpha y_\alpha | \alpha = xy \in E(C_n)\}$ dan $E^\star{}_2 = \{uv | u \in D(x),$ $v \in S(x), x \in V\ (C_n)\}\}$.
6. Faktorisasi graf baru $C_n{}^\star$.
7. Membuat suatu konjektur berdasarkan ciri-ciri yang didapatkan.
8. Merumuskan konjektur sebagai suatu teorema, kemudian dibuktikan kebenarannya sehingga dapat dinyatakan benar secara umum.
9. Menuliskan laporan penelitian.

1.7 Sistematika Penelitian

Agar penelitian penelitian ini mudah dipahami, maka dalam sistematika penelitiannya dibentuk bab-bab yang di dalamnya terdapat beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penelitian.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka meliputi teori-teori yang mendukung pembahasan. Teori-tori tersebut berupa definisi dan teorema yang meliputi pengertian graf, derajat titik, graf terhubung, operasi graf, subgraf, pasangan, dan faktorisasi.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang pembahasan faktorisasi graf baru C_n^* yang dihasilkan dari pemetaan titik graf C_n pada bilangan bulat positif yang diuraikan secara keseluruhan sesuai dengan langkah-langkah yang telah ditentukan pada metode penelitian.

Bab IV Penutup

Penutup berisi tentang kesimpulan dari hasil penelitian dan saran sebagai acuan bagi peneliti selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Teori graf

2.1.1 Pengertian Graf

Definisi 2.1

Graf G adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut sebagai titik dan E himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

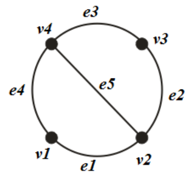
Definisi 2.2

Himpunan titik di graf G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$, sedangkan banyaknya unsur di V disebut ***Order*** dari G dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di E disebut ***Size*** dari G dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka *order* dan *size* cukup ditulis dengan $G(p,q)$. (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Definisi 2.3

Sisi $e = (u,v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v, jika $e = (u,v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut ***adjacent*** (terhubung langsung), sedangkan u dan e serta v dan e disebut ***incident*** (terkait langsung). (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Sebagai contoh dari definisi-definisi graf, maka penulis memberikan graf G sebagai berikut:



Gambar 2.1 Graf $G(4,5)$

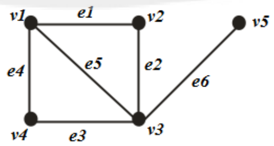
Pada Gambar 2.1 terlihat bahwa graf G memuat 4 titik dan 5 sisi, dapat dinyatakan sebagai $G = (V(G), E(G))$ atau $G(4,5)$ dengan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$, titik yang terhunbung langsung pada graf G adalah v_1 dan v_2, v_2 dan v_3, v_3 dan v_4, v_1 dan v_4, serta v_4 dan v_2. Sedangkan sisi yang terhubung langsung adalah e_1 dengan e_2, e_2 dengan e_3, e_3 dengan e_4, e_4 dengan e_1, e_1 dengan e_5, e_2 dengan e_5, e_4 dengan e_5, dan e_3 dengan e_5. Titik v_1 dan sisi e_1 serta v_2 dan e_1 dikatakan terkait langsung.

2.1.2 Derajat Titik

Definisi 2.4

Derajat dari titik v di graf G, ditulis deg_G (v), adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v. Titik v dikatakan genap atau ganjil tergantung dari deg_G (v) genap atau ganjil (Chartrand dan Lesniak, 1996:2).

Contoh 2.1: Diberikan Graf G



Gambar 2.2 Graf G

Pada Gambar 2.2 dapat diperoleh derajat masing-masing titik graf G adalah $deg_G(v_1) = 3$, $deg_G(v_2) = 2$, $deg_G(v_3) = 4$, $deg_G(v_4) = 2$ dan $deg_G(v_5) = 1$. Titik v_2, v_3 dan v_4 adalah titik-titik yang berderajat genap, titik v_1

dan v_5 adalah titik yang berderajat ganjil, sedangkan titik v_5 adalah titik yang berderajat satu atau titik ujung. Untuk selanjutnya derajat dari titik v di graf G dinotasikan dengan $d(v)$.

2.1.3 Graf Terhubung

Definisi 2.4

Misalkan G graf serta u dan v adalah titik di G (yang tidak harus berbeda). ***Jalan*** $u - v$ pada graf G adalah barisan berhingga yang berselang-seling $W: u = u_0, e_1, u_1, e_2, \dots, u_{k-1}, e_k, u_k = v$ antara titik dan sisi, yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik, dengan $e_i = u_i - u_{i-1}, i = 1,2,3, \dots, k$ adalah sisi di G (Chartrand dan Lesniak, 1996:16).

u_0 disebut *titik awal*, u_k disebut *titik akhir*, titik $u_1, u_2, \dots, u_{k-1}$ disebut ***titik internal***, dan k menyatakan panjang dari W. Jika $u_0 \neq u_k$, maka W disebut ***jalan terbuka***. Jika $u_0 = u_k$, maka W disebut ***jalan tertutup***. Jalan yang tidak mempunyai sisi disebut ***jalan trivial***. Karena dalam graf dua titik hanya akan dihubungkan oleh tepat satu sisi, maka jalan $u - v$, $W: u = v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_n, v_n = v$ dapat ditulis menjadi $W: u = v_0, v_1, \dots, v_{n-1}, v_n = v$.

Definisi 2.5

Jalan W yang semua sisinya berbeda disebut ***trail***. Jalan terbuka yang semua titiknya berbeda disebut ***lintasan***. Dengan demikian setiap lintasan pasti merupakan trail, tetapi tidak semua trail merupakan lintasan (Chartrand dan Lesniak, 1996:17).

Definisi 2.6

Suatu *trail* tertutup yang nontrivial disebut ***sirkuit*** dan suatu *sirkuit* $v_1, v_2, \dots, v_n, v_i$ $(n \geq 3)$ dengan n adalah titik v_i yang berbeda disebut ***sikel*** (C_n) (Chartrand dan Lesniak, 1996:18).

Definisi 2.7

Sikel dengan 3 atau lebih titik adalah suatu graf sederhana yang titiknya tersusun mengikuti putaran seperti suatu jalan dengan dua titik yang terhubung langsung jika keduanya berturutan dan tidak terhubung langsung dengan lainnya. Sebuah sikel dengan satu titik disebut loop, dan sikel dengan dua titik yang dihubungkan oleh dua sisi disebut sisi rangkap (Bondy dan Murty, 2008:4).

Contoh 2.2: Diberikan Graf sikel C_n dengan $n = 3, 4, 5, 6$

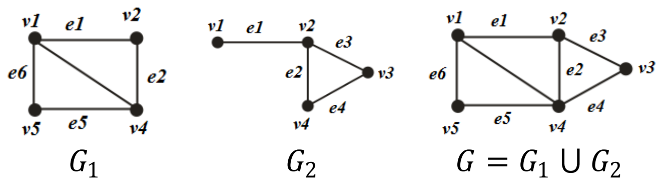
Gambar 2.3 Graf C_3, C_4, C_5, C_6

2.1.4 Operasi Graf

Definisi 2.8

Union (Gabungan) dari G_1 dan G_2, ditulis $G = G_1 \cup G_2$ adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Jika graf G terdiri dari sebanyak k $(k \geq 2)$ graf H, maka ditulis $G = {}_kH$. (Chartrand dan Lesniak, 1996:9).

Dari definisi gabungan, penulis memberikan contoh sebagai berikut:



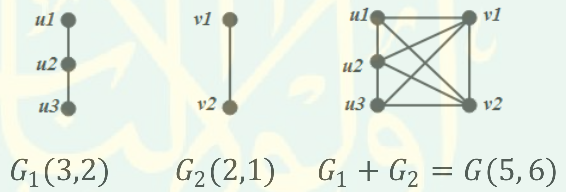
Gambar 2.4 G Gabungan dari G_1 dan G_2

Pada Gambar 2.4 dapat dilihat bahwa graf G merupakan gabungan dari graf G_1 dan G_2 karena $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$.

Definisi 2.9

Join (Penjumlahan) dari G_1 dan G_2, ditulis $G = G_1 + G_2$ adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv|u \in V(G_1) \text{ dan } v \in V(G_2)\}$ (Chartrand dan Lesniak, 1996:9).

Dari definisi penjumlahan, penulis memberikan contoh sebagai berikut:



Gambar 2.5 $G = G_1 + G_2$

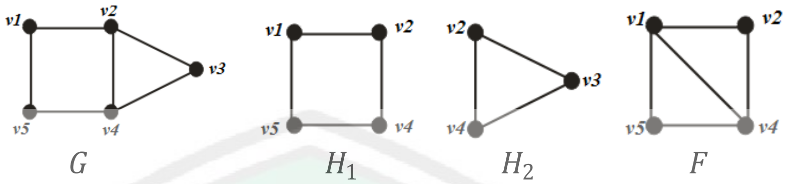
Pada Gambar 2.5 dapat dilihat bahwa graf G merupakan penjumlahan dari graf G_1 dan G_2 karena $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv|u \in V(G_1)\ dan\ v \in V(G_2)\}$.

2.1.5 Subgraf

Definisi 2.10

Graf H merupakan subgraf dari G jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Jika H adalah subgraf G, maka ditulis $H \subseteq G$ (Chartrand dan Lesniak, 1996:4).

Dari definisi subgraf penulis memberikan contoh sub graf dari graf G sebagai berikut:



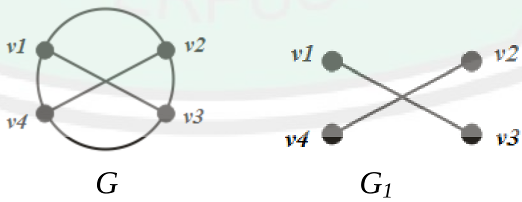
Gambar 2.6 $H_1 \subseteq G, H_2 \subseteq G$, dan $F \nsubseteq G$

Pada contoh 2.6 diberikan graf G, yang merupakan subgraf G adalah H_1 kerena $V(G_1) \subseteq V(G)$ dan $E(G_1) \subseteq E(G)$, serta H_2 karena $V(G_2) \subseteq V(G)$ dan $E(G_2) \subseteq E(G)$, sedangkan graf F bukan merupakan subgraf dari graf G, karena sisi $(v_1 v_4)$ bukan merupakan anggota dari graf G.

Definisi 2.11

Subgraf H dari graf G yang memiliki himpunan titik yang sama pada G atau jika subgraf H dengan $V(H) = V(G)$, maka H disebut ***spanning subgraf*** (subgraf merentang) dari G (Chartrand dan Lesniak , 1996:5).

Dari definisi subgraf merentang, penulis memberikan contoh sebagai berikut:



Gambar 2.7 Subgraf Merentang G_1 dari Graf G

Pada Gambar 2.7 graf G, yang merupakan subgraf merentang dari graf G karena $V(G_1) = V(G)$.

2.1.6 Pasangan *(Matching)*

Definisi 2.12

Matching pada suatu graf adalah himpunan pasangan yang tidak saling terhubung. Jika M adalah *matching*, dua atau lebih dari setiap sisi di M disebut matching dari M, dan setiap titik yang terkait langsung dengan sisi di M menjadi tertutup oleh M (Bondy dan Murty, 2008:413).

Definisi 2.13

Matching (Pasangan) pada graf G adalah himpunan pasangan titik yang membentuk sisi pada graf G yang tidak saling terhubung langsung (Chartrand dan Lesniak, 1996:259).

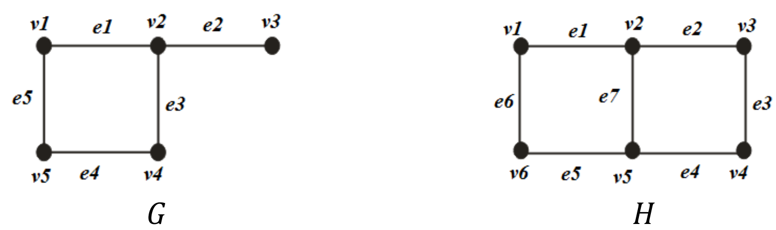
Definisi 2.14

M disebut sebagai ***perfect matching*** (pasangan sempurna) pada graf G, jika M merupakan suatu pasangan pada graf G, dan semua sisi di M menutup semua titik di G (Bondy dan Murty, 2008:414).

Definisi 2.15

Jika M adalah pasangan pada graf G dan setiap titik di G terkait langsung dengan sisi di M, maka M disebut ***perfect matching*** (Chartrand dan Lesniak, 1996:259).

Sebagai contoh dari definisi-definisi pasangan dan pasangan sempurna, maka penulis memberikan graf G dan graf H sebagai berikut:



Gambar 2.8 Graf G dan Graf H

Dari Gambar 2.8 graf G merupakan pasangan tidak sempurna ditunjukan dengan $M = \{e_1, e_4\}$, karena terdapat titik di G yang tidak tertutup oleh sisi di M sehingga titik tersebut tidak terkait langsung dengan sisi di M. Sedangkan graf H adalah pasangan sempurna yang ditunjukkan dengan $M = \{e_1, e_3, e_5\}$, karena semua titik di H tertutup oleh sisi di M.

2.1.7 Faktorisasi

Definisi 2.15

Faktor dari graf G adalah suatu subgraf merentang dari graf G (Chartrand dan Lesniak, 1996:263).

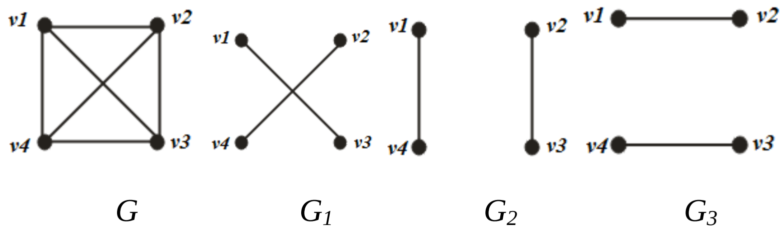
Jika $G_1, G_2, \dots, G_n$ adalah faktor yang disjoint sisi pada graf G sedemikian hingga $\bigcup_{i=1}^{n} E(G_i) = E(G)$ dimana $G = G_1 \oplus G_2 \oplus \dots \oplus G_n$ disebut sebagai penjumlahan sisi dari faktor-faktor $G_1, G_2, \dots, G_n$.

Definisi 2.16

Faktorisasi dari graf G adalah penjumlahan sisi dari faktor-faktor graf G (Chartrand dan Lesniak, 1996:263).

Suatu ***r-reguler*** faktor dari graf G dapat dinyatakan sebagai ***r-faktor*** dari G. Oleh karena itu, suatu graf memiliki 1-faktor jika dan hanya jika mengandung suatu *perfect matching.*

Dari definisi-definisi faktorisasi, penulis memberikan contoh faktorisasi dari graf G sebagai berikut:



Gambar 2.9 Garf G dan Faktor-faktornya

Pada Gambar 2.9 diberikan sebuah graf G, yang merupakan faktor-faktor dari Graf G adalah G_1, G_2 dan G_3 karena ketiganya merupan subgraf merentang dari graf G. Hal ini mengakibatkan Graf G dapat difaktorkan menggunakan 1-faktor karena pada graf G mengandung suatu pasangan sempurna yang ditunjukkan oleh faktor-faktornya. Ketika G_1, G_2 dan G_3 dijumlahkan menghasilkan graf G, secara sistematis dapat ditulis sebagai $G = G_1 \oplus G_2 \oplus G_3$ maka hal ini disebut faktorisasi dari graf G.

