

**PEMAHAMAN KONSEP LIMIT FUNGSI SISWA KELAS XII  
BERDASARKAN MINAT BELAJAR MATEMATIKA**

**SKRIPSI**

**OLEH  
MOH. RIZAL KHAQUL YAQIN  
NIM. 18190002**



**PROGRAM STUDI TADRIS MATEMATIKA  
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG**

**2023**

**PEMAHAMAN KONSEP LIMIT FUNGSI SISWA KELAS XII  
BERDASARKAN MINAT BELAJAR MATEMATIKA**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Guna Memperoleh Gelar Sarjana**

**Oleh  
Moh Rizal Khaqul Yaqin  
NIM. 18190002**



**PROGRAM STUDI TADRIS MATEMATIKA  
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG**

**2023**

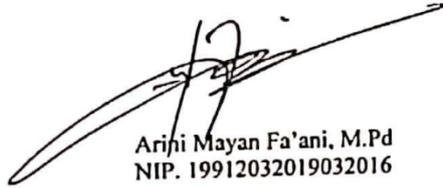
**LEMBAR LOGO**



## LEMBAR PERSETUJUAN

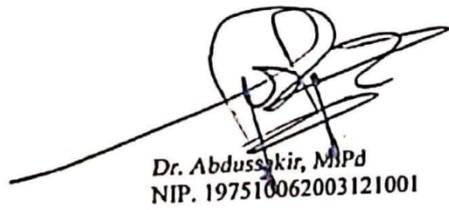
Skripsi dengan Judul “Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XII Berdasarkan Minat Belajar Matematika” oleh Moh. Rizal Khaqul Yaqin ini telah diperiksa dan disetujui untuk diajukan ke sidang ujian.

Pembimbing,



Arihi Mayan Fa'ani, M.Pd  
NIP. 19912032019032016

Mengetahui  
Ketua Program Studi,

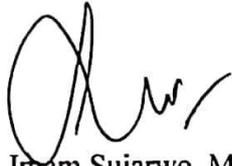


Dr. Abdussakir, M.Pd  
NIP. 197510062003121001

## LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi dengan Judul “Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XII Berdasarkan Minat Belajar Matematika” oleh Moh. Rizal Khaqul Yaqin ini telah dipertahankan di depan sidang penguji dan dinyatakan **lulus** pada tanggal 19 Desember 2023.

Dewan Penguji



Dr. Imam Sujarwo, M.Pd  
NIP. 19630502198731005

Penguji Utama



Nuril Huda, M.Pd  
NIP. 198707072019031026

Ketua



Arini Mayan Fa'ani, M.Pd  
NIP. 19912032019032016

Sekretaris

Mengesahkan

Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan,



Prof. Dr. H. Nur Ali, M.Pd  
NIP. 19650403 199803 1 002



## LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Moh. Rizal Khaqul Yaqin  
NIM : 181190002  
Program Studi : Tadris Matematika  
Judul Skripsi : Pemahaman Konsep Limit Fungsi Kelas  
XII Berdasarkan Minat Belajar Matematika

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi ini merupakan karya saya sendiri, bukan plagiasi dari karya yang telah ditulis atau diterbitkan orang lain. Adapun pendapat atau temuan orang lain dalam tugas skripsi ini dikutip atau dirujuk sesuai kode etik penulisan karya ilmiah dan dicantumkan dalam daftar rujukan. Apabila di kemudian hari ternyata skripsi ini terdapat unsur-unsur plagiasi, maka saya bersedia untuk diproses sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan tanpa adanya paksaan dari pihak manapun.

Malang, 24 Novemver 2023

Hormat saya,



Moh. Rizal Khaqul Yaqin  
NIM. 18190002

## **LEMBAR MOTO**

“Tidak ada yang tidak mungkin, hanya perlu mencoba dan berusaha berkali lipat, keberuntungan itu tidak selalu bisa diharapkan, maka dari itu segalanya dipersiapkan. Belajar sabar, sabar, sabar”

-Marco Van Waza de Salehor

## **LEMBAR PERSEMBAHAN**

Karya ini dipersembahkan kepada orang-orang yang sangat peneliti sayangi, keluarga terutama kedua orang tua, Ibu Siti Khotijah dan Bapak Solikin yang tidak pernah lepas dalam setiap ucapnya doa, dukungan, motivasi, nasihat serta kesabaran dalam mendampingi setiap proses yang peneliti lalui, juga kepada Adik Siti Hajar Aswatun Nurilmi dan Alm. Mas Ilham Mukhlisin yang selalu menjadi semangat peneliti dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Selanjutnya, dipersembahkan kepada Bapak/Ibu Guru dari TK sampai dengan Madrasah Aliyah, Asaatidz/Ustaadzaat Al-Quran, Madrasah Diniyah, Pondok Pesantren, serta segenap Dosen, karena dengan ilmu-ilmu yang beliau ajarkan dari kecil sampai sekarang ini yang menjadikan bekal dalam menyelesaikan tugas akhir.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat, nikmat dan hidayah-Nya sehingga dapat terselesaikan skripsi dengan judul “Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XII Berdasarkan Minat Belajar” dengan semaksimal mungkin, insyaallah. Sholawat salam selalu tercurahkan kepada *kanjeng* Nabi Muhammad SAW, semoga senantiasa dapat menjalankan ajaran serta meneladani segala gerak/laku/sikap dan ahlakunya.

Skripsi ini ditulis sebagai salah satu syarat kelulusan untuk memperoleh gelar sarjana tadriss matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam penelitian serta penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan banyak pihak yang berperan. Oleh karena itu penulis menyampaikan terimakasih dan penghargaan setinggi-tingginya kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, MA. selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. H. Nur Ali, M.Pd selaku dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd selaku ketua Program Studi Tadris Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang beserta seluruh dosen Program Studi Tadris Matematika.
4. Arini Mayan Fa'ani, M.Pd selaku dosen pembimbing yang selalu sabar dan penuh perhatian dalam meluangkan waktu, memberikan pikiran serta ilmu untuk membimbing, memotivasi, dan mengarahkan peneliti sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.

5. Muhammad Islahul Mukmin, M.Si., M.Pd. dan Taufiq Satria Mukti, M.Pd. selaku validator ahli yang telah memberikan masukan guna perbaikan skripsi yang peneliti buat.
6. Mahayana Syafrizal Adibrata, M.Pd selaku validator praktisi yang telah memberi bimbingan dalam pelaksanaan penelitian, serta dalam pembuatan instrumen yang sesuai dengan keadaan di kelas XII MIPA 1 MAN 2 Malang.
7. Titien Sumartin, S.Pd selaku kepala madrasah, Cahya Ulya F., S.Pd selaku wali kelas dan siswa-siswi kelas XII MIPA 1 serta segenap keluarga besar MAN 2 Malang yang memberikan do'a dan bantuan selama penelitian.
8. Segenap sahabat seperjuangan Program Studi Tadris Matematika 2018, terkhusus di kelas A yang bantuan, saran serta motivasinya selalu mengiringi perjalanan menimba ilmu di dunia perkuliahan. Segenap keluarga besar Tadris Matematika, kakak/adik tingkat yang tidak akan pernah terlupa segala kebaikannya.
9. Segenap sahabat seperjuangan Pondok Pesantren Darun Nun yang bantuan, motivasi, teladan dan tawanya selalu menghiasi kehidupan setiap hari.
10. Segenap pihak yang turut berperan memberikan bantuan secara langsung maupun tidak langsung yang tidak mampu penulis sebutkan semuanya.
11. Keluarga tercinta, Bapak, Ibu, Adik, Alm. Kakak dan keluarga besar.

Malang, November 2023

Peneliti

## PEDOMAN TRANSLITERASI ARAB-LATIN

Penulisan transliterasi Arab-Latin dalam skripsi ini menggunakan pedoman transliterasi berdasarkan keputusan bersama Menteri Agama RI dan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan RI no. 158 tahun 1987 dan no. 0543 b/U/1987 yang secara garis besar dapat diuraikan sebagai berikut:

### A. Huruf

ا	= a	ز	= z	ق	= q
ب	= b	س	= s	ك	= k
ت	= t	ش	= sy	ل	= l
ث	= ts	ص	= sh	م	= m
ج	= j	ض	= dl	ن	= n
ح	= <u>h</u>	ط	= th	و	= w
خ	= kh	ظ	= zh	ه	= h
د	= d	ع	= ‘	ء	= ‘
ذ	= dz	غ	= gh	ي	= y
ر	= r	ف	= f		

### B. Vokal Panjang

Vokal (a) panjang = â

Vokal (i) panjang = î

Vokal (u) panjang = û

### C. Vokal Diftong

أو = aw

أي = ay

أُو = û

إِي = î

## DAFTAR ISI

LEMBAR LOGO .....	ii
LEMBAR PERSETUJUAN .....	iii
LEMBAR PENGESAHAN .....	iv
NOTA DINAS PEMBIMBING .....	v
LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN .....	vi
LEMBAR MOTO .....	vii
LEMBAR PERSEMBAHAN .....	viii
KATA PENGANTAR .....	ix
PEDOMAN TRANSLITERASI ARAB-LATIN .....	xi
DAFTAR ISI .....	xii
DAFTAR TABEL .....	xv
DAFTAR GAMBAR .....	xvi
DAFTAR LAMPIRAN .....	xx
ABSTRAK .....	xxii
ABSTRACT .....	xxiii
مستخلص البحث .....	xiv
BAB I PENDAHULUAN .....	1
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Rumusan Masalah .....	6
C. Tujuan Penelitian .....	7
D. Manfaat Penelitian .....	7
E. Orisinalitas Penelitian .....	8

F. Definisi Istilah .....	18
G. Sistematika Penulisan .....	19
BAB II KAJIAN TEORI .....	22
A. Kajian Teori .....	22
B. Perspektif Teori dalam Islam .....	36
C. Kerangka Konseptual .....	37
BAB III METODE PENELITIAN .....	39
A. Pendekatan dan Jenis Penelitian .....	39
B. Lokasi Penelitian .....	39
C. Subjek Penelitian .....	40
D. Data Penelitian .....	42
E. Instrumen Penelitian .....	42
F. Teknik Pengumpulan Data .....	48
G. Pengecekan Keabsahan Data .....	49
H. Teknik Analisis Data .....	49
I. Tahapan Penelitian .....	51
BAB IV PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN .....	52
A. Paparan Data .....	52
B. Hasil Penelitian .....	148
BAB V PEMBAHASAN .....	161
A. Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa dengan Minat Belajar Matematika Sangat Tinggi .....	161
B. Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa dengan Minat Belajar Matematika Tinggi .....	163

C. Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa dengan Minat Belajar	
Matematika Sedang .....	165
BAB VI PENUTUP .....	168
A. Simpulan .....	168
B. Saran .....	169
DAFTAR RUJUKAN .....	170
LAMPIRAN .....	174
RIWAYAT HIDUP .....	239

## DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Orisinalias Penelitian .....	14
Tabel 2.1 Indikator Pemahaman Konsep .....	26
Tabel 2.2 Substitusi Nilai $x$ untuk $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ , Mendekati 2 dari Kiri dan Kanan. ....	27
Tabel 2.3 Substitusi Nilai $x$ untuk Fungsi $f(x)$ , dengan $x$ Mendekati 1 dari Kiri dan Kanan. ....	29
Tabel 3.1 Klasifikasi Minat Belajar .....	41
Tabel 3.2 Kisi-kisi Angket Minat Belajar .....	42
Tabel 3.3 Skor dan Skala Bertingkat <i>Likert</i> .....	43
Tabel 3.4 Perhitungan Skor Tertinggi pada Pengisian Angket Minat Belajar .....	44
Tabel 3.5 Perhitungan Skor Terendah pada Pengisian pada Angket Minat Belajar .....	44
Tabel 3.6 Kisi-kisi Instrumen Penelitian .....	48
Tabel 4.1 Skor Hasil Angket Minat Belajar .....	52
Tabel 4.2 Subjek Penelitian .....	53
Tabel 4.3 Penguasaan Subjek Terhadap Indikator Pemahaman Konsep .....	160

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Definisi Umum Limit Fungsi .....	27
Gambar 2.2 Teorema Limit Kanan dan Limit Kiri .....	28
Gambar 2.3 Grafik $f(x)$ untuk $x$ Mendekati 1 .....	30
Gambar 2.4 Teorema Substitusi .....	31
Gambar 2.5 Kerangka Konseptual .....	39
Gambar 3.1 Rumus Penskoran Hasil Tes Objektif .....	42
Gambar 3.2 Rumus Menentukan Distribusi Kelompok.....	42
Gambar 3.3 Diagram Alir Penyusunan Instrumen Soal Tes .....	47
Gambar 3.4 Diagram Alir Penyusunan Pedoman Wawancara .....	48
Gambar 3.5 Diagram Alir Pengelompokan Subjek Penelitian.....	49
Gambar 4.1 Jawaban Soal Nomor 4 S1 .....	54
Gambar 4.2 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 1 S1 .....	55
Gambar 4.3 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 1 S1 .....	56
Gambar 4.4 Jawaban Soal Nomor 2 S1 .....	57
Gambar 4.5 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 3 S1 .....	59
Gambar 4.6 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 3 S1 .....	59
Gambar 4.7 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 5 S1 .....	61
Gambar 4.8 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 3 S1 .....	62
Gambar 4.9 Tabel Nilai Soal Nomor 3 S1 .....	64
Gambar 4.10 Jawaban Soal Nomor 4 S1 .....	65
Gambar 4.11 Jawaban Soal Nomor 5 S1 .....	68
Gambar 4.12 Jawaban Soal Nomor 6 S1 .....	69

Gambar 4.13 Tabel Nilai Soal Nomor 6 S1 .....	71
Gambar 4.14 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit $x = 1$ S2 .....	72
Gambar 4.15 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S2 .....	73
Gambar 4.16 Tulisan S2 Pada Sesi Wawancara .....	74
Gambar 4.17 Jawaban Soal Nomor 1 S2 .....	75
Gambar 4.18 Jawaban S1 Untuk Soal Nomor 2 .....	76
Gambar 4.19 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 3 S2 .....	77
Gambar 4.20 Jawaban Soal Nomor 5 S2 .....	79
Gambar 4.21 Jawaban Soal Nomor 3 S2 .....	80
Gambar 4.22 Tabel Nilai Soal Nomor 3 S2 .....	81
Gambar 4.23 Jawaban Soal Nomor 4 S2 .....	82
Gambar 4.24 Jawaban Soal Nomor 5 S2 .....	85
Gambar 4.25 Jawaban Soal Nomor 6 S2 .....	86
Gambar 4.26 Revisi Jawaban Soal Nomor 6 S2 .....	87
Gambar 4.27 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit $x = 1$ S3 .....	88
Gambar 4.28 Cuplikan Jawaban S3 Untuk Soal Nomor 1 .....	90
Gambar 4.29 Notasi Limit $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ S3 .....	90
Gambar 4.30 Jawaban Soal Nomor 1 S3 .....	91
Gambar 4.31 Jawaban Soal Nomor 2 S3 .....	92
Gambar 4.32 Penyelesaian Soal Nomor 3 Dengan Pemfaktoran S3 .....	93
Gambar 4.33 Jawaban Soal Nomor 3 S3 .....	93
Gambar 4.34 Jawaban Soal Nomor 4 S3 .....	97
Gambar 3.35 Jawaban Soal Nomor 4 Dengan Pemfaktoran S3 .....	99
Gambar 4.36 Jawaban Soal Nomor 5 S3 .....	100

Gambar 4.37 Jawaban Soal Nomor 6 S3 .....	101
Gambar 4.38 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit $x = 1$ S4.....	103
Gambar 4.39 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S4.....	104
Gambar 4.40 Notasi Limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ S4.....	105
Gambar 4.41 Jawaban Soal Nomor 1 S4 .....	106
Gambar 4.42 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 2 S4.....	106
Gambar 4.43 Jawaban Soal Nomor 3 S4 .....	108
Gambar 4.44 Jawaban Soal Nomor 5 S4 .....	109
Gambar 4.45 Jawaban Soal Nomor 4 S4 .....	112
Gambar 4.46 Jawaban Soal Nomor 2 S4 .....	113
Gambar 4.47 Tabel Nilai Soal Nomor 5 S4.....	115
Gambar 4.48 Jawaban Soal Nomor 6 S4 .....	117
Gambar 4.49 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit $x = 1$ S5.....	119
Gambar 4.50 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S5.....	120
Gambar 4.51 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 1 S5.....	121
Gambar 4.52 Jawaban Soal Nomor 1 S5 .....	121
Gambar 4.53 Jawaban Soal Nomor 2 S5 .....	123
Gambar 4.54 Jawaban Soal Nomor 3 S5 .....	124
Gambar 4.55 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S5.....	128
Gambar 4.56 Jawaban Soal Nomor 2 S5 .....	129
Gambar 4.57 Jawaban Soal Nomor 5 S5 .....	131
Gambar 4.58 Jawaban Soal Nomor 6 S5 .....	132
Gambar 4.59 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit $x = 1$ S6.....	134
Gambar 4.60 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S6.....	135

Gambar 4.61 Notasi Limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ S6.....	136
Gambar 4.62 Jawaban Soal Nomor 1 S6 .....	136
Gambar 4.63 Jawaban Soal Nomor 2 S6 .....	147
Gambar 4.64 Jawaban Soal Nomor 3 S6 .....	139
Gambar 4.65 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S6.....	142
Gambar 4.56 Jawaban Soal Nomor 2 S6 .....	143
Gambar 4.67 Jawaban Soal Nomor 5 S6 .....	145
Gambar 4.58 Jawaban Soal Nomor 6 S6 .....	146

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Surat Izin Penelitian.....	174
Lampiran 2 Daftar Hadir Siswa Penelitian .....	175
Lampiran 3 Lembar Validasi Angket Minat Belajar.....	178
Lampiran 4 Angket Minat Belajar .....	184
Lampiran 5 Hasil Skor Angket .....	186
Lampiran 6 Lembar Validasi Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi .....	185
Lampiran 7 Jawaban S1 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi.....	187
Lampiran 8 Jawaban S2 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi.....	190
Lampiran 9 Jawaban S3 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi.....	193
Lampiran 10 Jawaban S4 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi.....	195
Lampiran 11 Jawaban S5 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi.....	197
Lampiran 12 Jawaban S6 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi.....	200
Lampiran 13 Cuplikan <i>Think Aloud</i> S1 .....	203
Lampiran 14 Cuplikan <i>Think Aloud</i> S2 .....	204
Lampiran 15 Cuplikan <i>Think Aloud</i> S3 .....	206
Lampiran 16 Cuplikan <i>Think Aloud</i> S4 .....	207
Lampiran 17 Cuplikan <i>Think Aloud</i> S5 .....	208
Lampiran 18 Cuplikan <i>Think Aloud</i> S6 .....	209
Lampiran 19 Transkrip Wawancara S1 .....	210
Lampiran 20 Transkrip Wawancara S2 .....	214
Lampiran 21 Transkrip Wawancara S3 .....	219
Lampiran 22 Transkrip Wawancara S4 .....	225
Lampiran 23 Transkrip Wawancara S5 .....	229

Lampiran 24 Transkrip Wawancara S6 .....	234
Lampiran 25 Foto .....	238

## ABSTRAK

**Yaqin, Moh. R. K.** 2023. *Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XII Berdasarkan Minat Belajar Matematika*, Skripsi, Program Studi Tadris Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing Skripsi: Arini Mayan Faa'ani, M.Pd.

**Kata Kunci** : Pemahaman Konsep, Limit Fungsi, Minat Belajar

Penelitian ini dilatarbelakangi pentingnya pemahaman konsep limit fungsi siswa dilihat dari minat belajar matematika. Dengan adanya pemahaman konsep akan membuat ingatan jangka panjang, siswa bukan sekedar menghafal, dan pembelajaran yang efektif, karena pembelajaran matematika umumnya saling terkait antar materi. Dalam kalkulus, atau pengkajian limit, tidak hanya dipelajari pada jenjang perguruan tinggi, tetapi sudah mulai diajarkan pada jenjang SMA sederajat, sehingga pemahaman konsep limit fungsi menjadi penting untuk dimiliki siswa dalam belajar matematika. Faktor internal yang mempengaruhi pemahaman konsep salah satunya adalah minat belajar, minat yang besar merupakan modal yang penting dalam mencapai tujuan yang diinginkan, sehingga minat belajar sangat dibutuhkan dalam menunjang proses pembelajaran. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar matematika dengan kategori sangat tinggi, tinggi serta sedang.

Penelitian ini merupakan jenis penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Subjek penelitian adalah 6 siswa kelas XII MIPA 1 MAN 2 Malang. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah dengan pemberian angket minat belajar, soal tes, *think aloud*, serta wawancara semi terstruktur. Analisis data yang digunakan berupa reduksi, penyajian serta penarikan kesimpulan data.

Hasil Penelitian ini menunjukkan adanya ketercapaian indikator pemahaman konsep yang berbeda oleh siswa dari masing-masing kategori minat belajar: (1) siswa dengan minat belajar sangat tinggi mampu menguasai 9 atau semua indikator pemahaman konsep limit fungsi, (2) siswa dengan minat belajar tinggi mampu menguasai 6 indikator dan ada juga yang hanya mampu menguasai 4 indikator pemahaman konsep limit fungsi, (3) siswa dengan minat belajar sedang tidak dapat menguasai satupun indikator pemahaman konsep limit fungsi, tetapi ada juga yang dapat menguasai 3 indikator saja, yaitu dalam aspek mengaplikasikan konsep limit.

## ABSTRACT

**Yaqin, Moh. R. K.** 2023. *Understanding of the Concept of Function Limits in Class XII Students Based on Interest in Learning Mathematics*, Thesis, Department of Mathematic Education, Faculty of Education and Teacher Training, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisor: Arini Mayan Faa'ani, M.Pd

**Keyword:** Conceptual Understanding, function limits, learning interest

This research is motivated by the importance of understanding the concept of function limits for students seen from their interest in learning mathematics. Understanding concepts will create long-term memory, students will not just memorize, and learning will be effective, because mathematics learning is generally interrelated between materials. Calculus or the science of studying limits is not only studied at university level, but has started to be taught at high school level and equivalent, so understanding the concept of function limits is important for students to have when studying mathematics. One of the internal factors that influences understanding of concepts is interest in learning. Great interest is an important capital in achieving the desired goals, so interest in learning is very necessary to support the learning process. This research aims to describe the understanding of the concept of function limits for class XII students whose interest in learning mathematics is in the very high, high and medium categories.

This research is a type of descriptive research with a qualitative approach. The research subjects were 6 students of class XII MIPA 1 MAN 2 Malang. The data collection technique used was by administering a learning interest questionnaire, test questions, think aloud, and semi-structured interviews. The data analysis used is in the form of data reduction, data presentation and drawing conclusions.

The research results show that there are indicators of different conceptual understanding achieved by students from each category of learning interest: (1) students with very high interest in learning are able to master 9 or all indicators of understanding the concept of function limits, (2) students who have a high interest in learning are able to master 6 indicators and there are also those who are only able to master 4 indicators of understanding the concept of function limits, (3) students with moderate interest in learning cannot master just one indicator of understanding the concept of function limits, but there are also those who only master 3 indicators, namely the aspect of applying the concept of limits.

## مستخلص البحث

يقين، محمد. ر.ح. ٢٠٢٣. فهم مفهوم الحدود الوظيفية لطلاب الفصل الثاني عشر بناءً على اهتمام بدراسة الرياضيات. بحث جامعي. قسم تعليم الرياضيات، كلية التربية وتدريب المعلمين، جامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. مشرف: أربني ميان فعاني، الماجستير.

الكلمات الأساسية: فهم المفهوم، الحدود الوظيفية، اهتمامات التعلم.

الدافع وراء هذا البحث هو أهمية فهم مفهوم حدود وظائف الطلاب من خلال اهتمامهم بتعلم الرياضيات. من خلال فهم المفهوم، فإنه سيخلق ذاكرة طويلة المدى، ولن يحفظ الطلاب فقط، بل سيتعلمون بشكل فعال، لأن تعلم الرياضيات مترابط بشكل عام بين المواد. لا يتم دراسة حساب التفاضل والتكامل، أو دراسة الحدود، على المستوى الجامعي فحسب، بل بدأ تدريسه في المدارس الثانوية والمستويات المماثلة، لذا فإن فهم مفهوم حدود الوظائف أمر مهم للطلاب عند دراسة الرياضيات. من العوامل الداخلية التي تؤثر على فهم المفاهيم هو الاهتمام بالتعلم، فالاهتمام الكبير هو رأس مال مهم في تحقيق الأهداف المرجوة، لذا فإن الاهتمام بالتعلم مطلوب بالفعل لدعم عملية التعلم. يهدف هذا البحث إلى وصف فهم مفهوم حدود الوظائف لدى طلاب الصف الثاني عشر المهتمين بتعلم الرياضيات في الفئات العالية جداً والعالية والمتوسطة.

هذا البحث هو نوع من البحث الوصفي ذو المنهج النوعي. كان موضوع البحث ٦ طلاب من الفصل الثاني عشر في تخصيص العلوم الطبيعية مدرسة العالية الإسلامية الحكومية الثانية مالانج. أسلوب جمع البيانات المستخدم هو عن طريق إدارة استبيانات اهتمامات التعلم، وأسئلة الاختبار، فكر بصوت عالٍ، بالإضافة إلى المقابلات شبه المنظمة. تحليل البيانات المستخدم يكون في شكل تقليل البيانات وعرضها واستخلاص النتائج.

تظهر نتائج هذا البحث أن هناك مؤشرات لفهم المفاهيم المختلفة التي يحققها الطلاب من كل فئة من فئات الاهتمام بالتعلم، فالطلاب ذوي الاهتمام العالي جداً بالتعلم لديهم فهم أفضل لمفهوم حدود الوظائف من الطلاب ذوي الاهتمام العالي والمتوسط بالتعلم ويتم قياس ذلك بناءً على ٩ مؤشرات لفهم مفهوم حدود الوظائف: (١) الطلاب الذين لديهم اهتمام كبير جداً بالتعلم قادرون على إتقان ٩ أو جميع مؤشرات فهم مفهوم الحدود الوظيفية، (٢) الطلاب ذوي الاهتمام العالي بالتعلم قادرون على إتقان ٦ مؤشرات وهناك أيضاً من لا يتمكن إلا من إتقان ٤ مؤشرات لفهم مفهوم الحدود الوظيفية، (٣) لا يستطيع الطلاب ذوو الاهتمام المتوسط بالتعلم إتقان مؤشر واحد لفهم مفهوم الحدود الوظيفية، ولكن هناك أيضاً من يستطيع إتقان ٣ مؤشرات فقط، وهي في جانب تطبيق مفهوم الحدود الوظيفية.

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **A. Latar Belakang Masalah**

Pemahaman merupakan kemampuan yang dibutuhkan oleh siswa dalam mempelajari simbol-simbol, rumus dan operasi dalam matematika yang diajarkan di sekolah. Kurikulum 2013 sudah mencantumkan pula salah satu tujuan dalam pembelajaran matematika adalah pemahaman konsep matematis (Fadmawarni dkk., 2020). Sejalan dengan Permendiknas No.22 Tahun 2006, salah satu tujuan pembelajaran matematika adalah terwujudnya siswa yang memiliki kemampuan pemahaman konsep matematika. Apabila siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep suatu materi maka siswa akan kesulitan dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan materi tersebut. Sehingga siswa harus memahami konsep matematika terlebih dahulu agar dapat menyelesaikan soal-soal dengan tepat dan mampu menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari (Herawati dkk., 2010).

Pemahaman berasal dari kata paham yang mempunyai arti mengerti dengan benar, pemahaman adalah kemampuan untuk mengerti dengan benar pengetahuan yang diperoleh atau dipelajarinya, kemudian pengetahuan tersebut dapat dijelaskan kembali (Kusmanto, 2014). Mengerti dengan benar berujuk pada mengetahui dengan akurat, mendalam dan komprehensif terhadap suatu konsep, informasi, situasi, atau masalah. Sehingga siswa yang yang dianggap mengerti dengan benar tidak hanya mengetahui suatu pengetahuan secara permukaan saja, tetapi juga dapat menguraikan makna yang lebih dalam, sehingga mampu

mengambil inti dari hal yang dipelajari. Mulyasa (2003) menyatakan bahwa pemahaman merupakan ke dalaman kognitif dan afektif yang dimiliki oleh seorang individu. Kedalaman kognitif berkaitan dengan kemampuan dalam menguraikan informasi menjadi beberapa bagian konsep, kemudian mengenali hubungan antar konsep tersebut dan menghubungkannya dengan pengetahuan yang sudah ada. Sedangkan ke dalaman afektif berkaitan dengan tanggapan sikap, emosi terhadap suatu pengetahuan, bagaimana tanggapan seseorang merasa terhadap informasi atau pengetahuan tersebut, apakah tertarik, antusias atau dengan perasaan tertentu yang lain. Seperti yang dikemukakan oleh Rosmawati dkk. (2021) pemahaman konsep merupakan suatu kemampuan penguasaan materi dan kemampuan siswa dalam menyerap, menguasai, menyimpulkan hingga mengaplikasikannya dalam pembelajaran matematika.

Siswa dikatakan sudah memahami konsep apabila siswa mampu mendefinisikan konsep, mengidentifikasi, memberi contoh dan bukan contoh, mengembangkan koneksi matematis antar berbagai ide (Kesumawati, 2008). Dapat disimpulkan dari beberapa pernyataan sebelumnya bahwa salah satu kemampuan dasar yang harus dimiliki dan unsur yang sangat penting oleh siswa dalam belajar matematika adalah pemahaman konsep. Selain itu dengan adanya pemahaman konsep yang membuat ingatan jangka panjang, karena siswa mempelajari secara mendalam bukan sekedar mempelajari dengan menghafal, sehingga berdampak pada pelaksanaan pembelajaran yang akan efektif, karena pembelajaran matematika yang umumnya saling terkait antar materi. Dalam bukunya, Kilpatrick dkk. (2001) menyebutkan ada 5 indikator pemahaman konsep matematis, diantara adalah: (1) menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari, (2) mengklasifikasikan objek-objek

sesuai dengan persyaratan yang membentuk konsep tersebut, (3) menerapkan konsep secara algoritmis, (4) memberikan contoh dan bukan contoh konsep yang telah dipelajari, dan (5) menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematika.

Banyak penelitian mengenai pemahaman konsep ini, dari penelitian Noviyana (2017) dan Syahbana (2013) menunjukkan tidak semua siswa memiliki kemampuan pemahaman konsep yang sama, hal ini diukur berdasarkan indikator pemahaman konsep. Di antaranya disebutkan bahwa hanya siswa yang memiliki kemampuan metakognisi tinggi memenuhi semua indikator pemahaman konsep. Lebih lanjut lagi dikatakan bahwa tidak semua siswa yang memiliki kemampuan tinggi dapat mengasai konsep dengan baik, penelitian oleh Febriana (2022) pada materi pola bilangan menunjukkan bahwa siswa berkemampuan tinggi dengan gaya kognitif *field independent* menguasai indikator pemahaman konsep yang lebih baik dari pada siswa yang berkemampuan tinggi dengan gaya kognitif *field dependent*. Kemampuan siswa dalam memahami suatu konsep matematika salah satunya dipengaruhi oleh kemampuan guru dalam menyampaikan sekaligus menjelaskan konsep-konsep dasar dari materi yang diajarkan (Hartati, 2021). Sebagian besar penelitian-penelitian tersebut berfokus pada pemahaman konsep dengan dipadukan pada aspek kognitif siswa baik itu dari gaya kognitif ataupun kemampuan metakognitif, penelitian dengan topik pemahaman konsep ini dirasa masih relevan untuk dikaji, terlihat dari beberapa kurun waktu terakhir terdapat banyak penelitian tentang pemahaman konsep dilakukan.

Penguasaan siswa terhadap konsep dasar perlu diperhatikan dalam pembelajaran, setiap siswa sebenarnya sudah mempunyai konsep awal (prakonsepsi)

melalui pengalaman dari pembelajaran yang sudah didapat sebelumnya (Wijayanti dkk., 2018). Selanjutnya, salah satu topik bahasan matematika adalah kalkulus, disebutkan juga bahwa kalkulus merupakan pengkajian tentang limit (Dale Verberg dkk., 2008). Terlebih lagi materi limit sudah diajarkan pada jenjang SMA sederajat, sehingga pemahaman mengenai konsep awal ini sangat penting untuk ditanamkan. Limit didefinisikan sebagai nilai suatu fungsi  $f$  akan mendekati suatu nilai tertentu jika  $x$  mendekati nilai tertentu. Berikut adalah definisi limit yang akan menjadi fokus di dalam penelitian ini, yakni definisi limit kanan dan limit kiri. Menurut Verberg dkk., (2008) dalam bukunya, jika  $x$  mendekati  $a$  dari kiri mengakibatkan  $f(x)$  mendekati  $L$ , maka dituliskan dengan  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ , selanjutnya untuk  $x$  mendekati  $a$  dari kanan mengakibatkan  $f(x)$  mendekati  $L$ , maka dituliskan dengan  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ .

Penelitian tentang pemahaman konsep limit fungsi ini menjadi menarik karena materi limit fungsi merupakan salah satu materi dasar dalam kalkulus yang sudah diajarkan pada tingkat SMA sederajat. Jusri (2020) dalam penelitiannya menunjukkan bahwa salah satu materi yang dianggap sulit oleh sebagian siswa adalah limit fungsi. Dalam penelitian Wabula dkk. (2017) menunjukkan hal yang sama, ditunjukkan dengan hampir keseluruhan siswa salah dalam menjawab soal limit fungsi yang diberikan. Berdasarkan Sudirman (2013), kesulitan-kesulitan yang dialami siswa dalam materi limit diantaranya karena siswa tidak memahami nilai fungsi, kesulitan memfaktorkan, dan terbiasa menggunakan kalkulator, selain itu siswa juga perlu menguasai teorema-teorema limit serta menguasai materi prasyarat lainnya. Kesulitan yang dialami siswa mengakibatkan siswa melakukan berbagai kesalahan ketika menyelesaikan atau memahami perintah dalam soal limit

fungsi. Selain itu, Robiah (2020) dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa kesulitan-kesulitan siswa dalam mengerjakan soal limit fungsi diantaranya adalah kesulitan dalam mempelajari konsep, kesulitan menerapkan prinsip yaitu dalam mengaitkan konsep antar materi, kesulitan dalam menyelesaikan masalah verbal. Selaras dengan pendapat Robiah, berdasarkan observasi pendahuluan peneliti kepada guru mata pelajaran matematika di MAN 2 Malang pada tanggal 29 April 2023, dihasilkan data bahwa bahwa pada pengerjaan soal materi limit fungsi masih terdapat siswa yang kesulitan dalam menyelesaikan soal yang membutuhkan penyelesaian tingkat lanjut, hal ini ada kaitannya dengan kurangnya pemahaman konsep limit dari beberapa siswa tersebut.

Dalam proses belajar terdapat faktor internal yang mempengaruhi kemampuan belajar diantaranya seperti minat belajar, motivasi belajar, karakteristik atau gaya belajar dan sebagainya (Permana, 2016). Lebih lanjut Aunurrahman menyebutkan (dalam Maghfiroh, 2021), bahwa faktor-faktor internal tersebut juga mempengaruhi pemahaman konsep siswa, selain juga dari faktor eksternal yang ada di lingkungan sekitar seperti teman dan keluarga. Sebagaimana dalam sejumlah penelitian (Fadmawati dkk., 2017; Rosmawati & Sritresna, 2021; Winata & Fitriani, 2020) menunjukkan bahwa faktor internal, diantaranya seperti keyakinan diri dan minat dalam pembelajaran matematika akan mempengaruhi siswa dalam memahami konsep dari topik matematika yang dipelajari. Minat belajar merupakan salah satu unsur kepribadian yang memegang peranan penting dalam proses belajar (Komariyah dkk., 2018). Sehingga salah satu hal penting yang mendorong kemajuan siswa dan menunjang dalam proses pembelajaran adalah minat dalam belajar. Dahyono mengatakan (dalam Komariyah dkk., 2018), bahwa

minat yang besar terhadap sesuatu merupakan modal yang besar, maksudnya dalam mencapai tujuan yang diminati serta pada kenyataan bahwa prestasi siswa akan lebih optimal apabila memiliki minat yang besar terhadap pelajaran yang diajarkan. Kondisi tersebut akan berlaku sama terhadap mata pelajaran matematika, apabila siswa mempunyai minat yang besar terhadap mata pelajaran matematika, maka ia ingin mengetahui secara mendalam materinya sampai memahaminya, sehingga akan tercapai hasil belajar yang lebih baik (Fimansyah, 2015).

Dengan minat belajar yang kuat, diharapkan siswa lebih mudah dalam mempelajari materi yang diajarkan. Menurut Djamarah dalam Meyanti dkk. (2019) indikator minat belajar diantaranya adalah perasaan senang, pernyataan lebih menyukai, adanya rasa ketertarikan, adanya kesadaran dalam belajar, berpartisipasi aktif dalam aktivitas belajar dan memberikan perhatian. Minat belajar sangat dibutuhkan ada pada siswa agar bisa menunjang proses pembelajaran. Sehingga dapat disimpulkan jika siswa memiliki minat belajar yang tinggi, tentu proses pembelajaran akan semakin lancar dan pemahaman siswa akan meningkat. Berdasarkan pemaparan permasalahan diatas serta hasil observasi pendahuluan, untuk mengetahui pemahaman konsep siswa terhadap materi limit fungsi, peneliti terdorong untuk melakukan suatu penelitian dengan judul “Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XII berdasarkan Minat Belajar Matematika”

## **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka penelitian ini memiliki rumusan masalah diantaranya:

1. Bagaimanakah pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar matematika sangat tinggi?

2. Bagaimanakah pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar matematika tinggi ?
3. Bagaimanakah pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar matematika sedang?

### **C. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk mendeskripsikan pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar matematika sangat tinggi.
2. Untuk mendeskripsikan pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar matematika tinggi.
3. Untuk mendeskripsikan pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar matematika sedang.

### **D. Manfaat Penelitian**

Berdasarkan tujuan penelitian, maka manfaat dari penelitian yang diharapkan oleh peneliti adalah sebagai berikut:

1. Manfaat Teoritis

Secara teoritis, penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai sumber informasi tentang bagaimana pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII berdasarkan minat belajar. Khususnya dalam penelitian studi matematika diharapkan dapat menyumbang pemikiran dan wawasan mengenai topik pemahaman yang sama.

## 2. Manfaat Praktis

### a. Bagi Peneliti

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memperoleh tambahan wawasan dan pengalaman secara langsung tentang pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII berdasarkan minat belajar sehingga dapat digunakan sebagai bekal dalam terjun ke dunia pendidikan.

### b. Bagi Guru

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat dijadikan sebagai salah satu referensi, sebagai bahan pertimbangan dalam melakukan pembelajaran matematika dengan mencermati minat belajar siswa. Kemudian guru dapat menyesuaikan kondisi siswa pada saat pembelajaran, sehingga siswa dapat memahami konsep dengan baik sesuai tujuan pembelajaran.

### c. Bagi Lembaga

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pertimbangan dalam menentukan kebijakan proses pembelajaran matematika di sekolah.

## **E. Orisinalitas Penelitian**

Penelitian mengenai pemahaman konsep pada materi limit fungsi serta minat belajar sebelumnya telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Penelitian yang relevan dengan penelitian ini adalah:

1. Skripsi berjudul “Analisis Kesulitan Pemahaman Konsep Matematika dalam Menyelesaikan Soal Limit Fungsi pada Siswa Kelas XII SMA Negeri 1 Gowa” oleh Jusri dari Universitas Muhammadiyah Makassar tahun 2020. Latar belakang penelitian ini adalah tidak tuntasnya pembelajaran matematika di kelas, dikarenakan siswa mengalami

kesulitan dalam pembelajaran khususnya pada materi limit fungsi. Sehingga dilaksanakan penelitian tentang kesulitan pemahaman konsep matematika dalam menyelesaikan soal limit fungsi siswa kelas XII SMA Negeri 1 Gowa. Hasil dari penelitian ini menunjukkan adanya beberapa kelompok siswa yang diklasifikasikan berdasarkan indikator pemahaman konsep serta tingkat kesulitan yang dialami. Diantaranya subjek tinggi yang disebutkan memiliki 3 kesulitan, lalu subjek sedang yang memiliki 5 kesulitan serta subjek rendah memiliki 6 kesulitan dalam pengerjaan soal limit fungsi, sehingga dalam penelitian ini secara umum telah menjelaskan pemahaman konsep siswa dengan berbagai kriteria kesulitannya. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian yang akan dilakukan adalah ditinjau dari minat belajar siswa.

2. Artikel penelitian yang berjudul "Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa ditinjau dari Minat Belajar dan Gender" oleh Rahmat Winata & Rizki Nurhana Friantini pada tahun 2020. Pada observasi pendahuluan diketahui bahwa siswa di kelas X IIS SMA Negeri 1 Jelimpo belum dapat memahami dan menjelaskan konsep pada materi sistem persamaan dan pertidaksamaan linear dengan benar, selain itu siswa juga belum bisa memberikan contoh dengan tepat mengenai materi tersebut. Salah satu faktor yang mempengaruhi kemampuan pemahaman konsep adalah gender. Istilah gender digunakan untuk menjelaskan perbedaan laki-laki dan perempuan yang mempunyai sifat termasuk berbeda dalam memecahkan masalah. Sehingga penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kemampuan

pemahaman konsep siswa kelas X IIS SMA Negeri 1 Jelimpo tahun ajaran 2018/2019 berjenis kelamin laki-laki dan perempuan yang mempunyai minat belajar tinggi, sedang, dan rendah. Hasil dari penelitian ini terlihat adanya persamaan kemampuan pemahaman konsep siswa antara laki-laki dan perempuan di tingkat minat belajar tinggi, sementara untuk tingkat minat belajar sedang dan rendah terdapat perbedaan, siswa laki-laki mempunyai pemahaman yang sedikit lebih baik dibanding siswa perempuan. Perbedaan penelitian oleh Rahmat Winata & Rizki Nurhana Friantini dengan penelitian yang akan dilakukan adalah pada tinjauan yang hanya dilihat dari segi minat belajar, serta di lakukan pada materi limit fungsi.

3. Artikel penelitian yang berjudul "Analisis Pemahaman Matematis pada Materi Bentuk Aljabar dari Aspek *Self efficacy* Siswa" oleh Indah Pratiwi Fadmawarni dkk. pada tahun 2020. Latar belakang penelitian ini salah satunya didasarkan pendapat Fitri (2017), bahwa masih rendahnya keyakinan diri siswa dalam pembelajaran matematika, hal ini berdasarkan dari sebagian besar siswa yang mengerjakan pekerjaan rumah (PR) dengan menyalin atau mencontoh tugas temannya. Di sisi lain pandangan diri siswa atas kemampuannya sendiri akan terus berulang selama proses belajar, menjadi sukar diubah ketika menjadi kebiasaan serta akan mempengaruhi kesuksesan siswa sendiri. Sementara itu hasil belajar akan tercapai secara optimal ketika terdapat keyakinan terhadap kemampuan diri sendiri. Sehingga dirasa perlu oleh peneliti menganalisis kemampuan pemahaman matematis siswa ditinjau dari aspek *self efficacy* siswa pada materi bentuk aljabar. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa berkemampuan tinggi memiliki *self efficacy* yang tinggi hal ini terlihat

dari terpenuhinya ketiga indikator kemampuan pemahaman matematis. Selanjutnya siswa dengan berkemampuan sedang memiliki *self efficacy* sedang, artinya siswa hanya mampu memenuhi beberapa indikator. Sedangkan Siswa berkemampuan rendah memiliki *self efficacy* rendah terlihat dari siswa tidak mampu semua indikator kemampuan pemahaman matematis. Perbedaan penelitian oleh Indah Pratiwi Fadmawarni dkk. dengan penelitian yang akan dilaksanakan oleh peneliti adalah kajian pada minat belajar siswa. Pemilihan subjek yang digunakan oleh Indah Pratiwi Fadmawarni dkk. menggunakan angket *Self efficacy* sedangkan pada penelitian ini menggunakan angket minat belajar. Serta dalam pengambilan data pada penelitian oleh Indah Pratiwi Fadmawarni dkk. tidak menggunakan teknik wawancara, sedangkan pada penelitian kali ini peneliti merasa perlu menggunakan teknik wawancara menggali informasi secara mendalam.

4. Makalah seminar pendidikan matematika yang berjudul "Analisis Pemahaman Konsep Limit Fungsi pada Siswa SMA berdasarkan Jenis Kelamin" oleh Darsih Wabula dkk. tahun 2017. Observasi awal oleh peneliti menunjukkan bahwa dari hasil ulangan harian limit fungsi hampir keseluruhan siswa baik laki-laki ataupun perempuan salah dalam menjawab soal, tetapi terdapat perbedaan dari segi langkah pengerjaan. Pada penelitian ini didasarkan pada pendapat bahwa perempuan lebih tertarik pada masalah masalah kehidupan yang praktis konkret, sedangkan laki-laki lebih tertarik pada segi yang abstrak. Sehingga antara siswa laki-laki dan perempuan mempunyai perbedaan dari segi sifat, watak dsb. Pemaparan tentang hal ini mempunyai tujuan memberikan gambaran tentang pemahaman konsep limit fungsi antara siswa laki-laki dan

siswa perempuan, selanjutnya dapat dijadikan rujukan sebagai tindak lanjut untuk pengembangan penelitian yang lebih lanjut. Simpulan dari makalah ini adalah terdapat perbedaan dalam memahami konsep limit di suatu titik, siswa laki-laki mempunyai pemahaman yang sedikit lebih baik daripada siswa perempuan walaupun jawaban dari keduanya sama-sama salah. Perbedaan tersebut antara lain dikarenakan pemahaman konsep yang masih kurang. Perbedaan makalah oleh Darsih Wabula dkk. dengan penelitian yang akan dilangsungkan oleh peneliti adalah dari pemilihan subjek penelitian yang didasarkan minat belajar matematika siswa.

5. Artikel penelitian yang berjudul "Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis ditinjau dari *Self Confidence* Siswa pada Materi Aljabar dengan Menggunakan Pembelajaran Daring" oleh Rd. Rina Rosmawati & Teni Sritresna tahun 2021. Latar belakang dari penelitian ini adalah masih banyaknya siswa yang mengalami kesulitan dalam memahami konsep, hal tersebut mengisyaratkan bahwa konsep-konsep matematika yang telah diajarkan masih kurang dipahami siswa. Dikatakan bahwa kemampuan pemahaman matematis siswa terutama pada materi bentuk aljabar masih rendah. Sedangkan *self confidence* adalah salah satu faktor penting dalam belajar, dikatakan bahwa percaya diri adalah langkah utama untuk kemajuan, pencapaian pembangunan, dan kesuksesan, termasuk itu kesuksesan dalam memahami suatu mata pelajaran. Sehingga dilakukan penelitian terhadap kemampuan pemahaman konsep matematis ditinjau dari *self confidence* siswa pada materi aljabar menggunakan pembelajaran daring di kecamatan Malangbong. Hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematis ditinjau dari

*self confidence* siswa berpengaruh dan berkaitan dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Hal ini dapat dilihat bahwa siswa yang memiliki *self confidence* tinggi lebih mampu menyelesaikan permasalahan pemahaman konsep matematis dibanding siswa yang memiliki *self confidence* sedang dan rendah. Perbedaan penelitian oleh Rd. Rina Rosmawati<sup>1</sup> & Teni Sritresna dengan penelitian yang akan dilangsungkan peneliti adalah pada materi yang dijadikan instrumen pengujian pemahaman konsep matematis serta ditinjau dari aspek minat belajar siswa.

6. Artikel penelitian yang berjudul "Peningkatan Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa melalui Penerapan Strategi Metakognitif" oleh Ali Syahbana pada tahun 2013. Penelitian ini didasarkan pada observasi awal berdasar pembelajaran metode numerik di semester sebelumnya, bahwa seringkali mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan perhitungan di mata kuliah metode numerik selama beberapa tahun terakhir, salah satunya adalah kesulitan dalam memahami/ menganalisis soal serta memahami konsep dasar. Kesulitan-kesulitan tersebut diperkirakan akan berulang di kelas VI.F yang rerata kemampuan mahasiswanya tergolong rendah. Sehingga penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan pemahaman konsep matematis mahasiswa dalam materi metode numerik melalui strategi metakognitif. Jenis penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas (PTK), sehingga akan dilihat perkembangan dari mahasiswa melalui beberapa siklus. Penelitian ini berhenti dalam 3 siklus, karena dirasa tujuan awal dari penelitian sudah terpenuhi seluruhnya. Pada siklus pertama dilakukan dalam 3 kali pertemuan, yang di setiap pertemuannya dosen memberikan soal tes,

pemaparan materi sembari memberikan stimulus dan bimbingan kepada mahasiswa sembari juga melakukan observasi kelas. Hasil dari siklus pertama ini memberikan gambaran bahwa kemampuan pemahaman matematis mahasiswa masih belum baik, sehingga dilanjutkan dengan melakukan siklus II. Pada siklus kedua ini berlangsung dalam 5 kali pertemuan, tindakan yang lain kurang lebih sama seperti pada siklus pertama. Hasilnya, beberapa indikator pemahaman konsep mengalami peningkatan signifikan, tetapi pada salah satu indikator mengalami penurunan, yaitu dalam mengaitan berbagai konsep matematika. Sehingga diperlukan perbaikan melalui tindakan berikutnya, yakni penerapan strategi metakognitif pada siklus III. Pada siklus III inilah peneliti menemukan keberhasilan, dilihat dari 4 indikator dengan capaian baik dan 1 indikator dengan kategori cukup, sehingga secara keseluruhan indikator pemahaman konsep matematis mahasiswa mencapai kriteria baik, dan dapat dikatakan berhasil.

Pada tabel 1.1 disajikan ringkasan informasi terkait orisinalitas penelitian.

**Tabel 1.1 Orisinalias Penelitian**

No.	Nama Peneliti, Judul, Tahun	Persamaan	Perbedaan	Orisinalitas
1.	Jusri, Analisis Kesulitan Pemahaman Konsep Matematika dalam Menyelesaikan Soal Limit Fungsi pada Siswa Kelas XII	Pembahasan tentang pemahaman konsep pada materi limit fungsi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penelitian oleh Jusri tidak berdasarkan minat belajar siswa</li> <li>• Subjek penelitian oleh Jusri adalah siswa kelas XII di SMA Negeri 1 Gowa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penelitian ini membahas mengenai pemahaman kosep siswa terhadap materi limit fungsi berdasarkan</li> </ul>

	SMA Negeri 1 Gowa, Skripsi, Universitas Muhammadiyah Makassar, tahun 2020		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pada hasil penelitian oleh Jusri lebih mengulas pada kesulitan yang dialami siswa saat mengerjakan soal limit fungsi dalam tiga kategori, tinggi, sedang dan rendah.</li> </ul>	<p>minat belajar matematika</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Subjek penelitian ini adalah siswa kelas XII MAN 2 Malang</li> <li>• Metode penelitian ini adalah deskriptif kualitatif</li> </ul>
2.	Rahmat Winata & Rizki Nurhana Friantini, Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa ditinjau dari Minat Belajar dan Gender, Jurnal, AlphaMath: Journal of Mathematics Education, tahun 2020	Pembahasan tentang pemahaman konsep dan ditinjau dari minat belajar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penelitian oleh Rahmat Winata &amp; Rizki Nurhana Friantini juga ditinjau dari segi gender</li> <li>• Subjek penelitian oleh Jusri adalah siswa kelas X IIS SMA Negeri 1 Jelimpo</li> <li>• Materi yang digunakan adalah Sistem Persamaan dan Pertidaksamaan Linear dengan benar</li> </ul>	
3.	Indah Pratiwi Fadmawarni dkk., Analisis Pemahaman Matematis Pada Materi Bentuk Aljabar dari Aspek <i>Self Efficacy</i> Siswa, Jurnal, Math	Pembahasan tentang pemahaman konsep	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penelitian oleh Indah Pratiwi Fadmawarni dkk., tidak berdasarkan minat belajar siswa</li> <li>• Subjek penelitian oleh Indah Pratiwi Fadmawarni dkk., adalah siswa kelas</li> </ul>	

	Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika, tahun 2020		VII-A di MTs Swasta Al-Munawwarahh <ul style="list-style-type: none"> <li>• Penelitian Indah Pratiwi Fadmawarni dkk.. tidak menggunakan teknik wawancara dalam mengumpulkan data</li> <li>• Materi yang digunakan adalah Aljabar</li> </ul>	
4.	Darsih Wabula dkk., Analisis Pemahaman Konsep Limit Fungsi Pada Siswa SMA berdasarkan Jenis Kelamin, Prosiding, Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika UNY, tahun 2017	Pembahasan tentang pemahaman konsep pada materi limit fungsi serta kesamaan subjek penelitian yaitu siswa tingkat SMA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penelitian oleh Darsih Wabula dkk., tidak ditinjau berdasarkan minat belajar siswa</li> </ul>	
5.	Rd. Rina Rosmawati1 & Teni Sritresna, Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis ditinjau dari Self Confidence Siswa pada	Pembahasan tentang pemahaman konsep	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penelitian oleh Darsih Wabula dkk., tidak berdasarkan minat belajar siswa</li> <li>• Dalam pengambilan sample penelitian oleh Rd. Rina</li> </ul>	

	<p>Materi Aljabar dengan Menggunakan Pembelajaran Daring, Jurnal, Plus Minus: Jurnal Pendidikan Matematika, tahun 2021</p>		<p>Rosmawati1 &amp; Teni Sritresna Rd salah satunya menggunakan <i>accidental sampling</i>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Materi yang digunakan adalah Aljabar</li> <li>• Subjek penelitian oleh Rd. Rina Rosmawati1 &amp; Teni Sritresna adalah siswa kelas VII dan VIII SLTP yang berada di beberapa sekolah di Kecamatan Malangbong, Kabupaten Garut.</li> </ul>
6.	<p>Ali Syahbana, Peningkatan Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa Melalui Penerapan Strategi Metakognitif, Jurnal, Edumatica: Jurnal Pendidikan Matematika, tahun 2013</p>	<p>Pembahasan tentang pemahaman konsep</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penelitian oleh Darsih Wabula dkk., tidak ditinjau berdasarkan minat belajar siswa</li> <li>• Subjek penelitian oleh Ali Syahbana adalah mahasiswa kelas VI.F Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Bengkulu</li> <li>• Jenis Penelitian oleh Ali Syahbana</li> </ul>

			<p>menggunakan penelitian tindakan kelas (PTK)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Materi yang digunakan adalah Metode Numerik</li> </ul>	
--	--	--	--	--

## F. Definisi Istilah

Berikut adalah definisi istilah-istilah yang perlu diperhatikan agar tidak salah dalam menginterpretasikan makna:

### 1. Pemahaman Konsep

Pemahaman merupakan ke dalaman kognitif yang dimiliki oleh seorang individu. Sedangkan konsep adalah gagasan-gagasan yang muncul dari proses mengamati informasi-informasi yang berkaitan dengan pengalaman atau pembelajaran. Pemahaman konsep dapat diartikan sebagai ke dalaman pengetahuan yang dimiliki oleh individu atau siswa dalam menguasai gagasan atau informasi dari hasil pengamatan selama pembelajaran lalu setelahnya mampu mendeskripsikan, membandingkan, dan menyimpulkan suatu gagasan tersebut untuk diterapkan dalam konteks atau permasalahan dalam pembelajaran.

### 2. Konsep Limit Fungsi

Limit Fungsi  $f(x)$ , dinotasikan dengan  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ . Nilai  $f(x)$  akan mendekati  $L$  apabila  $x$  mendekati  $a$  tetapi  $x \neq a$ , Sehingga limit dapat diartikan sebagai mendekati. Lalu untuk limit  $x$  mendekati  $a$  dari  $f(x)$  adalah  $L$ , apabila  $x$  mendekati  $a$  dari kiri mengakibatkan  $f(x)$  dekat dengan  $L$  atau dinotasikan dengan

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ , selanjutnya untuk  $x$  mendekati  $a$  dari kanan mengakibatkan  $f(x)$  juga dekat dengan  $L$  atau dinotasikan dengan  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ . Dengan kata lain suatu fungsi dapat dikatakan memiliki limit apabila antara limit kanan dan limit kirinya ada dan memiliki nilai yang sama.

### 3. Minat Belajar Matematika

Minat adalah ungkapan perasaan mengagumi, rasa ingin tahu dalam mempelajari atau memiliki sesuatu. Sedangkan belajar adalah sesuatu yang terjadi secara alami dalam mendapatkan pengetahuan (kognitif) atau keterampilan melalui proses belajar mengajar. Minat belajar siswa dapat diartikan sebagai rasa ketertarikan atau keingintahuan dalam mendapatkan pengetahuan (kognitif) atau keterampilan melalui proses belajar mengajar di sekolah. Jika siswa memiliki minat belajar yang tinggi, proses pembelajaran akan semakin lancar dan pemahaman siswa akan meningkat. Kondisi tersebut akan berlaku sama terhadap mata pelajaran matematika, apabila siswa mempunyai minat yang besar terhadap mata pelajaran matematika, maka ia ingin mengetahui secara mendalam sampai memahami, sehingga akan tercapai hasil belajar yang lebih baik

### G. Sistematika Penulisan

Sistematika pembahasan dalam penelitian skripsi merupakan tata urutan penulisan laporan. Adanya sistematika pembahasan dalam penelitian akan memudahkan peneliti dalam membuat laporan dan pembaca dapat dengan mudah memahami laporan penelitian. Berikut adalah sistematika penelitian skripsi ini:

## BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang latar belakang penelitian meliputi alasan peneliti memilih penelitian ini. Kemudian peneliti menuliskan fokus penelitian

dalam rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, orisinalitas penelitian, definisi istilah dan sistematika penulisan.

