

**PEMETAAN REGION DARI GRAF PIRAMIDA
DAN GRAF BERLIAN**

SKRIPSI

Oleh:

ISTIQOMATUL KHOIRIYAH

NIM : 05510013



JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM

MALANG

2009

**PEMETAAN REGION DARI GRAF PIRAMIDA
DAN GRAF BERLIAN**

SKRPSI

**Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si.)**

**Oleh:
ISTIQOMATUL KHOIRIYAH
NIM: 05510013**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2009**

**PEMETAAN REGION DARI GRAF PIRAMIDA DAN GRAF
BERLIAN**

SKRIPSI

Oleh:
ISTIQOMATUL KHOIRIYAH
NIM: 05510013

Telah Disetujui Untuk Diuji:
Tanggal, 10 Oktober 2009

Dosen Pembimbing I,

Dosen Pembimbing II,

Wahyu Henky Irawan, M.Pd

NIP. 19710420 200003 1 003

Ach. Nasichuddin

NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PEMETAAN REGION DARI GRAF PIRAMIDA DAN GRAF BERLIAN

SKRIPSI

Oleh:
ISTIQOMATUL KHOIRIYAH
 NIM: 05510013

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
 Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
 Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal:
 10 Oktober 2009

Susunan Dewan Penguji:

Tanda Tangan

1. Penguji Utama	: <u>Abdussakir, M.Pd</u> NIP. 19751006 200312 1 001	()
2. Ketua	: <u>Usman Pagalay, M.Si</u> 19650414 200312 1 001	()
3. Sekretaris	: <u>Wahyu Henky Irawan, M.Pd</u> NIP. 19710420 200003 1 003	()
4. Anggota	: <u>Ach. Nasichuddin</u> NIP. 19730705 200003 1 002	()

Mengetahui dan Mengesahkan
 Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd
 NIP. 19751006 200312 1 001

MOTTO

2
يُر النّاس انْفهم للنّاس

" KEMENANGAN ITU DATANG BERSAMA
KESABARAN"



Karya ini penulis persembahkan untuk orang-orang yang tercinta

Orang tuaku H. M. Jamhari dan Hj. Mudayah, mas dan mbak-mbakku, ipar-iparku serta keponakanku. Terima kasih atas segala cinta dan asih sayangnya yang tiada henti, do'a serta motivasinya yang mengalir stiap saat. Semoga Rahmat Allah senantiasa mengiringi langkah-langkahnya.

Keluarga di Dinoyo, terima kasih atas segala bantuan, do'a dan motivasinya. Jazaakumullah ahsanul jaza.

Keluarga di Jombang, terma kasih atas segala pengorbanan, ketulusan, kesabaran, keikhlasan, motivasi serta do'anya. Semoga apa yang kita harapkan senantiasa menapatkan Rahmat dan RidloNYA.

SURAT PERNYATAAN

Yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Istiqomatul Khoiriyah
NIM : 05510013
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Pemetaan Fungsi dari Graf Piramida dan Graf Berlian

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri dan bukan karya orang lain, baik sebagian maupun keseluruhan, kecuali dalam bentuk kutipan yang telah disebutkan sumbernya.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapatkan sanksi akademis.

Malang, 06 Oktober 2009

Yang Menyatakan,

Istiqomatul Khoiriyah
05510013

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah segala puji bagi Allah SWT atas segala ramat-Nya. Sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian ini . semoga segala kebaikan yang kita kerjakan selalu mendapat ridho-Nya.

Sholawat dan salam senantiasa terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, penunjuk jalan yang lurus. Sehingga kita mengenal Dienul Islam.

Selama penyusunan penelitian ini, banyak pihak yang baik secara langsung maupun tidak langsung ikut membantu serta memberikan motivasi bagi penulis demi terselesaikannya penelitian ini. Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku rektor UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Bapak dan ibu serta seluruh keluarga besarku, yang senantiasa memberikan motivasi serta doa-doanya yang tiada henti.
3. Bapak Prof. Sutiman Bambang Sumitro, D.U, D.Sc, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Bapak Abdussakir, M.Pd, selaku Ketua Jurusan Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
5. Bapak Wahyu Henky Irawan, M. Pd, selaku dosen pembimbing 1 yang telah membimbing serta banyak memberikan masukan pada proses penulisan penelitian ini.

6. Bapak Ach. Nasichuddin, M.Ag, selaku dosen pembimbing II yang telah membimbing serta banyak memberikan masukan pada proses penulisan penelitian ini.
7. Bapak dan ibu Dosen yang telah memberikan ilmunya dengan tulus dan ikhlas.
8. Bapak Drs. Yahya Dja'far, MA, dan ibu Dra. Syafiyah Fattah, MA, selaku pengasuh PPP. Al-Hikmah Al-Fathimiyyah.
9. Teman-temanku math 05, semoga persahabatan kita abadi.
10. Keluarga beras "D-ROOM", zalpe, aok, r-ni, rimul, semtul, ma2, aza, uyun, atas bantuan, motivasi serta doanya. Buat erni, terima kasih telah mendengarkan segala keluh-kesahku selama ini.
11. Seluruh pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu, yang telah membantu penulis dalam penulisan penelitian ini.

Semoga amal ibadah anda tercatat sebagai amal ibadah dan mendapat imbalan serta balasan dari Allah SWT. Amin

Penulis menyadari bahwa tak ada gading yang tak retak, penulis mengharapkan saran dan kritik dari seluruh pihak demi sempurnanya penelitian ini. Semoga penelitian ini bermanfaat bagi semua. Amin

Malang, September 2009

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR GAMBAR.....	v
ABSTRAK	vi
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang.....	1
B. Rumusan Masalah.....	8
C. Tujuan.....	8
D. Batasan Masalah.....	8
E. Manfaat Penulisan.....	8
F. Metodologi Penelitian.....	9
G. Sistematika Pembahasan.....	12
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
A. Graf	14
1. Definisi Graf	14
2. Keberdekatan (adjacent) dan Insiden (Incident)	16
3. Komponen-Komponen Graf	17
4. Derajat	17
5. Graf Beraturan -r.....	19
6. Graf Komplit	19
7. Graf Bipartisi	20
8. Graf Bipartisi Komplit	21
B. Graf Terhubung.....	21
1. Definisi Sirkuit	22
2. Definisi Sikel	22

3. Graf Piramida	22
4. Graf Berlian	23
C. Pemetaan	25
D. Homomorpisme Group	29
E. Kajian Keagamaan	30
BAB III PEMBAHASAN	
A. Graf Piramida (Pr)	41
1. Bentuk Graf Piramida dari P_1 ke P_n	41
2. Mencari Rumus dari Pr_1^* ke Pr_n^*	71
B. Graf Berlian (D_n).....	79
1. Bentuk Graf Berlian dari D_{n_2} ke D_{n_n}	79
2. Mencari Rumus dari D_{n_2} ke D_{n_n}	104
C. Interpretasi Graf dalam Al-Qur'an.....	111
BAB IV	
A. Kesimpulan	116
B. Saran-saran	117
DAFTAR PUSTAKA.....	118

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Graf Piramida	5
Gambar 1.2 Ilustrasi Hablumminallah Hablumminannas	6
Gambar 1.3 Graf hasil fungsi dari Graf Piramida	6
Gambar 1.4 Hablumminallah dan Hablumminannas	7
Gambar 2.1 Graf Sederhana	14
Gambar 2.2 Sub Graf	15
Gambar 2.3 Graf G dengan Lima titik dan Tujuh Sisi	16
Gambar 2.4 Graf dengan derajat Titik	17
Gambar 2.5 Graf Komplit Beraturan 1-5	19
Gambar 2.6 Graf Komplit	20
Gambar 2.7 Graf Bipartisi	20
Gambar 2.8 Graf Bipartisi komplit	21
Gambar 2.10 Diagram Panah dari A ke B	25
Gambar 3.1 Graf Piramida 1	41
Gambar 3.2 Diagram Panah dari G ke G^*	42
Gambar 3.3 Graf hasil fungsi Pr_1	43
Gambar 3.4 Graf Piramida 2	44
Gambar 3.5 Diagram Panah dari G ke G^*	45
Gambar 3.6 Graf hasil fungsi Pr_2	46
Gambar 3.7 Graf Piramida 3	48
Gambar 3.8 Diagram Panah dari G ke G^*	49
Gambar 3.9 graf hasil fungsi Pr_3	51
Gambar 3.10 Graf Piramida 4	53

Gambar 3.11 Diagram Panah dari G ke G^*	54
Gambar 3.12 Graf hasil fungsi Pr_4	59
Gambar 3.13 Graf Piramida 5.....	61
Gambar 3.14 Diagram Panah dari G ke G^*	62
Gambar 3.15 Graf hasil fungsi Pr_5	63
Gambar 3.16 Graf Piramida 6.....	65
Gambar 3.17 Diagram Panah dari G ke G^*	67
Gambar 3.18 Graf hasil fungsi Pr_6	67
Gambar 3.19 Graf Berlian 2.....	79
Gambar 3.20 Diagram Panah dari G ke G^*	80
Gambar 3.21 Graf hasil fungsi Dn_2	81
Gambar 3.22 Graf Berlian 3.....	82
Gambar 3.23 Diagram Panah dari G ke G^*	83
Gambar 3.24 Graf hasil fungsi Dn_3	86
Gambar 3.25 Graf Beralian 4.....	87
Gambar 3.26 Diagram Panah dari G ke G^*	88
Gambar 3.27 Graf hasil fungsi Dn_4	93
Gambar 3.28 Graf Berlian 5.....	95
Gambar 3.29 Diagram Panah dari G ke G^*	96
Gambar 3.30 Graf hasil fungsi Dn_5	97
Gambar 3.32 Graf Berlian 6.....	99
Gambar 3.33 Diagram Panah dari G ke G^*	100
Gambar 3.34 Graf hasil fungsi Dn_6	101

ABSTRAK

Khoiriyah, Istiqomatul. 2009. Skripsi. Pemetaan Region dari Graf Piramida dan Graf Berlian. pembimbing : 1. Wahyu Henky Irawan, M.Pd. 2. Ach. Nasichuddin, M.Ag. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Kata Kunci : Pemetaan, Graf Piramida, Graf berlian, Hablumminallah, Hablumminannas

Graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , yang dalam hal ini V melambangkan himpunan tidak kosong dari simpul-simpul yang dapat ditulis $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dan E melambangkan himpunan sisi yang menghubungkan simpul yang dapat ditulis $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$. Penulisan graf dapat ditulis singkat dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *erces*) yang menghubungkan sepasang simpul.

Graf planar adalah graf yang dapat digambarkan pada bidang sehingga tidak ada sisi yang saling berpotongan. Graf planar yang sudah digambar pada bidang disebut graf bidang (*plane graph*). Graf bidang G akan mempartisi bidang ke dalam sejumlah wilayah (*region*) yang saling terhubung. Wilayah-wilayah ini dapat disebut muka/wajah (*face*) dari graf G . batas (*boundary*) dari suatu muka adalah titik-titik dan sisi-sisi yang membatasi wilayah tersebut. contoh dari graf planar adalah graf piramida dan graf berlian. graf Piramida menggambarkan tentang hubungan manusia dengan Allah (*Hablumminallah*) dan hubungan manusia dengan manusia (*Hablumminannas*).

Hasil penelitian menunjukkan Banyak titik pada Graf Piramida ke n adalah $|V Pr_n| = |V(Pr_{n-1})| + (n+1)$. Banyak titik pada Graf hasil fungsi Piramida ke n adalah $|V Pr_n^*| = |R Pr_n|$. Banyak sisi pada Graf Piramida ke n adalah $|E Pr_n| = E(Pr_{n-1}) + 3n$. Banyak sisi pada Graf hasil fungsi Piramida ke n adalah $|E Pr_n^*| = dR_{ujung} + dR_{tepi} = 2(3) + 3(3(n-2))$. Sedangkan untuk Graf Berlian, Banyak titik pada Graf Berlian ke n adalah $|VDn_n| = |V Pr_n| - 2$. Banyak titik pada Graf hasil fungsi Berlian ke n adalah $VDn_n^* = VP_n^* - 2$. Banyak sisi pada Graf Berlian ke n adalah $EDn_n = E Pr_n - 4$. Banyak sisi pada Graf hasil fungsi Berlian ke n adalah $EDn_n^* = (R_{luar} + R_{ujung}) - 2 = (3(n-1) + 3.3) - 2, n \geq 3$. Pada penelitian ini penulis hanya mendeskripsikan bentuk graf hasil fungsi dari graf piramida dan graf berlian. Untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan yang lebih rinci lagi, dengan mencari graf dualnya.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari banyak permasalahan yang memerlukan pemecahan. (Purwanto, 1998: 1). Masalah yang sering kali muncul di tengah-tengah kehidupan masyarakat seringkali membutuhkan penyelesaian dari disiplin ilmu, dengan bantuan bahasa lambang pada matematika, permasalahan tersebut lebih mudah untuk dipahami, lebih mudah dipecahkan, atau bahkan dapat ditunjukkan bahwa suatu persoalan tidak mempunyai penyelesaian. Matematika merupakan alat untuk menyederhanakan penyajian dan pemahaman masalah. Dalam bahasan matematika, suatu masalah dapat menjadi lebih sederhana untuk disajikan, dipahami, dianalisis, dan dipecahkan. Untuk keperluan tersebut, pertama dicari pokok masalahnya, kemudian dibuat rumusan atau model matematikanya.

Matematika diskrit adalah cabang matematika yang mengkaji tentang obyek-obyek secara diskrit. Diskrit artinya terdiri dari elemen-elemen yang sejenis yang berbeda atau tidak terhubung. (Rinaldi Munir, 2001:v). Dalam matematika diskrit sendiri mempunyai cabang, diantaranya; himpunan, relasi dan fungsi, induksi matematika, kombinatorial, pohon, aljabar boolean, kompleksitas algoritma, dan graph. Pada intinya matematika diskrit mempelajari tentang kombinatorial dan teori graph.

Teori graf adalah salah satu dari cabang ilmu matematika. Teori graf merupakan suatu pokok bahasan yang mendapat banyak perhatian karena model-modelnya sangat berguna untuk diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari, diantaranya adalah digunakan dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, dan masih banyak aplikasi lainnya. Graf dipakai di berbagai disiplin ilmu maupun dalam kehidupan sehari-hari. Penggunaan graf di berbagai bidang tersebut adalah untuk memodelkan persoalan, contoh; Kirchoff (1847) menggunakan graf untuk memodelkan rangkaian listrik. Arthur Cayley (1857) menggunakan graf dalam memodelkan molekul senyawa alkana $C_{11}H_{2n+2}$ untuk menghitung jumlah isomernya. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut digunakan rumusan atau dibuat model teori grafnya, sehingga permasalahan akan menjadi jelas dan mudah menganalisisnya.

Menurut catatan sejarah, graf diperkenalkan seorang ahli matematika Swiss yaitu Leonardo Euler pada tahun 1736. Beliau berhasil menyelesaikan permasalahan jembatan Königsberg dengan menggunakan graf. Secara matematis, graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , yang dalam hal ini V melambangkan himpunan tidak kosong dari simpul-simpul yang dapat ditulis $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dan E melambangkan himpunan sisi yang menghubungkan simpul yang dapat ditulis $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$. Penulisan graf dapat ditulis singkat dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *erces*) yang menghubungkan sepasang simpul. (Munir, 2001:)

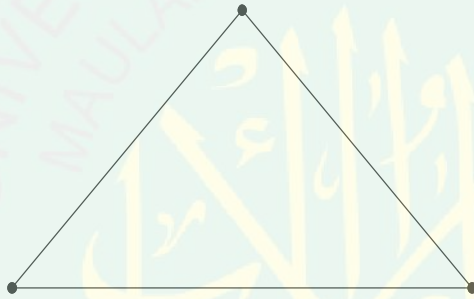
Dengan demikian dinyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya (titik) harus ada minimal satu yang dapat disebut sebagai graf kosong. Sedangkan jika sebuah graf yang mempunyai sisi minimal satu buah, dan mempunyai simpul (titik) minimal dua dapat disebut graf tak kosong.

Salah satu macam bentuk graf adalah graf planar. Graf planar adalah graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi-sisi yang tidak saling memotong (bersilangan). Sedangkan jika graf tersebut saling memotong (bersilangan), maka graf tersebut graf tak-planar. Namun perlu diperhatikan bahwa belum tentu sebuah graf yang secara kasat mata terlihat sisi-sisinya saling berpotongan tidak planar. Karena graf tersebut mungkin saja planar, karena graf tersebut dapat digambarkan kembali dengan cara berbeda yang sisinya tidak saling berpotongan. (Munir, 2001:)

Dalam kehidupan sehari-hari, terapan graf planar dapat dipakai dalam persoalan utilitas dalam merancang jaringan pipa air, pipa gas, dan kabel listrik bawah tanah agar ketiganya tidak saling bersilangan. Terapan graf planar lainnya adalah pada perancangan *integrated circuit (IC)* pada sebuah papan. Kawat-kawat yang menghubungkan simpul-simpul *IC* harus dirancang sedemikian rupa agar tidak bersilangan, sebab persilangan dua buah kawat yang beraliran listrik dapat menimbulkan interferensi arus, yang mengakibatkan terganggunya fungsi *IC* tersebut.

Pada kesempatan ini, penulis mencoba membahas mengenai fungsi region dari graf piramida (Pr) dan graf berlian (Dn). Penulis memilih graf piramida (Pr) dan graf berlian (Dn), berdasarkan alasan bahwa graf tersebut adalah graf planar, tetapi apakah setelah digambar graf hasil fungsi, graf tersebut isomorfik dengan graf aslinya. Sehingga, dalam penelitian ini penulis tertarik untuk meneliti mengenai pemetaan region dari graf piramida (Pr) dan graf berlian (Dn).

Graf piramida dengan 3 titik, dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 1.1 Graf Piramida (Pr_1)

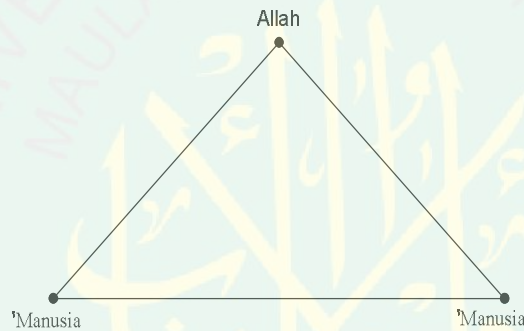
Firman Allah dalam QS. Al Hajj ayat 77 sebagai berikut:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا ارْكَعُوا وَاسْجُدُوا وَعْبُدُوا رَبَّكُمْ وَافْعَلُوا الْخَيْرَ

لَعَلَّكُمْ تَفْلِحُونَ ﴿٧٧﴾

“Hai orang-orang yang beriman rukulah, sujudlah dan sembahlah Rabbmu serta perbuatlah kebajikan-kebajikan agar kalian memperoleh keberuntungan / kemenangan.”

Ayat di atas menjelaskan tentang hubungan antara manusia dengan Allah (*Hablumminallah*) dan hubungan antara manusia dengan manusia (*Hablumminannas*). Hal ini dapat kita ilustrasikan dengan sebuah graf piramida sebagai berikut:



Gambar 1.2 Ilustrasi *Hablumminallah* *Hablumminannas*

Hubungan tersebut tidak akan terjadi kalau hubungan antara manusia dengan Allah (*Hablumminallah*) dan hubungan antara manusia dengan manusia (*Hablumminannas*) tidak terjalin dengan baik dan seimbang.

Gambar graf hasil fungsi dari graf piramida dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1.3 Graf Hasil fungsi dari Graf Piramida (Pr_1)

Allah SWT berfirman dalam QS. Adz Dzaariyat: 50 sebagai berikut:

فَفِرُّوْا إِلَى اللَّهِ إِنِّي لَكُمْ مِّنْهُ نَذِيرٌ مُّبِينٌ ﴿٥٠﴾

“Maka segeralah kembali kepada (mentaati) Allah. Sesungguhnya Aku seorang pemberi peringatan yang nyata dari Allah untukmu”.

Firman Allah di atas menjelaskan tentang hubungan antara manusia dengan Allah saja (*Hablumminalla*).

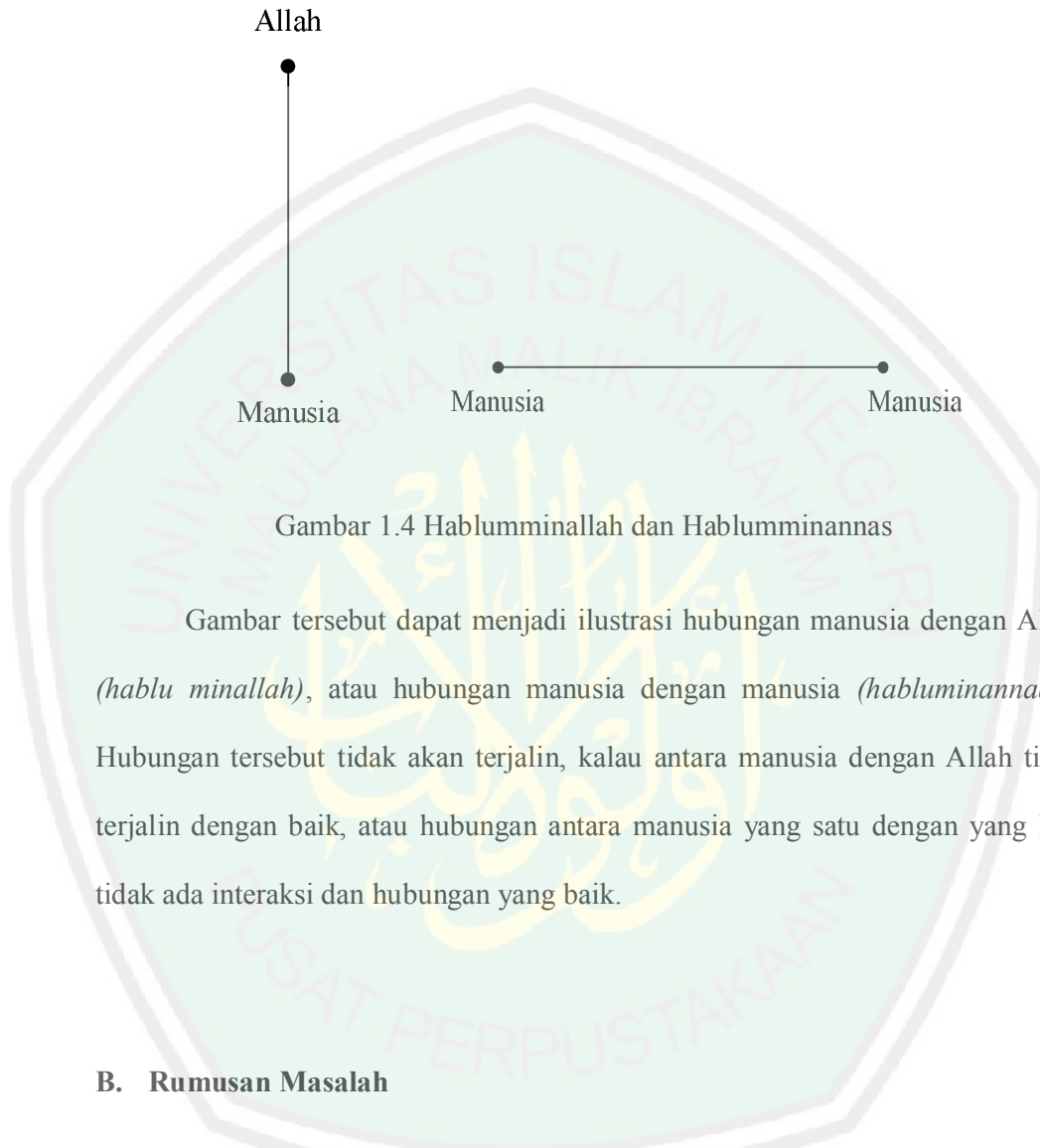
Nabi Muhammad SAW bersabda:

عن أبي حمزة أنس بن مالك ر ع خادم رسول الله ص م عن النبي ص م قال : لا يؤمن أحدكم حت يحب لأخيه ما يحب لنفسه (رواه البخار ومسلم)

diriwayatkan dari Abu HamzahAnas bin Malik ra, pelayan Rasulullah SAW bahwa Nabi SAW bersabda, “salah seorang dari kalian tidaklah beriman (secara sempurna)sehingga dia mencintai kebaikan saudaranya, sebagaimana dia mencintai kebaikan untuk dirinya sendiri.”(HR. Al-Bukhari dan Muslim)

Hadits di atas menjelaskan tentang hubungan antara manusia dengan manusia saja (*Hablumminannas*).