Berdasarkan buku Extremal Graph Theory oleh Bella Bollobas, peneliti menyimpulkan bahwa untuk membangun graf baru G^* dari graf G yang memiliki 1-faktor adalah dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan fungsi $f: V(G) \to Z^+$ dengan ketentuan $f(x) \leq d(x)\ \forall x \in V(G)$.
2. Menentukan $D(x) = \{x_\alpha | \alpha \in E(G), \alpha$ adalah sisi yang terkait langsung dengan $x;\ \forall x \in V(G)\}$.
3. Menentukan $s(x) = d(x) - f(x)\ \forall x \in V(G))$, kemudian menentukan $S(x) = \{x(i) | 1 \leq i \leq s(x)\}$.
4. Menentukan graf baru $G^\star = (V^\star, E^\star)$ dengan $V^\star$ dan $E^\star$ didefinisikan sebagai berikut:
   a. $V^\star = \{V^\star{}_1 \cup V^\star{}_2 | V^\star{}_1 = \cup_{x \in V(G)} D(x)$ dan $V^\star{}_2 = \cup_{x \in V(G)} S(x)\}$
   b. $E^\star = \{E^\star{}_1 \cup E^\star{}_2 | E^\star{}_1 = \{x_\alpha y_\alpha | \alpha = xy \in E(G)\}$ dan $E^\star{}_2 = \{uv | u \in D(x),$ $v \in S(x), x \in V\ (G)\}\}$.
5. Faktorisasi graf baru $G^\star = (V^\star, E^\star)$ dengan menunjukkan adanya himpunan pasangan sempurna.

Dari graf baru G^* yang dibangun tersebut maka terbentuklah lemma sebagai berikut:

Lemma 2.1

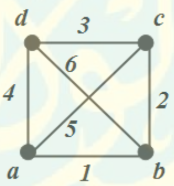
G memiliki f-faktor jika dan hanya jika G^* memiliki 1-faktor (Bollobas, 1978:68).

Bukti:

Misalkan G memiliki f-faktor dengan himpunan sisi $F \subset E$. Maka $\psi(F)$ memuat sisi yang bebas dan dalam setiap himpunan $D(x)$ pasti titik $s(x)$ tidak tertutup oleh $\psi(F)$. Untuk setiap x kita menambahkan $s(x)$ yang bebas dengan sisi $D(x) - S(x)$ yang menutup titik-titik yang lain dari $D(x)$. Dengan cara ini kita memperoleh G^* memiliki 1-faktor.

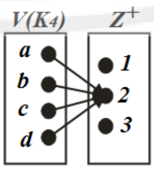
Sebaliknya jika G^* mempunyai 1-faktor dengan himpunan sisi $F^* \subset E^*$ kemudian $\psi^{-1}(F^* \cap E^*)$ adalah himpunan sisi dari f-faktor di G.

Contoh 2.3: Diberikan graf komplit K_4



Gambar 2.10 Garf K_4

1. Menentukan fungsi $f: V(K_4) \to Z^+$ dengan ketentuan $f(x) \leq d(x)\ \forall x \in V(K_4)$.



Gambar 2.11 Salah Satu Kemungkinan Fungsi $f: V(K_4) \to Z^+$

2. Menentukan $D(x) = \{x_\alpha | \alpha \in E(K_4), \alpha$ adalah sisi yang terkait langsung dengan x; $\forall x \in V(K_4)\}$.

   $D(a) = \{a_\alpha | \alpha \in E(K_4)$ dengan $\alpha = 1, \alpha = 4$ dan $\alpha = 5\}$ maka diperoleh

$D(a) = \{a_1, a_4, a_5\}$

$D(b) = \{b_\alpha | \alpha \in E(K_4)$ dengan $\alpha = 1, \alpha = 2$ dan $\alpha = 6\}$ maka diperoleh

$D(b) = \{b_1, b_2, b_6\}$

$D(c) = \{c_\alpha | \alpha \in E(K_4)$ dengan $\alpha = 2, \alpha = 3$ dan $\alpha = 5\}$ maka diperoleh

$D(c) = \{c_2, c_3, c_5\}$

$D(d) = \{d_\alpha | \alpha \in E(K_4)$ dengan $\alpha = 3, \alpha = 4$ dan $\alpha = 6\}$ maka diperoleh

$D(d) = \{d_3, d_4, d_6\}$

3. Menentukan $s(x) = d(x) - f(x)\ \forall x \in V(K_4))$, kemudian menentukan $S(x) = \{x(i) | 1 \le i \le s(x)\}$.

   $s(a) = d(a) - f(a) = 3 - 2 = 1$ maka diperoleh

   $S(a) = \{a(i) | 1 \le i \le 1\} = \{a(1)\}$

   $s(b) = d(b) - f(b) = 3 - 2 = 1$ maka diperoleh

   $S(b) = \{b(i) | 1 \le i \le 1\} = \{b(1)\}$

   $s(c) = d(c) - f(c) = 3 - 2 = 1$ maka diperoleh

   $S(c) = \{c(i) | 1 \le i \le 1\} = \{c(1)\}$

   $s(d) = d(d) - f(d) = 3 - 2 = 1$ maka diperoleh

   $S(d) = \{d(i) | 1 \le i \le 1\} = \{d(1)\}$

4. Menentukan graf baru $G^\star = (V^\star, E^\star)$

   a. $V^\star = V^\star{}_1 \cup V^\star{}_2$

      $V^\star{}_1 = \bigcup_{x \in V\{K_4)} D(x) = \{D(a) \cup D(b) \cup D(c) \cup D(d)\}$

      $= \{a_1, a_4, a_5, b_1, b_2, b_6, c_2, c_3, c_5, d_3, d_4, d_6\}$

      $V^\star{}_2 = \bigcup_{x \in V(K_4)} S(x) = \{S(a) \cup S(b) \cup S(c)\}$

      $= \{a(1), b(1), c(1), d(1)\}$

      Sehingga untuk $V^\star = V^\star{}_1 \cup V^\star{}_2$ diperoleh

$V^{\star} = \{a_1, a_4, a_5, b_1, b_2, b_6, c_2, c_3, c_5, d_3, d_4, d_6, a(1), b(1), c(1), d(1)\}$

b. $E^{\star} = E^{\star}{}_1 \cup E^{\star}{}_2$

$E^{\star}{}_1 = \{x_\alpha y_\alpha | \alpha = xy \in E(K_4)\}$

$\alpha = 1$ maka diperoleh $a_1 b_1$

$\alpha = 2$ maka diperoleh $b_2 c_2$

$\alpha = 3$ maka diperoleh $c_3 d_3$

$\alpha = 4$ maka diperoleh $d_4 a_4$

$\alpha = 5$ maka diperoleh $a_5 c_5$

$\alpha = 6$ maka diperoleh $b_6 d_6$

Jadi, $E^{\star}{}_1 = \{a_1 b_1, b_2 c_2, c_3 d_3, d_4 a_4, a_5 c_5, b_6 d_6\}$

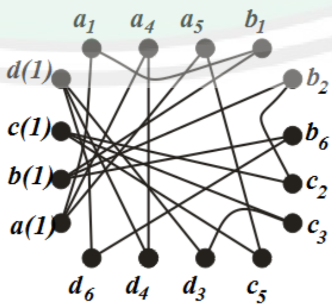
$E^{\star}{}_2 = \{uv | \, u \in D(x), v \in S(x), x \in V(K_4)\}$

$= \{a_1 a(1), a_4 a(1), a_5 a(1), b_1 b(1), b_2 b(1), b_6 b(1), c_2 c(1), c_3 c(1), c_5 c(1), d_3 d(1), d_4 d(1), d_6 d(1)\}$

Sehingga untuk $E^{\star} = E^{\star}{}_1 \cup E^{\star}{}_2$ diperoleh

$E^{\star} = \{a_1 b_1, b_2 c_2, c_3 d_3, d_4 a_4, a_5 c_5, b_6 d_6, a_1 a(1), a_4 a(1), a_5 a(1), b_1 b(1), b_2 b(1), b_6 b(1), c_2 c(1), c_3 c(1), c_5 c(1), d_3 d(1), d_4 d(1), d_6 d(1)\}$

Jadi, graf baru $K_4{}^{\star} = (V^{\star}, E^{\star})$ adalah



Gambar 2.12 Graf Baru $K_4{}^{\star}$

5. Faktorisasi graf baru $G^{\star} = (V^{\star}, E^{\star})$ dengan menunjukkan adanya himpunan pasangan sempurna.

Pasangan sempurna pada graf baru $G^{\star} = (V^{\star}, E^{\star})$ adalah $M = \{a_1b_1, a_5c_5, c_3d_3, b_6d_6, b_2b(1), c_2c(1), d_4d(1)\}$. Karena graf baru $G^{\star} = (V^{\star}, E^{\star})$ memuat pasangan sempurna maka graf baru $G^{\star} = (V^{\star}, E^{\star})$ memiliki 1-faktor.

2.2 Kajian Agama tentang Fungsi dan 1-Faktor

Fungsi merupakan topik penting dalam konsep Matematika yang mengkaji tentang keterhubungan atau korespondensi mengenai objek dalam dua sistem atau lebih dengan syarat tertentu. Pembahasan tentang fungsi dapat dijumpai dalam aljabar yang erat kaitannya dengan relasi.

Menurut Muniri (2011), dalam kehidupan nyata relasi dan fungsi merupakan analogi visi dan misi yang diemban oleh umat manusia sebagai *khalifah filardhi*. Visi dan misi inilah yang akan menimbulkan adanya fungsi. Jika visi dan misi manusia adalah untuk menyembah Allah SWT maka timbullah fungsi ibadah, jika visi dan misi manusia untuk bertahan dan memperbaiki nasib kehidupan di dunia maka muncullah fungsi usaha atau bekerja, dan seterusnya termasuk fungsi mengajar, fungsi keamanan dan lain-lain.

Ketika fungsi dalam matematika dikaitkan dengan pembentukan graf baru yang mengakibatkan graf baru tersebut memiliki 1-faktor maka hal ini akan sangat menarik jika dipandang dari segi agama. Dimulai dari pengertian fungsi yang merupakan keterhubungan mengenai objek dalam dua sistem atau lebih dengan syarat tertentu, ini dapat direpresentasikan sebagai keterhubungan manusia dengan tanggung jawab terhadap pasangannya. Kemudian dari fungsi tersebut terbentuklah graf baru yang memiliki 1-faktor, dimana pengertian dari graf yang memiliki 1-faktor itu sendiri adalah graf yang memiliki himpunan pasangan titik yang membentuk sisi-sisi yang tidak saling terhubung. Himpunan pasangan ini sesuai dengan ketentuan Allah yaitu manusia yang selalu diciptakan berpasang-pasangan. Jadi, secara keseluruhan dapat di analogikan visi dan misi manusia yang berpasangan berkaitan dengan tanggung jawab terhadap pasangannya maka timbullah fungsi usaha untuk saling melengkapi antar pasangannya. Ketika fungsi tersebut dijalankan dengan baik maka pasangan tersebut dapat disebut sebagai pasangan yang sempurna karena telah menunaikan perintah Allah, seperti yang telah dijelaskan dalam al-Quran surat adz-dzariyat ayat 49-50.

وَمِن كُلِّ شَيۡءٍ خَلَقۡنَا زَوۡجَيۡنِ لَعَلَّكُمۡ تَذَكَّرُونَ ﴿٤٩﴾ فَفِرُّوٓاْ إِلَى ٱللَّهِۖ إِنِّي لَكُم مِّنۡهُ نَذِيرٞ مُّبِينٞ ﴿٥٠﴾

”Dan segala sesuatu kami ciptakan berpasang-pasangan supaya kamu mengingat kebesaran Allah. Maka segeralah kembali kepada (mentaati) Allah. Sesungguhnya Aku seorang pemberi peringatan yang nyata dari Allah untukmu”. (QS. adz-dzariyat/27:49-50)

Berdasarkan surat tersebut telah dijelaskan bahwa segala sesuatu Allah ciptakan berpasang-pasangan termasuk didalamnya adalah manausia dijadikan laki-laki dan perempuan supaya mereka dapat berpasangan dan saling melengkapi antar keduanya, dan pada kalimat “*Maka segeralah kembali kepada (mentaati) Allah*” merupakan seruan untuk selalu bersyukur dan mengingat kebesaran Allah yang telah menjadikan segala sesuatu berpasang-pasangan sehingga manusia dapat saling melengkapi atas kekurangan dan kelebihan masing-masing.

BAB III

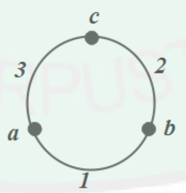
PEMBAHASAN

Pada bab ini, akan dibahas faktorisasi graf baru $C_n{}^\star$ $(\forall n \in N)$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_n) \to Z^+$ dengan ketentuan $f(x) \leq d(x)\ \forall x \in V(C_n)$. Karena derajat pada graf sikel selalu dua maka himpunan $Z^+ = \{1, 2\}$, sehingga fungsi tersebut dapat ditulis dengan $f: V(C_n) \to \{1, 2\}$. Sebagai acuan untuk mendapatkan hasil dari pembahasan ini, penulis hanya akan membahas pada salah satu kemungkinan dari semua kemungkinan fungsi yang dapat dibuat, sedangkan kemungkinan yang lain dilakukan dengan cara yang sama.