## **BAB II KAJIAN TEORI**

Pada bab kajian teori ini memuat uraian secara rinci tentang perspektif teori dan kerangka konseptual yang relevan berkaitan dengan tema penelitian. Pada penelitian ini akan dikaji teori tentang pemahaman, konsep, pemahaman konsep, limit fungsi dan minat belajar.

## **BAB III METODE PENELITIAN**

Pada bab metode penelitian peneliti akan menjelaskan pendekatan dan jenis penelitian yang digunakan, lokasi penelitian, subjek penelitian, data dan sumber data, instrumen penelitian, teknik pengumpulan data, analisis data, keabsahan data dan prosedur penelitian.

## **BAB IV PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN**

Pada bab ini peneliti akan memaparkan data hasil penelitian. Pemaparan data disampaikan secara deskriptif. Peneliti juga akan menguraikan deskripsi proses analisis hasil penelitian yang ada di lapangan.

## **BAB V PEMBAHASAN**

Pada bab ini Peneliti akan mendeskripsikan data penelitian dan melakukan integrasi dengan beberapa bahan dari data dengan beberapa teori. Peneliti akan memberikan tanggapan terhadap rumusan masalah penelitian berdasarkan penafsiran dengan mendeskripsikan data hasil penelitian.

## **BAB VI PENUTUP**

Pada bab terakhir ini, peneliti memberikan kesimpulan, saran-saran ataupun rekomendasi. Kesimpulan disajikan secara ringkas atas seluruh

penemuan penelitian yang ada hubungannya dengan masalah penelitian. Selanjutnya saran diberikan kepada guru dalam melakukan proses pembelajaran serta saran untuk peneliti sendiri atau peneliti lain mengenai langkah-langkah apa yang perlu diambil oleh pihak-pihak berkaitan dengan penelitian ini.

## **BAB II**

### **KAJIAN TEORI**

#### **A. Kajian Teori**

##### **1. Pemahaman Konsep**

Pemahaman merupakan kemampuan untuk mengerti pengetahuan yang diperoleh atau dipelajarinya, kemudian pengetahuan tersebut diingat sehingga dapat dijelaskan kembali serta mampu mengembangkan informasi tentang pengetahuan tersebut (Kusmanto, 2014). Selanjutnya, pemahaman adalah kemampuan siswa dalam mengerti isi suatu materi, konsep dasar, prinsip dan tata cara dalam menyelesaikan permasalahan yang dihadapi, kemampuan siswa menggunakan strategi penyelesaian terhadap suatu masalah yang disajikan (Alan & Afriansyah, 2017). Mulyasa (2003) menyatakan bahwa pemahaman merupakan kedalaman kognitif dan afektif yang dimiliki oleh seorang individu. Sedangkan menurut Diana dkk. (2020), pemahaman yaitu kemampuan dalam menerangkan suatu hal dengan kalimat berbeda dari informasi yang didapat tetapi dengan maksud yang sama. Sehingga dapat dikatakan bahwa siswa yang hafal belum tentu memiliki pemahaman, karena yang melekat dalam pikiran adalah apa yang dibaca atau yang dihafal saja. Oleh karena itu pemahaman bukan sekedar mengingat dan mengetahui saja, lebih dari itu pemahaman dapat diartikan sebagai kedalaman pengetahuan yang dimiliki oleh setiap siswa.

Konsep diartikan sebagai ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan sekumpulan objek (Kesumawati, 2008). Lalu konsep oleh Irawan (2015) dinyatakan sebagai satuan arti yang mewakili sejumlah objek yang

mempunyai ciri yang sama. Orang yang memiliki konsep dinilai mampu mengadakan abstraksi terhadap objek-objek yang dihadapi. Setiap kata atau kalimat yang masuk dalam pikiran akan dibawa untuk dirangkai lalu dikaitkan kata demi kata sehingga menjadi kalimat kesimpulan. Hal tersebut dapat memunculkan gagasan-gagasan yang berhubungan dengan kesimpulan yang ada di didalam pikiran, sehingga dapat disebut sebagai konsep. Bono menyatakan (dalam Maghfiroh, 2021) bahwa konsep merupakan hal yang penting dari proses berpikir dan sebagai komponen untuk berpikir positif. Dapat disimpulkan bahwa konsep adalah gagasan-gagasan yang muncul setelah mengamati atau memperoleh informasi yang berkaitan langsung dengan pengalaman sebelumnya.

Kilpatrick dkk. (2001) dalam bukunya menerangkan bahwa pemahaman konseptual mengacu pada pemahaman atas dari ide-ide matematika yang yang terintegrasi dan fungsional. Siswa dengan pemahaman konseptual akan mengerti mengapa ide matematika itu penting dan jenis konteks yang mana itu dapat diterapkan. Dengan adanya pemahaman konsep memungkinkan untuk mengkondisikan pengetahuan menjadi satu kesatuan yang koheren, dalam mempelajari ide-ide baru dengan menghubungkan ide-ide tersebut yang telah diketahui. Pemahaman konsep merupakan kemampuan siswa berupa penguasaan materi yang tidak sekedar mengetahui atau mengingat, namun siswa juga dapat mengungkapkan kembali dan dapat mengaplikasikan konsep sesuai dengan pengetahuan yang dimilikinya (Sanjaya, 2006). Siswa dikatakan sudah memahami konsep apabila siswa mampu mendefinisikan konsep, mengidentifikasi, memberi contoh dan bukan contoh, mengembangkan koneksi matematis antar berbagai ide,

memahami bagaimana ide-ide matematis saling berkaitan sehingga terbangun pemahaman yang menyeluruh (Kesumawati, 2008).

Pemahaman konsep merupakan kemampuan siswa dalam menguasai suatu konsep atau materi yang terindikasi dalam ranah kognitif, sehingga siswa yang memahami konsep akan mampu menjelaskan, mendeskripsikan, membandingkan, dan menyimpulkan suatu objek (Nadianti dkk., 2018). Menurut Waluya (dalam Ngandas dkk., 2019), pemahaman konsep merupakan salah satu kecakapan atau kemahiran yang sangat diperlukan dan perlu dicapai dalam mempelajari matematika. Selanjutnya seperti yang dikemukakan oleh Rosmawati dkk. (2021) bahwa kemampuan pemahaman konsep merupakan suatu kemampuan penguasaan materi dan kemampuan siswa dalam memahami, menyerap, menguasai, hingga mengaplikasikannya dalam pembelajaran matematika. Apabila siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep suatu materi maka siswa akan kesulitan dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan materi tersebut. Siswa harus memahami konsep matematika terlebih dahulu agar dapat menyelesaikan soal-soal dengan tepat dan mampu menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari (Herawati dkk., 2010). Berdasarkan pengertian-pengertian diatas, dapat disimpulkan pemahaman konsep adalah kedalaman pengetahuan yang dimiliki oleh siswa dalam menguasai gagasan atau informasi dari hasil pengamatan selama pembelajaran lalu setelahnya mampu mendeskripsikan, membandingkan, dan menyimpulkan suatu gagasan tersebut untuk diterapkan dalam konteks atau permasalahan dalam pembelajaran.

Indikator pemahaman konsep menurut kurikulum 2013 (dalam Azizah, 2021) diantaranya adalah sebagai berikut:

- a. Menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari.

- b. Mengklasifikasi objek-objek sesuai dengan persyaratan yang membentuk konsep tersebut.
- c. Mengidentifikasi sifat-sifat operasi atau konsep.
- d. Menerapkan konsep secara logis.
- e. Memberikan contoh atau contoh kontra (lawan contoh) dari konsep yang dipelajari.
- f. Menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis (tabel, grafik, diagram, sketsa, model matematika atau cara lainnya).
- g. Mengaitkan berbagai konsep dalam matematika maupun di luar matematika.
- h. Mengembangkan syarat perlu dan atau syarat cukup suatu konsep

Dalam buku oleh Kilpatrick dkk. (2001), disebutkan bahwa pemahaman konsep matematis ada 5, indikator-indikator tersebut adalah:

- a. Menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari. Bisa mendefinisikan kembali konsep dengan bahasa sendiri.
- b. Mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhinya atau tidak persyaratan yang membentuk konsep tersebut.
- c. Menerapkan konsep secara algoritma. Siswa mampu mengaplikasikan konsep yang telah dipelajari dalam penyelesaian soal.
- d. Memberikan contoh dan bukan contoh konsep yang telah dipelajari.
- e. Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematika. Siswa mampu menggambarkan konsep yang disajikan menjadi bentuk model matematika.

Berdasarkan indikator-indikator yang telah dipaparkan, indikator pemahaman konsep yang akan digunakan dalam penelitian ini sebagaimana tercantum dalam tabel 2.1 sebagai berikut.

**Tabel 2.1 Indikator Pemahaman Konsep**

No.	Aspek	Indikator
1.	Menyatakan ulang konsep	a. Mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri b. Menyatakan limit dengan simbol matematis
2.	Mengklasifikasikan limit dan mengidentifikasi sifat limit sesuai syarat terbentuknya konsep	a. Mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari b. Mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit c. Mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit
3.	Mengaplikasikan konsep	a. Menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit b. Menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit
4.	Menyajikan konsep dalam representasi matematis	a. Menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel b. Menyajikan limit fungsi dalam bentuk grafik

## 2. Materi Limit

Dalam buku kalkulus karangan Verberg dkk. (2008) disebutkan bahwa gagasan tentang limitlah yang membedakan kalkulus dengan cabang matematika yang lainnya, karena kalkulus dapat didefinisikan sebagai kajian tentang limit. Definisi limit secara umum dinyatakan dalam gambar 2.1.

**Definisi**

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ , artinya bilamana  $x$  dekat tetapi  
berlainan dari  $a$  ( $x \neq a$ ). maka  $f(x)$  dekat dengan  $L$

**Gambar 2.1 Definisi Umum Limit Fungsi**

Limit Fungsi  $f(x)$ , dinotasikan dengan  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ . Nilai  $f(x)$  akan mendekati  $L$  apabila  $x$  mendekati  $a$  tetapi  $x \neq a$ , Sehingga limit dapat diartikan sebagai mendekati. Maksudnya, apabila  $x$  mendekati  $a$  tetapi  $x$  tidak sama dengan  $a$ , maka  $f(x)$  akan mendekati suatu nilai yakni  $L$ . Pendekatan  $x$  ke  $a$  ini dapat diperhatikan dari dua sisi, yakni sebelah sisi kiri dan sisi sebelah kanan. Dengan kata lain bahwa  $x$  juga dapat mendekati  $a$  dari arah kiri dan arah kanan sehingga nantinya akan menghasilkan limit kiri dan limit kanan.

Misalnya, untuk fungsi  $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ , dengan  $x \neq 2$ . Fungsi  $f(x)$  tersebut terdefinisi untuk  $x$  di sekitar 2, tetapi tidak di  $x = 2$  karena pada di titik ini  $f(x) = \frac{0}{0}$ . Saat  $x$  mendekati 2,  $f(x)$  akan memiliki nilai. Jika disubstitusikan nilai-nilai  $x$  di sebelah kiri dari 2, nilainya akan mendekati 4, dan jika disubstitusikan nilai-nilai  $x$  di sebelah kanan dari 2, maka nilainya juga akan mendekati 4. Dinyatakan dalam tabel 2.2 sebagai berikut.

**Tabel 2.2 Substitusi Nilai  $x$  untuk  $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ , Mendekati 2 dari Kiri dan Kanan.**

	$x$ mendekati 2 dari kiri					$x$ mendekati 2 dari kanan			
$x$	1.7	1.8	1.9	1.999	2	2.001	2.1	2.2	2.3
$f(x)$	3.7	3.8	3.9	3.999	...	4.001	4.1	4.2	4.3

Maka dapat dikatakan nilai  $f(x)$  dekat ke 4, jika  $x$  mendekati 2 dari kiri dan  $x$  mendekati 2 dari kanan, atau dapat dinotasikan dengan  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{x-2} = 4$  dan  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-4}{x-2} = 4$ .

**Keterangan:**

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ , dibaca limit  $f(x)$  untuk nilai  $x$  yang mendekati  $a$  dari kanan ( $x > a$ )

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ , dibaca limit  $f(x)$  untuk nilai  $x$  yang mendekati  $a$  dari kiri ( $x < a$ )

Berdasarkan contoh dan simpulan tentang limit pada contoh soal  $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$  dengan  $x$  mendekati 2 tersebut, maka dapat dikatakan limit itu memiliki nilai apabila didekati dari kiri dan dari kanan memiliki nilai yang sama. Sebagaimana teorema limit kiri dan limit kanan pada gambar 2.2.

<p><b>Teorema Limit Kiri dan Limit Kanan</b></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L</math> (ada) jika dan hanya jika <math>\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L</math> dan <math>\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L</math></p>
--

**Gambar 2.2 Teorema Limit Kanan dan Limit Kiri**

Maksudnya, Jika  $x$  mendekati  $a$  dari kiri mengakibatkan  $f(x)$  mendekati  $L$ , atau dapat dinotasikan dengan  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ . Sedangkan untuk  $x$  mendekati  $a$  dari kanan juga mengakibatkan  $f(x)$  mendekati  $L$ , atau dapat dinotasikan dengan  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ . Karena  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ , maka dapat ditulis dengan  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ , Sehingga syarat limit dikatakan ada atau suatu fungsi itu memiliki limit adalah: (1) nilai limit kanannya ada, (2) nilai limit kirinya ada

dan (3) nilai limit kanan dan limit kirinya sama. Dengan kata lain, suatu fungsi tidak memiliki limit apabila tidak memenuhi salah satu dari 3 syarat. Sebagai contoh pada fungsi cabang pada contoh soal 1.

**Contoh Soal 1** :  $f(x) = \begin{cases} x^2; x \leq 1 \\ x + 2; x > 1 \end{cases}$

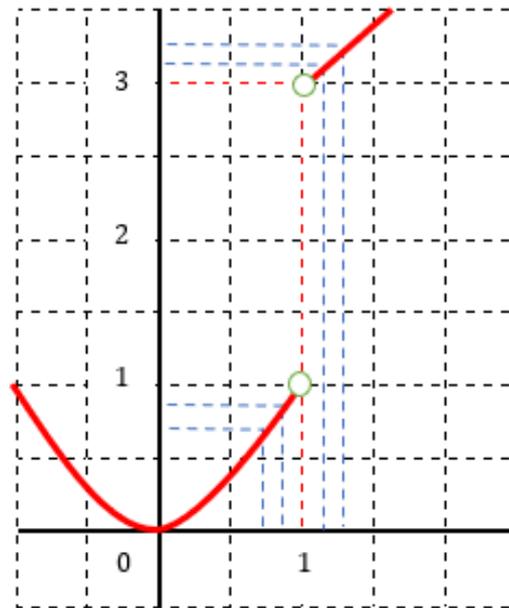
**Penyelesaian** :

Dinyatakan dalam tabel 2.3 merupakan substitusi nilai-nilai limit kanan dan limit kiri untuk  $f(x) = x + 2$  untuk  $x$  mendekati 1.

**Tabel 2.3 Substitusi Nilai  $x$  untuk Fungsi  $f(x)$ , dengan  $x$  Mendekati 1 dari Kiri dan Kanan.**

	$x$ mendekati 1 dari kiri						$x$ mendekati 1 dari kanan				
$x$	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99	1	1.01	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	0.36	0.49	0.64	0.81	0,9801	...	3.01	3.1	3.2	3.3	3.4

Pada tabel 2.3 terlihat untuk nilai-nilai  $x$  mendekati 1 dari kiri, nilai  $f(x)$  mendekati 1, atau dapat kita tuliskan sebagai  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$ . Tetapi untuk nilai-nilai  $x$  mendekati 1 dari kanan, nilai  $f(x)$  mendekati 3, sehingga dapat kita tuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$ . Dikarenakan limit kiri dan limit kanan tidak sama atau  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ , maka fungsi cabang  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1 dikatakan tidak ada limit. Nilai-nilai  $x$  pada tabel tersebut dapat disajikan dalam bentuk grafik, sebagaimana pada gambar 2.3.



**Gambar 2.3 Grafik  $f(x)$  untuk  $x$  Mendekati 1**

Dalam menyelesaikan suatu soal limit fungsi teorema substitusi digunakan untuk memperoleh penyelesaian limit dari sebuah fungsi. Untuk beberapa kasus fungsi polinom atau fungsi rasional, penyelesaian limit dapat didasarkan pada teorema substitusi sebagaimana pada gambar 2.4.

#### **Teorema Substitusi**

Jika  $f$  suatu polinom atau fungsi rasional, maka  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Asalkan  $f(c)$  terdefinisi. Dalam kasus fungsi rasional nilai penyebut di  $a$  tidak nol.

**Gambar 2.4 Teorema Substitusi**

Dalam menyelesaikan limit fungsi umumnya menggunakan metode substitusi nilai  $x$  ke fungsi  $f(x)$ . Setelah disubstitusikan, akan diperoleh nilai limitnya yang terbagi menjadi dua macam yaitu bentuk tentu dan bentuk tak tentu.

Hasil limit bentuk tentu =  $a \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{0} = \infty \cdot \frac{0}{b} = 0$ , dengan  $a, b \in \mathbb{R}$ . Hasil limit bentuk

tak tentu =  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, \infty^\infty$ , dengan  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Dengan menggunakan metode substitusi, jika didapatkan hasil bentuk tentu maka itulah merupakan hasilnya. Tetapi, jika diperoleh hasil tak tentu, maka perlu diselesaikan dengan difaktorkan atau dikalikan dengan sekawannya.

**Contoh Soal 2:** Tentukan penyelesaian limit-limit berikut!

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x^5 - 10x^4 - 13x + 3}{3x^2 - 6x - 8}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 7}{x + 2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2}$$

**Penyelesaian:**

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x^5 - 10x^4 - 13x + 3}{3x^2 - 6x - 8} = \frac{7(2)^5 - 10(2)^4 - 13(2) + 3}{3(2)^2 - 6(2) - 8} = -\frac{41}{8}, \text{ (bentuk tentu)}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 7}{x + 2} = \frac{3(-2) + 7}{-2 + 2} = \frac{1}{0} = \infty, \text{ (bentuk tentu)}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}, \text{ (bentuk tak tentu)}$$

Karena hasilnya merupakan bentuk tak tentu  $\left(\frac{0}{0}\right)$ , sehingga harus dilanjutkan ke langkah selanjutnya, dengan difaktorkan.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 1 + 1 = 2$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2} = \frac{\sqrt{2(2)} - 2}{2 - 2} = \frac{2 - 2}{2 - 2} = \frac{0}{0}, \text{ (bentuk tak tentu)}$$

Karena hasilnya merupakan bentuk tak tentu  $\left(\frac{0}{0}\right)$ , sehingga harus dilanjutkan ke langkah selanjutnya, dengan dikalikan sekawan.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2} \times \frac{\sqrt{2x} + 2}{\sqrt{2x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 4}{(x - 2)(\sqrt{2x} + 2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x - 2)}{(x - 2)(\sqrt{2x} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x} + 2} = \frac{2}{\sqrt{2(2)} + 2} = \frac{2}{2 + 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

### 3. Minat Belajar Matematika

Setiap siswa umumnya mempunyai ketertarikan atau minat dengan tiap-tiap mata pelajaran yang ada di sekolahnya. Minat belajar menjadi salah satu hal yang penting dan sangat diperlukan bagi siswa dalam melakukan aktivitas pembelajaran (Komariyah dkk., 2018). Minat belajar terdiri dari dua suku kata yaitu minat dan belajar. Menurut Djaali (2013) minat adalah ungkapan perasaan mengagumi, rasa ingin tahu dalam mempelajari atau memiliki sesuatu. Selanjutnya belajar menurut Pritchard (dalam Adnyana, K. S., & Yudaparmita, G. N.A, 2023), adalah sesuatu yang terjadi secara alami dalam mendapatkan pengetahuan (kognitif) atau keterampilan dengan melalui proses kegiatan belajar mengajar. Lalu Meyanti dkk.(2019) menyimpulkan bahwa minat belajar adalah adalah perhatian, rasa suka, ketertarikan seseorang (siswa) terhadap aktivitas belajar mengajar yang ditunjukkan melalui keantusiasan, partisipasi, dan keaktifan dalam belajar serta menyadari pentingnya kegiatan belajar mengajar tersebut.

Dalam proses belajar terdapat faktor internal yang mempengaruhi kemampuan belajar diantaranya seperti motivasi belajar, karakteristik atau gaya belajar dan termasuk itu adalah minat belajar (Permana, 2016). Selain itu terdapat juga faktor eksternal faktor internal, terdapat juga Dahyono mengatakan (dalam Komariyah dkk., 2018) bahwa minat yang besar terhadap sesuatu merupakan modal yang besar, maksudnya dalam mencapai/memperoleh tujuan yang diminati.

Pernyataan ini didasarkan pada kenyataan bahwa prestasi siswa akan lebih optimal apabila memiliki minat yang besar terhadap pelajaran yang di ajarkan. Hal tersebut akan berlaku sama tentunya terhadap mata pelajaran matematika, apabila seorang siswa mempunyai minat yang besar terhadap mata pelajaran matematika, maka ia ingin mengetahui secara mendalam materinya sampai ia memahaminya, sehingga ia akan mencapai hasil belajarnya yang lebih baik.

Urdu dan Turner (dalam Schunk dkk., 2012) berpendapat bahwa minat dapat dibagi menjadi dua macam, yaitu minat personal dan minat situasional. Suralega (2021) dalam bukunya juga menyebutkan hal yang sama, minat dibagi menjadi dua yakni minat pribadi dan minat situasional. Minat pribadi mempunyai sifat stabil, maksudnya minat ini bersifat relatif bertahan dalam jangka waktu yang lama. Minat pada suatu topik atau aktivitas akan menimbulkan rasa semangat dalam mempelajari topik atau aktivitas tersebut secara mendalam, termasuk itu dalam belajar matematika. Sedangkan minat situasional dapat berubah sewaktu-waktu karena dipengaruhi faktor lingkungan. Minat situasional dapat dikembangkan menjadi minat pribadi apabila dikembangkan serta difasilitasi dengan baik, misalnya guru dapat menyajikan pembelajaran yang menarik perhatian siswa sehingga menimbulkan rasa ingin tahu dalam belajar. Suralega (2014) dalam bukunya berpendapat bahwa minat pribadi lebih memiliki dampak dari pada minat situasional dalam pembelajaran, karena keterlibatannya lebih terasa dalam proses-proses kognitif yang efektif. Wozniak (dalam Schunk dkk., 2014), kegiatan yang sering dilakukan atau seringnya berinteraksi dengan suatu topik menjadikannya sebagai hal yang penting, maka minat dapat memberikan aktifitas atau topik tersebut memiliki nilai yang istimewa.

Dari beberapa definisi diatas terkait minat, belajar, minat belajar serta pentingnya minat belajar lingkungan sekolah/kelas, sehingga disimpulkan bahwa minat belajar siswa dapat diartikan sebagai rasa ketertarikan atau keingintahuan dalam mendapatkan pengetahuan (kognitif) atau keterampilan melalui proses belajar mengajar di sekolah. Seorang siswa hendaknya memiliki minat yang muncul dari dalam diri sendiri (faktor internal) dalam belajar. Menurut Djamarah dalam Meyanti dkk. (2019) indikator minat belajar diantaranya adalah perasaan suka/senang, pernyataan lebih menyukai, adanya rasa ketertarikan, adanya kesadaran dalam belajar tanpa menunggu perintah, berpartisipasi aktif dalam aktivitas belajar dan memberikan perhatian. Sedangkan menurut Slameto (dalam Basyari, 2013) menyebutkan ciri siswa yang mempunyai minat belajar diantaranya adalah sebagai berikut:

- a. Memiliki kecenderungan yang tetap untuk memperhatikan dan mengenang sesuatu yang sudah dipelajari secara terus menerus.
- b. Ada rasa suka dan senang pada sesuatu yang diminati.
- c. Mendapatkan suatu kebanggaan serta kepuasan pada sesuatu yang diminati.
- d. Ada rasa keterikatan pada sesuatu aktivitas atau sesuatu hal yang diminati.
- e. Lebih menyukai sesuatu hal yang menjadi minatnya daripada yang lainnya.
- f. Dimanifestasikan dengan berpartisipasi pada aktivitas dan kegiatan.

Berdasarkan indikator minat belajar yang telah dikemukakan, peneliti menyimpulkan beberapa aspek yang digunakan dalam penelitian ini diantaranya:

- a. Perasaan Senang

Perasaan senang merupakan keadaan emosional yang merujuk kepada hal-hal yang memberikan kebahagiaan, kenikmatan atau kegembiraan. Perasaan senang

yang dimiliki siswa pada mata pelajaran tertentu, matematika misalnya, menandakan adanya minat siswa dalam mempelajarinya. Tidak akan ada rasa terpaksa untuk belajar, tidak menjadi beban, sehingga dengan perasaan senang tersebut pelajaran tidak akan membosankan, juga kesan siswa yang baik terhadap guru, tidak menyengaja terlambat atau tidak hadir dalam mengikuti pembelajaran.

#### b. Ketertarikan

Ketertarikan terhadap belajar suatu mata pelajaran menandakan minat terhadap mata pelajaran tersebut. Ketertarikan belajar mengacu pada motivasi seseorang dalam memperoleh pengetahuan dan pemahaman baru melalui proses belajar. Misalnya terhadap mata pelajaran matematika, maka ia akan tertarik atau termotivasi dalam mempelajarinya, karena ketertarikan menandakan adanya rasa penasaran yang ingin diungkap. Selanjutnya siswa memiliki rasa ingin tahu yang ingin dipuaskan sehingga dalam mengerjakan tugas atau perintah guru serta tidak menunda-nunda dari perintah yang diberikan.

#### c. Perhatian

Minat dan perhatian adalah dua hal tidak bisa dipisahkan, perhatian pada saat pembelajaran berlangsung dapat diartikan sebagai aktivitas siswa dalam memusatkan konsentrasi, mencermati dan melakukan pengamatan atas apa yang disampaikan oleh guru atau pada saat diskusi kelompok. Siswa mencatat materi pembelajaran pada saat guru menjelaskan, merupakan salah satu bentuk perhatian.

#### d. Keterlibatan

Keterlibatan merupakan ekspresi keaktifan siswa berupa tindakan atau perbuatan, dengan adanya minat siswa terhadap mempelajari suatu objek maka siswa akan berperan aktif pada saat pembelajaran dilaksanakan. Keterlibatan siswa

diantaranya meliputi aktifitas siswa serta kesadaran atau kepekaan siswa untuk berkontribusi selama proses belajar. Misalnya saja siswa aktif dalam berdiskusi, aktif dalam bertanya dan aktif dalam menjawab pertanyaan guru.

## **B. Perspektif Teori dalam Islam**

Limit adalah salah satu bahasan dalam kalkulus yang dikatakan menjadi dasar dalam mempelajari kalkulus. Limit mempelajari tentang fungsi yang ketika inputnya dimasukan, akan mendekati suatu nilai. Nilai tersebut secara sederhana dapat diartikan sebagai suatu batas, karena hanya sekedar mendekati tetapi tidak bisa dicapai. Dalam memahami konsep limit ini dapat pula dijadikan sebagai acuan dalam membuktikan keberadaan dan keesaan Allah SWT. Seperti dalam himpunan bilangan asli, misalnya  $N$  menyatakan himpunan bilangan asli yang beranggotakan bilangan bulat positif dimulai dari satu, atau  $N = \{1. 2. 3. \dots . n\}$ . Tetapi ketika seseorang akan menuliskan atau mencari lebih lanjut lagi bilangan asli akan berhingga sampai  $n$ , yakni tergantung sejauh mana seseorang dapat mencari tahu nilai  $n$  tersebut. Kebanyakan orang tidak bisa menyebutkan sejauh mana bilangan asli tersebut akan berhenti atau bahkan tidak ada, karena yang mampu menjawab semua itu hanyalah Tuhan yang maha esa, Allah SWT. (Maarif, 2015). Ilustrasi tersebut menunjukkan keterbatasan akal manusia, sejalan dengan firman Allah SWT. Terkandung dalam Q.S. An-Naml ayat 65.

قُلْ لَا يَعْلَمُ مَنْ فِي السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ الْغَيْبَ إِلَّا اللَّهُ ۗ وَمَا يَشْعُرُونَ أَيَّانَ يُبْعَثُونَ

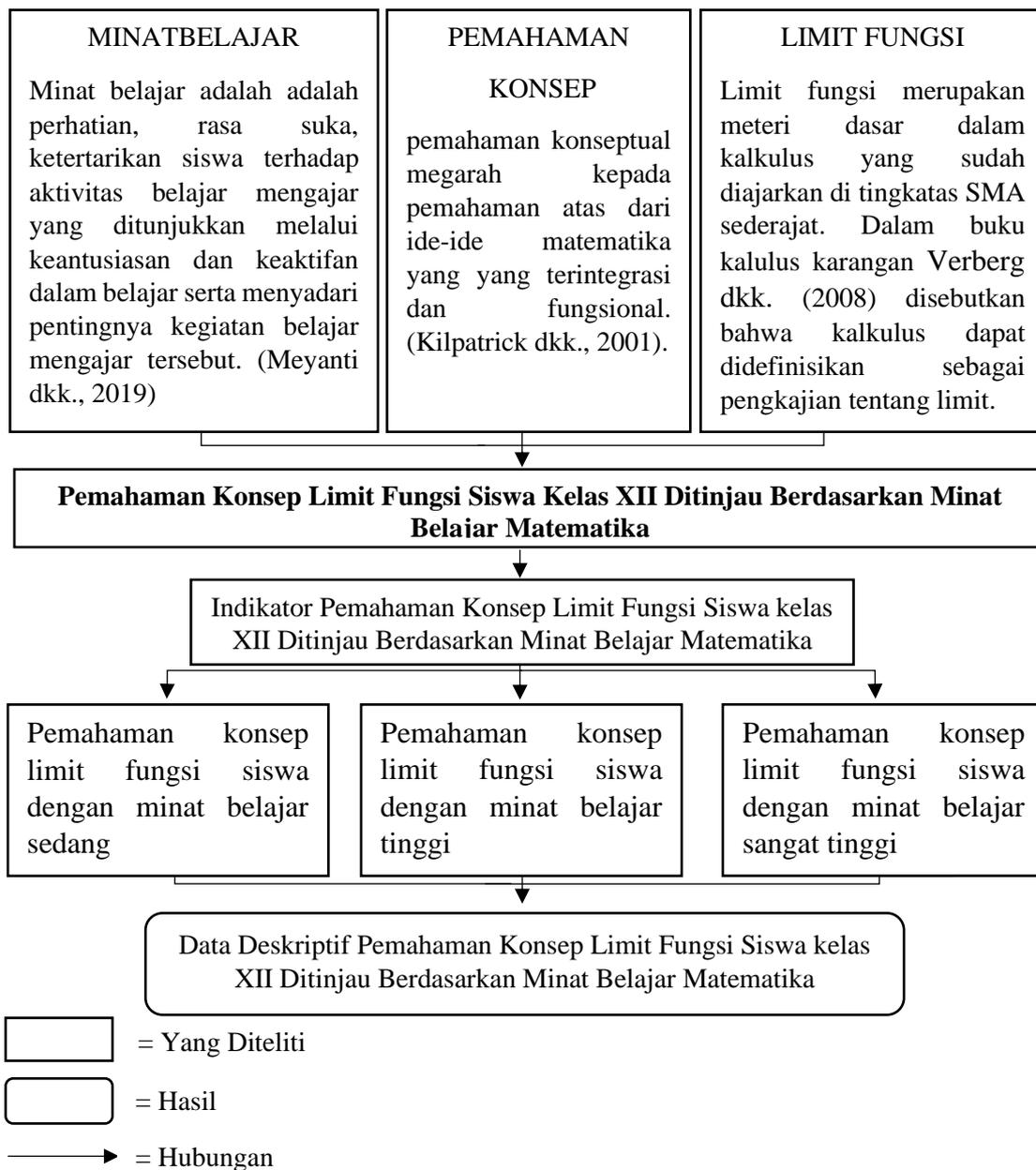
Artinya: “Tidak ada seorangpun di langit dan di bumi yang mengetahui perkara yang ghaib, kecuali Allah”, dan mereka tidak mengetahui bila mereka akan dibangkitkan”

Dari ayat tersebut dapat dimaknai secara sederhana bahwa Allah SWT. yang maha mengetahui, sedangkan manusia tidak, manusia dengan segala potensi termasuk daya untuk berfikir yang dianugerahkan oleh Allah tetap saja memiliki batas. Sehingga dalam meyakini keberadaan sang pencipta tidak akan cukup apabila sekedar menggunakan rasional pikiran saja, karena ketika menilai segala sesuatu hanya dengan penilaian logis atau tidak, maka akan berhenti dengan pembuktian secara indrawi, sebatas bisa dibuktikan atau tidak. Padahal dengan memperhatikan segala keteraturan dan penciptaan alam semesta, keberadaan Tuhan sudah begitu nyata, hal ini hanya bisa dirasakan ketika melibatkan hati dalam merasionalkan. Disebutkan bahwa akal terdiri dari dua unsur, yakni rasio atau pertimbangan logis dan hati. Zain (2017) menyebutkan bahwa tidak cukup ketika manusia hanya merasionalkan tanda-tanda kekuasaan Allah baik yang terkandung dalam Al-Qur'an maupun yang terbentang di alam untuk meyakini keberadaan Allah kalau hatinya tidak difungsikan. Sesuatu yang masuk di akal belum tentu dapat dirasionalkan, karena kemampuan manusia dalam merasionalkan segala sesuatu sangat terbatas. Akal manusia akan berkerja dengan baik manakala unsur hatinya baik dan senantiasa menumbuhkan iman (Zein, 2017).

### **C. Kerangka Konseptual**

Pemahaman konsep merupakan salah satu kecakapan atau kemahiran yang sangat diperlukan dan perlu dicapai dalam mempelajari matematika (Ngandas, 2019). Kenyataannya tidak semua siswa memiliki pemahaman konsep yang sama, sebagaimana disubdalam penelitian Indah Pratiwi Fadmawarni dkk. pada tahun 2020, di mana penelitian tersebut dilatarbelakangi adanya faktor internal yang membuat antar siswa memiliki pemahaman konsep yang berbeda. Dalam proses

belajar terdapat faktor internal yang mempengaruhi kemampuan belajar yang berasal dari dalam diri siswa sendiri, diantara faktor-faktor internal tersebut salah satunya adalah minat belajar. Indikator-indikator minat belajar yang akan digunakan merupakan hasil adaptasi dari penelitian Djamarah pada tahun 2019 serta Slameto pada tahun 2013. Pada gambar 2.5 disajikan bagan yang menunjukkan kerangka konseptual pada penelitian yang akan dilaksanakan.



**Gambar 2.5 Kerangka Konseptual**

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **A. Pendekatan dan Jenis Penelitian**

Penelitian ini merupakan jenis penelitian deskriptif dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Karena hasil dari penelitian diuraikan dalam dalam rangkaian kata, sehingga cocok untuk menjelaskan suatu fenomena serta mendapatkan kajian secara mendalam mengenai hal yang diteliti. Pendekatan kualitatif juga sering disebut penelitian naturalistik karena penelitiannya dilakukan pada kondisi yang alamiah (*natural setting*) (Sugiyono, 2009). Penelitian deskriptif merupakan penelitian yang berorientasi pada paham konstruktivisme dan interpretif yang bertujuan untuk menjelaskan realita secara ilmiah, analisis datanya berupa kalimat rinci sistematis dan logis (Arifin, 2012). Oleh karena itu peneliti akan melakukan penelitian secara detail untuk mendeskripsikan pemahaman konsep siswa terhadap materi limit fungsi ditinjau dari minat belajar. Data penelitian dari penelitian ini berupa angket, hasil *think aloud*, hasil pengerjaan soal siswa, dan wawancara.

#### **B. Lokasi Penelitian**

Penelitian ini dilakukan di MAN 2 Malang berlokasi di Jalan Mayor Damar No. 35 Bokor Pagedangan Kecamatan Turen, Kabupaten Malang, Jawa Timur. Alasan peneliti memilih lokasi tersebut dikarenakan peneliti telah melakukan observasi pendahuluan kepada salah seorang guru mata pelajaran matematika di MAN 2 Malang, selain dari pada itu lokasi yang dekat dengan domisili peneliti akan memudahkan mobilitas serta persiapan dalam pelaksanaan penelitian.

### C. Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas XII MIPA 1 MAN 2 Malang. Penentuan subjek dilakukan dengan melihat minat belajarnya terlebih dahulu. Penentuan subjek dengan menggunakan dengan pertimbangan tertentu, yaitu dalam penelitian ini adalah siswa dipilih berdasarkan minat pada pembelajaran matematika yang dikelompokkan dalam minat belajar sangat tinggi, tinggi serta sedang. Selanjutnya untuk pengelompokkan siswa berdasarkan minat belajar peneliti menggunakan angket minat belajar, angket minat belajar dibuat berdasarkan indikator minat belajar yang sudah ditentukan sebelumnya. Pernyataan-pernyataan dalam angket minat belajar yang akan digunakan sudah divalidasi oleh ahli dalam bidang evaluasi pembelajaran. Dalam pengolahan nilai hasil angket subjek penelitian mengacu pada penilaian acuan dengan patokan (PAP). Pemberian nilai harus didasarkan pada standar mutlak (*standard absolut*), perhitungan nilai dilaksanakan dengan membandingkan skor mentah hasil angket dengan skor maksimum ideal (SMI) yang mungkin didapatkan oleh masing-masing responden pada saat pengisian angket. Sehingga pada penentuan nilai yang mengacu pada kriteria atau dengan patokan, besar atau kecilnya nilai yang didapatkan mutlak ditentukan oleh masing-masing responden angket atau masing-masing individu dan tidak dipengaruhi oleh hasil yang didapatkan oleh individu lain. Penentuan nilai untuk masing-masing responden menggunakan rumus yang bersumber dari Sudijono (1996), sebagaimana pada gambar 3.1 sebagai berikut:

$$N = \frac{SM}{SMI} \times 100$$

**Gambar 3.1 Rumus Penskoran Hasil Tes Objektif**

Keterangan:

$SM$  = Skor Mentah

$SMI$  = Skor Maksimal Ideal

$N$  = Hasil perhitungan nilai angket

Selanjutnya dalam menentukan pengelompokan siswa, menggunakan distribusi data kelompok berdasarkan Sudijono (2014), sebagaimana pada gambar 3.2.

$$R = H - L + 1,$$

$$i = \frac{R}{K}$$

**Gambar 3.2 Rumus Menentukan Distribusi Kelompok**

Keterangan:

$R$  = Total *Range*

$H$  = *Highest Score* (Nilai Tertinggi)

$L$  = *Lowest Score* (Nilai Terendah)

1 = Bilangan Konstan

$K$  = Pengelompokan Data

$i$  = Interval Kelas

Selanjutnya skor hasil angket dikelompokkan menjadi lima, diantaranya kategori sangat rendah, rendah, sedang, tinggi, dan sangat tinggi (Azwar, 2012), ditunjukkan pada tabel 3.1 dan dimisalkan  $N$  menyatakan hasil nilai angket sebagai berikut:

**Tabel 3.1 Klasifikasi Minat Belajar**

Interval Nilai	Klasifikasi
$85,8 \leq N \leq 100$	Minat Belajar Sangat Tinggi
$70,6 \leq N < 85,8$	Minat Belajar Tinggi
$55,4 \leq N < 70,6$	Minat Belajar Sedang

$40,2 \leq N < 55,4$	Minat Belajar Rendah
$25 \leq N < 40,2$	Minat Belajar Sangat Rendah

#### D. Data Penelitian

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini meliputi:

1. Hasil pengisian angket minat belajar matematika. Data ini digunakan untuk mengetahui pengelompokan siswa berdasarkan minat belajar.
2. Hasil siswa dalam menyelesaikan soal limit fungsi. Data ini dipergunakan sebagai bahan analisis pemahaman konsep siswa.
3. Hasil rekaman *think aloud* dalam bentuk suara yang merupakan data verbal hasil berpikir siswa. yang dapatkan dengan menggunakan alat perekam suara.
4. Hasil wawancara berupa data dokumentasi, pencatatan serta rekaman pemahaman konsep siswa siswa dalam menyelesaikan soal limit fungsi aljabar.

#### E. Instrumen Penelitian

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti, sedangkan instrumen pendukung berupa soal tes, perintah *think aloud*, angket dan pedoman wawancara.

##### a. Angket Minat Belajar Matematika

Pernyataan-pernyataan dalam angket yang digunakan berdasarkan indikator minat belajar matematika yang dirumuskan berdasarkan pada indikator pada penelitian terdahulu. Pada tabel 3.2 disajikan kisi-kisi yang digunakan pada instrumen angket.

**Tabel 3.2 Kisi-kisi Angket Minat Belajar Matematika**

Aspek	Indikator	Pernyataan		Jumlah
		Positif	Negatif	
Perasaan Senang	• Pendapat siswa tentang pembelajaran matematika	1, 3, 6	2, 4, 5	6

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Perasaan dan kesan positif siswa selama mengikuti pembelajaran matematika</li> </ul>			
Keter-tarikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rasa antusias siswa saat mengikuti pembelajaran matematika</li> <li>• Penerimaan siswa saat diberi tugas oleh guru</li> <li>• Motivasi siswa dalam mempelajari matematika</li> </ul>	7, 8, 9, 12	10, 11	6
Perhatian Siswa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aktivitas siswa dalam memusatkan konsentrasi pada saat pembelajaran berlangsung</li> <li>• Aktivitas siswa dalam bentuk mendengarkan, mencermati, dan melakukan pengamatan atas apa yang disampaikan oleh guru serta diskusi kelompok</li> </ul>	13, 15, 16	14, 17, 18	6
Keterlibatan Siswa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Keaktifan siswa pada saat pembelajaran matematika berlangsung</li> <li>• Kesadaran siswa untuk berkontribusi pada saat pembelajaran</li> </ul>	20, 22, 25,	19, 21, 23, 24	7
Total butir pernyataan		12	13	25

Skala pengukuran yang digunakan dalam angket minat belajar matematika menggunakan skala *likert* yang mengukur pada fenomena sosial, dalam hal ini adalah minat belajar matematika siswa. Kategori pernyataan terdiri dari positif dan negatif yang berupa kata-kata (Sugiyono, 2016). Alternatif jawaban yang dipakai diantaranya adalah SL (Selalu), SR (Sering), KD (Kadang-kadang) dan TP (Tidak Pernah). Penskoran dalam setiap butir pernyataan dapat dilihat dalam tabel 3.3.

**Tabel 3.3 Skor dan Skala Bertingkat *Likert***

Alternatif	Skor Pernyataan Positif	Skor Pernyataan Negatif
Selalu	4	1

Sering	3	2
Kadang-kadang	2	3
Tidak Pernah	1	4

Berdasarkan angket minat belajar yang digunakan peneliti, siswa yang mendapatkan skor tertinggi pada pengisian angket adalah dengan skor 100, dengan 12 pernyataan positif dengan alternatif pilihan SL (Selalu) yang bernilai 4 serta 13 pernyataan negatif dengan alternatif pilihan TP (Tidak Pernah) yang bernilai 4, perhitungan tersebut dinyatakan dalam tabel 3.4.

**Tabel 3.4 Perhitungan Skor Tertinggi pada Pengisian Angket Minat Belajar**

<b>Skor Tertinggi Pengisian Angket</b>			
<b>Hasil Pengisian Angket</b>		<b>Skor</b>	<b>Kalkulasi Skor</b>
SL	12	4	$12(4) + 0(3) + 0(2) + 13(4) =$ $48 + 0 + 0 + 52 = \mathbf{100}$
SR	0	3	
KD	0	2	
TP	13	1	
<b>Total</b>	<b>25</b>		<b>100</b>

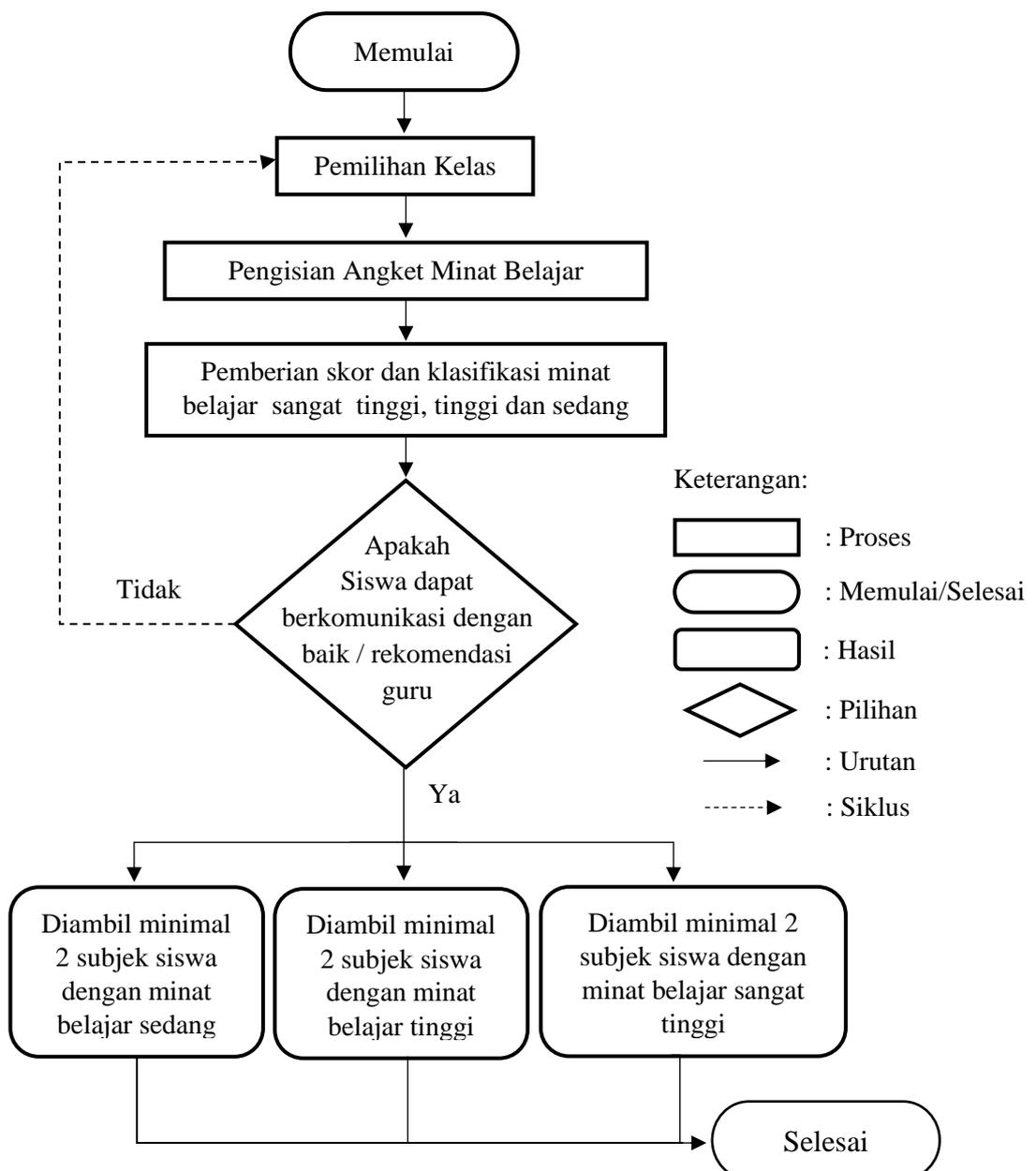
Sementara itu skor minimum yang akan siswa peroleh pada pengisian angket minat belajar adalah dengan skor 25, dengan alternatif pilihan TP (Tidak Pernah) pada rincian 12 pernyataan positif yang bernilai 1, serta 13 pernyataan negatif dengan alternatif pilihan SL (Selalu) yang bernilai 1, perhitungan tersebut dinyatakan dalam tabel 3.5.

**Tabel 3.5 Perhitungan Skor Terendah pada Pengisian pada Angket Minat Belajar**

<b>Skor Terendah Pengisian Angket</b>			
<b>Hasil Pengisian Angket</b>		<b>Skor</b>	<b>Kalkulasi Skor</b>
SL	13	1	$13(1) + 0(3) + 0(2) + 12(1) =$

SR	0	2	$13 + 0 + 0 + s\ 13 = 25$
KD	0	3	
TP	12	4	
<b>Total</b>	<b>25</b>		<b>100</b>

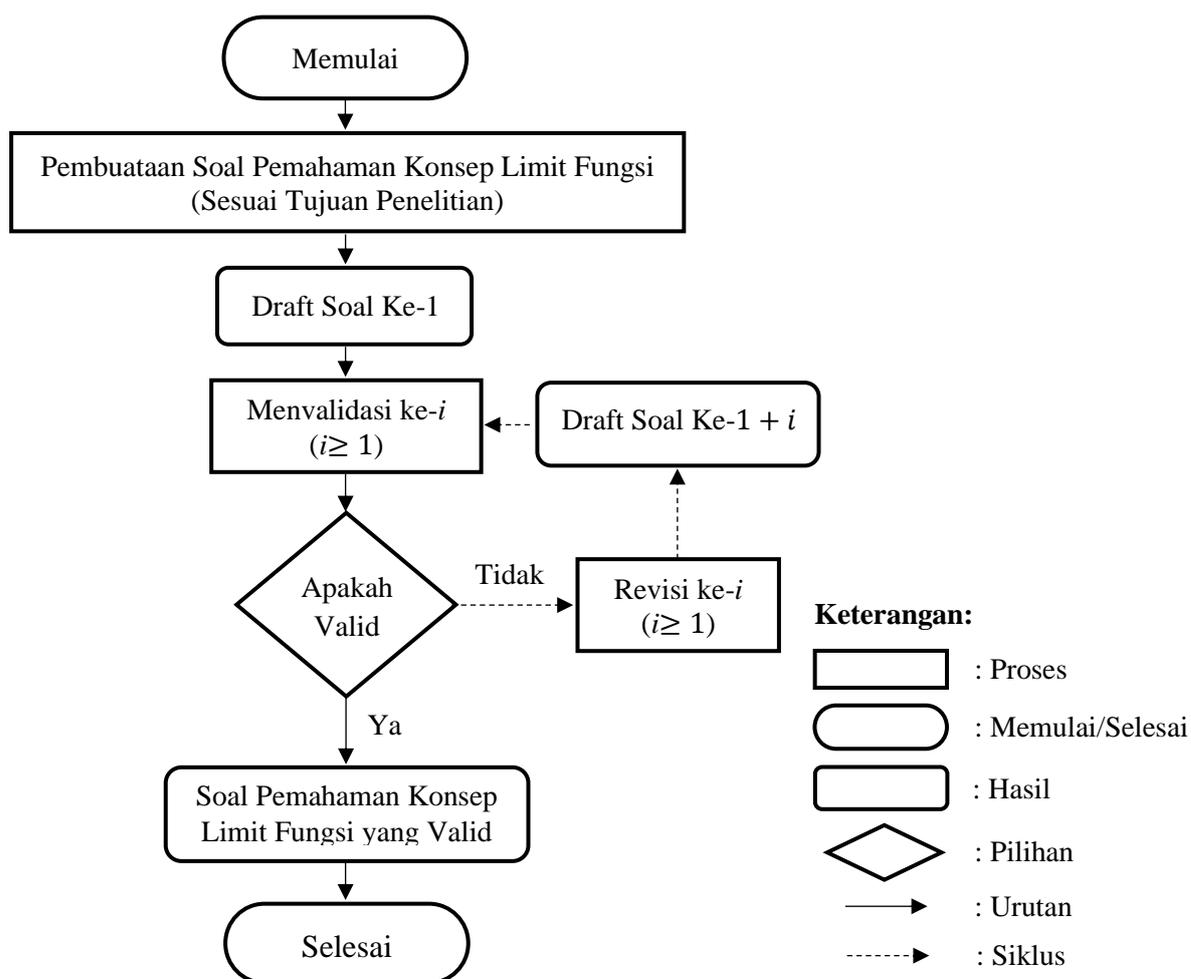
Selanjutnya disajikan pada gambar 3.3 diagram alir pengelompokan subjek dengan menggunakan angket minat belajar penelitian.



**Gambar 3.3 Diagram Alir Pengelompokan Subjek Penelitian**

## b. Soal Tes

Soal tes limit fungsi yang digunakan merupakan soal adaptasi dari soal pada buku siswa kurikulum 2013 matematika kelas XI edisi revisi tahun 2017. Soal disesuaikan dengan indikator pemahaman konsep yang divalidasi terlebih dahulu oleh validator ahli yang merupakan dosen Program Studi Tadris Matematika di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan keahlian matematika dan guru mata pelajaran matematika di MAN 2 Malang. Hasil soal akan digunakan untuk menganalisis pemahaman konsep limit fungsi siswa. Selanjutnya disajikan pada gambar 3.4 diagram alir penyusunan instrumen soal tes.



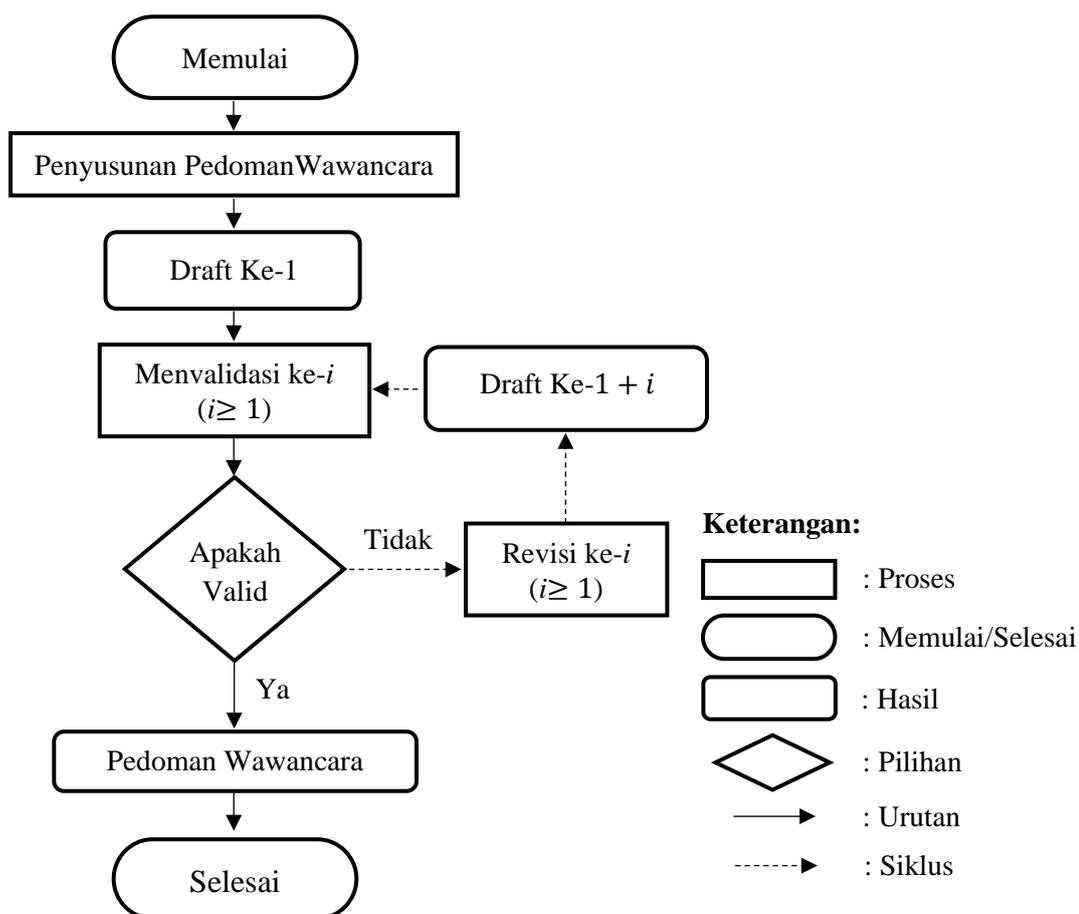
**Gambar 3.4 Diagram Alir Penyusunan Instrumen Soal Tes**

c. Perintah *Think Aloud*

Pada lembar soal tes tulis terdapat perintah dan informasi untuk mengerjakan soal dan melakukan *think aloud* saat pengerjaan soal. Metode ini membantu peneliti untuk mengetahui proses berfikir pada saat pengerjaan soal tes.

d. Pedoman Wawancara

Pedoman wawancara yang digunakan didasarkan pada indikator pemahaman konsep terhadap materi limit fungsi. Pedoman wawancara ini disusun dan kemudian divalidasi oleh validator ahli, dengan maksud untuk menghasilkan instrumen yang valid dan layak untuk digunakan. Selanjutnya disajikan pada gambar 3.5 diagram alir penyusunan pedoman wawancara.



**Gambar 3.5 Diagram Alir Penyusunan Pedoman Wawancara**

Tabel 3.6 Kisi-kisi Instrumen Penelitian

Tujuan Penelitian	No.	Data yang Dibutuhkan	Teknik Pengumpulan Data
1. Untuk mendeskripsikan pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar sangat tinggi? 2. Untuk mendeskripsikan konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar tinggi? 3. Untuk mendeskripsikan konsep limit fungsi siswa kelas XII dengan minat belajar sedang?	1.	Pengelompokan siswa berdasarkan minat belajar (sangat tinggi, tinggi dan sedang)	Angket
	2.	Hasil kerja siswa dalam pengerjaan soal tes limit fungsi	Soal Tes
	3.	Hasil <i>think aloud</i> siswa pada saat pengerjaan soal tes	Rekaman audio
	4.	Informasi mendalam terkait pemahaman konsep siswa pada materi limit	Wawancara

#### F. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang digunakan untuk meneliti pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII ditinjau berdasarkan minat belajar adalah sebagai berikut:

##### 1. Pemberian Soal Tes

Soal tes pada penelitian ini yaitu pada materi limit fungsi. Soal ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana pemahmaan konsep siswa dalam menyelesaikan soal limit fungsi. Tes dialukan pada 6 siswa dengan kategori diantaranya 2 siswa dengan minat belajar sedang, 2 siswa dengan minat belajar

tinggi serta 2 siswa dengan minat belajar sangat tinggi. Data yang dihasilkan berupa hasil pengerjaan soal tes siswa.