Berdasarkan firman Allah dan hadits Nabi Muhammad SAW di atas dapat digambarkan dengan graf hasil fungsi dari graf piramida sebagai berikut:



Gambar 1.4 Hablumminallah dan Hablumminannas

Gambar tersebut dapat menjadi ilustrasi hubungan manusia dengan Allah (*hablu minallah*), atau hubungan manusia dengan manusia (*habluminannaas*). Hubungan tersebut tidak akan terjalin, kalau antara manusia dengan Allah tidak terjalin dengan baik, atau hubungan antara manusia yang satu dengan yang lain tidak ada interaksi dan hubungan yang baik.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka penulis dapat merumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk fungsi pada region dari graf piramida Pr_n .
2. Bagaimana bentuk fungsi pada region dari graf berlian D_n .

C. Tujuan

Tujuan dari penulisan ini adalah:

1. Mendiskripsikan bentuk fungsi pada region dari graf piramida Pr_n .
2. Mendiskripsikan bentuk fungsi pada region dari graf berlian D_n .

D. Batasan Masalah

Pada penelitian ini, penulis memberikan batasan masalah pada masalah fungsi pada region. Sehingga yang akan dicari adalah fungsi pengait dari piramida Pr_n dan graf berlian D_n . Untuk membentuk fungsi pada region dari graf piramida Pr_n dan graf berlian D_n , penulis membatasi pada graf piramida yang dimulai dari Pr_1 sampai Pr_n , dan pada graf berlian yang dimulai dari D_2 sampai D_n , dimana $n \in \mathbb{Z}^+$.

E. Manfaat Penulisan

Penulisan skripsi ini diharapkan dapat memberikan manfaat, yaitu :

- 1) Bagi penulis

Penelitian ini digunakan sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan tentang teori graf, khususnya tentang Fungsi pengait pada graf dual dari graf piramida Pr_n dan dari graf berlian D_n .

- 2) Bagi lembaga

Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di jurusan matematika untuk mata kuliah Teori Graf.

3) Bagi pengembang ilmu

Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai bahan kajian keilmuan untuk menambah wawasan keilmuan tentang teori graf.

F. Metodologi Penelitian

1. Tempat penelitian

Penelitian ini akan dilakukan di Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang yang terletak di JL. Gajayana 50 Malang.

2. Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang dimaksud adalah perangkat keilmuan yang dipakai dalam penelitian. Dan penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian kualitatif dengan jenis penelitian kepustakaan.

3. Jenis dan Sifat Penelitian

Dalam penelitian ini, penulis menggunakan kajian literatur yang berupa metode kepustakaan (*Library research*), yaitu dengan mengumpulkan data dan informasi dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, atau makalah-makalah. Penelitian dilakukan dengan melakukan kajian terhadap buku-buku teori graf dan jurnal-jurnal atau makalah-makalah yang memuat topik tentang graf dual.

4. Sumber Data

Sumber data yang dimaksudkan dalam penelitian ini adalah dari mana data penelitian diperoleh. Adapun sumber data penelitian ini adalah dari berbagai sumber seperti:

- a. Buku-buku yang berhubungan dengan teori graph, buku yang digunakan sebagai penunjang adalah: Graph and Digraph (Chatrand dan Lesniak), Matematika Diskrit (Purwanto), dan lain-lain.
- b. skripsi-skripsi sebelumnya, seperti: Graf Dual (Dual Graph) dari graf roda (W_n) dan graf helm tertutup CH_n . Pewarnaan minimal graf Piramida dan Berlian.
- c. Download internet, dan berbagai sumber yang dapat memberikan informasi yang berhubungan dengan teori graf.

5. Teknik Pengumpulan Data

Untuk memperoleh data yang diperlukan dalam penelitian ini, digunakan metode pengumpulan data, melalui studi literatur. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

- a. Mencari literatur utama yang dijadikan acuan dalam pembahasan penelitian ini. Literatur yang dimaksud adalah buku "*Graph and Digraph*" karangan Chatrand and Lesniak.
- b. Mengumpulkan berbagai literatur pendukung, baik yang bersumber dari buku, jurnal, artikel, buku diktat kuliah, internet, dan lainnya yang

berhubungan dengan permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini.

- c. Memahami dan menelaah konsep teori graph.
- d. Memahami dan menelaah konsep teori graph yang dibutuhkan untuk membahas permasalahan dalam penelitian ini, meliputi: komponen-komponen graf, graf terhubung, graf beraturan, graf bipartisi.

6. Teknik Analisis data

Adapun langkah-langkah yang diambil untuk menganalisis data dalam penelitian ini adalah:

1. Menggambar beberapa graf piramida Pr dari Pr_1 ke Pr_n dan graf berlian (Dn) dari Dn_1 ke Dn_n .
2. Menentukan fungsi pengait pada graf piramida Pr dari Pr_1 ke Pr_n dan graf berlian (Dn) dari Dn_1 ke Dn_n .
3. Dari fungsi pengait tersebut, kemudian dibuat graf hasil fungsi pada graf piramida Pr dari Pr_1 ke Pr_n dan graf berlian (Dn) dari Dn_1 ke Dn_n .
4. Mencari pola bentuk graf hasil fungsi pada graf piramida Pr dari Pr_1 ke Pr_n dan graf berlian (Dn) dari Dn_1 ke Dn_n . Pola yang didapatkan masih dapat dianggap sebagai dugaan (konjektur). Konjektur yang dihasilkan kemudian dibuktikan, dengan terlebih dahulu merumuskan konjekturnya sebagai suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti-bukti.

G. Sistematika Pembahasan

Untuk mempermudah dalam memahami skripsi ini secara keseluruhan maka penulis menggunakan sistematika pembahasan yang terdiri dari 4 bab dan masing-masing akan dijelaskan sebagai berikut :

BAB I. PENDAHULUAN

Pada bab ini akan diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika pembahasan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Bagian ini terdiri atas konsep-konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan. Konsep-konsep tersebut antara lain membahas tentang Teori Graf dalam Al-Qur'an, pengertian Graf, Graf Terhubung, Operasi pada Graf, Graf sikel, Pemetaan, Kajian Homomorpisme.

BAB III PEMBAHASAN

Dalam bab ini akan digambarkan beberapa graf piramida dan graf berlian, dan dicari fungsi pengaitnya. Dari fungsi pengait tersebut, kemudian digambarkan graf hasil fungsi dari masing-masing graf piramida dan graf berlian, dan dicari pola tertentu. Pola yang didapatkan dibuktikan dengan terlebih dahulu merumuskan konjekturnya sebagai suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti-bukti sehingga diperoleh bentuk umum graf dual dari graf piramida dan graf berlian tersebut.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini dibahas tentang kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Graf

1. Definisi Graf

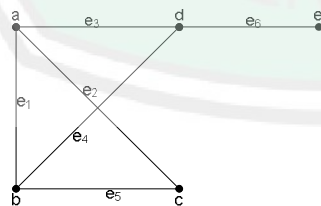
Graf G adalah pasangan berurutan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$. sedangkan banyaknya unsur di V disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di E disebut size dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. jika graf yang dibicarakan hanya graf G , maka order dan ukuran dari G tersebut cukup ditulis dengan p dan q (Chartrand dan Lesniak, 1986: 4).

Perhatikan graf G yang memuat himpunan titik V dan himpunan sisi E seperti berikut ini.

$$V = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (b, c), (d, e)\}$$

Graf tersebut dapat digambarkan sebagai berikut



Gambar 2.1 Graf Sederhana

Graf G mempunyai 5 titik sehingga order G adalah $p = 5$. Graf G mempunyai 6 sisi sehingga size graf G adalah $q = 6$.

Graf G dengan $V = \{a, b, c, d, e\}$ dan $E = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (b, c), (d, e)\}$ dapat juga ditulis dengan $V = \{a, b, c, d, e\}$ dan $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$. Dengan:

$$e_1 = (a, b)$$

$$e_2 = (a, c)$$

$$e_3 = (a, d)$$

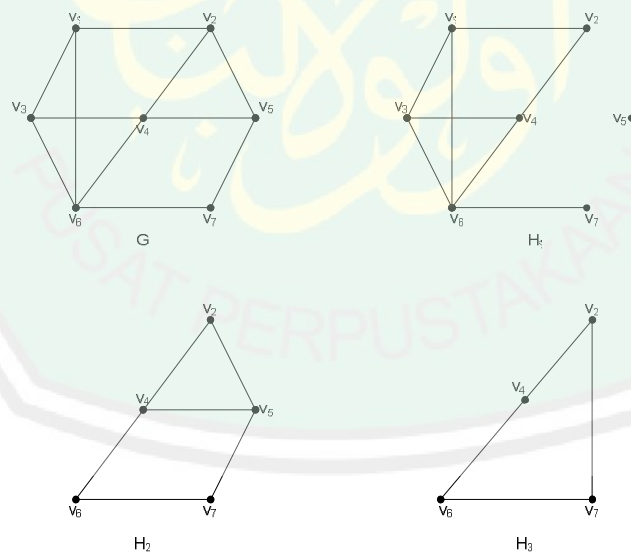
$$e_4 = (b, d)$$

$$e_5 = (b, c)$$

$$e_6 = (d, e)$$

Misalkan G suatu graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. graf bagian (subgraf) dari G adalah suatu graf yang setiap titiknya adalah anggota $V(G)$ dan setiap sisinya adalah anggota $E(G)$. jika H suatu graf bagian dari G dan $V(H) = V(G)$, maka H disebut graf bagian rentangan (spanning subgraf) dari G .

Contoh:



Gambar 2.2 Sub Graf

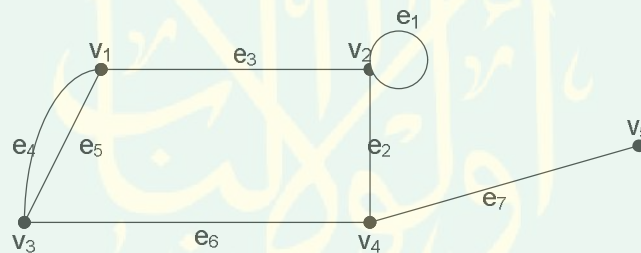
Pada gambar 2.2 terhadap G , H_1 adalah graf bagian rentangan, H_2 adalah graf bagian tetapi bukan graf bagian rentangan, dan H_3 adalah bukan graf bagian.

2. Keberdekatan (adjacent) dan insiden (incident)

Jika sebuah titik v_i merupakan titik ujung dari suatu sisi e_j , maka v_i dan e_j disebut berinsidensi atau titik v_i menempel/insiden dengan sisi e_j (Sutarno, 2005: 67)

Contoh:

Pada gambar di bawah ini sisi e_2, e_6 dan e_7 adalah sisi-sisi yang menempel dengan titik v_4 .



gambar 2.3 Graf G dengan Lima Titik dan Tujuh Sisi

Sedangkan dua sisi yang tidak paralel disebut bertetangga/adjacent, bila kedua sisi tersebut menempel dengan titik yang sama.

Contoh:

Pada gambar 2.3, e_2 dan e_7 merupakan dua sisi yang bertetangga.

Dua buah titik disebut bertetangga jika kedua titik tersebut merupakan titik-titik ujung dari sisi yang sama.

Contoh:

Pada gambar 2.3, v_4 dan v_5 adalah dua buah titik yang saling bertetangga, sedangkan titik v_1 dan v_4 merupakan dua titik yang tidak saling bertetangga.

3. Komponen-komponen graf

a. Titik (vertices)

Noktah-noktah yang menyajikan obyek pada suatu graf disebut titik.

Pada gambar 2.3 di atas yang menunjukkan titik adalah v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 .

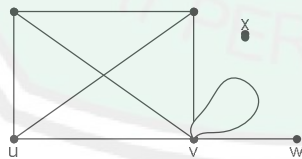
b. Sisi

Garis yang menunjukkan keterhubungan antara titik-titik disebut sisi, serta setiap sisi menghubungkan tepat dua titik. Sisi-sisi pada gambar di atas ditunjukkan oleh $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7$.

4. Derajat

Derajat suatu titik v di G , dinyatakan dengan $d(v)$, adalah banyak sisi yang terkait langsung (*incident*) dengan v dengan masing-masing loop dihitung sebagai dua sisi yang terkait dengan v . derajat minimum dan derajat maksimum titik-titik di G berturut-turut dinyatakan dengan $\delta(G)$ dan $\Delta(G)$ (purwanto,1998:7).

Contoh:



Gambar 2.4 Graf dengan derajat titik

Untuk graf G pada gambar 2.2 ,

$$d(s) = 3$$

$$d(v) = 6$$

$$d(t) = 3$$

$$d(w) = 1$$

$$d(u) = 3$$

$$d(x) = 0$$

$$\delta(G) = 0$$

$$\Delta(G) = 6$$

Teorema 2. 1

Jika G dengan (p, q) adalah sebuah graf, dimana $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ maka

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \quad (\text{Chartrand dan Lesniak, 1986: 8}).$$

Bukti:

Setiap sisi adalah terkait langsung dengan 2 titik, jika setiap derajat titik dijumlahkan, maka setiap sisi dihitung dua kali.

Teorema 2. 2

Pada sebarang graf, jumlah derajat titik ganjil adalah genap.

Bukti:

Misalkan graf G dengan ukuran q , maka ambil W yang memuat himpunan titik ganjil pada G serta U yang memuat himpunan titik genap di G .

Dari teorema 2. 1 maka diperoleh:

$$\sum_{v \in V(G)} \deg v = \sum_{v \in W} \deg v + \sum_{v \in U} \deg v = 2q$$

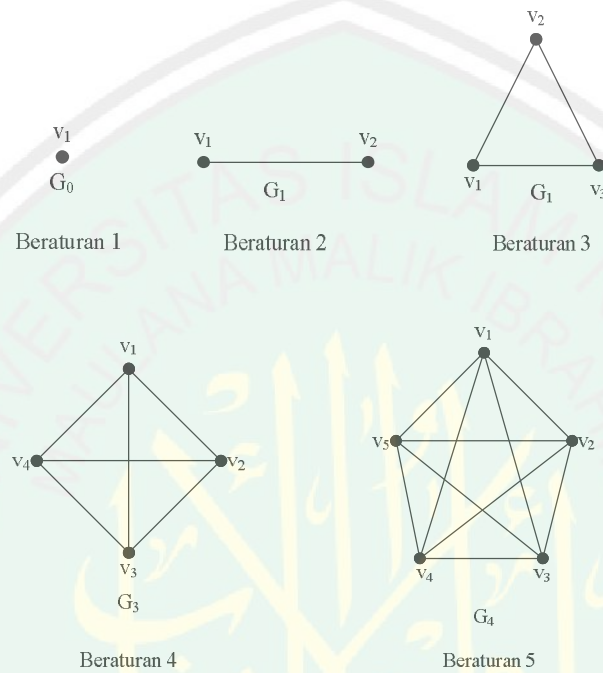
Dengan demikian karena $\sum_{v \in U} \deg v$ genap, maka $\sum_{v \in W} \deg v$ juga genap.

Sehingga W adalah genap.

5. Graf beraturan $-r$

Graf beraturan r adalah graf yang semua titiknya berderajat r , atau $\deg v=r$ (Chartrand dan Lesniak, 1986: 9).

Contoh:

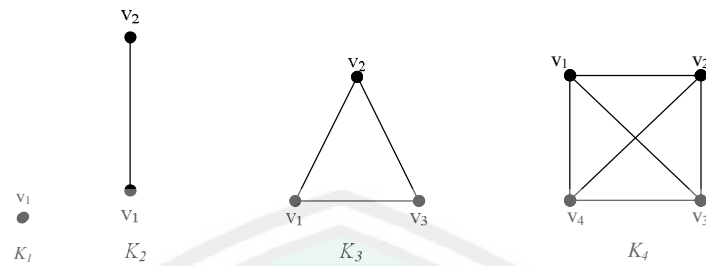


Gambar 2.5 Graf Komplit Beraturan 1-5

6. Graf Komplit

Graf komplit (*Complete Graph*) adalah graf dengan dua titik yang berbeda saling *adjacent*. Graf komplit dengan n titik dinyatakan dengan K_n (Chartrand dan Lesniak, 1986: 9).

Contoh:



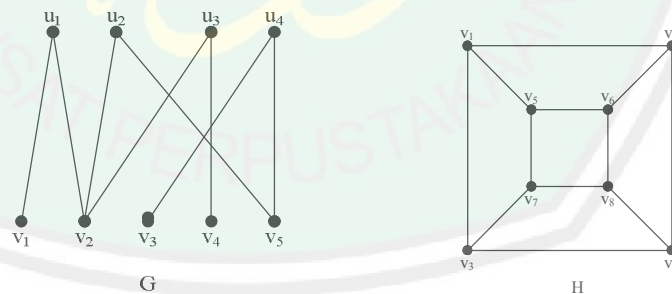
Gambar 2.6 Graf Komplit

7. Graf Bipartisi

Graf bipartisi (*bipartite graph*) adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipisahkan menjadi dua himpunan tak kosong X dan Y sehingga masing-masing sisi di graf tersebut menghubungkan satu titik di X dan satu titik di Y , X dan Y disebut himpunan partisi (Purwanto, 1998:21).

Contoh:

G adalah graf bipartisi dengan himpunan partisi $X = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ dan $Y = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ demikian juga H adalah graf bipartisi dengan himpunan partisi $X = \{v_1, v_4, v_6, v_7\}$ dan $Y = \{v_2, v_3, v_5, v_8\}$.



Gambar 2.7 Graf bipartisi

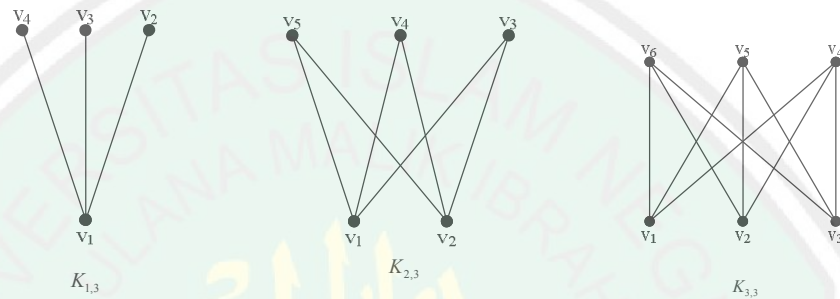
8. Graf Bipartisi komplit

Graf bipartisi komplit (*complete bipartite graph*) adalah graf bipartisi dengan himpunan partisi X dan Y , dimana $|X| = m$ dan $|Y| = n$ yang dinotasikan

dengan $K_{m,n}$. Graf $K_{(m,n)}$ disebut graf bintang dan ditulis S_n (Chartrand dan Lesniak, 1986:10).

Contoh:

Graf $K_{1,3}$, $K_{2,3}$, dan $K_{3,3}$



Gambar 2.8 Graf Bipartisi Komplit

Pada $K_{1,3}$ graf bipartisi komplit v_1 terhubung dengan v_2, v_3, v_4 , tapi v_2, v_3, v_4 tidak bertetangga (tidak terhubung). Pada $K_{2,3}$ v_1, v_2 saling terhubung langsung dengan v_3, v_4, v_5 , tapi v_1, v_2 dan v_3, v_4, v_5 tidak bertetangga (tidak terhubung) dan pada $K_{3,3}$ v_1, v_2, v_3 saling terhubung langsung dengan v_4, v_5, v_6 tapi v_1, v_2, v_3 dan v_4, v_5, v_6 tidak bertetangga (tidak terhubung).

B. Graf Terhubung

Graf dikatakan terhubung (connected) jika untuk setiap pasang titik u dan v di G ada lintasan (u,v) di G ; sebaliknya G dikatakan tak terhubung (disconnected). Komponen dari graf G adalah graf bagian maksimal di G yang terhubung. Graf terhubung terdiri dari satu komponen. Suatu komponen dikatakan genap atau ganjil jika banyak titik genap atau ganjil (Purwanto, 1998: 20)

1. Definisi sirkuit

Jalan kecil tertutup (closed trail) dan tak trivial pada graf G disebut sirkuit G (Chartrand dan Lesniak, 1986: 28).

2. Definisi sikel

Sirkuit $v_1, v_2, \dots, v_n, v_1$ ($n \geq 3$) yang memiliki n titik serta v_i adalah titik-titik berbeda untuk $1 \leq i \leq n$ disebut sikel (cycle) (Chartrand dan Lesniak, 1986: 28).

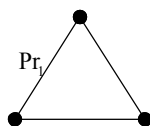
3. Graf Piramida

Misalkan terdapat suatu pengubinan pada bidang menggunakan segitiga sama sisi. Dua segitiga dikatakan terhubung jika ia bersekutu pada satu sisi. Misal T adalah kumpulan segitiga-segitiga yang terhubung, maka T adalah graf planar terhubung dengan sikel terpendek 3 dan masing-masing segitiga bersekutu pada paling sedikit satu sisi dengan lainnya. Kumpulan segitiga terhubung disebut triomino. Jadi T disebut n -triomono jika T adalah pengubinan dari n segitiga yang terhubung.