3.1. Faktorisasi Graf Baru $C_3{}^\star$ yang Dihasilkan dari Fungsi $f: V(C_3) \to \{1, 2\}$

Faktorisasi graf baru $C_3{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_3) \to \{1, 2\}$ dilakukan mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

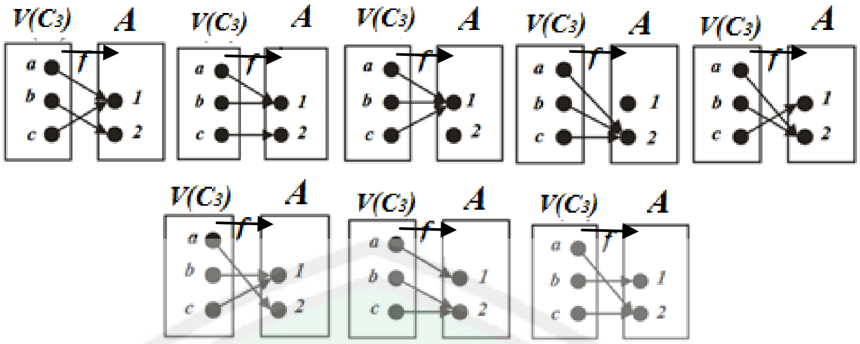
1. Menggambar graf sikel C_3 dengan $ab = 1, bc = 2$, dan $ca = 3$



Gambar 3.1 Graf Sikel C_3

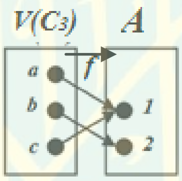
2. Selanjutnya menentukan semua kemungkinan fungsi $f: V(C_3) \to \{1, 2\}$

Kemungkinan-kemungkinan yang dapat dibuat dari fungsi $f: V(C_3) \to \{1, 2\}$ adalah sebagai berikut:



Gambar 3.2 Semua Kemungkinan Fungsi $f: V(C_3) \rightarrow \{1, 2\}$

Kemudian untuk langkah selanjutnya akan dikerjakan pada salah satu kemungkinan dari Gambar 3.2 sebagai sampel kemungkinan yang dijadikan acuan untuk mengerjakan kemungkinan-kemungkinan fungsi yang lain. Salah satu kemungkinan tersebut adalah:



Gambar 3.3 Salah Satu Kemungkinan Fungsi $f: V(C_3) \rightarrow \{1, 2\}$

3. Selanjutnya menentukan $D(x) = \{x_\alpha | \alpha \in E(C_3), \alpha$ terkait langsung dengan $x \in V(C_3)\}$

   $D(a) = \{a_\alpha | \alpha \in E(C_3)$ dengan $\alpha = 1$ dan $\alpha = 3\}$ maka diperoleh

   $D(a) = \{a_1, a_3\}$

   $D(b) = \{b_\alpha | \alpha \in E(C_3)$ dengan $\alpha = 1$ dan $\alpha = 2\}$ maka diperoleh

   $D(b) = \{b_1, b_2\}$

   $D(c) = \{c_\alpha | \alpha \in E(C_3)$ dengan $\alpha = 2$ dan $\alpha = 3\}$ maka diperoleh

   $D(c) = \{c_2, c_3\}$

4. Selanjutnya menentukan $s(x) = d(x) - f(x), \forall x \in V(C_3)$, kemudian menentukan $S(x) = \{x(i) | 1 \leq i \leq s(x)\}$

$s(a) = d(a) - f(a) = 2 - 1 = 1$ maka diperoleh

$S(a) = \{a(i) | 1 \leq i \leq 1\} = \{a(1)\}$

$s(b) = d(b) - f(b) = 2 - 2 = 0$ maka diperoleh

$S(b) = \{b(i) | 1 \leq i \leq 0\} = \{ \}$

$s(c) = d(c) - f(c) = 2 - 1 = 1$ maka diperoleh

$S(c) = \{c(i) | 1 \leq i \leq 1\} = \{c(1)\}$

5. Selanjutnya menentukan graf baru ${C_3}^\star = (V^\star, E^\star)$

   a. $V^\star = V^\star{}_1 \cup V^\star{}_2$

      $V^\star{}_1 = \bigcup_{x \in V\{C_3\}} D(x) = \{D(a) \cup D(b) \cup D(c)\} = \{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$

      $V^\star{}_2 = \bigcup_{x \in V(C_3)} S(x) = \{S(a) \cup S(b) \cup S(c)\} = \{a(1), c(1)\}$

      Sehingga untuk $V^\star = V^\star{}_1 \cup V^\star{}_2$ diperoleh

      $V^\star = \{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3, a(1), c(1)\}$

   b. $E^\star = E^\star{}_1 \cup E^\star{}_2$

      $E^\star{}_1 = \{x_\alpha y_\alpha | \alpha = xy \in E(C_3)\}$

      $\alpha = 1$ maka diperoleh $a_1 b_1$

      $\alpha = 2$ maka diperoleh $b_2 c_2$

      $\alpha = 3$ maka diperoleh $c_3 a_3$

      Jadi, $E^\star{}_1 = \{a_1 b_1, b_2 c_2, c_3 a_3\}$

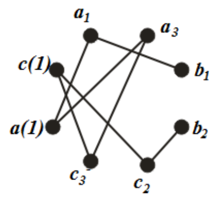
      $E^\star{}_2 = \{uv | u \in D(x), v \in S(x), x \in V(C_3)\}$

      $= \{a_1 a(1), a_3 a(1), c_2 c(1), c_3 c(1)\}$

      Sehingga untuk $E^\star = E^\star{}_1 \cup E^\star{}_2$ diperoleh

      $E^\star = \{a_1 b_1, b_2 c_2, c_3 a_3, a_1 a(1), a_3 a(1), c_2 c(1), c_3 c(1)\}$

      Jadi, graf baru ${C_3}^\star = (V^\star, E^\star)$ dari kemungkinan fungsi $f(a) = 1, f(b) = 2$, dan $f(c) = 1$ adalah:

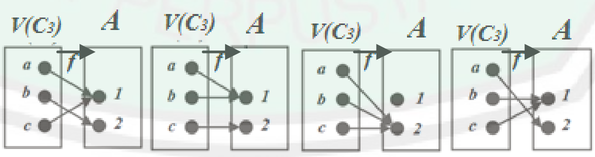


Gambar 3.4 Graf Baru $C_3{}^\star$ dari Sampel Kemungkinan Fungsi $f: V(C_3) \rightarrow \{1, 2\}$

6. Selanjutnya faktorisasi graf baru $C_3{}^\star$

Dari Gambar 3.4 didapatkan pasangan $M = \{b_2c_2, c(1)c_3, a_3a(1),\ a_1b_1\}$ sebagai himpunan pasangan titik yang membentuk sisi yang tidak saling terhubung langsung. Karena titik-titik pada Gambar 3.4 bisa berpasang-pasangan sehingga membentuk sisi-sisi yang berselang-seling dan tidak ada titik yang tidak mempunyai pasangan, maka pasangan tersebut merupakan pasangan sempurna. Hal ini berakibat graf baru $C_3{}^\star$ dari fungsi $f(a) = 1, f(b) = 2,$ dan $f(c) = 1$ memiliki 1-faktor.

Selanjutnya untuk pembahasan kemungkinan-kemungkinan dari fungsi $f: V(C_3) \rightarrow \{1, 2\}$ yang lain dapat dilihat pada Lampiran A. Dari Lampiran A tersebut dapat disimpulkan bahwa kemungkinan-kemungkinan fungsi yang menghasilkan graf baru $C_3{}^\star$ yang memiliki 1-faktor adalah sebagai berikut:



Gambar 3.5 Kemungkinan Fungsi $f: V(C_3) \rightarrow \{1, 2\}$ yang Memiliki 1-Faktor

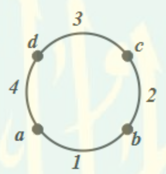
Karena dari kemungkinan-kemungkinan pada Gambar 3.5 telah terbukti memiliki 1-faktor maka dapat dibuat dugaan mengenai ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru $C_3{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_3) \rightarrow \{1, 2\}$ akan memiliki 1-faktor dengan melihat banyaknya titik yang dipetakan yaitu fungsi dengan banyak n titik atau hanya satu titik dipetakan ke 2.

Untuk penelitian pada graf sikel C_n selanjutnya maka penulis hanya akan melampirkan kemungkinan-kemungkinan yang terjadi berdasarkan banyaknya titik yang dipetakan.

3.2. Faktorisasi Graf Baru $C_4{}^\star$ yang Dihasilkan dari Fungsi $f: V(C_4) \rightarrow \{1, 2\}$

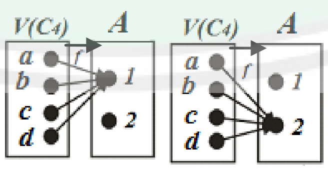
Faktorisasi graf baru $C_4{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_4) \rightarrow \{1, 2\}$ adalah sebagai berikut:

1. Menggambar graf sikel (C_4) dengan $ab = 1, bc = 2, cd = 3, de = 4$



Gambar 3.6 Graf Sikel C_4

Sedangkan untuk langkah 2 sampai 6 dilakukan dengan cara yang sama seperti pembahasan faktorisasi graf baru $C_3{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_3) \rightarrow \{1, 2\}$ dan hasilnya dapat dilihat pada Lampiran B. Selanjutnya dari Lampiran B dapat disimpulkan bahwa kemungkinan-kemungkinan fungsi yang menghasilkan graf baru $C_4{}^\star$ yang memiliki 1-faktor adalah sebagai berikut:



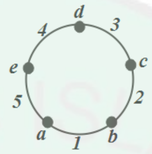
Gambar 3.7 Kemungkinan Fungsi $f: V(C_4) \rightarrow \{1, 2\}$ yang Memiliki 1-faktor

Beberapa kemungkinan fungsi pada Gambar 3.7 dapat dibuat dugaan mengenai ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru $C_4{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_4) \rightarrow \{1, 2\}$ akan memiliki 1-faktor adalah fungsi dengan banyak n titik dipetakan ke 2 atau ke 1.

3.3. Faktorisasi Graf Baru $C_5{}^\star$ yang Dihasilkan dari Fungsi $f: V(C_5) \rightarrow \{1, 2\}$

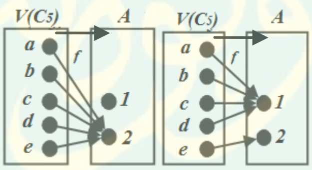
Faktorisasi graf baru $C_5{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_5) \rightarrow \{1, 2\}$ adalah sebagai berikut:

1. Menggambar graf sikel C_5 dengan $ab = 1, bc = 2, cd = 3, de = 4, ea = 5$



Gambar 3.8 Graf Sikel C_5

Sedangkan untuk langkah 2 sampai 6 dilakukan dengan cara yang sama seperti pembahasan faktorisasi graf baru $C_3{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_3) \rightarrow \{1, 2\}$ dan hasilnya dapat dilihat pada Lampiran C. Selanjutnya dari Lampiran C dapat disimpulkan bahwa kemungkinan-kemungkinan fungsi yang menghasilkan graf baru $C_5{}^\star$ yang memiliki 1-faktor adalah sebagai berikut:



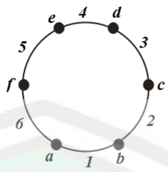
Gambar 3.9 Kemungkinan Fungsi $f: V(C_5) \rightarrow \{1, 2\}$ yang Memiliki 1-faktor

Beberapa kemungkinan fungsi pada Gambar 3.9 dapat dibuat dugaan mengenai ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru $C_5{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_5) \rightarrow \{1, 2\}$ akan memiliki 1-faktor adalah fungsi dengan banyak n titik atau hanya satu titik dipetakan ke 2.

3.4. Faktorisasi Graf Baru $C_6{}^\star$ yang Dihasilkan dari Fungsi $f: V(C_5) \rightarrow \{1, 2\}$

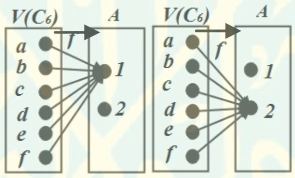
Faktorisasi graf baru $C_6{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_6) \rightarrow \{1, 2\}$ adalah sebagai berikut:

1. Menggambar graf sikel (C_6) dengan $ab = 1, bc = 2, cd = 3, de = 4, ef = 5, fa = 6$



Gambar 3.10 Graf Sikel C_6

Sedangkan untuk langkah 2 sampai 6 dilakukan dengan cara yang sama seperti pembahasan faktorisasi graf baru $C_3{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_3) \to \{1, 2\}$ dan hasilnya dapat dilihat pada Lampiran D. Selanjutnya dari Lampiran D dapat disimpulkan bahwa kemungkinan-kemungkinan fungsi yang menghasilkan graf baru $C_6{}^\star$ yang memiliki 1-faktor adalah sebagai berikut:



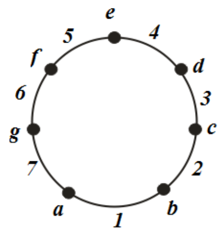
Gambar 3.11 Kemungkinan Fungsi $f: V(C_6) \to \{1, 2\}$ yang Memiliki 1-faktor

Beberapa kemungkinan fungsi pada Gambar 3.11 dapat dibuat dugaan mengenai ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru $C_6{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_6) \to \{1, 2\}$ akan memiliki 1-faktor adalah fungsi dengan banyak n titik dipetakan ke 2 atau ke 1.

3.5. Faktorisasi Graf Baru $C_7{}^\star$ yang Dihasilkan dari Fungsi $f: V(C_7) \to \{1, 2\}$

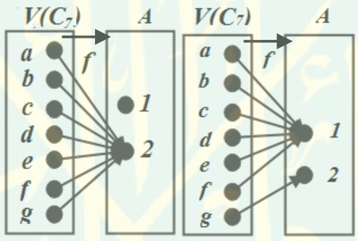
Faktorisasi graf baru $C_7{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_7) \to \{1, 2\}$ adalah sebagai berikut:

1. Menggambar graf sikel (C_7) dengan $ab = 1, bc = 2, cd = 3, de = 4, ef = 5, fg = 6, ga = 7$



Gambar 3.12 Graf Sikel C_7

Sedangkan untuk langkah 2 sampai 6 dilakukan dengan cara yang sama seperti pembahasan faktorisasi graf baru $C_3{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_3) \to \{1, 2\}$ dan hasilnya dapat dilihat pada Lampiran E. Selanjutnya dari Lampiran E dapat disimpulkan bahwa kemungkinan-kemungkinan fungsi yang menghasilkan graf baru $C_7{}^\star$ yang memiliki 1-faktor adalah sebagai berikut:



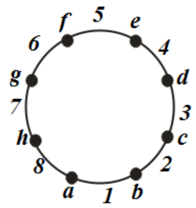
Gambar 3.13 Kemungkinan Fungsi $f: V(C_7) \to \{1, 2\}$ yang Memiliki 1-faktor

Beberapa kemungkinan fungsi pada Gambar 3.13 dapat dibuat dugaan mengenai ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru $C_7{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_7) \to \{1, 2\}$ akan memiliki 1-faktor adalah fungsi dengan banyak n titik atau hanya satu titik dipetakan ke 2.

3.6. Faktorisasi Graf Baru $C_8{}^\star$ yang Dihasilkan dari Fungsi $f: V(C_8) \to \{1, 2\}$

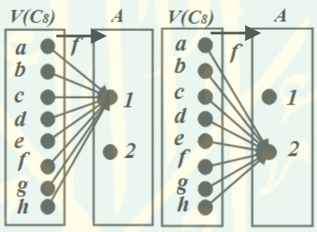
Faktorisasi graf baru $C_8{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_8) \to \{1, 2\}$ adalah sebagai berikut:

1. MengGambar graf sikel (C_8) dengan $ab = 1, bc = 2, cd = 3, de = 4, ef = 5,$ $fg = 6, gh = 7, ha = 8$



Gambar 3.14 Graf Sikel C_8

Sedangkan untuk langkah 2 sampai 6 dilakukan dengan cara yang sama seperti pembahasan faktorisasi graf baru $C_3{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_3) \to \{1, 2\}$ dan hasilnya dapat dilihat pada Lampiran F. Selanjutnya dari Lampiran F dapat disimpulkan bahwa kemungkinan-kemungkinan fungsi yang menghasilkan graf baru $C_8{}^\star$ yang memiliki 1-faktor adalah sebagai berikut:



Gambar 3.15 Kemungkinan Fungsi $f: V(C_8) \to \{1, 2\}$ yang Memiliki 1-faktor

Beberapa kemungkinan fungsi pada Gambar 3.15 dapat dibuat dugaan mengenai ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru $C_8{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_8) \to \{1, 2\}$ akan memiliki 1-faktor adalah fungsi dengan banyak n titik dipetakan ke 1 atau ke 2.