## 2. Perintah *Think Aloud*

Pada metode *think aloud* peneliti menggunakan alat bantu perekam audio dalam mendapatkan data.

## 3. Wawancara

Wawancara yang digunakan adalah wawancara semi terstruktur, karena wawancara dilakukan dengan tujuan mendapatkan atau menggali informasi lebih rinci tentang topik penelitian yaitu pemahaman konsep limit fungsi siswa. Wawancara yang dilakukan pada subjek untuk tujuan memperjelas hasil soal tertulis, memperkuat jawaban, dan menemukan konsistensi jawaban siswa.

## **G. Pengecekan Keabsahan Data**

Dilakukannya uji keabsahan data merupakan langkah untuk memastikan bahwa data yang dikumpulkan berupa data valid. Dalam penelitian ini, triangulasi metode digunakan untuk mengetahui keabsahan data dari hasil penelitian. Triangulasi metode dilakukan dengan cara menggabungkan data dari hasil *think aloud*, tes tertulis, dan wawancara.

## **H. Teknik Analisis Data**

Analisis data dilakukan bersamaan dengan dilaksanakannya penelitian ini. Analisis data dalam penelitian ini mempunyai 3 tahap, yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

### 1. Reduksi Data

Pada tahap ini, peneliti melakukan proses memilah data-data yang telah diperoleh. Sebelum memilah data, peneliti menyederhanakan dan mentranskrip data

hasil *think aloud* dan dokumentasi wawancara. Pada data hasil angket minat belajar, sebelum dilakukannya wawancara dengan subjek yang memiliki minat belajar sangat tinggi, tinggi dan sedang perlu ditentukan terlebih dahulu subjek mana yang sesuai dengan kelompok kriteria. Langkah-langkah dalam menentukan kelompok mana yang merupakan kategori siswa dengan minat belajar sangat tinggi, tinggi dan sedang adalah dengan menggunakan perhitungan manual atau excel. Pengolahan dan perubahan skor mentah hasil tes mengacu pada PAP (Penilaian Acuan Patokan) yang menunjukkan nilai secara individu tanpa dipengaruhi oleh hasil yang didapatkan oleh individu lain. Setelah didapatkan data kelompok siswa, akan dipilih 6 siswa dengan masing-masing 2 siswa kategori sangat tinggi, 2 siswa kategori tinggi dan 2 siswa kategori sedang untuk dilanjutkan pada pemberian soal tes serta wawancara. Pemilihan 6 siswa ini sebelumnya dikonsultasikan terlebih dahulu dengan guru pengampu mata pelajaran matematika.

## 2. Penyajian Data

Data-data yang telah dipilah-pilah yang merupakan data-data yang penting, lalu disajikan dalam beberapa bentuk, bisa berupa tabel, gambar, maupun dalam pencatatan tertulis. Penyajian data memiliki tujuan supaya data penelitian mudah dipahami sehingga berdasarkan penyajian tersebut dapat lakukan tindak lanjut setelahnya.

## 3. Penarikan Kesimpulan

Tahap terakhir yaitu penarikan kesimpulan. Peneliti menarik kesimpulan berdasarkan asumsi yang dibuat di awal proses pengumpulan data dan kemudian menguji asumsi tersebut untuk mendapatkan informasi baru. Penarikan kesimpulan

pada penelitian ini bertujuan untuk mengungkapkan pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII yang ditinjau berdasarkan minat belajar.

## **I. Tahapan Penelitian**

Penelitian ini terdiri dari 3 tahap, yaitu persiapan, penelitian, dan pelaporan. Berikut penjabaran setiap tahap penelitian yang dilakukan.

### **1. Tahap Persiapan**

Pada tahap ini peneliti menyiapkan kebutuhan dalam penelitian. Mulai dari meminta izin pada pihak sekolah, menyiapkan instrumen penelitian berupa soal tes koneksi matematis dan pedoman wawancara, serta memvalidasi instrumen penelitian.

### **2. Tahap Penelitian**

Pada tahapan penelitian, setelah mendapatkan kelas rekomendasi dari guru, akan dilaksanakan beberapa tahapan dalam pengambilan data diantaranya.

- a) Pemilihan subjek dengan pengisian angket minat belajar
- b) Pemberian soal tes limit fungsi
- c) Melakukan wawancara sebagai tahapan terakhir dalam mengumpulkan data.

Setelah mendapatkan data penelitian, peneliti menganalisis data yang diperoleh, lalu diputuskan apakah data yang diambil sudah dinilai sudah cukup atau belum.

### **3. Tahap Pelaporan**

Pada tahap ini, peneliti menyiapkan laporan dari hasil penelitian yang diperoleh selama tahap penelitian berlangsung

## BAB IV

### PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN

#### A. Paparan Data

Adapun hasil penskoran angket minat belajar siswa kelas XII MIPA 1 MAN

2 Malang adalah pada tabel 4.1 sebagai berikut:

**Tabel 4.1 Skor Hasil Angket Minat Belajar**

No	Nama	Skor	Kategori
1	MZA	89	Sangat tinggi
2	INK	88	Sangat tinggi
3	EWK	86	Sangat tinggi
4	DRW	84	Tinggi
5	ASM	83	Tinggi
6	RAP	83	Tinggi
7	MANZ	81	Tinggi
8	ZN	81	Tinggi
9	ANK	80	Tinggi
10	AZADPW	80	Tinggi
11	FN	80	Tinggi
12	RAW	79	Tinggi
13	SLA	77	Tinggi
14	UC	77	Tinggi
15	FNP	76	Tinggi
16	LR	76	Tinggi
17	MAM	75	Tinggi
18	RAR	74	Tinggi
19	AN	73	Tinggi
20	NB	73	Tinggi
21	AWPA	72	Tinggi
22	ERSJ	70	Tinggi
23	DFS	68	Sedang
24	AIF	67	Sedang
25	AGS	63	Sedang
26	MRJ	62	Sedang
27	ALL	0	
28	BAS	0	

Dari hasil hasil angket dan kategorisasi minat belajar dari 26 siswa kelas XII MIPA 1, selanjutnya dalam pemilihan 6 subjek penelitian peneliti terlebih dahulu berdiskusi dengan guru pengampu mata pelajaran matematika untuk memberikan saran terkait subjek mana saja yang akan diteliti dari masing-masing ketegori minat belajar yakni sangat tinggi, tinggi serta cukup. Adapun subjek pada penelitian ini terdapat dalam tabel 4.2 sebagai berikut:

**Tabel 4.2 Subjek Penelitian**

No.	Nama	Kode	Minat Belajar	Waktu Pelaksanaan	
				Tes	Wawancara
1.	MZA	S1	Sangat tinggi	27 September 2023 Pukul 14.00	27 September 2023 Pukul 14.57
2.	INK	S2	Sangat tinggi	27 September 2023 Pukul 14.00	29 September 2023 Pukul 08.40
3.	AN	S3	Tinggi	27 September 2023 Pukul 14.00	27 September 2023 Pukul 15.22
4.	ASM	S4	Tinggi	27 September 2023 Pukul 14.00	27 September 2023 Pukul 15.40
5.	AGS	S5	Sedang	27 September 2023 Pukul 14.00	29 September 2023 Pukul 09.11
6.	MRJ	S6	Sedang	27 September 2023 Pukul 14.00	29 September 2023 Pukul 10.03

Berikut adalah analisis data serta hasil penelitian pemahaman konsep limit fungsi siswa kelas XII MIPA 1, diantaranya adalah subjek dengan minat belajar sangat tinggi (S1 dan S2), subjek dengan minat belajar tinggi (S3 dan S4) dan subjek dengan minat belajar sedang (S5 dan S6).

### 1. Analisis Data Pemahaman Konsep Limit Fungsi S1 dengan Minat Belajar Sangat Tinggi

Untuk mengkaji indikator pertama (1a) terkait definisi limit dengan bahasa sendiri cukup hanya dengan menggunakan wawancara, selanjutnya pada indikator 1b sampai dengan 4b disertakan gambar pengerjaan soal serta cuplikan *think aloud*.

#### a. Indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri (1a)

Pada hasil wawancara S1 dapat menjawab pertanyaan terkait mendefinisikan konsep limit, adapun cuplikan wawancara S1 sebagai berikut.

S1 : *Limit itu kayak, nilai yang mendekati suatu limit, gimana pak ya menjelaskannya, menurut pemahaman saya limit itu kayak nilai yang mendekati suatu nilai juga baik dari arah kanan maupun arah kiri*

P : *Berarti nilai itu mendekati, berarti nilai itu sampai atau ndak?*

S1 : *Tidak sampek, hanya mendekati saja tidak sampai menyentuh*

Berdasarkan hasil wawancara, S1 mendefinisikan secara sederhana konsep limit sesuai dengan bahasanya sendiri yakni nilai yang mendekati suatu nilai, walaupun dalam penjelasannya S1 tidak dengan lancar dalam membahasakan apa yang dipahami, selanjutnya peneliti mengonfirmasi terkait kata *mendekati* yang telah disebutkan oleh S1, yakni maksudnya adalah hanya sekedar mendekati tidak sampai menyentuh ataupun berpotongan. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa S1 mampu menguasai indikator pertama.

b. Indikator menyatakan limit dengan simbol matematis (1b)

S1 menuliskan jawaban pada lembar tes soal limit fungsi, pada soal nomor 4 dengan instruksi menghitung nilai limit fungsi  $g(x)$ , S1 menyelesaikan soal dengan cara difaktorkan. Pertama-tama S1 menuliskan simbol matematis limit fungsi  $g(x)$  mendekati 1, sebagaimana langkah-langkah dalam menyelesaikan soal limit fungsi, dapat diperhatikan pada Gambar 4.1.

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1 = 2$$

**Gambar 4.1 Jawaban Soal Nomor 4 S1**

Pada Gambar 4.1, S1 menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  untuk memulai pengerjaan soal nomor 4, dimana pada instruksi soal tidak dituliskan notasi tersebut, sehingga S1 dengan sendiri berinisiatif menuliskan demikian. Pada hasil pengerjaan soal nomor 4 tersebut juga sesuai dengan hasil *think aloud* S1 sebagai berikut.

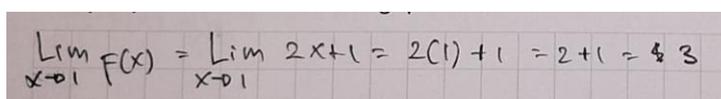
*Untuk yang nomer 4, apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  sama dengan satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu, untuk  $x$  bilangan rill mempunyai limit, hitunglah. Untuk **limit  $x$  mendekati satu  $g(x)$** ,  $\lim x$  mendekati satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu dengan  $\lim x$  mendekati satu,*

Selain pada cuplikan *think aloud*, data tersebut didukung dengan hasil wawancara bersama S1, sebagaimana cuplikan wawancara sebagai berikut.

P : *Ayo coba, yang tadi gimana disini, misalkan ini simbol matematisnya gimana yang nomer 1*

S1 : *Limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $2x + 1$*

Pada saat wawancara S1 menunjukkan simbol matematis limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$  pada pengerjaan soal nomor 1 sebagaimana pada Gambar 4.2.



$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$$

**Gambar 4.2 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 1 S1**

Pada soal nomor 1 S1 terlebih dahulu mengerjakan soal dengan menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , yang mana pada soal tidak dituliskan demikian, tetapi S1 memahami bahwa pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  akan didekati oleh suatu nilai  $x$  mendekati 1. Dengan paparan data tersebut menunjukkan bahwa S1 dapat menyatakan limit dengan simbol matematis, yakni terlihat pada saat subjek mengawali pengerjaan soal tes sebagaimana pada Gambar 4.1 dan 4.2.

c. Indikator mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari (2a)

Setelah mendapatkan lembar soal tes, subjek langsung S1 membaca teks. Pada soal nomor 1, 2 dan 3 merupakan soal yang bertujuan untuk mengklasifikasikan mana diantara ketiga fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang merupakan contoh dan non contoh untuk limit di  $x = 1$ . Soal nomor 1 dan 2 merupakan contoh dari fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ , sedangkan soal nomor 3 bukan. Pada soal

nomor 1 berdasarkan hasil pengerjaan soal tes, S1 mengklasifikasikan bahwa pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  memiliki limit di  $x = 1$ , sebagaimana pengerjaan di kolom jawaban lembar soal tes pada Gambar 4.3.

**Gambar 4.3** Cuplikan Jawaban Soal Nomor 1 S1

Hal tersebut diperkuat dengan cuplikan *think aloud* S1 pada saat pengerjaan soal tes sebagai berikut.

*Yang pertama apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  sama dengan dua  $x$  plus satu untuk nilai  $x$  bilangan riil, mempunyai limit di  $x = 1$ ?, iya, karena jika kita mensubstitusikan  $x$  sama dengan satu pada  $f(x)$  yaitu dua  $x$  plus satu kita akan mendapat nilai yaitu satu.*

Selain hasil *think aloud*, didukung juga dengan jawaban S1 pada saat wawancara sebagaimana cuplikan hasil wawancara sebagai berikut.

P : Cobak sekalian diselesaikan

S1 : Jadi untuk cara yang ini kita hanya perlu mensubstitusikan, yaitu  $2x$  min 1, 2-nya kita kalikan dengan 1 tambah 1, jadi 2 kali 1 sama dengan 2 tambah 1, 2 tambah 1 sama dengan 3.

P : Tahu maksudnya ini ndak?

S1 : Eee, tahu pak, jadi untuk nilai limit  $x$  mendekati 1 itu nilainya akan semakin mendekati ke nilai 3.

Pada hasil *think aloud* beserta jawaban pada lembar tes, S1 menyatakan bahwa pada soal nomor 1 yakni fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ , kata *iya* pada cuplikan *think aloud* tersebut dapat dimaknai demikian. Selanjutnya dikonfirmasi kembali dengan wawancara, S1 menjelaskan bahwa untuk mencari nilai limit pada soal nomor satu cukup diselesaikan dengan cara substitusi dan setelah dihitung ulang bahwa terdapat perubahan pada hasil akhir jawaban yang

semula limit nya adalah 1 berubah menjadi 3, hal tersebut dikarenakan terdapat kekeliruan dalam menuliskan tanda operasi hitung, tetapi tidak merubah kesimpulan awal S1 bahwa pada soal nomor 1 merupakan contoh dari fungsi yang memiliki limit dengan  $x = 1$ .

Setelah menyelesaikan soal nomor 1 selanjutnya S1 beranjak mengerjakan soal nomor 2 yakni untuk fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , hasil jawaban S1 disajikan dalam Gambar 4.4.

punya, karena untuk  $x \neq 1$  akan menghasilkan limit  
 Jika kita mengambil angka selain 1, misal 2, maka  

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(2)^2-1}{2-1} = \frac{4-1}{1} = \frac{3}{1} = 3$$

**Gambar 4.4 Jawaban Soal Nomor 2 S1**

S1 dalam Gambar 4.4 menuliskan bahwa fungsi  $g(x)$  mempunyai limit ketika diambil nilai 2, jawaban tersebut sesuai dengan hasil *think aloud* sebagai berikut.

*untuk x sama dengan satu maka tidak akan ada nilainya atau limitnya karena akan bernilai nol per nol atau tak tentu, jika kita mengambil angka selain satu misa dua maka akan ditemukan nilai limit*

Pada hasil pengerjaan dalam Gambar 4.4 dan *think aloud* tersebut S1 menuliskan  $x \rightarrow 2$  karena terkecoh dengan tanda  $x \neq 1$  sedangkan yang dimaksudkan adalah

$\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ . Dalam cuplikan *think aloud* S1 sudah menyebutkan bahwa ketika

$\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  maka akan menghasilkan nilai  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu, pernyataan tersebut

selanjutnya dikonfirmasi kembali pada sesi wawancara.

P : Oke kenapa kok ngambilnya limit menekati 2 bukan limit menekati 1?

S1 : karena untuk limit menekati 1 kalau semisal kita mengambil atau mencari nilai limit dengan menggunakan substitusi itu akan menghasilkan nilai 0/0

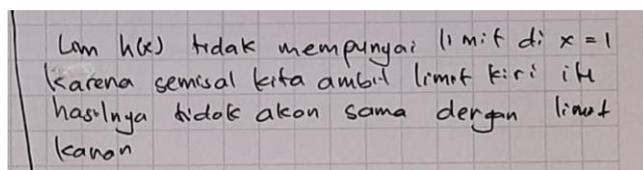
*atau tak tentu, jadi untuk nilai limit  $x=1$  jika semisal kita mau mencari nilai limitnya maka kita akan menggunakan cara pemfaktoran*

Dalam cuplikan wawancara, sebenarnya S1 sudah mengetahui apabila dengan cara substitusi menemukan hasil  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu, maka akan menggunakan cara pemfaktoran. Selanjutnya pada hasil pemfaktoran S1 menemukan nilai limitnya sebagaimana yang dicontohkan S1 dalam soal nomor 4 dalam Gambar 4.10. Subjek S1 menjelaskan bagaimana ketika fungsi  $g(x)$  didekati untuk nilai  $x = 1$  pada soal nomor 4 dan menemukan nilai limitnya adalah 2. Pada awalnya subjek terkecoh dengan tanda  $x \neq 1$ , namun setelah dikonfirmasi bahwa pada dasarnya S1 memahami maksud dari tanda  $\neq$  tersebut, adalah ketika  $x$ -nya sama dengan 1 maka hasilnya akan  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu, lalu langkah selanjutnya yang perlu dilakukan adalah dengan memfaktorkan. Sehingga S1 menyimpulkan bahwa fungsi  $g(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ .

Pada soal nomor 3 S1 memulai dengan membaca teks yang selanjutnya dilanjutkan dengan menentukan langkah dalam penyelesaian fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Dimulai dengan menentukan nilai untuk  $x > 1$ , setelahnya S1 diam dan memikirkan langkah selanjutnya yang mungkin dilakukan untuk menyelesaikan soal nomor 3. S1 mengambil beberapa contoh nilai-nilai yang sesuai untuk disubstitusikan pada fungsi  $h(x)$  dan didapatkan kesimpulan bahwa untuk nilai-nilai  $x$  kurang dari 1 atau  $x < 1$  disubstitusikan ke dalam  $h(x) = x^2$ , serta nilai-nilai  $x$  lebih dari 1 atau  $x > 1$  disubstitusikan ke dalam  $h(x) = x + 1$  menghasilkan nilai yang berbeda, atau dari hasil pengerjaan S1 tersebut disimpulkan bahwa fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi cabang tidak mempunyai limit, sebagaimana dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

Dan untuk soal yang nomer tiga Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  fungsi bercabang yaitu  $x^2$  untuk  $x \leq 1$  dan  $x + 1$  untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, jawabannya adalah tidak punya

Pada hasil kolom jawaban pada lembar tes, S1 juga menuliskan demikian, bahwa fungsi  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x = 1$ , hasil jawaban tertulis S1 disajikan dalam Gambar 4.5.



**Gambar 4.5** Cuplikan Jawaban Soal Nomor 3 S1

Selanjutnya diperkuat dengan cuplikan wawancara S1 sebagai berikut

P : Kenapa kok  $h(x)$  gak ada limitnya

S1 : Karna semisal jika kita substitusikan... karena untuk  $\lim h(x)$  itu semisal jika kita ambil contoh  $x$  mendekati 1, itu untuk nilai  $x$  nya 1 ataupun kebawah yaitu 0,5 itu semakin lama akan semakin menjauhi angka 1, untuk yang contoh ke-2 atau untuk  $x+1$  untuk  $x > 1$ , jika semakin besar kita mengambil angka maka semakin besar pula nilai yang kita dapatkan. Jadi semisal di garis bilangan, semakin ke kiri bukannya jadi 1 tetapi malah menjauhi 1, jadi tidak ditemukan limitnya.

Pada wawancara tersebut S1 menambahkan jawaban dengan menuliskan tabel nilai untuk menunjukkan bagaimana limit kanan dan limit kiri dari fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi cabang yang disajikan dalam Gambar 4.6.

x	-3	-2	-1	1	2	3	4
f(x)	9	4	1	2	3	4	5

**Gambar 4.6** Cuplikan Jawaban Soal Nomor 3 S1

Pada hasil perhitungan S1 tersebut dikonfirmasi kembali melalui wawancara apakah S1 memahami serta dapat menyimpulkan sendiri terkait tabel nilai pada Gambar 4.6.

P : *Berarti limit kanannya berapa?*

S1 : *Limit kanannya 2*

P : *Limit kirinya?*

S1 : *1*

P : *Jadi kesimpulanya apa?*

S1 : *Bukan nilai limit, karena persyaratan limit kan yang pertama ada nilai kiri, ada nilai limit kanan, dan yang ketiga yaitu nilai limit kiri dan limit kanan itu sama*

S1 dapat menyebutkan bahwa fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi cabang mempunyai limit kanan 2 dan limit kirinya adalah 1, selanjutnya disimpulkan bahwa fungsi tersebut tidak memiliki limit di  $x = 1$  atau merupakan buca contoh dari fungsi yang memiliki imit. Dari pemaparan hasil pengerjaan soal nomor 1, 2 dan 3 S1 dapat membedakan mana contoh fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$  yakni fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  pada soal nomor 1 dan 2, selanjutnya untuk soal nomor 3 yaitu fungsi cabang  $h(x)$  merupakan non contoh fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ .

d. Indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit (2b)

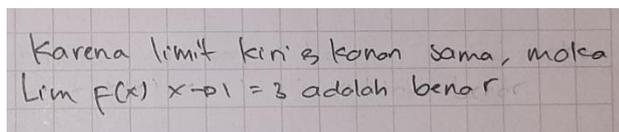
Pada indikator ini didasarkan fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  yang merupakan contoh dari fungsi yang mempunyai limit di  $x = 1$ . Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat yang memenuhi suatu fungsi dikatakan memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator sebelumnya, S1 mengidentifikasi bahwa pada soal nomor 1 yakni untuk fungsi  $f(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ , serta jawaban pada lembar soal tes sebagaimana Gambar 4.3 S1 memberikan pernyataan bahwa nilai limit

yang didapatkan merupakan hasil dari substitusi di  $x = 1$  pada fungsi  $f(x) = 2x +$

1. Pernyataan ini selaras dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Yang pertama apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  sama dengan dua  $x$  plus satu untuk nilai  $x$  bilangan riil, mempunyai limit di  $x = 1$ ?, iya, karena jika kita mensubstitusikan  $x$  sama dengan satu pada  $f(x)$  yaitu  $2x + 1$  kita akan mendapat nilai yaitu satu, seperti yang ada pada lembar jawaban ..., dua kali satu dua dikurangi satu sama dengan satu.*

Jawaban S1 pada lembar tes soal serta cuplikan *think aloud* tentu bukan apa yang dimaksudkan dari indikator d, oleh karena itu akan dilihat pada soal nomor 5 dengan fungsi yang sama  $f(x) = 2x + 1$  yakni bagaimana S1 dalam membuat tabel nilai dari fungsi  $f(x) =$  tersebut dengan limit di  $x = 1$ . Jawaban pada lembar soal tes soal nomor 5 disajikan pada Gambar 4.7.



**Gambar 4.7 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 5 S1**

Pada cuplikan *think aloud* S1 juga menyatakan hal yang sama sebagaimana yang tertulis dalam kolom jawaban pada lembar soal tes.

*karena itu limit kiri dan limit kanan akan sama bernilai 3 itu bisa kita simpulkan bahwa limit  $fx$  untuk  $x$  mendekati 1 sama dengan 3 adalah benar*

Jawaban S1 pada nomor 5 menyimpulkan bahwa bahwa benar limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$  untuk di  $x = 1$  adalah 3, karena limit kanan dan limit kirinya bernilai sama. Pernyataan tersebut didukung dengan hasil wawancara antara peneliti dengan S1.

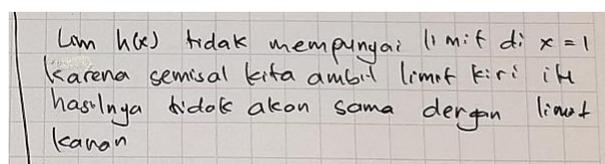
S1 : *Semisal kita lihat untuk  $fx$  ya, untuk  $fx$  dari kiri semakin ke kanan atau semakin ke 1 itu akan mendekati nilai 3, jika kita lihat dari kanan untuk*

*limit kanan semakin mendekati 1 maka **nilainya kan mendekati 3**, jadi bisa kita simpulkan bahwa untuk nilai limit  $x$  mendekati 1  $2x+1$  itu mendekati 3*

Nilai limit kanan akan mendekati 3 untuk nilai-nilai  $x$  mendekati 1 dari kanan yang disubstitusikan ke dalam  $f(x) = 2x + 1$ , serta nilai limit kiri juga akan mendekati 3 untuk nilai-nilai  $x$  mendekati 1 dari kiri yang disubstitusikan ke dalam  $f(x) = 2x + 1$ . Sebagaimana pada Gambar 4.7, nilai limit kanan dan limit kirinya sama yakni 3, sehingga menjadi kesimpulan bahwa tiga syarat suatu fungsi memiliki limit sudah terpenuhi. S1 pada paparan data dapat mengklasifikasikan syarat-syarat apa saja yang memenuhi suatu fungsi dikatakan limitnya ada, diantaranya nilai limit kanannya ada, nilai limit kirinya ada serta nilai limit kanan dan limit kirinya sama.

e. Indikator mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit (2c)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat mana yang membuat suatu fungsi dikatakan tidak memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator 2a, S1 mengidentifikasi bahwa pada soal nomor 3 yakni untuk fungsi  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x = 1$ , pernyataan ini didasarkan hasil pengerjaan pada kolom jawaban lembar soal tes sebagaimana yang disajikan pada Gambar 4.8.



Lim  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x=1$   
 karena semisal kita ambil limit kiri itu  
 hasilnya tidak akan sama dengan limit  
 kanan

**Gambar 4.8 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 3 S1**

S1 menyebutkan bahwa fungsi  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x = 1$  karena ketika diperhatikan dari nilai limit kanannya tidak sama dengan nilai limit kirinya.

Penyataan ini selaras dengan cuplikan *think aloud* S1 pada saat pengerjaan soal nomor 3.

*Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  fungsi bercabang yaitu  $x^2$  untuk  $x \leq 1$  dan  $x + 1$  untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, jawabannya adalah tidak punya karena untuk lim, limit fungsi  $h(x)$  itu jika kita semisal kita membuat tabel nilai nanti akan tidak akan ditemukan limitnya karena untuk nilai limit  $x$  kurang dari satu atau limit ke kiri itu semakin jauh semakin menjauhi satu sementara untuk limit  $x$  lebih dari satu atau semakin ke kanan itu semakin besar nilainya maka akan menjauhi satu, karena itu untuk fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x$  sama dengan satu*

Lebih rinci lagi pada cuplikan *think aloud* disebutkan bahwa S1 berpendapat bahwa ketika diambil untuk nilai-nilai  $x$  kurang dari satu lalu disubstitusikan pada fungsi  $h(x)$  yang bersesuaian, serta diambil untuk nilai-nilai  $x$  lebih dari satu lalu disubstitusikan pada fungsi  $h(x)$  yang sesuai, kedua nilainya sama-sama akan menjauhi satu. Dalam hal ini pernyataan dari subjek S1 masih belum jelas, apakah yang dimaksud dari nilai limit kananya menjauhi satu serta nilai limit kirinya menjauhi satu, kemudian S1 berkesimpulan bahwa fungsi  $h(x)$  tidak mempunyai limit di fungsi  $x = 1$ . Selanjutnya akan dikonfirmasi kembali melalui wawancara terkait pernyataan S1 pada cuplikan *think aloud* serta pada lembar tes soal.

P : Jadi misalkannya, samean bisa nggak menuliskan ini dengan tabel nilai?

S1 : Bisa

(siswa menuliskan tabel nilai untuk soal nomor 3)

P : ini kan limitnya di 1 ya, kalau satu ini  $x$ -nya kita dekati dari kiri  $h(x)$  nya akan mendekati nilai?

S1 : Satu

P : Dari kiri mendekati nilai satu, kalau kita  $x$ -nya kita dekati dari kanan, satu-nya ini, kita ambil  $x$ -nya dari kanan, akan mendekati nilai?

S1 : Satu juga, oh aaa...

(S1 diam berpikir)

P : Berarti limit kanannya berapa?

S1 : Limit kanannya 2

P : Jadi kesimpulannya apa?

S1 : Bukan nilai limit, karena persyaratan limit kan yang pertama ada nilai kiri, ada nilai limit kanan, dan yang ketiga yaitu nilai limit kiri dan limit kanan itu sama

Pada saat wawancara S1 menuliskan tabel nilai untuk soal tes nomor 3, disajikan dalam Gambar 4.9.

x	-3	-2	-1	1	2	3	4
f(x)	9	4	1	3	9	5	2

**Gambar 4.9 Tabel Nilai Soal Nomor 3 S1**

Data S1 dalam Gambar 4.8 serta *think aloud* untuk soal nomor 3 dikonfirmasi kembali melalui wawancara. S1 pada awalnya diminta untuk membuat tabel nilai soal nomor 3 untuk memperjelas apakah yang dimaksud dengan pernyataan limit kananya dan limit kirinya *menjauhi satu*. S1 mengambil beberapa nilai  $x$  kurang dari satu dan beberapa nilai  $x$  lebih dari satu selanjutnya nilai-nilai tersebut disubstitusikan ke dalam fungsi  $h(x)$  yang bersesuaian. Setelah mendapatkan *output* hasil perhitungan, S1 menyadari bahwa berdasarkan Gambar 4.9 limit kirinya mendekati satu, tetapi ketika diberikan pertanyaan mengenai limit limit kananya S1 juga menjawab satu, S1 diam dan berpikir mengenai jawabannya. Kemudian, untuk memperjelas perhitungan dari limit kanan pada fungsi  $h(x)$ , S1 diminta untuk membuat lebih rinci lagi pengambilan nilai  $x$  untuk  $x$  lebih dari satu, sehingga diambil 1,1, 1,2, 1,3, 1,4. Setelah didapatkan *output* baru berdasarkan hasil substitusi, S1 menyadari bahwa nilai limit kanannya mendekati dua.

S1 pada mulanya sudah mengetahui bahwa nilai limit kanan dan limit kirinya tidak sama, tetapi S1 kesulitan dalam membahasakan dengan baik apa yang dipahaminya serta dalam pengerjaan pada lembar soal tes S1 tidak mengerjakan dengan membuat tabel nilai. Setelah dibuat tabel nilai, S1 dapat dengan pasti

mengonfirmasi jawaban sebelumnya yang masih belum jelas. S1 juga dapat menyebutkan salah satu syarat yang tidak terpenuhi yakni limit kanan dan limit kirinya tidak sama, sehingga walaupun limit kanan dan limitnya ada tetapi salah satu syarat tidak terpenuhi, maka fungsi fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi cabang merupakan contoh fungsi yang tidak limit.

f. Indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit (3a)

Soal nomor 4 pada tes tulis menginstruksikan S1 untuk menentukan di titik manakah  $g(x)$  mempunyai limit. S1 menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  sebagaimana yang disajikan dalam Gambar 4.10.

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1 = 2$$

**Gambar 4.10 Jawaban Soal Nomor 4 S1**

S1 menyelesaikan dengan cara pemfaktoran, Sebagaimana dalam cuplikan *think aloud* siswa S1 sebagai berikut.

*Untuk limit  $x$  mendekati satu  $g(x)$ ,  $\lim x$  mendekati satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu dengan  $\lim x$  mendekati satu. ... jadi sisanya hanya  $\lim x$  mendekati satu untuk  $x$  plus satu langsung kita substitusikan satu tambah satu sama dengan dua.*

Pada soal tersebut S1 terlebih dahulu memfaktorkan bentuk  $x^2 - 1$ , selanjutnya ketika sudah mendapatkan bentuk sederhana yakni  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = x + 1$ , S1 melakukan substitusi  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$ . Hasil jawaban serta cuplikan *think aloud* sejalan dengan hasil wawancara antara peneliti dengan S1 dalam pembahasan soal nomor 4 sebagai berikut.

S1 : *karena untuk limit mendekati 1 kalau semisal kita mengambil atau mencari nilai limit dengan menggunakan substitusi itu akan menghasilkan nilai 0/0*

*atau tak tentu, jadi untuk nilai limit  $x=1$  jika semisal kita mau mencari nilai limitnya maka kita akan menggunakan cara pemfaktoran*

Peneliti mengonfirmasi bahwasanya penyelesaian yang dilakukan oleh S1 dengan menggunakan cara pemfaktoran mempertimbangkan bahwa ketika diselesaikan hanya dengan cara substitusi maka akan memunculkan bentuk tak tentu. Dengan cara pemfaktoran S1 memperoleh nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Sehingga S1 dapat dikatakan mampu menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit.

g. Indikator menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit (3b)

Pada soal nomor 4 tes tulis akan dilihat bagaimana S1 menentukan langkah-langkah yang tepat dalam menyelesaikan soal. Sebagaimana jawaban yang tersaji pada Gambar 4.10 S1 menyelesaikan dengan cara pemfaktoran, serta selaras dengan cuplikan rekaman *think aloud* tentang bagaimana S1 dalam menyelesaikan soal.

*Untuk limit  $x$  mendekati satu  $g(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 - 1$  mendekati satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu dengan  $\lim_{x \rightarrow 1} x$  mendekati satu, kita ubah bentuk untuk  $x$  kuadrat min satu, kita ubah menjadi bentuk  $x$  min satu dikali  $x$  plus satu per  $x$  min satu, untuk  $x$  min satu bisa kita hilangkan jadi sisanya hanya  $\lim_{x \rightarrow 1} x$  mendekati satu untuk  $x$  plus satu langsung kita substitusikan satu tambah satu sama dengan dua*

Tahapan S1 dalam menyelesaikan soal nomor 4 dikonfirmasi kembali pada saat wawancara bersama peneliti.

P : oke ini berarti gimana? coba dijelaskan yang atas

S1 : untuk limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $g(x)$  sama dengan limit  $x$  mendekati 1 yaitu  $x^2 - 1$  per  $x - 1$ , semisal kita substitusikan langsung  $1^2 - 1$  per  $1 - 1$  sama dengan 0 maka akan muncul bentuk tak tentu

P : 0/0 ya?

S1 : dan jika bentuk tak tentu maka itu bukanlah nilai limit, jadi kita faktorkan untuk fungsi  $g(x)$  yang atas yaitu limit  $x^2 - 1$  kita faktorkan menjadi  $x - 1$  dikali  $x + 1$ , oke untuk limit  $x$  mendekati 1,  $x - 1$  dikali  $x + 1$  per  $x - 1$  disini ada

*beberapa fungsi yang bisa kita hilangkan yaitu  $x-1$ , karena pada kedua ruas yaitu atas untuk penyebut dan pembilang ada fungsi tersebut maka kita coret, jadi menyisakan limit  $x$  mendekati 1 untuk  $x+1$ , dikarenakan sudah ada yang dicoret atau sudah ada yang dihilangkan maka bisa kita laksanakan atau bisa kita gunakan fungsi atau cara substitusi untuk limit  $x$  mendekati 1 untuk  $x + 1$  yaitu  $1 + 1$  sama dengan 2 ya*

Pada mulanya S1 menggunakan cara substitusi untuk menyelesaikan soal nomor 4 dan menemukan bentuk tak tentu yaitu  $\frac{0}{0}$ , setelahnya S1 menyelesaikan soal nomor 4 dengan cara pemfaktoran. Sebagaimana yang telah disebutkan S1 dalam wawancara, langkah pertama yang dilakukan adalah merubah bentuk  $x^2 - 1$  menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  sehingga didapatkan  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ . Selanjutnya S1 menyebutkan bahwa *beberapa fungsi yang bisa kita hilangkan yaitu  $x-1$* , maksudnya pada penyebut dan pembilang pada hasil fungsi  $g(x)$  setelah difaktorkan menjadi  $g(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ , ada  $(x - 1)$  yang saling menghilangkan, sehingga bentuk tersebut menjadi  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$ . Kemudian  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$  dapat diselesaikan dengan cara substitusi, S1 mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$  sehingga didapatkan hasil  $(1) + 1 = 2$ . Langkah-langkah yang di kerjakan oleh S1 pada kolom jawaban seberta *think aloud* lalu dikonfirmasi kembali pada saat wawancara terdapat keselarasan, sehingga S1 dikatakan dapat menentukan langkah-langkah penyelesaian dengan tepat untuk soal nomor 4.

h. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel (4a)

Tabel nilai merupakan salah satu alternatif dalam mengerjakan soal limit fungsi, sebagai bentuk representasi dalam menampilkan bagaimana perilaku suatu fungsi ketika diambil nilai-nilai atau titik-titik tertentu akan mendekati suatu nilai yang dituju. Pada indikator 4a akan dilihat bagaimana S1 menyajikan representasi

matematis dalam bentuk tabel pada soal nomor 5 atau pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  di  $x = 1$ . S1 menuliskan tabel nilai untuk fungsi  $f(x)$  pada kolom jawaban pada lembar tes sebagaimana yang tersaji dalam Gambar 4.11

x	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3
f(x)	2,4	2,6	2,8		3,2	3,4	3,6

**Gambar 4.11 Jawaban Soal Nomor 5 S1**

Pada Gambar 4.11 S1 mengambil nilai  $x$  kurang dari 1 diantaranya adalah 0,9, 0,8, dan 0,7 selanjutnya untuk nilai  $x$  lebih dari 1 S1 mengambil 1,1, 1,2, dan 1,3. Nilai-nilai  $x$  tersebut, sebagaimana pada Gambar 4.11 serta hasil pada  $f(x)$  sesuai dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Jika kita ambil limit  $f(x)$  di  $x$  sama dengan 1 kita ambil limit ke kiri maka kita akan mengambil nilai yaitu 0,9, 0,8, dan 0,7 jika kita ambil untuk nilai limit ke kanan atau limit positif maka kita ambil nilai 1,1, 1,2, dan 1,3 jika kita hitung untuk limit  $x$  mendekati 1 dari kiri itu akan mendekati 3 dengan pembuktian yaitu 2,4, 2,6, dan 2,8 semua nilai tersebut mendekati 3 untuk nilai  $\lim x$  sama dengan 1 dari kanan atau dari positif itu juga akan mendekati 3 bisa kita lihat dari tabel nilai akan menghasilkan nilai 3,6, 3,4, dan 3,2*

Setelahnya peneliti mengonfirmasi kepada S1 mengapa didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.11, terdapat dalam cuplikan wawancara sebagai berikut.

P : Kenapa kok bisa dapat tabel yang seperti ini?

S1 : Jadi untuk  $\lim x$  mendekati 1 untuk  $f(x) = 2x + 1$ , itu akan mendapati nilai 3, kenapa?, karena pada semisal kita menggunakan tabel nilai untuk limit  $2x+1$  untuk  $x$  mendekati 1, semisal kita dekati  $x$  dari sisi kanan, kita menggunakan nilai 1,1 akan menghasilkan nilai  $f(x)$  3,2, untuk 1,2 akan mendapat nilai 3,4, untuk 1,3 akan mendapat nilai 3,6, sementara jika kita dekati dari kiri untuk nilai  $x = 0,9$  menghasilkan  $f(x)$  2,8, untuk 0,8 menghasilkan  $f(x)$  2,6, untuk 0,7 menghasilkan 2,4. Semisal kita lihat untuk  $f(x)$  ya, untuk  $f(x)$  dari kiri semakin ke kanan atau semakin ke 1 itu akan mendekati nilai 3, jika kita lihat dari kanan untuk limit kanan semakin

mendekati 1 maka nilainya kan mendekati 3, jadi bisa kita simpulkan bahwa untuk nilai limit  $x$  mendekati 1  $2x+1$  itu mendekati 3

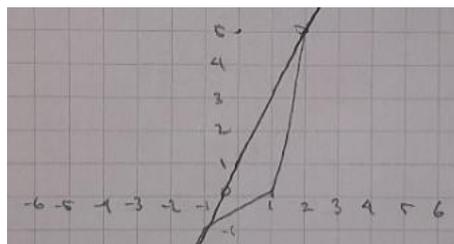
P :Berarti samean kok ngambil ini, kok bisa ngambil ini 1.1, 1.2, 1.3 di sini itu 0.9, 0.8, 0.7 patokannya apa?

S1 :Untuk patokannya apa, saya mengambil untuk nilai yang di kiri itu nilai yang kurang dari nilai yang ingin di cari

S1 menceritakan bagaimana didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.11. S1 memilih nilai  $x$  atau sebagai *input* yang akan disubstitusikan ke dalam  $f(x)$  adalah nilai-nilai yang berada di sekitar 1, hal ini berdasarkan apa yang bisa dipahami dari kalimat S1 yakni pada cuplikan wawancara. Setelah mendapatkan nilai-nilai  $x$  diantaranya adalah 0,9, 0,8,0,7 1,1, 1,2, dan 1,3, kemudian disubstitusikan ke dalam  $f(x) = 2x + 1$  sehingga mendapatkan 2,4,2,6,2,8 untuk  $f(x)$  di sebelah kiri dan 3,2,3,4,3,6 untuk  $f(x)$  di sebelah kanan. Selanjutnya S1 juga dapat menyimpulkan bahwa  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$  dan  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$ , karena  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  maka  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ .

i. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk grafik (4b)

Dalam menyajikan limit dapat melalui grafik, yang dapat memberikan gambaran secara visual tentang perilaku suatu fungsi apabila dimasukan *input* yang mendekati suatu nilai. Pada indikator 4b ini akan ditelaah bagaimana S1 menyajikan representasi matematis dalam bentuk grafik limit fungsi untuk fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  sebagaimana pada perintah soal tes nomor 6. Hasil pengerjaan S1 pada kolom jawaban lembar soal tes disajikan dalam Gambar 4.12.



### Gambar 4.12 Jawaban Soal Nomor 6 S1

Dalam menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , S1 terlebih dahulu menentukan titik-titik mana yang akan dijadikan *input* pada fungsi  $f(x)$ . Kemudian S1 mengaplikasikan titik-titik tersebut pada bidang cartesius sehingga didapatkan Gambar 4.12. Pada mulanya jawaban S1 adalah garis berkelok, hal ini sesuai dengan cuplikan *think aloud* berikut ini.

*kita akan menggambar grafik tersebut maka kita akan memperoleh beberapa titik yaitu yang pertama min 2, min 3, min 1, min 1, min 0,1, min 2,5, min 3,7, dan min 4,9 jika kita Gambar pada garis koordinat maka kita akan menemukan bentuk bergelombang atau berbelok-belok.*

Pada awalnya S1 menggambarkan grafik untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$  adalah berkelok sebagaimana Gambar 4.12 serta cuplikan *think aloud*, sehingga perlu untuk dikonfirmasi kembali mengenai jawaban tersebut, karena fungsi  $f(x) = 2x + 1$  merupakan fungsi linear yang ketika digambarkan pada bidang cartesius pasti akan berbentuk garis lurus. Peneliti mengonfirmasi kepada S1 melalui wawancara.

- P : *Berarti kalau kita Gambarkan ke cartesius, berarti bagaimana?*  
 S1 : *2,5*  
 P : *Berarti 2 nya mana, yang ini doaminnya ini. Sekarang 3.7*  
 S1 : *3 nya disini 9 nya 4, 4 disumbu x dan 9 di sumbu y, ini salah kayaknya pak, ini harusnya 0 nya disumbu x, jadi disini untuk y nya disini 1*  
 P : *Cobak samean benarkan cobak gimana*  
 S1 : *Harusnya y nya disini, jadi semisal kita tarik garis*  
 P : *Seharusnya lurus atau ndak*  
 S1 : *Lurus*

Pada sesi wawancara, jawaban pada lembar soal tes serta hasil *think aloud* S1 kembali dikonfirmasi. Pada cuplikan wawancara tersebut S1 menyadari bahwa terdapat kesalahan pada saat S1 meletakkan dimana titik-titik untuk nilai pada sumbu

$x$  dan sumbu  $y$ . Selanjutnya akan ditampilkan tabel nilai, di titik mana saja S1 mengambil titik-titik pada sumbu  $x$  Gambar 4.13

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-3	-1	1		5	7	9

**Gambar 4.13 Tabel Nilai Soal Nomor 6 S1**

Pada tabel tersebut S1 ngambil nilai  $x = 0$  lalu didapatkan  $f(x) = 1$ , sehingga titik koordinatnya adalah  $(0,1)$ . Titik  $(0,1)$  tersebut pada awalnya salah ketika di aplikasikan pada bidang cartesius, yang seharusnya 0 adalah pada sumbu  $x$  dan 1 itu pada sumbu  $y$ , ditulis sebaliknya 0 pada sumbu  $y$  dan 1 pada sumbu  $x$ . Peneliti mengonfirmasi grafik yang telah dibuat, S1 menyadari bahwa terdapat kekeliruan dalam menempatkan titik koordinat  $(0,1)$ . Sehingga setelah dibenarkan, Gambar yang diperoleh adalah grafik lurus sebagaimana pada Gambar 4.12. Kekeliruan S1 dalam menggambarkan grafik fungsi  $f(x)$  dapat dipahami bukan merupakan suatu kesalahan yang fatal, serta dapat disimpulkan bahwa S1 dapat menggambarkan grafik fungsi  $f(x)$ , hanya saja perlu untuk dicermati kembali serta fokus dalam mengaplikasikan titik-titik koordinat dalam bidang cartesius.

Berdasarkan paparan data, disimpulkan bahwa S1 dapat menguasai 9 indikator pemahaman konsep limit.

## **2. Analisis Data Pemahaman Konsep Limit Fungsi Subjek S2 dengan Minat Belajar Sangat Tinggi**

Untuk mengkaji indikator pertama (1a) terkait definisi limit dengan bahasa sendiri cukup hanya dengan menggunakan wawancara, selanjutnya pada indikator 1b sampai dengan 4b disertakan gambar pengerjaan soal serta cuplikan *think aloud*.

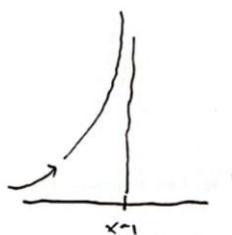
a. Indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri (1a)

Pada hasil wawancara S1 dapat menjawab pertanyaan terkait mendefinisikan konsep limit, adapun cuplikan wawancara S2 sebagai berikut.

P : *apa yang sampean pahami tentang konsep limit fungsi dengan bahasa sendiri*

S2 : *kalau limit fungsi itu kita nyari nilai yang mendekati itunya*

Berdasarkan hasil wawancara, S2 mendefinisikan secara sederhana konsep limit sesuai dengan bahasanya sendiri yakni nilai yang mendekati, tetapi perlu dikonfirmasi kembali pernyataan S2 tersebut, peneliti selanjutnya memberikan Gambaran suatu perilaku fungsi ketika mendekati nilai  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.14.



**Gambar 4.14 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit  $x = 1$  S2**

Pada mulanya peneliti memberikan ilustrasi suatu grafik dengan tanda panah pada Gambar 4.14, selanjutnya peneliti meminta S2 melanjutkan gambar grafik tersebut, bagaimana gambar tersebut apabila mendekati suatu limit di  $x = 1$ , selanjutnya S2 melanjutkan menggambar grafik. Setelah didapatkan Gambar 4.14 peneliti mengonfirmasi mengapa S2 menggambar demikian, dalam cuplikan wawancara sebagai berikut.

P : *kenapa kok bisa gini?*

S2 : *soalnya kan cuma mendekati doang mendekati doang*

P : *ga sampe?*

S2 : *ga sampe melewati atau ga sampe nyentuh*

Setelah dikonfirmasi, S2 menerangkan bahwa karena cuma mendekati sehingga S2 menggambarkan demikian, hal ini sejalan dengan apa yang S2 jawab pada pertanyaan sebelumnya. Walaupun dalam penjelasannya S2 tidak dengan akurat dalam membahasakan apa yang dipahami, tetapi dalam Gambar 4.14 selanjutnya peneliti mengonfirmasi terkait kata *mendekati* yang telah disebutkan oleh S2, yakni maksudnya adalah hanya sekedar mendekati tidak sampai menyentuh ataupun berpotongan. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa S2 mampu menguasai indikator pertama.

b. Indikator menyatakan limit dengan simbol matematis (1b)

S2 menuliskan jawaban pada lembar tes soal limit fungsi, pada soal nomor 4 dengan instruksi menghitung nilai limit fungsi  $g(x)$ , S2 menyelesaikan soal dengan cara difaktorkan. Pada langkah pertama S2 tidak menuliskan notasi limit limit fungsi  $g(x)$  mendekati 1, sebagaimana pada Gambar 4.15.

**Gambar 4.15 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S2**

Pada Gambar 4.15, S2 tidak menuliskan notasi matematis yakni  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  walaupun pada pengerjaan soal benar. Hal ini selaras dengan dengan hasil *think aloud* S2 sebagai berikut.

*jawabannya, iya karena kita bisa melakukan dengan cara pemfaktoran maksudnya kayak yang nomor 2 tadi jadi caranya  $x^2 - 1$  bisa kita faktorkan menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  per  $(x + 1)$  ... .*

Pada cuplikan *think aloud*, dapat diperhatikan bahwa S2 memang tidak menuliskan notasi matematis, sebagaimana umumnya pengerjaan soal limit. Sehingga perlu

dikonfirmasi dengan S2 melalui wawancara, sebagaimana cuplikan wawancara sebagai berikut.

P : *samean bisa menuliskan notasinya ga?*

S2 : *notasinya itu kayak gimana?*

P : *simbol matematiknya gimana? bisa ga? limit limit fungsi  $fx$  di  $x$  sama dengan 1 bisa ga?*

S2 : *kayak soal gitu ?*

P : *coba coba gimana?*

S2 : *limit  $fx$  (siswa menulis)*

Pada saat wawancara, S2 menuliskan simbol matematis limit fungsi  $fx$  untuk  $x$  mendekati 1 sebagaimana pada Gambar 4.16.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

**Gambar 4.16 Tulisan S2 Pada Sesi Wawancara**

S2 menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , lalu pada soal nomor 4 S2 menambahkan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  pada awal pengerjaan soal setelah menyadari bahwa kurang dalam menuliskan notasi limit fungsi  $gx$  untuk  $x$  mendekati 1. Hal ini bisa disebabkan kemungkinan karena pada soal tidak dituliskan demikian, sehingga S2 juga tidak menuliskan notasi limitnya. Tetapi setelah pada sesi wawancara S2 dapat menuliskan notasi limit dengan tanpa intervensi peneliti, sehingga pada Gambar 4.15 S2 membenarkan tulisannya dengan tanda coret lalu menambahkan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  yang semula hanya dituliskan  $g(x)$ , sehingga S2 tetap dapat dikatakan menyatakan limit dengan simbol matematis.

c. Indikator mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari (2a)

Pada soal nomor 1, 2 dan 3 merupakan soal yang bertujuan untuk mengklasifikasikan mana diantara ketiga fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang merupakan contoh dan non contoh untuk limit di  $x = 1$ . Soal nomor 1 dan 2 merupakan contoh dari fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ , sedangkan soal nomor 3 bukan. Pada soal nomor 1 berdasarkan hasil pengerjaan soal tes, S1 mengklasifikasikan bahwa pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  memiliki limit di  $x = 1$ , sebagaimana pengerjaan di kolom jawaban lembar soal tes pada Gambar 4.17.

$$\begin{array}{l}
 f(x) \\
 \lim_{x \rightarrow 1} = 2x + 1 \\
 = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3
 \end{array}$$

4 mempunyai limit

**Gambar 4.17 Jawaban Soal Nomor 1 S2**

Hal tersebut diperkuat dengan cuplikan *think aloud* S2 pada saat pengerjaan soal tes sebagai berikut.

*kemudian kita masukkan angka 1, 2 dikali 1 plus 1 jadinya 2 + 1, 3 itu benar artinya nilai tersebut adalah limit fungsi.*

Selain hasil *think aloud*, didukung juga dengan jawaban S2 pada saat wawancara sebagaimana cuplikan hasil wawancara sebagai berikut.

S2 : *itu kan kayak dengan cara substitusi gitu*

P : *limitnya ada?*

S2 : *ya*

Pada hasil *think aloud* beserta jawaban pada lembar tes, S2 menyatakan bahwa pada soal nomor 1 yakni fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ . Selanjutnya hasil jawaban tersebut dikonfirmasi kembali dengan wawancara, S2 menjelaskan bahwa untuk mencari nilai limit pada soal nomor satu cukup

diselesaikan dengan cara substitusi, sehingga dapat dinyatakan bahwa S2 sudah memahami maksud dari soal nomor 1 serta dengan hasil jawabannya.

Setelah menyelesaikan soal nomor 1 selanjutnya S1 beranjak mengerjakan soal nomor 2, hasil jawaban S1 disajikan dalam Gambar 4.18

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(1)^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0} \text{ (tidak tentu) jadi tidak mempunyai limit}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = (1+1) = 2$$

**Gambar 4.18 Jawaban S1 Untuk Soal Nomor 2**

S2 dalam Gambar 4.18 menuliskan bahwa fungsi  $g(x)$  tidak mempunyai limit jawaban akan dicocokkan dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*jika limitnya mendekati angka 1 karena jika kita substitusikan langsung  $\frac{x^2-1}{x-1}$ , artinya  $1^2 - 1$  per  $1 - 1$ ,  $1^2 - 1 = 0$  per  $1 - 1 = 0$  dan itu memberikan hasil tak tentu. jadi tidak mempunyai limit akan tetapi ada cara lain yaitu dengan cara pemfaktoran ... jika  $x$  nya kita substitusikan dengan angka 1 maka dia merupakan nilai limit*

Maksud kalimat tidak mempunyai limit S2 dalam Gambar 4.18 setelah diselaraskan dengan cuplikan *think aloud* dapat dimaknai bahwa apabila soal nomor 2 hanya diselesaikan hanya dengan substitusi maka nilai limitnya tidak ada, akan tetapi apabila di selesaikan dengan pemfaktoran maka akan ada nilai limitnya yakni 2, pernyataan ini selaras dengan hasil wawancara bersama S2 sebagai berikut.

P : yang nomor 2 punya limit ga?

S2 : punya tapi caranya pemfaktoran

Dalam cuplikan wawancara tersebut menegaskan bahwa S2 berpendapat untuk soal nomor 2 atau pada fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  mempunyai limit di  $x = 1$ , hal

tersebut apabila diselesaikan dengan cara pemfaktoran. Sehingga kesimpulan S2 adalah bahwa pada fungsi  $g(x)$  merupakan contoh fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ .

Pada soal nomor 3 S1 memulai dengan membaca teks yang selanjutnya dilanjutkan dengan menentukan langkah dalam penyelesaian fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Penyelesaian soal nomor 3 oleh S2 ditampilkan dalam Gambar 4.19 sebagai berikut.

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \Rightarrow (1^2 = 1) \checkmark \\ x+1, & \text{untuk } x > 1 \Rightarrow (1+1 = 2) \checkmark \end{cases}$$

**Gambar 4.19** Cuplikan Jawaban Soal Nomor 3 S2

Dalam jawaban tersebut tidak disebutkan secara spesifik jawaban yang diminta dalam soal nomor 3. Selanjutnya akan jawaban tersebut akan diselaraskan dengan *think aloud* S2 pada saat mengerjakan soal nomor 3.

***jawabannya iya dia mempunyai limit di  $x$  karena jika kita substitusikan ke kedua pola tersebut***

Subjek S2 menyimpulkan bahwa fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang mempunyai limit di  $x = 1$ . Dalam Gambar 4.19 dan cupikan *think aloud* S2 menyelesaikan soal nomor 3 dengan menggunakan cara substitusi dengan mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $h(x) = x^2$ , serta ke dalam  $h(x) = x + 1$ . walaupun hasilnya berbeda, tetapi terlihat S2 tidak memahami maksud serta cara menyelesaikan soal. Selanjutnya peneliti mengonfirmasi melalui wawancara terkait jawaban serta *think aloud* S2 pada soal nomor 3.

S2 : *itu itu punya limit*

P : *punya limit? Yakin iya kita bisa menghitung kembali ya? ... pakai tabel nilai gitu aja ya?*

Pada cuplikan tersebut S2 masih menyebutkan bahwa pada soal nomor 3 yakni fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi cabang memiliki limit di  $x = 1$ . Pada akhirnya S2 dapat menyimpulkan bahwa soal nomor 3 tidak memiliki limit karena salah satu syarat tidak terpenuhi yakni nilai limit kanan serta limit kirinya tidak sama, terlihat dalam cuplikan wawancara berikut.