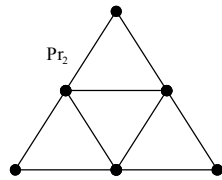
Graf ular dengan panjang n adalah 1-triomono, dengan menempatkan n segitiga sama sisi dengan cara berikut:



Graf piramida dengan tinggi n , di tulis Pr_n , adalah 1-triomono, yang dibentuk dengan menempatkan ular n dengan cara berikut:

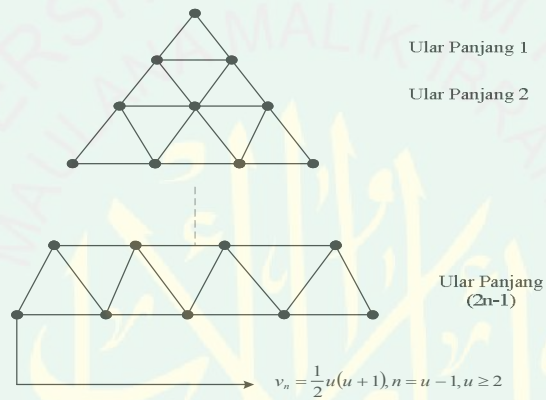


Pr_1 adalah ular panjang 1



Pr_2 adalah ular panjang 1 dan ular panjang 3 yang ditumpuk. (Low Richard M, Lee Sin-Min, 2004).

Secara umum Pr_n dapat diketahui sebagai berikut:

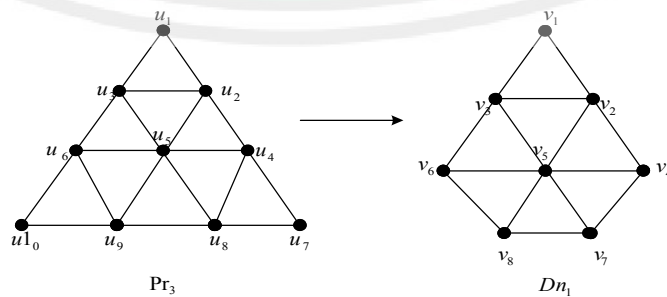


(Afandi, 2009: 18)

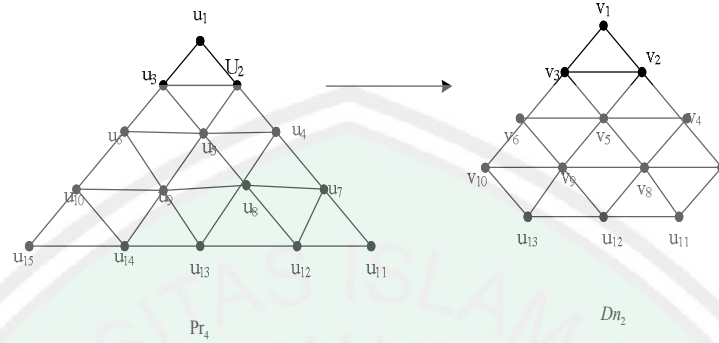
4. Graf Berlian

Graf berlian Dn_n adalah graf piramida Pr_{n+2} yang kedua titik sudutnya dihilangkan (dihapus).

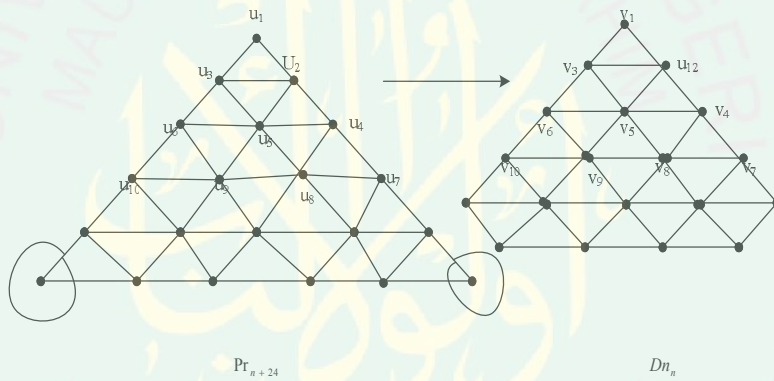
Contoh:



$$\text{Pr}_3 - \{u_7 \text{ dan } u_{10}\} = Dn_1$$



$$\text{Pr}_4 - \{u_{11} \text{ dan } u_{15}\} = Dn_2$$



$$\text{Diketahui } v_n = \frac{1}{2}u(u+1), n = u \text{ dan } u \geq 2$$

$$\text{Maka } Dn_y = \text{Pr}_x - \{u_{(c-x)}, u_c\}$$

$$\text{Untuk } c = v_n, v_n \geq 10$$

$$y \geq 1 \text{ dan } x \geq 3$$

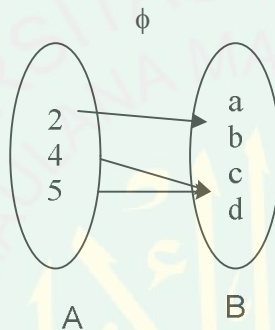
(Afandi, 2009: 20)

C. Pemetaan

Perhatikan himpunan-himpunan $A = \{2, 4, 5\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$. Tuliskan semua anggota dari $A \times B$. banyaknya anggota dari $A \times B$ ada 12 buah pasangan berurut. Sekarang perhatikan suatu himpunan bagian dari $A \times B$, misalnya:

$$\phi = \{(2, a), (4, c), (5, c)\}$$

Himpunan pasangan berurut ϕ ini dapat dinyatakan sebagai digram panah berikut ini:



Gambar 2.10 diagram panah dari A ke B

Pada gambar 2.3 di atas bahwa setiap elemen dari himpunan A dipasangkan dengan tepat satu elemen dari himpunan B. konsep seperti ini dalam matematika disebut pemetaan (*fungsi* atau *mapping*). Gambar 2.3 tersebut menyatakan suatu diagram panah untuk pemetaan ϕ dari himpunan A ke B. jadi dapat dikatakan bahwa suatu pemetaan dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu himpunan bagian dari $A \times B$.

Contoh :

Misalkan $S = T$ adalah himpunan semua bilangan real dan pemetaan $\phi : S \rightarrow T$ didefinisikan oleh $\phi(s) = s^2, \forall s \in S$.

Perhatikan bahwa $\phi(1) = \phi(-1) = 1$

$$\phi\left(-\frac{1}{2}\right) = \phi\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

Sehingga jika $\phi(s_1) = \phi(s_2)$, maka tidak dapat disimpulkan bahwa $s_1 = s_2$. Daerah hasil dari f adalah himpunan semua bilangan real tak negatif.

Teorema:

Jika $f : S \rightarrow T$ suatu pemetaan dan $A, B \subset S$, maka:

1. $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$
2. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ dan
3. $f(A \subset B) \Rightarrow f(A) \subset f(B)$.

Bukti:

1. Ambil sebarang $y \in f(A \cap B)$, maka ada $x \in A \cap B$ sedemikian hingga $y = f(x)$. Karena $x \in A \cap B$ maka $x \in A$ dan $x \in B$, sehingga $f(x) \in f(A)$ dan $f(x) \in f(B)$. Jadi $f(x) \in f(A) \cap f(B)$ dan karena $y = f(x)$ maka $y \in f(A \cap B)$.

Jadi jika $y \in f(A \cap B)$ maka $y \in f(A) \cap f(B)$, sehingga $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.

2. Ambil sebarang $y \in f(A \cup B)$, maka ada $x \in A \cup B$ sedemikian hingga $y = f(x)$. Karena $x \in A \cup B$ maka $x \in A$ atau $x \in B$, sehingga $f(x) \in f(A)$ atau $f(x) \in f(B)$. Jadi $f(x) \in f(A) \cup f(B)$ dan karena $y = f(x)$ maka $y \in f(A \cup B)$.

Jadi jika $y \in f(A \cup B)$ maka $y \in f(A) \cup f(B)$, sehingga $f(A \cup B) \subset f(A) \cup f(B)$.

Definisi:

Pemetaan $f : S \rightarrow T$ disebut pemetaan surjektif jika dan hanya jika setiap elemen dari daerah kawan (codomain) merupakan peta dari suatu elemen dari daerah asal (domain). Secara simbolik ditulis:

$$\text{Pemetaan } f : S \rightarrow T \text{ dikatakan surjektif} \Leftrightarrow \forall t \in T, \exists s \in S \ni f(s) = t.$$

Notasi $\exists$ dibaca “ada” dan $\ni$ dibaca “sedemikian hingga”. Pernyataan terakhir ini dapat pula dikatakan bahwa suatu pemetaan dikatakan surjektif jika dan hanya jika prapeta dari setiap elemen daerah kawan (codomain) selalu tidak kosong. Secara simbolik ditulis:

$$\text{Pemetaan } f : S \rightarrow T \text{ surjektif} \Leftrightarrow \forall t \in T, f^{-1}(t) \neq \emptyset.$$

Contoh:

Misalkan B adalah himpunan semua bilangan bulat dan A adalah himpunan semua bilangan asli. Pemetaan $g : A \rightarrow B$ didefinisikan oleh $g(x) = 2x - 5, \forall x \in A$.

Pemetaan tersebut merupakan suatu pemetaan yang tidak surjektif. Tetapi perhatikan bahwa setiap elemen B yang merupakan peta dari elemen A, ia hanya mempunyai pasangan yang tunggal (tepat satu) elemen dari A. pemetaan seperti ini dinamakan pemetaan injektif atau pemetaan satu-satu (1 - 1).

Definisi:

Pemetaan $f : S \rightarrow T$ disebut injektif (satu-satu) jika dan hanya jika $\forall t \in f(t), f^{-1}(t)$ adalah himpunan tunggal (himpunan yang hanya memuat satu elemen).

Dari definisi ini dapat dimengerti bahwa setiap elemen dari daerah hasil mempunyai prapeta tepat satu elemen dari daerah asal. Artinya setiap dua elemen yang berbeda dalam daerah asal mempunyai peta yang berbeda pula dalam daerah kawan. Atau dikatakan tidak ada dua elemen yang berbeda dalam daerah kawan. Hal ini secara singkat dituliskan sebagai berikut:

Pemetaan $f : S \rightarrow T$ injektif $\Leftrightarrow \forall x, y \in S, x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$.

Dalam penerapan sering digunakan kontra posisinya, yaitu:

Pemetaan $f : S \rightarrow T$ injektif $\Leftrightarrow \forall x, y \in S, f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$.

Definisi:

Pemetaan yang sekaligus injektif dan surjektif disebut pemetaan bijektif (1-1 dan onto) atau korespondensi 1-1.

Contoh:

Misalkan A adalah himpunan semua bilangan asli dan G adalah himpunan semua bilangan genap. Pemetaan $f : A \rightarrow A$ didefinisikan oleh $f(x) = 2x, \forall x \in A$ dan pemetaan $g : A \rightarrow G$ didefinisikan oleh $g(x) = 2x, \forall x \in A$. Dua pemetaan ini mempunyai daerah asal yang sama dan nilai-nilai pemetaannya untuk setiap elemen dari A sama pula, sehingga daerah hasilnya sama. Tetapi dua pemetaan tersebut tidak dapat dikatakan sama, karena daerah kawasannya tidak sama. Pemetaan f tidak surjektif, sedangkan g suatu pemetaan surjektif. Jadi $f \neq g$ (Sukirman, 2005: 4-10).

D. Homomorpisme Grup

Definisi:

Misalkan $G, \circ$ dan $G', *$ dua grup, maka pemetaan $\phi : G \rightarrow G'$ adalah suatu homomorpisme, apabila $\phi(a \circ b) = \phi(a) * \phi(b), \forall a, b \in G$.

Perhatikan definisi tersebut, pada ruas kiri, yaitu $\phi(a \circ b)$, $a \circ b$ adalah hasil operasi $\circ$ dari elemen elemen G , sedangkan pada ruas kanan, yaitu $\phi(a) * \phi(b)$ adalah hasil operasi $*$ dari elemen elemen G' . tampak pada definisi tersebut bahwa homomorpisme adalah suatu pemetaan yang mengawetkan operasi dari grup.

Apabila G dan G' dua grup dengan operasi perkalian, maka homomorpisme $\phi : G \rightarrow G'$ didefinisikan oleh $\phi(a \circ b) = \phi(a) * \phi(b), \forall a, b \in G$.

Apabila homomorpisme ϕ dari grup G onto grup G' , maka ϕ disebut *epimorpisme*. Dalam hal ini dikatakan bahwa G homomorpik dari G' , dan dikatakan pula bahwa G homomorpik dengan G' , dan ditulis $G \cong G'$. Apabila homomorpisme ϕ injektif (satu-satu), maka ϕ disebut *monomorpisme*. Suatu monomorpisme yang sekaligus epimorpisme disebut *isomorpisme*.

Apabila pemetaan $\phi : G \rightarrow G'$ suatu isomorpisme, maka dikatakan bahwa G isomorpik dengan G' dan ditulis $G \approx G'$. Homomorpisme dari suatu grup ke grup itu sendiri disebut *endomorpisme*. Endomorpisme yang bijektif disebut *automorpisme*.

Definisi:

- Dua grup G dan G' dikatakan homomorpik, apabila ada homomorpisme dari G onto G' .
- Dua grup G dan G' dikatakan isomorpik, apabila ada suatu monomorpisme dari G onto G' .

Contoh:

Misalkan G suatu grup dan misalkan $A(G)$ adalah himpunan semua pemetaan 1-1 dari G onto G' .

Pemetaan $T_a : G \rightarrow G'$ didefinisikan oleh $T_a(x) = ax, \forall x \in G$ untuk suatu $a \in G$.

Apabila $T_a, T_b \in A(G)$, maka

$$(T_a, T_b)(x) = T_a(T_b(x)) = T_a(bx) = a(bx) = (ab)x = T_{ab}(x)$$

Jadi $T_a T_b = T_{ab}$.

Didefinisikan pemetaan $\varphi : G \rightarrow A(G)$ oleh $\varphi(a) = T_a, \forall a \in G$. Jika $a, b \in G$ maka $\varphi(ab) = T_{ab} = T_a T_b = \varphi(a)\varphi(b)$, sehingga suatu homomorfisme dari G ke $A(G)$.

Apabila $a, b \in G$ sedemikian hingga $\varphi(a) = \varphi(b)$, yaitu $T_a = T_b$, maka $T_a(e) = T_b(e) = b$, sehingga φ suatu pemetaan 1-1. Pemetaan φ tidak onto, sebab jika G berorder $n > 2$, maka $A(G)$ berorder $n!$ dan $n! > n$.

Daerah hasil dari φ adalah $\varphi(G) = \{T_a | a \in G\}$ yang merupakan subgrup dari $A(G)$ (Sukirman, 2005: 97-100).

E. Kajian Keagamaan

Fitrah manusia adalah dilahirkan dalam keadaan kesucian dan memikul tanggung jawab mulia sebagai abdi Tuhan. Firman Allah dalam QS. Adzariyat:56 menyatakan bahwa:

وَمَا خَلَقْتُ الْجِنَّ وَالْإِنْسَ إِلَّا لِيَعْبُدُونِ ﴿٥٦﴾

“Tidak Aku (Tuhan) ciptakan jin dan manusia kecuali hanya untuk menyembah kepadaku”.

Dengan jelas Firman Allah ini menjadikan manusia bukan untuk yang lainnya namun hanya untuk menyembah kepadaNya. Tanggung jawab itu telah diterima manusia sejak ia dalam kandungan, yang pada saat itu Allah bertanya kepada manusia: “Tahukan siapa Tuhanmu? lalu manusia menjawab; ia, saya bersaksi”. Kesaksian atau keimanan manusia atas Tuhan inilah yang menjadi tonggak awal dimulainya ibadah.

Amal perbuatan manusia di dunia terbangun atas beberapa pola hubungan yang kesemuanya harus didasarkan pada penghambaan diri terhadapNya, yaitu:

1. Hubungan antara Manusia dengan Allah (*Hablumminallah*)

Allah berfirman dalam QS Ali Imran:14 sebagai berikut:

زُيِّنَ لِلنَّاسِ حُبُّ الشَّهَوَاتِ مِنَ النِّسَاءِ وَالْبَنِينَ وَالْقَنَاطِيرِ الْمُقَنْطَرَةِ مِنَ الذَّهَبِ
وَالْأَفْضَةِ وَالْخَيْلِ الْمُسَوَّمَةِ وَالْأَنْعَامِ وَالْحَرْثِ ۚ ذَٰلِكَ مَتَاعُ الدُّنْيَا ۗ وَاللَّهُ
عِنْدَهُ حُسْنُ الْمَآبِ ﴿١٤﴾

"Dijadikan indah pada (pandangan) manusia kecintaan kepada apa-apa yang diingini, yaitu: wanita-wanita, anak-anak, harta yang banyak dari jenis emas, perak, kuda pilihan, binatang-binatang ternak[186] dan sawah ladang. Itulah kesenangan hidup di dunia, dan di sisi Allah-lah tempat kembali yang baik (surga)".

Berdasarkan ayat tersebut lawan terberat yang bisa membuat seseorang tergeser dari Iman kepada Allah adalah daya tarik dan kemilau dunia. Iman dan cabang-cabangnya, baik lahir maupun batin, masuk dalam kategori kebaikan. Sehingga taqwa identik dengan kebaikan yang bersifat batiniyyah. Hakikat taqwa sendiri adalah adanya perasaan dan manisnya iman dalam hati yang mendatangkan ketenangan, keselamatan, kelapangan, kekuatan dan kegembiraan. Disamping itu, taqwa merupakan konsekuen terhadap ketaatan kepada Allah, yang

didasari oleh keimanan dengan mengharap ridho-Nya, baik itu terhadap perintah maupun larangan-Nya (Agustian, 2005: 309).

Perbuatan yang sangat besar artinya dalam saling menolong untuk mengerjakan kebaikan dan taqwa adalah saling menolong dalam menempuh perjalanan hijrah kepada Allah dan Rasul-Nya, baik itu dengan tangan (kekuasaan), lisan (da'wah), maupun hati dengan niatan untuk menolong, menasehati, mengajari, membimbing dan menasehati sesama.

Hijrah mempunyai makna sinonim dengan lari kepada Allah SWT. Allah SWT berfirman dalam QS. Adz Dzaariyat:50 sebagai berikut:

فَفِرُّوْا إِلَى اللَّهِ إِنِّي لَكُم مِّنْهُ نَذِيرٌ مُّبِينٌ ﴿٥٠﴾

“Maka segeralah kembali kepada (mentaati) Allah. Sesungguhnya Aku seorang pemberi peringatan yang nyata dari Allah untukmu”.

Hijrah pada dasarnya ada dua bentuk, yaitu:

- a. Hijrah secara fisik, yaitu berhijrah dari satu negeri ke negeri yang lain, dimana mengenai hal ini hukumnya sudah maklum. Dalam syari'at, hijrah secara fisik ini dibagi menjadi dua, yaitu:
 - 1) Berpindah dari negeri yang anarkis, menuju negeri yang aman; seperti hijrahnya kaum Muslimin ke Habsyi.
 - 2) Berpindah dari negeri orang kafir menuju negeri orang Islam; seperti hijrah dari Makkah ke Madinah.

- b. Hijrah secara kalbu (nurani), yaitu hijrah seorang hamba menuju Allah dan Rasul-Nya. Hijrah tersebut merupakan hijrah yang hakiki (Al-Jauziyah, 1999: 24-25)

Bentuk-bentuk Akhlak dengan Allah, diantaranya adalah:

- 1) Mengenal Allah dengan yakin
- 2) Merasakan kebesaran Allah
- 3) Merasa takut dengan siksaan Allah
- 4) Merasa senantiasa diawasi Allah
- 5) Merasa rendah diri terhadap Allah
- 6) Meridhoi setiap takdir dan ketentuan-Nya
- 7) Sabar atas ujian Allah
- 8) Mencintai Allah lebih dari pada yang lain dan selalu mengingat-Nya
- 9) Tawakal kepada Allah dan mengharapkan rahmat-Nya
- 10) Rindu kepada surga dan pertemuannya dengan Allah.

Sebagai manusia pasti banyak mengalami godaan dan gangguan dari syaitan yang terkutuk dalam mempertahankan kualitas *“Hablumminallah”*. Terdapat beberapa sikap yang dapat dilaksanakan untuk mempertahankan kualitas *“Hablumminallah”* antara lain :

- a. Rela / ridho apapun yang dilimpahkan oleh Allah SWT. InsyaAllah kita mendapat ridho-Nya.
- b. Kembali kepada Allah dalam segala hal. Bahwa Allah-lah yang memberikan semuanya, seperti anugerah, Rahmat, kebahagiaan, dsb.
- c. Kita senantiasa membutuhkan Allah, membutuhkan ampunan atas segala dosa, membutuhkan ridho-Nya, dan membutuhkan rahmat-Nya.
- d. Tempakan hati kembali kepada Allah.
- e. Sabar bersama Allah, sabar menghadapi cobaan, dan kenikmatan.
- f. Hati ini menuju Allah, bukan menuju surga bukan takut neraka.
- g. Istiqomah bersama Allah.
- h. Berserah diri kepada Allah.
- i. Pasrah total kepada Allah SWT baik jasad, ruh, dan hati
(<http://cari-disini-aja.blogspot.com/2009/04-ketika-mempelajaripendidikan.html>).

2. Hubungan antara Manusia dengan Manusia (*Hablumminannas*)

Manusia adalah makhluk sosial, artinya manusia hanya akan menjadi apa dan siapa bergantung ia bergaul dengan siapa. Manusia tidak bisa hidup sendirian, sebab jika hanya sendirian ia tidak "menjadi" manusia. Dalam pergaulan hidup, manusia menduduki fungsi yang bermacam-macam. Di satu sisi ia menjadi anak buah, tetapi di sisi lain ia adalah pemimpin. Di satu sisi ia adalah ayah atau ibu,

tetapi di sisi lain ia adalah anak. Di satu sisi ia adalah kakak, tetapi di sisi lain ia adalah adik. Demikian juga dalam posisi guru dan murid, kawan dan lawan, buruh dan majikan, besar dan kecil, mantu dan mertua dan seterusnya. . Dalam hubungan antar manusia (interpersonal), ada pemimpin yang sangat dipatuhi dan dihormati rakyatnya, ada juga yang hanya ditakuti bukan dihormati, begitupun guru atau orang tua, ada yang dipatuhi dan dihormati , ada juga orang tua dan guru yang tidak dipatuhi dan tidak pula dihormati (http://nuranisuper.multiply.com/journal/item/4/selembar_jum'at_Vol.21).