3.7. Dugaan Ciri-ciri Fungsi $f: V(C_n) \to \{1, 2\}$ yang Mengakibatkan Graf Baru $C_n{}^\star$ Memiliki 1-Faktor

Dari keseluruhan pembahasan dapat dibuat dugaan mengenai ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru $C_n{}^\star$ yang dihasilkan dari fungsi $f: V(C_n) \to \{1, 2\}$ akan memiliki 1-faktor dengan membedakan genap atau ganjil dari banyaknya titik adalah:

1. Untuk n ganjil

   a. Fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 2

   b. Fungsi dengan sebanyak hanya satu titik dipetakan ke 2

2. Untuk n genap

   a. Fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 2

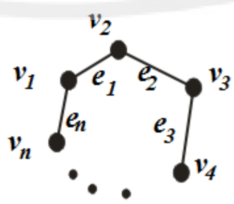
   b. Fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 1

Teorema 1:

Fungsi yang mengakibatkan graf baru ${C_n}^*$ yang dihasilkan dari kemungkinan-kemungkinan fungsi $f: V(C_n) \rightarrow \{1, 2\}$ dapat memiliki 1-faktor untuk n ganjil $(n \geq 3)$ adalah fungsi dengan sebanyak n titik atau hanya satu titik dipetakan ke 2.

Bukti:

Misal C_n adalah graf sikel dengan n ganjil $(n \geq 3)$ dengan $V(C_n) = \{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n\}$ dan $E(C_n) = \{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}$ dengan $e_i = v_i v_{i+1}$ untuk $i = 1,2, \ldots, n-1$ dan $e_n = v_n v_1$. Misalkan ${C_n}^*$ adalah graf baru yang dihasilkan dari kemungkinan $f: V(C_n) \rightarrow \{1, 2\}$. Akan ditunjukkan bahwa ${C_n}^*$ memiliki 1-faktor jika fungsinya memetakan sebanyak n titik atau hanya satu titik dipetakan ke 2. Misal gambar graf C_n adalah:



Gambar 3.16 Graf Sikel C_n untuk n Ganjil

Selanjutnya menentukan fungsi berdasarkan ciri-ciri yang telah ditentukan, yaitu:

a. Fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 2

Misalkan f fungsi dari $V(C_n)$ ke $\{1,2\}$ dengan $f(v_i) = 2$ untuk $i = 1,2,\dots,n$. Untuk $D(x) = \{x_\alpha | \alpha \in E(C_n), \alpha$ adalah sisi yang terkait langsung dengan x; $\forall x \in V(C_n)\}$, maka diperoleh:

$$D(x) = \{v_{1_{e_n}}, v_{1_{e_1}}, v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}, v_{3_{e_2}}, v_{3_{e_3}} \dots, v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$$

Selanjutnya untuk $s(x) = d(x) - f(x)\ \forall x \in V(C_n)$, dan $S(x) = \{x(i) | 1 \le i \le s(x)\}$, maka diperoleh:

$$S(x) = \{\ \}$$

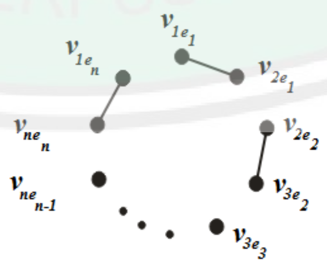
Selanjutnya graf baru $C_n{}^\star = (V^\star, E^\star)$, dengan $V^\star = \{V^\star{}_1 \cup V^\star{}_2 | V^\star{}_1 = \bigcup_{x \in V(C_n)} D(x)$ dan $V^\star{}_2 = \bigcup_{x \in V(C_n)} S(x)\}$, maka diperoleh:

$$V^\star = \{v_{1_{e_n}}, v_{1_{e_1}}, v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}, v_{3_{e_2}}, v_{3_{e_3}} \dots, v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$$

Dan untuk $E^\star = \{E^\star{}_1 \cup E^\star{}_2 | E^\star{}_1 = \{x_\alpha y_\alpha | \alpha = xy \in E(C_n)\}$ dan $E^\star{}_2 = \{uv | u \in D(x), v \in S(x), x \in V(C_n)\}$, maka diperoleh:

$$E^\star = \{v_{1_{e_1}} v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}} v_{3_{e_2}}, \dots, v_{n_{e_n}} v_{1_{e_n}}\}$$

Jadi graf baru $C_n{}^* = (V^*, E^*)$ dengan fungsi $f(v_i) = 2$ untuk $i = 1,2,\dots,n$ adalah:



Gambar 3.17 Graf Baru $C_n{}^*$ untuk n Ganjil dari Fungsi $f(v_i) = 2$ untuk $i = 1,2,\dots,n$

Selanjutnya dari Gambar 3.17 dilakukan faktorisasi dengan menunjukkan adanya pasangan yaitu dengan melihat pengembangan titik yang terjadi dari setiap titik di graf sikel C_n berdasarkan masing-masing pemetaannya sebagaimana berikut:

Untuk v_1 dipetakan ke 2, maka diperoleh $D(v_1) = \{v_{1_{e_n}}, v_{1e_1}\}$ dan $S(v_1) = \{\}$. Jadi titik v_1 berkembang menjadi $\{v_{1_{e_n}}, v_{1e_1}\}$

Untuk v_2 dipetakan ke 2, maka diperoleh $D(v_2) = \{v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}\}$ dan $S(v_2) = \{\}$. Jadi titik v_2 berkembang menjadi $\{v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}\}$

$\vdots$

Untuk v_n dipetakan ke 2, maka diperoleh $D(v_n) = \{v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$ dan $S(v_n) = \{\}$. Jadi titik v_n berkembang menjadi $\{v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$.

Dari pengembangan titik ini dapat dilihat bahwa untuk setiap titik yang dipetakan ke 2 selalu berkembang menjadi 2 titik, karena sebanyak n titik yang dipetakan ke 2 maka banyak pengembangannya adalah $2n$ titik, dan karena $n = 2k + 1$ maka $2n = 2(2k + 1)$ bernilai genap. Kemudian dari simulasi Gambar 3.17 terlihat bahwa sisi-sisi yang terbentuk pada graf baru $C_n{}^*$ berupa sisi-sisi yang berselang-seling dengan $M = \{v_{1_{e_1}} v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}} v_{3_{e_2}}, \ldots, v_{n_{e_n}} v_{1_{e_n}}\}$, maka dapat dipastikan graf baru $C_n{}^*$ dengan fungsi sebanyak n titik dipetakakan ke 2 akan selalu memiliki 1-faktor.

b. Fungsi dengan sebanyak hanya satu titik dipetakan ke 2

Misalkan f fungsi dari $V(C_n)$ ke $\{1, 2\}$ dengan $f(v_i) = 1$ dan $f(v_1) = 2$ untuk $i = 2, 3, \ldots, n$.

Untuk $D(x) = \{x_\alpha | \alpha \in E(C_n), \alpha$ adalah sisi yang terkait langsung dengan $x;\ \forall x \in V(C_n)\}$, maka diperoleh:

$$D(x) = \{v_{1_{e_n}}, v_{1_{e_1}}, v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}, v_{3_{e_2}}, v_{3_{e_3}} \ldots, v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$$

Selanjutnya untuk $s(x) = d(x) - f(x)\ \forall x \in V(C_n))$, dan $S(x) = \{x(i) | 1 \leq i \leq s(x)\}$, maka diperoleh:

$$S(x) = \{v_2(1), v_3(1), \dots, v_n(1)\}$$

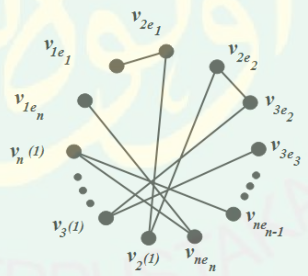
Selanjutnya graf baru $C_n{}^{\star} = (V^{\star}, E^{\star})$, dengan $V^{\star} = \{V^{\star}{}_1 \cup V^{\star}{}_2 | V^{\star}{}_1 = \bigcup_{x \in V(C_n)} D(x)$ dan $V^{\star}{}_2 = \bigcup_{x \in V(C_n)} S(x)\}$, maka diperoleh:

$$V^{\star} = \{v_{1_{e_n}}, v_{1_{e_1}}, v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}, v_{3_{e_2}}, v_{3_{e_3}} \dots, v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}, v_2(1), v_3(1), \dots, v_n(1)\}$$

Dan untuk $E^{\star} = \{E^{\star}{}_1 \cup E^{\star}{}_2 | E^{\star}{}_1 = \{x_\alpha y_\alpha | \alpha = xy \in E(C_n)\}$ dan $E^{\star}{}_2 = \{uv | u \in D(x), v \in S(x), x \in V(C_n)\}$, maka diperoleh:

$$E^{\star} = \{v_{1_{e_1}} v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}} v_{3_{e_2}}, \dots, v_{n_{e_n}} v_{1_{e_n}}, v_{2_{e_1}} v_2(1), v_{2_{e_2}} v_2(1), v_{3_{e_2}} v_3(1),$$
$$v_{3_{e_3}} v_3(1), \dots, v_{n_{e_{n-1}}} v_n(1), v_{n_{e_n}} v_n(1)\}$$

Jadi graf baru $C_n{}^{*} = (V^{*}, E^{*})$ dengan fungsi $f(v_i) = 1$ dan $f(v_1) = 2$ untuk $i = 2, 3, \dots, n$ adalah:



Gambar 3.18 Graf Baru $C_n{}^{*}$ untuk n Ganjil dari Fungsi $f(v_i) = 1$ dan $f(v_1) = 2$ untuk $i = 2, 3, \dots, n$

Selanjutnya dari Gambar 3.18 dilakukan faktorisasi dengan menunjukkan adanya pasangan yaitu dengan melihat pengembangan titik yang terjadi dari setiap titik di graf sikel C_n berdasarkan masing-masing pemetaannya sebagaimana berikut:

Untuk v_1 dipetakan ke 2, maka diperoleh $D(v_1) = \{v_{1_{e_1}}, v_{1_{e_n}}\}$ dan $S(v_1) = \{\ \}$. Jadi titik v_1 berkembang menjadi $\{v_{1_{e_1}}, v_{1_{e_n}}\}$

Untuk v_2 dipetakan ke 1, maka diperoleh $D(v_2) = \{v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}\}$ dan $S(v_2) = \{v_2(1)\}$. Jadi titik v_2 berkembang menjadi $\{v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}, v_2(1)\}$

⋮

Untuk v_n dipetakan ke 1, maka diperoleh $D(v_n) = \{v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$ dan $S(v_n) = \{v_n(1)\}$. Jadi titik v_n berkembang menjadi $\{v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}, v_n(1)\}$.

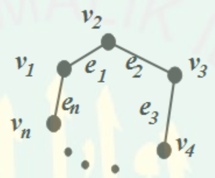
Dari pengembangan titik ini dapat dilihat bahwa untuk setiap titik yang dipetakan ke 2 selalu berkembang menjadi 2 titik, karena sebanyak satu titik yang dipetakan ke 2 maka banyak pengembangannya adalah 2 titik, sedangkan untuk setiap titik yang dipetakan ke 1 selalu berkembang menjadi 3 titik, karena sebanyak $n-1$ titik yang dipetakan ke 1 maka banyak pengembangannya adalah $3(n-1)$. Jadi, secara keseluruhan perkembangan titiknya adalah sebesar $2 + 3(n-1)$ titik. Karena $n = 2k+1$ maka $2 + 3(n-1) = 6k+2$ bernilai genap. Kemudian dari simulasi Gambar 3.18 terlihat bahwa sisi-sisi yang terbentuk pada graf baru ${C_n}^*$ akan selalu berbentuk lintasan, sehingga dapat ditunjukkan himpunan pasangannya adalah $M = \{v_{1_{e_1}} v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}} v_2(1),\ v_{3_{e_2}} v_3(1) \ldots,\ v_{n_{e_{n-1}}} v_n(1),\ v_{n_{e_n}} v_{1_{e_n}}\}$, maka dapat dipastikan graf baru ${C_n}^*$ dengan fungsi sebanyak hanya satu titik dipetakakan ke 2 akan selalu memiliki 1-faktor.

Teorema 2:

Fungsi yang mengakibatkan graf baru ${C_n}^\star$ yang dihasilkan dari kemungkinan-kemungkinan fungsi $f: V(C_n) \to \{1, 2\}$ dapat memiliki 1-faktor untuk n genap $(n \geq 4)$ adalah fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 2 atau ke 1.

Bukti

Misal C_n adalah graf sikel dengan n genap $(n \geq 4)$ dengan $V(C_n) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ dan $E(C_n) = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ dengan $e_i = v_i v_{i+1}$ untuk $i = 1,2, \dots, n-1$ dan $e_n = v_n v_1$. Misalkan ${C_n}^*$ adalah graf baru yang dihasilkan dari kemungkinan $f: V(C_n) \to \{1, 2\}$. Akan ditunjukkan bahwa ${C_n}^*$ memiliki 1-faktor jika fungsinya memetakan sebanyak n titik dipetakan ke 2 atau ke 1. Misal gambar graf C_n adalah:



Gambar 3.19 Graf Sikel C_n untuk n Genap

Selanjutnya menentukan fungsi berdasarkan ciri-ciri yang telah ditentukan, yaitu:

a. Fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 2

Misalkan f fungsi dari $V(C_n)$ ke $\{1, 2\}$ dengan $f(v_i) = 2$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$.