P : *sekarang kita simpulkan berarti ada limitnya enggak?*

S2 : *enggak,*

P : *kenapa? syaratnya ada limit itu apa?*

S2 : *syaratnya limit itu ada 3*

P : *coba yang satu*

S2 : *apa pak ya?*

P : *limit kanan nya ada*

S2 : *limit kanan nya ada limit kirinya ada yang ketiga itu harus sama pokoknya kalo enggak sama ya nggak limit*

P : *Terus syarat yang ketiga limit kanan dan ini sama enggak?*

S2 : *nggak*

P : *tidak terpenuhi berarti ya berarti ini bukan*

S2 : *bukan limit*

Dalam menjawab sampai dengan mendapatkan kesimpulan bahwa untuk nomor 3 bahwa fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah bukan contoh limit S2 memerlukan bimbingan ataupun intervensi dalam menjawab, sehingga hal ini menandakan apa yang disimpulkan pada bukan merupakan buah pikir pribadi subjek S2, peneliti perlu untuk setidaknya mendikte dalam menjawab pertanyaan, seperti halnya yang tertuang dalam cuplikan wawancara, S2 kebingungan untuk menjawab pertanyaan untuk menyebutkan syarat-syarat suatu fungsi itu mempunyai limit, sehingga perlu untuk dibantu menjawab dengan menyebutkan salah satu syarat sehingga S2 dapat menyebutkan syarat sisanya. Sehingga dapat disimpulkan bahwa S2 belum menguasai dalam memberikan noncontoh fungsi yang bukan limit.

d. Indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit (2b)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  yang merupakan contoh dari fungsi yang mempunyai limit di  $x = 1$ . Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat yang memenuhi suatu fungsi dikatakan memiliki limit. S2 mengidentifikasi bahwa pada soal nomor 1 yakni untuk fungsi  $f(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ , serta jawaban pada lembar soal tes sebagaimana Gambar 4.17 S2 memberikan pernyataan bahwa nilai limit yang didapatkan merupakan hasil dari substitusi di  $x = 1$  pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$ . Pernyataan ini selaras dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Jawabannya iya  $f(x) = 2x + 1$  itu mempunyai limit di  $x = 1$ , karena jika kita substitusikan secara langsung ke angka  $x$  berarti kan nilainya tadi  $2x + 1$  kemudian kita masukkan angka 1, 2 dikali 1 plus 1 jadinya  $2 + 1$ , 3 itu benar artinya nilai tersebut adalah limit fungsi.*

Jawaban S1 pada lembar tes soal serta cuplikan *think aloud* tidaklah cukup menjawab, oleh karena itu akan dilihat pada soal nomor 5 dengan fungsi yang sama  $f(x) = 2x + 1$  yakni bagaimana S1 dalam membuat tabel nilai dari fungsi  $f(x) =$  tersebut dengan limit di  $x = 1$ . Jawaban pada lembar soal tes soal nomor 5 disajikan pada Gambar 4.20.

$x$	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4
$f(x)$	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8
$f(x)$	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8

**Gambar 4.20 Jawaban Soal Nomor 5 S2**

Pada Gambar 4.20 peneliti meminta S2 untuk memeriksa kembali jawaban pada tabel, lalu S2 menyadari dan memberikan revisi pada jawaban kolom  $f(x)$ , selanjutnya peneliti meminta untuk menyimpulkan berdasarkan limit kanan dan limit kiri dari tabel pada Gambar 4.20 dalam cuplikan wawancara berikut.

- P : *mendekati satu dari kiri mendekati berapa?*  
 S2 : *ini 2 oh salah, ini 3*  
 P : *mendekati berapa?*  
 S2 : *3 pak*  
 P : *sekarang disini limit  $x$  menegati dari kanan juga mendekti berapa?*  
 S2 : *3*  
 P : *berarti syarat yang terpenuhi*  
 S2 : *limit dari kiri ada limit dari kanan ada*  
 P : *dan ternyata?*  
 S2 : *ternyata antara limit dari kanan itu sama iya sama*

Pada cuplikan wawancara yang membahas soal nomor 5 S2 diminta menyimpulkan atasa apa yang tersaji dalam tabel pada Gambar 4.20, S2 dapat memberikan kesimpulan syarat-syarat apa saja yang suatu fungsi dikatakan memiliki limit berdasarkan soal nomor 5. S2 diminta menjawab limit kanannya serta limit kirinya mendekati berapa, yakni sama-sama mendekati 3, lalu S2 menyatakan bahwa tiga syarat suatu fungsi dikatakan memiliki limit terpenuhi, yakni limit kanan dan limit kirinya ada serta limit kanan dan limit kirinya sama. Hasil jawaban tersebut dijawab S2 dengan tanpa intervensi untuk mengarahkan jawaban, sehingga jawaban tersebut adalah berasal dari S2 pribadi.

e. Indikator mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit (2c)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat yang membuat suatu fungsi dikatakan tidak memiliki limit. S2 mengidentifikasi bahwa pada soal nomor 3 yakni untuk fungsi  $h(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ , pernyataan ini didasarkan hasil pengerjaan pada jawaban lembar soal tes sebagaimana yang disajikan pada Gambar 4.21.

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \Rightarrow (1^2 = 1) \checkmark \\ x+1, & \text{untuk } x > 1 \Rightarrow (1+1 = 2) \checkmark \end{cases}$$

**Gambar 4.21 Jawaban Soal Nomor 3 S2**

S2 dalam Gambar 4.21 tidak menyimpulkan apakah fungsi  $h(x)$  mempunyai limit atau tidak, sehingga akan dilihat dalam cuplikan *think aloud* S2 pada saat pengerjaan soal nomor 3.

*jawabannya iya dia mempunyai limit di  $x$  karena jika kita substitusikan ke kedua pola tersebut misalnya untuk pola yang pertama yaitu  $x^2$  ketentuannya untuk  $x \leq 1$  jika kita substitusikan angka 1 ke dalam  $x^2$  maka jadinya yaitu 1 ... , kemudian untuk pola yang kedua yaitu  $x + 1$  untuk  $x > 1$  dan itu benar jika kita substitusikan angka 1 ke dalam  $x + 1$  jadi 1 per 1 sama dengan 2 nah, angka 2 tersebut merupakan lebih dari 1.*

Pada cuplikan *think aloud* tidak disebutkan syarat-syarat apa saja yang membuat S2 berpendapat bahwa fungsi  $h(x)$  memiliki limit. Selanjutnya akan dikonfirmasi kembali melalui wawancara terkait pernyataan S2 pada cuplikan *think aloud* serta pada lembar tes soal.

- P : pakai tabel nilai gitu aja ya? ... kalau dari sini namanya apa? mendekati dari?  
 S2 : dari 1, dari kiri, dari kanan  
 P : ini dimasukkan ke mana? coba ini dimasukkan ke fungsi bang coba tuding aja  
 S2 : eh yang ini eh, bentar pak oh yang ini pak  
 P : kenapa?  
 S2 : karena ini kurang dari sama dengan 1  
 P : oh gitu ya? kalau yang ini dimasukkan ke mana?  
 S2 : ke sini  
 ...  
 P : Terus syarat yang ketiga limit kanan dan ini sama enggak?  
 S2 : nggak  
 P : tidak terpenuhi berarti ya berarti ini bukan  
 S2 : bukan limit

Pada saat wawancara S2 menuliskan tabel nilai untuk soal tes nomor 3, disajikan dalam Gambar 4.22.

$x$	$f(x)$
0,7	0,49
0,8	0,64
0,9	0,81
1	
1,1	2,1
1,2	2,2
1,3	2,3

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

### Gambar 4.22 Tabel Nilai Soal Nomor 3 S2

Dalam menuliskan tabel nilai untuk soal nomor 3 subjek memerlukan bantuan terkait nilai mana yang harus disubstitusikan ke dalam  $x^2$  dan mana yang harus disubstitusikan ke  $x + 1$ . Peneliti tidak memberikan *clue* secara jelas terkait kebingungan yang alami S2 sehingga dengan sedikit intervensi subjek S2 dapat membuat tabel nilai untuk fungsi  $h(x)$ . Selanjutnya peneliti meminta untuk menyebutkan limit kanan dan limit kirinya serta menyimpulkan dari tabel nilai yang sudah dibuat, dalam menuliskan limit kanan serta limit kiri S2 memerlukan bantuan, lalu dalam menyimpulkan S2 juga masih kesulitan. Sehingga walaupun dalam kesimpulan akhirnya S2 dapat menyebutkan syarat mana yang membuat fungsi  $h(x)$  tidak memiliki limit di  $x = 1$ , tetapi berdasarkan identifikasi alur pengerjaan dan pembahasan soal berdasarkan jawaban tes, *think aloud* serta wawancara S2 tidak dapat memenuhi Indikator mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit.

f. Indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit (3a)

Soal nomor 4 pada tes tulis menginstruksikan S2 untuk menentukan di titik manakah  $g(x)$  mempunyai limit. S1 menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  sebagaimana yang disajikan dalam Gambar 4.23.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} \rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1$$

$$x \in \{1, 2, 3, 4\}$$

$$= 1+1 = 2$$

Gambar 4.23 Jawaban Soal Nomor 4 S2

S1 menyelesaikan dengan cara pemfaktoran, Sebagaimana dalam cuplikan *think aloud* siswa S1 sebagai berikut.

*iya karena kita bisa melakukan dengan cara pemfaktoran maksudnya kayak yang nomor 2 tadi jadi caranya  $x^2 - 1$  bisa kita faktorkan menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  per  $(x + 1)$  ... angka 1 kita masukkan ke  $x + 1$  jadinya 1 plus 1 sama dengan 2.*

Pada soal tersebut S2 terlebih dahulu memfaktorkan bentuk  $x^2 - 1$ , selanjutnya ketika sudah mendapatkan bentuk sederhana yakni  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = x + 1$ , S2 melakukan substitusi  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$ . Hasil jawaban serta cuplikan *think aloud* sejalan dengan hasil wawancara antara peneliti dengan S1 dalam pembahasan soal nomor 4 sebagai berikut.

S1 : *jadinya kita pakai perfaktoran*

Maksud pernyataan S2 dalam wawancara adalah cara pemfaktoran setelah sebelumnya dengan substitusi. Dengan cara pemfaktoran S2 memperoleh nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Sehingga S2 dapat dikatakan mampu menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit.

g. Indikator menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit (3b)

Pada soal nomor 4 tes tulis akan dilihat bagaimana S2 menentukan langkah-langkah yang tepat dalam menyelesaikan soal. Sebagaimana jawaban yang tersaji pada Gambar 4.23 S2 menyelesaikan dengan cara pemfaktoran serta selaras dengan cuplikan *think aloud* tentang bagaimana S1 dalam menyelesaikan soal.

*jadi caranya  $x^2 - 1$  bisa kita faktorkan menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  per  $(x + 1)$  untuk  $(x + 1)$  yang diatas dan dibawah itu bisa kita coret dan tinggal  $(x - 1)$  jika kita masukkan bilangan real atau angka real misalnya bilangan realnya kayak 1, 2, 3 4 itu terdapat nilainya, misalnya angka 1 kita masukkan ke  $x + 1$  jadinya 1 plus 1 sama dengan 2.*

Tahapan S2 dalam menyelesaikan soal nomor 4 dikonfirmasi kembali pada saat wawancara bersama peneliti.

- P : *tahapan untuk menyelesaikan soal nomor empat ini ada berapa?*  
 S2 : *Ada dua, pertama itu substitusi berhubung substitusinya hasilnya yak tentu jadinya kita pakai perfaktorasi*

Pada mulanya S2 menggunakan cara substitusi untuk menyelesaikan soal nomor 4 dan menemukan bentuk tak tentu, setelahnya S2 menyelesaikan soal nomor 4 dengan cara pemfaktoran. Sebagaimana yang telah disebutkan S2 dalam cuplikan *think aloud*, langkah pertama yang dilakukan adalah merubah bentuk  $x^2 - 1$  menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  sehingga didapatkan  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ . Selanjutnya S2 menyebutkan bahwa *yang diatas dan dibawah itu bisa kita coret*, maksudnya pada penyebut dan pembilang yakni ada  $(x - 1)$  sehingga dapat disederhakan sehingga bentuk  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  menjadi  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$ . Kemudian  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$  dapat diselesaikan dengan cara substitusi, S2 mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$  sehingga didapatkan hasil  $(1) + 1 = 2$ . Langkah-langkah yang di kerjakan oleh S2 pada kolom jawaban seberta *think aloud* lalu dikonfirmasi kembali pada saat wawancara terdapat keselarasan, sehingga S2 dikatakan dapat menentukan langkah-langkah penyelesaian dengan tepat untuk soal nomor 4.

h. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel (4a)

Tabel nilai merupakan salah satu alternatif dalam mengerjakan soal limit fungsi, sebagai bentuk representasi dalam menampilkan bagaimana perilaku suatu fungsi ketika diambil nilai-nilai atau titik-titik tertentu akan mendekati suatu nilai yang dituju. Pada indikator 4a akan dilihat bagaimana S2 menyajikan representasi matematis dalam bentuk tabel pada soal nomor 5 atau pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  di  $x = 1$ . S1 menuliskan tabel nilai untuk fungsi  $f(x)$  pada kolom jawaban pada lembar tes sebagaimana yang tersaji dalam Gambar 4.24.

$x$	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4
$f(x)$	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4
$f(x)$	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8

**Gambar 4.24 Jawaban Soal Nomor 5 S2**

Pada Gambar 4.24 S1 mengambil nilai  $x$  kurang dari 1 diantaranya adalah 0,9, 0,8, 0,7 dan 0,6 selanjutnya untuk nilai  $x$  lebih dari 1 S1 mengambil 1,1, 1,2, 1,3 dan 1,4. Nilai-nilai  $x$  tersebut, sebagaimana pada Gambar 4.24 serta hasil pada  $f(x)$  sesuai dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Jadi kita tulis di tengah-tengahnya itu angka 1 yang untuk tabel lurus nya  $x$  itu di tengah-tengahnya angka 1 untuk di sebelah kirinya itu kita tulis 0,9 0,8 0,7 sebelah kirinya lagi 0,6 dan ... kita tulis di lurus nya atau di lurus nya  $f(x)$  di bawahnya 0,9 jadinya 1,9 untuk di sebelah kirinya 1,9 itu kita isi dengan 1,8, 1,7, 1,6 ... Maaf saya pada keliruan jadi untuk yang tabel sebelah kanan itu kita mulai dari 1,1 1,2 1,3 1,4 ... yang dibawahnya 1,1 itu adalah 2,1 kita peroleh dari 1,1 ditambah 1 untuk disebelahnya 2,1 itu 2,2, 2,3 dan 2,4 ... nah dari tabel yang sudah kita tulis bisa kita ketahui nilai hasil dari  $S$  sama dengan 1 itu adalah apa jadi tabel sebelah kiri yang  $f(x)$  itu kan 1,9 dan disebelah kanannya angka 1 yang dibawahnya 1,1 itu 2,1 artinya nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  itu adalah 2*

Setelahnya peneliti mengonfirmasi kepada S1 mengapa didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.24, terdapat dalam cuplikan wawancara sebagai berikut.

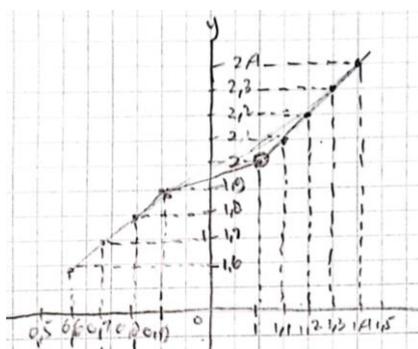
- P : *samian dapat dari tabel ini dari mana? kok bisa misalkan ya ini berapa? 0,6 gadangannya 1,6, kok gitu?*  
 S2 : *dari sini pak*  
 P : *ini tadi benar atau salah?*  
 S2 : *salah*

Setelah dikonfirmasi pada saat wawancara mengenai Gambar 4.24 tentang tabel nilai yang telah dibuat, selanjutnya S2 menyadari bahwa terdapat kesalahan dalam memasukan nilai-nilai  $x$  untuk  $f(x)$ . Pada Gambar 4.24 terdapat baris  $f(x)$  yang

sudah dibenarkan oleh S2. Dalam cuplikan *think aloud*. S2 Menceritakan bagaimana didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.24. S2 memilih nilai  $x$  atau sebagai *input* yang akan disubstitusikan ke dalam  $f(x)$  adalah nilai-nilai yang berada di sekitar 1, terdapat kekeliruan dalam S2 menentukan  $f(x)$ , tetapi setelah S2 menyadari kesalahannya, kemudian tabel nilai dapat dibetulkan.

i. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk grafik (4b)

Dalam menyajikan limit dapat melalui grafik, yang dapat memberikan gambaran secara visual tentang perilaku suatu fungsi apabila dimasukan *input* yang mendekati suatu nilai. Pada indikator 4b ini akan ditelaah bagaimana S2 menyajikan grafik limit fungsi untuk fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  sebagaimana pada perintah soal tes nomor 6. Hasil pengerjaan S2 pada kolom jawaban lembar soal tes disajikan dalam Gambar 4.25.



**Gambar 4.25 Jawaban Soal Nomor 6 S2**

Dalam menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , S2 berpatokan pada tabel nilai di nomor 5 sebagaimana dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*jadi kita gambar grafiknya yaitu untuk  $x$  menegati 1 jadi kita tulis koordinat untuk nilai  $x$  dan nilai  $y$ -nyaitu ada pada tabel nomor 5.*

Pada pembahasan sebelumnya, setelah diwawancara S2 menyadari bahwa dalam membuat tabel nilai pada nomor 5 terdapat kesalahan dalam memilih fungsi yang

akan disubstitusi nilai-nilai  $x$  yang sudah dipilih. Sehingga perlu untuk dikonfirmasi kembali grafik pada Gambar 4.25.

P : *sekarang coba kamu Gambarkan grafiknya dari nilai-nilai ini 0,9 itu dimana?*

S2 : *di sini*

P : *yakin? ini kalau kesini  $x$  nya negatif atau positif?*

S2 : *negatif*

P : *negatif batas ukurannya itu dari mana sih*

S2 : *nol kebawah*

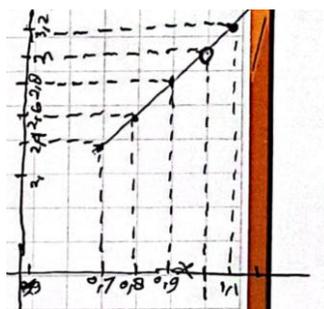
P : *nol kebawah kan, cobak tulis aja 0,9 dimana*

S2 : *disini, eh iya a pak*

P : *Iya, oke satu lagi, berarti bisa buat grafiknya brati, dengan meng..*

S2 : *Menghubungkan*

Dalam menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , S2 pada mulanya kurang tepat saat meletakkan titik-titik pada sumbu  $x$  dan sumbu  $y$  sebagaimana yang diperoleh dalam tabel pada Gambar 4.24, sehingga perlu untuk dikonfirmasi kembali dimanakah letak yang benar. Setelah S2 menyadari serta membenarkan kekeliruannya, kemudian dapat digambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$  yang baru sebagaimana pada Gambar 4.26



**Gambar 4.26 Revisi Jawaban Soal Nomor 6 S2**

Meskipun pada mulanya subjek kurang tepat dalam menempatkan titik koordinat, namun saat diperhatikan grafik yang telah dibuat bentuknya adalah garis lurus sebagaimana pada revisi jawaban dalam Gambar 4.26 juga berbentuk garis lurus,

dengan ini cukup membuktikan bahwa S2 dapat menggambarkan representasi matematis dalam bentuk grafik.

Berdasarkan paparan data, disimpulkan bahwa S2 hanya tidak dapat menguasai satu indikator pemahaman konsep limit fungsi saja, yaitu dalam mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari.

### 3. Analisis Data Pemahaman Konsep Limit Fungsi Subjek S3 dengan Minat Belajar Tinggi

Untuk mengkaji indikator pertama (1a) terkait definisi limit dengan bahasa sendiri cukup hanya dengan menggunakan wawancara, selanjutnya pada indikator 1b sampai dengan 4b disertakan gambar pengerjaan soal serta cuplikan *think aloud*.

#### a. Indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri (1a)

Pada hasil wawancara S3 dapat menjawab pertanyaan terkait mendefinisikan konsep limit, adapun cuplikan wawancara S3 sebagai berikut.

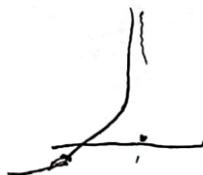
P : *Oke brati samean paham gak tentang konsep limit itu apa?*

S3 : *Mendekati, nilai yang mendekati gimana*

P : *Coba apa, mendekati ya*

S3 : *Iya Intinya pokok mendekati*

Berdasarkan hasil wawancara, S3 mendefinisikan secara sederhana konsep limit sesuai dengan bahasanya sendiri yakni nilai yang mendekati, perlu dikonfirmasi kembali pernyataan S3 tersebut, peneliti selanjutnya memberikan gambaran suatu perilaku fungsi ketika mendekati nilai  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.27.



**Gambar 4.27 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit  $x = 1$  S3**

Peneliti memberikan ilustrasi suatu grafik yang mendekati  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.27, selanjutnya peneliti meminta S3 melanjutkan gambar grafik tersebut, bagaimana gambar tersebut apabila mendekati suatu limit di  $x = 1$ , selanjutnya S3 melanjutkan menggambar grafik. Setelah didapatkan Gambar 4.27 peneliti mengonfirmasi mengapa S3 menggambar demikian, dalam cuplikan wawancara sebagai berikut.

P : *Berarti akalau misal kita buat grafik gini ya, (sembari menggambar), nanti gimana apakah berpotongan sret ini atau gimana*

S3 : *Ndak ini gini, kan mendekati tok, jadi gini terus, kayaknya, kayaknya kok kayak pernah ingat*

P : *Konsep limit gitu ya*

S3 : *Iya kan mendekati aja*

Jawaban S3 berdasarkan cuplikan wawancara, menegaskan kembali pernyataan awal S3 tentang konsep limit merupakan suatu nilai yang mendekati serta sebagaimana yang digambarkan oleh S3 dalam Gambar 4.27 suatu fungsi hanya sekedar mendekati suatu nilai. Subjek mendefinisikan secara sederhana konsep limit sesuai dengan bahasanya sendiri, walaupun dalam penjelasannya S3 tidak dengan lancar dalam membahasakan apa yang dipahami, namun dapat dipahami apa maksud S3 terkait konsep limit yang ditanyakan. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa S3 mampu menguasai indikator pertama.

#### b. Indikator menyatakan limit dengan simbol matematis (1b)

Pada soal nomor 4 dengan instruksi menghitung nilai limit fungsi  $g(x)$ , tetapi S3 menyelesaikan soal nomor 4 dengan cara membuat tabel nilai, sehingga akan dilihat dari soal lain apakah ada subjek menuliskan simbol matematis limit fungsi. Pada soal nomor 1 subjek menuliskan notasi limit untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$  dapat diperhatikan pada Gambar 4.28.

$$f(x) = 2x + 1$$

$$\lim_{x-01}$$

**Gambar 4.28** Cuplikan Jawaban S3 Untuk Soal Nomor 1

Pada Gambar 4.28, S3 menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  untuk memulai pengerjaan soal nomor 1, dimana pada instruksi soal tidak dituliskan notasi tersebut, sehingga S3 dengan sendiri berinisiatif menuliskan demikian. Pada sesi wawancara S3 diminta menuliskan notasi untuk fungsi  $g(x)$ , dalam cuplikan wawancara sebagai berikut.

S2 : *Paham kayak simbol gitu kan*

P : *Coba gimana, kalo imit  $x$  mendekati 1 itu gimana penulisannya*

S2 : *Lim  $x$  satu (siswa menulis)*

Pada saat wawancara S3 menuliskan sesuai instruksi peneliti, tulisan S3 disajikan dalam Gambar 4.29.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = 0$$

**Gambar 4.29** Notasi Limit  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  S3

Pada soal nomor 1 S3 terlebih dahulu mengerjakan soal dengan menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , yang mana pada soal tidak dituliskan demikian, tetapi S3 memahami bahwa pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  akan didekati oleh suatu nilai  $x$  mendekati 1. Selanjutnya pada Gambar 4.29 setelah diminta S3 dapat menuliskan simbol matematis untuk fungsi  $g(x)$  akan didekati oleh suatu nilai  $x$  mendekati 1.

c. Indikator mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari (2a)

Pada soal nomor 1, 2 dan 3 merupakan soal yang bertujuan untuk mengklasifikasikan mana diantara ketiga fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang merupakan contoh dan non contoh untuk limit di  $x = 1$ . Soal nomor 1 dan 2 merupakan contoh dari

fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ , sedangkan soal nomor 3 bukan. Pada soal nomor 1 berdasarkan hasil pengerjaan soal tes, S3 mengklasifikasikan bahwa pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  memiliki limit di  $x = 1$ , sebagaimana pengerjaan di kolom jawaban lembar soal tes pada Gambar 4.30.

**Gambar 4.30 Jawaban Soal Nomor 1 S3**

Hal tersebut diperkuat dengan cuplikan *think aloud* S3 pada saat pengerjaan soal tes sebagai berikut.

*fungsi  $f(x) = 2x + 1$  akan didekati oleh suatu nilai  $x$  mendekati 1.*

Jawaban dan hasil *think aloud* subjek S3 selanjutnya dikonfirmasi kembali melalui wawancara sebagai berikut.

P : *Yang mana*

S3 : *Yang fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  sama dengan, ini untuk bilangan riil kan?*

P : *Iya*

S3 : *Mempunyai limit di  $x$  sama dengan 1*

Subjek pada sesi wawancara mengonfirmasi bahwa jawaban pada soal nomor 1 yakni fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ . Pada Gambar 4.30 terlihat S3 menyelesaikan soal nomor 1 dengan cara substitusi, didapatkan  $f(1) = 3$ .

Setelah menyelesaikan soal nomor 1 selanjutnya S3 beranjak mengerjakan soal nomor 2 yakni untuk fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , hasil jawaban S3 disajikan dalam Gambar 4.31.

$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$   
 $x \neq 1$   
 $g(x) = \frac{2^2 - 1}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$   
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} = (x-1)(x+1)$

Punya limit karena  $g(x) = x^2 - 1$  dan  $g(x) = x^2 - 1$   
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  dan  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$   
 memiliki hasil limit sama.

**Gambar 4.31 Jawaban Soal Nomor 2 S3**

S3 dalam Gambar 4.31 menuliskan bahwa fungsi  $g(x)$  mempunyai limit ketika diambil nilai 2, jawaban tersebut sesuai dengan hasil *think aloud* sebagai berikut.

*eh sama dengan  $(x^2 - 1)/(x - 1)$ . Memiliki hasil limit sama.*

Pada hasil pengerjaan dalam Gambar 4.31 dan *think aloud* tersebut S3 menyimpulkan bahwa pada soal nomor 2 yakni pada fungsi  $g(x)$  ketika  $x \rightarrow 2$ . Pernyataan tersebut dapat dilihat sebagaimana dalam Gambar 4.31 S3 menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$  sama dengan  $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ . Selanjutnya akan dikonfirmasi kembali melalui wawancara mengenai alasan mengapa S3 memperoleh jawaban tersebut.

S3 : *Ini kan ini tidak sama dengan 1 x-nya, jadi saya coba 2 aja terus jadi 3, ndak tahu*

P : *Oh gitu, samean dari soal yang no.2 ini ada yang dibingungkan nggak?, bingung maksudnya ini*

S3 : *Iya x tidak sama dengan 1 itu*

Dalam cuplikan wawancara, subjek S3 menuliskan jawaban sebagaimana pada Gambar 4.31, subjek menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$  karena mengira tidak boleh mengambil nilai 1, karena terdapat tanda tidak sama dengan. Penyelesaian yang dikerjakan S3 pada kolom jawaban lembar tes juga hanya dengan menggunakan substitusi, karena dengan mengambil  $x \rightarrow 2$  akan didapatkan limitnya adalah 3, sedangkan yang dimaksudkan dalam soal adalah limit  $x \rightarrow 1$ . Hal ini disebabkan karena S3 merasa bingung dengan adanya tanda  $x \neq 1$ , dalam pengerjaan soal S3 juga sempat

dengan menggunakan tabel nilai. Selanjutnya dalam wawancara S3 diberi penjelasan bahwa dalam dalam penyelesaian soal nomor 2 adalah dengan  $x \rightarrow 1$ .

P : *Paham ndak maksud saya, berarti ini tetep limit x mendekati*

S3 : *Satu*

P : *Tetapi cara penyelesaiannya bukan dengan substitusi, dengan apa?*

S3 : *Dengan faktor*

Penyelesaian S3 pada soal nomor 2 dengan menggunakan pemfaktoran disajikan dalam Gambar 4.32.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{0} = \infty$$

**Gambar 4.32 Penyelesaian Soal Nomor 3 Dengan Pemfaktoran S3**

Setelah mengetahui penyelesaian soal dengan pemfaktoran, S3 menyimpulkan bahwa fungsi  $g(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ , yakni  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ .

Pada soal nomor 3 S3 menyelesaikan dengan menggunakan tabel nilai, dan menyimpulkan pada fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang memiliki limit yaitu 1, hasil pengerjaan S3 disajikan dalam Gambar 4.33.

$x < 1$	$x > 1$
0.1, 0.9, 0.99	1.01, 1.1, 1.2, 1.3
0.9, 0.4, 0.01, ...	2.1, 2.2, 2.3

Memiliki limit di  $x=1$  karena keduanya memiliki nilai limit sama yaitu 1

**Gambar 4.33 Jawaban Soal Nomor 3 S3**

Jawaban S3 selanjutnya akan diselaraskan dengan cuplikan *think aloud* subjek saat mengerjakan soal nomor 3 sebagai berikut.

*podo mendekati satu. Memiliki limit di  $x=1$ ,  $x=1$  karena keduanya memiliki nilai limit sama yaitu satu.*

Pada cuplikan *think aloud* menegaskan bahwa benar S3 menyimpulkan bahwa pada fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang memiliki limit. Selanjutnya akan dikonfirmasi terkait kesimpulan jawaban S3 untuk soal nomor 3 melalui wawancara.

- P : *Berarti kesimpulannya apa, kalau kita dekati dari kiri maka  $h(x)$  akan mendekati nilai*  
 S3 : *Satu*  
 P : *Ini ya, kalau kita dekati dari kanan, mendekati nilai berapa*  
 S3 : *Satu juga*  
 P : *Mendekati nilai berapa*  
 S3 : *Dua dua*  
 P : *Satu atau dua*  
 S3 : *Dua, oh iya, aku kok aku bilange kok satu yo*  
 P : *Mungkin kurang konsentrasi yo*  
 S3 : *Nggak ada limit*

Dalam menyelesaikan soal nomor 3 S3 mengambil nilai  $x$  untuk  $x > 1$  diantaranya 1,1, 1,2, 1,3 lalu disubstitusikan ke dalam  $h(x) = x + 1$ , kemudian nilai  $x$  untuk  $x \leq 1$  diantaranya adalah 0,9, 0,8, 0,7 lalu disubstitusikan ke dalam  $h(x) = x^2$ . Sehingga didapatkan untuk  $h(x)$  lebih dari satu diantaranya adalah 2,1, 2,2, 2,3, sedangkan untuk  $h(x)$  kurang dari satu diantaranya adalah 0,81, 0,64, 0,49. Berdasarkan cuplikan wawancara S3 menyadari bahwa kesimpulan pada kolom jawaban soal tes dan pada cuplikan *think aloud* terdapat kesalahan. Subjek menyadari bahwa yang semula disimpulkan bahwa limit kanan serta limit kirinya sama yakni mendekati satu ternyata disimpulkan ulang bahwa limit kanan serta limit kirinya tidak sama, disebutkan bahwa limit kirinya mendekati satu lalu limit kanannya mendekati dua, kemudian S3 menyimpulkan bahwa bahwa fungsi  $h(x)$  tidak memiliki limit atau bukan contoh fungsi yang memiliki limit.

d. Indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit (2b)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  yang merupakan contoh dari fungsi yang mempunyai limit di  $x = 1$ . Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat yang memenuhi suatu fungsi dikatakan memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator sebelumnya, S3 mengidentifikasi bahwa pada soal nomor 1 yakni untuk fungsi  $f(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ , serta jawaban pada lembar soal tes sebagaimana Gambar 4.30, S3 memberikan pernyataan bahwa nilai limit yang didapatkan merupakan hasil dari substitusi di  $x = 1$  pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$ . Selanjutnya ditampilkan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$ ,  $x \in R$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa?*

Jawaban S3 pada lembar tes soal serta cuplikan *think aloud* belum menyebutkan alasan dimana syarat-syarat apa saja sebuah fungsi dikatakan memiliki limit. Namun pada Gambar 4.31 secara tersirat menyebutkan syarat-syarat suatu fungsi dikatakan memiliki limit, di dalamnya tertulis  $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$  dan  $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$  memiliki hasil limit yang sama, sehingga perlu untuk dikonfirmasi pada sesi wawancara.

P : *Syaratnya fungsi memiliki limit itu apa syaratnya?*

S3 : *Yang pertama sama,*

P : *Sama apanya sama, apa cobak*

S3 : *Nilainya, dari kanan atau kiri,*

Pada sesi wawancara S3 dapat menyebutkan syarat-syarat yang membuat suatu fungsi memiliki limit, meskipun dalam mengidentifikasi syarat-syarat tersebut pada fungsi  $g(x)$  atau soal nomor 2 S3 berdasarkan perhitungan atau pengerjaan yang kurang tepat dalam menentukan nilai limitnya.

e. Indikator mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit (2c)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat mana yang membuat suatu fungsi dikatakan tidak memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator 2a, S3 mengidentifikasi bahwa pada soal nomor 3 yakni untuk fungsi  $h(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$  sebagaimana yang disajikan pada Gambar 4.33 sebagaimana yang disebutkan oleh S3 dalam cuplikan *think aloud* berikut.

*podo mendekati satu. Memiliki limit di  $x = 1$ ,  $x = 1$  karena keduanya memiliki nilai limit sama yaitu satu.*

Pada sesi wawancara S3 menyadari bahwa dalam memberikan kesimpulan pada fungsi  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x = 1$ , karena S3 menyadari adanya kurang ketelitian dalam menyimpulkan hasil soal. Terdapat syarat yang tidak terpenuhi untuk suatu fungsi dikatakan memiliki limit, disajikan dalam cuplikan wawancara berikut.

P : *Berarti kesimpulannya, dekati dari kiri maka  $h(x)$  akan mendekati nilai*  
 S3 : *Satu*  
 P : *Ini ya, kalau kita dekati dari kanan, mendekati nilai berapa*  
 S3 : *Satu juga*  
 P : *Mendekati nilai berapa*  
 S3 : *Dua dua*  
 P : *Satu atau dua*  
 S3 : *Dua, oh iya, aku kok aku bilang kok satu yo*  
 P : *Mungkin kurang konsentrasi yo*  
 S3 : *Nggak ada limit*  
 P : *Kenapa kok nggak ada limit*  
 S3 : *Nggak sama*  
 P : *Karena?*  
 S3 : *Dari kanan dan kiri nggak sama*

S3 dalam wawancara dapat menyebutkan syarat-syarat mana yang membuat fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi bercabang tidak memiliki limit yakni disebutkan

bahwa limit kanan dan limit kirinya tidak sama. Dalam Gambar 4.33 dapat dituliskan  $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = 1$  dan  $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = 2$  sehingga  $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$ .

f. Indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit (3a)

Soal nomor 4 pada tes tulis menginstruksikan S3 untuk menentukan di titik manakah  $g(x)$  mempunyai limit. S3 menyelesaikan soal dengan menggunakan tabel nilai sebagaimana yang disajikan dalam Gambar 4.34.

Handwritten work showing the function  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  and the calculation  $g(2) = \frac{2^2 - 1}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$ . A table of values for  $x$  from -1 to 5 is shown, with corresponding  $g(x)$  values from 0 to 6. A note at the bottom says "punya limit karena dari kanan atau kiri men".

**Gambar 4.34 Jawaban Soal Nomor 4 S3**

Pada cuplikan *think aloud* sebelum menggunakan tabel nilai S3 terlebih dahulu menyelesaikan soal dengan cara substitusi sebagai berikut.

*cobak se disubstitusikan  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  disubstitusikan  $g=1$ ,  $g$  kali satu sama dengan nol per nol, iki ojek satu diganti dua aja, gak jadi satu diganti dua aja.*

Ssubjek S3 mengambil nilai 2, sehingga berdasarkan Gambar 4.34 dapat dituliskan  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$ , lalu setelahnya S3 menggunakan tabel nilai untuk membuktikan bahwa dari kanan dan dari kiri mendekati nilai 3. Namun, yang dimaksudkan pada pengerjaan soal adalah  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ , sehingga akan dilihat penyelesaian S3 melalui pemfaktoran setelah sebelumnya ketika memakai cara substitusi dihasilkan hasil  $\frac{0}{0}$ . Selanjutnya pada sesi wawancara akan dikonfirmasi terkait penyelesaian soal nomor 4.

P : *Coba mencari limitnya ini gimana*

S3 : *Kayak tadi*

Pernyataan S3 yakni *kayak tadi*, merujuk pada pembahasan soal nomor 2 dengan memakai fungsi yang sama yakni  $g(x)$ , setelah itu S3 dapat menyelesaikan soal nomor 4 dengan prosedur yang tepat sehingga didapatkan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ , namun hal tersebut dapat terjadi dikarenakan S3 berpatokan pembahasan soal nomor 2 pada saat wawancara sebelumnya. Sehingga S3 tidak termasuk dalam kategori dapat menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit.

g. Indikator menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit (3b)

Pada soal nomor 4 tes tulis akan dilihat bagaimana S3 menentukan langkah-langkah yang tepat dalam menyelesaikan soal. Sebagaimana jawaban yang tersaji pada Gambar 4.34 serta pembahasan pada indikator 3a menyelesaikan dengan cara substitusi, tetapi setelahnya adalah dengan menuliskan tabel nilai, pembuatan tabel nilai oleh S3 dituangkan dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*cobak dek kene, 2, 1, 0, -1, 2, 3, 4, 5, dek kene titik-titik, nek dimasukno 3 kali 3 jumuk 1 delapan bagi dua 4, 5, 6, 4, 3, 2, 1 mendekati tiga*

Selanjutnya pada sesi wawancara akan diidentifikasi alasan S3 dalam penyelesaian soal nomor 4.

P : *Sekarang coba samean terangkan yang menyelesaikan tentang nomor 4 ini*

S3 : *Ini salah berarti ya?*

Dalam wawancara terlihat bahwa subjek menyadari kesalahan dalam menentukan langkah penyelesaian soal, kesalahan S3 dalam menyelesaikan soal nomor 4 dikarenakan subjek berpatokan pada soal nomor 2 yang sama-sama menggunakan fungsi  $g(x)$ . Setelah S3 menyadari kesalahan dalam menyelesaikan soal nomor 4,

S3 kemudian menuliskan penyelesaian baru, yakni dengan menggunakan cara pemfaktoran, hal ini didasarkan pada pertanyaan wawancara sebelumnya yang membahas soal nomor 2, cuplikan wawancara yang membahas langkah penyelesaian soal nomor 2 disajikan sebagai berikut.

P : *Yang buat bingung apa?*

S3 : *Itu yang tidak samadengan 1*

P : *Maksud dari tidak samadengan 1, misalkan nilai 1 itu kita masukan dengan cara substitusi ya, hasilnya 0/0 atau tidak ten?*

S3 : *Tidak tentu, sebenarnya sama aja ya berarti?*

P : *Sama aja, berarti penyelesaiannya bukan dengan?*

S3 : *Substitusi*

P : *Dengan apa berarti?*

S3 : *Dengan faktor*

Setelah menyadari kekelirusannya, S3 dapat menyebutkan langkah-langkah penyelesaian soal nomor 4, penyelesaian soal nomor 4 dengan pemfaktoran disajikan dalam Gambar 3.35.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (x+1)$$

$$= 0 + 1 = 1$$

**Gambar 3.35 Jawaban Soal Nomor 4 Dengan Pemfaktoran S3**

Penyelesaian soal dengan pemfaktoran tersebut ada ketika S3 sudah diberitahu pada saat pembahasan soal nomor 2, sebagaimana dalam cuplikan wawancara. Sehingga walaupun S3 pada akhirnya mampu menyelesaikan dengan langkah-langkah yang tepat, tetapi hal tersebut terjadi setelah S3 mengetahui bahwa jawaban soal nomor 4 semula adalah salah, sehingga S3 tidak dalam kategori menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit.

h. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel (4a)

Tabel nilai merupakan salah satu alternatif dalam mengerjakan soal limit fungsi, sebagai bentuk representasi dalam menampilkan bagaimana perilaku suatu fungsi ketika diambil nilai-nilai atau titik-titik tertentu akan mendekati suatu nilai yang dituju. Pada indikator 4a akan dilihat bagaimana S3 menyajikan representasi matematis dalam bentuk tabel pada soal nomor 5 atau pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  di  $x = 1$ . S3 menuliskan tabel nilai untuk fungsi  $f(x)$  pada kolom jawaban pada lembar tes sebagaimana yang tersaji dalam Gambar 4.36.

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-3	-1	1	3	5	7	9

**Gambar 4.36 Jawaban Soal Nomor 5 S3**

Pada Gambar 4.11 S1 mengambil nilai  $x$  kurang dari 1 diantaranya adalah 0, -1 dan -2 selanjutnya untuk nilai  $x$  lebih dari 1 S3 mengambil 2, 3, dan 4. Selanjutnya Gambar 4.36 akan disesuaikan dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

$f(x) = 2x + 1$ ,  $x$  sama dengan satu, dek kene satu, 0,9, 0,8, 0,7, 1,1, 1,2, 1,3. 2 kali 1 sama dengan 2, 0,9 kali 2 0,18. 1,1 dikali 2 tambah 1 2,2, 3,2, 3,3, 3,4.

Setelahnya peneliti mengonfirmasi kepada S3 mengapa didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.36, terdapat terdapat nilai berbeda dalam pengambilan nilai  $x$  serta hasil pada  $f(x)$ .

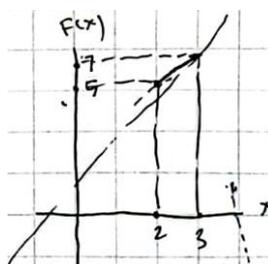
P : Kok ini dapet ini tadi gimana?

S3 : Ini kan kayak satu tadi ini buat patokan kan? Terus kita ambil bilangan di sebelah kirinya atau yang kurang dari satu itu 0, minus satu, minus dua setelah itu kanannya 2, 3, 4 setelah itu ini kan  $x$  bagi  $x$ , terus ini  $f(x)$  terus kita masukkan ke fungsinya sampai menemukan itu

S3 menceritakan bagaimana didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.36. S3 memilih nilai  $x$  atau sebagai *input* yang akan disubstitusikan ke dalam  $f(x)$  adalah nilai-nilai yang berada di sekitar 1, hal ini berdasarkan apa yang bisa dipahami dari kalimat S3 yakni pada cuplikan wawancara. Setelah mendapatkan nilai-nilai  $x$  kemudian disubstitusikan ke dalam  $f(x) = 2x + 1$  sehingga mendapatkan  $-3, -1, 1$  untuk  $f(x)$  di sebelah kiri dan  $5, 7, 9$  untuk  $f(x)$  di sebelah kanan. Tetapi bahwa pengambilan nilai dalam cuplikan *think aloud* sebenarnya lebih akurat dikarenakan nilai  $f(x)$  yang didapatkan diantaranya adalah  $3, 2, 3, 3, 3, 4$  dimana nilai-nilai tersebut mendekati 3.

i. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk grafik (4b)

Dalam menyajikan limit dapat melalui grafik, yang dapat memberikan gambaran secara visual tentang perilaku suatu fungsi apabila dimasukan *input* yang mendekati suatu nilai. Pada indikator 4b ini akan ditelaah bagaimana S3 menyajikan representasi matematis dalam bentuk grafik limit fungsi untuk fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  sebagaimana pada perintah soal tes nomor 6. Hasil pengerjaan S3 pada jawaban lembar soal tes disajikan dalam Gambar 4.37.



**Gambar 4.37 Jawaban Soal Nomor 6 S3**

Dalam menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , S3 terlebih dahulu menentukan titik-titik mana yang akan dijadikan *input* pada fungsi  $f(x)$ .

Kemudian S3 mengaplikasikan titik-titik tersebut pada bidang cartesius sehingga didapatkan Gambar 4.37. Pada mulanya jawaban S1 adalah garis berkelok, hal ini sesuai dengan cuplikan *think aloud* berikut ini.

*Gambarlah grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!,  $\lim x$  mendekati 1,  $2x + 1$  berarti . -3, -1, 1, 5, 2, 9.  $x$ -nya satu nggak deh,  $x$ -nya dua, 3, 7, 5, ngene tah, udah selesai*

Dalam menggambarkan grafik sebagaimana pada Gambar 4.37, S3 berpatokan pada tabel pada Gambar 4.36, grafik fungsi  $f(x)$ , hanya saja dalam pengabilan titik-titik dimana yang akan digunakan sebagai *input* untuk sumbu  $x$  kurang akurat sehingga kurang memperlihatkan bagaimana kondisi ketika  $x$  mendekati 1, namun gambar yang disajikan oleh S3 sudah dapat dikatakan benar karena garis yang dibuat berupa garis lurus sebagaimana pada Gambar 4.37.

Berdasarkan paparan data, disimpulkan bahwa S3 tidak dapat menguasai indikator mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari dan dalam menyelesaikan masalah serta menentukan langkah-langkah pada soal limit. Sementara dalam aspek menyatakan ulang konsep, menyajikan dalam bentuk representasi matematis lalu indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi dan tidak memenuhi syarat limit S3 dapat menguasai.

#### **4. Analisis Data Pemahaman Konsep Limit Fungsi Subjek S4 dengan Minat Belajar Tinggi**

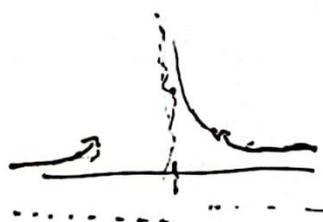
Untuk mengkaji indikator pertama (1a) terkait definisi limit dengan bahasa sendiri cukup hanya dengan menggunakan wawancara, selanjutnya pada indikator 1b sampai dengan 4b disertakan gambar pengerjaan soal serta cuplikan *think aloud*.

a. Indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri (1a)

Pada hasil wawancara S4 dapat menjawab pertanyaan terkait mendefinisikan konsep limit, adapun cuplikan wawancara S4 sebagai berikut.

- P : *Bisa gak nerangkan apa itu limit?*  
 S4 : *Apa ya, limit itu yaitu bilangan yang mendekati*  
 P : *Artinya apa?*  
 S4 : *Nah itu saya bingung tadi itu kaya kaya ini pak,  $x$  mendekati satu atau gimana saya gak tau*

Berdasarkan hasil wawancara, S4 mendefinisikan secara sederhana konsep limit sesuai dengan bahasanya sendiri yakni bilangan yang mendekati, tetapi setelah ditanyakan maksudnya kalimat tersebut S4 bingung dalam menjabarkan lebih mendalam. Selanjutnya perlu dikonfirmasi kembali pernyataan S4 tersebut, peneliti memberikan gambaran suatu perilaku fungsi ketika mendekati nilai  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.38.



**Gambar 4.38 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit  $x = 1$  S4**

Peneliti memberikan ilustrasi suatu grafik yang mendekati  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.38, selanjutnya peneliti meminta S4 melanjutkan dalam menggambar grafik tersebut bagaimana apabila mendekati suatu limit di  $x = 1$ , kemudian S4 melanjutkan menggambar grafik. Pada saat peneliti meminta S4 dalam menggambarkan grafik sebagaimana Gambar 4.38, peneliti mengajukan beberapa pertanyaan terkait grafik yang akan dibuat, dalam cuplikan wawancara sebagai berikut.

- S4 : *Memotong sih pak*

- P : *Kenapa kok memotong? kan kan disini ada limitnya atau hanya sekedar mendekati saja?*
- S4 : *Oh mendekati se, mendekati pak, kan ini Cuma*
- P : *Iya, gitu ya?*
- S4 : *Iya iya pak? Nggak tahu saya*

Dalam cuplikan wawancara, subjek S4 terlihat inkonsisten dalam memberikan jawaban terhadap beberapa pertanyaan yang diberikan, pada hasil Gambar 4.38 juga tidak terlihat ada keselarasan dengan jawaban yang telah diberikan oleh S4, dalam beberapa kesempatan S4 juga memberikan pernyataan bingung atau ketidak-tahuan dalam memahami maksud dari jawaban yang telah S4 lontarkan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa pernyataan awal S4 tentang konsep limit serta beberapa pernyataan setelahnya yakni untuk menjelaskan pernyataan awal tersebut belum memenuhi untuk S4 dikatakan dapat mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri.

b. Indikator menyatakan limit dengan simbol matematis (1b)

Pada soal nomor 4 dengan instruksi menghitung nilai limit fungsi  $g(x)$ , S4 mengawali mengerjakan soal dengan menuliskan notasi limit untuk fungsi  $g(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  dapat diperhatikan pada Gambar 4.39.

The image shows a handwritten mathematical expression for a limit. It is written in a grid-like format. The top row contains the limit symbol followed by an equals sign, then  $x^2 - 1$ . The bottom row contains  $x \rightarrow 1$  followed by a fraction bar and  $x - 1$  below it.

**Gambar 4.39 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S4**

Pada Gambar 4.39, S4 menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  untuk memulai pengerjaan soal nomor 4, dimana pada instruksi soal tidak dituliskan notasi tersebut, sehingga S4 dengan sendiri berinisiatif menuliskan demikian. Pada sesi wawancara S4 diminta

menuliskan notasi untuk fungsi  $f(x)$ , sebagaimana cuplikan wawancara sebagai berikut.

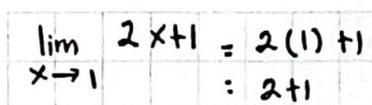
P : *coba gimana? notasi limitnya ini apa? Ini kan dituliskan gak notasi limitnya? limit di X sama dengan satu*

S3 : *kayak ini ya pak?*

P : *coba dari awal langsung apa? ya,*

S3 : *kan X nya satu jadi X ini mendekati satu eh, ini gak usah sama dengan, langsung  $2x$  plus satu*

Pada saat wawancara S4 menuliskan notasi limit untuk soal nomor 1, tulisan S4 disajikan dalam Gambar 4.40.



$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 2(1) + 1$$

$$: 2 + 1$$

**Gambar 4.40 Notasi Limit  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  S4**

Pada soal nomor 1 S4 terlebih dahulu mengerjakan soal dengan menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , yang mana pada soal tidak dituliskan demikian, tetapi S4 memahami bagaimana cara menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1$  dalam mengerjakan soal sebagaimana pada Gambar 4.40.

c. Indikator mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari (2a)

Pada soal nomor 1, 2 dan 3 merupakan soal yang bertujuan untuk mengklasifikasikan mana diantara ketiga fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang merupakan contoh dan non contoh untuk limit di  $x = 1$ . Soal nomor 1 dan 2 merupakan contoh dari fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ , sedangkan soal nomor 3 bukan. Pada soal nomor 1 berdasarkan hasil pengerjaan soal tes, S4 secara tersirat menggolongkan fungsi  $f(x) = 2x + 1$  memiliki limit di  $x = 1$ , sebagaimana pengerjaan di kolom jawaban lembar soal tes pada Gambar 4.41.

$$\begin{array}{l}
 f(x) = 2x + 1 \\
 \lim_{x \rightarrow 1} : 2x + 1 \\
 \quad \quad \quad = 2(1) + 1 \\
 \quad \quad \quad = 2 + 1 \\
 \quad \quad \quad = 3
 \end{array}$$

**Gambar 4.41 Jawaban Soal Nomor 1 S4**

Hal tersebut diperkuat dengan cuplikan *think aloud* S4 pada saat pengerjaan soal tes sebagai berikut.

*jadi lim x mendekati 1 dua kali 2x + 1, 2 kali 1 2 + 1 sama dengan tiga*

Jawaban dan hasil *think aloud* subjek S4 selanjutnya dikonfirmasi kembali melalui wawancara sebagai berikut.

P : *mana di antara ketiga fungsi ini? mana yang tidak memiliki limit dan mana yang memiliki limit? ini ada gak limitnya?*

S4 : *Ada*

P : *berapa?*

S4 : *tiga itu*

Kata *ini* dalam cuplikan wawancara merujuk pada soal nomor 1, subjek pada sesi wawancara mengonfirmasi bahwa jawaban pada soal nomor 1 yakni fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ . Pada Gambar 4.41 terlihat S4 menyelesaikan soal nomor 1 dengan cara substitusi, didapatkan  $f(1) = 3$ .

Setelah menyelesaikan soal nomor 1 selanjutnya S4 beranjak mengerjakan soal nomor 2 yakni untuk fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , hasil jawaban S4 disajikan dalam Gambar 4.42.

$$\lim_{x \rightarrow 1} : \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1 = 1+1 = 2$$

**Gambar 4.42 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 2 S4**

S4 dalam Gambar 4.42 menuliskan bahwa fungsi  $g(x)$  mempunyai limit, jawaban tersebut sesuai dengan hasil *think aloud* sebagai berikut.

*jadi hasil limit dari  $x$  mendekati 1 yaitu 2*

Pada hasil pengerjaan dalam Gambar 4.42 dan *think aloud* tersebut S4 menyimpulkan bahwa pada soal nomor 2 yakni pada fungsi  $g(x)$  ketika  $x \rightarrow 1$  mempunyai limit. Selanjutnya akan dikonfirmasi kembali melalui wawancara mengenai alasan mengapa S4 memperoleh jawaban tersebut.

P : *mana di antara ketiga fungsi ini? mana yang tidak memiliki limit dan mana yang memiliki limit? yang ini?*

S4 : *yang itu tadi ada*

P : *berapa?*

S4 : *berapa mang? dua, dua ini*

Dalam cuplikan wawancara peneliti menyebutkan kata *ini* yang menunjuk soal nomor 2, subjek menyebutkan bahwa pada soal nomor 2 atau pada fungsi  $g(x)$  mempunyai limit dalam jawaban S4 menyimpulkan bahwa  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ , sebagaimana yang tersaji dalam Gambar 4.42. Dalam cuplikan *think aloud* S4 juga secara lisan menyebutkan bahwa limitnya adalah 2, sehingga jawaban S4 terdapat keselarasan dengan hasil wawancara serta hasil pengerjaan soal tes.

Dalam cuplikan *think aloud* soal nomor 3 S4 terlihat kebingungan dalam menentukan langkah penyelesaian soal, cuplikan *think aloud* S4 disajikan sebagai berikut.

*Limit  $x$  mendekati 1 eh kliru,  $x$ ,  $1 + 1$  lebih besar,  $x$  lebih besar dari 1, **yokpo yo sek**,  $x$  lebih besar dari 1, oh ini limit  $x + 1$  untuk  $x$  kurang dari 1 itu  $-1.0.1$  jadi nilai dari  $x$  itu adalah  $-1$ , karena jika limit  $-1$  plus 1 oh 0, yang mendekati itu 0 karena  $0 + 1$  untuk  $x$ , **gak roh wes***

Narasi yang disajikan dalam cuplikan *think aloud* selaras dengan jawaban soal tes nomor 3, hasil jawaban S4 disajikan dalam Gambar 4.43.

Handwritten mathematical work on grid paper. The top part shows  $x^2$ , untuk  $x \leq 1$  yaitu. Below this is a table with  $\lim_{x \rightarrow 1} \leq 1$  and values  $0,8, 0,9, 1$ . The bottom part shows  $x-1$ , untuk  $x > 1$  and the value  $-1, 0, 1$  with  $x = -1$  written to the right.

**Gambar 4.43 Jawaban Soal Nomor 3 S4**

S4 menuliskan 0,8, 0,9, 1 untuk nilai  $x \leq 1$  pada fungsi  $x^2$ , selanjutnya S4 menuliskan  $-1, 0, 1$  untuk nilai  $x > 1$  pada fungsi  $x - 1$ , tetapi dalam kolom jawaban S4 tidak mencantumkan langkah penyelesaian soal, sebagaimana pengerjaan pada fungsi cabang yang umumnya diselesaikan dengan menggunakan tabel nilai. Selanjutnya akan dikonfirmasi terkait jawaban S4 untuk soal nomor 3 melalui wawancara.

P : *mana di antara ketiga fungsi ini? mana yang tidak memiliki limit dan mana yang memiliki limit? yang ini ada gak?*

S4 : *gak ada, gak tau*

P : *gak tau atau gak ada?*

S4 : *saya gak bisa itu*

P : *kenapa? gak bisa dimana?*

S4 : *bingung pak*

P : *bingungnya dimana? yang di apa? itu bingung simbolnya atau bingung apanya?*

S4 : *Ya itu bingung yang, kan limitnya sama mendekati satu x dua untuk x lebih kecil sama dengan satu itu gimana? caranya gak tau*

Dalam pernyataannya, S4 mengungkapkan bahwa dalam mengerjakan soal nomor 3 bingung untuk menentukan penyelesaian soal, sehingga dalam Gambar 4.43 terlihat tidak ada langkah-langkah penyelesaian serta kesimpulan soal. Selanjutnya

dalam soal nomor 5 dengan perintah soal untuk membuat tabel nilai, jawaban yang tertulis lebih condong untuk menjawab soal nomor 3, sehingga terlihat bahwa S4 juga kebingungan dalam memahami perintah soal. Jawaban S4 disajikan dalam Gambar 4.44.

	x mendekati 1 dari kiri				x mendekati 1 dari kanan			
x	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	lim x→1
f(x)	0,49	0,64	0,81	1	3,1	3,2	3,3	
	jadi nilai x → 1 dari kiri				x → 1 dari kanan			

**Gambar 4.44 Jawaban Soal Nomor 5 S4**

Pada Gambar 4.44 S4 menjawab secara lengkap tentang bagaimana membuat tabel nilai serta menyimpulkan nilai limit kanan dan limit kirinya, akan tetapi tabel nilai yang dibuat juga bukan merupakan jawaban dari soal nomor 3 atau pada fungsi  $h(x)$ . Berdasarkan Gambar 4.44 S4 menyimpulkan limit kanan mendekati 3 dan limit kiri mendekati 1, hasil tersebut diperoleh dari mensubstitusikan nilai  $x$  sebagai *input* ke dalam fungsi yang tidak tepat, sebagaimana seharusnya pada fungsi  $h(x)$ .

d. Indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit (2b)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  yang merupakan contoh dari fungsi yang mempunyai limit di  $x = 1$ . Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat yang memenuhi suatu fungsi dikatakan memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator sebelumnya, S4 mengidentifikasi bahwa untuk fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$  tersaji dalam Gambar 4.41 serta Gambar 4.42. Selanjutnya ditampilkan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Jadi lim  $x$  mendekati 1 dua kali  $2x + 1$ , 2 kali 1 dua plus 1 sama dengan tiga, sama dengan tiga ... kita misalkan limit  $x$  mendekati 1 sama dengan  $\frac{x^2-1}{x-1}$  kita faktorkan jadi  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  sama dengan  $x + 1$  kita ganti  $x$  nya menjadi 1,  $1 + 1 = 2$ . Jadi fungsi  $g$  mempunyai limit yaitu 2*

Jawaban S4 pada lembar tes soal serta cuplikan *think aloud* belum menyebutkan alasan dimana syarat-syarat apa saja sebuah fungsi dikatakan memiliki limit.