Ada tiga teori yang dapat membantu menerangkan model dan kualitas hubungan antar manusia itu, yaitu:

a. Teori Transaksional (model Pertukaran Sosial)

Menurut teori ini, hubungan antar manusia (interpersonal) itu berlangsung mengikuti kaidah transaksional, yaitu apakah masing-masing merasa memperoleh keuntungan dalam transaksinya atau malah merugi. Jika merasa memperoleh keuntungan maka hubungan itu pasti mulus, tetapi jika merasa rugi maka hubungan itu akan terganggu, putus, atau bahkan berubah menjadi permusuhan.

Demikian juga rakyat dan pemimpin, suami- isteri, mantu - mertua, direktur-anak buah, guru-murid, mereka berfikir; kontribusi mereka sebanding dengan keuntungan yang diperoleh atau malah rugi. Demikian juga hubungan antara daerah dengan pusat, antara satu entitas dengan entitas lain.

b. Teori Peran

Menurut teori ini, sebenarnya dalam pergaulan sosial itu sudah ada skenario yang disusun oleh masyarakat, yang mengatur apa dan bagaimana peran setiap orang dalam pergaulannya. Dalam skenario itu sudah 'tertulis' seorang Presiden harus bagaimana, seorang gubernur harus bagaimana, seorang guru harus bagaimana, murid harus bagaimana.

Demikian juga sudah tertulis peran apa yang harus dilakukan oleh suami, isteri, ayah, ibu, anak, mantu, mertua dan seterusnya. Menurut teori ini, jika seseorang mematuhi skenario, maka hidupnya akan harmoni, tetapi jika menyalahi skenario, maka ia akan dicemooh oleh penonton dan ditegur sutradara. Dalam era reformasi sekarang ini nampak sekali pemimpin yang menyalahi scenario sehingga sering didemo public.

c. Teori Permainan

Menurut teori ini, klassifikasi manusia itu hanya terbagi tiga, yaitu anak-anak, orang dewasa dan orang tua. Anak-anak itu manja, tidak mengerti tanggungjawab, dan jika permintaanya tidak segera dipenuhi ia akan menangis terguling-guling atau ngambek. Sedangkan orang dewasa, ia lugas dan sadar akan tanggungjawab, sadar akibat dan sadar resiko. Adapun orang tua, ia selalu memaklumi kesalahan orang lain dan menyayangi mereka (http://nuranisuper.multiply.com/journal/item/4/selembar_jum'at_Vol.2).

Cara membina hubungan baik dengan orang lain, diantaranya:

a. Keimanan dan Ketaqwaan kepada Allah SWT.

Syarat utama atau modal dasar membina hubungan dengan orang lain adalah keimanan dan ketaqwaan kepada Allah. Dengan kata lain kunci utama pembuka hubungan baik dengan orang lain adalah adanya quwwatu sillah billah (kekuatan hubungan dengan Allah). Karena bila hubungan kita dengan Allah baik, maka akan baik pulalah hubungan kita dengan manusia lain. Tetapi jika yang terjadi seseorang yang rajin beribadah tetapi akhlaqnya buruk sehingga buruk pula hablumminannaasnya, berarti ada sesuatu dalam ibadahnya tersebut. Boleh jadi ibadah yang dilakukannya tersebut sekedar ritual yang tidak dihayati dan difahami sehingga tidak membawanya pada esensi atau hakikat ibadah tersebut. Padahal dalam Islam tidak ada dikotomi antara ibadah khasshah seperti ruku, sujud dalam shalat, shaum, haji dll dengan ibadah ammah seperti berbuat baik pada orang tua, tetangga dll. Atau seperti diungkapkan pula di dalam Al-Quran bahwa sesungguhnya shalat dapat mencegah manusia dari perbuatan keji dan munkar.(QS. Al-Ankabut:45) Artinya shalat yang dihayati sampai pada esensinya akan berdampak positif tercegahnya manusia dari keburukan akhlaq. Oleh sebab itu, sebelum kita membina hubungan dengan orang lain berdasarkan akhlaqul karimah, kita harus lebih dulu membina hubungan dengan Allah yakni dengan cara menerapkan akhlaq terhadap Allah, Rasul dan Al-Quran sebagai pedoman hidup dari-Nya.

- b. Akhlaq yang baik (Husnul Khuluq).

Akhlaq yang baik sebenarnya adalah buah keimanan dan ketaqwaan. Ada keterkaitan yang erat antara keimanan dengan akhlaq seperti nampak dalam hadits-hadits yang berisikan perintah-perintah Nabi SAW

من كان يؤمن بالله واليوم الآخر فليكرم جره

“Barangsiapa beriman kepada Allah dan hari akhir hendaklah memuliakan tetangganya”.

ن كان يؤمن بالله واليوم الآخر فليكرم ضيفه

“Barangsiapa yang beriman kepada Allah dan hari akhir hendaklah memuliakan tamunya”.

من كان يؤمن بالله واليوم الآخر فليقل خيرا أو ليصمت

“Barangsiapa yang beriman kepada Allah dan hari akhir, hendaklah berkata yang baik atau (lebih baik) diam”.

Untuk berbuat baik, selalu didahului dengan masalah keimanan. Akhlaq yang baik ini meliputi akhlaq terhadap Allah, Rasul, Al-Quran (vertikal) dan akhlaq terhadap sesama manusia seperti pada orangtua, suami, istri, anak, khadim, teman, tetangga, binatang dan alam.

Adapun bentuk-bentuk akhlaq kepada manusia, diantaranya:

- 1) Mencinta orang lain sebagaimana mencintai dirinya sendiri.
- 2) Merasa gembira dengan kegembiraan orang lain begitu pula bersedih.
- 3) Mengharap kebaikan buat orang lain dan terjauh dari bencana.

- 4) Benci terhadap kejahatan orang lain tetapi kasihan terhadapnya dan menasehatinya.
- 5) Kebaikannya ditiru, kejelekannya diperbaiki dan dirahasiakan.
- 6) Mengenang jasanya dan membalasnya karena Allah.
- 7) Memaafkannya dan sanggup meminta maaf pula.
- 8) Berlapang dada dan berbaik sangka dengan manusia.

c. Ketrampilan berkomunikasi dan beradaptasi.

Syarat ketiga untuk membina hubungan dengan orang lain adalah skill, keahlian atau ketrampilan berkomunikasi, berinteraksi dan beradaptasi dalam hubungan dengan sesama manusia. Komunikasi yang baik akan menciptakan suasana menyenangkan, dan hasilnya adalah hubungan yang semakin baik dan harmonis yang akan disusul dengan saling memahami, mengerti, senang, percaya

(http://www.imsa.us/index2.php?option=com_content&do_pdf=1&id=111).

BAB III

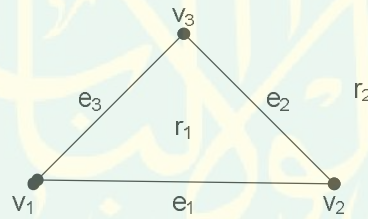
PEMBAHASAN

A. Graf Piramida (Pr)

1. Bentuk Graf Piramida Pr_1 ke Pr_n

a. Pr_1

Untuk membangun graf piramida Pr_1 , kita buat 3 titik. Titik-titik tersebut kita beri nama v_1, v_2, v_3 , dan setiap titik kita hubungkan. Sehingga kita dapat graf piramida Pr_1 sebagai berikut:



Gambar 3. 1. Graf Piramida 1 atau Pr_1

$$V(Pr_1) = \{v_1, v_2, v_3\} \quad |V(Pr_1)| = 3$$

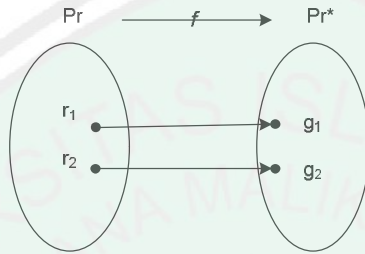
$$E(Pr_1) = \{e_1, e_2, e_3\} \quad |E(Pr_1)| = 3$$

$$R(Pr_1) = \{r_1, r_2\} \quad |R(Pr_1)| = 2$$

Pada gambar 3.1 merupakan graf piramida dengan 3 titik, yang diberi nama dengan titik v_1, v_2 dan v_3 . Kemudian akan dipetakan dengan fungsi

$f : Pr \rightarrow Pr^*$, dimana $Pr = \{r_1, r_2\} \Rightarrow |Pr| = |r_i|$ dan

$Pr^* = \{g_1, g_2\} \Rightarrow |Pr^*| = |g_i|$. Karena $|Pr| = |Pr^*|$ maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:



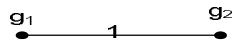
Gambar 3.2 Diagram Panah dari $Pr \rightarrow Pr^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $Pr \rightarrow Pr^*$ selanjutnya dari gambar 3.1 diketahui bahwa:

$$f(r_1 \circ r_2) = f(r_1) * f(r_2) = g_1 * g_2$$

Jika $r_1 \circ r_2$ didefinisikan sebagai ada sisi yang menghubungkan antara r_1 dan r_2 .

Jika $g_1 * g_2$ didefinisikan sebagai ada sisi yang menghubungkan antara g_1 dan g_2 . Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut:



Gambar 3. 3 graf hasil fungsi Pr_1

$$V(Pr_1^*) = \{g_1, g_2\} \qquad |V(Pr_1^*)| = 2$$

$$E(\text{Pr}_1^*) = \{1\} \quad |E(\text{Pr}_1^*)| = 1$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, dapat diketahui:

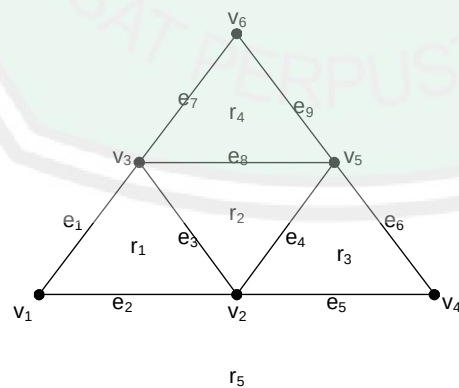
region dalam dari Pr_1 adalah r_1 dan region luarnya adalah r_2 . Derajat dari g_1 dan g_2 adalah 1.

b. $\text{Pr}_2(G)$

Untuk membangun graf piramida Pr_2 , dari graf piramida Pr_1 kita tambahkan 3 titik. Titik-titik tersebut kita beri nama v_4, v_5, v_6 , dan setiap titik kita hubungkan

- v_4 dihubungkan dengan v_2 dan v_5 .
- v_5 dihubungkan dengan v_2, v_3, v_4 dan v_6 .
- v_6 dihubungkan dengan v_3 dan v_5 .

Sehingga kita dapat graf piramida Pr_2 sebagai berikut:



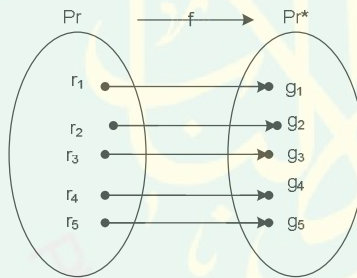
Gambar 3. 4 Graf Piramida 2 atau Pr_2

$$V(\text{Pr}_2) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\} \quad |V(\text{Pr}_2)| = 6$$

$$E(\text{Pr}_2) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9\} \quad |E(\text{Pr}_2)| = 9$$

$$R(\text{Pr}_2) = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\} \quad |R(\text{Pr}_2)| = 5$$

Pada gambar 3.4 merupakan graf piramida dengan 6 titik yang diberi nama dengan titik v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 dan v_6 . Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f: \text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$, dimana $\text{Pr} = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\} \Rightarrow |\text{Pr}| = |r_i|$ dan $\text{Pr}^* = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5\} \Rightarrow |\text{Pr}^*| = |g_i|$. Karena $|\text{Pr}| = |\text{Pr}^*|$ maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:



Gambar 3.5 Diagram Panah dari $\text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $\text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$.

Dari gambar 3. 4 diperoleh sebagai berikut:

$$1) \quad f(r_1 \circ r_2) = f(r_1) * f(r_2) = g_1 * g_2$$

$$f(r_1 \circ r_5) = f(r_1) * f(r_5) = g_1 * g_5$$

$$2) \quad f(r_2 \circ r_1) = f(r_2) * f(r_1) = g_2 * g_1$$

$$f(r_2 \circ r_3) = f(r_2) * f(r_3) = g_2 * g_3$$

$$f(r_2 \circ r_4) = f(r_2) * f(r_4) = g_2 * g_4$$

$$3) \quad f(r_3 \circ r_2) = f(r_3) * f(r_2) = g_3 * g_2$$

$$f(r_3 \circ r_5) = f(r_3) * f(r_5) = g_3 * g_5$$

$$4) \quad f(r_4 \circ r_2) = f(r_4) * f(r_2) = g_4 * g_2$$

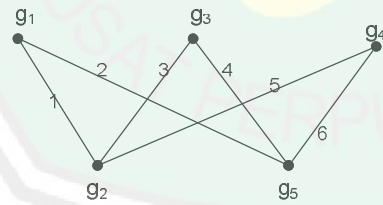
$$f(r_4 \circ r_5) = f(r_4) * f(r_5) = g_4 * g_5$$

$$5) \quad f(r_5 \circ r_1) = f(r_5) * f(r_1) = g_5 * g_1$$

$$f(r_5 \circ r_3) = f(r_5) * f(r_3) = g_5 * g_3$$

$$f(r_5 \circ r_4) = f(r_5) * f(r_4) = g_5 * g_4$$

Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut:



Gambar 3.6 Graf hasil fungsi Pr_2

$$V(\text{Pr}_2^*) = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5\} \quad |V(\text{Pr}_2^*)| = 5$$

$$E(\text{Pr}_2^*) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad |E(\text{Pr}_2^*)| = 6$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

1. Region dalam dari Pr_2 adalah r_2 region luarnya adalah r_5 , korespondensi dari r_2 adalah g_2 d. Derajat dari g_2 dan g_5 adalah 3.
2. Region ujung dari Pr_2 adalah r_1, r_3, r_4 , korespondensi dari r_1, r_3, r_4 adalah g_1, g_3, g_4 . Derajat dari g_1, g_3, g_4 adalah 2.
3. region luarnya dari Pr_2 adalah r_5 , korespondensi dari r_5 adalah g_5 . Derajat dari g_5 adalah 3.
4. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 2-partisi, yaitu:
 - Partisi pertama adalah g_1, g_3, g_4 .
 - Partisi kedua adalah g_2, g_5 .

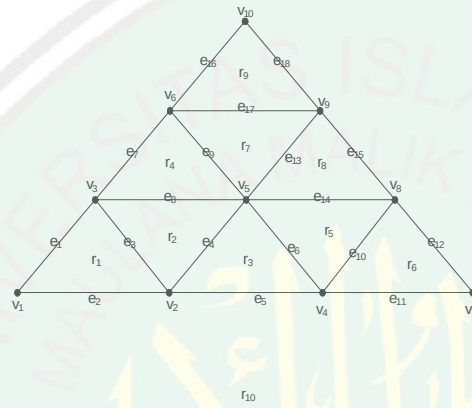
c. $Pr_3(G)$

Untuk membangun graf piramida Pr_3 , dari graf piramida Pr_2 kita tambahkan 4 titik. Titik-titik tersebut kita beri nama v_7, v_8, v_9, v_{10} , dan setiap titik kita hubungkan

- v_7 dihubungkan dengan v_4 dan v_8 .
- v_8 dihubungkan dengan v_4, v_5, v_7 dan v_9 .

- v_9 dihubungkan dengan v_5, v_6, v_8 dan v_{10} .
- v_{10} dihubungkan dengan v_6 dan v_9 .

Sehingga kita dapat graf piramida Pr_3 sebagai berikut:



Gambar 3. 7 Graf Piramida 3 atau Pr_3

$$V(Pr_3) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\} \quad |V(Pr_3)| = 10$$

$$E(Pr_3) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}\}$$

$$|E(Pr_3)| = 18$$

$$R(Pr_3) = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}\} \quad |R(Pr_3)| = 10$$

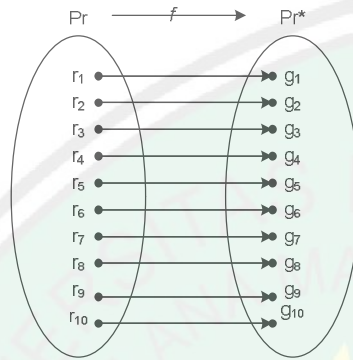
Pada gambar 3. 5 merupakan graf piramida dengan 10 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9$ dan v_{10} .

Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f : Pr \rightarrow Pr^*$, dimana

$$Pr = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}\} \Rightarrow |Pr| = |r_i| \quad \text{dan}$$

$$Pr^* = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}\} \Rightarrow |Pr^*| = |g_i|. \text{ Karena } |Pr| = |Pr^*|$$

maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:



Gambar 3.8 Diagram Panah dari $Pr \rightarrow Pr^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $Pr \rightarrow Pr^*$, dari gambar 3. 7 diperoleh sebagai berikut:

$$1) \quad f(r_1 \circ r_2) = f(r_1) * f(r_2) = g_1 * g_2$$

$$f(r_1 \circ r_{10}) = f(r_1) * f(r_{10}) = g_1 * g_{10}$$

$$2) \quad f(r_2 \circ r_1) = f(r_2) * f(r_1) = g_2 * g_1$$

$$f(r_2 \circ r_3) = f(r_2) * f(r_3) = g_2 * g_3$$

$$f(r_2 \circ r_4) = f(r_2) * f(r_4) = g_2 * g_4$$

$$3) \quad f(r_3 \circ r_2) = f(r_3) * f(r_2) = g_3 * g_2$$

$$f(r_3 \circ r_5) = f(r_3) * f(r_5) = g_3 * g_5$$

$$f(r_3 \circ r_{10}) = f(r_3) * f(r_{10}) = g_3 * g_{10}$$

$$4) \quad f(r_4 \circ r_2) = f(r_4) * f(r_2) = g_4 * g_2$$

$$f(r_4 \circ r_7) = f(r_4) * f(r_7) = g_4 * g_7$$

$$f(r_4 \circ r_{10}) = f(r_4) * f(r_{10}) = g_4 * g_{10}$$

$$5) \quad f(r_5 \circ r_3) = f(r_5) * f(r_3) = g_5 * g_3$$

$$f(r_5 \circ r_6) = f(r_5) * f(r_6) = g_5 * g_6$$

$$f(r_5 \circ r_8) = f(r_5) * f(r_8) = g_5 * g_8$$

$$6) \quad f(r_6 \circ r_5) = f(r_6) * f(r_5) = g_6 * g_5$$

$$f(r_6 \circ r_{10}) = f(r_6) * f(r_{10}) = g_6 * g_{10}$$

$$7) \quad f(r_7 \circ r_4) = f(r_7) * f(r_4) = g_7 * g_4$$

$$f(r_7 \circ r_8) = f(r_7) * f(r_8) = g_7 * g_8$$

$$f(r_7 \circ r_{10}) = f(r_7) * f(r_{10}) = g_7 * g_{10}$$

$$8) \quad f(r_8 \circ r_5) = f(r_8) * f(r_5) = g_8 * g_5$$

$$f(r_8 \circ r_7) = f(r_8) * f(r_7) = g_8 * g_7$$

$$f(r_8 \circ r_{10}) = f(r_8) * f(r_{10}) = g_8 * g_{10}$$

$$9) \quad f(r_9 \circ r_7) = f(r_9) * f(r_7) = g_9 * g_7$$

$$f(r_9 \circ r_{10}) = f(r_9) * f(r_{10}) = g_9 * g_{10}$$

$$10) \quad f(r_{10} \circ r_1) = f(r_{10}) * f(r_1) = g_{10} * g_1$$

$$f(r_{10} \circ r_3) = f(r_{10}) * f(r_3) = g_{10} * g_3$$

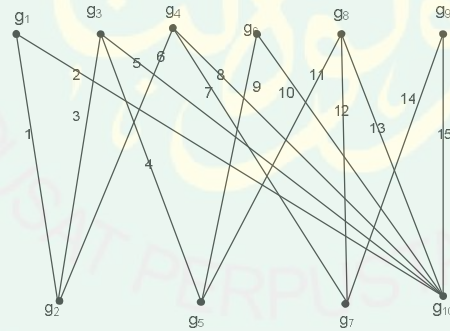
$$f(r_{10} \circ r_4) = f(r_{10}) * f(r_4) = g_{10} * g_4$$

$$f(r_{10} \circ r_6) = f(r_{10}) * f(r_6) = g_{10} * g_6$$

$$f(r_{10} \circ r_8) = f(r_{10}) * f(r_8) = g_{10} * g_8$$

$$f(r_{10} \circ r_9) = f(r_{10}) * f(r_9) = g_{10} * g_9$$

Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut:



Gambar 3.9 Graf hasil fungsi Pr_3

$$V(\text{Pr}_3^*) = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}\} \quad |V(\text{Pr}_3^*)| = 10$$

$$E(\text{Pr}_3^*) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} \quad |E(\text{Pr}_3^*)| = 15$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

1. Region dalam dari Pr_3 adalah r_2, r_5, r_7 . Derajat dari g_2, g_5, g_7 adalah 3.
2. Region ujung dari Pr_3 adalah r_1, r_6, r_9 . Derajat dari g_1, g_6, g_9 adalah 2.
3. Region tepi dari Pr_3 adalah r_3, r_4, r_8 . Derajat dari g_3, g_4, g_8 adalah 3.
4. Region luar dari P_3 adalah r_{10} . Derajat dari g_{10} adalah 6.
5. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 2-partisi, yaitu:
 - Partisi pertama adalah; $g_1, g_3, g_4, g_6, g_8, g_9$.
 - Partisi kedua adalah; g_2, g_5, g_7, g_{10} .

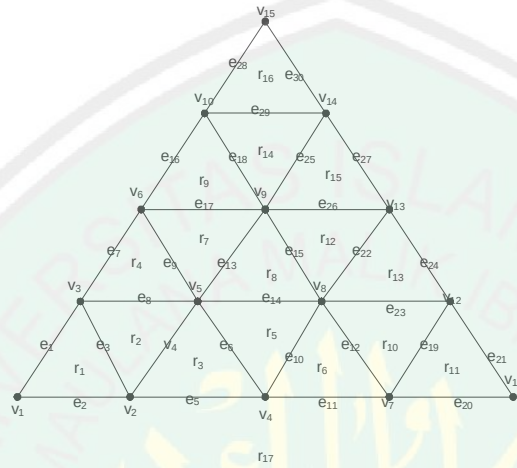
d. $Pr_4(G)$

Untuk membangun graf piramida Pr_4 , dari graf piramida Pr_3 kita tambahkan 5 titik. Titik-titik tersebut kita beri nama $v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}$, dan setiap titik kita hubungkan

- v_{11} dihubungkan dengan v_7 dan v_{12} .
- v_{12} dihubungkan dengan v_7, v_8, v_{11} dan v_{13} .
- v_{13} dihubungkan dengan v_8, v_9, v_{12} dan v_{14} .
- v_{14} dihubungkan dengan v_9, v_{10}, v_{13} dan v_{15} .