Untuk $D(x) = \{x_\alpha | \alpha \in E(C_n), \alpha$ adalah sisi yang terkait langsung dengan $x;\ \forall x \in V(C_n)\}$, maka diperoleh:

$$D(x) = \{{v_1}_{e_n}, {v_1}_{e_1}, {v_2}_{e_1}, {v_2}_{e_2}, {v_3}_{e_2}, {v_3}_{e_3} \dots, {v_n}_{e_{n-1}}, {v_n}_{e_n}\}$$

Selanjutnya untuk $s(x) = d(x) - f(x)\ \forall x \in V(C_n)$, dan $S(x) = \{x(i) | 1 \leq i \leq s(x)\}$, maka diperoleh:

$$S(x) = \{\,\}$$

Selanjutnya graf baru ${C_n}^\star = (V^\star, E^\star)$, dengan $V^\star = \{{V^\star}_1 \cup {V^\star}_2 | {V^\star}_1 = \bigcup_{x \in V(C_n)} D(x)$ dan ${V^\star}_2 = \bigcup_{x \in V(C_n)} S(x)\}$, maka diperoleh:

$$V^\star = \{{v_1}_{e_n}, {v_1}_{e_1}, {v_2}_{e_1}, {v_2}_{e_2}, {v_3}_{e_2}, {v_3}_{e_3} \dots, {v_n}_{e_{n-1}}, {v_n}_{e_n}\}$$

Dan untuk $E^{\star} = \{E^{\star}{}_1 \cup E^{\star}{}_2 | E^{\star}{}_1 = \{x_\alpha y_\alpha | \alpha = xy \in E(C_n)\}$ dan $E^{\star}{}_2 = \{uv | u \in D(x), v \in S(x), x \in V(C_n)\}$, maka diperoleh:

$$E^{\star} = \{v_{1_{e_1}} v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}} v_{3_{e_2}}, \dots, v_{n_{e_n}} v_{1_{e_n}}\}$$

Jadi graf baru $C_n{}^* = (V^*, E^*)$ dengan fungsi $f(v_i) = 2$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ adalah:

Gambar 3.20 Graf Baru $C_n{}^*$ untuk n Genap dari Fungsi $f(v_i) = 2$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$

Selanjutnya dari Gambar 3.20 dilakukan faktorisasi dengan menunjukkan adanya pasangan yaitu dengan melihat pengembangan titik yang terjadi dari setiap titik di graf sikel C_n berdasarkan masing-masing pemetaannya sebagaimana berikut:

Untuk v_1 dipetakan ke 2, maka diperoleh $D(v_1) = \{v_{1_{e_n}}, v_{1e_1}\}$ dan $S(v_1) = \{\,\}$. Jadi titik v_1 berkembang menjadi $\{v_{1_{e_n}}, v_{1e_1}\}$

Untuk v_2 dipetakan ke 2, maka diperoleh $D(v_2) = \{v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}\}$ dan $S(v_2) = \{\,\}$. Jadi titik v_2 berkembang menjadi $\{v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}\}$

⋮

Untuk v_n dipetakan ke 2, maka diperoleh $D(v_n) = \{v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$ dan $S(v_n) = \{\,\}$. Jadi titik v_n berkembang menjadi $\{v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$.

Dari pengembangan titik ini dapat dilihat bahwa untuk setiap titik yang dipetakan ke 2 selalu berkembang menjadi 2 titik, karena sebanyak n titik yang dipetakan ke 2 maka banyak pengembangannya adalah $2n$ titik, dan karena $n = 2k + 2$ maka $2n = 2(2k + 2)$ bernilai genap. Kemudian dari simulasi Gambar 3.20 terlihat bahwa sisi-sisi yang terbentuk pada graf baru $C_n{}^*$ berupa sisi-sisi yang berselang-seling dengan $M = \{v_{1_{e_1}}v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}v_{3_{e_2}}, \ldots, v_{n+1_{e_{n+1}}}v_{n+2_{e_{n+1}}}, v_{n+2_{e_{n+2}}}v_{1_{e_{n+2}}}\}$, maka dapat dipastikan graf baru $C_n{}^*$ dengan fungsi sebanyak n titik dipetakakan ke 2 akan selalu memiliki 1-faktor.

b. Fungsi dengan banyak n titik dipetakan ke 1

Misalkan f fungsi dari $V(C_n)$ ke $\{1, 2\}$ dengan $f(v_i) = 1$ untuk $i = 1, 2, \ldots, n$.

Untuk $D(x) = \{x_\alpha | \alpha \in E(C_n), \alpha$ adalah sisi yang terkait langsung dengan $x;\ \forall x \in V(C_n)\}$, maka diperoleh:

$$D(x) = \{v_{1_{e_n}}, v_{1_{e_1}}, v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}, v_{3_{e_2}}, v_{3_{e_3}} \ldots, v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$$

Selanjutnya untuk $s(x) = d(x) - f(x)\ \forall x \in V(C_n)$, dan $S(x) = \{x(i) | 1 \le i \le s(x)\}$, maka diperoleh:

$$S(x) = \{\, v_1(1), v_2(1), v_3(1), \ldots, v_n(1)\}$$

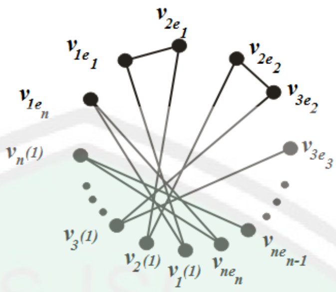
Selanjutnya graf baru $C_n{}^\star = (V^\star, E^\star)$, dengan $V^\star = \{V^\star{}_1 \cup V^\star{}_2 | V^\star{}_1 = \bigcup_{x \in V(C_n)} D(x)$ dan $V^\star{}_2 = \bigcup_{x \in V(C_n)} S(x)\}$, maka diperoleh:

$$V^\star = \{v_{1_{e_n}}, v_{1_{e_1}}, v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}, v_{3_{e_2}}, v_{3_{e_3}} \ldots, v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}, v_1(1), v_2(1), v_3(1), \ldots, v_n(1)\}$$

Dan untuk $E^\star = \{E^\star{}_1 \cup E^\star{}_2 | E^\star{}_1 = \{x_\alpha y_\alpha | \alpha = xy \in E(C_n)\}$ dan $E^\star{}_2 = \{uv | u \in D(x), v \in S(x), x \in V(C_n)\}$, maka diperoleh:

$$E^\star = \{v_{1_{e_1}}v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}v_{3_{e_2}}, \ldots, v_{n_{e_n}}v_{1_{e_n}}, v_{1_{e_n}}v_1(1), v_{1_{e_1}}v_1(1), v_{2_{e_1}}v_2(1), v_{2_{e_2}}v_2(1), v_{3_{e_2}}v_3(1), v_{3_{e_3}}v_3(1), \ldots, v_{n_{e_{n-1}}}v_n(1), v_{n_{e_n}}v_n(1)\}$$

Jadi graf baru $C_n{}^* = (V^*, E^*)$ dengan fungsi $f(v_i) = 1$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ adalah:



Gambar 3.21 Graf Baru $C_n{}^*$ untuk n Genap dari Fungsi $f(v_i) = 1$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$

Selanjutnya dari Gambar 3.21 dilakukan faktorisasi dengan menunjukkan adanya pasangan yaitu dengan melihat pengembangan titik yang terjadi dari setiap titik di graf sikel C_n berdasarkan masing-masing pemetaannya sebagaimana berikut:

Untuk v_1 dipetakan ke 1, maka diperoleh $D(v_1) = \{v_{1_{e_n}}, v_{1e_1}\}$ dan $S(v_1) = \{\, v_1(1)\}$. Jadi titik v_1 berkembang menjadi $\{v_{1_{e_n}}, v_{1e_1}, v_1(1)\}$

Untuk v_2 dipetakan ke 1, maka diperoleh $D(v_2) = \{v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}\}$ dan $S(v_2) = \{v_2(1)\,\}$. Jadi titik v_2 berkembang menjadi $\{v_{2_{e_1}}, v_{2_{e_2}}, v_2(1)\,\}$

⋮

Untuk v_n dipetakan ke 1, maka diperoleh $D(v_n) = \{\, v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}\}$ dan $S(v_n) = \{v_n(1)\,\}$. Jadi titik v_n berkembang menjadi $\{v_{n_{e_{n-1}}}, v_{n_{e_n}}, v_n(1)\}$.

Dari pengembangan titik ini dapat dilihat bahwa untuk setiap titik yang dipetakan ke 1 selalu berkembang menjadi 3 titik, karena sebanyak n titik yang dipetakan ke 1 maka banyak pengembangannya adalah $3n$ titik, dan karena $n = 2k + 2$ maka $3n = 3(2k + 2)$ bernilai genap. Kemudian dari simulasi Gambar 3.21 terlihat bahwa sisi-sisi yang terbentuk pada graf baru

${C_n}^*$ berupa lintasan, sehingga dapat ditunjukkan himpunan pasangannya adalah $M = \{{v_3}_{e_3} v_3(1), {v_3}_{e_3} {v_2}_{e_2}, {v_2}_{e_1} v_2(1), {v_1}_{e_1} v_1(1), {v_1}_{e_n} {v_n}_{e_n}, {v_n}_{e_{n-1}} v_n(1)\}$, maka dapat dipastikan graf baru ${C_{n+2}}^*$ dengan fungsi sebanyak n titik dipetakakan ke 2 akan selalu memiliki 1-faktor.

Secara keseluruhan dari teorema 1 dan teorema 2 dapat diambil kesimpulan bahwa ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru ${C_n}^*$ yang dihasilkan dari kemungkinan-kemungkinan fungsi $f: V(C_n) \rightarrow \{1, 2\}$ dapat memiliki 1-faktor adalah sebagai berikut:

1. Untuk n ganjil, jika fungsi dengan sebanyak n titik atau hanya satu titik dipetakan ke 2.
2. Untuk n genap, jika fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 1 atau ke 2.

Dalam konteks agama, fungsi dalam pembahasan ini dapat direpresentasikan sebagai visi dan misi manusia yang dikaitkan dengan tanggung jawab terhadap pasangannya meliputi kewajiban untuk saling melengkapi antar keduanya yang sekaligus berperan sebagai fungsi keharmonisan hubungan antara keduanya. Terlihat dari ciri-ciri fungsinya merupakan fungsi yang bersifat into (ada anggota kodomain yang tidak memiliki pasangan di anggota domain) yang dapat dianalogikan dengan ungkapan bahwa setiap manusia yang bertanggung jawab atas pasangannya akan mempunyai bermacam-macam cara yang berbeda untuk saling melengkapi. Jika anggota domain direpresentasikan sebagai manusia dan anggota kodomain sebagai bentuk tanggung jawab (memahami, menjaga komunikasi, menghormati, dll.) maka dari hubungan tersebut akan timbul usaha manusia untuk saling melengkapi dengan caranya masing-masing. Kemudian dari fungsi tersebut terbentuk graf baru yang memiliki 1-faktor, ini dapat di analogikan sebagai bentuk akibat dari manusia yang ingin melengkapi dengan pasangannya dengan caranya masing-masing, meskipun dari beberapa cara tersebut akan ada cara yang manusia tidak ingin atau tidak bisa menggunakannya, maka manusia akan tetap bisa menjadi pasangan yang sempurna selama ingin berusaha untuk saling melengkapi dengan cara yang mereka yakini dapat memelihara keharmonisan antara keduanya. Dalam al-Quran surat an-Nisa' ayat 34 juga telah disebutkan:

ٱلرِّجَالُ قَوَّٰمُونَ عَلَى ٱلنِّسَآءِ بِمَا فَضَّلَ ٱللَّهُ بَعْضَهُمْ عَلَىٰ بَعْضٍ وَبِمَآ أَنفَقُوا۟ مِنْ أَمْوَٰلِهِمْ ۚ
فَٱلصَّٰلِحَٰتُ قَٰنِتَٰتٌ حَٰفِظَٰتٌ لِّلْغَيْبِ بِمَا حَفِظَ ٱللَّهُ ۚ وَٱلَّٰتِى تَخَافُونَ نُشُوزَهُنَّ فَعِظُوهُنَّ
وَٱهْجُرُوهُنَّ فِى ٱلْمَضَاجِعِ وَٱضْرِبُوهُنَّ ۖ فَإِنْ أَطَعْنَكُمْ فَلَا تَبْغُوا۟ عَلَيْهِنَّ سَبِيلًا ۗ إِنَّ ٱللَّهَ كَانَ
عَلِيًّا كَبِيرًا ﴿٣٤﴾

Artinya: "Kaum laki-laki itu adalah pemimpin bagi kaum wanita, oleh karena Allah telah melebihkan sebahagian mereka (laki-laki) atas sebahagian yang lain (wanita), dan karena mereka (laki-laki) telah menafkahkan sebagian dari harta mereka. sebab itu maka wanita yang saleh, ialah yang taat kepada Allah lagi memelihara diri ketika suaminya tidak ada, oleh karena Allah telah memelihara (mereka). Wanita-wanita yang kamu khawatirkan nusyuznya, maka nasehatilah mereka dan pisahkanlah mereka di tempat tidur mereka, dan pukullah mereka. Kemudian jika mereka mentaatimu, maka janganlah kamu mencari-cari jalan untuk menyusahkannya. Sesungguhnya Allah Maha tinggi lagi Maha besar". (QS. an-Nisa'/5:34)

Ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah menciptakan kaum laki-laki dengan kelibihan yang tidak dimiliki kaum wanita agar mereka dapat saling melengkapi. Oleh karena itu wanita diperintahkan untuk menaati Allah dengan cara taat terhadap pasangannya sebagai bentuk timbal balik kewajiban kaum wanita untuk melengkapi kaum laki-laki. Di dalam ayat tersebut juga telah dijelaskan bagaimana memperingati pasangan yang membangkang, yaitu dengan menasehatinya, jika dengan menasehati tidak menunjukkan manfaat maka pisahkan kamarnya, jika belum menunjukkan rasa jera maka diperbolehkan untuk memukul dengan pukulan yang tidak menyakitkan sampai menimbulkan luka. Cara ini menujukkan batapa Maha Bijaksananya Allah Swt. yang telah menciptakan manusia berpasang-pasangan yang didalamnya terhimpun kebahagian yang dapat dibangun dengan cara-cara yang indah agar hubungan antar keduanya tetap terjaga (Sakinah, 2012).

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, maka dapat diperoleh kesimpulan bahwa ciri-ciri fungsi yang mengakibatkan graf baru $C_n{}^\star$ yang dihasilkan dari kemungkinan-kemungkinan fungsi $f: V(C_n) \rightarrow \{1, 2\}$ dapat memiliki 1-faktor dengan membedakan untuk banyak titik ganjil dan banyak titik genap sebagaimana berikut:

1. Untuk n ganjil
   a. Fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 2
   b. Fungsi dengan sebanyak hanya satu titik dipetakan ke 2
2. Untuk n genap
   a. Fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 2
   b. Fungsi dengan sebanyak n titik dipetakan ke 1

4.2 Saran

Bagi penelitian selanjutnya disarankan untuk melanjutkan penelitian pada graf lain.

DAFTAR PUSTAKA

Azwar, S. 2012. *Metode Penelitian*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika.* Malang: UIN-Malang Press.

Bondy, J.A. & Murty, U.S.R. 2008. *Graph Theory*. USA: Springer.

Budayasa. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya.* Surabaya: Unesa University Press.

Bollobas, B. 1978. *Extremal Graph Theory*. San Francisco: Academic Press.

Chartrand, G. & Lesniak, L. 1986. *Graphs and Digraphs*. Washington: Chapman & Hall/CRC.

Munir, R. 2012. *Matematika Diskrit.* Bandung: Informatika Bandung.

Muniri. 2011. *Relevansi Makna Fungsi dalam Kajian Matematika Terhadap Kehidupan Sehari-hari.* (Online), (http:// Relevansi Makna Fungsi Dalam Kajian Matematika Terhadap Kehidupan Sehari-hari _ Aku Ra Popo.htm), diakses 07 November 2014.

Prastowo, A. 2011. *Metode Penelitian Kualitatif.* Jogjakarta: Ar-Ruzz Media.