Sehingga perlu untuk dikonfirmasi pada sesi wawancara.

P : *syaratnya suatu fungsi itu punya limit apa? ada ada berapa?*

S4 : *ada 3*

P : *apa coba*

S4 : *ini ada yang mendekati dari kanan*

P : *ya ada limit kanannya sudah*

S4 : *ada limit kanannya, ada limit kirinya terus limit kanan dan kirinya itu sama*

Pada pertanyaan wawancara sebelumnya S4 mampu menentukan fungsi mana yang memiliki limit di  $x = 1$

P : *ini ( $f(x)$ ) ada gak limitnya?*

S4 : *Ada*

P : *berapa?*

S4 : *tiga itu*

P : *yang ini ( $g(x)$ )?*

S4 : *yang itu tadi ada*

P : *berapa?*

S4 : *berapa mang? dua, dua ini*

Pada sesi wawancara S4 dapat menyebutkan syarat-syarat yang membuat suatu fungsi memiliki limit, yakni pada fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$ .

e. Indikator mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit (2c)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang.

Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat mana yang membuat suatu fungsi dikatakan tidak memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator 2a, jawaban pada soal nomor 3 terdapat dalam kolom jawaban soal nomor 5 yang sudah tersaji

dalam Gambar 4.44, dalam jawaban tersebut S4 mengidentifikasi bahwa limit kanannya mendekati 3 dan limit kirinya mendekati 1, tetapi tidak disimpulkan kembali apakah fungsi tersebut memiliki limit di  $x = 1$  ataukah tidak. Selanjutnya akan dilihat dalam cuplikan *think aloud* pada saat S4 membuat tabel nilai untuk fungsi  $h(x)$  berikut.

*oh jadi oh salah salah nilai x mendekati 1 dari kiri dan x mendekati 3 dari kanan.*

Dalam cuplikan *think aloud* S4 hanya menyebutkan bahwa limit kanannya mendekati 3 dan limit kirinya mendekati 1, kemudian pada sesi wawancara akan dikonfirmasi mengenai sifat yang tidak memenuhi syarat fungsi  $h(x)$  tidak memiliki limit  $x = 1$ .

P : *Ini yang tidak memenuhi syaratnya apa?*

S4 : *Tidak sama*

S4 menyimpulkan bahwa pada fungsi  $h(x)$  tidak mempunyai limit karena limit kanan dan kirinya tidak sama, jawaban ini disebutkan oleh S4 karena dalam wawancara sebelumnya secara tidak langsung S4 mendapatkan jawaban berdasarkan pertanyaan peneliti, cuplikan wawancara tersebut disajikan sebagai berikut.

P : *Yang ini ada gak?*

S4 : *Gak ada gak tau*

P : *Gak tau atau gak ada?*

S4 : *Saya gak bisa itu*

P : *Kenapa? gak bisa dimana?*

S4 : *Bingung pak*

...

P : *2, berarti karena limit kanan dan limit kirinya beda tidak sama jadi fungsi hx ini, oh ini hx ya bukan fx, fungsi hx ini tidak?*

S4 : *tidak punya nilai limit*

Berdasarkan pertanyaan peneliti dalam wawancara itu membuat S4 dapat menyebutkan syarat yang tidak terpenuhi oleh fungsi  $h(x)$  sehingga tidak memiliki limit  $x = 1$ . Pernyataan peneliti tersebut didasari karena S4 bingung dalam menentukan penyelesaian pada soal nomor 3, kebingungan S4 dibahas juga pada indikator 2a sebelumnya. Sehingga, walaupun S4 pada akhirnya dapat menyebutkan syarat yang tidak terpenuhi, namun tetap saja S4 tidak tergolong dapat mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit.

f. Indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit (3a)

Soal nomor 4 pada tes tulis menginstruksikan S4 untuk menentukan di titik manakah  $g(x)$  mempunyai limit. S4 menyelesaikan soal dengan menggunakan cara pemfaktoran sebagaimana yang disajikan dalam Gambar 4.45.

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = x+1 = 1+1 = 2$$

Jadi fungsi  $g$  mempunyai limit yaitu 2

**Gambar 4.45 Jawaban Soal Nomor 4 S4**

Hasil pengerjaan soal nomor 4 selaras dengan cuplikan *think aloud* S4 pada saat pengerjaan soal sebagai berikut.

hitunglah!  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ , kita misalkan limit  $x$  mendekati 1 sama dengan  $\frac{x^2 - 1}{x - 1}$  kita **faktorkan**

Keselarasan pada Gambar 4.45 dan cuplikan *think aloud* S4 selanjutnya akan dikonfirmasi melalui wawancara.

P : Oke ini apa berarti cara apa

S4 : Faktor, pemfaktoran

...

S4 : *Saling menghilang, terus jadi ini x plus 1, x nya itu jadi ganti satu ini jadi 1 plus 1 2*

S4 menentukan fungsi  $g(x)$  untuk didekati dengan 1, sehingga ketika pengerjaan hanya diselesaikan dengan substitusi akan menghasilkan nilai tak tentu, sehingga penyelesaian soal dilakukan dengan pemfaktoran. Pengerjaan untuk soal nomor 4 menghasilkan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ , sehingga S4 dapat menyelesaikan soal nomor 4 dengan prosedur yang tepat atau S4 tidak termasuk dalam kategori dapat menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit.

g. Indikator menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit (3b)

Pada soal nomor 4 tes tulis akan dilihat bagaimana S4 menentukan langkah-langkah yang tepat dalam menyelesaikan soal. Sebagaimana jawaban yang tersaji pada Gambar 4.45, lebih rinci lagi S4 mencantumkan langkah-langkah penyelesaian dalam menentukan limit pada fungsi  $g(x)$  di  $x = 1$  dalam soal nomor 2. Jawaban soal nomor 2 disajikan dalam Gambar 4.46 sebagai berikut.

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0} \neq \text{limit.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = x + 1 = 1 + 1 = 2$$

**Gambar 4.46 Jawaban Soal Nomor 2 S4**

Penyelesaian soal nomor 2 oleh S4 dituangkan dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*lim  $x = 1$  maka  $\frac{x^2-1}{x-1}$  jadi  $\frac{1^2-1}{1-1} = \frac{0}{0}$ , dan  $\frac{0}{0}$  itu bukan hasil dari penyelesaian limit. Karena  $\frac{0}{0}$  itu bukan hasil dari limit, jadi jika limit  $x$  mendekati 1  $\frac{x^2-1}{x-1}$  harus difaktorkan terlebih dahulu pefaktoran dari satu itu  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  coret coret  $x + 1 = 1 + 1 = 2$ , jadi hasil limit dari  $x$  mendekati 1 yaitu 2*

Langkah pengerjaan soal nomor 2 dijelaskan dalam cuplikan *think aloud*, selanjutnya sesi wawancara S4 akan kembali diminta untuk menjelaskan langkah-langkah pengerjaan soal.

P : Hasilnya gimana

S4 : Hasilnya kan 0/0

...

P : Pakai apa

S4 : Faktor coba

P : Terangkan pefaktoran

S4 : Kalau pakai pefaktoran itu cari pefaktoran dari satu ini Jadi kan ini ditulis  $x, x$  gitu pak terus ini kan min, jadi disini min 1 disini plus 1 terus ini kan sama ini dicoret

P : Kenapa kok dicoret

S4 : Kan sama nilainya kan sama, terus jadi ini  $x$  plus 1,  $x$  nya itu jadi ganti satu ini jadi 1 plus 1 2

Berdasarkan Gambar 4.46, cuplikan *think aloud* serta hasil wawancara dalam menentukan nilai limit pada fungsi  $g(x)$  dengan  $x = 1$ , S4 dalam menyelesaikan soal diawali dengan menggunakan cara substitusi dengan hasilnya adalah  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu, kemudian S4 melanjutkan dengan cara pefaktoran. S4 memfaktorkan  $(x^2 - 1)$  menjadi  $(x + 1)(x - 1)$  sehingga dituliskan  $\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$ , karena terdapat  $(x - 1)$  pada penyebut dan pembilang maka dapat disederhanakan menjadi  $x + 1$ , langkah selanjutnya yang dilakukan S4 adalah mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$  dan didapatkan  $1 + 1 = 2$ . Sehingga S4 mampu menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit.

h. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel (4a)

Tabel nilai merupakan salah satu alternatif dalam mengerjakan soal limit fungsi, sebagai bentuk representasi dalam menampilkan bagaimana perilaku suatu fungsi ketika diambil nilai-nilai atau titik-titik tertentu akan mendekati suatu nilai yang dituju. Pada indikator 4a akan dilihat bagaimana S4 menyajikan representasi matematis dalam bentuk tabel pada soal nomor 5 atau pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  di  $x = 1$ . S4 menuliskan tabel nilai untuk fungsi  $f(x)$  pada kolom jawaban pada lembar tes sebagaimana yang tersaji dalam Gambar 4.47.

	x mendekati 1 dari kiri				x mendekati 1 dari kanan			
x	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	lim $x \rightarrow 1$
f(x)	0,49	0,64	0,81	3	3,1	3,2	3,3	

**Gambar 4.47 Tabel Nilai Soal Nomor 5 S4**

Pada Gambar 4.47 S4 mengambil nilai  $x$  kurang dari 1 diantaranya adalah 0,7, 0,8 dan 0,9 selanjutnya untuk nilai  $x$  lebih dari 1 S4 mengambil 1,1 1,2 dan 1,3. Selanjutnya Gambar 4.47 akan disesuaikan dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*nomer 5 Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai!. Jadi  $x$  mendekati 1 dari kiri dan  $x$  satu dari kanan. Ini 1,  $x$  yang mendekati 1 dari kiri yaitu 0,9, 0,8, 0,7 1,1, 1,2 yang mendekati 1 dari kanan yaaitu  $x$  1,1, 1,2, 1,3  $f(x)$  dari 0,7 49 eh kok 49 eh iya, 0,49, 0,64, 3,1, 3,3 Jadi nilai  $x$  mendekati 1 dari kiri eh iso atau  $x$  mendekati 1 dari kanan, oh jadi oh salah salah nilai  $x$  mendekati 1 dari kiri dan  $x$  mendekati 3 dari kanan.*

Setelahnya peneliti mengonfirmasi melalui wawancara kepada S4 mengapa didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.47.

P : *Sekarang coba sama tentang tabel nilai, gimana caranya sama menyelesaikan perintah soalnya coba kenapa kok bisa diambil 0,7 0,8 0,9 0,9 1,1 1,2 1,3*

S4 : *Karena yang mendekati dari kiri itu 0,9*

P : *Mendekati apa*

S4 : *Mendekati 1*

P : *Terus kalau dari kanan yang mendekati satu itu 1,1 dan seterusnya 1,2, hasilnya*

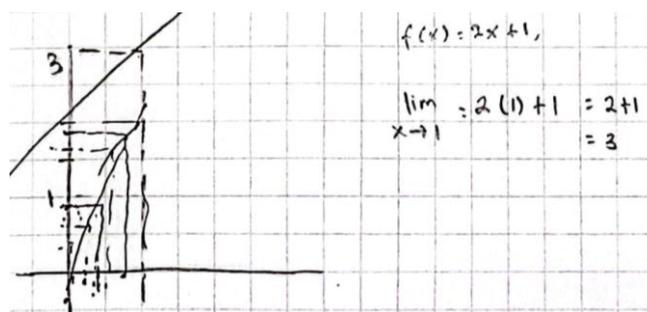
S4 : *Hasil hasil apa pak hasil limit*

S4 menceritakan bagaimana didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.47.

Tabel nilai tersebut didapatkan dengan mensubstitusikan nilai  $x$  yang sudah dipilih yaitu yang mendekati 1 dari kanan dan mendekati 1 dari kiri. Dalam tabel nilai tersebut, S4 mensubstitusikan nilai  $x$  kurang dari 1 nilai  $x$  kurang dari 1 ke dalam fungsi yang berbeda, nilai  $x < 1$  ke dalam  $x^2$  dan nilai  $x > 1$  ke dalam  $2x + 1$ , sehingga pada Gambar 4.47 terlihat limit kanan dan limit kirinya berbeda. Seharusnya baik nilai  $x < 1$  dan nilai  $x > 1$  disubstitusikan ke dalam  $2x + 1$  yakni sebagaimana yang diinstruksikan soal nomor 5 pada fungsi  $f(x)$ . Walaupun sudah tersaji sebagai tabel nilai akan tetapi tabel nilai yang disajikan bukan yang sesuai pada instruksi soal, hal ini kemungkinan juga disebabkan kebingungan oleh S4 dalam memahami perintah soal, hal ini juga dibahas dalam indikator 2a dan 2c.

i. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk grafik (4b)

Dalam menyajikan limit dapat melalui grafik, yang dapat memberikan gambaran secara visual tentang perilaku suatu fungsi apabila dimasukan *input* yang mendekati suatu nilai. Pada indikator 4b ini akan ditelaah bagaimana S4 menyajikan representasi matematis dalam bentuk grafik limit fungsi untuk fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  sebagaimana pada perintah soal tes nomor 6. Hasil pengerjaan S4 pada jawaban lembar soal tes disajikan dalam Gambar 4.48.



**Gambar 4.48 Jawaban Soal Nomor 6 S4**

Dalam menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , akan dilihat proses bagaimana S4 mengerjakan soal nomor 6 dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Tidak bisa membuat grafik, oh,, nomor 1 tadi  $f(x) = 2x + 1$  limit  $x$  mendekati 1,  $x$  nya diganti 1 jadi  $x$  mendekati 1 sama dengan  $2x + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$ , karena  $x$  diganti satu jika dari kiri dan  $x$  mendekati 3 jika dari kanan dan hasil kimit itu 3, limit  $x$  mendekati 1 sama dengan dua kali satu sama dengan tiga*

Dalam Gambar 4.48 tersebut tergambar garis lurus seperti jawaban pada kunci jawaban yang benar, akan tetapi akan dilihat bagaimana proses tergambaranya garis lurus tersebut dalam sesi wawancara.

P : *Asilnya bisa gak nuliskan grafik fungsi limit gitu?*

S4 : *Ini gak se pak gimana ya apa ya*

P : *Sulit gak*

S4 : *Bingung pak gimana pak*

P : *Masih bingung ya*

S4 : *Bingung*

P : *Ya ok, jadi grafik fungsi limit itu bisa kita gambar dari ini, hasil ini*

S4 : *Oh iya kan  $x$  nya 1 ya pak terus hasilnya itu taruh sini*

Pada Gambar 4.48 terlihat hanya ada satu titik potong yang bertemu, kemudian digambar garis lurus yang melewati titik potong tersebut. Setelah dikonfirmasi lebih mendalam, S4 tidak berpatokan pada tabel nilai di soal nomor 5 dalam menggambar grafik fungsi  $f(x)$ , akan hanya berpatokan pada nilai limit serta *input* nilai pada

fungsi  $f(x)$  yakni 3 dan 1. Sehingga disimpulkan grafik yang dibuat oleh S4 kurang akurat walaupun sekilas terlihat benar. Dilihat dari cuplikan *think aloud* serta wawancara S4 merasa bingung dan menyatakan ketidak bisaannya dalam membuat grafik, S4 tidak bisa dalam menentukan langkah awal dalam pengerjaan membuat grafik limit fungsi yaitu salah satunya adalah membuat tabel nilai, pada pembahasan indikator 4a S4 juga kesulitan dalam membuat tabel nilai, sehingga ketidakmampuan S4 dalam membuat grafik limit fungsi salah satunya juga dipengaruhi oleh indikator lain yakni membuat representasi dalam bentuk tabel nilai.

Berdasarkan paparan data, disimpulkan bahwa S4 tidak dapat menguasai 5 indikator, diantaranya mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri, mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari, mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit serta dalam aspek menyajikan konsep dalam representasi matematis. Sementara itu S4 dapat menguasai indikator menyatakan limit dengan simbol matematis, mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit serta dalam aspek mengaplikasikan konsep.

## **5. Analisis Data Pemahaman Konsep Limit Fungsi Subjek S5 dengan Minat Belajar Sedang**

Untuk mengkaji indikator pertama (1a) terkait definisi limit dengan bahasa sendiri cukup hanya dengan menggunakan wawancara, selanjutnya pada indikator 1b sampai dengan 4b disertakan gambar pengerjaan soal serta cuplikan *think aloud*.

### **a. Indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri (1a)**

Pada hasil wawancara S5 dapat menjawab pertanyaan terkait mendefinisikan konsep limit, adapun cuplikan wawancara S5 sebagai berikut.

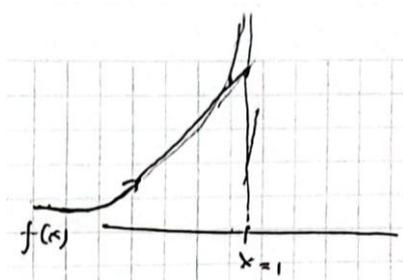
P : *Oke, siap. Tapi kalau misalkan saya tanya, tentang limit. Apa sih limit itu? Konsep limit itu apa? Dengan bahasa sama sendiri*

S4 : *Nilai yang mendekati*

P : *Kalau kita punya grafik, FX lah. Bergerak ke kanan dan naik. Nanti kalau diteruskan seperti apa?*

S4 : *Diteruskan, bingung pak*

Berdasarkan hasil wawancara, S5 mendefinisikan secara sederhana konsep limit sesuai dengan bahasanya sendiri yakni nilai yang mendekati, tetapi setelah ditanyakan maskudnya kalimat tersebut S5 bingung dalam menjabarkan lebih mendalam. Selanjutnya perlu dikonfirmasi kembali pernyataan S5 tersebut, peneliti memberikan gambaran suatu perilaku fungsi ketika mendekati nilai  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.49.



**Gambar 4.49 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit  $x = 1$  S5**

Peneliti memberikan ilustrasi suatu grafik yang mendekati  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.49, selanjutnya peneliti meminta S5 melanjutkan dalam menggambar grafik tersebut bagaimana apabila mendekati suatu limit di  $x = 1$ , kemudian S5 tetapi tidak memahami maksud dari apa yang diutarakan oleh peneliti, yakni bagaimana ketika grafik kurva  $f(x)$  bergerak mendekati garis  $x = 1$ , S5 bingung bagaimanakan kondisi grafik tersebut serta dalam menggambarkannya, hal ini dilakukan guna mengkonfirmasi apakah maksud mendekati sebagaimana yang sudah disebutkan oleh S5 pada sesi wawancara, sehingga S5 belum dapat dikatakan

dapat mendefinisikan limit dengan bahasa sendiri, berdasarkan hasil analisis dengan bantuan Gambar 4.49.

b. Indikator menyatakan limit dengan simbol matematis (1b)

Pada soal nomor 4 dengan instruksi menghitung nilai limit fungsi  $g(x)$ , S5 mengawali mengerjakan soal dengan tidak menuliskan notasi limit untuk fungsi

$g(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  dapat diperhatikan pada Gambar 4.50.

$$x \rightarrow 1$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

**Gambar 4.50** Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S5

Pada Gambar 4.50, S5 menuliskan  $g(x)$  dengan di atasnya juga dituliskan  $x \rightarrow 1$  untuk memulai pengerjaan soal nomor 4, dimana pada instruksi soal tidak dituliskan notasi  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ . Dalam Gambar 4.50 S5 tidak menuliskan simbol matematis limit fungsi  $g(x)$  dengan  $x \rightarrow 1$ , sehingga pada sesi wawancara S5 diminta menuliskan notasi untuk fungsi  $f(x)$  dengan benar, disajikan dalam cuplikan wawancara sebagai berikut.

P : Kalau misalkan ini, samean bisa menuliskan notasi limitnya nggak? Misalkan kita punya limit untuk fungsi  $fx$  di  $x$  mendekati 1. Notasinya gimana? Simbol matematikanya gimana?

S5 : Gimana, gimana?

P : Kalau kita punya fungsi  $fx$  dengan limit  $X$  mendekati 1.

S5 :  $x$  mendekati 1. Nggak tahu, Pak.

Pada saat wawancara S5 mengutarakan bahwa tidak memenuliskan notasi limit, kemudian juga pada jawaban soal nomor 1, 2, 3, 5 dan 6 untuk pengerjaan pada fungsi  $f(x)$  dan fungsi  $h(x)$  S5 juga tidak menuliskan notasi limit, sehingga mengkonfirmasi dari ketidaktahuan yang disampaikan oleh S5. Pada setiap

pengerjaan soal selain dari pada soal nomor 4, S5 langsung menyelesaikan tanpa dituliskan notasi limitnya seperti pada soal nomor 1 disajikan dalam Gambar 4.51.

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 1 \\ &= 2(1) + 1 \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

**Gambar 4.51 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 1 S5**

Pada soal nomor 1 S5 langsung mengerjakan soal dengan mensubstitusikn nilai  $x = 1$  tanpa menuliskan yang seharusnya  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , sehingga S5 dikatakan tidak memenuhi indikator 1a.

c. Indikator mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari (2a)

Pada soal nomor 1, 2 dan 3 merupakan soal yang bertujuan untuk mengklasifikasikan mana diantara ketiga fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang merupakan contoh dan non contoh untuk limit di  $x = 1$ . Soal nomor 1 dan 2 merupakan contoh dari fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ , sedangkan soal nomor 3 bukan. Pada soal nomor 1 berdasarkan hasil pengerjaan soal tes sebagaimana pengerjaan di kolom jawaban lembar soal tes pada Gambar 4.52.

$$\begin{aligned} &\text{tidak, karena limitnya adalah 3} \\ f(x) &= 2x + 1 \\ &= 2(1) + 1 \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 2(1) + 1$$

**Gambar 4.52 Jawaban Soal Nomor 1 S5**

Hal tersebut diperkuat dengan cuplikan *think aloud* S5 pada saat pengerjaan soal tes sebagai berikut.

*Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  iki mempunyai  $x = 1$ ?, mengapa. Opo yo. mempunyai limit di  $x = 1$ ?, Iya, mengapa karena opo yo, ... eh tidak tidak kayaknya*

Jawaban dan hasil *think aloud* subjek S5 selanjutnya dikonfirmasi kembali melalui wawancara sebagai berikut.

- P : *Paham pertanyaannya. berarti gimana? mempunyai limit di  $x$  sama dengan 1 berarti gimana? limitnya itu adalah?*  
 S5 : *3 ini, Pak. Saya...*  
 P : *Fxnya berapa?*  
 S5 : *2x plus 1.*  
 P : *Ini baru bisa kita menyelesaikan ini. Terus gimana berarti?*  
 S5 : *2 dikali 1...*  
 P : *Satu tempat dari mana?*  
 S5 : *Substitusi*

Dari cuplikan *think aloud* terlihat S5 kebingungan dalam menyelesaikan soal, dalam gambar 4.52 menyebutkan tidak karena limitnya 3, kalimat tersebut belum jelas maksudnya, sehingga terkonfirmasi bahwa S5 kesulitan dalam mengerjakan soal 1. Dalam sesi wawancara S5 dapat menjawab terkait cara penyelesaian yang dilakukan, S5 mengonfirmasi bahwa dilakukan dengan substitusi untuk nilai  $x = 1$  ke dalam  $f(x) = 2x + 1$  sehingga didapatkan  $f(1) = 3$ , atau limitnya 3.

Setelah menyelesaikan soal nomor 1 selanjutnya S5 beranjak mengerjakan soal nomor 2 yakni untuk fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , hasil jawaban S5 disajikan dalam Gambar 4.53.

tidak, karena $\frac{0}{0}$	tidak terdefinisi kali.
$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x}$
$g(1) = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$	

**Gambar 4.53 Jawaban Soal Nomor 2 S5**

S5 dalam Gambar 4.53 menuliskan bahwa dalam penyelesaian soal nomor 2 yakni pada fungsi  $g(x)$  tidak mempunyai limit di  $x = 1$ , selanjutnya akan dilihat cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Mengapa? Mempunyai, karena setiap bilangan pasti ada limitnya iya gak sih, iya kan jadi hasil limit dari x mendekati 1 yaitu 2*

Pada hasil pengerjaan dalam Gambar 4.53 dan *think aloud* tersebut terlihat adanya jawaban yang tidak sama oleh S5 dalam mengerjakan soal nomor 2. Selanjutnya akan dikonfirmasi kembali melalui wawancara mengenai alasan mengapa S5 memperoleh jawaban tersebut.

- P : *Coba selanjutnya selesaikan. Tahapannya apa aja*  
 S5 : *Satu... Langsung gini, Pak. Satu... Tetap, Pak. Nah,*  
 P : *ini hasilnya apa? Tak ... tentu.*  
 S5 : *Tak tentu, Pak.*  
 P : *Apakah hasilnya ini, kalau kita ketemu nggak tentu... Berarti bukan pakai substitusi*  
 S5 : *Substitusi*  
 P : *Berarti pakai acara apa, pemfak*  
 S5 : *Pemfaktoran yang tabel itu ya, Pak. Tapi saya nggak tahu caranya.*

Dalam cuplikan wawancara S5 menyatakan bahwa tidak tahu dalam menyelesaikan soal nomor 2, sehingga terjawab bahwa pada cuplikan *think aloud* serta Gambar 4.53 ketidakjelasan atas apa yang tersaji. S5 tidak tahu cara menyelesaikan soal selain dengan cara substitusi, selanjutnya juga tidak tahu dalam menyimpulkan hasil perhitungan. S5 tidak dapat menyelesaikan soal, ditandai dengan S5 yang

membaca berulang pada saat menyelesaikan soal dikarenakan salah satunya terdapat kata *mengapa* pada ujung kalimat yang membuat S5 merasa bingung.

Dalam cuplikan *think aloud* soal nomor 3 S5 terlihat kebingungan dalam menentukan langkah penyelesaian soal, cuplikan *think aloud* S5 disajikan sebagai berikut.

*mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa? Dicoba, lali aku, iki mau  $x$  fx, ... gak ngomong aku lali Apakah fungsi h dengan  $h(x) = x^2$ , untuk  $x \leq 1$ ,  $x + 1$ , untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa? Iya, karena angka satu adalah angka tengah-tengah soale iki wes tak gambar dek garis bilangan*

Dalam menyelesaikan soal sebenarnya sudah tepat dengan megguakan tabel nilai, akan tetapi dalam membuat tabel nilai belum tuntas serta dalam memberikan kesimpulan juga kurang tepat, dalam cuplikan *think aloud* selaras dengan jawaban soal tes nomor 3, hasil jawaban S5 disajikan dalam Gambar 4.54.

x	-2	-1	0	1			
fx	4	3	2	1			

*Iya, karena angka 1 adalah angka tengah-tengah.*

**Gambar 4.54 Jawaban Soal Nomor 3 S5**

S5 menuliskan  $-2, -1, 0, 1$  untuk nilai  $x$  yang dipilih, kemudian didapatkan  $h(x)$  diantaranya  $4, 3, 2, 1$ , nilai-nilai  $f(x)$  tersebut apabila disesuaikan dengan fungsi untuk  $h(x)$  diantaranya  $x^2$  dan  $x + 1$  tidak akan ditemukan keselarasan, sehingga hasil pengerjaan S5 pada soal nomor 3 kurang. Selajutnya akan dikonfirmasi terkait jawaban S5 untuk soal nomor 3 melalui wawancara.

- P : *Lalu yang nomor tiga ini. Kira-kira yang dibingungkan dari nomor tiga ini apa sih?*  
 S5 : *sama dengan  $h(x)$*

- P : *Kira-kira yang bingung apa? Yang bikin bingung.*  
 S5 : *Caranya.*  
 P : *Ini bingung nggak? Misalkan untuk  $x^2$ ... untuk  $x$  kurang dari satu. Berapa aja?*  
 S5 : *0,9... Negatif satu bisa.*  
 P : *Setelah 0,9, berapa urut? 0,8, 0,7... Terusnyanya ya? Satu juga ya? Kalau  $x$ ... Untuk  $x$  lebih besar dari satu. Apa aja berarti ini?*  
 S5 : *1,1, 1,2, 1,3...*  
 P : *Berarti... Bisa dong kita buka tabelnya? Sama nggak tadi?*  
 S5 : *Saya itu lupa... bikin tabelnya itu, Pak.*

Dalam cuplikan wawancara tersebut S5 masih perlu untuk didekte dalam menyelesaikan soal nomor 3, S5 mengungkapkan bahwa dalam mengerjakan soal nomor 3 bingung untuk menentukan penyelesaian soal, sehingga dalam Gambar 4.54 terlihat tidak ada langkah-langkah penyelesaian serta kesimpulan soal yang benar. Dalam menyelesaikan soal nomor 3 banyak yang membuat S5 kesulitan, diantaranya adalah selain membuat tabel nilai adalah pada bentuk fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang.

d. Indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit (2b)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  yang merupakan contoh dari fungsi yang mempunyai limit di  $x = 1$ . Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat yang memenuhi suatu fungsi dikatakan memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator sebelumnya, S5 tidak mengidentifikasi dengan pasti bahwa untuk fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$  tersaji dalam Gambar 4.52 serta Gambar 4.53. Selanjutnya ditampilkan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa? Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  iki mempunyai  $x = 1$ ?, mengapa. Opo yo. mempunyai limit di  $x = 1$ ?, Iya, mengapa karena opo yo, ... koyok e iyo yo, eh tidak tidak tidak, eh opo yo ... Sekarang yang nomer 2, Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x \in R$ ,  $x$  sama dengan 1 mempunyai limit?, mengapa. Mempunyai, karena setiap bilangan pasti ada limitnya iya gak sih, iya kan.*

Jawaban S5 pada lembar tes soal serta cuplikan *think aloud* belum menyebutkan alasan dimana syarat-syarat apa saja sebuah fungsi dikatakan memiliki limit.

Sehingga perlu untuk dikonfirmasi pada sesi wawancara.

P : *Syarat suatu fungsi itu mempunyai limit itu apa? Ada 3? Ya kan? Apa aja, Coba?*

S5 : *Syarat suatu fungsi mempunyai limit.*

P : *Suatu fungsi mempunyai limit? Apa syaratnya ada 3? Apa aja itu? Tadi kita lihat... Hmm... Yang pertama, limit kanannya ada.*

S5 : *Oh, ya... Limit kirinya ada...*

P : *Yang ketiga... Limit kanan dan limit kirinya...sa..*

S5 : *Satu..*

Pada pertanyaan wawancara sebelumnya S5 belum mampu dengan pasti menentukan fungsi mana yang memiliki limit di  $x = 1$  berdasarkan pada pengerjaan soal nomor 1 dan 2. Pada sesi wawancara S5 dapat menyebutkan syarat-syarat tetapi setelah didekte oleh peneliti, hal ini disebabkan oleh ketidaktahuan subjek dalam menyelesaikan soal dengan cara yang benar sehingga peneliti perlu untuk menjelaskan untuk memberikan pemahaman kepada S5, walaupun pada akhirnya S5 dapat menyebutkan tetapi bukan termasuk kategori dapat mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit.

e. Indikator mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit (2c)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat mana yang membuat suatu fungsi dikatakan tidak memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator 2a, jawaban pada soal nomor 3 S5 belum mengidentifikasi dengan jelas bagaimana limit kanan dan limit kirinya, serta kesimpulan yang diberikan sebagaimana dalam Gambar 4.54 kurang sesuai dengan apa yang diinstruksikan pada soal nomor 3. Selanjutnya akan dilihat dalam cuplikan *think aloud* pada saat S5 membuat tabel nilai untuk fungsi  $h(x)$  berikut.

*mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa? Dicoba, lali aku, iki mau  $x$  fx, ... gak ngomong aku lali, Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = x^2$ , untuk  $x \leq 1$ ,  $x + 1$ , untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa? Iya, karena angka satu adalah angka tengah-tengah soale iki wes tak gambar dek garis bilangan*

Dalam cuplikan *think aloud* S5 mengklasifikasikan pada fungsi  $h(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$  padahal tidak memiliki limit, selanjutnya S5 berpendapat demikian dikarenakan pada garis bilangan hasil perhitungan limit fungsi  $h(x)$  di  $x = 1$  berada ditengah-tengah, kesimpulan yang diberikan S5 belum jelas maksudnya. Selanjutnya sesi wawancara akan dikonfirmasi mengenai sifat yang tidak memenuhi syarat fungsi  $h(x)$  tidak memiliki limit  $x = 1$ .

S5 : *Saya itu lupa... bikin tabelnya itu, Pak.*

P : *Coba tak buatin ya? nanti samean terusan terusan? Oke. 1,2,3,4,5,6,7,8,9... Sembilan ini. Ini...*

...

P : *Syarat suatu fungsi itu mempunyai limit itu apa? Ada 3? Ya kan? Apa aja, Coba?*

S5 : *Syarat suatu fungsi mempunyai limit.*

P : *Suatu fungsi mempunyai limit? Apa syaratnya ada 3? Apa aja itu? Tadi kita lihat... Hmm... Yang pertama, limit kanannya ada.*

S5 : *Oh, ya... Limit kirinya ada...*

...

P : *Berarti kesimpulannya ...(jeda)... Bukan limit...*

S5 : *Oh iya, kalau nggak sama...*

S5 memerlukan bantuan dalam menyelesaikan soal nomor 3, peneliti membantu bagaimana membuat tabel nilai, dikarenakan S5 mengutarakan tidak bisa membuatnya juga dengan kondisi bahwa fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Setelah didapatkan tabel nilai S5 diminta untuk menyebutkan syarat-syarat apa saja yang membuat suatu fungsi memiliki limit, tetapi S5 kebingungan dalam menyebutkan syarat-syarat tersebut, kebingungan S5 dibahas juga pada indikator 2a sebelumnya. Berdasarkan pertanyaan peneliti dalam wawancara itu membuat

S5 dapat menyebutkan syarat yang tidak terpenuhi oleh fungsi  $h(x)$  sehingga tidak memiliki limit  $x = 1$ . Walaupun S5 pada akhirnya dapat menyebutkan syarat yang tidak terpenuhi, namun tetap saja S5 tidak tergolong dapat mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit.

f. Indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit (3a)

Soal nomor 4 pada tes tulis menginstruksikan S5 untuk menentukan di titik manakah  $g(x)$  mempunyai limit. S5 menyelesaikan soal dengan menggunakan cara pemfaktoran sebagaimana yang disajikan dalam Gambar 4.55.

Handwritten work on grid paper showing the simplification of the function  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  as  $x \rightarrow 1$ . The student writes  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$ . The word "tak punya" is written above the first part of the equation.

**Gambar 4.55** Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S5

Hasil pengerjaan soal nomor 4 selaras dengan cuplikan *think aloud* S5 pada saat pengerjaan soal sebagai berikut.

*1<sup>2</sup> itu 1, 1-1= 0 per x kurangi 1, lha x e iki kan jadi 1, 1 bagi 1 nol, 0/0 tidak terdefinisikan a bosone lali. Tidak punya limit.*

Terdapat keselarasan pada Gambar 4.55 dan cuplikan *think aloud* S5 selanjutnya akan dikonfirmasi melalui wawancara.

P : *Paham... Sekarang... Nah, tadi kan sudah ngerjakan ya... Ini kan kan bener nggak?*

S5 : *Nggak tahu...*

P : *Yang kedua ini kan sama empat...*

S5 : *Insya Allah betul...*

P : *Apakah sudah selesai? Coba coba*

S5 : *Saya butulkan*

S5 menentukan fungsi  $g(x)$  untuk disubstitusikan dengan  $x = 1$ , sehingga ketika pengerjaan hanya akan menghasilkan nilai tak tentu, S5 tidak mengetahui

penyelesaian soal dilakukan dengan pemfaktoran. Pada wawancara sesi sebelumnya S5 mengetahui penyelesaian soal, karena pada pembahasan soal nomor 2 sudah dibahas, S5 membenarkan pengerjaannya dan menghasilkan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ , sehingga S5 dapat menyelesaikan soal nomor 4 dengan prosedur yang tepat atau S5 tidak termasuk dalam kategori dapat menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit, karena bukan berasal dari inisiatif S5 sendiri.

g. Indikator menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit (3b)

Pada soal nomor 4 tes tulis akan dilihat bagaimana S5 menentukan langkah-langkah yang tepat dalam menyelesaikan soal. Sebagaimana jawaban yang tersaji pada Gambar 4.55, S5 pada awalnya menyelesaikan hanya dengan substitusi, langkah-langkah secara lengkap dalam menentukan limit pada fungsi  $g(x)$  di  $x = 1$  dalam soal nomor 4 secara lengkap diketahui setelah mendapatkan penjelasan oleh peneliti. Jawaban soal nomor 2 disajikan dalam Gambar 4.56 sebagai berikut.

Handwritten solution for the limit of  $g(x)$  as  $x \rightarrow 1$ . The student notes "tak punya" (no result) for the direct substitution. They show the function  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  and substitute  $x=1$  to get  $\frac{0}{0}$ . Then they factor the numerator as  $(x-1)(x+1)$  and cancel the  $(x-1)$  terms, resulting in  $x+1$ . Finally, they substitute  $x=1$  to get  $2$ .

**Gambar 4.56 Jawaban Soal Nomor 2 S5**

Penyelesaian soal nomor 4 oleh S5 hanya sampai pada cara substitusi dituangkan dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*1-1= 0 per x kurang 1, lha x e iki kan jadi 1, 1 bagi 1 nol, 0/0 tidak terdefiniskan a bosone lali. Tidak punya limit.*

Langkah pengerjaan soal nomor 4 dijelaskan dalam cuplikan *think aloud* hanya dikerjakan dengan substitusi, selanjutnya sesi wawancara S5 akan kembali diminta untuk menjelaskan langkah-langkah pengerjaan soal.

P : *Apakah hasilnya ini, kalau kita ketemu nggak tentu... Berarti bukan pakai substitusi*

S5 : *Substitusi*

P : *Berarti pakai acara apa, pemfak*

S5 : *Pemfaktoran yang tabel itu ya, Pak. Tapi saya nggak tahu caranya.*

Berdasarkan Gambar 4.56, cuplikan *think aloud* serta hasil wawancara dalam menentukan nilai limit pada fungsi  $g(x)$  dengan  $x = 1$ , S5 dalam menyelesaikan soal diawali dengan menggunakan cara substitusi dengan hasilnya adalah  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu, kemudian peneliti membantu S5 untuk melanjutkan dengan cara pemfaktoran. S5 menyatakan tidak bisa memfaktorkan  $(x^2 - 1)$  menjadi  $(x + 1)(x - 1)$  sehingga dituliskan  $\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$ , langkah selanjutnya adalah mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$  dan didapatkan  $1 + 1 = 2$ . Sehingga S5 pada akhirnya dapat menyelesaikan soal nomor 4, tetapi dalam menentukan langkah-langkah penyelesaian S5 memerlukan bantuan dalam pemecahan masalah pada soal limit.

h. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel (4a)

Tabel nilai merupakan salah satu alternatif dalam mengerjakan soal limit fungsi, sebagai bentuk representasi dalam menampilkan bagaimana perilaku suatu fungsi ketika diambil nilai-nilai atau titik-titik tertentu akan mendekati suatu nilai yang dituju. Pada indikator 4a akan dilihat bagaimana S5 menyajikan representasi matematis dalam bentuk tabel pada soal nomor 5 atau pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$

di  $x = 1$ . S5 tidak secara jelas menuliskan tabel nilai untuk fungsi  $f(x)$  pada kolom jawaban pada lembar tes sebagaimana yang tersaji dalam Gambar 4.57.

$f(x) = 2x + 1, x \in \mathbb{R}$						
$= 2(1) + 1$	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2
$= 2 + 1$	1,7	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8

**Gambar 4.57 Jawaban Soal Nomor 5 S5**

Pada Gambar 4.47 S5 mengambil nilai  $x$  kurang dari 1 diantaranya adalah 0,7, 0,8 dan 0,9 selanjutnya untuk nilai  $x$  lebih dari 1 S5 mengambil 1,1 dan 1,2. Selanjutnya Gambar 4.57 akan disesuaikan dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*lha ini kita gambarakan tabelnya,  $f(x)$  iki  $2x+1$  3,  $x= 1$  2 kali 1, sama dengan 2 plus 3, yak po iki nulise, duh aku gak paham tulung*

Dalam penulisan tabel nilai S5 berhenti hanya sampai menuliskan nilai-nilai  $x$  saja, tetapi dalam kolom  $f(x)$  belum terisi, setelahnya peneliti mengonfirmasi melalui wawancara kepada S5 mengapa didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.57.

P : *Berarti... Bisa dong kita buka tabelnya? Sama nggak tadi?*

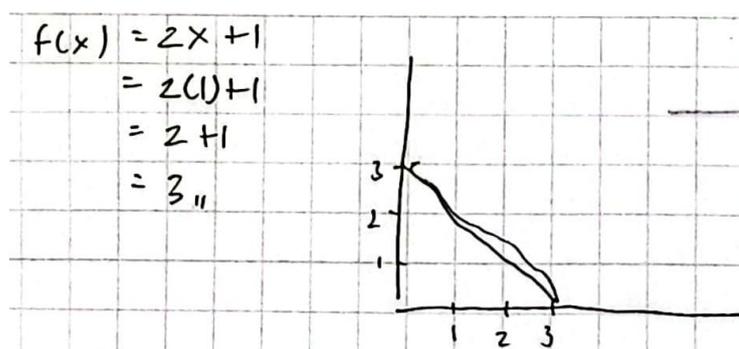
S5 : *Saya itu lupa... bikin tabelnya itu, Pak.*

S5 mengungkapkan mengapa didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.57. S5 mengutarakan bahwa lupa dalam membuat tabel nilai, sementara dalam cuplikan *think aloud* diungkapkan bahwa S5 tidak bisa membuat tabel nilai. Hal yang membuat S5 kesulitan dalam membuat tabel nilai diantaranya adalah dalam menentukan nilai-nilai pada kolom  $x$  serta setelahnya harus dilakukan proses apa, hal lain yang membuat S5 kebingungan adalah dalam memahami perintah soal, hal

ini juga dibahas dalam indikator 2a dan 2c. Ketidaktahuan tersebut membuat S5 bingung dalam mengerjakan soal nomor 5, sehingga pengerjaan hanya sampai pada menentukan nilai-nilai  $x$  saja.

i. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk grafik (4b)

Dalam menyajikan limit dapat melalui grafik, yang dapat memberikan gambaran secara visual tentang perilaku suatu fungsi apabila dimasukan *input* yang mendekati suatu nilai. Pada indikator 4b ini akan ditelaah bagaimana S5 menyajikan representasi matematis dalam bentuk grafik limit fungsi untuk fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  sebagaimana pada perintah soal tes nomor 6. Hasil pengerjaan S5 pada jawaban lembar soal tes disajikan dalam Gambar 4.58.



**Gambar 4.58 Jawaban Soal Nomor 6 S5**

Dalam menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , akan dilihat bagaimana proses S5 dalam mengerjakan soal nomor 6 dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Gambar grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!,  $(x) = 2x + 1 = 2.1 + 1 = 3$ , terus gambar grafik, grafik iki sama dengan 3*

Dalam Gambar 4.58 tersebut tergambar garis lurus yang tetapi tidak sesuai dengan jawaban pada kunci jawaban yang benar, dalam cuplikan *think aloud* juga tidak

tersaji bagaimana cara S5 membuat grafik pada Gambar 4.58, sehingga akan dilihat bagaimana proses tergambaranya garis lurus tersebut dalam sesi wawancara.

P : *Samean bisa buat grafiknya nggak, kira-kira buat dari mana? Bingung...*

S5 : *Bingung*

P : *Oke, sekarang... Yang buat bingung apa?*

S5 : *Enggak tahu maksudnya grafiknya itu gimana...*

Dalam wawancara S5 menyatakan kebingungan dalam memahami maksud grafik itu seperti apa, pada Gambar 4.58 terlihat juga S5 hanya asal menggambar. Terlihat S5 menggambar menghubungkan antara titik  $y = 3$  dan  $x = 3$ , ini bisa di dapatkan dari perhitungan S5 yakni dengan mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $f(x) = 2x + 1$ , sehingga  $f(1) = 3$ , tentu ini bukan salah satu langkah penyelesaian yang tepat dalam menggambarkan grafik limit fungsi. Hal lain yang membuat S5 tidak bisa menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x)$  dikarenakan S5 tidak bisa membuat tabel nilai, sebagaimana yang dijelaskan dalam indikator 4a. Tabel nilai adalah salah satu alternatif yang bisa digunakan dalam menggambarkan grafik fungsi.

Berdasarkan paparan data, disimpulkan bahwa S5 tidak dapat menguasai indikator pemahaman konsep limit.

## **6. Analisis Data Pemahaman Konsep Limit Fungsi Subjek S6 dengan Minat Belajar Sedang**

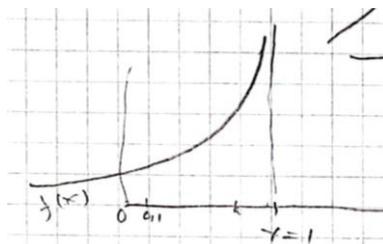
Untuk mengkaji indikator pertama (1a) terkait definisi limit dengan bahasa sendiri cukup hanya dengan menggunakan wawancara, selanjutnya pada indikator 1b sampai dengan 4b disertakan gambar pengerjaan soal serta cuplikan *think aloud*.

### **a. Indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri (1a)**

Pada hasil wawancara S6 dapat menjawab pertanyaan terkait mendefinisikan konsep limit, adapun cuplikan wawancara S6 sebagai berikut.

- P : Tapi tau gak limit itu apa? Coba samean menerangkan dengan bahasa Sama sendiri Limit itu apa sih?
- S6 : Limit Yang mendekati gitu lho pak
- P : Misalkan kita punya limit Sama dengan satu Berarti apa?
- S6 : Yang mendekati satu
- P : Kenapa enggak, yakin?
- S6 : Ya Kayaknya sampai satu
- P : Tadi mendekati Sampai enggak?
- S6 : Sampai

Berdasarkan hasil wawancara, S6 mendefinisikan secara sederhana konsep limit sesuai dengan bahasanya sendiri yakni yang mendekati, tetapi setelah ditanyakan maskudnya kalimat tersebut S6 bingung dalam menjabarkan lebih mendalam. Selanjutnya perlu dikonfirmasi kembali pernyataan S6 tersebut, peneliti memberikan gambaran suatu perilaku fungsi ketika mendekati nilai  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.59.



**Gambar 4.59 Ilustrasi Suatu Fungsi Mendekati Limit  $x = 1$  S6**

Peneliti memberikan ilustrasi suatu grafik yang mendekati  $x = 1$  sebagaimana Gambar 4.49, selanjutnya peneliti meminta S6 melanjutkan dalam menggambar grafik tersebut bagaimana apabila mendekati suatu limit di  $x = 1$ , kemudian S6 tetapi tidak memahami maksud dari apa yang diutarakan oleh peneliti, yakni bagaimana ketika grafik kurva  $f(x)$  bergerak mendekati garis  $x = 1$ , S6 bingung bagaimanakan kondisi grafik tersebut serta dalam menggambarannya, kebingungan tersebut disajikan dalam cupikan wawancara sebagai berikut.

- S6 : Mendekat? Enggak
- P : Kenapa enggak, yakin?

S6 : *Ya Kayaknya sampai satu*  
 P : *Tadi mendekati Sampai enggak?*  
 S6 : *Sampai*

S6 ragu menjawab pertanyaan peneliti ketika grafik kurva  $f(x)$  bergerak mendekati garis  $x = 1$ , apakah maksud mendekati itu tidak sampai berpotongan atau bagaimana kondisi grafiknya, sehingga S6 belum dapat dikatakan dapat mendefinisikan limit dengan bahasa sendiri, berdasarkan hasil analisis dengan bantuan Gambar 4.59.

b. Indikator menyatakan limit dengan simbol matematis (1b)

Pada soal nomor 4 dengan instruksi menghitung nilai limit fungsi  $g(x)$ , S6 mengawali mengerjakan soal dengan menuliskan notasi limit untuk fungsi  $g(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  dapat diperhatikan pada Gambar 4.60.

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$$

$$= x + 1$$

**Gambar 4.60 Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S6**

Pada Gambar 4.60, S6 menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  untuk memulai pengerjaan soal nomor 4, dimana pada instruksi soal tidak dituliskan notasi tersebut, sehingga S6 dengan sendiri berinisiatif menuliskan demikian. Pada sesi wawancara S6 diminta menuliskan notasi untuk fungsi  $f(x)$ , sebagaimana cuplikan wawancara sebagai berikut.

P : *Simbol matematisnya?*  
 S6 : *Simbol gimana ya Pak?*  
 P : *Gini ya Coba tulisan aja, Apa pun ya? Gini Teruskan*  
 S6 : *Limit x mendekati satu untuk fungsi  $f(x)$  (subjek menulis)*

Pada saat wawancara S6 menuliskan notasi limit untuk soal nomor 1, tulisan S6 disajikan dalam Gambar 4.61.

A photograph of a student's handwritten work on a grid background. The expression is  $\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 3$ . The limit symbol is written as a large 'L' with 'lim' below it, and the variable 'x' with an arrow pointing to '1' is written below the 'L'. The function '2x + 1 = 3' is written to the right of the limit symbol.

**Gambar 4.61 Notasi Limit  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  S6**

Pada soal nomor 1 S6 terlebih dahulu mengerjakan soal dengan menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , yang mana pada soal tidak dituliskan demikian, tetapi S6 memahami cara menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1$  dalam mengerjakan soal sebagaimana pada Gambar 4.61.

c. Indikator mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari (2a)

Pada soal nomor 1, 2 dan 3 merupakan soal yang bertujuan untuk mengklasifikasikan mana diantara ketiga fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang merupakan contoh dan non contoh untuk limit di  $x = 1$ . Soal nomor 1 dan 2 merupakan contoh dari fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ , sedangkan soal nomor 3 bukan. Pada soal nomor 1 berdasarkan hasil pengerjaan soal tes sebagaimana pengerjaan di kolom jawaban lembar soal tes pada Gambar 4.62.

A photograph of a student's handwritten work on a grid background. The top part shows the same limit expression as in Gambar 4.61:  $\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 3$ . Below this, there is a handwritten note in Indonesian: "kata termasuk limit berarti ada limitnya".

**Gambar 4.62 Jawaban Soal Nomor 1 S6**

Hal tersebut diperkuat dengan cuplikan *think aloud* S6 pada saat pengerjaan soal tes sebagai berikut.

Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  iki mempunyai  $x = 1$  ?, mengapa. mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa

Jawaban dan hasil *think aloud* subjek S6 selanjutnya dikonfirmasi kembali melalui wawancara sebagai berikut.

P : Terangkan pada saya

S6 : Sama dengan tadi Sini aja Pak Kalau ini Substitusi kan Pak

P : Ya, gimana?

S6 : Dua, dikali satu Tambah satu sama dengan tiga

Pada cuplikan wawancara beserta jawaban pada lembar tes, S6 menyatakan bahwa pada soal nomor 1 yakni fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ . Selanjutnya hasil jawaban tersebut dikonfirmasi kembali dengan wawancara, S2 menjelaskan bahwa untuk mencari nilai limit pada soal nomor satu cukup diselesaikan dengan cara substitusi, sehingga dapat dinyatakan bahwa S6 sudah memahami maksud dari soal nomor 1 serta dengan hasil jawabannya.

Setelah menyelesaikan soal nomor 1 selanjutnya S6 beranjak mengerjakan soal nomor 2 yakni untuk fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , hasil jawaban S6 disajikan dalam Gambar 4.63.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ $= \frac{1^2-1}{1-1}$ $= \frac{0}{0}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$ $= x+1$ $= 1+1$ $= 2$	<p>mempunyai limit</p> <p>tidak termasuk limit karena nilai limit kanan dan nilai limit kiri tidak sama</p>
--	---	---

**Gambar 4.63 Jawaban Soal Nomor 2 S6**

S6 dalam Gambar 4.63 menuliskan bahwa dalam penyelesaian soal nomor 2 yakni pada fungsi  $g(x)$  tidak mempunyai limit di  $x = 1$ , selanjutnya akan dilihat cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x$  bilangan riil, dan  $x$  tidak sama dengan satu mempunyai limit?, mengapa?*

Pada hasil pengerjaan dalam Gambar 4.63 dapat dimaknai bahwa apabila soal nomor 2 hanya diselesaikan hanya dengan substitusi maka nilai limitnya tidak ada, akan tetapi apabila di selesaikan dengan pemfaktoran maka akan ada nilai limitnya yakni 2. Selanjutnya akan dikonfirmasi kembali melalui wawancara mengenai alasan mengapa S6 memperoleh jawaban tersebut.

- P : *Kok bisa dapet satu sama satu?*  
 S6 : *Ex nya diganti sama ini*  
 P : *Oh gitu ya Berarti Limitnya berapa?*  
 S6 : *Dua*  
 P : *Kesimpulannya Tidak termasuk*  
 S6 : *Itu salah*

Dalam cuplikan wawancara tersebut menegaskan bahwa S5 berpendapat untuk soal nomor 2 atau pada fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  mempunyai limit di  $x = 1$ , hal tersebut apabila diselesaikan dengan cara pemfaktoran. Sehingga kesimpulan S6 adalah bahwa pada fungsi  $g(x)$  merupakan contoh fungsi yang memiliki limit di  $x = 1$ . Setelah itu S6 menyadari dan mengonfirmasi bahwa kesimpulan yang diberikan kurang tepat, kemudian dapat direvisi dengan benar.

Dalam cuplikan *think aloud* soal nomor 3 S6 terlihat kebingungan dalam menentukan langkah penyelesaian soal, cuplikan *think aloud* S6 disajikan sebagai berikut.

Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  fungsi bercabang yaitu  $x^2$  untuk  $x \leq 1$  dan  $x + 1$  untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ? ... *lim*  $x$  mendekati 1  $x$  kuadrat sama dengan satu termasuk limit, *lim*  $x$  mendekati 1  $x + 1$  sama dengan 2 tidak termasuk limit.

Dalam menyelesaikan soal S6 tidak dengan menggunakan tabel nilai, dalam cuplikan *think aloud* selaras dengan jawaban soal tes nomor 3, hasil jawaban S6 disajikan dalam Gambar 4.64.

The image shows handwritten work on a grid background. It consists of two parts. The first part shows the calculation of the limit of  $x^2$  as  $x$  approaches 1. It writes 'Lim x → 1 : x^2', then '1^2', and finally '1 → termasuk limit'. The second part shows the calculation of the limit of  $x + 1$  as  $x$  approaches 1. It writes 'Lim x → 1 : x + 1', then '1 + 1', and finally '2 → tidak termasuk limit'.

**Gambar 4.64 Jawaban Soal Nomor 3 S6**

Dalam Gambar 4.64 dan cupikan *think aloud* S6 menyelesaikan soal nomor 3 dengan menggunakan cara substitusi dengan mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $h(x) = x^2$ , serta ke dalam  $h(x) = x + 1$ . walaupun hasilnya berbeda, tetapi terlihat S6 tidak memahami maksud serta cara menyelesaikan soal. Selajutnya akan dikonfirmasi terkait jawaban S6 untuk soal nomor 3 melalui wawancara.

S6 : Pak bingung saya Yang ini Yang ini ya ini

P : Kok bisa?

S6 : Ya kan lebih kecil dari satu kan pak Ini

Dalam cuplikan wawancara tersebut S6 mengungkapkan kebingungannya dengan tanda lebih kecil atau sama dengan serta fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Dalam pengerjaan soal tersebut hanya menggunakan cara substitusi, S6 mengungkapkan bahwa dalam mengerjakan soal nomor 3 bingung untuk menentukan penyelesaian soal, sehingga dalam Gambar 4.64 terlihat tidak ada

langkah-langkah penyelesaian serta kesimpulan soal yang benar. Dalam menyelesaikan soal nomor 3 banyak yang membuat S6 kesulitan, diantaranya adalah selain membuat tabel nilai adalah pada bentuk fungsi  $h(x)$ .

d. Indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit (2b)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$  yang merupakan contoh dari fungsi yang mempunyai limit di  $x = 1$ . Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat yang memenuhi suatu fungsi dikatakan memiliki limit. S6 mengidentifikasi bahwa pada soal nomor 1 yakni untuk fungsi  $f(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ , serta jawaban pada lembar soal tes sebagaimana Gambar 4.62 S2 memberikan pernyataan bahwa nilai limit yang didapatkan merupakan hasil dari substitusi di  $x = 1$  pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$ . Selanjutnya ditampilkan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*apakah fungsi f dengan f(x) sama dengan dua x plus satu untuk nilai x bilangan riil, mempunyai limit di x = 1? Lim x mendekati 1 2x+1 sama dengan 1. Berarti ada limitnya*

Jawaban S6 pada lembar tes soal serta cuplikan *think aloud* belum menyebutkan alasan dimana syarat-syarat apa saja sebuah fungsi dikatakan memiliki limit. Sehingga perlu untuk dikonfirmasi pada sesi wawancara.