- v_{15} dihubungkan dengan v_{10} dan v_{14} .

Sehingga kita dapat graf piramida Pr_4 sebagai berikut:



Gambar 3.10 Graf Piramida 4 atau Pr_4

$$V(Pr_4) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}\} \quad |V(Pr_4)| = 15$$

$$E(Pr_4) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30}\} \quad |E(Pr_4)| = 30$$

$$R(Pr_4) = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}\} \quad |R(Pr_4)| = 17$$

Pada gambar 3.10 merupakan graf piramida dengan 15 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik

$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}$ dan v_{15} . Kemudian akan

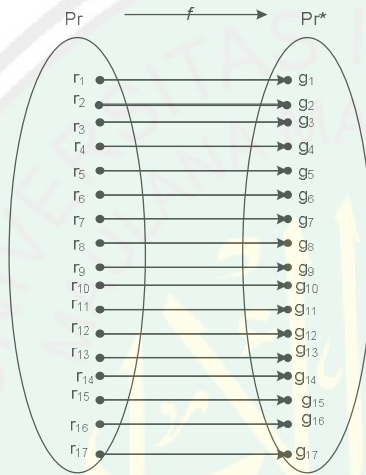
dipetakan dengan fungsi $f : Pr \rightarrow Pr^*$, dimana

$Pr = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}\} \Rightarrow |Pr| = |r_i|$ dan

$$\Pr^* = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}\} \Rightarrow |\Pr^*| = |g_i|$$

. Karena $|\Pr| = |\Pr^*|$ maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:

Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f: \Pr \rightarrow \Pr^*$, maka akan diperoleh sebagai berikut:



Gambar 3.11 Diagram Panah dari $\Pr \rightarrow \Pr^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $\Pr \rightarrow \Pr^*$, dari gambar 3.10 diperoleh sebagai berikut:

$$1) \quad f(r_1 \circ r_2) = f(r_1) * f(r_2) = g_1 * g_2$$

$$f(r_1 \circ r_2) = f(r_1) * f(r_{17}) = g_1 * g_{17}$$

$$2) \quad f(r_2 \circ r_1) = f(r_2) * f(r_1) = g_2 * g_1$$

$$f(r_2 \circ r_3) = f(r_2) * f(r_3) = g_2 * g_3$$

$$f(r_2 \circ r_4) = f(r_2) * f(r_4) = g_2 * g_4$$

$$3) \quad f(r_3 \circ r_2) = f(r_3) * f(r_2) = g_3 * g_2$$

$$f(r_3 \circ r_5) = f(r_3) * f(r_5) = g_3 * g_5$$

$$f(r_3 \circ r_{17}) = f(r_3) * f(r_{17}) = g_3 * g_{17}$$

$$4) \quad f(r_4 \circ r_2) = f(r_4) * f(r_2) = g_4 * g_2$$

$$f(r_4 \circ r_7) = f(r_4) * f(r_7) = g_4 * g_7$$

$$f(r_4 \circ r_{17}) = f(r_4) * f(r_{17}) = g_4 * g_{17}$$

$$5) \quad f(r_5 \circ r_3) = f(r_5) * f(r_3) = g_5 * g_3$$

$$f(r_5 \circ r_6) = f(r_5) * f(r_6) = g_5 * g_6$$

$$f(r_5 \circ r_8) = f(r_5) * f(r_8) = g_5 * g_8$$

$$6) \quad f(r_6 \circ r_5) = f(r_6) * f(r_5) = g_6 * g_5$$

$$f(r_6 \circ r_{10}) = f(r_6) * f(r_{10}) = g_6 * g_{10}$$

$$f(r_6 \circ r_{17}) = f(r_6) * f(r_{17}) = g_6 * g_{17}$$

$$7) \quad f(r_7 \circ r_4) = f(r_7) * f(r_4) = g_7 * g_4$$

$$f(r_7 \circ r_8) = f(r_7) * f(r_8) = g_7 * g_8$$

$$f(r_7 \circ r_9) = f(r_7) * f(r_9) = g_7 * g_9$$

$$8) \quad f(r_8 \circ r_5) = f(r_8) * f(r_5) = g_8 * g_5$$

$$f(r_8 \circ r_7) = f(r_8) * f(r_7) = g_8 * g_7$$

$$f(r_8 \circ r_{12}) = f(r_8) * f(r_{12}) = g_8 * g_{12}$$

$$9) \quad f(r_9 \circ r_7) = f(r_9) * f(r_7) = g_9 * g_7$$

$$f(r_9 \circ r_{14}) = f(r_9) * f(r_{14}) = g_9 * g_{14}$$

$$f(r_9 \circ r_{17}) = f(r_9) * f(r_{17}) = g_9 * g_{17}$$

$$10) \quad f(r_{10} \circ r_6) = f(r_{10}) * f(r_6) = g_{10} * g_6$$

$$f(r_{10} \circ r_{11}) = f(r_{10}) * f(r_{11}) = g_{10} * g_{11}$$

$$f(r_{10} \circ r_{13}) = f(r_{10}) * f(r_{13}) = g_{10} * g_{13}$$

$$11) \quad f(r_{11} \circ r_{10}) = f(r_{11}) * f(r_{10}) = g_{11} * g_{10}$$

$$f(r_{11} \circ r_{17}) = f(r_{11}) * f(r_{17}) = g_{11} * g_{17}$$

$$12) \quad f(r_{12} \circ r_8) = f(r_{12}) * f(r_8) = g_{12} * g_8$$

$$f(r_{12} \circ r_{13}) = f(r_{12}) * f(r_{13}) = g_{12} * g_{13}$$

$$f(r_{12} \circ r_{15}) = f(r_{12}) * f(r_{15}) = g_{12} * g_{15}$$

$$13) \quad f(r_{13} \circ r_{10}) = f(r_{13}) * f(r_{10}) = g_{13} * g_{10}$$

$$f(r_{13} \circ r_{12}) = f(r_{13}) * f(r_{12}) = g_{13} * g_{12}$$

$$f(r_{13} \circ r_{17}) = f(r_{13}) * f(r_{17}) = g_{13} * g_{17}$$

$$14) \quad f(r_{14} \circ r_9) = f(r_{14}) * f(r_9) = g_{14} * g_9$$

$$f(r_{14} \circ r_9) = f(r_{14}) * f(r_9) = g_{14} * g_9$$

$$f(r_{14} \circ r_{16}) = f(r_{14}) * f(r_{16}) = g_{14} * g_{16}$$

$$15) \quad f(r_{15} \circ r_{12}) = f(r_{15}) * f(r_{12}) = g_{15} * g_{12}$$

$$f(r_{15} \circ r_{14}) = f(r_{15}) * f(r_{14}) = g_{15} * g_{14}$$

$$f(r_{15} \circ r_{17}) = f(r_{15}) * f(r_{17}) = g_{15} * g_{17}$$

$$16) \quad f(r_{16} \circ r_{14}) = f(r_{16}) * f(r_{14}) = g_{16} * g_{14}$$

$$f(r_{16} \circ r_{17}) = f(r_{16}) * f(r_{17}) = g_{16} * g_{17}$$

$$17) \quad f(r_{17} \circ r_1) = f(r_{17}) * f(r_1) = g_{17} * g_1$$

$$f(r_{17} \circ r_3) = f(r_{17}) * f(r_3) = g_{17} * g_3$$

$$f(r_{17} \circ r_4) = f(r_{17}) * f(r_4) = g_{17} * g_4$$

$$f(r_{17} \circ r_6) = f(r_{17}) * f(r_6) = g_{17} * g_6$$

$$f(r_{17} \circ r_9) = f(r_{17}) * f(r_9) = g_{17} * g_9$$

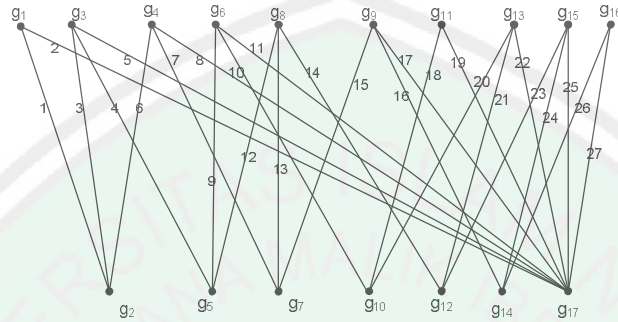
$$f(r_{17} \circ r_{11}) = f(r_{17}) * f(r_{11}) = g_{17} * g_{11}$$

$$f(r_{17} \circ r_{13}) = f(r_{17}) * f(r_{13}) = g_{17} * g_{13}$$

$$f(r_{17} \circ r_{15}) = f(r_{17}) * f(r_{15}) = g_{17} * g_{15}$$

$$f(r_{17} \circ r_{16}) = f(r_{17}) * f(r_{16}) = g_{17} * g_{16}$$

Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut:



Gambar 3.12 Graf hasil fungsi Pr_4

$$V(Pr_4^*) = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}\}$$

$$|V(Pr_4^*)| = 17$$

$$E(Pr_4^*) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27\}$$

$$|E(Pr_4^*)| = 27$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

1. Region dalam dari Pr_4 adalah $r_2, r_5, r_7, r_{10}, r_{12}, r_{14}$. Derajat dari

$g_2, g_5, g_7, g_{10}, g_{12}, g_{14}$ adalah 3.

2. Region ujung dari Pr_4 adalah r_1, r_{11}, r_{16} . Derajat dari g_1, g_{11}, g_{16} adalah 2.

3. Region tepi dalam dari Pr_4 adalah $r_3, r_4, r_6, r_9, r_{13}, r_{15}$. Derajat dari

$g_3, g_4, g_6, g_9, g_{13}, g_{15}$ adalah 3.

4. Region luar dari Pr_4 adalah r_{17} . Derajat dari g_{17} adalah 9.

5. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 2-partisi, yaitu:

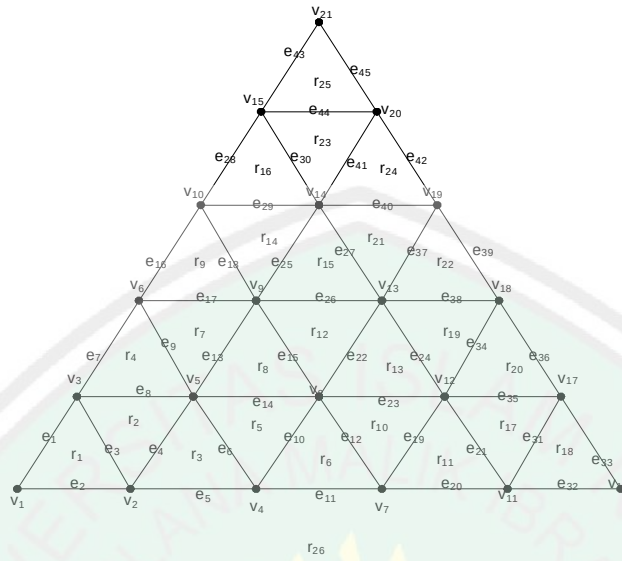
- Partisi pertama adalah $g_1, g_3, g_4, g_6, g_8, g_9, g_{11}, g_{13}, g_{15}, g_{16}$.
- Partisi kedua adalah $g_2, g_5, g_7, g_{10}, g_{12}, g_{14}, g_{17}$.

e. Pr_5 G

Untuk membangun graf piramida Pr_5 , dari graf piramida Pr_4 kita tambahkan 6 titik. Titik-titik tersebut kita beri nama $v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}$, dan setiap titik kita hubungkan

- v_{16} dihubungkan dengan v_{11} dan v_{17} .
- v_{17} dihubungkan dengan v_{11}, v_{12}, v_{16} dan v_{18} .
- v_{18} dihubungkan dengan v_{12}, v_{13}, v_{17} dan v_{19} .
- v_{19} dihubungkan dengan v_{13}, v_{14}, v_{18} dan v_{20} .
- v_{20} dihubungkan dengan v_{14}, v_{15}, v_{19} dan v_{21} .
- v_{21} dihubungkan dengan v_{15} dan v_{20} .

Sehingga kita dapat graf piramida Pr_5 sebagai berikut:



Gambar 3.13 Gambar Graf Piramida 5 atau Pr_5

$$V(Pr_5) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}\}$$

$$|V(Pr_5)| = 21$$

$$E(Pr_5) = \left\{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, \right. \\ \left. e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30}, e_{31}, e_{32}, e_{33}, e_{34}, e_{35}, e_{36}, e_{37}, e_{38}, e_{39}, e_{40}, e_{41}, e_{42}, e_{43}, e_{44}, e_{45} \right\}$$

$$|E(Pr_5)| = 45$$

$$R(Pr_5) = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}, r_{18}, r_{19}, r_{20}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{25}, r_{26}\}$$

$$|R(Pr_5)| = 26$$

Pada gambar 3.13 merupakan graf piramida dengan 21 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik

$$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}.$$

Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f: \text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$, dimana

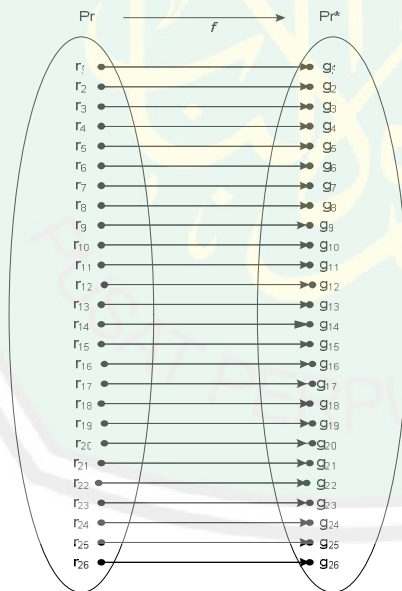
$$\text{Pr} = \left\{ \begin{array}{l} r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}, r_{18}, r_{19}, r_{20}, r_{21}, \\ r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{25}, r_{26} \end{array} \right\} \Rightarrow |\text{Pr}| = |r_i|$$

dan

$$\text{Pr}^* = \left\{ \begin{array}{l} g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}, \\ g_{18}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{25}, g_{26} \end{array} \right\} \Rightarrow |\text{Pr}^*| = |g_i|$$

. Karena $|\text{Pr}| = |\text{Pr}^*|$ maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:

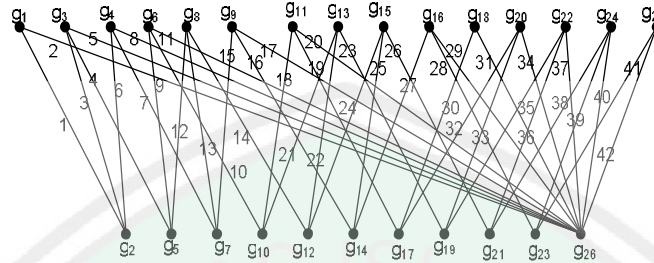
maka akan diperoleh sebagai berikut:



Gambar 3.14 Diagram Panah dari $\text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $\text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$.

Maka dapat diperoleh hasil fungsinya sebagai berikut:



Gambar 3.15 hasil fungsi Pr_5

$$V(Pr_5^*) = \left\{ \begin{array}{l} g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, \\ g_{15}, g_{16}, g_{17}, g_{18}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{25}, g_{26} \end{array} \right\} \quad |V(Pr_5^*)| = 26$$

$$E(Pr_5^*) = \left\{ \begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, \\ 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42 \end{array} \right\} \quad |E(Pr_5^*)| = 42$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

1. Region dalam dari Pr_5 adalah $r_2, r_5, r_7, r_8, r_{10}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{17}, r_{19}, r_{21}, r_{23}$.

Derajat dari $g_2, g_5, g_7, g_8, g_{10}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{17}, g_{19}, g_{21}, g_{23}$ adalah 3.

2. Region tepi dari Pr_5 adalah $r_3, r_4, r_6, r_9, r_{11}, r_{16}, r_{20}, r_{22}, r_{24}$. Derajat

$g_3, g_4, g_6, g_9, g_{11}, g_{16}, g_{20}, g_{22}, g_{24}$ dari adalah 3.

3. Region ujung dari Pr_5 adalah r_1, r_{18}, r_{25} . Derajat dari g_1, g_{18}, g_{25} adalah 2.

4. Region luar dari Pr_5 adalah r_{26} . Derajat dari g_{17} adalah 12.

5. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 2-partisi, yaitu:

- Partisi pertama adalah

$$g_1, g_3, g_4, g_6, g_8, g_9, g_{11}, g_{13}, g_{15}, g_{16}, g_{18}, g_{20}, g_{22}, g_{24}, g_{25}.$$

- Partisi kedua adalah

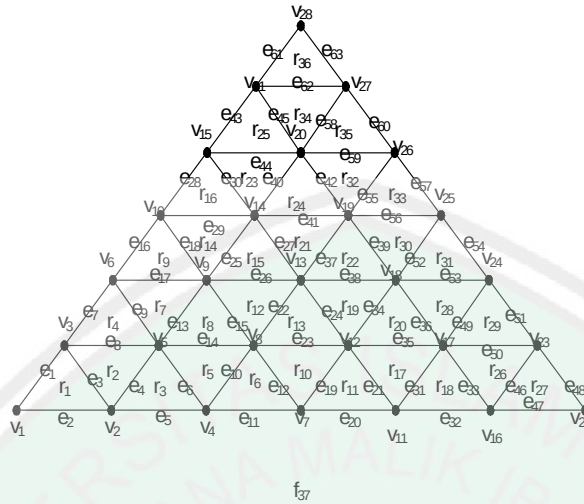
$$g_2, g_5, g_7, g_8, g_{10}, g_{12}, g_{15}, g_{16}, g_{17}, g_{19}, g_{21}, g_{23}, g_{26}.$$

f. Pr_6 G

Untuk membangun graf piramida Pr_6 , dari graf piramida Pr_5 kita tambahkan 7 titik. Titik-titik tersebut kita beri nama $v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{27}, v_{28}$, dan setiap titik kita hubungkan

- v_{22} dihubungkan dengan v_{16} dan v_{23} .
- v_{23} dihubungkan dengan v_{16}, v_{17}, v_{22} dan v_{24} .
- v_{24} dihubungkan dengan v_{17}, v_{18}, v_{13} dan v_{25} .
- v_{25} dihubungkan dengan v_{18}, v_{19}, v_{24} dan v_{26} .
- v_{26} dihubungkan dengan v_{19}, v_{20}, v_{25} dan v_{27} .
- v_{27} dihubungkan dengan v_{20}, v_{21}, v_{26} dan v_{28} .
- v_{28} dihubungkan dengan v_{21} dan v_{27} .

Sehingga kita dapat graf piramida Pr_6 sebagai berikut:



Gambar 3.16 Graf Piramida 6 atau Pr_6

$$V(Pr_6) = \left\{ v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, \right. \\ \left. v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{27}, v_{28} \right\} \quad |V(Pr_6)| = 28$$

$$E(Pr_6) = \left\{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, \right. \\ \left. e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30}, e_{31}, e_{32}, e_{33}, e_{34}, e_{35}, e_{36}, e_{37}, e_{38}, e_{39}, e_{40}, e_{41}, e_{42}, e_{44}, \right. \\ \left. e_{45}, e_{46}, e_{47}, e_{48}, e_{49}, e_{50}, e_{51}, e_{52}, e_{53}, e_{54}, e_{55}, e_{56}, e_{57}, e_{58}, e_{59}, e_{60}, e_{61}, e_{62}, e_{63} \right\}$$

$$|E(Pr_6)| = 63$$

$$R(Pr_6) = \left\{ r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}, r_{18}, \right. \\ \left. r_{19}, r_{20}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{25}, r_{26}, r_{27}, r_{28}, r_{29}, r_{30}, r_{31}, r_{32}, r_{33}, r_{34}, r_{35}, r_{36} \right\}$$

$$|R(Pr_6)| = 36$$

Pada gambar 3. 16 merupakan graf piramida dengan 28 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik

$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20},$
 $v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{27}, v_{28}$

Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f: \text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$, dimana

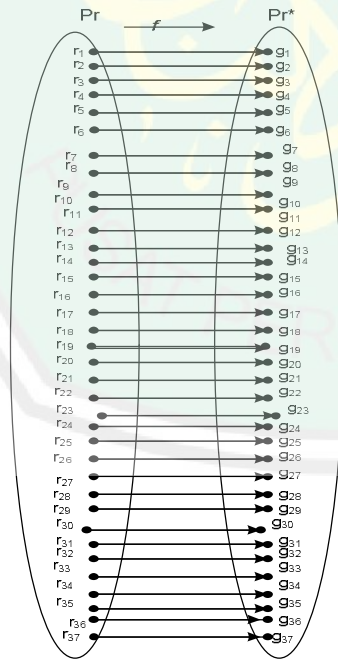
$$\text{Pr} = \left\{ r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}, r_{18}, r_{19}, \right. \\ \left. r_{20}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{25}, r_{26}, r_{27}, r_{28}, r_{29}, r_{30}, r_{31}, r_{32}, r_{33}, r_{34}, r_{35}, r_{36} \right\} \Rightarrow |\text{Pr}| = |r_i|$$

dan

$$\text{Pr}^* = \left\{ g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, \right. \\ \left. g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}, g_{18}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{25}, \right. \\ \left. g_{26}, g_{27}, g_{28}, g_{29}, g_{30}, g_{31}, g_{32}, g_{33}, g_{34}, g_{35}, g_{36} \right\} \Rightarrow |\text{Pr}^*| = |g_i|.$$

Karena $|\text{Pr}| = |\text{Pr}^*|$ maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:

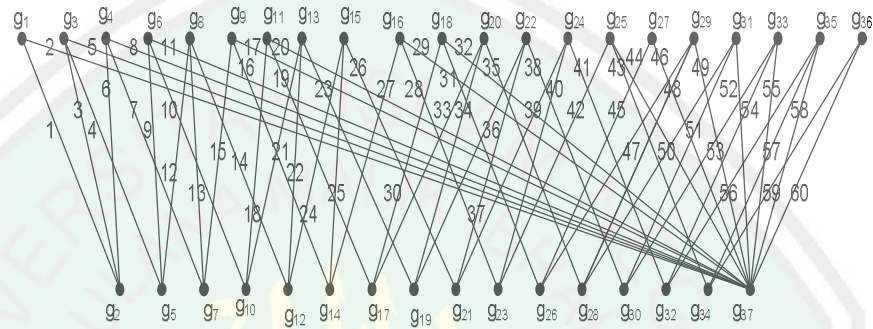
Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f: \text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$, maka akan diperoleh sebagai berikut:



Gambar 3.17 Diagram panah dari $\text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $f : \text{Pr} \rightarrow \text{Pr}^*$.