Sakinah. 2012. *Keadilan Gender Ditinjau dari Q.S. An-Nisa':34.* (Online), (http//psikosufisik-online.blogspot.com/2012/10/keadilan-gender-ditinjau-dr-qs-nisa34.html?m=1), diakses 10 November 2014.

RIWAYAT HIDUP

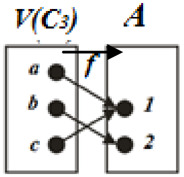
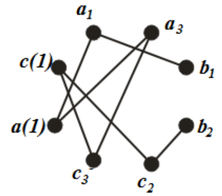
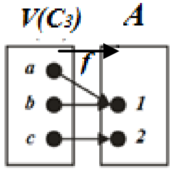
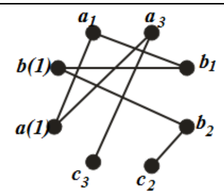
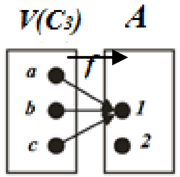
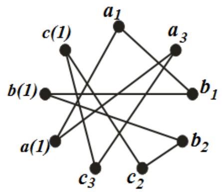
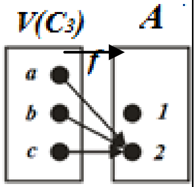
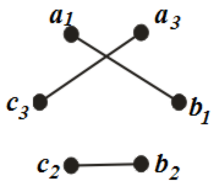
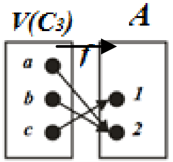
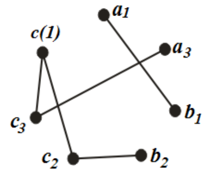
Nova Nevisa Auliatul Faizah, lahir di kota Malang pada tanggal 25 Desember 1990, biasa dipanggil Nova, tinggal di Jl. Pesantren No. 39 RT. 001 RW. 004 Kec. Ngajum Kota Malang. Anak pertama dari Bapak H. Abdul Manan Yusuf dan Dzuriyatus Shalichah.

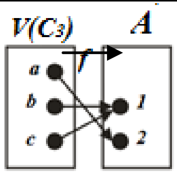
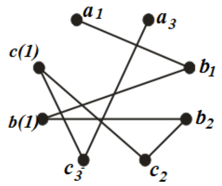
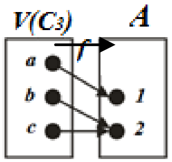
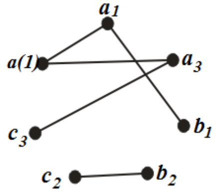
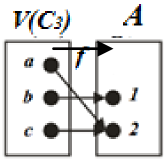
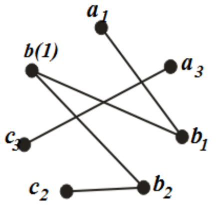
Pendidikan dasarnya ditempuh di MI Mamba'ul Huda Ngajum pada tahun 2003, setelah itu melanjutkan ke MTS Mamba'ul Huda dan lulus pada tahun 2006. Kemudian dia melanjukan pendidikan ke MANU Kepuharjo Karangploso Malang dan lulus tahun 2010. Selanjutnya menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada tahun 2010, mengambil Jurusan Matematika.

Selama menempuh pendidikan tingkat dasar sampai SMA, dia selalu meraih rangking 10 besar di kelasnya. Selama menempuh pendidikan di MANU juga menempuh pendidikan pondok pesantren Annahdliyah dan pernah menjabat sebagai devisi pendidikan pada organisasi OSPA selama dua tahun dan pernah meraih juara II pada lomba pembacaan kitab kuning.

LAMPIRAN A

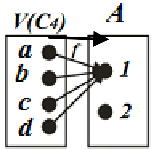
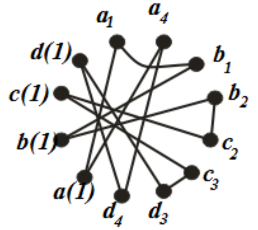
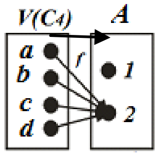
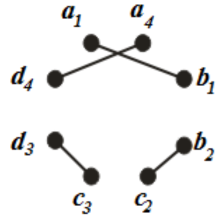
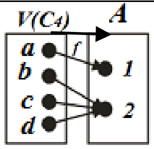
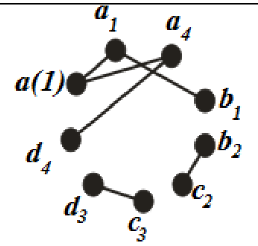
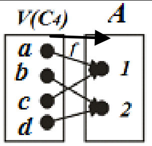
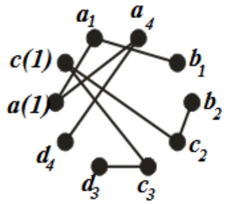
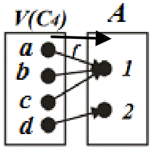
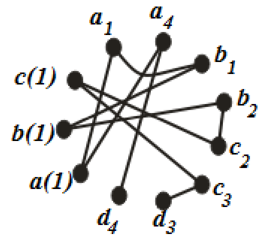
Tabel Faktorisasi graf baru yang dihasilkan dari Pemetaan $f: V(C_3) \to Z^+$

$f: V(C_3) \to Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	V^*_1	V^*_2	V^*	E^*_1	E^*_2	E^*	Gambar	Ket.
	$D(a) = \{a_1, a_3\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 0$ $s(c) = 1$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{\ \}$ $S(c) = \{c(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{a(1), c(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3, a(1), c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$	$\{a_1a(1), a_3a(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3, a_1a(1), a_3a(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_3\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{\ \}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{a(1), b(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3, a(1), b(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$	$\{a_1a(1), a_3a(1), b_1b(1), b_2b(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3, a_1a(1), a_3a(1), b_1b(1), b_2b(1)\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_3\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{a(1), b(1), c(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3, a(1), b(1), c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$	$\{a_1a(1), a_3a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3, c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3, a_1a(1), a_3a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3, c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_3\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$	$s(a) = 0$ $s(b) = 0$ $s(c) = 0$	$S(a) = \{\ \}$ $S(b) = \{\ \}$ $S(c) = \{\ \}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{\ \}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_3\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$	$s(a) = 0$ $s(b) = 0$ $s(c) = 1$	$S(a) = \{\ \}$ $S(b) = \{\ \}$ $S(c) = \{c(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{c(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3, c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$	$\{c_2c(1), c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3, c_2c(1), c_3c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

$f: V(C_3) \to Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	$V^\star_1$	$V^\star_2$	$V^\star$	$E^\star_1$	$E^\star_2$	$E^\star$	Gambar	Ket.
	$D(a) = \{a_1, a_3\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$	$s(a) = 0$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$	$S(a) = \{\ \}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{b(1), c(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3, b(1), c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$	$\{b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3, b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_3\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 0$ $s(c) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{\ \}$ $S(c) = \{\ \}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{a(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3, a(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$	$\{a_1a(1), a_3a(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3, a_1a(1), a_3a(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_3\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$	$s(a) = 0$ $s(b) = 1$ $s(c) = 0$	$S(a) = \{\ \}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{\ \}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3\}$	$\{b(1)\}$	$\{a_1, a_3, b_1, b_2, c_2, c_3, b(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3\}$	$\{b_1b(1), b_2b(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3a_3, b_1b(1), b_2b(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

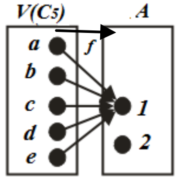
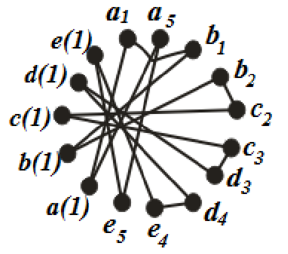
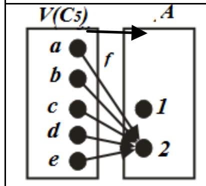
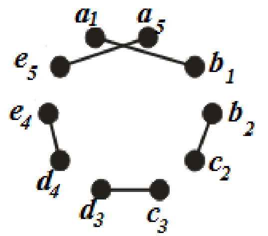
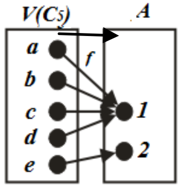
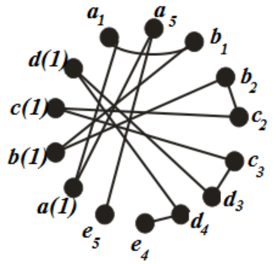
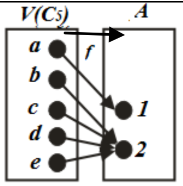
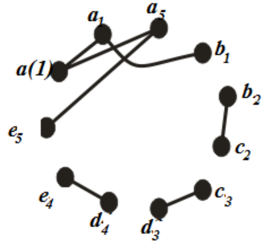
LAMPIRAN B

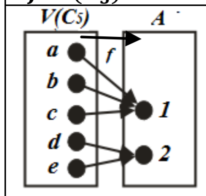
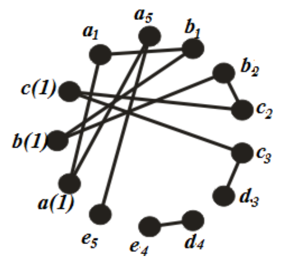
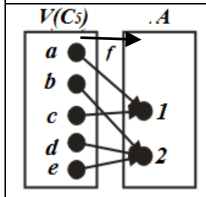
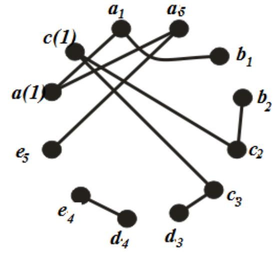
Tabel Faktorisasi graf baru yang dihasilkan dari Pemetaan $f: V(C_4) \rightarrow Z^+$

$f: V(C_4) \rightarrow Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	V^{*}_1	V^{*}_2	V^{*}	E^{*}_1	E^{*}_2	E^{*}	Gambar	Ket.
	$D(a) = \{a_1, a_4\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$ $s(d) = 1$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{d(1)\}$	$\{a_1, a_4, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4\}$	$\{a(1), b(1), c(1), d(1)\}$	$\{a_1, a_4, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, a(1), b(1), c(1), d(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4\}$	$\{a_1a(1), a_4a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4, a_1a(1), a_4a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1)\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_5\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$	$s(a) = 0$ $s(b) = 0$ $s(c) = 0$ $s(d) = 0$	$S(a) = \{\}$ $S(b) = \{\}$ $S(c) = \{\}$ $S(d) = \{\}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4\}$	$\{\}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4\}$	$\{\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_4\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 0$ $s(c) = 0$ $s(d) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{\}$ $S(c) = \{\}$ $S(d) = \{\}$	$\{a_1, a_4, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4\}$	$\{a(1)\}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, a(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4\}$	$\{a_1a(1), a_4a(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4, a_1a(1), a_4a(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_4\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 0$ $s(c) = 1$ $s(d) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{\}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{\}$	$\{a_1, a_4, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4\}$	$\{a(1), c(1)\}$	$\{a_1, a_4, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, a(1), c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4\}$	$\{a_1a(1), a_4a(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4, a_1a(1), a_4a(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_5\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$ $s(d) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{\}$	$\{a_1, a_4, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4\}$	$\{a(1), b(1), c(1)\}$	$\{a_1, a_4, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, a(1), b(1), c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4\}$	$\{a_1a(1), a_4a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4a_4, a_1a(1), a_4a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

LAMPIRAN C

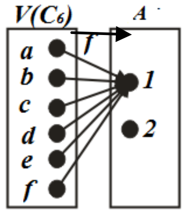
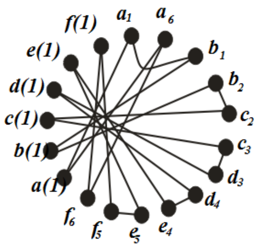
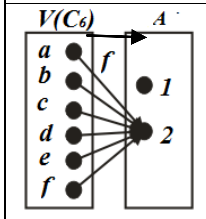
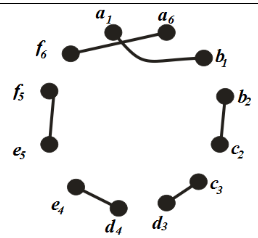
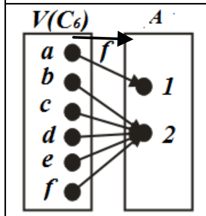
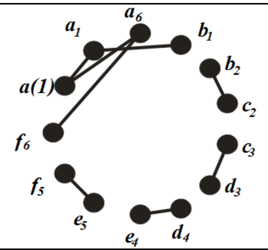
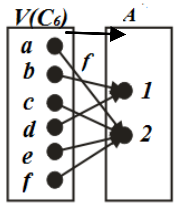
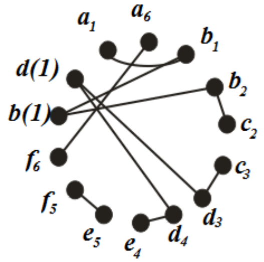
Tabel Faktorisasi graf baru yang dihasilkan dari Pemetaan $f: V(C_5) \rightarrow Z^+$

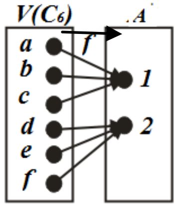
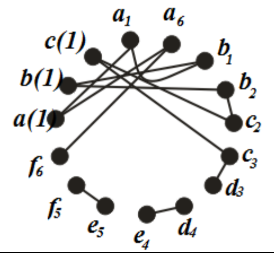
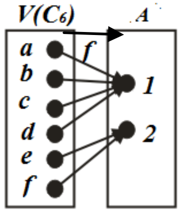
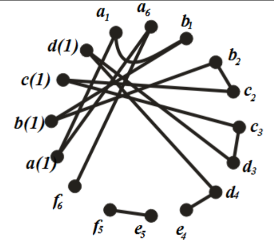
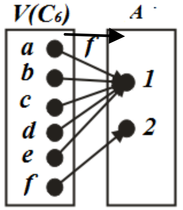
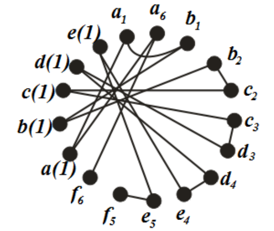
$f: V(C_5) \rightarrow Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	V^*_1	V^*_2	V^*	E^*_1	E^*_2	E^*	Gambar	Ket.
	$D(a) = \{a_1, a_5\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$ $s(d) = 1$ $s(e) = 1$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{d(1)\}$ $S(e) = \{e(1)\}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5\}$	$\{a(1), b(1), c(1), d(1), e(1)\}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, a(1), b(1), c(1), d(1), e(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5a_5\}$	$\{a_1a(1), a_5a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1), e_4e(1), e_5e(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5a_5, a_1a(1), a_5a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1), e_4e(1), e_5e(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_5\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$	$s(a) = 0$ $s(b) = 0$ $s(c) = 0$ $s(d) = 0$ $s(e) = 0$	$S(a) = \{\ \}$ $S(b) = \{\ \}$ $S(c) = \{\ \}$ $S(d) = \{\ \}$ $S(e) = \{\ \}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5\}$	$\{\ \}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5a_5\}$	$\{\ \}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5a_5\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_5\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$ $s(d) = 1$ $s(e) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{d(1)\}$ $S(e) = \{\ \}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5\}$	$\{a(1), b(1), c(1), d(1)\}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, a(1), b(1), c(1), d(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5a_5\}$	$\{a_1a(1), a_5a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5a_5, a_1a(1), a_5a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1)\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_5\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 0$ $s(c) = 0$ $s(d) = 0$ $s(e) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{\ \}$ $S(c) = \{\ \}$ $S(d) = \{\ \}$ $S(e) = \{\ \}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5\}$	$\{a(1)\}$	$\{a_1, a_5, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, a(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5a_5\}$	$\{a_1a(1), a_5a(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5a_5, a_1a(1), a_5a(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