P : *Saratnya 1 fungsi Mempunyai limit apa?*

S6 : *Sama*

P : *Ada tiga itu, satu*

S6 : *Lupa pak*

Pada pertanyaan wawancara sebelumnya S6 belum mampu dengan pasti menentukan fungsi mana yang memiliki limit di  $x = 1$  berdasarkan pada pengerjaan soal nomor 1 dan 2. Pada sesi wawancara S6 dapat menyebutkan syarat-syarat tetapi setelah didekte oleh peneliti, hal ini disebabkan oleh ketidaktahuan

subjek dalam menyebutkan syarat-syarat suatu fungsi memiliki limit, walaupun akhirnya S6 dapat menyebutkan tetapi bukan termasuk kategori dapat mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit.

e. Indikator mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit (2c)

Pada indikator ini didasarkan fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Selanjutnya akan diidentifikasi sifat-sifat mana yang membuat suatu fungsi dikatakan tidak memiliki limit. Sebagaimana paparan pada indikator 2a, jawaban pada soal nomor 3 S6 belum mengidentifikasi dengan jelas bagaimana limit kanan dan limit kirinya, serta kesimpulan yang diberikan sebagaimana dalam Gambar 4.64 kurang sesuai dengan apa yang diinstruksikan pada soal nomor 3. Selanjutnya akan dilihat dalam cuplikan *think aloud* pada saat S6 membuat tabel nilai untuk fungsi  $h(x)$  berikut.

*Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  fungsi bercabang yaitu  $x^2$  untuk  $x \leq 1$  dan  $x + 1$  untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ? ...  $\lim_{x \rightarrow 1^-} x^2$  sama dengan  $\lim_{x \rightarrow 1^+} x + 1$  sama dengan 2 tidak termasuk limit*

Dalam cuplikan *think aloud* S6 mengklasifikasikan pada fungsi  $h(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$  dan tidak memiliki limit, terdapat dua kesimpulan. Selanjutnya sesi wawancara S6 akan dikonfirmasi mengenai sifat yang tidak memenuhi syarat fungsi  $h(x)$  tidak memiliki limit  $x = 1$ .

P : *Saratnya 1 fungsi Mempunyai limit apa?*

S6 : *Sama*

P : *Ada tiga itu, satu*

S6 : *Lupa pak*

P : *Limit kanan ada*

S6 : *Limit kiri ada Limit kanan dan kiri sama*

P : *Limit kanan ada?*

S6 : *Ada*

P : *Limit kiri ada?*

S6 : *Satu*

P : Nilainya sama tidak?

S6 : Tidak

S6 memerlukan bantuan dalam menyelesaikan soal nomor 3, peneliti membantu bagaimana membuat tabel nilai, dikarenakan S6 mengutarakan tidak bisa membuatnya juga dengan kondisi bahwa fungsi  $h(x)$  yang merupakan fungsi cabang. Setelah didapatkan tabel nilai S6 diminta untuk menyebutkan syarat-syarat apa saja yang membuat suatu fungsi memiliki limit, tetapi S6 kebingungan dalam menyebutkan syarat-syarat tersebut, kebingungan S6 dibahas juga pada indikator 2a sebelumnya. Berdasarkan pertanyaan peneliti dalam wawancara itu membuat S6 dapat menyebutkan syarat yang tidak terpenuhi oleh fungsi  $h(x)$  sehingga tidak memiliki limit  $x = 1$ . Walaupun S6 pada akhirnya dapat menyebutkan syarat yang tidak terpenuhi, namun tetap saja S6 tidak tergolong dapat mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit.

f. Indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit (3a)

Soal nomor 4 pada tes tulis menginstruksikan S6 untuk menentukan di titik manakah  $g(x)$  mempunyai limit. S6 menyelesaikan soal dengan menggunakan cara pemfaktoran sebagaimana yang disajikan dalam Gambar 4.65.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$$

$$= x+1$$

$$= 1+1$$

$$= 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$$

$$= \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$$

$$= x+1 = 1+1 = 2$$

nilai kiri dan nilai kanan tidak sama  
jadi bukan limit

**Gambar 4.65** Cuplikan Jawaban Soal Nomor 4 S6

Hasil pengerjaan soal nomor 4 selaras dengan cuplikan *think aloud* S6 pada saat pengerjaan soal sebagai berikut.

apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  sama dengan satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu, untuk  $x$  bilangan riil mempunyai limit, hitunglah  $\lim_{x \rightarrow 1} x$  mendekati 1, difaktorkan ...  $x+1$  sama dengan  $1+1=2$ .

Terdapat keselarasan pada Gambar 4.65 dan cuplikan *think aloud* S6 selanjutnya akan dikonfirmasi melalui wawancara.

P : Untuk menyelesaikan fungsi ini Caranya bagaimana? Diapakan dulu?

S6 : Itu Ini apa? Pemfaktoran

P : Coba Langsung pemfaktoran Pake yang tadi Yang tadi apa?

S6 : Ini X Satu X satu, coret Satu tambah dua

Maksud pernyataan S6 dalam wawancara adalah cara pemfaktoran setelah sebelumnya dengan substitusi. Dengan cara pemfaktoran S6 memperoleh nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ . Sehingga S6 dapat dikatakan mampu menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit.

g. Indikator menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit (3b)

Pada soal nomor 4 tes tulis akan dilihat bagaimana S6 menentukan langkah-langkah yang tepat dalam menyelesaikan soal. Sebagaimana jawaban yang tersaji pada Gambar 4.65, S6 pada awalnya menyelesaikan hanya dengan substitusi, langkah-langkah secara lengkap dalam menentukan limit pada fungsi  $g(x)$  di  $x = 1$  dalam soal nomor 4 secara lengkap diketahui setelah mendapatkan penjelasan oleh peneliti. Jawaban soal nomor 2 disajikan dalam Gambar 4.66 sebagai berikut.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ $= \frac{1^2 - 1}{1 - 1}$ $= \frac{0}{0}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$ $= x+1$ $= 1+1$ $= 2$ <p>mempunyai limit</p> <p>tidak termasuk limit karena nilai limit kanan dan nilai limit kiri tidak sama</p>
--	---

### Gambar 4.56 Jawaban Soal Nomor 2 S6

Penyelesaian soal nomor 4 oleh S6 hanya sampai pada cara substitusi dan pemfaktoran dituangkan dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*Lim x mendekati 1 dimasukan x=1 ... hasilnya sama dengan nol tidak termasuk limit. Lim x mendekati 1, difaktorkan ... x+1 sama dengan 1+1=2 mempunyai limit.*

Tahapan S2 dalam menyelesaikan soal nomor 4 dikonfirmasi kembali pada saat wawancara bersama peneliti.

- P : Untuk menyelesaikan fungsi ini Caranya bagaimana? Diapakan dulu?  
 S6 : Itu Ini apa? Pemfaktoran  
 P : Coba Langsung pemfaktoran Pake yang tadi Yang tadi apa?  
 S6 : Ini X Satu X satu, coret Satu tambah dua  
 P : Biasanya sebelum pemfaktoran apa? Pake apa?  
 S6 : Substitusi

Pada mulanya S6 menggunakan cara substitusi untuk menyelesaikan soal nomor 2 dan menemukan bentuk tak tentu, setelahnya S6 menyelesaikan soal nomor 2 dengan cara pemfaktoran. Sebagaimana yang telah disebutkan S6 dalam cuplikan *think aloud*, langkah pertama yang dilakukan adalah merubah bentuk  $x^2 - 1$  menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  sehingga didapatkan  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ . Selanjutnya S6 menyebutkan bahwa *coret*, maksudnya pada penyebut dan pembilang yakni ada  $(x - 1)$  sehingga dapat disederhakan sehingga bentuk  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  menjadi  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$ . Kemudian  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$  dapat diselesaikan dengan cara substitusi, S6 mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$  sehingga didapatkan hasil  $(1) + 1 = 2$ . Langkah-langkah yang dikerjakan oleh S6 pada jawaban seberta *think aloud* lalu dikonfirmasi kembali pada saat wawancara terdapat keselarasan, sehingga S6 dikatakan dapat menentukan langkah penyelesaian dengan tepat.

h. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel (4a)

Tabel nilai merupakan salah satu alternatif dalam mengerjakan soal limit fungsi, sebagai bentuk representasi dalam menampilkan bagaimana perilaku suatu fungsi ketika diambil nilai-nilai atau titik-titik tertentu akan mendekati suatu nilai yang dituju. Pada indikator 4a akan dilihat bagaimana S6 menyajikan representasi matematis dalam bentuk tabel pada soal nomor 5 atau pada fungsi  $f(x) = 2x + 1$  di  $x = 1$ . S6 tidak secara jelas menuliskan tabel nilai untuk fungsi  $f(x)$  pada kolom jawaban pada lembar tes sebagaimana yang tersaji dalam Gambar 4.57.

x	f(x)
0,8	1,64
0,9	1,81
1	2
1,1	2,2
1,2	2,4

lim = 1

y = 2x + 1

**Gambar 4.67 Jawaban Soal Nomor 5 S6**

Pada Gambar 4.47 S6 mengambil nilai  $x$  kurang dari 1 diantaranya adalah 0,8 dan 0,9 selanjutnya untuk nilai  $x$  lebih dari 1 S6 mengambil 1,9 dan 1,8. Selanjutnya Gambar 4.57 akan disesuaikan dengan cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*tentukanlah nilai limit  $fx$  di  $x$  sama dengan 1 dengan menggunakan tabel nilai.*

Dalam penulisan tabel nilai S6 menuliskan nilai-nilai  $x$  dan mesubstitusikan nilai-nilai tersebut ke dalam fungsi  $x^2$  dan  $x + 1$ , sehingga apabila diperhatikan S6 salah dalam menentukan fungsinya, setelahnya peneliti mengonfirmasi melalui wawancara kepada S6 mengapa didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.67.

- P : Fungsi apa? Tadi saya coba dulu Yang  $fx$  apa fungsinya?  $2x$  berarti kita Buat tabel nilai dari fungsinya Coba bisa nggak? Bisa Coba
- S6 : buat lagi gini Ini, Ini Ini 0.8, Ini 0.64, 0.81 Ini Bukan pakai ini ya pak ya Ini gimana

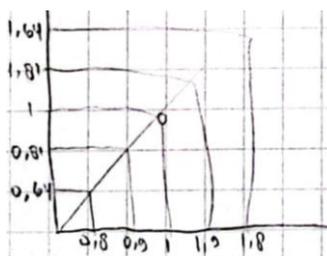
P : Ya gimana baearti 0.8 dimasukkan ke?

S6 : 0,8 kali Terus? 1

S6 mengungkapkan mengapa didapatkan tabel nilai sebagaimana pada Gambar 4.67. S6 salah dalam membuat tabel nilai, yakni dalam menentukan fungsi yang dipakai. Hal yang membuat S6 kesulitan dalam membuat tabel nilai diantaranya adalah dalam menentukan nilai-nilai pada kolom  $x$  serta setelahnya harus dilakukan proses apa, hal lain yang menyebabkan S6 kebingungan dalam memahami perintah soal, ini juga dibahas pada pembahasan indikator 2a dan 2c.

i. Indikator menyajikan limit fungsi dalam bentuk grafik (4b)

Dalam menyajikan limit dapat melalui grafik, yang dapat memberikan gambaran secara visual tentang perilaku suatu fungsi apabila dimasukan *input* yang mendekati suatu nilai. Pada indikator 4b ini akan ditelaah bagaimana S6 menyajikan representasi matematis dalam bentuk grafik limit fungsi untuk fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  sebagaimana pada perintah soal tes nomor 6. Hasil pengerjaan S6 pada jawaban lembar soal tes disajikan dalam Gambar 4.68.



**Gambar 4.68 Jawaban Soal Nomor 6 S6**

Dalam menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , akan dilihat proses bagaimana S6 mengerjakan soal nomor 6 dalam cuplikan *think aloud* sebagai berikut.

*gambarlah grafik fungsi  $fx$  untuk  $x$  mendekati 1*

Dalam Gambar 4.68 tersebut tergambar garis lurus yang tetapi tidak sesuai dengan jawaban pada kunci jawaban yang benar, dalam cuplikan *think aloud* juga tidak tersaji bagaimana S6 membuat grafik pada Gambar 4.58, sehingga akan dilihat bagaimana proses tergambaranya garis lurus tersebut dalam sesi wawancara.

P : *Saman bisa nggak membuat Ini dapet dari mana?*

S6 : *Lihat ini pak Ini kan baru?*

P : *Bisa nggak buat ini lagi? Dari ini Bisa kan harusnya? Coba Gak apa-apa 0.8 Dimana 0.9 dimana?*

S6 : *Disini pak?*

P : *Berarti kalau 0.8 disitu 0.9 dimana? Terus aja jangan ragu*

S6 : *Bentar pak bingung*

Dalam wawancara S6 menyatakan kebingungan dalam memahami maksud dalam membuat grafik, S6 membuat grafik berdasarkan tabel nilai pada soal nomor 4. Kemudian S6 diminta kembali membuat kembali, S6 bingung dalam menempatkan dimana titik-titik pada sumbu  $x$  dan sumbu  $y$ . Hal lain yang membuat S6 tidak bisa menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x)$  dikarenakan S6 tidak bisa dalam membuat tabel nilai, sebagaimana yang dijelaskan dalam indikator 4a. Tabel nilai adalah salah satu alternatif yang bisa digunakan dalam menggambarkan grafik fungsi.

Berdasarkan paparan data, disimpulkan bahwa S6 hanya dapat menguasai 3 indikator pemahaman konsep limit fungsi, diantaranya menyatakan limit dengan simbol matematis, menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit dan menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit.

## B. Hasil Penelitian

Berdasarkan paparan dan hasil analisis data dari enam siswa kelas XII MIPA 1 sebagai subjek penelitian, peneliti menemukan perbedaan antara subjek yang mempunyai minat belajar sangat tinggi, subjek dengan minat belajar tinggi serta subjek dengan minat belajar sedang terhadap pemahaman konsep limit fungsi. Terdapat subjek dengan minat belajar sangat tinggi memenuhi semua indikator pemahaman konsep limit, ada juga subjek dengan minat belajar sangat tinggi yang tidak mampu dalam satu indikator saja, selanjutnya terdapat subjek dengan minat belajar tinggi hanya mampu menguasai empat indikator, ada juga subjek dengan minat belajar tinggi yang lain hanya mampu menguasai enam indikator dari sembilan indikator pemahaman konsep serta terdapat subjek dengan minat belajar sedang yang tidak dapat menguasai indikator pemahaman konsep.

### 1. Hasil Penelitian Subjek dengan Minat Belajar Matematika Sangat Tinggi

Pada subjek dengan minat belajar sangat tinggi dapat menguasai indikator pemahaman konsep limit, yaitu yang pertama adalah mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri, pada sesi wawancara subjek mendefinisikan limit sebagai nilai yang mendekati suatu nilai, selanjutnya subjek mengonfirmasi kembali terkait kata *mendekati* yang disebutkan sebelumnya, yakni maksudnya adalah hanya sekedar mendekati tidak sampai menyentuh ataupun berpotongan. Pada subjek dengan minat belajar sangat tinggi yang lainnya juga mendefinisikan demikian, selanjutnya subjek juga diberikan sebuah kurva grafik fungsi  $f(x)$  yang mendekati nilai  $x = 1$ . Kata *mendekati* yang sebelumnya disebutkan kembali dikonfirmasi melalui grafik tersebut, subjek mampu melanjutkan bagaimana gambar kurva  $f(x)$  tersebut ketika mendekati suatu limit di  $x = 1$ . Pada indikator menyatakan limit

dengan simbol matematis, subjek menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  pada saat memulai mengerjakan soal dimana pada instruksi soal tidak dituliskan notasi tersebut, pada sesi wawancara subjek diminta kembali menuliskan simbol matematis untuk mengerjakan soal limit limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , subjek kembali menuliskan terlebih dahulu  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  dalam memulai mengerjakan soal, yang mana pada soal tidak dituliskan demikian. Sehingga subjek dengan minat belajar sangat tinggi dapat menguasai dua indikator pada aspek menyatakan ulang konsep.

Pada indikator selanjutnya, yakni mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari serta pada indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi dan yang tidak memenuhi syarat limit akan berdasarkan soal dengan instruksi apakah pada fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  mempunyai limit di  $x = 1$ . subjek dengan minat belajar sangat tinggi mampu menyelesaikan soal, dimana pada fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  mempunyai limit di  $x = 1$  yang cukup diselesaikan hanya dengan cara substitusi, pada sesi wawancara subjek juga mengonfirmasi demikian. Selanjutnya pada fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x \in R, x \neq 1$ , subjek mengonfirmasi pada sesi wawancara bahwa pada soal tersebut dapat diselesaikan dengan pemfaktoran, karena ketika hanya diselesaikan dengan cara substitusi akan menghasilkan nilai  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu. Namun pada fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  merupakan fungsi cabang, subjek menuliskan dalam kolom jawaban bahwa fungsi  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x = 1$  karena limit kiri dengan limit kanannya tidak sama, selanjutnya pernyataan ini dikonfirmasi kembali dalam sesi wawancara dan didapatkan jawaban yang sama. Pada sesi wawancara subjek

diminta kembali untuk menyebutkan fungsi mana saja yang mempunyai dan tidak mempunyai limit di  $x = 1$ , subjek menyebutkan pada fungsi  $f$  dan  $g$  mempunyai limit di  $x = 1$  atau merupakan contoh fungsi yang memiliki limit, sedangkan untuk fungsi  $h$  yang merupakan non contoh untuk limit di  $x = 1$ . Kemudian pada sesi wawancara subjek juga dapat menyebutkan syarat apa saja dikatakan suatu fungsi memiliki limit, yakni ketika mempunyai limit kanan dan limit kiri serta limit kanan dan limit kirinya sama. Namun ada juga subjek dengan minat belajar sangat tinggi tidak dapat mengklasifikasikan non contoh dari konsep yang telah dipelajari, atau pada fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  merupakan fungsi cabang, subjek kesulitan dalam menyelesaikan soal sehingga pada cuplikan *think aloud* subjek menyebutkan fungsi  $h(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ .

Pada indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit dan menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat, dalam pemecahan masalah pada soal limit dilihat dari pengerjaan subjek pada soal dengan instruksi untuk menyelesaikan atau menghitung limit dari fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in R$ . Subjek dengan minat belajar sangat tinggi dapat menyelesaikan soal dengan cara yang tepat, subjek dapat menentukan penyelesaian masalah pada soal dengan menggunakan cara pempfakoran. Dengan pempfakoran dihasilkan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ , subjek juga dapat menentukan langkah-langkah penyelesaian secara benar. Sebelum menggunakan pempfakoran, subjek mencoba dengan menggunakan cara substitusi, tetapi dihasilkan  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu. Dalam pempfakoran subjek merubah bentuk  $x^2 - 1$  menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  lalu didapatkan  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ , kemudian ada  $(x - 1)$  yang saling menghilangkan, sehingga

bentuk awal  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$  menjadi  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$ , kemudian subjek mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$  sehingga didapatkan hasil  $(1) + 1 = 2$ .

Selanjutnya dalam indikator menyajikan konsep dalam representasi matematis subjek dengan minat belajar sangat tinggi dapat menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel dan bentuk grafik. Subjek menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$  berdasarkan tabel nilai yang dibuat, subjek menentukan nilai-nilai  $x$  kurang dari 1 dan nilai-nilai  $x$  lebih dari 1 sebagai *input* yang akan disubstitusikan ke dalam fungsi  $f(x) = 2x + 1$ . Selanjutnya didapatkan hasil pada  $f(x)$  di sekitar 3. Dalam menggambarkan grafik subjek menghubungkan titik-titik perpotongan dari nilai-nilai  $x$  di sekitar 1 untuk sumbu  $x$  serta pada hasil  $f(x)$  untuk sumbu  $y$ . Subjek dapat membuat tabel nilai dengan benar lalu dengan tabel nilai tersebut dapat digambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$ .

## 2. Hasil Penelitian Subjek dengan Minat Belajar Matematika Tinggi

Pada subjek dengan minat belajar tinggi dapat menguasai indikator pemahaman konsep limit yaitu adalah mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri dan menyatakan limit dengan simbol matematis. Pada sesi wawancara subjek mendefinisikan limit sebagai nilai yang mendekati suatu nilai, selanjutnya pernyataan subjek terkait kata *mendekati* yang disebutkan sebelumnya dikonfirmasi melalui pertanyaan wawancara berikutnya, subjek diberikan sebuah kurva grafik fungsi  $f(x)$  yang mendekati nilai  $x = 1$ . Kata *mendekati* yang sebelumnya disebutkan dikonfirmasi kembali melalui grafik tersebut, subjek bisa melanjutkan bagaimana gambar kurva  $f(x)$  tersebut ketika mendekati suatu limit di  $x = 1$ . Pada pengerjaan soal subjek dengan minat belajar tinggi menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  pada saat

memulai mengerjakan soal dimana pada instruksi soal tidak dituliskan notasi tersebut, pada sesi wawancara subjek diminta kembali menuliskan simbol matematis untuk mengerjakan soal limit limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , subjek kembali menuliskan terlebih dahulu  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  dalam memulai mengerjakan soal, yang mana pada soal tidak dituliskan demikian. Namun ada juga subjek dengan minat belajar tinggi tidak dapat menguasai indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri, karena terkait kata *mendekati* yang telah disebutkan oleh subjek pada saat wawancara, yang kemudian dikonfirmasi kembali melalui kurva grafik fungsi  $f(x)$  yang mendekati nilai  $x = 1$ , subjek tidak dengan pasti dalam menentukan kondisi kurva tersebut ketika semakin mendekati nilai  $x = 1$ . Terdapat jawaban yang inkonsisten juga dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan terkait gambar kurva yang telah dibuat subjek berhubungan dengan kata *mendekati* yang telah disebutkan sebelumnya.

Pada indikator selanjutnya, yakni mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari serta indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi dan yang tidak memenuhi syarat limit, berdasarkan soal dengan instruksi apakah pada fungsi  $f, g$  dan  $h$  mempunyai limit di  $x = 1$ . Subjek dengan minat belajar tinggi tidak dapat mengklasifikasikan non contoh dari fungsi yang diberikan atau pada fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  merupakan fungsi cabang, subjek kesulitan dalam menyelesaikan soal sehingga pada cuplikan *think aloud* subjek menyebutkan fungsi  $h(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ . Subjek kesulitan dalam menyelesaikan soal berdasarkan hasil jawaban, cuplikan *think aloud* dan wawancara. Karena dalam penyelesaian soal subjek menggunakan cara substitusi  $x = 1$  saja bukan dengan menggunakan tabel nilai yang secara lebih rinci dapat memberikan gambaran

bagaimana perilaku fungsi  $h(x)$  yang mendekati nilai  $x = 1$ . Terdapat juga subjek dengan minat belajar tinggi yang tidak dapat mengklasifikasikan contoh fungsi yang memiliki limit yakni dalam pengerjaan soal pada fungsi  $g(x)$  yang penyelesaiannya dengan cara pemfaktoran, namun ada juga subjek dengan minat belajar tinggi yang dapat mengklasifikasikan contoh fungsi yang memiliki limit baik pada fungsi  $f(x)$  maupun pada fungsi  $g(x)$ . Pada sesi wawancara subjek dengan minat belajar tinggi dapat menyebutkan syarat apa saja dikatakan suatu fungsi memiliki limit, serta dapat juga menyebutkan syarat apa yang membuat suatu fungsi tidak memiliki limit dengan berpatokan pada fungsi  $h(x)$  yakni limit kanan dan limit kirinya tidak dapat menyebutkan syarat apa yang membuat suatu fungsi tidak memiliki limit dengan berpatokan pada fungsi  $h(x)$  sama. Tetapi ada juga subjek dengan minat belajar tinggi tidak dapat menyebutkan syarat mana yang tidak terpenuhi suatu fungsi memiliki limit, ini disebabkan karena subjek tidak dapat mengerjakan soal untuk mencari limit pada fungsi  $h(x)$ .

Pada indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit dan menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit dilihat dari pengerjaan subjek pada soal dengan instruksi untuk menyelesaikan atau menghitung limit dari fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in R$ . Subjek dengan minat belajar tinggi dapat menyelesaikan soal dengan cara yang tepat, subjek dapat menentukan penyelesaian masalah pada soal dengan menggunakan cara pemfaktoran. Dengan pemfaktoran dihasilkan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ , subjek juga dapat menentukan langkah-langkah penyelesaian secara benar. Sebelum menggunakan pemfaktoran, subjek mencoba dengan menggunakan

cara substitusi, tetapi dihasilkan  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu. Dalam pemfaktoran subjek merubah bentuk  $x^2 - 1$  menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  lalu didapatkan  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ , kemudian ada  $(x - 1)$  yang saling menghilangkan, sehingga bentuk awal  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$  menjadi  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$ , kemudian subjek mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$  sehingga didapatkan hasil  $(1) + 1 = 2$ . Namun ada juga subjek dengan minat belajar tinggi tidak dapat menyelesaikan soal dikarenakan bingung dengan adanya tanda  $x \neq 1$ , hal ini dinyatakan subjek pada sesi wawancara. Sehingga yang semula limit fungsi  $g(x)$  dengan  $x = 1$ , tetapi karena ada  $x \neq 1$  sehingga subjek mengambil nilai  $x$  mendekati 2 atau  $x \rightarrow 2$ , dan ketika  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$  hasilnya adalah 2, tetapi ketika dalam sesi wawancara setelah mendapat penjelasan dari peneliti subjek dapat menyelesaikan soal dengan benar.

Selanjutnya dalam indikator menyajikan konsep dalam representasi matematis subjek dengan minat belajar tinggi dapat menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel dan bentuk grafik. Subjek menggambarkan grafik fungsi  $f(x) = 2x + 1$  berdasarkan tabel nilai yang dibuat, subjek menentukan nilai-nilai  $x$  kurang dari 1 dan nilai-nilai  $x$  lebih dari 1 sebagai *input* yang akan disubstitusikan ke dalam fungsi  $f(x) = 2x + 1$ . Selanjutnya didapatkan hasil pada  $f(x)$  di sekitar 3. Dalam menggambarkan grafik subjek menghubungkan titik-titik perpotongan dari nilai-nilai  $x$  di sekitar 1 untuk sumbu  $x$  serta pada hasil  $f(x)$  untuk sumbu  $y$ . Subjek dapat membuat tabel nilai dengan benar lalu dengan tabel nilai tersebut dapat digambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$ . Namun ada juga subjek dengan minat belajar tinggi yang tidak dapat menyajikan konsep dalam representasi matematis, baik dalam bentuk grafik maupun tabel nilai. Pada soal dengan perintah

membuat tabel nilai untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , subjek salah dalam melakukan substitusi nilai-nilai  $x$  kepada fungsi yang seharusnya yakni ke dalam fungsi  $f(x)$ , sehingga tabel nilai yang tersaji tidak merepresentasikan bagaimana perilaku fungsi  $f(x)$  ketika mendekati 1. Kemudian dalam membuat grafik fungsi subjek juga tidak dapat merepresentasikan dengan benar atau tidak dapat dikatakan akurat, karena subjek menggambarkan garis lurus yang hanya melalui perpotongan satu titik (1,3) tanpa berpatokan dari tabel nilai

### 3. Hasil Penelitian Siswa dengan Minat Belajar Matematika Sedang

Pada subjek dengan minat belajar sedang tidak dapat menguasai indikator pemahaman konsep limit yaitu dalam mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri. Pada sesi wawancara subjek mendefinisikan limit sebagai nilai yang mendekati, selanjutnya pernyataan subjek terkait kata *mendekati* yang telah disebutkan dikonfirmasi kembali melalui pertanyaan wawancara berikutnya, subjek diberikan sebuah kurva grafik fungsi  $f(x)$  yang mendekati nilai  $x = 1$ . Kata *mendekati* yang sebelumnya disebutkan dikonfirmasi kembali melalui grafik tersebut, subjek menyatakan bingung dalam melanjutkan bagaimana gambar kurva  $f(x)$  tersebut ketika mendekati suatu limit di  $x = 1$ . Hal ini dilakukan guna mengkonfirmasi apakah maksud mendekati sebagaimana yang sudah disebutkan sebelumnya oleh subjek pada sesi wawancara. Selanjutnya dalam menyatakan limit dengan simbol matematis akan dilihat dari hasil pengerjaan soal, subjek dengan minat belajar sedang tidak menuliskan notasi limit sebagaimana yang semestinya dalam memulai mengerjakan soal, misalnya saja dalam menentukan limit fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x = 1$ , subjek tidak menuliskan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  pada

saat memulai mengerjakan. Pada enam soal yang diberikan dalam lembar tes pemahaman limit, subjek juga tidak menuliskan notasi limit pada setiap pengerjaan soal tersebut. Kemudian pada sesi wawancara subjek diminta kembali menuliskan simbol matematis untuk mengerjakan soal limit limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , subjek menyatakan tidak bisa menuliskannya, sehingga mengonfirmasi kembali bahwa subjek tidak dapat menyatakan limit dengan simbol matematis. Namun ada juga subjek dengan minat belajar sedang yang mampu menyatakan limit dengan simbol matematis, dilihat dari pengerjaan soal dalam menentukan limit fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x = 1$ , subjek menuliskan terlebih dahulu  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  dalam memulai mengerjakan soal, yang mana pada soal tidak dituliskan demikian. Selanjutnya pada sesi wawancara subjek diminta kembali menuliskan simbol matematis untuk limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , subjek  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  untuk memulai pengerjaan soal, sehingga subjek dengan minat belajar sedang juga ada yang dapat menyatakan limit dengan simbol matematis.

Pada indikator selanjutnya, yakni mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari serta indikator mengidentifikasi sifat yang memenuhi dan yang tidak memenuhi syarat limit, berdasarkan soal dengan instruksi apakah pada fungsi  $f, g$  dan  $h$  mempunyai limit di  $x = 1$ . Subjek dengan minat belajar sedang tidak dapat mengklasifikasikan non contoh dari fungsi yang diberikan atau pada fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  merupakan fungsi cabang, subjek kesulitan dalam menyelesaikan soal sehingga pada cuplikan *think aloud* subjek menyebutkan fungsi  $h(x)$  mempunyai limit di  $x = 1$ . Subjek kesulitan dalam

menyelesaikan soal dilihat berdasarkan hasil jawaban, cuplikan *think aloud* dan wawancara. Karena dalam penyelesaian soal subjek menggunakan cara substitusi  $x = 1$  saja bukan dengan menggunakan tabel nilai yang secara lebih rinci dapat memberikan gambaran bagaimana perilaku fungsi  $h(x)$  yang mendekati nilai  $x = 1$ . Dalam hasil pengerjaan subjek dengan minat belajar sedang yang lain digunakan tabel nilai, tetapi tabel nilai yang dibuat apabila disesuaikan dengan fungsi untuk  $h(x)$  diantaranya  $x^2$  dan  $x + 1$  tidak ditemukan keselarasan, sehingga tabel nilai yang dibuat juga salah. Selanjutnya subjek dengan minat belajar sedang juga tidak dapat mengklasifikasikan contoh fungsi yang memiliki limit yakni dalam pengerjaan soal pada fungsi  $g(x)$ , mengerjakan dengan substitusi tanpa dilanjutkan dengan cara pemfaktoran, dan memberikan kesimpulan bahwa tidak ada limitnya. Pada sesi wawancara subjek dengan minat belajar sedang tidak dapat menyebutkan syarat apa saja dikatakan suatu fungsi memiliki limit, pada pertanyaan yang lain juga subjek dengan minat belajar sedang juga tidak dapat menyebutkan syarat mana yang tidak terpenuhi suatu fungsi memiliki limit, ini disebabkan karena subjek tidak dapat mengerjakan soal untuk mencari limit pada fungsi  $h(x)$ .

Pada indikator menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit dan menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit dilihat dari pengerjaan subjek pada soal dengan instruksi untuk menyelesaikan atau menghitung limit dari fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in R$ . Subjek dengan minat belajar sedang tidak dapat menyelesaikan masalah pada soal dengan menggunakan cara dan langkah yang tepat, subjek hanya menyelesaikan dengan cara substitusi dan tidak mengetahui penyelesaian dengan cara pemfaktoran, hal ini dikonfirmasi melalui wawancara, sehingga kesimpulan

yang diberikan oleh subjek adalah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  tidak mempunyai limit di  $x = 1$ . Namun ada juga subjek dengan minat belajar sedang dapat menyelesaikan soal dengan cara yang tepat, subjek dapat menentukan penyelesaian masalah pada soal dengan menggunakan cara pemfaktoran. Dengan pemfaktoran dihasilkan  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ , subjek juga dapat menentukan langkah-langkah penyelesaian secara benar. Sebelum menggunakan pemfaktoran, subjek mencoba dengan menggunakan cara substitusi, tetapi dihasilkan  $\frac{0}{0}$  atau tak tentu. Dalam pemfaktoran subjek merubah bentuk  $x^2 - 1$  menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  lalu didapatkan  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ , kemudian ada  $(x - 1)$  yang saling menghilangkan, sehingga bentuk awal  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$  menjadi  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)$ , kemudian subjek mensubstitusikan  $x = 1$  ke dalam  $x + 1$  sehingga didapatkan hasil  $(1) + 1 = 2$ .

Selanjutnya dalam indikator menyajikan konsep dalam representasi matematis subjek dengan minat belajar sedang tidak dapat menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel ataupun dalam bentuk grafik. Subjek tidak tuntas dalam membuat tabel nilai dari limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , subjek hanya sampai menuliskan nilai-nilai pada kolom  $x$  saja, tetapi dalam kolom  $f(x)$  belum terisi, setelahnya peneliti mengonfirmasi melalui wawancara mengapa hal tersebut terjadi. Dalam wawancara subjek mengungkapkan mengapa didapatkan tabel nilai yang belum lengkap terisi, subjek mengutarakan bahwa lupa dalam membuat tabel nilai, sementara dalam cuplikan *think aloud* diungkapkan bahwa subjek tidak bisa membuat tabel nilai. Pada subjek dengan minat belajar sedang yang lain juga tidak dapat membuat tabel nilai limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$  dengan benar, subjek salah dalam mensubstitusikan nilai-nilai  $x$

yang sudah dipilih, subjek mesubstitusikan nilai-nilai  $x$  tersebut ke dalam fungsi  $x^2$  dan  $x + 1$  bukan ke dalam  $f(x) = 2x + 1$ . Hal yang membuat subjek kesulitan dalam membuat tabel nilai adalah diantaranya menentukan nilai-nilai pada kolom  $x$  serta setelahnya harus dilakukan proses apa, alasan lain yang membuat subjek tidak bisa adalah bingung dalam memahami perintah soal.

Kemudian dalam menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$  subjek dengan minat belajar sedang tidak dapat menggambarkan grafik dengan benar, garis yang dibuat adalah garis yang menghubungkan titik  $x = 3$  dan  $y = 3$ . Mulanya akan dilihat bagaimana proses subjek dalam menggambar grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$  pada cuplikan *think aloud*, tetapi dalam cuplikan *think aloud* tidak tersaji bagaimana cara subjek dalam menggambarkan grafik sebagaimana jawaban pada lembar soal tes. Dalam sesi wawancara dikonfirmasi kembali terkait grafik yang sudah dibuat, subjek mengonfirmasi bahwa bingung memahami maksud grafik itu seperti apa. Pada hasil jawaban subjek dengan minat belajar sedang yang lain juga salah dalam menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , yang menyebabkan subjek kesulitan dalam menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x)$  diantaranya adalah dalam menempatkan dimana titik-titik pada sumbu  $x$  dan sumbu  $y$ . Hal lain yang membuat subjek dengan minat belajar sedang tidak bisa menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x)$  adalah tidak bisa membuat tabel nilai, karena diketahui bahwa tabel nilai adalah salah satu alternatif yang bisa digunakan dalam menggambarkan grafik fungsi.

Berdasarkan paparan data dari enam subjek penelitian, dapat dirangkum dalam Tabel 4.3 bagaimana penguasaan sisw pada tiap-tiap indikator pemahaman

konsep dengan diberi tanda (✓) *checklist* yang artinya menguasai dan (×) silang yang artinya tidak menguasai, sebagai berikut.

**Tabel 4.3 Pemahaman Konsep Siswa Berdasarkan Minat Belajar Matematika**

No.	Aspek	Indikator	ST		T		S	
1.	Menyatakan ulang konsep	a. Mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri	✓	✓	✓	×	×	×
		b. Menyatakan limit dengan simbol matematis	✓	✓	✓	✓	×	✓
2.	Mengklasifikasi limit dan mengidentifikasi sifat limit sesuai syarat terbentuknya konsep	a. Mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari	✓	×	×	×	×	×
		b. Mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit	✓	✓	✓	✓	×	×
		c. Mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit	✓	✓	✓	×	×	×
3.	Mengaplikasikan konsep	a. Menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit	✓	✓	×	✓	×	✓
		b. Menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit	✓	✓	×	✓	×	✓
4.	Menyajikan konsep dalam representasi matematis	a. Menyajikan limit fungsi dalam bentuk tabel	✓	✓	✓	×	×	×
		b. Menyajikan limit fungsi dalam bentuk grafik	✓	✓	✓	×	×	×

## **BAB V**

### **PEMBAHASAN**

#### **A. Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Dengan Minat Belajar Matematika Sangat Tinggi**

Siswa dikatakan sudah memahami konsep apabila siswa mampu mendefinisikan konsep, mengidentifikasi, memberi contoh dan bukan contoh, mengembangkan koneksi matematis antar berbagai ide, memahami bagaimana ide-ide matematis saling berkaitan sehingga terbangun pemahaman yang menyeluruh (Kesumawati, 2008). Siswa dengan minat belajar matematika sangat tinggi yang dapat menguasai semua indikator pemahaman konsep limit. Adapun dalam hal ini berdasarkan hasil jawaban siswa dalam menyelesaikan tes pemahaman konsep limit yang berjumlah 6 soal. Subjek dengan minat belajar sangat tinggi dapat menyatakan ulang konsep diantaranya adalah mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri serta menyatakan limit dengan dengan simbol matematis. Sehingga selaras dengan pendapat Warmi (2019) tentang salah satu kemampuan ketika memahami suatu konsep adalah ketika dapat menyatakan ulang setelah konsep dikomunikasikan. Ini dibuktikan pada saat sesi wawancara saat siswa dengan minat belajar sangat tinggi diminta menuliskan kembali simbol matematis dan mendefinisikan konsep limit dengan bantuan contoh kurva grafik fungsi  $f(x)$  yang mendekati nilai  $x = 1$ .

Pada indikator selanjutnya dalam mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit serta dalam mengidentifikasikan sifat yang memenuhi atau yang tidak memenuhi syarat suatu limit, siswa dengan minat belajar sangat

tinggi mampu menyelesaikan dengan baik soal yang berkaitan dengan indikator tersebut, diantaranya adalah dalam menentukan nilai limit pada fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$ . Terlebih pada fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi cabang, siswa dapat menyebutkan syarat yang tidak memenuhi sehingga pada fungsi  $h(x)$  dikatakan tidak memiliki limit di  $x = 1$ . Karena salah satu kemampuan pemahaman konsep adalah dapat mengklasifikasikan objek-objek menurut sifat-sifat tertentu yang sesuai dengan konsep serta mampu dalam memberikan contoh dan bukan contoh dari konsep yang dipelajari (Jihad & Haris, 2009).

Namun ada juga siswa dengan minat belajar sangat tinggi tidak dapat menguasai salah satu indikator yakni mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari, hal ini diketahui dari hasil analisis jawaban pada soal tes. Siswa mengungkapkan dalam sesi wawancara, bahwa belum menguasai penyelesaian soal limit untuk fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi cabang, padahal subjek memiliki minat dengan kategori sangat tinggi. Siswa mengungkapkan ketika subjek mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal matematika, siswa akan mencari tahu penyelesaian, bukannya berhenti dalam mencoba, hal ini selaras dengan minat jenis minat belajar yakni pribadi. Suralega (2021) dalam bukunya mengungkapkan bahwa minat pribadi mempunyai sifat stabil, maksudnya minat ini bersifat relatif bertahan dalam jangka waktu yang lama. Minat pada suatu topik atau aktivitas akan menimbulkan rasa semangat dalam mempelajari topik atau aktivitas tersebut secara mendalam, termasuk itu dalam belajar matematika.

Dalam aspek selanjutnya, yakni mengaplikasikan konsep limit, siswa dengan minat belajar sangat tinggi dapat menyelesaikan permasalahan serta menentukan langkah-langkah yang tepat dalam pengerjaan soal limit, dengan soal

menentukan nilai limit dari fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ . Karena pemahaman konsep menurut Lestari & Yudhanegara (2017) adalah kemampuan siswa dalam menguasai materi, yang salah satunya adalah dapat mengaplikasikan konsep sesuai dengan pengetahuan yang dimiliki. Siswa mengerjakan dengan menggunakan cara pemfaktoran, kemudian dalam sesi wawancara siswa dapat menjelaskan dengan runtut dan tepat langkah-langkah penyelesaian soal, dalam menentukan nilai limitnya. Pada aspek menyajikan konsep dalam representasi matematis, baik dalam bentuk tabel maupun grafik, siswa dengan minat belajar sangat tinggi dapat menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$  yang berpatokan pada tabel nilai yang buat sebelumnya, sesuai dengan intruksi soal nomor 5 dan 6 dalam tes pemahaman konsep limit.

## **B. Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Dengan Minat Belajar Matematika Tinggi**

Dalam menyelesaikan soal tes, siswa dengan minat belajar tinggi menguasai indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri dan menyatakan limit dengan simbol matematis. Tetapi ada juga siswa dengan minat belajar tinggi tidak dapat mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri, hal ini diketahui melalui sesi wawancara dan saat siswa diberikan kurva grafik fungsi  $f(x)$ , siswa diminta melanjutkan bagaimana gambar kurva tersebut apabila mendekati nilai  $x = 1$ . Hasil ini sesuai dengan temuan penelitian warmi (2017), dimana siswa tidak dapat menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari, hal ini disebabkan karena siswa masih merasa kesulitan dalam memahami konsep limit yang dipelajari.

Pada indikator selanjutnya dalam mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit serta dalam mengidentifikasikan sifat yang memenuhi atau yang

tidak memenuhi syarat suatu limit. Pada soal yang berkaitan dengan indikator tersebut, siswa dengan minat belajar tinggi tidak bisa menyelesaikan soal dengan tepat, diantaranya adalah dalam menentukan nilai limit pada fungsi  $f, g$  dan  $h$ . Terlebih pada fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  adalah fungsi cabang, siswa juga tidak dapat menyebutkan syarat yang tidak memenuhi sehingga pada fungsi  $h(x)$  dikatakan tidak memiliki limit di  $x = 1$ , hal ini diketahui dari hasil analisis jawaban pada soal tes. Siswa mengungkapkan dalam sesi wawancara, bahwa belum menguasai penyelesaian soal limit untuk fungsi  $h$  dengan  $h(x)$ . Hasil ini sesuai dengan temuan Kulsum (2020), dalam penelitiannya disebutkan siswa belum mampu menerapkan maksud dari limit kiri dan limit kanan, sehingga dalam pengerjaan soal siswa hanya menyelesaikan dengan cara mensubstitusikan langsung  $x$  yang diketahui.

Selanjutnya pada aspek mengaplikasikan konsep limit, siswa dengan minat belajar tinggi dapat menyelesaikan permasalahan serta menentukan langkah-langkah yang tepat dalam pengerjaan soal limit, dengan soal menentukan nilai limit dari fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ . Karena pemahaman konsep menurut Lestari & Yudhanegara (2017) adalah kemampuan siswa dalam menguasai materi, yang salah satunya adalah dapat mengaplikasikan konsep sesuai dengan pengetahuan yang dimiliki. Siswa mengerjakan dengan menggunakan cara pefaktorasi, kemudian dalam sesi wawancara siswa dapat menjelaskan dengan runtut dan tepat langkah-langkah penyelesaian soal, dalam menentukan nilai limitnya. Pada aspek menyajikan konsep dalam representasi matematis, baik dalam bentuk tabel maupun grafik, siswa dengan minat belajar sangat tinggi dapat menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$  yang berpatokan pada tabel nilai yang buat sebelumnya, sesuai dengan intruksi soal nomor 5 dan 6 dalam tes pemahaman konsep limit.

Namun ada juga siswa dengan minat belajar tinggi tidak dapat menyelesaikan permasalahan serta menentukan langkah-langkah yang tepat dalam pengerjaan soal limit, hal ini ditunjukkan dalam pengerjaan soal siswa tidak menggunakan cara pemfaktoran yang seharusnya dilakukan untuk menentukan nilai limit pada fungsi  $g(x)$ . Kesalahan prosedur terjadi dikarenakan kurangnya siswa terhadap suatu konsep, salah satunya adalah dalam perkalian dalam bentuk faktorisasi yang belum begitu siswa kuasai sehingga keliru atau kurang tepat dalam mengoperasikannya (Kulsum, 2020). Temuan ini sangat sesuai dengan siswa dalam menyajikan konsep dalam bentuk representasi matematis, terdapat siswa dengan minat belajar tinggi tidak bisa membuat tabel nilai serta menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , hal ini disebabkan karena siswa tidak mengetahui prosedur dan kesulitan dalam membuat tabel nilai ataupun grafik yang sesuai perintah soal. Kesulitan ini dikarenakan kemampuan siswa dalam memahami materi yang masih perlu untuk ditingkatkan (Dewi & Minarti, 2018). Namun ada juga siswa dengan minat belajar tinggi yang mampu dalam membuat tabel nilai serta menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , walaupun dalam tabel dan grafik yang dibuat masih perlu untuk dikonfirmasi melalui sesi wawancara

### **C. Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Dengan Minat Belajar Matematika Sedang**

Berdasarkan hasil pengerjaan tes pemahaman konsep limit ada 6 soal yang mewakili 9 indikator pemahaman konsep limit yang telah dirumuskan, ada siswa dengan minat belajar sedang berdasarkan hasil analisis data baik dari jawaban soal, transkrip think aloud dan hasil wawancara yang tidak dapat menguasai semua indikator pemahaman konsep limit. Siswa dengan minat belajar sedang tidak dapat

mendefinisikan ulang konsep limit sesuai dengan bahasa sendiri, ini diketahui setelah siswa diminta melanjutkan dalam menggambarkan grafik limit fungsi  $f(x) = 2x + 1$  apabila mendekati nilai  $x = 1$ , siswa dengan minat belajar sedang tidak dapat melanjutkannya. Selanjutnya siswa dengan minat belajar sedang juga tidak dapat menuliskan simbol matematis limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $f(x) = 2x + 1$ , ini dilihat dari hasil jawaban dan diminta kembali pada saat wawancara. Dalam indikator mengklasifikasikan contoh atau non contoh serta mengidentifikasi sifat yang memenuhi dan yang tidak memenuhi syarat limit, kemudian siswa dengan minat belajar matematika sedang juga tidak dapat dalam menyajikan konsep dalam representasi matematis baik dalam bentuk tabel maupun dalam bentuk grafik.

Akan tetapi ada juga siswa dengan minat belajar matematika sedang yang dapat menguasai aspek mengaplikasikan konsep, diantaranya adalah masalah berkaitan dengan konsep limit serta menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit, subjek dapat menentukan langkah yang tepat untuk fungsi  $g(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$ . Dalam sesi wawancara siswa tersebut dapat menjelaskan ulang tentang bagaimana menyelesaikan soal dengan menggunakan substitusi dilanjutkan dengan menggunakan pemfaktoran. Terdapat siswa dengan minat belajar sedang yang tidak dapat menguasai 9 indikator pemahaman konsep limit, ini terjadi karena terdapat kesalahan operasi, diantaranya kesalahan dalam penggunaan operasi hitung bilangan bulat dan aljabar (Prabandari, 2018). Adapun faktor yang menyebabkan siswa tidak dapat menguasai indikator pemahaman konsep juga disebutkan dalam hasil penelitian Kulsum (2020), antara lain karena siswa kurang kemampuan dalam memahami materi limit fungsi, kurang

menguasai materi prasyarat fungsi kuadrat, tidak teliti serta ragu dalam menyelesaikan, dan kurang teliti karena tergesa-gesa dalam menjawab soal.

## **BAB VI**

### **PENUTUP**

#### **A. Simpulan**

Berdasarkan paparan dan analisis data serta pembahasan tentang pemahaman konsep siswa kelas XII berdasarkan minat belajar matematika, peneliti memperoleh simpulan sebagai berikut:

1. Siswa yang memiliki minat belajar matematika sangat tinggi mampu menguasai semua indikator pemahaman konsep limit, dan ada juga siswa yang memiliki minat belajar sangat tinggi yang hanya tidak mampu menguasai 1 indikator pemahaman konsep limit yakni dalam mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari.
2. Siswa yang memiliki minat belajar matematika tinggi mampu indikator pemahaman konsep limit diantaranya menyatakan limit dengan simbol matematis dan mengidentifikasi sifat yang memenuhi syarat limit. Dan indikator yang tidak dikuasai adalah dalam mengklasifikasikan contoh atau non contoh dari konsep limit yang dipelajari. Namun ada juga siswa dengan minat belajar tinggi yang mampu menguasai indikator mendefinisikan konsep limit dengan bahasa sendiri, mengidentifikasi sifat yang tidak memenuhi syarat limit, dalam aspek mengaplikasikan konsep serta aspek menyajikan konsep dalam representasi matematis, tetapi ada juga yang tidak.
3. Siswa yang memiliki minat belajar matematika sedang tidak menguasai semua indikator pemahaman konsep limit, tetapi ada juga siswa dengan minat belajar sedang yang mampu menguasai 3 indikator pemahaman konsep limit

diantaranya menyatakan limit dengan simbol matematis, menyelesaikan masalah berkaitan dengan konsep limit dan menentukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam pemecahan masalah pada soal limit.

## **B. Saran**

Berdasarkan kesimpulan yang telah diperoleh dari penelitian ini, maka peneliti mengajukan beberapa saran sebagai berikut:

1. Hasil penelitian ini dapat dimanfaatkan oleh guru matematika dalam mempertimbangkan rencana proses pembelajaran di sekolah, sehingga didapatkan hasil yang maksimal.
2. Bagi peneliti lain yang berkenan menindaklanjuti penelitian ini, maka disarankan untuk melakukan penelitian pemahaman konsep limit bukan di kelas MIPA, bisa di kelas IPS atau Bahasa, sehingga akan diperoleh perbandingan pemahaman konsep limit dari latar belakang siswa yang lebih beragam. Juga daran dalam mempersiapkan instrumen penelitian agar lebih divaliasi dengan teliti, baik kepada ahli maupun kepada praktisi di sekolah, sehingga akan membantu alur pelaksanaan penelitian dan hasil yang lebih akurat.

## DAFTAR RUJUKAN

- Adnyana, K. S., & Yudaparmita, G. N. A. (2023). Peningkatan Minat Belajar IPAS Berbantuan Media Gambar Pada Siswa Sekolah Dasar. *Edukasi: Jurnal Pendidikan Dasar*, 4(1), 61-70
- Alan, U. F. & Afriansyah, E. A. (2017). Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa Melalui Model Pembelajaran Auditory Intellectually Repetition dan Problem Based Learning. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 11(1), 67-78.
- Arifin. (2012). *Penelitian pendidikan*. Lilin Persada Press.
- Azwar, S. (2012). *Metode Penelitian*. Pustaka Belajar
- Basyari, A. (2013). Hubungan antara minat dan prestasi belajar sejarah dengan kesadaran sejarah siswa MAN Yogyakarta III. *Universitas Negeri Yogyakarta*.
- Depdiknas. (2006). *Permendiknas no 22 tahun 2006 tentang standar isi*. Depdiknas
- Dewi, S. J., & Minarti, E. D. (2018). Hubungan antara Self-Confidence terhadap Matematika dengan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematik Siswa pada Materi Lingkaran. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 189- 198.
- Diana, P., Marethi, I., & Pamungkas, A. S. (2020). Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa: Ditinjau Dari Kategori Kecemasan Matematik. *SJME (Supremum Journal of Mathematics Education)*, 4(1), 24-32
- Djaali, 2013. Psikologi Pendidikan. Jakarta: Bumi Aksara
- Fadmawarni, I. P., Maimunah, M., & Roza, Y. (2020). Analysis of mathematical understanding on algebraic form material from the aspect of student's self efficacy. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 183–197. <https://doi.org/10.33654/math.v6i2.955>
- Febriana, K. (2022). *Profil Pemahaman Konsep Siswa SMP terhadap Materi Pola Bilangan Ditinjau dari Kemampuan Tinggi dan Gaya Kognitif* [Skripsi]. UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Fimansyah, D. (2015). Pengaruh Strategi pembelajaran dan minat belajar terhadap hasil belajar matematika. *Judika (Jurnal Pendidikan UNSIKA)*, 3(1).
- Hartati, S. (2021). Analisis Kesulitan Siswa SMA dalam Memahami Materi Barisan dan Deret. *SUPERMAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 85–95.
- Herawati, O. D. P., Siroj, R., & Basir, D. (2010). Pengaruh pembelajaran problem posing terhadap kemampuan pemahaman konsep matematika siswa kelas xi ipa sma negeri 6 Palembang. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1).

- Irawan, A. (2015). Pengaruh kecerdasan numerik dan penguasaan konsep matematika terhadap kemampuan berpikir kritik matematika. *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*, 4(1).
- Jihad, A., & Haris, A. (2009). *Evaluasi Pembelajaran*. Yogyakarta: Multi Press
- Kesumawati, N. (2008). Pemahaman konsep matematik dalam pembelajaran matematika. *Semnas Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2(3), 231–234.
- Jusri. (2020). *Analisis Kesulitan Pemahaman Konsep Matematika dalam Menyelesaikan Soal Limit Fungsi pada Siswa Kelas XII SMA Negeri 1 Gowa*. Universitas Muhammadiyah Makassar
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. In *Social Sciences*. National Academy Press
- Komariyah, S., Afifah, D. S. N., & Resbiantoro, G. (2018). Analisis pemahaman konsep dalam memecahkan masalah matematika ditinjau dari minat belajar siswa. *SOSIOHUMANIORA: Jurnal Ilmiah Ilmu Sosial Dan Humaniora*, 4(1).
- Kulsum, S. I. (2020). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Limit Fungsi Aljabar. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 3(4), 285-292
- Kusmanto, H. (2014). Pengaruh pemahaman matematika terhadap kemampuan koneksi matematika siswa kelas VII semester genap SMP negeri 2 kasokandel kabupaten majalengka. *Eduma: Mathematics Education Learning and Teaching*, 3(2).
- Lestari, K. E., & Yudhanegara, M. R. (2017). Penelitian pendidikan matematika. PT Refliks Aditama
- Maarif, S. (2015). Integrasi Matematika Dan Islam dalam Pembelajaran Matematika. *Infinity Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung* (Vol. 4, Nomor 2).
- Maghfiroh, A. (2021). *Pemahaman Siswa terhadap Konsep Lingkaran Berdasarkan Gaya Belajar*. UIN Maulanan Malik Ibrahim Malang.
- Meyanti, R., Bahari, Y., & Salim, I. (2019). Optimalisasi Minat Belajar Siswa Melalui Model Pembelajaran Problem Solving. *Proceedings International Conference on Teaching and Education (ICoTE) Vol, 2(2)*.
- Mulyasa. (2003). *Kurikulum berbasis kompetensi*. Remaja Rosda Karya.
- Nadianti, R., Misdalina, & Kesumawati, N. (2018). Perbandingan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Tai dengan Nht dalam Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Ditinjau dari Kemampuan Awal Siswa SMP Negeri 4 Prabumulih. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 2(1), 19–25.

- Ngandas, S. A., Ferdiani, R. D., & Fayeldi, T. (2019). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMP Kelas VIII Berdasarkan Teori APOS. *Semnas SENASTEK Unikama 2019*, 2.
- Noviyana, D. (2017). *Pengaruh Self Esteem Terhadap Pemahaman Konsep Matematika Siswa di SMA Negeri 1 Sokaraja*. Institut Agama Islam Negeri Purwokerto
- Permana, A. D. I. (2016). Pengaruh gaya belajar dan motivasi belajar mahasiswa terhadap kemampuan belajar ilmu alamiah dasar. *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*, 6(3).
- Prabandari, I. A. D. (2018). *Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Materi Limit Fungsi Siswa Kelas XII IPA SMA Negeri 2 Mataram Tahun Pelajaran 2017/2018*. Universitas Mataram
- Robiah, S. S. (2020). Analisis Kesulitan Siswa Kelas XII dalam Menyelesaikan Soal pada Materi Limit Fungsi. *Jurnal Equation: Teori dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 3(1), 65–75.
- Rosmawati, R. R., & Sritresna, T. (2021). Kemampuan pemahaman konsep matematis ditinjau dari self-confidence siswa pada materi aljabar dengan menggunakan pembelajaran daring. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 275–290.
- Schunk, Dale H, Paul R. Pintrich, Judith L. Meece. (2012). *Motivation in Education, Theory, Research, and Applications*. Ohio, New Jersey.
- Sanjaya, W. (2006). *Strategi pembelajaran berorientasi standar proses pendidikan*. Kencana Prenada Media Group.
- Sudarman, S. W., Linuhung, N. (2017). Pengaruh Pembelajaran Scaffolding Terhadap Pemahaman Konsep Integral Mahasiswa. *Aksioma: Jurnal Pendidikan Matematika FKIP Univ. Muhammadiyah Metro*, 6(1), 33-39
- Sudijono, Anas.(1996). *Pengantar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Rajawali Pers.
- Sudijono, Anas.(2014). *Pengantar Statistik Pendidikan*. Jakarta: Rajawali Pers.
- Sugiyono. (2016). *Metode Penelitian Kualitatif, Kuantitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta
- Suralega, Fadhilah (2021). *Psikologi Pendidikan: Implikasi dalam Pembelajaran*. Depok: Rajawali Pers.
- Syahbana, Ali. (2013). Peningkatan Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa Melalui Penerapan Strategi Metakognitif. *Edumatica*, 3(2), 1-12
- Verberg, D., Purcell, E. J., & Rigdon, S. E. (2008). *Kalkulus edisi 9 jilid 1 (Lemeda simarmata ahli bahasa I Nyoman Susila, Ed.)*. Erlangga.