Maka dapat diperoleh graf dualnya (G^*) sebagai berikut:



Gambar 3.18 Graf hasil fungsi Pr_6

$$V(\text{Pr}_6^*) = \left\{ \begin{array}{l} g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, \\ g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}, g_{18}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{25}, \\ g_{26}, g_{27}, g_{28}, g_{29}, g_{30}, g_{31}, g_{32}, g_{33}, g_{34}, g_{35}, g_{36}, g_{37} \end{array} \right\} \quad |V(\text{Pr}_6^*)| = 37$$

$$E(\text{Pr}_6^*) = \left\{ \begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, \\ 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, \\ 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59 \end{array} \right\}$$

$$|E(\text{Pr}_6^*)| = 60$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

1. Region dalam dari Pr_6 adalah

$$r_2, r_5, r_7, r_8, r_{10}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{17}, r_{19}, r_{20}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{26}, r_{28}, r_{30}, r_{32}, r_{34}.$$

Derajat

dari

$g_2, g_5, g_7, g_8, g_{10}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{17}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{26}, g_{28}, g_{30}, g_{32}, g_{34}$ adalah 3.

2. Region tepi dari Pr_6 adalah $r_3, r_4, r_6, r_9, r_{11}, r_{16}, r_{18}, r_{25}, r_{29}, r_{31}, r_{33}, r_{35}$. Derajat

dari $g_3, g_4, g_6, g_9, g_{11}, g_{16}, g_{18}, g_{25}, g_{29}, g_{31}, g_{33}, g_{35}$ adalah 3.

3. Region ujung dari Pr_6 adalah r_1, r_{27}, r_{36} . Derajat dari g_1, g_{27}, g_{36} adalah 2.

4. Region luar dari Pr_6 adalah r_{37} . Derajat dari g_{37} adalah 16.

5. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 2-partisi, yaitu:

- Partisi pertama adalah

$g_1, g_3, g_4, g_6, g_8, g_9, g_{11}, g_{13}, g_{15}, g_{16}, g_{18}, g_{20}, g_{22}, g_{24}, g_{25}, g_{27}, g_{29}, g_{31}, g_{33}, g_{34}, g_{35}, g_{36}$.

- Partisi kedua adalah

$g_2, g_5, g_7, g_{10}, g_{12}, g_{14}, g_{17}, g_{19}, g_{21}, g_{23}, g_{26}, g_{28}, g_{30}, g_{32}, g_{37}$.

Dari hasil Pr_1 sampai Pr_6 tersebut, dapat dibuat tabel sebagai berikut:

	$ V $	dR_{dalam}	dR_{luar}	dR_{ujung}	dR_{tepi}	bentuk
Pr_1	3	1	1	0	0	2-partisi
Pr_2	6	3	3	2	0	2-partisi

Pr_3	10	3	6	2	3	2-partisi
Pr_4	15	3	9	2	2	2-partisi
Pr_5	21	3	12	2	3	2-partisi
Pr_6	28	3	15	2	3	2-partisi

Dari tabel di atas dapat diketahui:

1. dR_{dalam}

- Untuk $n = 1$, maka $dR_{tepi} = 1$
- Untuk $n \geq 2$, maka $dR_{dalam} = 3$

2. dR_{luar}

- Untuk $n = 1$, maka $dR_{luar} = 1$
- Untuk $n \geq 2$, maka $dR_{luar} = 3(n - 1)$

3. dR_{ujung}

- Untuk $n = 1$, maka $dR_{ujung} = 0$
- Untuk $n \geq 2$, maka $dR_{ujung} = 2$

4. dR_{tepi}

- Untuk $n \leq 2$, maka $dR_{tepi} = 0$
- Untuk $n \geq 3$, maka $dR_{tepi} = 3$

2. Mencari Rumus dari Pr_1^* ke Pr_n^* a. Mencari Titik ke n dari $V Pr_n^*$

	$ V $	$ R $	$ V^* $
Pr_1	3	2	2
Pr_2	6	5	5
Pr_3	10	10	10
Pr_4	15	17	17
Pr_5	21	18	26

Pr_6	28	37	37
Pr_n	$ V \text{Pr}_n = V(\text{Pr}_{n-1}) + (n+1)$	$ R \text{Pr}_n = n^2 + 1$	$ V \text{Pr}_n^* = R \text{Pr}_n $

Teorema:

1. Banyak titik pada Graf Piramida ke n adalah $|V \text{Pr}_n| = |V(\text{Pr}_{n-1})| + (n+1)$.
2. Banyak titik pada Graf hasil fungsi Piramida ke n adalah $|V \text{Pr}_n^*| = |R \text{Pr}_n|$.

Bukti:

Diket:

1. Barisan titik pada Graf piramida $3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, \dots, |V(\text{Pr}_{n-1})| + (n+1)$
2. Barisan titik pada Graf hasil fungsi Piramida $2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, \dots, n^2 + 1$

Adib:

1. $|V(\text{Pr}_{n-1})| + (n+1) \geq 3$ untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

Ambil $|V \text{Pr}_n| - (|V(\text{Pr}_{n-1})| + (n+1))$

$|V \text{Pr}_1|$ benar, sebab

$$(|V(\text{Pr}_{n-1})| + (n+1)) = (|V(\text{Pr}_{1-1})| + (1+1))$$

$$\Leftrightarrow (|V(\text{Pr}_{1-1})| + (1+1))$$

$$= (|V(\text{Pr}_0)| + (1+1))$$

$$= 1 + 2 = 3 \geq 3$$

Anggaplah $|V \text{Pr}_k|$ benar, yaitu $|V \text{Pr}_k| = (|V(\text{Pr}_{k-1})| + (k+1)) \geq 3$

Harus ditunjukkan bahwa benar $|V \text{Pr}_{k+1}|$, yaitu:

$$|V \text{Pr}_{(k+1)}| = (|V(\text{Pr}_{(k+1)-1})| + (k+1)+1) \geq 3$$

misal $n-1 = k \Leftrightarrow n = k+1$

maka:

$$|V \text{Pr}_n| = (|V(\text{Pr}_{n-1})| + (n+1)) \geq 3$$

karena $n-1 = k \Leftrightarrow n = k+1$, maka:

$$|V \text{Pr}_{(k+1)}| = (|V(\text{Pr}_k)| + (k+2)) \geq 3$$

$$|V \text{Pr}_{(k+1)}| = (|V(\text{Pr}_k)| + (k+2)) \geq 3$$

$$= (|V(\text{Pr}_k)| + (k+1)+1) \geq 3$$

$$= (|V(\text{Pr}_{(k+1)-1})| + (k+1)+1) \geq 3$$

$$|V \text{Pr}_{(k+1)}| = (|V(\text{Pr}_{(k+1)-1})| + (k+1)+1) \geq 3$$

Jadi $|V Pr_n|$ untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

2. $(n^2 + 1) \geq 2$ untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

Ambil $|R Pr_n| - (n^2 + 1)$

$|R Pr_n|$ benar, sebab

$$(n^2 + 1) = (1^2 + 1) \Leftrightarrow (1 + 1) = 2 \geq 2$$

Anggaplah $|R Pr_k|$ benar, yaitu $(|R Pr_k| - (k^2 + 1)) \geq 2$

Harus ditunjukkan bahwa benar $|R Pr_{k+1}|$, yaitu:

$$|R Pr_{k+1}| = ((k+1)^2 + 1) \geq 2$$

misal $n - 1 = k \Leftrightarrow n = k + 1$

maka $|R Pr_n| - (n^2 + 1) \geq 2$

karena $n - 1 = k \Leftrightarrow n = k + 1$, maka

$$|R Pr_{k+1}| - ((k+1)^2 + 1) \geq 2$$

$$|R Pr_{k+1}| = (k^2 + 2k + 1) + 1 \geq 2$$

$$= ((k+1)(k+1)) + 1 \geq 2$$

$$|R Pr_{k+1}| = ((k+1)^2 + 1) \geq 2$$

Jadi $|R Pr_n|$ benar untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Karena } |V Pr_n^*| = |R Pr_n| \Leftrightarrow |V Pr_n^*| = (n^2 + 1)$$

Sehingga $|V Pr_n^*|$ benar untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

b. Mencari Sisi ke n dari Pr_n^*

	Pr	Pr*
$ E(Pr_1) $	3	1
$ E(Pr_2) $	9	6
$ E(Pr_3) $	18	15
$ E(Pr_4) $	30	27
$ E(Pr_5) $	45	42
$ E(Pr_6) $	63	60
$ E(Pr_n) $	$ E Pr_n = E(Pr_{n-1}) + 3n$	$ E Pr_n^* = dR_{ujung} + dR_{tepi}$ $= 2(3) + 3(3(n-2)), n \geq 2$

Teorema:

1. Banyak sisi pada Graf Piramida ke n adalah $|E Pr_n| = |E(Pr_{n-1})| + 3n$.
2. Banyak sisi pada Graf hasil fungsi Piramida ke n adalah

$$|E Pr_n^*| = dR_{ujung} + dR_{tepi} = 2(3) + 3(3(n-2)).$$

Bukti:

Diket:

1. Barisan sisi pada Graf Piramida $3, 9, 18, 30, 45, 63, 85, \dots, |E(Pr_{n-1})| + 3n$
2. Barisan sisi pada Graf hasil fungsi Piramida $1, 6, 15, 27, 42, 60, 81, \dots, 2(3) + 3(3(n-2)), n \geq 2$

Adib:

1. $(|E(Pr_{n-1})| + 3n) \geq 3$ untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

Ambil $|E Pr_n| - (|E(Pr_{n-1})| + 3n)$

$|E Pr_1|$ benar, sebab

$$(|E(Pr_{n-1})| + 3n) = (|E(Pr_{1-1})| + 3(1))$$

$$\Leftrightarrow (|E(Pr_{1-1})| + 3)$$

$$= (|E(Pr_0)| + 3) = 0 + 3 = 3 \geq 3$$

Anggaplah $|E \text{ Pr}_k|$ benar, yaitu $|E \text{ Pr}_k| = (|E(\text{Pr}_{k-1})| + 3k) \geq 3$

Harus ditunjukkan bahwa benar $|E \text{ Pr}_{k+1}|$, yaitu:

$$|E \text{ Pr}_{k+1}| = (|E \text{ Pr}_{(k+1)-1}| + 3(k+1)) \geq 3$$

misal $n-1 = k \Leftrightarrow n = k+1$

$$\text{maka } |E \text{ Pr}_n| - (|E \text{ Pr}_{n-1}| + 3n) \geq 3$$

karena $n-1 = k \Leftrightarrow n = k+1$, maka

$$|E \text{ Pr}_n| - (|E \text{ Pr}_{n-1}| + 3n) \geq 3$$

$$|E \text{ Pr}_{k+1}| = (|E \text{ Pr}_k| + 3(k+1)) \geq 3$$

$$= (|E \text{ Pr}_{(k+1)-1}| + 3(k+1)) \geq 3$$

$$|E \text{ Pr}_{k+1}| = (|E \text{ Pr}_{(k+1)-1}| + 3(k+1)) \geq 3$$

Jadi $|E \text{ Pr}_n|$ benar untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

2. $2(3) + 3(3(n-2)) \geq 6$ untuk semua $n \geq 2$ dan $n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ambil } |E \text{ Pr}_n^*| - (2(3) + 3(3(n-2)))$$

$$|E \text{ Pr}_2^*| \text{ benar, sebab}$$

$$2(3) + 3(3(n-2)) = 2(3) + 3(3(2-2))$$

$$\cdot \Leftrightarrow 2(3) + 3(3(0))$$

$$= 2(3) + 0 = 6 \geq 6$$

Anggaplah $|E \Pr_k^*|$ benar, yaitu $|E \Pr_k^*| = 2(3) + 3(3(n-2)) \geq 6$

Harus ditunjukkan bahwa benar $|E \Pr_{k+1}^*|$, yaitu:

$$|E \Pr_{k+1}^*| = 2(3) + 3(3(k+1)-2) \geq 6$$

misal $n-1 = k \Leftrightarrow n = k+1$

maka

$$|E \Pr_n^*| - 2(3) + 3(3(n-2)) \geq 6$$

karena $n-1 = k \Leftrightarrow n = k+1$, maka

$$|E \Pr_n^*| - 2(3) + 3(3(n-2)) \geq 6$$

$$|E \Pr_n^*| = 2(3) + 3(3((n-1)-1)) \geq 6$$

$$|E \Pr_{k+1}^*| = 2(3) + 3(3(k-1)) \geq 6$$

$$= 2(3) + 3(3(((k+1)-1)-1)) \geq 6$$

$$= 2(3) + 3(3(k+1+((-1)-1))) \geq 6$$

$$= 2(3) + 3(3(k+1)-2) \geq 6$$

Jadi $|E Pr_n^*|$ benar untuk semua $n \geq 2$ dan $n \in \mathbb{N}$.

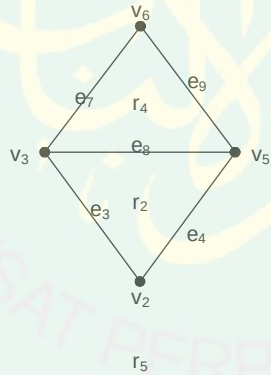
B. Graf Berlian (Dn)

1. Bentuk Graf Berlian Dn_2 ke Dn_6

a. Dn_2

Untuk membangun graf Berlian Dn_2 adalah dengan menghilangkan kedua titik yang ujung dari graf piramida Pr_2 . Titik-titik yang kita hilangkan adalah v_1, v_4 , dengan demikian titik yang tersisa adalah v_2, v_3, v_5, v_6 .

Sehingga kita peroleh graf berlian Dn_2 sebagai berikut:



Gambar 3.19 Gambar Graf Berlian 2 atau Dn_2

$$V(Dn_2) = \{v_2, v_3, v_5, v_6\}$$

$$V(Dn_2) = 4$$

$$E(Dn_2) = \{e_3, e_4, e_7, e_8, e_9\}$$

$$E(Dn_2) = 5$$

$$R(Dn_2) = \{r_2, r_4, r_5\}$$

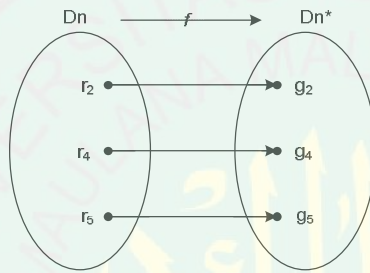
$$|R(Dn_2)| = 3$$

Pada gambar 3.22 merupakan graf berlian dengan 4 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik v_1, v_2, v_3, v_4 . Kemudian akan dipetakan dengan fungsi

$$f : Dn \rightarrow Dn^*, \quad \text{dimana} \quad Dn = \{r_2, r_4, r_5\} \Rightarrow |Dn| = |r_i| \quad \text{dan}$$

$$Dn^* = \{g_2, g_4, g_5\} \Rightarrow |Dn^*| = |g_i|. \quad \text{Karena} \quad |Dn| = |Dn^*| \quad \text{maka akan diperoleh}$$

suatu pemetaan sebagai berikut:



Gambar 3.20 Diagram panah dari $Dn \rightarrow Dn^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $Dn \rightarrow Dn^*$, dari gambar 3.23 diperoleh sebagai berikut:

$$1) \quad f(r_2 \circ r_4) = f(r_2) * f(r_4) = g_2 * g_4$$

$$f(r_2 \circ r_5) = f(r_2) * f(r_5) = g_2 * g_5$$

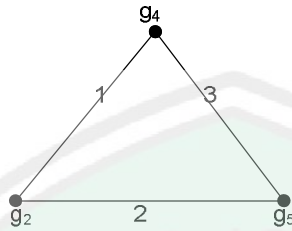
$$2) \quad f(r_4 \circ r_2) = f(r_4) * f(r_2) = g_4 * g_2$$

$$f(r_4 \circ r_5) = f(r_4) * f(r_5) = g_4 * g_5$$

$$3) \quad f(r_5 \circ r_2) = f(r_5) * f(r_2) = g_5 * g_2$$

$$f(r_5 \circ r_4) = f(r_5) * f(r_4) = g_5 * g_4$$

Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut



Gambar 3.21 Graf hasil fungsi Dn_2

$$V(Dn_2^*) = \{g_2, g_4, g_5\} \quad |V(Dn_2^*)| = 3$$

$$E(Dn_2^*) = \{1, 2, 3\} \quad |E(Dn_2^*)| = 3$$

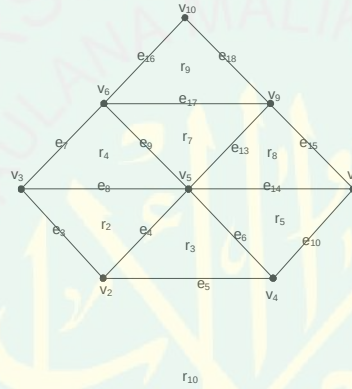
Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

1. Region ujung dari Dn_2 adalah r_2, r_4 . Derajat dari g_2, g_4 adalah 2.
2. Region luar dari Dn_2 adalah r_5 . Derajat dari g_5 adalah 2.
3. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 3-partisi, yaitu:
 - Partisi pertama adalah g_2 .
 - Partisi kedua adalah g_4 .
 - Partisi ketiga adalah g_5 .

b. Dn_3

Untuk membangun graf Berlian Dn_3 adalah dengan menghilangkan kedua titik yang ujung dari graf piramida Pr_3 . Titik-titik yang kita hilangkan adalah v_1, v_7 , dengan demikian titik yang tersisa adalah $v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_8, v_9, v_{10}$.

Sehingga kita peroleh graf berlian Dn_3 sebagai berikut:



Gambar 3.22 Graf Berlian 3 atau Dn_3

$$V(Dn_3) = \{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_8, v_9, v_{10}\} \quad |V(Dn_3)| = 8$$

$$E(Dn_3) = \{e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}\} \quad |E(Dn_3)| = 16$$

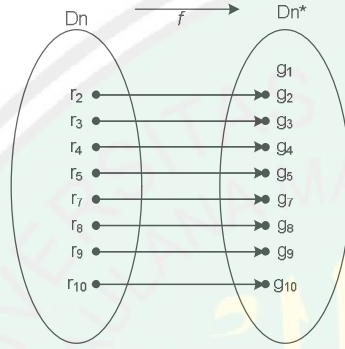
$$R(Dn_3) = \{r_2, r_3, r_4, r_5, r_7, r_8, r_9, r_{10}\} \quad |R(Dn_3)| = 8$$

Pada gambar 3.25 merupakan gambar graf berlian dengan 8 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik $v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_8, v_9, v_{10}$. Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f : Dn \rightarrow Dn^*$, dimana

$$Dn = \{r_2, r_3, r_4, r_5, r_7, r_8, r_9, r_{10}\} \Rightarrow |Dn| = |r_i| \quad \text{dan}$$

$$Dn^* = \{g_2, g_3, g_4, g_5, g_7, g_8, g_9, g_{10}\} \Rightarrow |Dn^*| = |g_i|. \text{ Karena } |Dn| = |Dn^*| \text{ maka}$$

akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:



Gambar 3.23 Diagram panah dari $Dn \rightarrow Dn^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $Dn \rightarrow Dn^*$, dari gambar 3.26 diperoleh sebagai berikut:

$$1) \quad f(r_2 \circ r_3) = f(r_2) * f(r_3) = g_2 * g_3$$

$$f(r_2 \circ r_4) = f(r_2) * f(r_4) = g_2 * g_4$$

$$f(r_2 \circ r_{10}) = f(r_2) * f(r_{10}) = g_2 * g_{10}$$

$$2) \quad f(r_3 \circ r_2) = f(r_3) * f(r_2) = g_3 * g_2$$

$$f(r_3 \circ r_5) = f(r_3) * f(r_5) = g_3 * g_5$$

$$f(r_3 \circ r_{10}) = f(r_3) * f(r_{10}) = g_3 * g_{10}$$

$$3) \quad f(r_4 \circ r_2) = f(r_4) * f(r_2) = g_4 * g_2$$

$$f(r_4 \circ r_7) = f(r_4) * f(r_7) = g_4 * g_7$$

$$f(r_4 \circ r_7) = f(r_4) * f(r_{10}) = g_4 * g_{10}$$

$$4) \quad f(r_5 \circ r_3) = f(r_5) * f(r_3) = g_5 * g_3$$

$$f(r_5 \circ r_8) = f(r_5) * f(r_8) = g_5 * g_8$$

$$f(r_5 \circ r_{10}) = f(r_5) * f(r_{10}) = g_5 * g_{10}$$

$$5) \quad f(r_7 \circ r_4) = f(r_7) * f(r_4) = g_7 * g_4$$

$$f(r_7 \circ r_8) = f(r_7) * f(r_8) = g_7 * g_8$$

$$f(r_7 \circ r_9) = f(r_7) * f(r_9) = g_7 * g_9$$

$$6) \quad f(r_8 \circ r_5) = f(r_8) * f(r_5) = g_8 * g_5$$

$$f(r_8 \circ r_7) = f(r_8) * f(r_7) = g_8 * g_7$$

$$f(r_8 \circ r_{10}) = f(r_8) * f(r_{10}) = g_8 * g_{10}$$

$$7) \quad f(r_9 \circ r_7) = f(r_9) * f(r_7) = g_9 * g_7$$

$$f(r_9 \circ r_{10}) = f(r_9) * f(r_{10}) = g_9 * g_{10}$$

$$8) \quad f(r_{10} \circ r_2) = f(r_{10}) * f(r_2) = g_{10} * g_2$$

$$f(r_{10} \circ r_3) = f(r_{10}) * f(r_3) = g_{10} * g_3$$

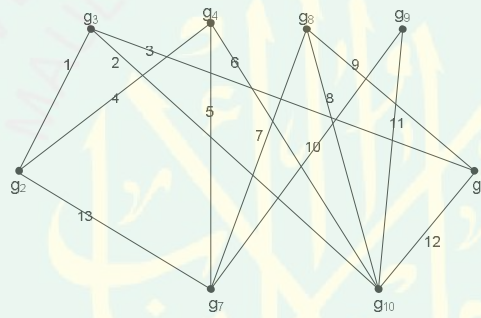
$$f(r_{10} \circ r_4) = f(r_{10}) * f(r_4) = g_{10} * g_4$$

$$f(r_{10} \circ r_7) = f(r_{10}) * f(r_7) = g_{10} * g_7$$

$$f(r_{10} \circ r_8) = f(r_{10}) * f(r_8) = g_{10} * g_8$$

$$f(r_{10} \circ r_9) = f(r_{10}) * f(r_9) = g_{10} * g_9$$

Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut:



Gambar 3.24 Graf hasil fungsi dari Dn_3

$$V(Dn_3^*) = \{g_2, g_3, g_4, g_5, g_7, g_8, g_9, g_{10}\} \quad |V(Dn_3^*)| = 8$$

$$E(Dn_3^*) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\} \quad |E(Dn_3^*)| = 13$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

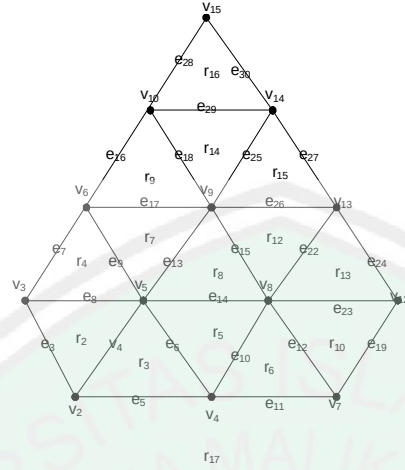
1. Region ujung dari Dn_3 adalah r_9 . Derajat dari g_9 adalah 2.
2. Region dalam dari Dn_3 adalah r_7 . Derajat dari g_7 adalah 3.