$f: V(C_5) \to Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	$V^\star{}_1$	$V^\star{}_2$	$V^\star$	$E^\star{}_1$	$E^\star{}_2$	$E^\star$	Gambar	Ket.
	$D(a)=\{a_1,a_5\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=0$ $s(e)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{\mathrm{b}(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{\ \}$ $S(e)=\{\ \}$	$\{a_1,a_5,$ $b_1,b_2,$ $c_2,c_3,$ $d_3,d_4,$ $e_4,e_5\}$	$\{a(1),b(1),$ $c(1)\}$	$\{a_1,a_5,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,a(1),$ $b(1),c(1)\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5a_5\}$	$\{a_1a(1),a_5a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,$ $d_4e_4,e_5a_5,$ $a_1a(1),a_5a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_5\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$	$s(a)=1$ $s(b)=0$ $s(c)=1$ $s(d)=0$ $s(e)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{\ \}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{\ \}$ $S(e)=\{\ \}$	$\{a_1,a_5,$ $b_1,b_2,$ $c_2,c_3,$ $d_3,d_4,$ $e_4,e_5\}$	$\{a(1),c(1)\}$	$\{a_1,a_5,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,a(1),$ $c(1)\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5a_5\}$	$\{a_1a(1),a_5a(1),$ $c_2c(1),c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,$ $d_4e_4,e_5a_5,$ $a_1a(1),a_5a(1),$ $c_2c(1),c_3c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

LAMPIRAN D

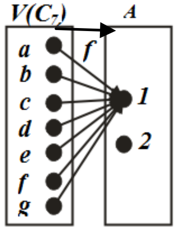
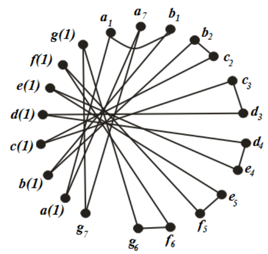
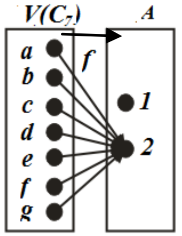
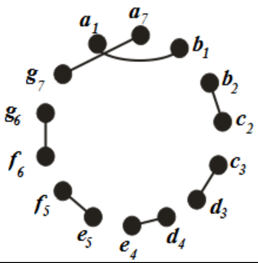
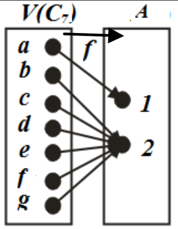
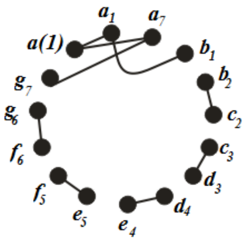
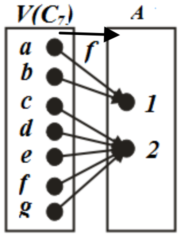
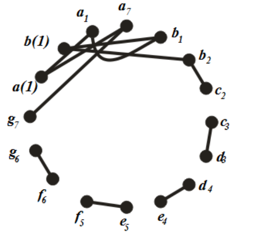
Tabel Faktorisasi graf baru yang dihasilkan dari Pemetaan $f: V(C_6) \to Z^+$

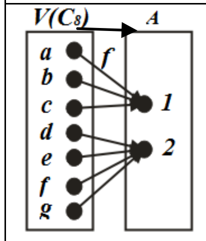
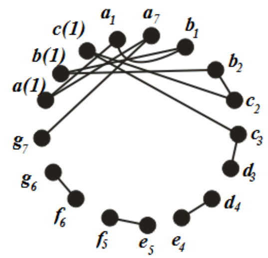
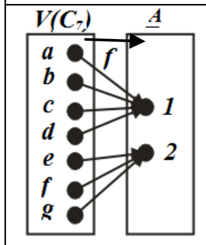
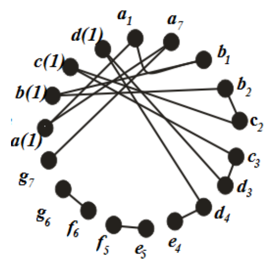
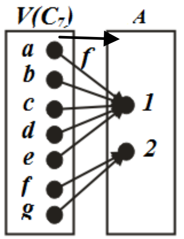
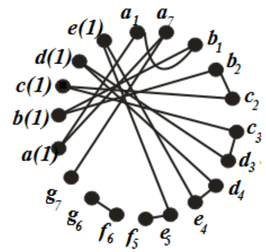
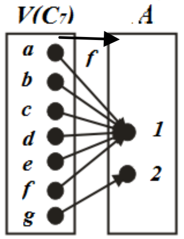
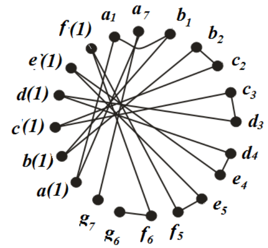
$f: V(C_6) \to Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	$V^*{}_1$	$V^*{}_2$	V^*	$E^*{}_1$	$E^*{}_2$	E^*	Gambar	Ket.
	$D(a)=\{a_1,a_6\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,a_6\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=1$ $s(f)=1$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{b(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{e(1)\}$ $S(f)=\{f(1)\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6\}$	$\{a(1),b(1),c(1),d(1),e(1),f(1)\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6,a(1),b(1),c(1),d(1),e(1),f(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6\}$	$\{a_1a(1),a_6a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1),e_4e(1),e_5e(1),f_5f(1),a_6f(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6,a_1a(1),a_6a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1),e_4e(1),e_5e(1),f_5f(1),a_6f(1)\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_6\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,a_6\}$	$s(a)=0$ $s(b)=0$ $s(c)=0$ $s(d)=0$ $s(e)=0$ $s(f)=0$	$S(a)=\{\}$ $S(b)=\{\}$ $S(c)=\{\}$ $S(d)=\{\}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6\}$	$\{\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6\}$	$\{\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_6\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,a_6\}$	$s(a)=1$ $s(b)=0$ $s(c)=0$ $s(d)=0$ $s(e)=0$ $s(f)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{\}$ $S(c)=\{\}$ $S(d)=\{\}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6\}$	$\{a(1)\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6,a(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6\}$	$\{a_1a(1),a_6a(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6,a_1a(1),a_6a(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_6\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,a_6\}$	$s(a)=0$ $s(b)=1$ $s(c)=0$ $s(d)=1$ $s(e)=0$ $s(f)=0$	$S(a)=\{\ \}$ $S(b)=\{b(1)\ \}$ $S(c)=\{\}$ $S(d)=\{d(1)\ \}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6\}$	$\{b(1),d(1)\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6,b(1),d(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6\}$	$\{b_1b(1),b_2b(1),d_3d(1),d_4d(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6,b_1b(1),b_2b(1),d_3d(1),d_4d(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

$f: V(C_6) \to Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	$V^\star_1$	$V^\star_2$	$V^\star$	$E^\star_1$	$E^\star_2$	$E^\star$	Gambar	Ket.
	$D(a)=\{a_1,a_6\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,a_6\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=0$ $s(e)=0$ $s(f)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{b(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{\}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6\}$	$\{a(1),b(1),c(1)\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6,a(1),b(1),c(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6\}$	$\{a_1a(1),a_6a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6,a_1a(1),a_6a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_6\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,a_6\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=0$ $s(f)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{b(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6\}$	$\{a(1),b(1),c(1),d(1)\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6,a(1),b(1),c(1),d(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6\}$	$\{a_1a(1),a_6a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6,a_1a(1),a_6a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_6\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,a_6\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=1$ $s(f)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{b(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{e(1)\}$ $S(f)=\{\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6\}$	$\{a(1),b(1),c(1),d(1),e(1)\}$	$\{a_1,a_6,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,a_6,a(1),b(1),c(1),d(1),e(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6\}$	$\{a_1a(1),a_6a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1),e_4e(1),e_5e(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6a_6,a_1a(1),a_6a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1),e_4e(1),e_5e(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

LAMPIRAN E

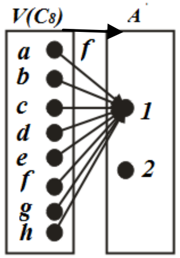
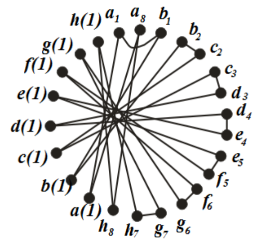
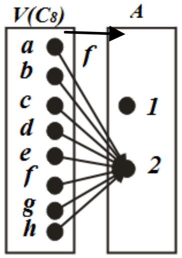
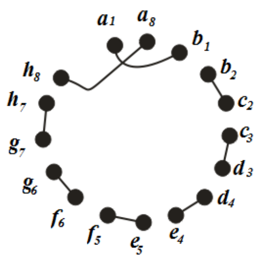
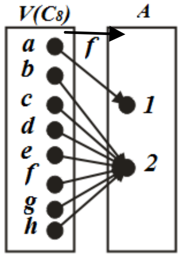
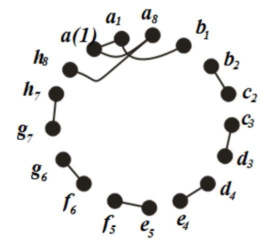
Tabel Faktorisasi graf baru yang dihasilkan dari Pemetaan $f: V(C_7) \rightarrow Z^+$

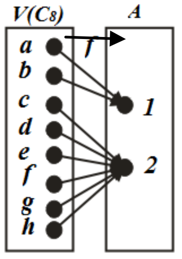
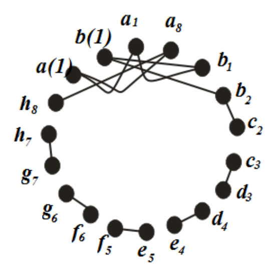
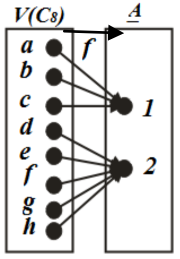
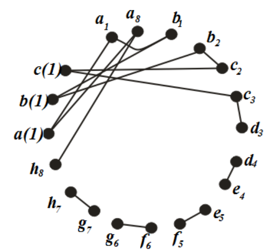
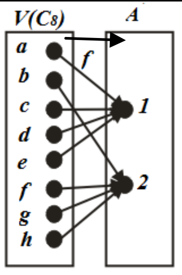
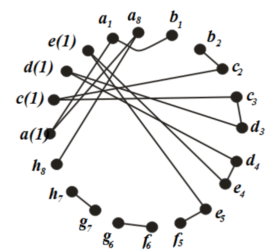
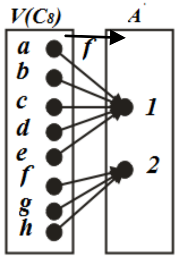
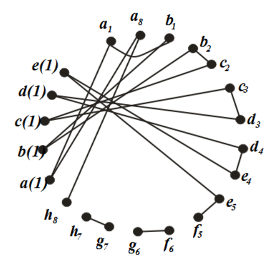
$f: V(C_7) \rightarrow Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	$V^\star{}_1$	$V^\star{}_2$	$V^\star$	$E^\star{}_1$	$E^\star{}_2$	$E^\star$	Gambar	Ket.
	$D(a) = \{a_1, a_7\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$ $D(f) = \{f_5, f_6\}$ $D(g) = \{g_6, g_7\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$ $s(d) = 1$ $s(e) = 1$ $s(f) = 1$ $s(g) = 1$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{d(1)\}$ $S(e) = \{e(1)\}$ $S(f) = \{f(1)\}$ $S(g) = \{g(1)\}$	$\{a_1, a_7, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7\}$	$\{a(1)$ $b(1), c(1), d(1), e(1), f(1), g(1)\}$	$\{a_1, a_7, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, a(1), b(1), c(1), d(1), e(1), f(1), g(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7a_7\}$	$\{a_1a(1), a_7a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1), e_4e(1), e_5e(1), f_5f(1), f_6f(1), g_6g(1), g_7g(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7a_7, a_1a(1), a_7a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1), e_4e(1), e_5e(1), f_5f(1), f_6f(1), g_6g(1), g_7g(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_7\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$ $D(f) = \{f_5, f_6\}$ $D(g) = \{g_6, g_7\}$	$s(a) = 0$ $s(b) = 0$ $s(c) = 0$ $s(d) = 0$ $s(e) = 0$ $s(f) = 0$ $s(g) = 0$	$S(a) = \{\}$ $S(b) = \{\}$ $S(c) = \{\}$ $S(d) = \{\}$ $S(e) = \{\}$ $S(f) = \{\}$ $S(g) = \{\}$	$\{a_1, a_7, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7\}$	$\{\}$	$\{a_1, a_7, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7a_7\}$	$\{\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7a_7\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_7\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$ $D(f) = \{f_5, f_6\}$ $D(g) = \{g_6, g_7\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 0$ $s(c) = 0$ $s(d) = 0$ $s(e) = 0$ $s(f) = 0$ $s(g) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{\}$ $S(c) = \{\}$ $S(d) = \{\}$ $S(e) = \{\}$ $S(f) = \{\}$ $S(g) = \{\}$	$\{a_1, a_7, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7\}$	$\{a(1)\}$	$\{a_1, a_7, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, a(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7a_7\}$	$\{a_1a(1), a_7a(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7a_7, a_1a(1), a_7a(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_7\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$ $D(f) = \{f_5, f_6\}$ $D(g) = \{g_6, g_7\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 0$ $s(d) = 0$ $s(e) = 0$ $s(f) = 0$ $s(g) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{\}$ $S(d) = \{\}$ $S(e) = \{\}$ $S(f) = \{\}$ $S(g) = \{\}$	$\{a_1, a_7, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7\}$	$\{a(1), b(1)\}$	$\{a_1, a_7, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, a(1), b(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7a_7\}$	$\{a_1a(1), a_7a(1), b_1b(1), b_2b(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7a_7, a_1a(1), a_7a(1), b_1b(1), b_2b(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