- Wabula, D., Jafar, Cahyono, E. (2017). Analisis Pemahaman Konsep Limit Fungsi pada Siswa SMA Berdasarkan Jenis Kelamin. Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika UNY
- Warmi, A. (2019). Pemahaman konsep matematis siswa kelas VIII pada materi lingkaran. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, **8**(2), 297–306. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v8i2.384>
- Wijayanti, A., Safitri, P. T., Raditya, A., & Tangerang, U. M. (2018). Analisis Pemahaman Konsep Limit Ditinjau dari Gaya Belajar Interpersonal. *Jurnal Pendidikan Matematika*, **2**(2), 157–173.
- Zein, A. (2017). Tafsir Alquran Tentang Akal (Sebuah Tinjauan Tematis). *Jurnal At-Tibyan: Jurnal Ilmu Alqur'an dan Tafsir*, **2**(2), 233–245.

## LAMPIRAN

### Lampiran 1 Surat Izin Penelitian



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN  
JalanGajayana 50, Telepon (0341) 552398 Faximile (0341) 552398 Malang  
[http:// fitk.uin-malang.ac.id](http://fitk.uin-malang.ac.id). email : [fitk@uin\\_malang.ac.id](mailto:fitk@uin_malang.ac.id)

Nomor : 1696/Un.03.1/TL.00.1/09/2023 08 September 2023  
Sifat : Penting  
Lampiran : -  
Hal : Izin Survey

Kepada

Yth. Kepala MAN 02 Malang

di

Kabupaten Malang

**Assalamu'alaikum Wr. Wb.**

Dengan hormat, dalam rangka penyusunan proposal Skripsi pada Jurusan Tadaris Matematika (TM) Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK) Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, kami mohon dengan hormat agar mahasiswa berikut:

Nama : Moh. Rizal Khaqul Yaqin  
NIM : 18190002  
Tahun Akademik : Ganjil - 2023/2024  
Judul Proposal : **Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XI Berdasarkan Minat Belajar**

Diberi izin untuk melakukan survey / studi pendahuluan di lembaga/instansi yang menjadi wewenang Bapak/Ibu

Demikian, atas perkenan dan kerjasama Bapak/Ibu yang baik disampaikan terimakasih.

**Wassalamu'alaikum Wr. Wb.**



Dekan,

Dekan Bidang Akademik

M. Muhammad Walid, MA  
19730823 200003 1 002

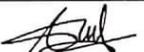
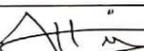
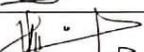
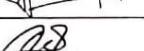
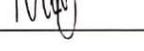
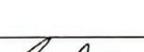
Tembusan :

1. Ketua Program Studi TM
2. Arsip

## Lampiran 2 Daftar Hadir Siswa Penelitian

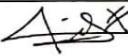
### Daftar Hadir

**Nama Mhs.** : Moh. Rizal Khaqul Yaqin  
**NIM** : 1819002  
**Prodi/Fak/Univ.** : Tadris Matematika/ FITK/ UIN Maulana Malik Ibrahim Malang  
**Judul Penelitian** : Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XII Berdasarkan Minat Belajar  
**Instrumen** : Tes Soal/*Think Aloud*/Wawancara

No.	Nama Siswa	Kelas	TTD.	Tgl.
1.	M. Zacky Afifuddin	12 MIPA 1		27/ 23 09
2.	Ababillina Silmi Madhona	12 MIPA 1		27/ 23 09
3.	Ahmad Irhamul Fa'izin	12 MIPA 1		
4.	Iza Nurimaroh Khasanah	12 MIPA 1		
5.	Alfiatu Nurfaizah	12 MIPA 1		27/ 23 09
6.	Melvia RahmahJennieta	12 MIPA 1		
7.	Elisya Waranggani Kiswanto	12 MIPA 1		
8.	Ulfa Chaidaroh	12 MIPA 1		
9.	Arimbi Getsa Salsabila	12 MIPA 1		
10.				
11.				
12.				

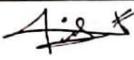
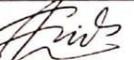
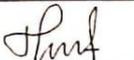
### Daftar Hadir

**Nama Mhs.** : Moh. Rizal Khaqul Yaqin  
**NIM** : 1819002  
**Prodi/Fak/Univ.** : Tadris Matematika/ FITK/ UIN Maulana Malik Ibrahim Malang  
**Judul Penelitian** : Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XII Berdasarkan Minat Belajar  
**Instrumen** : Tes Soal Think Aloud/Wawancara

No.	Nama Siswa	Kelas	TTD.	Tgl.
1.	M. Zacky Afifuddin	12 MIPA 1		27/23 /09
2.	Ababilina Silmi Madhona	12 MIPA 1		27/23 /09
3.	Ahmad Irhamul Fa'izin	12 MIPA 1		
4.	Iza Nurimaroh Khasanah	12 MIPA 1		27/23 /09
5.	Alfiatu Nurfaizah	12 MIPA 1		27/23 /09
6.	Melvia Rahma Jennieta	12 MIPA 1		27/23 /09
7.	Elisya Warangani Kiswanto	12 MIPA 1		27/23 /09
8.	Ulfa Chaidaroh	12 MIPA 1		27/23 /09
9.	Arimbi Getsa Salsabila	12 MIPA 1		27/23 /09
10.				
11.				
12.				

### Daftar Hadir

**Nama Mhs.** : Moh. Rizal Khaqul Yaqin  
**NIM** : 1819002  
**Prodi/Fak/Univ.** : Tadris Matematika/ FITK/ UIN Maulana Malik Ibrahim Malang  
**Judul Penelitian** : Pemahaman Konsep Limit Fungsi Siswa Kelas XII Berdasarkan Minat Belajar  
**Instrumen** : Tes Soal, Think Aloud, Wawancara

No.	Nama Siswa	Kelas	TTD.	Tgl.
1.	M. Zacky Afifuddin	12 MIPA 1		27/23 /09
2.	Ababillina Silmi Madhona	12 MIPA 1		27/23 /09
3.	Ahmad Irfhamul Fa'izin	12 MIPA 1		
4.	Iza Nurimaroh Khasanah	12 MIPA 1		
5.	Alfiatu Nurfaizah	12 MIPA 1		27/23 /09
6.	Melvia Rahma Jennieta	12 MIPA 1		
7.	Elisya Warangani Kiswanto	12 MIPA 1		
8.	Ulfa Chaidaroh	12 MIPA 1		
9.	Arimbi Getsa Salsabila	12 MIPA 1		
10.				
11.				
12.				

### Lampiran 3 Lembar Validasi Angket Minat Belajar

#### LEMBAR VALIDASI ANGKET MINAT BELAJAR SISWA

##### A. Tujuan

Pemberian angket minat belajar kepada responden bertujuan untuk mengetahui bagaimana tingkatan minat belajar siswa terkait mata pelajaran serta pembelajaran matematika di kelas, sehingga dapat diketahui pengelompokan siswa berdasarkan minat belajar tinggi, sedang dan rendah.

##### B. Petunjuk

1. Dimohon Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberi tanda *checklist* (✓) pada kolom penilaian
2. Pada kevalidan penggunaan instrumen, mohon Bapak/Ibu memberikan penilaian dengan memberi tanda *checklist* (✓) pada bagian penilaian.
3. Jika Bapak atau Ibu merasa perlu adanya catatan demi perbaikan instrumen angket kemenarikan media pembelajaran ini, mohon untuk memberi tanda *checklist* (✓) pada bagian yang disediakan dan menuliskan saran – saran khusus jika ada.

##### C. Penilaian

No	Butir Pernyataan	Penilaian			Saran		
		A	B	C	1	2	3
1	Saya senang pembelajaran matematika	✓					✓
2	Saya sengaja terlambat masuk kelas pada saat jam mata pelajaran matematika	✓					✓
3	Saya tidak pernah merasa terpaksa dalam belajar matematika	✓					✓
4	Saya kerap merasa bosan pada saat pembelajaran matematika berlangsung	✓					✓
5	Saya kerap tidur di kelas pada saat pembelajaran matematika berlangsung	✓					✓

6	Tugas matematika yang diberikan oleh guru tidak pernah saya anggap menjadi beban	✓	B	C	1	2	3	✓
7	Matematika adalah pelajaran yang menarik dan menantang	✓	B	C	1	2	3	✓
8	Saya akan bertanya ketika mengalami kesulitan saat belajar matematika	✓	B	C	1	2	3	✓
9	Saya benar-benar antusias saat teman saya membahas soal-soal atau tugas matematika	✓	B	C	1	2	3	✓
10	Saya merasa kurang termotivasi dalam mempelajari matematika	✓	B	C	1	2	3	✓
11	Jika tidak di suruh guru, saya tidak tertarik akan mengerjakan soal-soal matematika	✓	B	C	1	2	3	✓
12	Saya lebih termotivasi mengerjakan sendiri tugas yang diberikan dari pada mencontek	✓	B	C	1	2	3	✓
13	Saya tetap memperhatikan penjelasan guru meskipun saya duduk di bangku paling belakang	✓	B	C	1	2	3	✓
14	Saya sering tidak mendengarkan penjelasan materi yang disampaikan oleh guru dikelas	✓	B	C	1	2	3	✓
15	Saya mengingat dengan baik atas penjelasan yang diterangkan oleh guru	✓	B	C	1	2	3	4
16	Saya akan mendengarkan dan mencermati apa yang disampaikan oleh guru walaupun teman saya mengajak bergurau/berbicara	✓	B	C	1	2	3	✓
17	Saya hanya berfokus pada ide-ide pribadi saya dan akan mencoba mendominasi pada saat diskusi kelompok	✓	B	C	1	2	3	4
18	Saya sering ngobrol dengan teman pada saat guru menerangkan pembelajaran	✓	B	C	1	2	3	4
19	Saya lebih memilih untuk diam pada saat berjalannya diskusi kelompok	✓	B	C	1	2	3	4
20	Saya akan ikut berdiskusi dan memberikan tanggapan pada saat diskusi kelompok berlangsung	✓	B	C	1	2	3	4

21	Saya terkadang berbuat kegaduhan saat proses pembelajaran berlangsung	✓	B	C	1	2	3	✓
22	Saya akan memberikan umpan balik berupa tanggapan atau saran yang membangun pada teman saya pada saat presentasi	✓	B	C	1	2	3	✓
23	Saya memilih diam ketika teman saya kesulitan memahami suatu topik	✓	B	C	1	2	3	✓
24	Saya terkadang berbuat kegaduhan pada saat pembelajaran berlangsung	✓	B	C	1	2	3	✓
25	Saya akan membantu menjelaskan kepada teman saya jika ada yang belum ia pahami terkait suatu topik	✓	B	C	1	2	3	✓

*layak digunakan*

Kriteria Penilaian	Keterangan Saran
A: <del>Valid tanpa revisi</del>	1: Perbaikan pada item pertanyaan
B: <del>Valid dengan revisi</del>	2: Perbaikan bahasa pada item pertanyaan
C: Tidak valid	3: Perbaikan lainnya
	4: Tidak ada perbaikan

**D. Saran – saran khusus**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Malang,**

**Validator/Penilai**



**Taufiq-Satria Mukti, M.Pd**  
**NIP. 19950120 201903 1 010**

## Lampiran 4 Angket Minat Belajar

### Angket Minat Belajar

Nama Lengkap: .....

Kelas: .....

No. Presensi: .....

#### Petunjuk Pengisian Angket:

1. Berdoalah terlebih dahulu sebelum mengisi angket
2. Tuliskan identitas diri anda
3. Bacalah pernyataan-pernyataan dengan teliti
4. Berikan respon pada pernyataan, dengan memberikan tanda ceklis (✓) pada empat pilihan alternatif sebagai berikut:
  - a. Selalu (SL)
  - b. Sering (SR)
  - c. Kadang-kadang (KD)
  - d. Tidak Pernah (TP)

#### Selamat mengerjakan!

No	Pernyataan	Pilihan Jawaban			
		SL	SR	KD	TP
1.	Saya senang dengan pembelajaran matematika				
2.	Saya sengaja terlambat masuk kelas pada saat jam mata pelajaran matematika				
3.	Saya tidak pernah merasa terpaksa dalam belajar matematika				
4.	Saya terkadang merasa bosan pada saat pembelajaran matematika berlangsung				
5.	Saya terkadang tertidur di kelas pada saat pembelajaran matematika berlangsung				
6.	Tugas matematika yang diberikan oleh guru tidak pernah saya anggap menjadi beban				
7.	Matematika adalah pelajaran yang menarik dan menantang				

8.	Saya akan bertanya ketika mengalami kesulitan saat belajar matematika				
9.	Saya benar-benar antusias saat teman saya membahas soal-soal atau tugas matematika				
10.	Saya merasa kurang/jarang termotivasi dalam mempelajari matematika				
11.	Jika tidak di suruh guru, saya tidak tertarik akan mengerjakan soal-soal matematika				
12.	Saya lebih termotivasi mengerjakan sendiri tugas yang diberikan dari pada mencontek				
13.	Saya tetap memperhatikan penjelasan guru meskipun saya duduk di bangku paling belakang				
14.	Saya terkadang tidak mendengarkan penjelasan materi yang disampaikan oleh guru dikelas				
15.	Saya biasanya mengingat dengan baik atas penjelasan yang diterangkan oleh guru				
16.	Saya akan mendengarkan dan mencermati apa yang disampaikan oleh guru walaupun teman saya mengajak bergurau/berbicara				
17.	Saya hanya berfokus pada ide-ide pribadi saya dan akan mencoba mendominasi pada saat diskusi kelompok				
18.	Saya sering ngobrol dengan teman pada saat guru menerangkan pembelajaran				
19.	Saya lebih memilih untuk diam pada saat berjalannya diskusi kelompok				
20.	Saya akan ikut berdiskusi dan memberikan tanggapan pada saat diskusi kelompok berlangsung				
21.	Saya terkadang berbuat kegadohan saat proses pembelajaran berlangsung				
22.	Saya pasti akan memberikan umpan balik berupa tanggapan atau saran kepada teman saya pada saat presentasi				
23.	Saya memilih diam ketika teman saya kesulitan memahami suatu topik				
24.	Ketika teman saya mengajak ngobrol/ bergurau, saya akan ikut nimbrung				
25.	Saya akan berusaha menjelaskan kepada teman saya jika ada yang belum ia pahami terkait suatu topik				

## Lampiran 5 Hasil Skor Angket

No	Nama	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	skor	
1	ASM	2	4	2	3	4	3	2	4	2	3	2	3	4	4	2	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	83
2	AIF	2	4	1	2	3	1	2	3	1	2	2	4	3	3	2	3	3	3	4	4	4	4	2	3	4	2	67
3	ANK	3	4	4	3	4	3	3	3	3	4	4	3	3	4	4	4	1	2	4	4	3	1	3	3	3	3	80
4	AN	3	4	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	4	3	3	2	3	3	73
5	AWPA	2	4	2	2	4	3	2	2	2	3	2	2	4	4	3	2	4	3	3	2	4	1	4	4	4	4	72
6	AGS	2	3	2	2	2	2	2	3	2	3	3	2	2	3	2	2	4	3	4	2	3	2	3	3	3	2	63
7	ALL																											0
8	AZADPW	3	4	4	3	4	3	4	3	2	4	4	3	2	3	3	3	3	3	2	2	2	4	3	4	4	4	80
9	BAS																											0
10	DFS	4	4	3	2	4	1	1	4	2	3	1	2	1	3	2	2	3	3	4	4	3	2	4	4	4	2	68
11	DRW	4	4	4	3	4	2	4	4	2	3	3	4	2	3	4	2	3	3	4	4	4	4	2	4	4	4	84
12	EWK	3	4	3	3	4	3	3	3	3	4	4	3	4	4	3	3	1	4	4	4	4	4	3	4	4	4	86
13	ERSJ	1	4	2	3	4	3	2	2	2	2	1	2	4	4	2	2	4	3	4	2	4	1	4	4	4	4	70
14	FN	3	4	3	4	4	3	1	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	2	3	4	3	76
15	FN	3	3	3	3	4	2	3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	3	3	4	3	4	2	4	4	4	3	80
16	INK	3	4	4	4	4	4	4	4	3	4	3	3	4	4	2	4	3	3	3	3	4	2	4	4	4	4	88
17	LR	3	4	3	3	3	3	3	3	2	4	1	3	3	3	3	3	3	4	3	4	4	3	2	3	3	3	76
18	MZA	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	3	3	4	2	3	3	4	4	3	3	4	3	3	89
19	MRJ	2	4	2	2	2	2	2	2	1	3	1	2	4	3	2	4	3	3	2	2	4	1	3	4	2	2	62
20	MANZ	4	4	2	4	4	2	4	3	2	3	3	4	4	3	2	3	4	2	3	2	4	3	4	4	4	4	81
21	MAM	2	4	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	4	4	3	2	4	3	2	3	4	2	4	4	4	2	75
22	NB	3	2	3	3	3	4	3	3	4	3	3	3	4	4	3	2	2	2	4	3	2	3	3	2	2	2	73
23	RAR	2	4	3	3	4	2	2	3	2	2	3	2	4	4	3	2	3	2	3	3	4	2	4	4	4	4	74
24	RAP	2	4	4	3	4	4	3	3	3	2	2	4	4	4	3	4	3	4	4	3	4	2	3	4	3	3	83
25	RAW	3	4	4	3	4	1	4	2	2	4	3	3	4	4	2	4	4	3	3	3	4	2	3	4	2	2	79
26	SLA	3	4	3	3	4	2	3	2	3	4	3	3	4	4	3	2	3	3	3	2	4	2	3	4	3	3	77
27	UC	3	4	2	3	4	2	3	2	2	4	3	3	3	3	3	3	2	3	4	4	3	3	4	3	4	4	77
28	ZN	4	4	4	4	4	3	4	2	4	3	3	4	3	3	3	3	3	4	3	2	2	3	2	4	3	3	81

## Lampiran 6 Lembar Validasi Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

### LEMBAR VALIDASI TES PEMAHAMAN KONSEP LIMIT FUNGSI

#### A. Tujuan

Lembar validasi ini bertujuan untuk mengukur kevalidan instrumen tes pemahaman konsep limit fungsi untuk menggali pemahaman konsep limit fungsi siswa.

#### B. Petunjuk

1. Bapak atau Ibu memberikan penilaian dengan tanda *checklist* (✓) pada kolom yang telah tersedia
2. Bapak atau Ibu memilih kelayakan penggunaan instrumen dengan melingkari salah satu poin yang tersedia
3. Jika terdapat revisi mohon Bapak atau Ibu menuliskan saran pada lembar yang telah disediakan
4. Makna penilaian 1, 2, 3, dan 4 terlampir pada keterangan

#### C. Penilaian

No	Aspek yang dinilai	Penilaian			
		1	2	3	4
1.	Pertanyaan yang diajukan sudah sesuai dengan indikator pemahaman konsep limit fungsi				✓
2.	Kalimat dalam pertanyaan yang digunakan sesuai dengan kaidah Bahasa Indonesia yang baik dan benar				✓
3.	Pertanyaan yang diajukan jelas, sederhana, dan mudah dipahami				✓

#### Keterangan:

- 1) Tidak memenuhi
- 2) Kurang memenuhi
- 3) Memenuhi
- 4) Sangat memenuhi

#### D. Kelayakan Penggunaan Instrumen

- a) Layak digunakan tanpa revisi
- b) Layak digunakan dengan revisi
- c) Belum layak digunakan  
(dimohon untuk memilih salah satu)

**E. Saran**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Malang,  
Validator/Penilai**



**Muhammad Islahul Mukmin, M.Si, M.Pd.  
NIP. 19850213 20180201 1 135**

## Lampiran 7 Jawaban S1 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

51

## Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

Nama : M. Zacky. Afifuddin  
 Kelas : XII MIPA  
 No. Presensi : 18

Rabu, 27 - 8 - 2023  
 Hari, Tanggal

Selesaikan soal dengan menuliskan cara penyelesaian disertai dengan menyuarakan semua ide-ide atau apa yang ada di dalam pikiran secara keras!

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

< > Kerjakan sesuai dengan petunjuk!

Diberikan fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang didefinisikan sebagai berikut!

$$f(x) = 2x + 1, x \in R$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \text{ untuk } x \in R, x \neq 1$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}, x \in R$$

$x$  0,7 0,8 0,9 1 1,1 1,2  
 $f(x)$  2,7 2,6 2,8 1 3,2 3,9 3,6

1. Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1, x \in R$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$$
 Punya, karena jika kita mensubstitusikan  $x = 1$  pada  $f(x) = 2x + 1$  kita akan mendapat nilai yang 1

2. Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  untuk  $x$  mendekati 1 dengan  $x \in R, x \neq 1$  mempunyai limit?, mengapa?

punya, karena untuk  $x \neq 1$  akan menghasilkan limit  
 Jika kita mengambil angka selain 1, misal 2, maka  

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(2)^2 - 1}{2 - 1} = \frac{4 - 1}{1} = \frac{3}{1} = 3$$

3. Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x+1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = (1)^2 = 1$   
 $\lim_{x \rightarrow 2} x+1 = 2+1 = 3$   
 $\lim_{x \rightarrow 3} x+1 = 3+1 = 4$   
 $\lim_{x \rightarrow 0,5} x^2 = (0,5)^2 = 0,25$

Lim  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x=1$  karena semisal kita ambil limit kiri itu hasilnya tidak akan sama dengan limit kanan

4. Tentukan di titik mana fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in \mathbb{R}$  mempunyai limit, dan tentukan nilai limitnya!

$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1 = 2$

$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(2)^2-1}{2-1} = \frac{4-1}{1} = 3$

5. Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai!

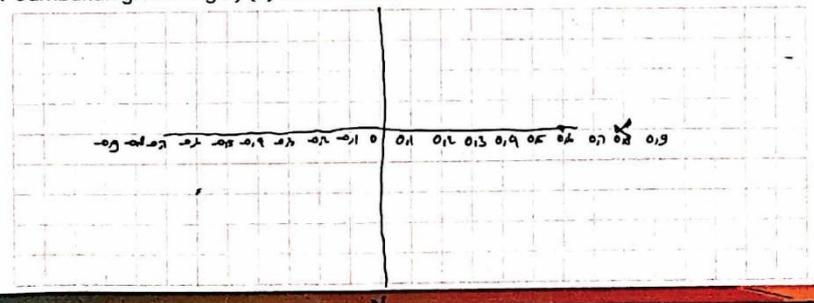
$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x+1 = 2(1)+1 = 3$

$x$	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2
$f(x)$	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4

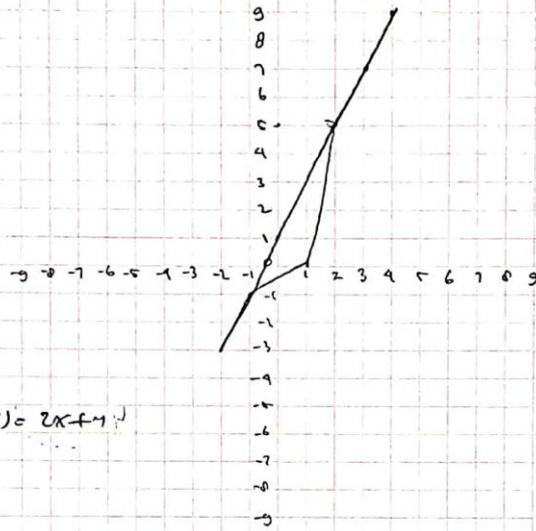
Karena limit kiri & kanan sama, maka  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  adalah benar

$\lim_{x \rightarrow 1^-} = 3$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} = 3$

6. Gambarkan grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!



6.



$$f(x) = 2x + 1$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
p(x)	-3	-1	1	3	5	7	9

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

## Lampiran 8 Jawaban S2 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

## Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

S2

Nama : Iza Nurmah Khasanah  
 Kelas : XII IPA  
 No. Presensi : 16

Rabu, 27-09-23  
 Hari, Tanggal

Selesaikan soal dengan menuliskan cara penyelesaian disertai dengan menyuarakan semua ide-ide atau apa yang ada di dalam pikiran secara keras!

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Kerjakan sesuai dengan petunjuk!

Diberikan fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang didefinisikan sebagai berikut!

$$f(x) = 2x + 1, x \in \mathbb{R}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \text{ untuk } x \in \mathbb{R}, x \neq 1$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}, x \in \mathbb{R}$$

1. Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1, x \in \mathbb{R}$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

$f(x) = 2x + 1$   
 $\lim_{x \rightarrow 1} = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$   
 \* mempunyai limit

2. Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  untuk  $x$  mendekati 1 dengan  $x \in \mathbb{R}, x \neq 1$  mempunyai limit?, mengapa?

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$  (tidak bisa) atau  $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)} = (x + 1) = 2$   
 \* tidak mempunyai limit

3. Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x+1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}$  mempunyai limit di  $x = 1$ ? mengapa?

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \Rightarrow (1^2 = 1) \checkmark \\ x+1, & \text{untuk } x > 1 \Rightarrow (1+1 = 2) \checkmark \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} = 1$      $\lim_{x \rightarrow 1^+} = 2$

$\lim_{x \rightarrow 1} \neq$

4. Tentukan di titik mana fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in R$  mempunyai limit, dan tentukan nilai limitnya!

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1$$

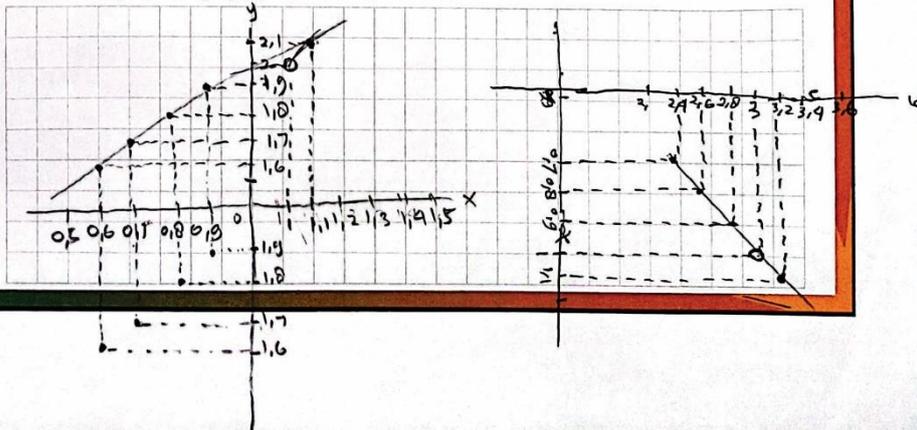
$x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2, 3, 4\}$   
 $= 1+1 = 2$   
 $= 2+1 = 3$

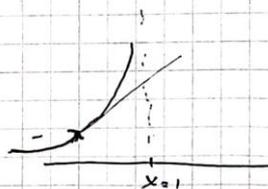
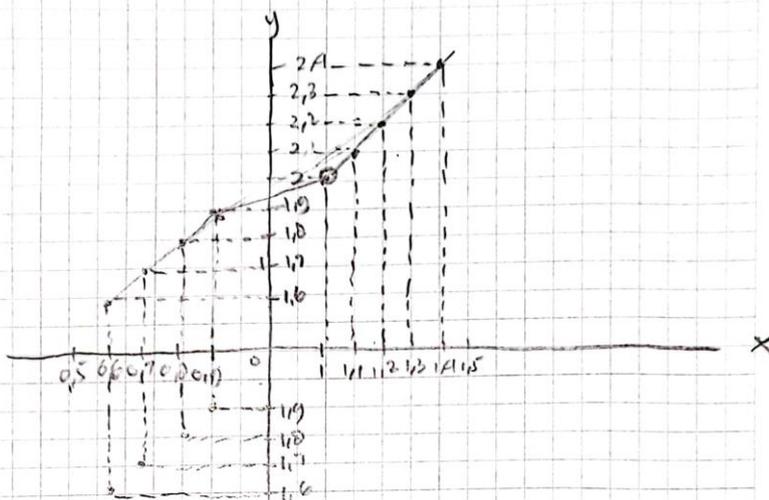
5. Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai!

$x$	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4
$f(x)$	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4

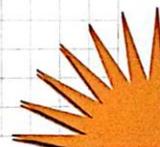
$f(x) = 2x+1$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} = 3 = \lim_{x \rightarrow 1^+}$

6. Gambarlah grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!





$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$



Lampiran 9 Jawaban S3 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

54

Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

Nama : Alfiandu Nurfaizah  
 Kelas : XII MIPA  
 No. Presensi : 04

Kelompok : 27-09-2023  
 Hari, Tanggal

Selesaikan soal dengan menuliskan cara penyelesaian disertai dengan menyuarakan semua ide-ide atau apa yang ada di dalam pikiran secara keras!

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

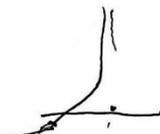
< > Kerjakan sesuai dengan petunjuk!

Diberikan fungsi  $f, g$  dan  $h$  yang didefinisikan sebagai berikut!

$f(x) = 2x + 1, x \in R$

$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  untuk  $x \in R, x \neq 1$

$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}, x \in R$



1. Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1, x \in R$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

$f(x) = 2x + 1$	+	-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
$\lim_{x \rightarrow 1}$	$\neq 0$	-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9
$f(x) = 2(1) + 1$		$\lim_{x \rightarrow 1^-} = 3$
$= 3$		$\lim_{x \rightarrow 1^+} = 3$

$f(x) = 2x + 1$  mempunyai limit di  $x = 1$  karena memiliki limit nilai.

2. Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  untuk  $x$  mendekati 1 dengan  $x \in R, x \neq 1$  mempunyai limit?, mengapa?

$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$		-2 -1 0 1 2 3 4
$x \neq 1$		-1 0 1 2 3 4 5
$g(x) = \frac{2^2 - 1}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$		
$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1 = 2$		

Punya limit karena  $g(x) = x^2 - 1$  dan  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  memiliki hasil limit sama.

3. Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}$

mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

$x$	0,1	0,2	0,3	1	1,1	1,2	1,3
$f(x)$	0,01	0,04	0,09	1	2,1	2,2	2,3

Memiliki limit di  $x = 1$  karena keduanya memiliki nilai limit sama yaitu 1

4. Tentukan di titik mana fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in R$  mempunyai limit, dan tentukan nilai limitnya!

$g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	0	1	2	3	4	5	6

$$g(2) = \frac{2^2-1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 1+1 = 2$$

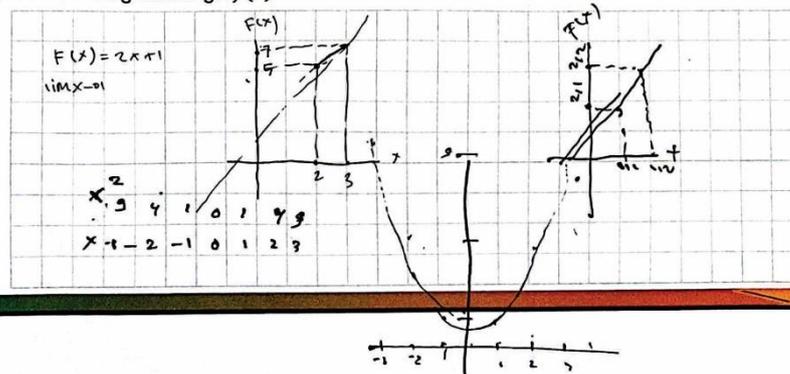
Punya limit karena dari kanan dan kiri memiliki nilai sama yaitu 3

5. Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai!

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-3	-1	1	3	5	7	9

$$f(1) = 2(1)+1 = 3$$

6. Gambarkan grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!



## Lampiran 10 Jawaban S4 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

## Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

53

Nama : Alabillina Silmi M  
 Kelas : XII - MIPA  
 No. Presensi : 01

—	—	—
Hari,	Tanggal	

Selesaikan soal dengan menuliskan cara penyelesaian disertai dengan menyuarakan semua ide-ide atau apa yang ada di dalam pikiran secara keras!

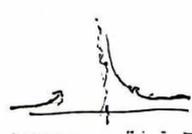
بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Kerjakan sesuai dengan petunjuk!

Diberikan fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang didefinisikan sebagai berikut!

$$f(x) = 2x + 1, x \in R$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \text{ untuk } x \in R, x \neq 1$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}, x \in R$$


1. Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1, x \in R$  mempunyai limit di  $x = 1$ ? mengapa?

$f(x) = 2x + 1$		$\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 2(1) + 1$
$\lim_{x \rightarrow 1} = 2x + 1$	karena $x \rightarrow 1$ jika dari kiri	$= 2 + 1$
$= 2(1) + 1$	$x \rightarrow 1$ jika dari kanan	$= 3$
$= 2 + 1$		
$= 3$		

2. Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  untuk  $x$  mendekati 1 dengan  $x \in R, x \neq 1$  mempunyai limit?, mengapa?

$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$	
$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0} \neq \text{limit.}$	
$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = x + 1 = 1 + 1 = 2$	

3. Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

$x^2$ , untuk $x \leq 1$ yaitu	$x$	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3
$\lim_{x \rightarrow 1^-} \leq 1 = 0,8, 0,9, 1$	$f(x)$	0,49	0,64	0,81	1	1,21	1,44	1,69
$x + 1$ , untuk $x > 1$								
$-1 \text{ @ } 1$ $x = -1$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$					$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$		

4. Tentukan di titik mana fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in R$  mempunyai limit, dan tentukan nilai limitnya!

$$g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} = \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = x+1 = 1+1 = 2$$

Jadi fungsi  $g$  mempunyai limit yaitu 2

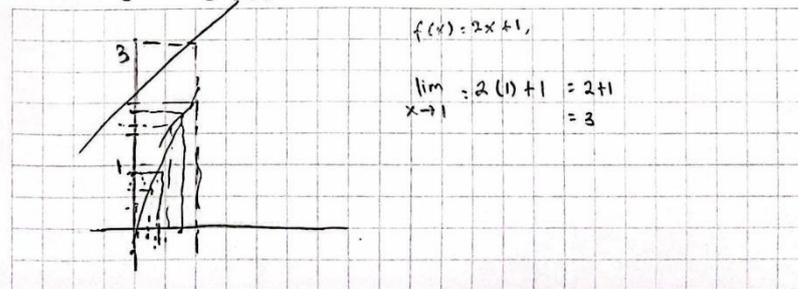
5. Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai!

	$x$ mendekati 1 dari kiri	$x$ mendekati 1 dari kanan						
$x$	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	
$y$	0,49	0,64	0,81	1	1,21	1,44	1,69	
$f(x)$	0,49	0,64	0,81	1	1,21	1,44	1,69	

$\lim_{x \rightarrow 1} = 2(1)+1 = 2+1 = 3$

Jadi nilai  $x \rightarrow 1$  dari kiri  
 $x \rightarrow 1$  dari kanan

6. Gambarkan grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!



## Lampiran 11 Jawaban S5 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

## Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

Nama : Arimbi Geisa Salsabila.  
 Kelas : XII-MIPA.  
 No. Presensi : 06.

Rabu, 27 - 09 - 2023  
 Hari, Tanggal

Selesaikan soal dengan menuliskan cara penyelesaian disertai dengan **menyuarakan semua ide-ide atau apa yang ada di dalam pikiran secara keras!**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Kerjakan sesuai dengan petunjuk!

Diberikan fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang didefinisikan sebagai berikut!

$$f(x) = 2x + 1, x \in R$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} \text{ untuk } x \in R, x \neq 1$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}, x \in R$$

1. Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1, x \in R$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

tidak, karena limitnya adalah 3

$$f(x) = 2x + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 2(1) + 1 = 3$$

$$= 2(1) + 1$$

$$= 2 + 1$$

$$= 3$$

2. Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  untuk  $x$  mendekati 1 dengan  $x \in R, x \neq 1$  mempunyai limit?, mengapa?

~~mempunyai, karena setiap bilangan pasti ada limitnya.~~  
 tidak, karena  $\frac{0}{0}$  tidak terdefinisi kali.

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$g(1) = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = x+1$$

$$= 1+1 = 2$$

3. Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

x	-2	-1	0	1		
f(x)	4	3	2	1		

Iya, karena angka 1 adalah angka tengah-tengah.

x	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4
f(x)	0,49	0,64	0,81	1	2,1	2,2	2,3	2,4

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} = 1 \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} = 2$$

4. Tentukan di titik mana fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in \mathbb{R}$  mempunyai limit, dan tentukan nilai limitnya!

tidak punya

$$g(x) = \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{1^2-1}{1-1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1 = 1+1 = 2$$

5. Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai!

$$f(x) = 2x + 1, x \in \mathbb{R}$$

$$= 2(1) + 1$$

$$= 2 + 1$$

$$= 3$$

x	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3
f(x)	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6

$$f(x) = 2x + 1$$

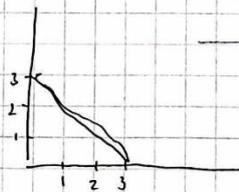
$$f(x) = y$$

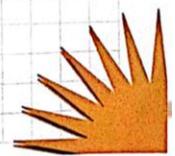
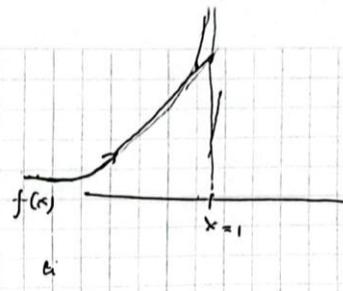
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} = 3 = \lim_{x \rightarrow 1^+} = 3$$



6. Gambarkan grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 1 \\ &= 2(1) + 1 \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$





## Lampiran 12 Jawaban S6 Soal Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

66

### Tes Pemahaman Konsep Limit Fungsi

Nama : Melvia Rahmah Jennieta

Kelas : XII MIPA

No. Presensi : \_\_\_\_\_

- - -  
Hari, Tanggal

Selesaikan soal dengan menuliskan cara penyelesaian disertai dengan menyuarakan semua ide-ide atau apa yang ada di dalam pikiran secara keras!

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

< > **Kerjakan sesuai dengan petunjuk!**

Diberikan fungsi  $f, g$  dan  $h$  yang didefinisikan sebagai berikut!

$f(x) = 2x + 1, x \in R$

$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  untuk  $x \in R, x \neq 1$

$h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}, x \in R$

1. Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1, x \in R$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 3$$

tidak termasuk limit  
berarti ada limitnya

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1$$

$$= 2(1) + 1$$

$$= 3$$

2. Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  untuk  $x$  mendekati 1 dengan  $x \in R, x \neq 1$  mempunyai limit?, mengapa?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$= \frac{1^2 - 1}{1 - 1}$$

$$= \frac{0}{0}$$

$$\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$$

$$= x + 1$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

mempunyai limit

tidak termasuk limit karena nilai limit kanan dan nilai limit kiri tidak sama

3. Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = \begin{cases} x^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ x+1, & \text{untuk } x > 1 \end{cases}$  mempunyai limit di  $x = 1$ , mengapa?

$x$	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3
$f(x)$	0,49	0,64	0,81	1	2,1	2,4	2,89

$\lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = 1^2 = 1 \rightarrow$  termasuk limit  
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} x+1 = 1+1 = 2 \rightarrow$  tidak termasuk limit

$\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = 1$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = 2$   
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$

4. Tentukan di titik mana fungsi  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , untuk  $x \in \mathbb{R}$  mempunyai limit, dan tentukan nilai limitnya!

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = x+1 = 1+1 = 2$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = x+1 = 1+1 = 2$

nilai kiri dan nilai kanan tidak sama jadi bukan limit

5. Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai!

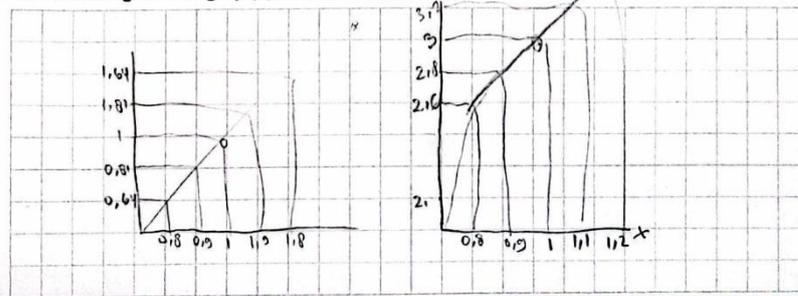
$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

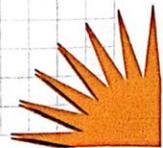
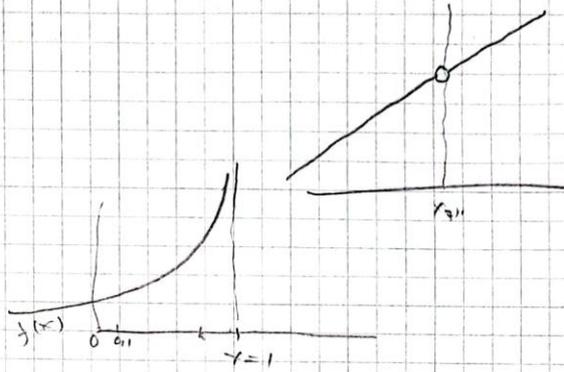
$x$	0,8	0,9	1	1,1	1,2
$f(x)$	0,64	0,81	1	1,21	1,44

$x$	0,8	1	1,2
$f(x)$	0,64	1	1,44

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$      $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$

6. Gambarkan grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!





### Lampiran 13 Cuplikan *Think Aloud* S1

(29.50) Yang pertama apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  sama dengan dua  $x$  plus satu untuk nilai  $x$  bilangan riil, mempunyai limit di  $x = 1$ ? iya, karena jika kita mensubstitusikan  $x$  sama dengan satu pada  $f(x)$  yaitu dua  $x$  plus satu kita akan mendapat nilai yaitu satu, seperti yang ada pada lembar jawaban yaitu lim  $x$  mendekati satu sama dengan  $f(x)$  sama dengan lim  $x$  mendekati satu untuk dua  $x$  min satu sama dengan dua  $x$ -nya diganti satu, dua kali satu dua dikurangi satu sama dengan satu

Untuk yang ke dua Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x$  bilangan riil, dan  $x$  tidak sama dengan satu mempunyai limit?, mengapa?, punya, karena untuk  $x$  tidak sama dengan satu akan menghasilkan limit dan untuk  $x$  sama dengan satu maka tidak akan ada nilainya atau limitnya karena akan bernilai nol per nol atau tak tentu, jika kita mengambil angka selain satu misa dua maka akan ditemukan nilai limit, lim  $x$  mendekati dua untuk  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu sama dengan dua kuadrat min satu sama dengan dua min satu per dua in satu sama dengan empat min satu sama dengan tiga per satu sama dengan tiga

(07.40) Dan untuk soal yang nomer tida Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  fungsi bercabang yaitu  $x^2$  untuk  $x \leq 1$  dan  $x + 1$  untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, jawabannya adalah tidak punya karena untuk lim, limit fungsi  $h(x)$  itu jika kita semisal kita membuat tabel nilai nanti akan tidak akan ditemukan limitnya karena untuk nilai limit  $x$  kurang dari satu atau limit ke kiri itu semakin jauh semakin menjauhi satu sementara untuk limit  $x$  lebih dari satu atau semakin ke kanan itu semakin besar nilainya maka akan menjauhi satu, karena itu untuk fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  tidak mempunyai limit di  $x$  sama dengan satu

(13.45) Untuk yang nomer 4, apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  sama dengan satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu, untuk  $x$  bilangan riil mempunyai limit, hitunglah. Untuk limit  $x$  mendekati satu  $g(x)$ , lim  $x$  mendekati satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu dengan lim  $x$  mendekati satu, kita ubah bentuk untuk  $x$  kuadrat min satu, kita ubah menjadi bentuk  $x$  min satu dikali  $x$  plus satu per  $x$  min satu, untuk  $x$  min satu bisa kita hilangkan jadi sisanya hanya  $lm$   $x$  mendekati satu untuk  $x$  plus satu langsung kita substitusikan satu tambah satu sama dengan dua... jawabannya adalah apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  sama dengan satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu mempunyai nilai limit maka jawabannya adalah punya

(32.25) untuk soal nomor 5 tentukanlah nilai limit  $fx$  di  $x$  sama dengan 1 dengan menggunakan tabel nilai. Jika kita ambil limit  $fx$  di  $x$  sama dengan 1 kita ambil limit ke kiri maka kita akan mengambil nilai yaitu 0,9, 0,8, dan 0,7 jika kita ambil untuk nilai limit ke kanan atau limit positif maka kita ambil nilai 1,1, 1,2, dan 1,3 jika kita hitung untuk limit  $x$  mendekati 1 dari kiri itu akan mendekati 3 dengan pembuktian yaitu 2,4, 2,6, dan 2,8 semua nilai tersebut mendekati 3 untuk nilai lim  $x$  sama dengan 1 dari kanan atau dari positif itu juga akan mendekati 3 bisa kita lihat dari tabel nilai akan menghasilkan nilai 3,6, 3,4, dan 3,2 oleh karena itu limit kiri dan limit kanan akan sama bernilai 3 itu bisa kita simpulkan bahwa limit  $fx$  untuk  $x$  mendekati 1 sama dengan 3 adalah benar

untuk yang 6, gambarlah grafik fungsi  $fx$  untuk  $x$  mendekati 1. Kita gambar untuk grafik  $fx$ nya jika kita semisal ambil nilai untuk grafik  $fx$  limit ke kiri itu saya akan mengambil yaitu min 2, min 1, dan dan 0 untuk yang limit ke kanan saya akan mengambil yaitu 2, 3, dan 4 jika semisal kita substitusikan nilainya dan kita akan menggambar grafik tersebut maka kita akan memperoleh beberapa titik yaitu yang pertama min 2, min 3, min 1, min 1, min 0,1, min 2,5, min 3,7, dan min 4,9 jika kita gambar pada garis koordinat maka kita akan menemukan bentuk bergelombang atau berbelok-belok

## Lampiran 14 Cuplikan *Think Aloud* S2

Jadi diberikan fungsi  $f$   $g$  dan  $h$  yang didefinisikan sebagai berikut.  $f(x) = 2x + 1$ , dan  $x$  merupakan bilangan riil. Dan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x$  merupakan  $R$ , dan  $x$  bukan 1. Kemudian selanjutnya adalah  $h(x) =$  adalah ada dua pola  $x^2$ , untuk  $x \leq 1$  dan yang kedua  $x + 1$ , untuk  $x > 1$  dan itu merupakan bilangan riil.

Kemudian untuk soal yang pertama, apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$ .  $x \in R$  mempunyai limit di  $x = 1$ ? mengapa? Jawabannya iya  $f(x) = 2x + 1$  itu mempunyai limit di  $x = 1$ , karena jika kita substitusikan secara langsung ke angka  $x$  berarti kan nilainya tadi  $2x + 1$  kemudian kita masukkan angka 1, 2 dikali 1 plus 1 jadinya  $2 + 1$ , 3 itu benar artinya nilai tersebut adalah limit fungsi

kemudian untuk soal yang kedua apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  sama dengan  $\frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x$  merupakan bilangan real dan  $x$  tidak sama dengan 1 tidak boleh 1 mempunyai limit? jawabannya tidak mempunyai limit, jika limitnya mendekati angka 1 karena jika kita substitusikan langsung  $\frac{x^2-1}{x-1}$ , artinya  $1^2 - 1$  per  $1 - 1$ ,  $1^2 - 1 = 0$  per  $1 - 1 = 0$  dan itu memberikan hasil tak tentu. jadi tidak mempunyai limit akan tetapi ada cara lain yaitu dengan cara pemfaktoran jadi  $x^2 - 1$  itu bisa kita faktorkan menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  per  $(x - 1)$  nilai yang sama atau angka yang sama itu kita coret untuk disederhanakan jadi tinggal  $(x + 1)$ , jika  $x$  nya kita substitusikan dengan angka 1 maka dia merupakan nilai limit karena hasilnya merupakan bilangan real

kemudian untuk soal yang ketiga apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  sama dengan pola yang pertama  $x^2$  nah, untuk  $x$ -nya itu kurang dari sama dengan 1 dan untuk pola yang kedua  $x + 1$  dan untuk  $x$ -nya itu lebih dari 1 mempunyai limit di  $x$  sama dengan 1 mengapa?

jawabannya iya dia mempunyai limit di  $x$  karena jika kita substitusikan ke kedua pola tersebut misalnya untuk pola yang pertama yaitu  $x^2$  ketentuannya untuk  $x \leq 1$  jika kita substitusikan angka 1 ke dalam  $x^2$  maka jadinya yaitu 1 dan itu benar maksudnya sesuai dengan pernyataannya karena itu kan untuk  $x$  kurang dari sama dengan 1 nah, angka satunya itu jadi apaya nilainya itu dari angka 1 ke bawah, satunya ikut karena ada sama dengannya, kemudian untuk pola yang kedua yaitu  $x + 1$  untuk  $x > 1$  dan itu benar jika kita substitusikan angka 1 ke dalam  $x + 1$  jadi 1 per 1 sama dengan 2 nah, angka 2 tersebut merupakan lebih dari 1

(04.25)

untuk soal yang nomor 4 apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  sama dengan  $\frac{x^2-1}{x-1}$  merupakan bilangan real mempunyai limit, hitunglah jawabannya, iya karena kita bisa melakukan dengan cara pemfaktoran maksudnya kayak yang nomor 2 tadi jadi caranya  $x^2 - 1$  bisa kita faktorkan menjadi  $(x - 1)(x + 1)$  per  $(x - 1)$  untuk  $(x + 1)$  yang diatas dan dibawah itu bisa kita coret dan tinggal  $(x + 1)$  jika kita masukkan bilangan real atau angka real misalnya bilangan realnya kayak 1, 2, 3 4 itu terdapat nilainya, misalnya angka 1 kita masukkan ke  $x + 1$  jadinya 1 plus 1 sama dengan 2 jika nilai  $x$  nya kita masukin angka 2 jadinya  $2 + 1$  sama dengan 3 dan seterusnya

Jadi untuk soal yang kelima yaitu Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai! jadi kita tulis dulu tabelnya untuk nilai  $x$  dan  $f(x)$  nya kita buat tabel di sebelah kiri sebanyak 4 tabel dan di sebelah kanan itu sebanyak 4 tabel juga. Jadi kita tulis di tengah-tengahnya itu angka 1 yang untuk tabel lurus nya  $x$  itu di tengah-tengahnya angka 1 untuk di sebelah kirinya itu kita tulis 0,9 kemudian sebelah kirinya lagi 0,8 sebelah kirinya lagi 0,7 sebelah kirinya lagi 0,6 dan untuk sebelah kanannya angka 1 di barisan  $x$  itu 1,2 kemudian di tabel selanjutnya 1,3 di tabel selanjutnya 1,4 di tabel selanjutnya 1,5 kemudian untuk kita ketahui  $f(x)$  nya jadi kita bisa tulis misalnya 0,9 di sebelah kiri itu kita tambahkan jadinya 1,9 kita

tulis di lurusnya atau di lurusnya  $f(x)$  di bawahnya 0,9 jadinya 1,9 untuk di sebelah kirinya 1,9 itu kita isi dengan 1,8 yang mana kita peroleh dari 0,8 ditambah 1 untuk tabel sebelahnya 1,8 itu 1,7 yang mana kita peroleh dari 0,7 ditambah 1 untuk tabel sebelah kirinya 1,7 itu 1,6 dan itu kita peroleh dari 0,6 ditambah 1 kemudian untuk yang sebelah kanannya itu bisa kita tulis. **Maaf saya pada keliruan** jadi untuk yang tabel sebelah kanan itu kita mulai dari 1,1 1,2 1,3 1,4 jadi ada kesalahan teknis tadi jadi mohon dimaklumi jadi saya jelaskan lagi untuk tabel yang di sebelah kanannya untuk dilurusnya  $x$  yaitu mulai dari 1,1 sebelahnya lagi 1,2 sebelahnya lagi 1,3 sebelahnya lagi 1,4 kemudian untuk nilai  $fx$  nya yang dibawahnya 1,1 itu adalah 2,1 kita peroleh dari 1,1 ditambah 1 untuk disebelahnya 2,1 itu 2,2 kita peroleh dari 1,2 ditambah 1 sebelahnya lagi yaitu 2,3 dan itu diperoleh dari 1,3 ditambah 1 disebelah kanannya lagi yaitu 2,4 kita peroleh dari 1,4 ditambah 1 nah dari tabel yang sudah kita tulis bisa kita ketahui nilai hasil dari  $S$  sama dengan 1 itu adalah apa jadi tabel sebelah kiri yang  $fx$  itu kan 1,9 dan disebelah kanannya angka 1 yang dibawahnya 1,1 itu 2,1 artinya nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  itu adalah 2

(10.25)

untuk soal yang ke enam yaitu Gambarlah grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1! jadi kita gambar grafiknya yaitu untuk  $x$  menegati 1 jadi kita tulis koordinat untuk nilai  $x$  dan nilai  $y$ -nyaitu ada pada tabel nomor 5 jadi untuk nomor 1 maaf jadi untuk  $x$  yang positif atau disebelah kanan ada angka 1 1,1 1,2 1,3 1,4 1,5 kemudian untuk yang sebelah kiri 0,9 0,8 0,7 0,6 0,5 untuk yang garisnya ke bawah 1,9 1,8 1,7 1,6 dan untuk yang garisnya ke atas 1,6 1,7 1,8 1,9, 2 2,1 jadi bisa kita tulis untuk  $x$  nya 0,6  $fx$  nya 1,6 kita luruskan selanjutnya 0,7  $fx$  nya 1,7 selanjutnya  $fx$  nya 0,8 dan  $fx$  nya 1,8 kemudian  $fx$  nya 0,9 dan  $fx$  nya 1,9 kemudian  $fx$  nya 0,1 dan  $fx$  nya 0,2 kemudian  $fx$  nya 1,1 dan  $fx$  nya 2,1 selanjutnya kita tarik garis kemudian  $fx$  nya 1,2 kemudian untuk selanjutnya 1,2 untuk  $fx$  nya 2,2 dan untuk selanjutnya 1,3 dan  $fx$  nya 2,3 selanjutnya  $fx$  nya 1,4 dan  $fx$  nya 2,4 kita tarik garis koordinat nya kemudian setelah kita tulis semua kita tarik untuk grafiknya jadi bisa diketahui grafiknya itu yang ada di lembar kerjanya 1,6 untuk  $y$  nya kemudian  $fx$  nya 0,6 kemudian  $y$  nya 1,7 dan untuk  $y$  nya 0,7  $fx$  nya 1,8 dan  $fx$  nya 0,8 untuk 1,9  $y$  nya itu adalah 0,9 yang  $x$  nya kemudian untuk  $y$  nya 2,2 kita sama dengan angka 1 kita tarik garis dengan angka 1 untuk selanjutnya 2,1 kita tarik garis dengan angka 1,1 itu sampai seterusnya kemudian untuk semuanya itu ketemunya lingkarannya kita arsir tetapi untuk yang nilai limit nya yang angka 1 sama angka 2 itu kita biarkan saja kosong artinya tidak diarsir

### Lampiran 15 Cuplikan *Think Aloud* S3

Jadi diberikan fungsi  $f$  dan  $g$  yang didefinisikan sebagai berikut.  $f(x) = 2x + 1$ ,  $x$  bilangan riil.  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$   $x$  merupakan bilangan riil,  $x$  tidak sama dengan 1.  $h(x) = x^2$ , untuk  $x \leq 1$ ,  $x + 1$ , untuk  $x > 1$   $x$  bilangan riil.

apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$ .  $x \in R$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa?

Dua kali satu, dua tambah satu, tiga, enggak, tidak mempunyai limit. Eh, tiga 0,9 dikali 2 plus 1, 0,18, eh 0,18 plus 1, 1,18.

Fx, dua x plus satu, oh x bilangan riil, salah berarti ya, kenapa kita pakek kolom, 0 kali dua, min satu kali min dua, min dua plus satu, lloh dua kali min satu min dua tambah satu yo satu, min dua kali dua min empat, min empat tambah satu tiga, dua kali satu, empat kali dua delapan, sembilan.

Min satu kali min dua, min dua plus satu, min satu.

(07.10) Satu tambah dua tiga, lima jumuk dua tiga.  $f(x) = 2x + 1$  mempunyai limit, tidak mempunyai limit di  $x=1$  karena memiliki limit di  $x=3$ , eh bener-bener (menulis). Wah, apakah fungsi  $g$  bilangan riil,  $x$  tidak sama dengan satu. Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  itu iku iki eh tidak sama dengan satu, oh iyo iki limite piro cobak dulu ae.  $g(x)$  dijupuk 2, dua pangkat dua min satu per dua min satu sama dengan satu dua pangkat dua empat, empat jumuk satu tiga, sama dengan tiga.

(10.40) Empat jumuk satu tiga, lima, bener

(12.02) 3, 2, 1, nol, -1 kali -1 satu, eh -2 -4, -4 tambah 1 3, berarti dek kene satu ki jawaban e 2 Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x \in R$ .  $x \neq 1$  mempunyai limit? Tidak mempunyai limit dikarenakan, soale, limit itu kan mendekati, sedangkan dek kene, seng penting kan  $x$  tidak sama degan satu. Limit  $g$ ,  $x$  sama dengan min dan  $g$  lim  $x$  sam dengan 2 plus, eh sama dengan  $\frac{x^2-1}{x-1}$ . Memiliki hasil limit sama.

(15.20) Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = x^2$ , untuk  $x \leq 1$ ,  $x + 1$ , untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x=1$ ? mengapa?, berarti dek kene satu, 1,9, 1,8, 1,7 oh nol 1,1, 1,2, 1,3, wes seng diatas satu iku fungsine  $x + 1$ , 2,1, 2,2, 2,3. 0,1 piro  $x$  kuadrat 0,18, 0,81, 0,64, 0,49, podo mendekati satu. Memiliki limit di  $x = 1$ ,  $x=1$  karena keduanya memiliki nilai limit sama yaitu satu.