3. Region tepi dari Dn_3 adalah r_2, r_3, r_4, r_5, r_8 . Derajat dari g_2, g_3, g_4, g_5, g_8 adalah 3.
4. Region dari Dn_3 adalah r_{10} . Derajat dari g_{10} adalah 6.
5. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 3-partisi, yaitu:
 - Partisi pertama adalah g_3, g_4, g_8, g_{g9} .
 - Partisi kedua adalah g_2, g_5 .
 - Partisi ketiga adalah g_7, g_{10} .

c. Dn_4

Untuk membangun graf Berlian Dn_4 adalah dengan menghilangkan kedua titik yang ujung dari graf piramida Pr_4 . Titik-titik yang kita hilangkan adalah v_1, v_{11} , dengan demikian titik yang tersisa adalah $v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}$.

Sehingga kita peroleh graf berlian Dn_4 sebagai berikut:



Gambar 3. 25 Graf Berlian 4 atau Dn_4

$$V(Dn_4) = \{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}\} \quad |V(Dn_4)| = 13$$

$$E(Dn_4) = \left\{ e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30} \right\} \quad |E(Dn_4)| = 26$$

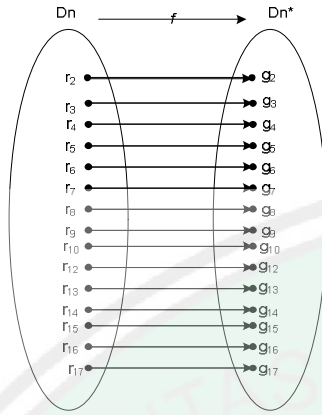
$$R(Dn_4) = \{r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}\} \quad |R(Dn_4)| = 15$$

Pada gambar 3. 28 merupakan gambar graf berlian dengan 13 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik $v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}$. Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f : Dn \rightarrow Dn^*$, dimana

$$Dn = \{r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}\} \Rightarrow |Dn| = |r_i| \quad \text{dan}$$

$$Dn^* = \{g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}\} \Rightarrow |Dn^*| = |g_i|$$

. Karena $|Dn| = |Dn^*|$ maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:



Gambar 3.26 Diagram panah dari $Dn \rightarrow Dn^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $Dn \rightarrow Dn^*$, dari gambar 3.10 diperoleh sebagai berikut:

$$1) \quad f(r_2 \circ r_3) = f(r_2) * f(r_3) = g_2 * g_3$$

$$f(r_2 \circ r_4) = f(r_2) * f(r_4) = g_2 * g_4$$

$$f(r_2 \circ r_{17}) = f(r_2) * f(r_{17}) = g_2 * g_{17}$$

$$2) \quad f(r_3 \circ r_2) = f(r_3) * f(r_2) = g_3 * g_2$$

$$f(r_3 \circ r_5) = f(r_3) * f(r_5) = g_3 * g_5$$

$$f(r_3 \circ r_{17}) = f(r_3) * f(r_{17}) = g_3 * g_{17}$$

$$3) \quad f(r_4 \circ r_2) = f(r_4) * f(r_2) = g_4 * g_2$$

$$f(r_4 \circ r_7) = f(r_4) * f(r_7) = g_4 * g_7$$

$$f(r_4 \circ r_{17}) = f(r_4) * f(r_{17}) = g_4 * g_{17}$$

$$4) \quad f(r_5 \circ r_3) = f(r_5) * f(r_3) = g_5 * g_3$$

$$f(r_5 \circ r_6) = f(r_5) * f(r_6) = g_5 * g_6$$

$$f(r_5 \circ r_8) = f(r_5) * f(r_8) = g_5 * g_8$$

$$5) \quad f(r_6 \circ r_5) = f(r_6) * f(r_5) = g_6 * g_5$$

$$f(r_6 \circ r_{10}) = f(r_6) * f(r_{10}) = g_6 * g_{10}$$

$$f(r_6 \circ r_{17}) = f(r_6) * f(r_{17}) = g_6 * g_{17}$$

$$6) \quad f(r_7 \circ r_4) = f(r_7) * f(r_4) = g_7 * g_4$$

$$f(r_7 \circ r_8) = f(r_7) * f(r_8) = g_7 * g_8$$

$$f(r_7 \circ r_9) = f(r_7) * f(r_9) = g_7 * g_9$$

$$7) \quad f(r_8 \circ r_5) = f(r_8) * f(r_5) = g_8 * g_5$$

$$f(r_8 \circ r_7) = f(r_8) * f(r_7) = g_8 * g_7$$

$$f(r_8 \circ r_{12}) = f(r_8) * f(r_{12}) = g_8 * g_{12}$$

$$8) \quad f(r_9 \circ r_7) = f(r_9) * f(r_7) = g_9 * g_7$$

$$f(r_9 \circ r_{14}) = f(r_9) * f(r_{14}) = g_9 * g_{14}$$

$$f(r_9 \circ r_{17}) = f(r_9) * f(r_{17}) = g_9 * g_{17}$$

$$9) \quad f(r_{10} \circ r_6) = f(r_{10}) * f(r_6) = g_{10} * g_6$$

$$f(r_{10} \circ r_{13}) = f(r_{10}) * f(r_{13}) = g_{10} * g_{13}$$

$$f(r_{10} \circ r_{17}) = f(r_{10}) * f(r_{17}) = g_{10} * g_{17}$$

$$10) \quad f(r_{12} \circ r_8) = f(r_{12}) * f(r_8) = g_{12} * g_8$$

$$f(r_{12} \circ r_{13}) = f(r_{12}) * f(r_{13}) = g_{12} * g_{13}$$

$$f(r_{12} \circ r_{15}) = f(r_{12}) * f(r_{15}) = g_{12} * g_{15}$$

$$11) \quad f(r_{13} \circ r_{10}) = f(r_{13}) * f(r_{10}) = g_{13} * g_{10}$$

$$f(r_{13} \circ r_{12}) = f(r_{13}) * f(r_{12}) = g_{13} * g_{12}$$

$$f(r_{13} \circ r_{17}) = f(r_{13}) * f(r_{17}) = g_{13} * g_{17}$$

$$12) \quad f(r_{14} \circ r_9) = f(r_{14}) * f(r_9) = g_{14} * g_9$$

$$f(r_{14} \circ r_9) = f(r_{14}) * f(r_9) = g_{14} * g_9$$

$$f(r_{14} \circ r_{15}) = f(r_{14}) * f(r_{15}) = g_{14} * g_{15}$$

$$f(r_{14} \circ r_{16}) = f(r_{14}) * f(r_{16}) = g_{14} * g_{16}$$

$$13) \quad f(r_{15} \circ r_{12}) = f(r_{15}) * f(r_{12}) = g_{15} * g_{12}$$

$$f(r_{15} \circ r_{14}) = f(r_{15}) * f(r_{14}) = g_{15} * g_{14}$$

$$f(r_{15} \circ r_{17}) = f(r_{15}) * f(r_{17}) = g_{15} * g_{17}$$

$$14) \quad f(r_{16} \circ r_{14}) = f(r_{16}) * f(r_{14}) = g_{16} * g_{14}$$

$$f(r_{16} \circ r_{17}) = f(r_{16}) * f(r_{17}) = g_{16} * g_{17}$$

$$15) \quad f(r_{17} \circ r_2) = f(r_{17}) * f(r_2) = g_{17} * g_2$$

$$f(r_{17} \circ r_3) = f(r_{17}) * f(r_3) = g_{17} * g_3$$

$$f(r_{17} \circ r_4) = f(r_{17}) * f(r_4) = g_{17} * g_4$$

$$f(r_{17} \circ r_6) = f(r_{17}) * f(r_6) = g_{17} * g_6$$

$$f(r_{17} \circ r_9) = f(r_{17}) * f(r_9) = g_{17} * g_9$$

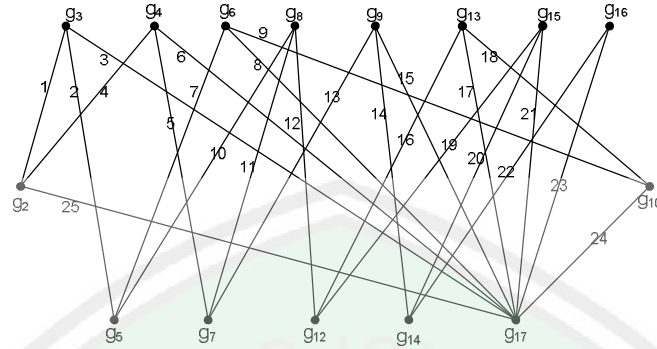
$$f(r_{17} \circ r_{10}) = f(r_{17}) * f(r_{10}) = g_{17} * g_{10}$$

$$f(r_{17} \circ r_{13}) = f(r_{17}) * f(r_{13}) = g_{17} * g_{13}$$

$$f(r_{17} \circ r_{15}) = f(r_{17}) * f(r_{15}) = g_{17} * g_{15}$$

$$f(r_{17} \circ r_{16}) = f(r_{17}) * f(r_{16}) = g_{17} * g_{16}$$

Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut:



Gambar 3.27 Graf hasil fungsi Dn_4

$$V(Dn_4^*) = \{g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}\}$$

$$|V(Dn_4^*)| = 15$$

$$E(Dn_4^*) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25\}$$

$$|E(Dn_4^*)| = 25$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

1. Region ujung dari Dn_4 adalah r_{16} . Derajat dari g_{16} adalah 2.
2. Region dalam dari Dn_4 adalah $r_5, r_7, r_8, r_{12}, r_{14}$. Derajat dari $g_5, g_7, g_8, g_{12}, g_{14}$ adalah 3.
3. Region tepi dari Dn_4 adalah $r_2, r_3, r_4, r_6, r_9, r_{10}, r_{13}, r_{15}$. Derajat dari $g_2, g_3, g_4, g_6, g_9, g_{10}, g_{13}, g_{15}$ adalah 3.
4. Region luar dari Dn_4 adalah r_{17} . Derajat dari g_{17} adalah 9.

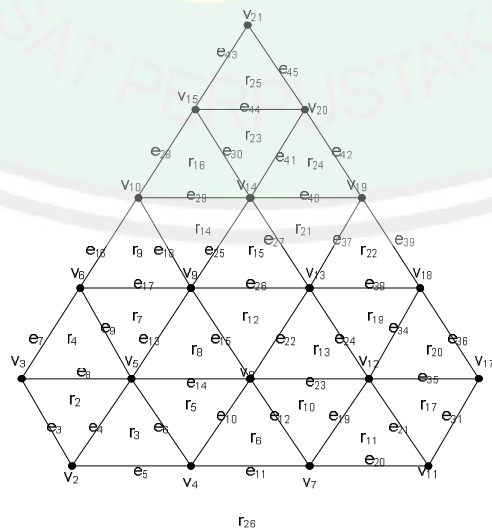
5. Graf hasil fungsi berbentuk graf 3-partisi, yaitu:

- Partisi pertama adalah $g_3, g_4, g_6, g_8, g_9, g_{13}, g_{15}, g_{16}$.
- Partisi kedua adalah g_2, g_{10} .
- Partisi ketiga adalah $g_5, g_7, g_{12}, g_{14}, g_{17}$.

d. Dn_5

Untuk membangun graf Berlian Dn_5 adalah dengan menghilangkan kedua titik yang ujung dari graf piramida Pr_5 . Titik-titik yang kita hilangkan adalah v_1, v_{16} , dengan demikian titik yang tersisa adalah $v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}$.

Sehingga kita peroleh graf berlian Dn_5 sebagai berikut:



Gambar 3.28 Graf Berlian 5 atau Dn_5

$$V(Dn_5) = \{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}\}$$

$$|V(Dn_5)| = 19$$

$$E(Dn_5) = \left\{ \begin{array}{l} e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, \\ e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30}, e_{31}, e_{32}, e_{35}, e_{36}, e_{37}, e_{38}, e_{39}, e_{40}, e_{41}, e_{42}, e_{43}, e_{44}, e_{45} \end{array} \right\}$$

$$|E(Dn_5)| = 41$$

$$R(Dn_5) = \{r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}, r_{19}, r_{20}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{25}, r_{26}\}$$

$$|R(Dn_5)| = 24$$

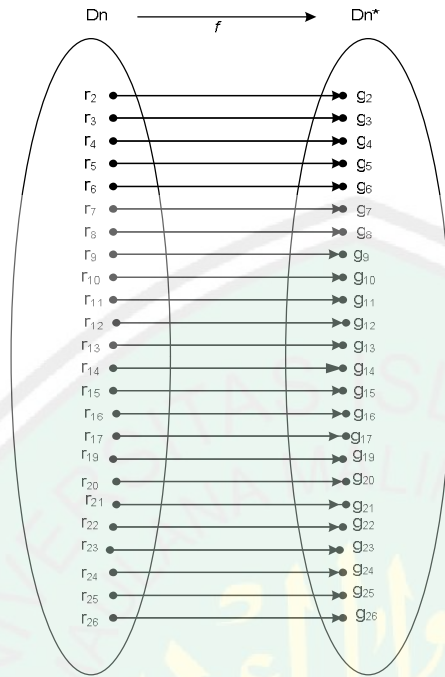
Pada gambar 3. 31 merupakan gambar graf piramida dengan 13 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik $v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}$. Kemudian

akan dipetakan dengan fungsi $f : Dn \rightarrow Dn^*$, dimana

$$Dn = \left\{ \begin{array}{l} r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, \\ r_{16}, r_{17}, r_{19}, r_{20}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{25}, r_{26} \end{array} \right\} \Rightarrow |Dn| = |r_i| \quad \text{dan}$$

$$Dn^* = \left\{ \begin{array}{l} g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, \\ g_{15}, g_{16}, g_{17}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{25}, g_{26} \end{array} \right\} \Rightarrow |Dn^*| = |g_i|.$$

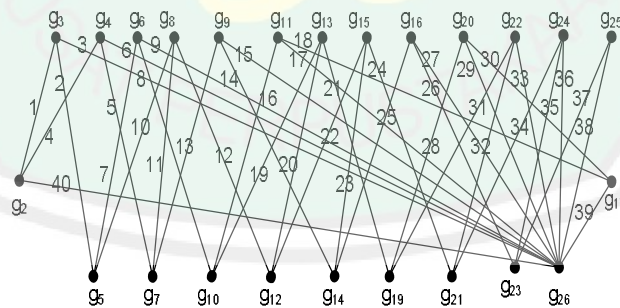
Karena $|Dn| = |Dn^*|$ maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai berikut:



Gambar 3.29 Diagram panah dari $D_n \rightarrow D_n^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $D_n \rightarrow D_n^*$

Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut:



Gambar 3.30 Graf Hasil Fungsi Dn_5

$$V(Dn_5^*) = \left\{ \begin{array}{l} g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, \\ g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{25}, g_{26} \end{array} \right\} \quad |V(Dn_5^*)| = 24$$

$$E(Dn_5^*) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22, \\ 23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40 \end{array} \right\} \quad |E(Dn_5^*)| = 40$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

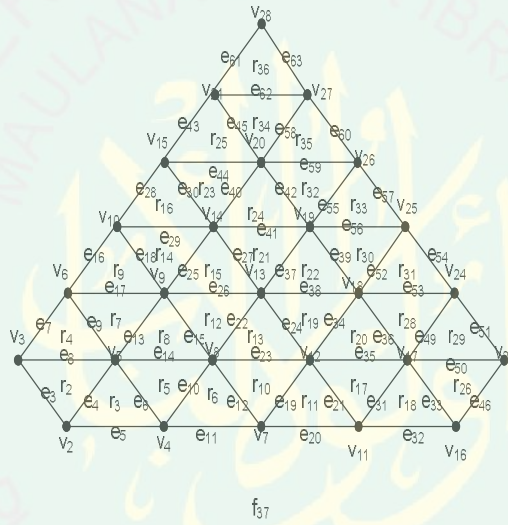
1. Region ujung dari Dn_5 adalah r_{25} . Derajat dari g_{25} adalah 2.
2. Region dalam dari Dn_5 adalah $r_5, r_7, r_8, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{19}, r_{21}, r_{23}$. Derajat dari $g_5, g_7, g_8, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{19}, g_{21}, g_{23}$ adalah 3.
3. Region tepi dari Dn_5 adalah $r_2, r_3, r_4, r_6, r_9, r_{11}, r_{16}, r_{17}, r_{20}, r_{22}, r_{24}$. Derajat dari $g_2, g_3, g_4, g_6, g_9, g_{11}, g_{16}, g_{17}, g_{20}, g_{22}, g_{24}$ adalah 3.
4. Region luar dari Dn_5 adalah r_{26} . Derajat dari g_{26} adalah 12.
5. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 3-partisi, yaitu:
 - Partisi pertama adalah $g_3, g_4, g_6, g_8, g_9, g_{11}, g_{13}, g_{15}, g_{16}, g_{20}, g_{22}, g_{24}, g_{25}$.
 - Partisi kedua adalah g_2, g_{17} .
 - Partisi ketiga adalah $g_5, g_7, g_{10}, g_{12}, g_{14}, g_{19}, g_{21}, g_{23}, g_{26}$.

e. Dn_6

Untuk membangun graf Berlian Dn_6 adalah dengan menghilangkan kedua titik yang ujung dari graf piramida Pr_6 . Titik-titik yang kita hilangkan adalah v_1, v_{22} , dengan demikian titik yang tersisa adalah

$$v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{27}, v_{28}$$

Sehingga kita peroleh graf berlian Dn_6 sebagai berikut:



Gambar 3.31 Graf Berlian 6 atau Dn_6

$$V(Dn_6) = \left\{ \begin{array}{l} v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, \\ v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{27}, v_{28} \end{array} \right\} \quad |V(Dn_6)| = 26$$

$$E(Dn_6) = \left\{ \begin{array}{l} e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, \\ e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30}, e_{31}, \\ e_{32}, e_{33}, e_{34}, e_{35}, e_{36}, e_{37}, e_{38}, e_{39}, e_{40}, e_{41}, e_{42}, e_{44}, e_{45}, e_{46}, \\ e_{49}, e_{50}, e_{51}, e_{52}, e_{53}, e_{54}, e_{55}, e_{56}, e_{57}, e_{58}, e_{59}, e_{60}, e_{61}, e_{62}, e_{63} \end{array} \right\} \quad |E(Dn_6)| = 59$$

$$R(Dn_6) = \left\{ \begin{array}{l} r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}, r_{18}, r_{19}, \\ r_{20}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{25}, r_{26}, r_{28}, r_{29}, r_{30}, r_{31}, r_{32}, r_{33}, r_{34}, r_{35}, r_{36}, r_{37} \end{array} \right\}$$

$$|R(Dn_6)| = 35$$

Pada gambar 3. 34 merupakan gambar graf piramida dengan 26 titik, titik-titik tersebut diberi nama dengan titik

$v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{27}, v_{28}$

. Kemudian akan dipetakan dengan fungsi $f: Dn_6 \rightarrow Dn_6^*$, dimana

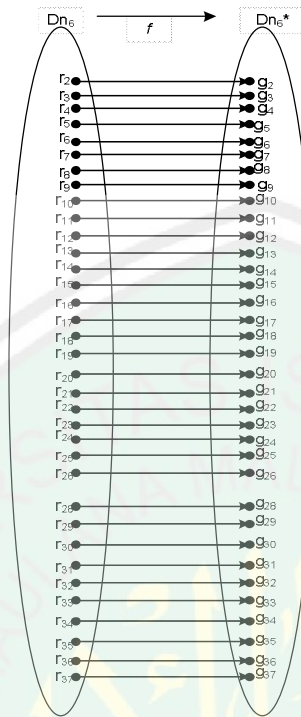
$$Dn_6 = \left\{ \begin{array}{l} r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}, r_{17}, r_{18}, r_{19}, \\ r_{20}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}, r_{25}, r_{26}, r_{28}, r_{29}, r_{30}, r_{31}, r_{32}, r_{33}, r_{34}, r_{35}, r_{36}, r_{37} \end{array} \right\} \Rightarrow |Dn_6| = |r_i|$$

dan

$$Dn_6^* = \left\{ \begin{array}{l} g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, \\ g_{16}, g_{17}, g_{18}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{25}, g_{26}, g_{28}, \\ g_{29}, g_{30}, g_{31}, g_{32}, g_{33}, g_{34}, g_{35}, g_{36}, g_{37} \end{array} \right\} \Rightarrow |Dn_6^*| = |g_i|$$

. Karena $|Dn_6| = |Dn_6^*|$, maka akan diperoleh suatu pemetaan sebagai

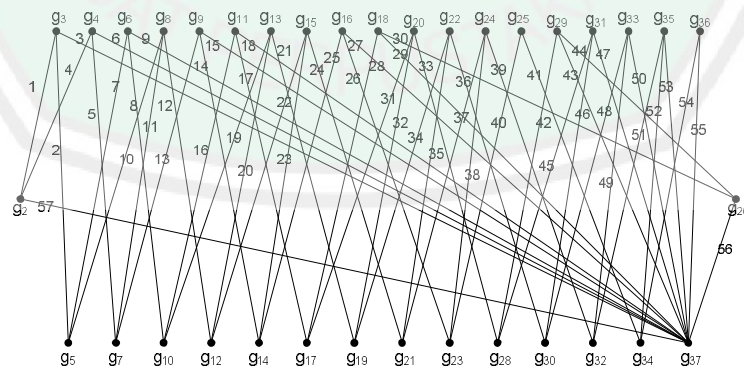
berikut:



Gambar 3.32 Diagram panah dari $Dn_6 \rightarrow Dn_6^*$

Sehingga f merupakan fungsi pengait, yang mengaitkan dari $Dn_6 \rightarrow Dn_6^*$

Maka dapat diperoleh graf hasil fungsinya sebagai berikut



Gambar 3.33 Graf Hasil Fungsi Dn_6

$$V(Dn_6^*) = \left\{ \begin{array}{l} g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{16}, g_{17}, g_{19}, \\ g_{20}, g_{21}, g_{22}, g_{23}, g_{24}, g_{25}, g_{26}, g_{28}, g_{29}, g_{30}, g_{31}, g_{32}, g_{33}, g_{34}, g_{35}, g_{36}, g_{37} \end{array} \right\}$$

$$|V(Dn_6^*)| = 35$$

$$E(Dn_6^*) = \left\{ \begin{array}{l} 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31, \\ 32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57 \end{array} \right\}$$

$$|E(Dn_6^*)| = 57$$

Dari graf hasil fungsi tersebut, maka dapat diketahui:

1. Region ujung dari Dn_6 adalah r_{36} . Derajat dari g_{36} adalah 2.
2. Region dalam dari Dn_6 adalah $r_5, r_7, r_8, r_{10}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{17}, r_{19}, r_{20}, r_{21}, r_{23}, r_{24}, r_{28}, r_{30}, r_{32}, r_{34}$. Derajat dari $g_5, g_7, g_8, g_{10}, g_{12}, g_{13}, g_{14}, g_{15}, g_{17}, g_{19}, g_{20}, g_{21}, g_{23}, g_{24}, g_{28}, g_{30}, g_{32}, g_{34}$ adalah 3.
3. Region tepi dari Dn_6 adalah $r_2, r_3, r_4, r_6, r_9, r_{11}, r_{16}, r_{18}, r_{25}, r_{26}, r_{29}, r_{31}, r_{33}, r_{35}, r_{36}$. Derajat dari $g_2, g_3, g_4, g_6, g_9, g_{11}, g_{16}, g_{18}, g_{25}, g_{26}, g_{29}, g_{31}, g_{33}, g_{35}, g_{36}$ adalah 3.
4. Region luar dari Dn_6 adalah r_{37} . Derajat dari g_{37} adalah 15.
5. Graf hasil fungsinya berbentuk graf 3-partisi, yaitu:

- Partisi pertama adalah

$$g_3, g_4, g_6, g_8, g_9, g_{11}, g_{13}, g_{15}, g_{16}, g_{18}, g_{20}, g_{22}, g_{24}, g_{25}, g_{29}, g_{31}, g_{33}, g_{35}, g_{36}$$

- Partisi kedua adalah g_2, g_{26} .