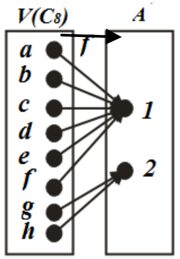
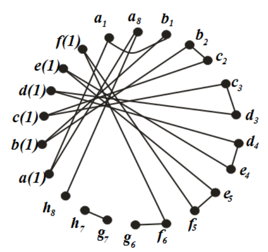
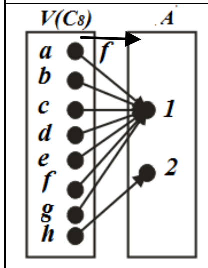
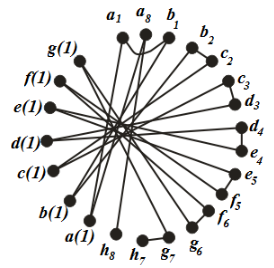
$f: V(C_7) \to Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	$V^\star{}_1$	$V^\star{}_2$	$V^\star$	$E^\star{}_1$	$E^\star{}_2$	$E^\star$	Gambar	Ket.
	$D(a)=\{a_1,a_7\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=0$ $s(e)=0$ $s(f)=0$ $s(g)=0$	$S(a)=\{\mathrm{a}(1)\}$ $S(b)=\{\mathrm{b}(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{\}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$ $S(g)=\{\}$	$\{a_1,a_7,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7\}$	$\{a(1)$ $b(1),c(1)\}$	$\{a_1,a_7,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,a(1),$ $b(1),c(1)\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5f_5,$ $f_6g_6,$ $g_7a_7\}$	$\{a_1a(1),a_7a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,$ $c_3d_3,d_4e_4,$ $e_5f_5,f_6g_6,$ $g_7a_7,a_1a(1),$ $a_7a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_7\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=0$ $s(f)=0$ $s(g)=0$	$S(a)=\{\mathrm{a}(1)\}$ $S(b)=\{\mathrm{b}(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$ $S(g)=\{\}$	$\{a_1,a_7,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7\}$	$\{a(1)$ $b(1),c(1),$ $d(1)\}$	$\{a_1,a_7,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,a(1),$ $b(1),c(1),$ $d(1)\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5f_5,$ $f_6g_6,$ $g_7a_7\}$	$\{a_1a(1),a_7a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1),$ $d_3d(1),d_4d(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,$ $c_3d_3,d_4e_4,$ $e_5f_5,f_6g_6,$ $g_7a_7,a_1a(1),$ $a_7a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1),$ $d_3d(1),d_4d(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_7\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=1$ $s(f)=0$ $s(g)=0$	$S(a)=\{\mathrm{a}(1)\}$ $S(b)=\{\mathrm{b}(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{\mathrm{e}(1)\}$ $S(f)=\{\}$ $S(g)=\{\}$	$\{a_1,a_7,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7\}$	$\{a(1)$ $b(1),c(1),$ $d(1),\mathrm{e}(1)\}$	$\{a_1,a_7,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,a(1),$ $b(1),c(1),$ $d(1),\mathrm{e}(1)\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5f_5,$ $f_6g_6,$ $g_7a_7\}$	$\{a_1a(1),a_7a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1),$ $d_3d(1),d_4d(1),$ $e_4e(1),e_5e(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,$ $c_3d_3,d_4e_4,$ $e_5f_5,f_6g_6,$ $g_7a_7,a_1a(1),$ $a_7a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1),$ $d_3d(1),d_4d(1),$ $e_4e(1),e_5e(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_7\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=1$ $s(f)=1$ $s(g)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{\mathrm{b}(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{\mathrm{e}(1)\}$ $S(f)=\{f(1)\}$ $S(g)=\{\}$	$\{a_1,a_7,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7\}$	$\{a(1),b(1)$ $c(1),d(1),$ $e(1),f(1)\}$	$\{a_1,a_7,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,$ $a(1),b(1)$ $c(1),d(1),$ $e(1),f(1)\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5f_5,$ $f_6g_6,$ $g_7a_7\}$	$\{a_1a(1),a_7a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1),$ $d_3d(1),d_4d(1),$ $e_4e(1),e_5e(1),$ $f_5f(1),f_6f(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,$ $c_3d_3,d_4e_4,$ $e_5f_5,f_6g_6,$ $g_7a_7,a_1a(1),$ $a_7a(1),b_1b(1),$ $b_2b(1),c_2c(1),$ $c_3c(1),d_3d(1),$ $d_4d(1),e_4e(1),$ $e_5e(1),f_5f(1),$ $f_6f(1)\}$		Memiliki 1-faktor

LAMPIRAN F

Tabel Faktorisasi graf baru yang dihasilkan dari Pemetaan $f: V(C_8) \to Z^+$

$f: V(C_8) \to Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	V^*_1	V^*_2	V^*	E^*_1	E^*_2	E^*	Gambar	Ket.
	$D(a)=\{a_1,a_8\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$ $D(h)=\{h_7,h_8\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=1$ $s(f)=1$ $s(g)=1$ $s(h)=1$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{b(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{e(1)\}$ $S(f)=\{f(1)\}$ $S(g)=\{g(1)\}$ $S(h)=\{h(1)\}$	$\{a_1,a_8,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,h_7,$ $h_8\}$	$\{a(1),b(1),$ $c(1),d(1),$ $e(1),f(1),$ $g(1),h(1)\}$	$\{a_1,a_8,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,h_7,$ $h_8,a(1),$ $b(1),c(1),$ $d(1),e(1),$ $f(1),g(1),$ $h(1)\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5f_5,$ $f_6g_6,$ $g_7h_7,$ $h_8a_8\}$	$\{a_1a(1),a_8a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1),$ $d_3d(1),d_4d(1),$ $e_4e(1),e_5e(1),$ $f_5f(1),f_6f(1),$ $g_6g(1),g_7g(1),$ $h_7h(1),h_8h(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,$ $c_3d_3,d_4e_4,$ $e_5f_5,f_6g_6,$ $g_7h_7,h_8a_8,$ $a_1a(1),a_8a(1),$ $b_1b(1),b_2b(1),$ $c_2c(1),c_3c(1),$ $d_3d(1),d_4d(1),$ $e_4e(1),e_5e(1),$ $f_5f(1),f_6f(1),$ $g_6g(1),g_7g(1),$ $h_7h(1),h_8h(1)\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_8\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$ $D(h)=\{h_7,h_8\}$	$s(a)=0$ $s(b)=0$ $s(c)=0$ $s(d)=0$ $s(e)=0$ $s(f)=0$ $s(g)=0$ $s(h)=0$	$S(a)=\{\}$ $S(b)=\{\}$ $S(c)=\{\}$ $S(d)=\{\}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$ $S(g)=\{\}$ $S(h)=\{\}$	$\{a_1,a_8,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,h_7,$ $h_8\}$	$\{\}$	$\{a_1,a_8,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,h_7,$ $h_8\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5f_5,$ $f_6g_6,$ $g_7h_7,$ $h_8a_8\}$	$\{\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,$ $c_3d_3,d_4e_4,$ $e_5f_5,f_6g_6,$ $g_7h_7,h_8a_8\}$		Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_8\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$ $D(h)=\{h_7,h_8\}$	$s(a)=1$ $s(b)=0$ $s(c)=0$ $s(d)=0$ $s(e)=0$ $s(f)=0$ $s(g)=0$ $s(h)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{\}$ $S(c)=\{\}$ $S(d)=\{\}$ $S(e)=\{\}$ $S(f)=\{\}$ $S(g)=\{\}$ $S(h)=\{\}$	$\{a_1,a_8,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,h_7,$ $h_8\}$	$\{a(1)\}$	$\{a_1,a_8,b_1,$ $b_2,c_2,c_3,$ $d_3,d_4,e_4,$ $e_5,f_5,f_6,$ $g_6,g_7,h_7,$ $h_8,a(1)\}$	$\{a_1b_1,$ $b_2c_2,$ $c_3d_3,$ $d_4e_4,$ $e_5f_5,$ $f_6g_6,$ $g_7h_7,$ $h_8a_8\}$	$\{a_1a(1),a_8a(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,$ $c_3d_3,d_4e_4,$ $e_5f_5,f_6g_6,$ $g_7h_7,h_8a_8,$ $a_1a(1),a_8a(1)$ $\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

$f: V(C_8) \to Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	V^*_1	V^*_2	V^*	E^*_1	E^*_2	E^*	Gambar	Ket.
	$D(a) = \{a_1, a_8\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$ $D(f) = \{f_5, f_6\}$ $D(g) = \{g_6, g_7\}$ $D(h) = \{h_7, h_8\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 0$ $s(d) = 0$ $s(e) = 0$ $s(f) = 0$ $s(g) = 0$ $s(h) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{\}$ $S(d) = \{\}$ $S(e) = \{\}$ $S(f) = \{\}$ $S(g) = \{\}$ $S(h) = \{\}$	$\{a_1, a_8, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, h_7, h_8\}$	$\{a(1), b(1)\}$	$\{a_1, a_8, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, h_7, h_8, a(1), b(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7h_7, h_8a_8\}$	$\{a_1a(1), a_8a(1), b_1b(1), b_2b(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7h_7, h_8a_8, a_1a(1), a_8a(1), b_1b(1), b_2b(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_8\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$ $D(f) = \{f_5, f_6\}$ $D(g) = \{g_6, g_7\}$ $D(h) = \{h_7, h_8\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$ $s(d) = 0$ $s(e) = 0$ $s(f) = 0$ $s(g) = 0$ $s(h) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{\}$ $S(e) = \{\}$ $S(f) = \{\}$ $S(g) = \{\}$ $S(h) = \{\}$	$\{a_1, a_8, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, h_7, h_8\}$	$\{a(1), b(1), c(1)\}$	$\{a_1, a_8, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, h_7, h_8, a(1), b(1), c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7h_7, h_8a_8\}$	$\{a_1a(1), a_8a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7h_7, h_8a_8, a_1a(1), a_8a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_8\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$ $D(f) = \{f_5, f_6\}$ $D(g) = \{g_6, g_7\}$ $D(h) = \{h_7, h_8\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$ $s(d) = 1$ $s(e) = 0$ $s(f) = 0$ $s(g) = 0$ $s(h) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{\ \}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{d(1)\}$ $S(e) = \{e(1)\}$ $S(f) = \{\}$ $S(g) = \{\}$ $S(h) = \{\}$	$\{a_1, a_8, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, h_7, h_8\}$	$\{a(1), c(1), d(1), e(1)\}$	$\{a_1, a_8, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, h_7, h_8, a(1), c(1), d(1), e(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7h_7, h_8a_8\}$	$\{a_1a(1), a_8a(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1), e_4e(1), e_5e(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7h_7, h_8a_8, a_1a(1), a_8a(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1), e_4e(1), e_5e(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a) = \{a_1, a_8\}$ $D(b) = \{b_1, b_2\}$ $D(c) = \{c_2, c_3\}$ $D(d) = \{d_3, d_4\}$ $D(e) = \{e_4, e_5\}$ $D(f) = \{f_5, f_6\}$ $D(g) = \{g_6, g_7\}$ $D(h) = \{h_7, h_8\}$	$s(a) = 1$ $s(b) = 1$ $s(c) = 1$ $s(d) = 1$ $s(e) = 1$ $s(f) = 0$ $s(g) = 0$ $s(h) = 0$	$S(a) = \{a(1)\}$ $S(b) = \{b(1)\}$ $S(c) = \{c(1)\}$ $S(d) = \{d(1)\}$ $S(e) = \{e(1)\}$ $S(f) = \{\}$ $S(g) = \{\}$ $S(h) = \{\}$	$\{a_1, a_8, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, h_7, h_8\}$	$\{a(1), b(1), c(1), d(1), e(1)\}$	$\{a_1, a_8, b_1, b_2, c_2, c_3, d_3, d_4, e_4, e_5, f_5, f_6, g_6, g_7, h_7, h_8, a(1), b(1), c(1), d(1), e(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7h_7, h_8a_8\}$	$\{a_1a(1), a_8a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1), e_4e(1), e_5e(1)\}$	$\{a_1b_1, b_2c_2, c_3d_3, d_4e_4, e_5f_5, f_6g_6, g_7h_7, h_8a_8, a_1a(1), a_8a(1), b_1b(1), b_2b(1), c_2c(1), c_3c(1), d_3d(1), d_4d(1), e_4e(1), e_5e(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor

$f: V(C_8) \rightarrow Z^+$	$D(x)$	$s(x)$	$S(x)$	V^*_1	V^*_2	V^*	E^*_1	E^*_2	E^*	Gambar	Ket.
	$D(a)=\{a_1,a_8\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$ $D(h)=\{h_7,h_8\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=1$ $s(f)=1$ $s(g)=0$ $s(h)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{b(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{e(1)\}$ $S(f)=\{f(1)\}$ $S(g)=\{\}$ $S(h)=\{\}$	$\{a_1,a_8,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,f_6,g_6,g_7,h_7,h_8\}$	$\{a(1),b(1),c(1),d(1),e(1),f(1)\}$	$\{a_1,a_8,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,f_6,g_6,g_7,h_7,h_8,a(1),b(1),c(1),d(1),e(1),f(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6g_6,g_7h_7,h_8a_8\}$	$\{a_1a(1),a_8a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1),e_4e(1),e_5e(1),f_5f(1),f_6f(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6g_6,g_7h_7,h_8a_8,a_1a(1),a_8a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1),e_4e(1),e_5e(1),f_5f(1),f_6f(1)\}\}$		Tidak Memiliki 1-faktor
	$D(a)=\{a_1,a_8\}$ $D(b)=\{b_1,b_2\}$ $D(c)=\{c_2,c_3\}$ $D(d)=\{d_3,d_4\}$ $D(e)=\{e_4,e_5\}$ $D(f)=\{f_5,f_6\}$ $D(g)=\{g_6,g_7\}$ $D(h)=\{h_7,h_8\}$	$s(a)=1$ $s(b)=1$ $s(c)=1$ $s(d)=1$ $s(e)=1$ $s(f)=1$ $s(g)=1$ $s(h)=0$	$S(a)=\{a(1)\}$ $S(b)=\{b(1)\}$ $S(c)=\{c(1)\}$ $S(d)=\{d(1)\}$ $S(e)=\{e(1)\}$ $S(f)=\{f(1)\}$ $S(g)=\{g(1)\}$ $S(h)=\{\}$	$\{a_1,a_8,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,f_6,g_6,g_7,h_7,h_8\}$	$\{a(1),b(1),c(1),d(1),e(1),f(1),g(1)\}$	$\{a_1,a_8,b_1,b_2,c_2,c_3,d_3,d_4,e_4,e_5,f_5,f_6,g_6,g_7,h_7,h_8,a(1),b(1),c(1),d(1),e(1),f(1),g(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6g_6,g_7h_7,h_8a_8\}$	$\{a_1a(1),a_8a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1),e_4e(1),e_5e(1),f_5f(1),f_6f(1),g_6g(1),g_7g(1)\}$	$\{a_1b_1,b_2c_2,c_3d_3,d_4e_4,e_5f_5,f_6g_6,g_7h_7,h_8a_8,a_1a(1),a_8a(1),b_1b(1),b_2b(1),c_2c(1),c_3c(1),d_3d(1),d_4d(1),e_4e(1),e_5e(1),f_5f(1),f_6f(1),g_6g(1),g_7g(1)\}$		Tidak Memiliki 1-faktor