- Partisi ketiga adalah

$$g_5, g_7, g_{10}, g_{12}, g_{14}, g_{17}, g_{19}, g_{21}, g_{23}, g_{28}, g_{30}, g_{32}, g_{34}, g_{37}.$$

Dari hasil tersebut, dapat dibuat tabel sebagai berikut:

	dR_{dalam}	dR_{luar}	dR_{ujung}	dR_{tepi}	bentuk
Dn_2	0	2	0	2	3-partisi
Dn_3	3	6	3	2	3-partisi
Dn_4	3	9	3	2	3-partisi
Dn_5	3	12	3	2	3-partisi
Dn_6	3	15	3	2	3-partisi

Dari tabel di atas dapat diketahui:

- dR_{dalam}

- Untuk $n = 2$, maka $dR_{dalam} = 0$

- Untuk $n > 2$, maka $dR_{dalam} = 3$

2. dR_{luar}

- Untuk $n = 2$, maka $dR_{luar} = 2$

- Untuk $n > 2$, maka $dR_{luar} = 3(n-1)$

3. dR_{ujung}

- Untuk $n = 2$, maka $dR_{ujung} = 0$

- Untuk $n > 2$, maka $dR_{ujung} = 3$

4. dR_{tepi}

- Untuk $n \geq 2$, maka $dR_{tepi} = 2$

2. Mencari Rumus dari Dn_1^* ke Dn_n^*

a. Mencari Titik ke n dari VDn_1^*

	Dn	Dn^*
VDn_2	4	3
VDn_3	8	8
VDn_4	13	15
VDn_5	19	24
VDn_6	26	35
VDn_n	$VDn_n = VPr_n - 2$	$VDn^* = VPr_n^* - 2$

Teorema:

1. Banyak titik pada Graf Berlian ke n adalah $|VDn_n| = |VPr_n| - 2$.

2. Banyak titik pada Graf hasil fungsi Berlian ke n adalah $|VDn^*| = |VPr_n^* - 2|$.

Bukti:

Adib:

1. $|VDn_n| = |VPr_n| - 2 \geq 3$ untuk $n \geq 2$ dan $n \in \mathbb{N}$.

Ambil $|VDn_n| - |VPr_n| + 2$

$|VDn_2|$ benar, sebab

$$\begin{aligned} |V(Pr_n)| - 2 &= |V(Pr_2)| - 2 \\ &= 6 - 2 = 4 \geq 4 \end{aligned}$$

Anggaplah $|VDn_k|$ benar, yaitu $|VDn_k| = |VPr_k| - 2$

Harus ditunjukkan bahwa benar $|VDn_{k+1}|$, yaitu:

$$|VDn_{(k+1)}| = (|V(Pr_{(k+1)})| - 2) \geq 4$$

misal $n - 1 = k \Leftrightarrow n = k + 1$

maka:

$$\begin{aligned} |VDn_n| &= |VPr_n| - 2 \geq 4 \\ &= (|VPr_{n-1}| + (n+1)) - 2 \geq 2 \end{aligned}$$

karena $n - 1 = k \Leftrightarrow n = k + 1$, maka:

$$|VDn_{(k+1)}| - (|V(\text{Pr}_k)| + (k+2)) - 2 \geq 4$$

$$|VDn_{(k+1)}| = (|V(\text{Pr}_k)| + (k+1)+1) - 2 \geq 4$$

$$= (|V(\text{Pr}_k)| + (k+1)+1) - 2 \geq 4$$

$$= (|V(\text{Pr}_{(k+1)-1})| + (k+1)+1) - 2 \geq 3$$

$$|VDn_{(k+1)}| = |V \text{Pr}_{(k+1)}| - 2 \geq 3$$

Jadi $|VDn_{k+1}|$ benar untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

2. $VDn_n^* = V \text{Pr}_n^* - 2$ untuk $n \geq 2$ dan $n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ambil } VDn_n^* - (V \text{Pr}_n^* + 2)$$

$$|VDn_1^*| \text{ benar, sebab}$$

$$(V \text{Pr}_n^* - 2) = V \text{Pr}_2^* - 2$$

$$= 5 - 2 = 3 \geq 3$$

$$\text{Anggaplah } |VDn_k^*| \text{ benar, yaitu } (|VDn_k^*| - (V \text{Pr}_k^* + 2)) \geq 3$$

Harus ditunjukkan bahwa benar $|VDn_{k+1}^*|$, yaitu:

$$(|VDn_k^*| - (V \text{Pr}_k^* - 2)) \geq 3$$

misal $n - 1 = k \Leftrightarrow n = k + 1$

maka

$$\left| V D n_n^* \right| = \left(V \text{Pr}_n^* - 2 \right) \geq 3$$

$$= (n^2 + 1) - 2 \geq 3$$

karena $n - 1 = k \Leftrightarrow n = k + 1$, maka

$$\left| V D n_{k+1}^* \right| = \left((k+1)^2 + 1 \right) - 2 \geq 3$$

$$= \left((k^2 + 2k + 1) + 1 \right) - 2 \geq 3$$

$$= \left(((k+1)(k+1)) + 1 \right) - 2 \geq 3$$

$$\left| V D n_{k+1}^* \right| = \left((k+1)^2 + 1 \right) - 2 \geq 3$$

$$\left| V D n_{k+1}^* \right| = V \text{Pr}_{k+1}^* - 2 \geq 3$$

Jadi $\left| V D n_n^* \right|$ benar untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

b. Mencari Sisi ke n dari EDn_n^*

	Dn	Dn^*
EDn_2	5	3
EDn_3	14	13
EDn_4	26	25

EDn_5	41	40
EDn_6	59	57
EDn_n	$EDn_n = EP_n - 4$	$EDn_n^* = (R_{luar} + R_{ujung}) - 2$ $= (3(n-1) + 3.3) - 2, n \geq 3$

Teorema:

1. Banyak sisi pada Graf Berlian ke n adalah $EDn_n = EP_n - 4$.
2. Banyak sisi pada Graf hasil fungsi Berlian ke n adalah
 $EDn_n^* = (R_{luar} + R_{ujung}) - 2$
 $= (3(n-1) + 3.3) - 2, n \geq 3$

Bukti:

1. $EDn_n = EP_n - 4 \geq 5$ untuk $n \geq 2$ dan $n \in \mathbb{N}$.

Ambil $|EDn_n| - (|EP_n| + 4)$

$|EP_2|$ benar, sebab

$$|EDn_n| = (|EP_n| - 4)$$

$$= |EP_n| - 4$$

$$= 9 - 4 = 5 \geq 5$$

Anggaplah $|EDn_k|$ benar, yaitu $EDn_k = EP_k - 4 \geq 5$

Harus ditunjukkan bahwa benar $|EDn_{k+1}|$, yaitu:

$$EDn_{k+1} = EPr_{k+1} - 4 \geq 5$$

misal $n - 1 = k \Leftrightarrow n = k + 1$

maka $EDn_n = EPr_n - 4 \geq 5$

$$= (EPr_{n-1} + 3n) - 4 \geq 5$$

karena $n - 1 = k \Leftrightarrow n = k + 1$, maka

$$EDn_n = (EPr_{n-1} + 3n) - 4 \geq 5$$

$$= (EPr_{(k+1)-1} + 3(k+1)) - 4 \geq 5$$

$$EDn_n = EPr_{k+1} - 4 \geq 5$$

Jadi $|EDn_n|$ benar untuk semua $n \in \mathbb{N}$.

2. $2(3) + 3(3(n-1)) - 2 \geq 6$ untuk semua $n \geq 2$ dan $n \in \mathbb{N}$.

Ambil $|EPr_n^*| - (2(3) - 3(3(n-1))) + 2$

$|EPr_2^*|$ benar, sebab

$$2(3) + 3(3(n-1)) - 2 = 2(3) + 3(3(2-1)) - 2$$

$$= 2(3) + 3(3(1)) - 2 = 2(3) + 9 - 2$$

$$= 6 + 9 - 2 = 13 \geq 13$$

Anggaplah $|E Pr_k^*|$ benar, yaitu $|E Pr_k^*| = 2(3) + 3(3(n-1)) - 2 \geq 13$

Harus ditunjukkan bahwa benar $|E Pr_{k+1}^*|$, yaitu:

$$|E Pr_{k+1}^*| = 2(3) + 3(3(k+1)-1) - 2 \geq 6$$

misal $n-1 = k \Leftrightarrow n = k+1$

$$\text{maka } |E Pr_n^*| - 2(3) - 3(3(n-1)) + 2 \geq 13$$

karena $n-1 = k \Leftrightarrow n = k+1$, maka

$$|E Pr_n^*| - 2(3) - 3(3(n-1)) + 2 \geq 13$$

$$|E Pr_n^*| = 2(3) + 3(3((n+1)-2)) - 2 \geq 13$$

$$|E Pr_{k+1}^*| = 2(3) + 3(3(k+1)+1-2) - 2 \geq 13$$

$$= 2(3) + 3(3(k+1) + (1-2)) - 2 \geq 13$$

$$= 2(3) + 3(3(k+1)-1) - 2 \geq 13$$

Jadi $|E Pr_n^*|$ benar untuk semua $n \geq 2$ dan $n \in \mathbb{N}$.

C. Interpretasi Graf dalam Al-Qur'an

Berdasarkan Firman Allah dalam QS. Al Hajj ayat 77 sebagai berikut:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا ارْكَعُوا وَاسْجُدُوا وَاعْبُدُوا رَبَّكُمْ وَافْعَلُوا الْخَيْرَ

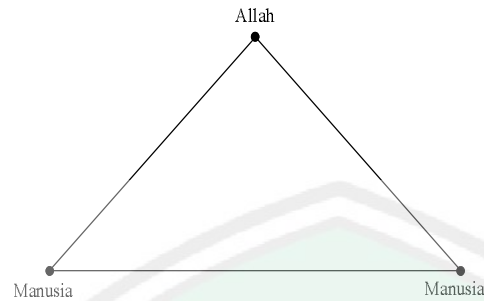
لَعَلَّكُمْ تَفْلِحُونَ ﴿٧٧﴾

“Hai orang-orang yang beriman rukulah, sujudlah dan sembahlah Rabbmu serta perbuatlah kebajikan-kebajikan agar kalian memperoleh keberuntungan / kemenangan.”

Firman Allah SWT di atas mengisyaratkan bahwa untuk meraih keberuntungan di dunia dan akhirat dibutuhkan usaha terpadu antara kegiatan ubudiyah atau *hablumminallah* dan kegiatan memproduksi kebajikan atau *hablumminannaas*. Keduanya merupakan kesatuan yang tidak boleh ditinggalkan. Artinya, selain diperintahkan untuk ruku, sujud dan menyembah Allah, seorang mumin juga dituntut aktif berbuat kebajikan terhadap sesama manusia.

Begitu eratnya hubungan antara *hablumminallah* dan *hablumminannaas*, sehingga antara keduanya tidak dapat ditinggalkan. Seyogyanya memang hubungan yang baik dan sehat antara seorang hamba dengan Rabbnya akan berimbas atau berdampak positif pada hubungannya dengan sesama manusia.

Hubungan antara manusia dengan Allah (*Hablumminallah*) dan hubungan antara manusia dengan manusia (*Hablumminannas*), dapat kita interpretasikan dengan sebuah graf piramida sebagai berikut:



Dari gambar tersebut dapat diketahui, titik-titik mewakili Allah dan manusia. sedangkan garis mewakili sebagai hubungan antara manusia dengan Allah, dan manusia dengan manusia. jika salah satu titik kita hilangkan, maka tidak akan terbentuk garis yang menghubungkan titik yang ada dengan titik yang kita buang. Andaikan kita buang salah satu titik (manusia), maka titik yang tersisa adalah titik (Allah) dan titik (manusia). sehingga hubungan yang terjadi adalah hanya hubungan yang bersifat vertikal, yaitu hubungan antara manusia dan Allah (Hablumminannas). dan jika kita buang titik (Allah), maka titik yang tersisa adalah titik (manusia) dan titik (manusia). sehingga hubungan yang terjadi adalah hubungan yang bersifat horizontal, yaitu hubungan antara manusia dengan manusia (Hablumminannas).

Graf piramida dapat terbentuk minimal terdiri dari 3 titik, sehingga jika salah satu titiknya hilang, maka tidak akan bisa membentuk graf Piramida. Demikian pula dengan konsep Hablumminallah dan Hablumminannas, akan bisa terbentuk dua-duanya jika hubungan vertikal dan horizontal seimbang.

Korelasi antara hubungan vertikal (hablumminallah) dengan hubungan horizontal (hablumminannaas) juga terlihat jelas dalam sebuah Hadits Nabi Muhammad SAW:

اتق الله حيثما كنت واتبع السيئات الحسنة تمحها وخالق الناس بخلق حسن

“ Bertaqwalah kepada Allah di manapun kamu berada dan iringilah perbuatan buruk dengan perbuatan baik (karena kebaikan dapat mengkompensasi keburukan) dan bergaullah dengan sesama manusia dengan akhlaq yang baik) ”.

Dalam hadits tersebut terungkap bahwa perintah bertaqwa kepada Allah harus dilanjutkan dengan berbuat kebaikan serta bergaul dengan sesama manusia dengan akhlaq yang baik. Meskipun seseorang rajin beribadah kepada Allah atau menonjol kegiatan ubudiyahnya, bila hubungannya dengan sesama manusia buruk, maka ia tidak akan selamat di dunia apalagi di akhirat.

Nabi Muhammad SAW bersabda:

عن ابي حمزة انس بن مالك ر ع خادم رسول الله ص م عن النبي ص م قال : لا يؤمن احدكم حت يحب لاخيه ما يحب لنفسه (رواه البخار ومسلم)

diriwayatkan dari Abu HamzahAnas bin Malik ra, pelayan Rasulullah SAW bahwa Nabi SAW bersabda, “salah seorang dari kalian tidaklah beriman (secara sempurna)sehingga dia mencintai kebaikan saudaranya, sebagaimana dia mencintai kebaikan untuk dirinya sendiri.”(HR. Al-Bukhari dan Muslim)

Berdasarkan hadis di atas, kita diperintahkan untuk mencintai saudara (sesama manusia), yang berarti pula kita diperintahkan untuk bergaul dengan sesama. Hal ini dapat kita interpretasikan dengan gambar graf hasil fungsi dari graf piramida, sebagai berikut:



Graf hasil fungsi tersebut terbentuk dari graf piramida. Sehingga dapat kita ketahui graf piramida menggambarkan hubungan yang lengkap antara hubungan bersifat vertikal dan horizontal atau hubungan antara manusia dengan Allah (*Hablumminallah*), dan hubungan hubungan antara manusia dengan manusia (*Hablumminannas*). Sedangkan graf dual dari graf piramida hanya menggambarkan hubungan yang bersifat vertikal saja yang merupakan hubungan antara manusia dengan Allah (*Hablumminallah*), atau hanya menggambarkan hubungan yang bersifat horizontal saja yang merupakan hubungan antara manusia dengan manusia (*Hablumminannas*). Dengan demikian graf dual menggambarkan hubungan yang kurang lengkap. Meskipun seseorang begitu taat kepada Allah dan hubungannya dengan Allah begitu baik, namun jika hubungannya dengan sesama tidak terjalin dengan baik maka tidak dapat disebut sebagai manusia yang sempurna. Begitu juga bila hubungan seseorang dengan sesama terjalin baik,

namun ia tidak taat kepada Allah dan hubungannya dengan Allah tidak terjalin dengan baik maka tidak dapat disebut sebagai manusia yang sempurna juga. Sehingga untuk menjadi manusia yang sempurna maka hubungan dengan Allah (*Hablumminallah*) dan hubungan dengan manusia (*Hablumminannas*) keduanya harus terjalin dengan baik dan seimbang.



BAB IV

PENUTUP

A. Kesimpulan

1. Berdasarkan paparan gambar dari graf Piramida, dapat diketahui:

4. Banyak titik pada Graf Piramida ke n adalah

$$|V Pr_n| = |V(Pr_{n-1})| + (n+1).$$

5. Banyak titik pada Graf hasil fungsi Piramida ke n adalah

$$|V Pr_n^*| = |RP_n|.$$

6. Banyak sisi pada Graf Piramida ke n adalah $|E Pr_n| = E(Pr_{n-1}) + 3n.$

7. Banyak sisi pada Graf hasil fungsi Piramida ke n adalah

$$|E Pr_n^*| = dR_{ujung} + dR_{tepi} = 2(3) + 3(3(n-2)).$$

2. Berdasarkan paparan gambar dari graf Berlian, dapat diketahui:

- Banyak titik pada Graf Berlian ke n adalah $|VDn_n| = |V Pr_n| - 2.$

- Banyak titik pada Graf hasil fungsi Berlian ke n adalah

$$|VDn_n^*| = |V Pr_n^*| - 2.$$

- Banyak sisi pada Graf Berlian ke n adalah $|EDn_n| = |E Pr_n| - 4.$

- Banyak sisi pada Graf hasil fungsi Berlian ke n adalah

$$EDn_n^* = (R_{luar} + R_{ujung}) - 2.$$

$$= (3(n-1) + 3.3) - 2, n \geq 3$$

B. Saran-saran

Pada penelitian ini penulis hanya mendeskripsikan bentuk graf hasil fungsi dari graf piramida dan graf berlian. Untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan yang lebih rinci lagi, dengan mencari graf dualnya.



DAFTAR PUSTAKA

- Afandi, Yusuf. 2009. pewarnaan Minimal Graf Piramida dan Berlian. *Skripsi Tidak Diterbitkan*. Malang: Program Sarjana UIN Malang.
- Agustina, Ary Ginanjar. 2005. *ESQ*. Jakarta: Penerbit AGRA.
- Al-Jauziyah, Ibnu Qayyim. 1999. *Sisi Pandang Ibnu Qayyim Al-Jauziyah*. Jakarta: Pustaka Azzam.
- Chartrand, Gary. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. California: Pacivic Grove California.
- Fajriyah, Susanti. 2009. Graf Dual (dual graph) dari Graf Roda (W_n) dan graf Helm Tertutup (CH_n). *Skripsi Tidak Diterbitkan*. Malang: Program Sarjana UIN Malang.
- Muhsetyo, Gatot. 1997. *Dasar-dasar Teori Bilangan*. Jakarta: PGSM.
- Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: IKIP Malang.
- Siang, Jong Jek. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Yogyakarta: Andi Yogyakarta.
- Sukirman. 2005. *Pengantar Aljabar Abstrak*. Malang: UM Press
- Wilson, Robin J. 1992. *Graf Pengantar 1-2*. Surabaya: University Press IKIP Surabaya.
- (<http://cari-disini-aja.blogspot.com/2009/04-ketika-mempelajaripendidikan-html>).
- Diakses tanggal 10 September 2009
- Suherman.
- (http://nuranisuper.multiply.com/journal/item/4/selembar_jum'at_Vol.21).
- Diakses tanggal 10 September 2009.



DEPERTEMEN AGAMA
UIN MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
JURUSAN MATEMATIKA

Jalan Gajayana 50 Malang 65144 Teip / Faks. (0341) 558916

BUKTI KONSULTASI

Nama : Istiqomatul Khoiriyah
 NIM : 05510013
 Pembimbing I : Wahyu Henky Irawan, M.Pd
 Pembimbing II : Ach. Nasichuddin, M.Ag
 Judul Skripsi : Pemetaan Region dari Graf Piramida dan Graf Berlian

No	Tanggal	Materi Konsultasi	Tanda Tangan
1	16 Maret 2009	Konsultasi Masalah	1.
2	23 Maret 2009	Konsultasi BAB III	2.
3	17 April 2009	Revisi BAB III	3.
4	12 Mei 2009	Revisi BAB III	4.
5	05 Juli 2009	Revisi BAB III	5.
6	10 Juli 2009	Konsultasi BAB I	6.
7	19 Juli 2009	Revisi BAB I	7.
8	21 Juli 2009	Konsultasi BAB I Keagamaan	8.
9	22 Juli 2009	Revisi BAB I Keagamaan	9.
10	02 Agustus 2009	Konsultasi BAB II	10.
11	09 Agustus 2009	Revisi BAB II	11.

12	20 Agustus 2009	Konsultasi BAB II dan BAB III Keagamaan	12.
13	05 September 2009	Revisi BAB II dan BAB III Keagamaan	13.
14	07 September 2009	Konsultasi BAB IV dan Abstrak	14.
15	12 September 2009	Revisi BAB IV dan Abstrak	15.
16	14 September 2009	ACC	16.

Malang, 05 Oktober 2009

Ketua Jurusan Matematika

Abdussakir, M.Pd

NIP. 19751006 200312 1 001