(17.55) Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  . untuk  $x \in R$  mempunyai limit, hitunglah!, make contoh limit e  $x=1$  soal e sama-sama bilangan riil, cobak se disubstitusikan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  disubstitusikan  $g=1$ ,  $g$  kali satu sama dengan nol per nol, iki ojok satu diganti dua aja, gak jadi satu diganti dua aja biar bisa dihitung, 2 kali 2 empat jumuk 1, 3, sama dengan tiga, cobak dek kene, 2, 1, 0, -1, 2, 3, 4, 5, dek kene titik-titik, nek dimasukno 3 kali 3 jumuk 1 delapan bagi dua 4, 5, 6, 4, 3, 2, 1 mendekati tiga. Punya limit, punya limit karena dari kanan atau kiri memiliki nilai sama, yaitu 3.

Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai!,  $x$  e 1  $f(x)$  e, untuk  $x$  menuju satu, aku gak tau fungsine opo tapi ngene,  $x$  sama degan satu  $f(x)$  e opo, lha fungsine ngendi, oh yang awal tadi (22.30),  $f(x) = 2x + 1$ ,  $x$  sama dengan satu, dek kene satu, 0,9, 0,8, 0,7, 1,1, 1,2, 1,3. 2 kali 1 tambah satu sama dengan 1, 0,9 kali 2 0,18. 1,1 dikali 2 tambah 1 2,2, 3,2, 3,3, 3,4.

Gambarlah grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!, lim  $x$  mendekati 1,  $2x + 1$  berarti. -3, -1, 1, 5, 2, 9. X-nya satu nggak deh, x-nya dua, 3, 7, 5, ngene tah, udah selesai, tapi kok ada yang salah, tapi ini tidak sama dengan satu, tapi ini salah. malas

## Lampiran 16 Cuplikan *Think Aloud* S4

Ababilina

fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$ , jadi  $f(x) = 2x + 1$ , jadi lim  $x$  mendekati 1 dua kali  $2x + 1$ , 2 kali 1 dua plus 1 sama dengan tiga, sama dengan tiga

Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  sama dengan  $x$  dua min 1 per  $x$  min 1 koma  $x \in \mathbb{R}$  koma  $x \neq 1$  jadi nomor dua lim  $x$  mendekati (subjek menulis)

$f(x) = 2x + 1$ , Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1$  di  $x = 1$

(07.00) karena jika lim  $x = 1$  maka  $\frac{x^2-1}{x-1}$  jadi  $\frac{1^2-1}{1-1} = \frac{0}{0}$ , dan  $\frac{0}{0}$  itu bukan hasil dari penyelesaian limit. Karena  $\frac{0}{0}$  itu bukan hasil dari limit, jadi jika limit  $x$  mendekati 1  $\frac{x^2-1}{x-1}$  harus difaktorkan terlebih dahulu pemfaktoran dari satu itu  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  coret coret  $x + 1 = 1 + 1 = 2$ , jadi hasil limit dari  $x$  mendekati 1 yaitu 2

(09.19) nomor 3 Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = x^2$  untuk  $x$  lebih besar sama dengan 1,  $x + 1$  untuk  $x$  lebih besar dari 1, oh yang tadi itu  $x^2$  untuk  $x$  lebih kecil sama dengan 1, karena mempunyai limit di  $x = 1$ , karena  $x^2$  untuk  $x$  mendekati 1 yaitu hasil dari  $x$  itu tidak lebih dari 1 atau  $x$  itu sebelum 1, karena jika limit  $x$  mendekati 1 untuk  $x > 1$  yaitu 0,8, 0,9, 1. Limit  $x$  mendekati 1 eh kliru,  $x, 1 + 1$  lebih besar,  $x$  lebih besar dari 1, yokpo yo sek,  $x$  lebih besar dari 1, oh ini limit  $x + 1$  untuk  $x$  kurang dari 1 itu  $-1, 0, 1$  jadi nilai dari  $x$  itu adalah  $-1$ , karena jika limit  $-1$  plus 1 oh 0, yang mendekati itu 0 karena  $0 + 1$  untuk  $x$ , gak roh wes.

(15.39) nomer 4 Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x$ , mempunyai limit, hitunglah!  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , kita misalkan limit  $x$  mendekati 1 sama dengan  $\frac{x^2-1}{x-1}$  kita faktorkan jadi  $\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$  sama dengan  $x + 1$  kita ganti  $x$  nya menjadi 1,  $1 + 1 = 2$ . Jadi fungsi  $g$  mempunyai limit yaitu 2

(18.25) nomer 5 Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai! Jadi  $x$  mendekati 1 dari kiri dan  $x$  satu dari kanan. Ini 1,  $x$  yang mendekati 1 dari kiri yaitu 0,9, 0,8, 0,7, 1,1, 1,2 yang mendekati 1 dari kanan yaaitu  $x = 1,1, 1,2, 1,3$   $f(x)$  dari 0,7 49 eh kok 49 eh iya, 0,49, 0,64, 3,1, 3,3 Jadi nilai  $x$  mendekati 1 dari kiri eh iso atau  $x$  mendekati 1 dari kanan, oh jadi oh salah salah nilai  $x$  mendekati 1 dari kiri dan  $x$  mendekati 3 dari kanan.  $x$  mendekati 1 iku jadi 0 1

Tidak bisa membuat grafik, oh (30.50), nomor 1 tadi  $f(x) = 2x + 1$  limit  $x$  mendekati 1,  $x$  nya diganti 1 jadi  $x$  mendekati 1 sama dengan  $2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$ , karena  $x$  diganti satu jika dari kiri dan  $x$  mendekati 3 jika dari kanan dan hasil limit itu 3, limit  $x$  mendekati 1 sama dengan dua kali satu sama dengan tiga

## Lampiran 17 Cuplikan *Think Aloud* S5

Nama Arimbi

Jadi diberikan fungsi  $f$   $g$  dan  $h$  yang didefinisikan sebagai berikut.  $f(x) = 2x + 1, x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x \in \mathbb{R}, x \neq 1$ .  $h(x) = x^2, \text{ untuk } x < 1, x + 1, \text{ untuk } x > 1 \in \mathbb{R}$

(03.11) Nomer satu Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x + 1, x \in \mathbb{R}$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa? Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  iki mempunyai  $x = 1$ ?, mengapa. Opo yo. mempunyai limit di  $x = 1$ ?, Iya, mengapa karena opo yo, ... koyok e iyo yo, ... iya mungkin yo ... eh tidak tidak, eh opo yo ... eh tidak tidak kayaknya tidak karena  $f(x)$  kimaukan  $x$  sama dengan 1 tadi kan  $f(x) = 2x + 1$  lha  $x$  iki mlebu nang, jadi 1 2 kali 1 sama dengan 2, 2 plus 1 sama dengan 3, lha jadi imitnya 3, karena limitnya adalah 3

(11.08) sekarang yang nomer 2. Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x \in \mathbb{R}, x \neq 1$  mempunyai limit?, mengapa. Mempunyai, karena setiap bilangan pasti ada limitnya iya gak sih, iya kan

(12.15) Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = x^2, \text{ untuk } x \leq 1, x + 1, \text{ untuk } x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa? Dicoba, lali aku, iki mau  $x$   $fx$ , ... gak ngomong aku lali. Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x) = x^2, \text{ untuk } x \leq 1, x + 1, \text{ untuk } x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa? Iya, karena angka satu adalah angka tengah-tengah soale iki wes tak gambar dek garis bilangan

(18.10) Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x \in \mathbb{R}$  mempunyai limit, hitunglah! Punya dong.  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ , ... tidak punya karena kita umpamakan  $x=1$  ya,  $x^2 - 1$  lha  $x$  e iki berubah 1,  $1^2$  iku 1,  $1-1=0$  per  $x$  kurangi 1, lha  $x$  e iki kan jadi 1, 1 bagi 1 nol,  $0/0$  tidak terdefiniskan a bosone lali. Tidak punya limit.

(20.55) Tentukan nilai limit  $f(x)$  di  $x = 1$  dengan menggunakan tabel nilai! Lha  $f(x) = 2x + 1$ , lha iki pakek tabel nilai, lha ini kita gambarakan tabelnya,  $f(x)$  iki  $2x+1$  3,  $x=1$  2 kali 1, sama dengan 2 plus 3, yak po iki nulise, duh aku gak paham tulung.

(22.20) Gambar grafik fungsi  $f(x)$  untuk  $x$  mendekati 1!,  $f(x) = 2x + 1 = 2.1 + 1 = 3$ , terus gambar grafik, grafik iki sama dengan 3,

(25. 40) ini sudah selesai

### Lampiran 18 Cuplikan *Think Aloud* S6

Apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  iki mempunyai  $x = 1$ ?, mengapa. mempunyai limit di  $x = 1$ ?, mengapa

Apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  untuk  $x$  bilangan rill, dan  $x$  tidak sama dengan satu mempunyai limit?, mengapa?

Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  fungsi bercabang yaitu  $x^2$  untuk  $x \leq 1$  dan  $x + 1$  untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, ...  $\lim x$  mendekati 1  $x$  kuadrat sama dengan satu termasuk limit,  $\lim x$  mendekati 1  $x + 1$  sama dengan 2 tidak termasuk limit.

apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  sama dengan dua  $x$  plus satu untuk nilai  $x$  bilangan rill, mempunyai limit di  $x = 1$ ?  $\lim x$  mendekati 1  $2x+1$  sama dengan 1. Berarti ada limitnya

Apakah fungsi  $h$  dengan  $h(x)$  fungsi bercabang yaitu  $x^2$  untuk  $x \leq 1$  dan  $x + 1$  untuk  $x > 1$  mempunyai limit di  $x = 1$ ?, ...  $\lim x$  mendekati 1  $x$  kuadrat sama dengan satu termasuk limit,  $\lim x$  mendekati 1  $x + 1$  sama dengan 2 tidak termasuk limit

apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  sama dengan satu  $x$  kuadrat min satu per  $x$  min satu. untuk  $x$  bilangan rill mempunyai limit, hitunglah  $\lim x$  mendekati 1, difaktorkan ...  $x+1$  sama dengan  $1+1=2$ .

$\lim x$  mendekati 1 dimasukan  $x=1$  ... hasilnya sama dengan nol tidak termasuk limit.

$\lim x$  mendekati 1, difaktorkan ...  $x+1$  sama dengan  $1+1=2$  mempunyai limit.

tentukanlah nilai limit  $fx$  di  $x$  sama dengan 1 dengan menggunakan tabel nilai gambarlah grafik fungsi  $fx$  untuk  $x$  mendekati 1

## Lampiran 19 Transkrip Wawancara S1

Oke kita mulai assalamualaikum warahmatullahi wabarakatuh

Walaikumsalam wr.wb.

Gimana kabarnya Zaki

Alhamdulillah baik pak

Ujiannya sudah selesai kan

Sudah selesai semua

Tadi hujan apa UTS, Gimana ujiannya, ada yang sulit

Ya ada yang sulit beberapa mapel seperti fisika Matematika wajib yang kemarin mungkin agak sulit dikit

Matematika wajib Siapa yang ngajar

Ibu nur saidah

Yang minat Pak Adib ya

Iya

Bagaimana ngejakan matematika

Ya ada nggerandolnya dikit gitu pak, sempet bingung gitu

Yang matematika sampek materi apa

Yang apa

Yang sampek materi terakhir, sebelum UTS kemarin

Kalau matematika wajib itu sampai bab tentang mean berkelompok, kalau untuk matematika minat itu

sampai bab terigono metri

Limit?

Iya limit terigonometri suku banyak

Iya ya, jadi memang kalau belajar di MAN itu harus banyak yang dipelajari, tapi samean pas pengisian

minat belajar itu minatnya ya lumayan tinggi iya? Memang suka matematika?

Suka!

Kenapa suka matematika?

Karena kalau dibanding mata pelajaran lain itu matematika kayak ilmu pasti lo pak, jadi ndak perlu mikir...

Ndak perlu kita mengembangkan, kan gitu kayak penuh penafsiran gitu ya?

Kalau misal dibandingkan sama bahasa indonesia perlu membuat kata sendiri apa gimana

Iya, saya juga sama sih kalau disuruh puisi, samean juga gitu ya?

Iya, agak susah

Pas dulu semester 2 kelas 11 kan belajar limit ya

Iya

Itu samean sampek mana, sampai di kita bahas atau belum?

Sudah itu untuk yang kelas 11 kemarin kalau ndak salah sampai, eee.. Kalau seinget saya itu sampai yang

pembagian itu lo pak, limit dalam bentuk pembagian

Oh iya ya ya, dari sifat-sifat limit itu ya

Tapi kalau yang, limit misalkan dengan cara pemfaktoran atau dengan cara mengkalikan dengan sekawan nya itu sudah?

Sudah

P :Berarti aslinya mudah berartikan, tapi mungkin secara pembahasannya memang perlu pemahaman, memang biasanya karena waktunya mepet itu bahasanya itu dipermudah, jadi to the point. Berarti samean kira-kira paham limit ya, coba limit itu apa sih?

S1 :*Limit itu kayak, nilai yang mendekati suatu limit, gimana pak ya nejelaskannya, menurut pemahaman saya limit itu kayak nilai yang mendekati suatu nilai juga baik dari arah kanan maupun arah kiri*

P :Berarti nilai itu mendekati, berarti nilai itu sampai berpotongan atau ndak?

S1 :*Tidak sampek, hnya mendekati saja tidak sampai menyentuh*

P :Tidak sampai menyentuh ya. Berarti misalkan kita punya himpunan bilangan real, limitnya di  $x=1$  didekati dari kiri, 0,00000 berarti ndak sampai 1 ya

S1 :*Iya ndak sampai 1*

P :Itu konsep limit ya?

S1 :Iya

P :Bisa menuliskan limit dengan simbol matematis?

S1 :Limit dengan simbol matematis, bisa

P : Ayo coba, yang tadi gimana disini, misalkan ini simbol matematisnya gimana yang nomer 1

S1 : Limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $2x + 1$  (sambil menulis)

P : Cobak sekalian diselesaikan

S1 : Jadi untuk cara yang ini kita hanya perlu mensubstitusikan, yaitu  $2 \times \text{min } 1$ , 2-nya kita kalikan dengan 1 tambah 1, jadi 2 kali 1 sama dengan 2 tambah 1, 2 tambah 1 sama dengan 3

P : Tahu maksudnya ini ndak?

S1 : Eee, tahu pak, jadi untuk nilai limit  $x$  mendekati 1 itu nilainya akan semakin mendekati ke nilai 3

Iya, misalkan  $x$  ini berartikan input ya, berarti nilai yang kita masukan ke dalam fungsi ini, berarti kalau maksudnya tadi berarti, kalau nilainya itu kita masukan mendekati 1 fungsinya nanti limitnya juga kan mendekati? Yang ini akan mendekati?

3

Baik dari?

Sisi kiri atau limit negatif atau dari kanan limit positif

Berarti samean limit faham berarti ya

Faham, tetapi kalau secara teori agak

Memang kita itu kadang, saya juga membahasakannya sulit tetapi bisa dipelajari

Iya,

Oke, kalau dari misalkan contoh ke-3 ini, tadikan samean sudah mengerjakan, dari ke-3 fungsi ini, mana yang merupakan fungsi yang memiliki limit mana yang tidak memiliki limit?

(05.56)

Untuk fungsi yang memiliki limit yaitu untuk  $f(x)$  dan  $g(x)$ , dan untuk fungsi yang tidak memiliki limit yaitu untuk fungsi  $h(x)$

P : Kenapa kok  $h(x)$  gak ada limitnya

S1 : Karna semisal jika kita substitusikan... karena untuk  $\lim h(x)$  itu semisal jika kita ambil contoh  $x$  mendekati 1, itu untuk nilai  $x$  nya 1 ataupun dibawah yaitu 0,5 itu semakin lama akan semakin menjauhi angka 1, untuk yang contoh ke-2 atau untuk  $x+1$  untuk  $x>1$ , jika semakin besar kita mengambil angka maka semakin besar pula nilai yang kita dapatkan. Jadi semisal di garis bilangan, semakin ke kiri bukannya jadi 1 tetapi malah menjauhi 1, jadi tidak ditemukan limitnya

P :Jadi misalkannya, samean bisa nggak menuliskan ini dengan tabel nilai?

S1 :Bisa

P : Coba dituslikan disini aja, dengan tabel nilai

S1 :Jelek-jelek gakpapa kan ya

P : Bagus pastinya, tulisan saya jelek tadi, ngambil tiga dari kanan, tiga dari kiri gitu aja

(siswa menulis) (07.30)

S1 : Semisal kita substitusikan untuk dari kiri itu min 3 kuadrat itu hasilnya akan 9, itu yang kedua min 2 kuadrat bernilai 4, min 1 kuadrat bernilai 1

P : Oke, sekarang yang mendekati dari...

S1 : Dari kanan, untuk 2, dua tambah 1 sama dengan 3, 3 tambah 1 sama dengan 4, 4 tambah 1 sama dengan 5

P : Nah, berarti kalau ini kesimpulannya gimana?, kesimpulannya berarti, kalau didekati dari kiri itu akan kalau limit kirinya mendekati nilai? Apa berarti

S1 : Mendekati nilai 0 pak

P : Nilai?, paham yang saya maksud?, berarti kalau misalkan, ini kan kita buat garis bilangan (menulis garis bilangan) (08.50), ini kan limitnya di 1 ya, kalau satu ini  $x$ -nya kita dekati dari kiri  $h(x)$  nya akan mendekati nilai?

S1 : Satu

P : Dari kiri mendekati nilai satu, kalau kita  $x$ -nya kita dekati dari kanan, satu-nya ini, kita ambil  $x$ -nya dari kanan, akan mendekati nilai?

S1 : Satu juga, oh aaa...

P : Berapa?

S1 : Hmm,

P : Biar mudah kita ambil kita ambil himpunan bilangan riil,  $x$ -nya kita ambil himpunan bilangan riil, contoh berarti ini 1,2 ya kenapa kok kita ambil secara detail?, biar kita bisa melihat rincihannya, inikan terlalu ebar jaraknya ya. 1,4. Coba kita substitusikan dari sebelah kanan, ini kalau kita substitusikan berapa hasilnya?

S1 :  $1,4+1=2,4$  dibawahnya sini pak ya, 2,3, 2,2

P : Kalau kita ambil di 1,1 berapa

S1 : 1,1, 2,1

P : Berarti kalau kita dekati dari kanan akan mendekati nilai?

S1 : 2

P : Kalau kita dekati dari kiri akan mendekati?

S1 : 1

P : Berarti limit kanannya berapa?

S1 : Limit kanannya 2

P : Limit kirinya?

S1 : 1

P : Jadi kesimpulannya apa?

S1 : Bukan nilai limit, karena persyaratan limit kan yang pertama ada nilai kiri, ada nilai limit kanan, dan yang ketiga yaitu nilai limit kiri dan limit kanan itu sama

P : Berarti ini bukan?

S1 : Bukan limit

P : Tidak ada?

S1 : Tidak ada limitnya

P : Memang kadang membahasakannya sulit, tapi kalau kita wawancara gini kan, oh berarti samaeen paham, gitu kan!, berarti tadi syarat yang tidak dipenuhi itu apa?

S1 : Syarat yang ke 3, yaitu nilai limit kiri dan nilai limit kanan tidak sama

Berarti yang tadi ada..., yang tadi kan ini ada limitnya, ada limitnya, berarti coba soal no.2, ini ya, berarti limitnya itu 3 ya, yang nomor ini aja coba kita buat tabel nilai, ini mendekati 1, mendekati 1 dari kiri dan dari kanan, coba samean lihat disini berapa

Dari kiri 0.9, 0.8, 0.7 yang kanan 1.1, 1.2, 1.3

Coba!

$1.8+1=2.8$ ,  $1.6+1=2.6$ ,  $1.4+1=2.4$ ,  $1.1 \times 2+1=3.2$ , ini  $2.4+1=3.4$ ,  $3.6$

Berarti kalau didekati dari kiri mendekati nilai berapa?

Tiga

Kalau didekati dari kanan nilainya?

Tiga juga

Ini tadi nilainya berapa?, limitnya berapa? Ini kurang teliti ya, coba dipebaiki!

Oh iya plus satu

Berarti gimana yang benar?

$2 \times 1 + 1 = 3$

Berarti syarat yang terpenuhi apa aja?

Limit kananya 3, limit kirinya 3, kedua limit memiliki nilai yang sama.

P : oke, jadi paham ya? sekarang kita coba ke poin yang eee nomor 3 soal nomor 4 ya, coba saya menjelaskan ini kok bisa dapat 3 ini? gimana caranya? iya, coba samean jelaskan

S1 : untuk ini, saya akan mengambil untuk limit  $g(x)$ ,  $x$  mendekati 2 jadi untuk limit  $x$  mendekati 2 langsung saya substitusikan ke  $x^2-1$  per  $x-1$ ,  $x^2$  sama dengan  $2^2-1$  per  $2x-1$   $2^2-1$  dikurangi 1 sama dengan 3, 3 per 1 sama dengan 3 gitu

P : Oke, kenapa kok ngambilnya limit mendekati 2 bukan limit mendekati 1?

S1 : karena untuk limit mendekati 1 kalau semisal kita mengambil atau mencari nilai limit dengan menggunakan substitusi itu akan menghasilkan nilai  $0/0$  atau tak tentu, jadi untuk nilai limit  $x=1$  jika semisal kita mau mencari nilai limitnya maka kita akan menggunakan cara pemfaktoran

P : oke ini berarti gimana? coba dijelaskan yang atas

S1 : untuk limit  $x$  mendekati 1 untuk fungsi  $g(x)$  sama dengan limit  $x$  mendekati 1 yaitu  $x^2-1$  per  $x-1$ , semisal kita substitusikan langsung  $1^2-1$  per  $1-1$  sama dengan 0 maka akan muncul bentuk tak tentu

P :  $0/0$  ya?

S1 : dan jika bentuk tak tentu maka itu bukanlah nilai limit, jadi kita faktorkan untuk fungsi  $g(x)$  yang atas yaitu limit  $x^2-1$  kita faktorkan menjadi  $(x-1)$  dikali  $(x+1)$ , oke untuk limit  $x$  mendekati 1,  $(x-1)$  dikali  $(x+1)$  per  $(x-1)$  disini ada beberapa fungsi yang bisa kita hilangkan yaitu  $(x-1)$ , karena pada kedua ruas yaitu atas untuk penyebut dan pembilang ada fungsi tersebut maka kita coret, jadi menyisakan limit  $x$  mendekati 1 untuk  $(x+1)$ , dikarenakan sudah ada yang dicoret atau sudah ada yang dihilangkan maka bisa kita laksanakan atau bisa kita gunakan fungsi atau cara substitusi untuk limit  $x$  mendekati 1 untuk  $(x+1)$  yaitu  $1+1$  sama dengan 2 ya

P : berarti limit nya

S1 : 2

P : limit nya 2 ini gak perlu ini ya, karena ini, coba kita liat karena ini aslinya kalau kita mau mencari  $x$  mendekati berapa, kita coba liatin karena yang nanti itu secara substitusi itu  $0/0$  itu adalah kalau kita masukkan 1, berarti nanti itu pasti limit nya di 1 berarti mendekati 1 dari kanan atau dari

S1 : kiri

P : seperti itu nah, berarti ini limit  $x$  mendekati 1  $g(x)$ , gitu ya, kita karena substitusi  $0/0$  limit nya itu 2 kalau mendekati 1. Oke kalau yang soal nomor 1 tadi samean bisa terangkan gimana kok bisa dapat nilai ini coba jelaskan lagi

S1 : Ya karena untuk (17.05) mencari nilai limit  $x$  mendekati untuk  $2x+1$ , jika kita substitusikan akan langsung mendapat nilai atau tidak ada hasil  $0/0$

Berarti sampai sini samean kira-kira bisa memahami maksud dari limit kanan dan limit kiri, kira-kira bisa ya? Bisa

P : Oke, berarti yang no. 4 no. 5 tadi, samean bisa menjelaskan, kenapa kok bisa dapet tabel yang seperti ini?

S1 : Jadi untuk lim  $x$  mendekati 1 untuk  $f(x)=2x+1$ , itu akan mendapati nilai 3, kenapa?, karena pada semisal kita menggunakan tabel nilai untuk limit  $2x+1$  untuk  $x$  mendekati 1, semisal kita dekati  $x$  dari sisi kanan, kita menggunakan nilai 1,1 akan menghasilkan nilai  $f(x)$  3.2, untuk 1.2 akan mendapat nilai 3.4, untuk 1.3 akan mendapat nilai 3.6, sementara jika kita dekati dari kiri untuk nilai  $x = 0.9$  menghasilkan  $f(x)$  2,8, untuk 0.8 menghasilkan  $f(x)$  2.6, untuk 0.7 menghasilkan 2.4. Semisal kita lihat untuk  $fx$  ya, untuk  $fx$  dari kiri semakin ke kanan atau semakin ke 1 itu akan mendekati nilai 3, jika kita lihat dari kanan untuk limit kanan semakin mendekati 1 maka nilainya kan mendekati 3, jadi bisa kita simpulkan bahwa untuk nilai limit  $x$  mendekati 1  $2x+1$  itu mendekati 3

P : Berarti samean kok ngambil ini, kok bisa ngambil ini 1.1, 1.2, 1.3 di sini itu 0.9, 0.8, 0.7 patokannya apa?

S1 : Untuk patokannya apa saya mengambil untuk nilai yang di kiri itu nilai yang kurang dari nilai yang ingin di cari

P : Berarti patokannya 1, mendekati 1 dari kiri. Berarti gak mungkin  $x$  mendekati 1, samean tulis disini 2.9, maskduanya samea ada dasarnya samean ngambil ini ya. Dasarnya mendekati 1 dari kiri dan 1 dari kanan. sekarang yang terakhir, soal yang no.5 dan no. 6 dungsinya sama kan ya, ini bentuk grafiknya kenapa kok seperti ini, tidak lurus, linear, agak belok gitu, cobak ya kita telaah dulu. Coba sekarang kita lihat nilai 2 ini di sumbu apa?

S1 : Terletak pada sumbu  $y$

P : Berarti kalau kita gambarkan ke cartesius, berarti bagaimana?

S1 : 2,5

P : Berarti 2 nya mana, yang ini doaminnya ini. Sekarang 3.7

S1 : 3 nya disini 9 nya 4, 4 disumbu  $x$  dan 9 di sumbu  $y$ , ini salah kayaknya pak, ini harusnya 0 nya disumbu  $x$ , jadi disini untuk  $y$  nya disini 1

P : Cobak samean benarkan cobak gimana

S1 : Harusnya  $y$  nya disini, jadi semisal kita tarik garis

P : Seharusnya lurus atau ndak

S1 : Lurus

Samean tadi merasa ada yang janggal atau ndak?

Iya

Kalau fungsi ini kan bukan fungsi kuadratik, seharusnya lurus. Bisa ndak kita menggambar grafik fungsi  $nox$  dari ini (tabel nilai)?

Bisa cuma inikan saya habis nyoba pakai ini, nilainya to lo pak nggambar nya

Ya dak papa, setiap rentang pakai 0.1, paham ndak maksudnya

Ndak cukup ini pak disini, atau kecil-kecil ndak papa

Ndak papa, enak nya samean langsung gambar sb  $x$  dan  $y$  nya dulu biar enak penempatan. Ya ndak cukup ya Iya keatas nya

Iya ndak papa udah, berarti dari garafik ini samean bisa memahaminya ya. Kira-kira dari soal tadi ada yang dibingungkan ndak?

Mungkin, saya kira untuk soal penelitiannya kayak mengerjakan soal biasa, tapi ndak papa pak jadi saya makin paham teorinya

(25.45)

## Lampiran 20 Transkrip Wawancara S2

P : kira-kira sebelum kerjakan kemarin, masih ada yang nyantung enggak? tentang limit yang sudah dibacari dulu?

S2 : ya, ada

P : menurut samean matematika itu gampang atau enggak? atau sulit, tapi enak saja pelajarnya atau gimana?

S2 : tergantung materialnya kalau saya memahami ya gampang, tapi enjoy tapi kalau sulit, ya ngerasa sulit tapi tetap enjoy

P : oh gitu ya, sering misalkan samean enggak paham, tetap ingin misalkan kadang enggak paham wes gak sering atau gimana?

S2 : kalau enggak paham, kayak kepo gitu

P : malah kepo gitu ya, sekarang kita lakukan wacara ya sama kira-kira dari limit, apa yang samean paham tentang konsep limit fungsi dengan bahasa sendiri, terserah sebisanya saja harus baku atau bagus

S2 : kalau limit fungsi itu kita nyari nilai yang mendekati itunya

P : apa itunya, misalkan kita punya limit di  $x$  sama dengan  $1$  ya,

S2 : nilai yang mendekati  $1$

P : gitu ya? berarti secara sederhana limit itu apa?

S2 : nilai yang mendekati

P : berarti secara sederhana kalau kita nilai yang didekati suatu fungsi menuju suatu titik yang sama dengan  $1$  itu kan  $1$  garis itu kan? kalau misalkan kita punya misalkan garis bilangan gini ya kita punya  $x$  di sama dengan  $1$  grafiknya akan seperti ini kalau kita bergerak ke kanan terus gimana nanti? ini kan nanti ke kanan dan ke atas seperti apa? coba diteruskan akan seperti apa nanti? grafiknya ini

S2 : gimana?

P : kalau kita punya, ini kan di limitnya itu di sama dengan  $1$  ya kalau kita tuliskan, batasnya ini ya kalau kita punya suatu grafik bergerak ke atas condong ke atas kanan ini ya nanti kalau diteruskan, seperti apa? coba ngerti ga?

S2 : kalau diteruskan,

P : ini gimana?

S2 : ya mendekati

P : coba teruskan boleh tulis jangan takut salah nanti kita benarkan

S2 : mendekati gini

P : misalkan ga gitu? engga ya kenapa kok bisa gini?

S2 : soalnya kan cuma mendekati doang mendekati doang

P : ga sampe?

S2 : ga sampe melewati atau ga sampe nyentuh

(04.04)

P : yakin? ok, sekarang bisa ga? menuliskan misalkan kita punya soalnya itu suatu fungsi  $f(x)$  mempunyai limit  $ix$  sama dengan  $1$  samean bisa menuliskan notasinya ga?

S2 : notasinya itu kayak gimana?

P : simbol matematikanya gimana? bisa ga? limit limit fungsi  $f(x)$  di  $x$  sama dengan  $1$  bisa ga?

S2 : kayak soal gitu ?

P : coba coba gimana?

S2 : limit  $f(x)$

P : limit fungsi  $f(x)$  di sama dengan  $1$  oh gitu ya? yakin? ok sekarang setelah dari soal nomor 1 2, 3, sudah sama kerjakan semua silahkan dilihat mana dari ketiga fungsi ini yang memiliki limit dan mana yang tidak memiliki limit bisa jangan cek lagi atau mungkin sama koreksi lagi atau nanti bisa berubah jaman kira-kira fungsi mana dari ini yang tidak memiliki limit di sama dengan  $1$  atau tidak memiliki limit di sama dengan  $1$  mana kira-kira? ini punya limit ga?

S2 : punya?

P : yakin?

S2 : itu kan kayak dengan cara substitusi gitu

P : limitnya ada?

S2 : ya

P : yang nomor 2 punya limit ga?

S2 : punya tapi caranya pefaktoran

P : ini kok di tulis sudah punya limit kenapa?

S2 : kan ini kan kan ini gini pak ini dengan cara subsidiasi langsung kalau substitusi langsung itu ga punya limit soalnya  $0/0$

P : tapi siapa punya limit ga?

S2 : punya

P : caranya itu kan ada berapa ya kalau kita pakai subsidiasi memang ga bisa, berarti kita lanjutkan dengan cara

S2 : Pemfaktoran

P : berarti berarti tidak punya limit, ada limitnya, tapi cara perhitungannya bukan pakai

S2 : substitudiasi,

P : berarti ini gimana?

S2 : punya limit

P : yang nomor 3 ada limitnya ga? Samean kir-kira bingung ga? sama soal nomor 3 ini ada yang dibingung apa kira-kira? simbolnya kah? atau perintah soalnya? atau fungsi cabangnya bingung? apa kira-kira? jadi bingung apa?

S2 : itu itu punya limit

P : punya limit? Yakin iya kita bisa menghitung kembali ya? kita hitung lagi ya? mau ga hitung lagi? kemarin kalau gini enakya pakai langsung apa? pakai tabel nilai gitu aja ya? ini X, ini

S2 : FX

P : ini di ini limitnya kan di 1, kalau dari sini namanya apa? mendekati dari?

S2 : dari 1, dari kiri, dari kanan

P : bisa sama tulis kan? nilai-nilai yang mendekati dari kiri dan nilai dari kanan apa aja? berarti berapa disini?

S2 : 0,9

P : 0,9, coba tulis ya nah disini 3 aja oke, disini sekarang dari soal ini yang kira-kira sameanpahami apa? dari sini bisa pahami ga? Maksudnya, maksudnya X kuadrat untuk X kurang dari atau sama dengan 1 maksudnya apa?

S2 : Jadi kalau kita substitusikan X1 ke X kuadrat itu kan nilainya tetap 1, eh iya

P : X kurang dari 1 maksudnya apa?

S2 : ya dari 1 ke bawah

P : bawah ya? kalau untuk X lebih dari 1 apa?

S2 : 2, mulai dari 2 ke atas

P : berarti 1 ke?

S2 : 1 ke atas

P : oke ya, dari itu bisa pahami ya terus kalau kita ini kan ada dari kiri dan dari kanan ini kita masukkan ke fungsi yang mana? ini dimasukkan ke mana? ini dimasukkan ke mana? ini kan ada 2 fungsi coba ini dimasukkan ke mana? ini dimasukkan ke mana? coba ini dimasukkan ke fungsi bang coba tuding aja

S2 : eh yang ini eh, bentar pak oh yang ini pak

P : kenapa?

S2 : karena ini kurang dari sama dengan 1

oh gitu ya? kalau yang ini dimasukkan ke mana?

S2 : Ke sini

kok bisa gitu?

S2 : karena lebih dari 1 ya

coba kita masukkan nilainya 0,7 dimasukkan ke sini, asalnya berapa?

S2 : 0,49

coba tulis aja

kalau ini 0,8 dimasukkan ke mana?

S2 : 0,64 oke

Lanjut, nah ini juga lanjut coba

S2 : 2,1 2,2 eh, siap-siap pak, ngelag 2,2 2,3 iya

oke, kalau kita punya nilai X mendekati 1 dari kiri, X mendekati 1 dari kanan kita masukkan ke fungsinya hasilnya yang dari kiri mendekati berapa?

kalau ini kalau langsung 2 gitu nggak boleh pak ini kan 0,81 iya,

ini kalau dari sini 0,49, 64 0,81, kalau semakin kesana mendekati dari berapa?

1,

mendekati nilai?

1, atau berarti limit, berarti ya berarti lim X, mendekati 1 dari kiri ya berapa? 1, berapa cepat? apanya?

kalau mendekati 1 dari kiri hasilnya fx nya ternyata mendekati berapa? 1, mendekati 1 iya,

kayak gini pak

kalau dari sini? mendekati 2,

kalau nilai 1 dari kanan fx nya mendekati berapa? 2,

berarti limit kanannya coba tulis limit di bawahnya pak X, mendekati 1

ini plus apa pak? di tulis apa enggak?

tulis, sekarang kita bisa bandingkan ini tandanya berarti apa? apakah sama dengan atau tidak sama dengan?

tidak sama dengan berarti gimana tulisnya? di antara ini gimana pak? gini apa? langsung gini?

P : sekarang kita simpulkan berarti ada limitnya enggak?

S2 : enggak,

P : kenapa? apa yang syaratnya enggak terpenuhi? syaratnya ada limit itu apa?

S2 : syaratnya limit itu ada 3

P : coba yang satu

S2 : apa pak ya?

P : limit kanan nya ada

S2 : limit kanan nya ada limit kirinya ada yang ketiga itu harus sama pokoknya kalo enggak sama ya enggak limit

P : limit kanan nya ada enggak? berapa

S2 : ada 2

P : limit kiri nya ada enggak?

S2 : Ada

P : Terus syarat yang ketiga limit kanan dan ini sama enggak?

S2 : nggak

P : tidak terpenuhi berarti ya berarti ini bukan

S2 : bukan limit

P : yang bikin saya bingung apa sih ini tadi memahami ini kurang dari sama dengan atau lebih dari

S2 : ya pak saya cuman gini doang

cobak ini apa?

(13:30)

jadi kemarin enggak kepikiran kalau ini

nah makanya ini kurang dari sama dengan satu berarti kalau kita ambil nilai-nilai yang kurang dari satu maksudnya kesini ini lebih dari satu kalau kita ambil nilai yang lebih dari satu maksudnya kesini maksudnya seperti itu ya mungkin memang nggak paham disini nanti belajar lagi, mau ambil matematika? enggak

oh enggak kalau soal nomor kira-kira nomor 2 ini yang bikin samean bingung apa? ada enggak yang bikin bingung ini?

ini lo pak gimana maksudnya?

apa nya?

yang tidak sama dengan satu

ini berarti limitnya mendekati berapa ini?

limitnya mendekati satu

mendekati berapa?

satu

sekarang kalau kita tadi ya kalau kita punya garis bilangan X sama dengan satu kalau kita punya kurva seperti ini seperti yang tadi apakah nanti memotong dari garis X sama dengan satu atau cuman mendekati?

mendekati

memotong enggak?

enggak gini doang kan?

oh iya makanya enggak sama dengan satu

iya kan?

(15:01):

ini kan berarti cuman mendekati saja, berarti bukan sama dengan satu cuma mendekati, kalau kita masukkan sama dengan satu coba hasilnya apa?

0/0

atau tak?

Tak tetu

sekarang bisa di pahami enggak? berarti yang bikin dinginnya ya?

iya

berarti tetap limit mendekati satu artinya mendekati satu kan bukan berarti satu iya kan?

yang dibingungkan lagi selain ini apa? tanda X bukan satu apa? X tidak sama dengan satu apa? selain itu?

Udah kayaknya

itu saja?

S2 : iya jadi pemikiran saya ini 0/0 jadi saya pakai cara ini,

P : ini notasinya kan belum ditulis ya?

S2 : Iya

P : sebelum ini kan harus ditulis?

S2 : iya limit X mendekati satu

iya ini seperti itu lah pak  
 coba tulis saja  
 di sini pak ya?  
 iya oke nomor satu ini ada limitnya? mengapa kok ada limitnya?  
 soalnya secara substitusi?  
 ya secara substitusi ya memang ada  
 berarti bisa disimpulkan fungsi F ini ada?  
 ada limitnya  
 P : fungsi G tadi ada ada limitnya ada?  
 S2 : ada  
 P : berarti yang tidak ada cuma satu ya? coba samean jelaskan bagaimana kita menyelesaikan soal nomor empat ini ini kan sama kan soal nomor dua bisa samean benarkan?  
 apa nya?  
 kita lihat kira-kira benar tidak?  
 ini yang salah  
 coba kira-kira benar tidak jawabannya 3 juga gitu setelah kita coba koreksi lagi, cara yang benar bagaimana?  
 coba bentar,  
 ya oke  
 oh ini lho pak ini itu yang benar ini cuma kalo misalnya limitnya mendekati dua kan bisa di maksudnya makanya saya kasih ini begitu,  
 hasilnya berapa?  
 dua  
 P : tahapan untuk menyelesaikan soal nomor empat ini ada berapa?  
 S2 : Ada dua, pertama itu substitusi berhubung substitusinya hasilnya yak tentu jadinya kita pakai perfaktor  
 P : oke, sekarang kita coba lihat nomor empat bagaimana cara samean ya nomor lima ya bagaimana samean menyajikan tabel sesuai perintah nomor lima ini kok bisa dapat ini? coba darimana coba ini kayaknya kayaknya  
 ini ada yang salah deh pak  
 apa yang salah? yakin ada yang salah?  
 gak tau sih  
 ada yang salah ndak? Ini fx yang mana?  
 Yang ini  
 ini sama dapat darimana ini kan x dimasukkan ke fx iya gak? bingung gak? bingung  
 gimana pak? fk ini Samian ngambil fungsi yang mana? yang ini kan bukan? yang ini ini kan sudah ada di depannya fx sama dengan apa?  $2x$  sama dengan plus 1 ya?  
 iya lah ini samean dapet darimana saja pak?  
 dari sini sih pak pakai cara yang ini  
 oh ambil yang ini? iya tapi sekarang coba kalau misalkan fungsi yang ini hasilnya langsung di bawahnya aja  
 coba berarti kalau misalnya x nya 0,6 efeknya ini berarti hasilnya?  
 $2$  dikali 0,6 plus 1  
 iya berapa? 1,12 iya pak  
 masa sih, 0,6 dikali 2,  $6 \times 2$  berapa sih?  
 1,2  
 tambah?  
 tambah 1, berarti 2,2  
 berarti tulisnya keci-kecil aja biar dulu sampai, kalau ini  
 gak apa ya pak ya? dicoret-coret 1,4 berarti 2,4, 2,6 terus ini juga?  
 iya coba  
 yakin ini 2,1 bukan 2,4 dulu yakin?  
 bentar pak  
 ini kan 1,1,1,2,1,2,1,4 yakin gak ketukar? gak tau yakin gak? iya benar ini ingin sama ini ya coba 1,1  
 di masalah kesini kan? iya 1,2 ditambah 1 3,2 iya pak 3,2  
 kalau yang itu?  
 3,4 3,6,3,8  
 coba sama tulisan lagi disini limit kanannya berapa? Limit kirinya berapa  
 ini?  
 terus langsung ke ini limit coba limit mendekati satu kan? dari kiri sama dengan  
 ini pak ya?  
 P : mendekati satu dari kiri mendekati berapa?

S2 : ini 2 oh salah, ini 3  
P : mendekati berapa?  
S2 : 3 pak  
P : sekarang disini limit  $x$  menegati dari kanan juga mendekati berapa?  
S2 : 3  
P : limit kanan dan kirinya sama ndak?  
S2 : sama  
P : ini ada limitnya ada?  
S2 : ada  
P : berarti syarat yang terpenuhi  
S2 : limit dari kiri ada limit dari kanan ada  
P : dan ternyata?  
S2 : ternyata antara limit dari kanan itu sama iya sama  
sekarang coba samian nilai ini ini kira-kira sudah benar atau belum?  
gak tau  
P : samian dapat dari tabel ini dari mana? kok bisa misalkan ya ini berapa? 0,6 gadangnya 1,6, kok gitu?  
S2 : dari sini pak  
P : ini tadi benar atau salah?  
S2 : salah  
bisa buat tabel baru?  
Bisa isnyaallah  
coba ambil 3 nilai aja ini dari kanan dari kiri juga 3 nilai pakai ini biar ini kan ini pak  
soalnya ini kan sampai 3 kan,  $fx$  itu kan  $y$  jadi kan nanti perlu yang panjang coba, mencong-mencong gak papa  
yang  $X$  nya juga 3 pak  
ini dari kiri 3 dari kanan 3  
 $X$  nya kan gak sampai 1 kan 1 cuma lebih dikit berarti cuma dikit iya gak?  
gini pak  
ya coba kamu gambar aja ini ini sumbu apa berarti?  
 $X$   
ini sumbu apa  
 $y$   
P : sekarang coba kamu gambarkan grafiknya dari nilai-nilai ini 0,9 itu dimana?  
S2 : di sini  
P : yakin? ini kalau kesini  $X$  nya negatif atau positif?  
S2 : negatif  
P : ini  
positif  
P : 0,9 apakah negatif?  
S2 : positif  
P : negatif batas ukurannya itu dari mana sih nol kebawah  
P : nol kebawah kan, cobak tulis aja 0,9 dimana  
S2 : disini, eh iya a pak  
P : kalau kiri lebih kecil atau lebih besar  
S2 : kecil, tidak tok kan pak  
iya cobak  
1,1 hmmm  
(26.55)  
Gini pak ya  
P : Iya, oke satu lagi, berarti bisa buat grafiknya brati, dengan meg  
S2 : Menghubungkan  
Jadi kira-kira kesulitan buat grafik apa sih  
Ini salah ini  
Kira-kira dari soal 1- 6 yang membuat sulit apa sih,

### Lampiran 21 Transkrip Wawancara S3

P : Gimana kabarnya Alfiatu  
 S3 : Baik Alhamdulillah  
 Rumahnya dimana?  
 S3 : Wajak, wonoayu  
 Oh Wonoayu, Wonoayu itu ikutan Sumberputih?  
 Iya kok tau?  
 Saya orang wajak  
 Oh iya, wajak mana?  
 Patokpicias tau?  
 Oh iya, tau dong  
 Kesini di jemput atau naik motor sendiri?  
 Naik motor  
 Pas tadi saya review, sebenarnya materi limit sudah diajarkan di kelas 11 ya  
 S3 : Iya  
 Kira-kira masih inget atau ndak?  
 S3 : Nggak  
 Kenapa?  
 S3 : Karena banyak materi lain mungkin  
 Oh gitu ya  
 S3 : Banyak beban lain  
 Iya, jadi ketua osis itu berat ya?  
 S3 : Berat, nggak jadi lumayan berat  
 P : Iya oke, pas tadi negrjakannya ada yang dibingungkan nggak terkait soalnya?  
 S3 : Ada sih  
 P : Apa coba yang mana?  
 S3 : Maksud soalnya, yang kayak gini  
 P : Yang mana  
 S3 : Yang fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  sama dengan, ini untuk bilangan riil kan?  
 Iya  
 S3 : Mempunyai limit di  $x$  sama dengan 1  
 Iya  
 S3 : Mengapa, berarti kan itu  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$  gitu kan  $x$  mendekati 1  
 Iya, iya  
 S3 : Nah itu bisa dihitung gini  
 Iya  
 S3 : Tapi untuk menjelaskan mengapa kok seperti itu, itu lho susah  
 Oh gitu, samean ndak paham 'mengapa' gitu ya  
 S3 : Iya, mengapa kok seperti itu, kan caranya juga gitu, nggak tahu  
 S3 : Coba, ini kita pahami soalnya dulu ya, apakah fungsi  $f(x)$  ini mempunyai limit? Ada  
 Ada tapi nggak tahu  
 S3 : Mengapa, berarti perlu kita jelaskan ya,  
 syaratnya suatu fungsi itu ada limitnya itu ada berapa?  
 S3 : Syaratnya fungsi ada limit?  
 Syaratnya fungsi memiliki limit itu apa syaratnya?  
 S3 : Yang pertama sama,  
 Sama apanya sama, apa cobak  
 S3 : Nilainya, dari kanan atau kiri, mendekatinya itu loh  
 Cobak terangkan  
 S3 : Itu kan ada yang dari kanan atau kiri, itu nilainya harus sama, apasih  
 Limit kanan  
 S3 : Limit kanan  
 Dan limit kirinya  
 S3 : Dan limit kirinya itu harus sama,  
 Gitu ya, oke, samean bisa jelaskan nggak kenapa kok ditulis seperti ini  
 Soalnya untuk membuktikan sama iya apa ndak  
 Oh iya coba coba, kenapa kok dapet ini  
 Itu biangan riil kan  
 Iya, kok dapet ini dan ini kenapa coba jelaskan  
 Ini, kan ini  $x$ -nya, oh nggak ditulis tadi  $x$  sama  $f(x)$  nya  
 Coba ditulis gimana  
 Ini kan  $x$ , sini  $f(x)$  itu kan tadi (sembari menulis), terus ini kita masukan  $x$  ke fungsinya satu-satu, 0 ini  
 dimasukan kesini nanti hasilnya kayak gini-gini  
 Gini-gini itu apa coba

Gini-gini ya 0 ini dimasukan kesini nanti hasilnya, terus -1 dimasukan ke fungsi  $2x+1$  itu dapetnya -1 terus -2 dimasukan gitu ke fungsi ini hasilnya juga gitu hasilnya -3, seterusnya yang ini juga sama  
Kenapa kok samean ngambil 0, 1, 2 sedangkan disini kok 2, 3, 4 kenapa

Kan sebelum dan setelahnya

Gitu ya

Iya

Berarti patokannya apa?

Satu

Patokannya satu, berarti mendekati 1 dari sebelah?

Sebelah kanan

Mendekati 1 dari sebelah

Sebelah kiri

Jadi patokannya adalah nilai-nilai yang mendekati 1 dari sebelah...

Kanan

Ini nilai-nilai

Yang mendekati 1 dari sebelah kiri

P : Oke brati samean paham gak tentang konsep limit itu apa?

S3 : Mendekati, nilai yang mendekati gimana

P : Coba apa, mendekati ya

S3 : Iya Intinya pokok mendekati

P : Misalkan kita punya soal di nomer 1 ini ya, ini kan nilai limit di  $x=1$ , berarti mendekati

S3 : Satu itu jadi patokannya buat yang lain mendekati itu, gimana sih kata-katanya, satu ini jadi kayak ditengah tengahnya, buat yang lain bisa gitu lo, kan satu ini hasilnya 3 terus

P : Berarti, mudahya berarti kalau limit  $x$  mendekati 1 berarti nilai fungsi itu akan mendekati 1 dari kanan atau dari kiri, tapi akan berpotongan nggak?

S3 : Nggak cuma mndekati saja

P : Jadi misalkan di sini ya, disini kan ada kayak bilangan rill gitu ya kalau sampe ndak berpotongan bisa berapa ini? Anantara nol dan satu

S3 : 0,1 sampek berapa itu

0,0009 termasuk nggak?

S3 : Oh iya banyak dong, termasuk

P : Berarti akalau misal kita buat grafik gini ya, ini 1 ini akan naik keatas, ktakanlah bergerak kesini (sembari menggambar), nanti gimana apakah berpotongan sret ini atau gimana

S3 : Ndak ini gini, kan mendekati tok, jadi gini terus, kayaknya, kayaknya kok kayak pernah ingat

P : Konsep limit gitu ya

S3 : Iya kan mendekati aja (06.05)

Kalo yan nomer 2 ini

Harusnya itu pakai faktor nggak sih, nggak tau soalnya ini tidak sama dengan 1

Gimana maksudnya samean?

S3 : Ini kan ini tidak sama dengan 1  $x$ -nya, jadi saya coba 2 aja terus jadi 3, ndak tahu

P : Oh gitu, samean dari soal yang no.2 ini ada yang dibingungkan nggak?, bingung maksudnya ini

S3 : Iya  $x$  tidak sasa dengan 1 itu

Maksudnya iu gini seperti yang saya jelaskan, berarti misalkan ini kalau limit  $x$  1 apa ini  $x$  kuadrat min satu,  $x$  min satu ya, kalau ini nilai satuya kita masukan berarti  $0/0$ , berarti disini itu bukan 1 berarti nilai-nilai yang berarda disebelah kiri atau sebelah sebelah kanannya

Satu, oh gitu

P : Paham ndak maksud saya, berarti ini tetep limit  $x$  mendekati

S3 : Satu

P : Tetapi cara penyelesaiannya bukan dengan substitusi, dengan apa?

S3 : Dengan faktor

Coba, bisa nggak?

(siswa menulis penyelesaian)  $(07.38) x - 1$ , loh terus gimana plus satu tah, enggak dong

Coba-voba

Bentar,  $x \times x = x^2$ ,  $-1$  dikali apa  $-1$ , endak sih  $+1$  dua dong,

Plus 1

Oh endak itu emang,  $x^2 - 1 \times 1$

P : Samean bisa menuliskan notasinya limit ndak?

S2 : Yang kayak gimana itu

Simbolnya limit apa, notasinya itu eee..., paham notasi ndak?

S2 : Paham kayak simbol gitu kan

P : Coba gimana, kalo imit  $x$  mendekati 1 itu gimana penulisannya (08.23)

S2 : Lim  $x$  satu (siswa menulis)

P : Berarti gini, ini kan yang kita ubah?

S2 : iya

ini tetep, berapa disini  
 $x - 1$   
 Berarti gimana penyelesaiannya  
 Disubstitusikan ini nya kan  
 Apa langsung disubstitusikan?  
 Ini dicoret  
 Kenapa langsung dicoret?  
 Karena sama  
 Karena saling menghi...  
 Menghiangkan  
 Tinggal apa?  
 Tinggal  $x - 1, x + 1$   
 Apakah langsung  $x + 1$  saja, apa ini ndak perlu kita tulis?  
 Perlu dong masih perlu  
 Masih perlu ya  
 Lim  $x$  (siswa menulis penyelesaian) udah gini (09.09)  
 Oke berarti penyelesaiannya kalo itu dengan apa?  
 Dengan disubstitusikan  
 Substitusi bisa ya, berapa hasilnya  
 $1 + 1 = 2$   
 Berarti limitnya berapa?  
 Dua  
 Ini kira-kira masih bingung nggak?

### ***Lanjutan hape***

Yang bingung apa memahami soal ini, memahami bahasanya?  
 Iya  
 P : Yang buat bingung apa?  
 S3 : Itu yang tidak samadengan 1  
 P : Maksud dari tidak samadengan 1, misalkan nilai 1 itu kita masukan dengan cara substitusi ya, hasilnya 0/0 atau tidak ten?  
 S3 : Tidak tentu, sebenarnya sama aja ya berarti?  
 P : Sama aja, berarti penyelesaiannya bukan dengan?  
 S3 : Substitusi  
 P : Dengan apa berarti?  
 S3 : Dengan faktor  
 Dengan faktor atau dengan perkalian se?  
 Perkalian sejenis  
 Itukan maksudnya, oke, samean kira-kira memahami nggak peribtah sola no. 1, 2 dan 3  
 Faham, suruh inikan membuktikan  
 Yang mengapa itu apa?  
 Mengapa, maksudnya?  
 Misalkan no.1 apakah fungsi  $f(x)$  itu mempunyai limit di  $x=1$ , kalau ada megapa?, kalau nggak ada..  
 Mengapa  
 Oke dari soal, dari fungsi  $f, g, h$  yang memiliki limit yang mana yang tidak memiliki limit yang mana?  
 Ini punya limit  
 Ini punya ndak?  
 Ini pun, belum kan tadi, punya punya  
 Berapa  
 Dua  
 Ini punya ndak?, cobak lihat  
 Punya  
 Yakin punya  
 Punya, nggak tau, loh kok langsung gitu ya  
 Iya, cobak kita kita kerjakan, samean kira-kira sulit memahami soal ini ndak?  
 Dibilang ndak sulit, sulit tapi udah ada di papan  
 Tapi dari soal ini, liminya itu mendekati berapa  
 Mendekati 1  
 Oke, berarti ini ada yang mendekati dari kanan, ada yang mendekati dari kiri, yang mendekati dqri kanan yang mana  
 Yang dari kanan yang ini  
 Berarti bisa dong kita masukan nilai  $x$ -nya, coba samean masukan nilai-nilai yang mendekati dari kanan  
 Terserah  
 Terserah, yang bilangan rill

0.9 0.6 ini kan

0.9 coba

Ini

Iya iya itu

S3 : 0.9, 0.8, 0.7, 1.1, 1.2, 1.3

P : Sekarang kalau kita masukan ke fungsinya gimana

S3 : Ini pakek fungsi yang ini

P : Nah coba, lah sudah kan ini ya

S3 : Iya

P : Berarti kesimpulannya apa, kalau kita dekati dari kiri maka  $h(x)$  akan mendekati nilai

S3 : Satu

P : Ini ya, kalau kita dekati dari kanan, mendekati nilai berapa

S3 : Satu juga

P : Mendekati nilai berapa

S3 : Dua dua

P : Satu atau dua

S3 : Dua, oh iya, aku kok aku bilange kok satu yo

P : Mungkin kurang konsentrasi yo

S3 : Nggak ada limit

P : Kenapa kok nggak ada limit

S3 : Nggak sama

P : Karena?

S3 : Dari kanan dan kiri nggak sama

P : Karena, limit kanan dan kirinya?, oke syaratnya kan ada tiga, limit kirinya ada, limit kanannya ada, sama

limit kirinya ada, limit kanannya ada, sama

Limit kirinya berapa

Limit kirinya satu

Limit kanannya?

Dua, tapi ndak sama

Berarti tidak ada?

Tidak ada limit, oh iya kan itu dua

Tapi kira-kira sudah faham ndak

Faham-faham

Kenapa tadi kok bisa gitu?

Cuma ini kurang teliti

Aslinya paham kan

Faham, ini benar kan

Benar benar

Berarti tadi fungsi  $f$ ,  $g$  dan  $h$  yang ada limitnya fungsi

$F$  sama  $g$

Yang gak ada limitnya fungsi

Fungsi  $h$

Kita kembali ke ini, syarat limit ada dan tidak ada saean sudah paham berarti ya

Faham siap

Cobak samean terangkan menyelesaikan tentang no. 4 ini

Ini kan kita pekek bilangan rill, ini kayak gini, apakah fungsi  $g$  untuk  $g(x)$

### **Lanjutan 14.30**

### **Lanjutan 14.00**

Speaker 1 (00:00):

Ya berarti, syarat limit ada dan tidak ada, berarti Samean sudah paham ya?

Sudah

Sudah paham ya?

Ok siap

P : Sekarang coba samean terangkan yang menyelesaikan tentang nomor 4 ini

S3 : Ini salah berarti ya?

P : Coba coba

S3 : Harusnya salah ya? Ini kan kita pakai bilangan rill, ini kayak gini

Hitunglah coba

S3 : Patokannya kan terserah berarti kan? Iya enggak?

Ya satu tadi, berarti limitnya mendekati berapa?

S3 : Satu

P : Satu kan, Berarti coba Samean tuliskan notasinya gimana limit  $X X$  mendekati berapa?

S3 : X mendekati satu  $x^2 - 1$   
P : Berarti notasinya seperti itu? Coba gimana?  
S3 : Dimasukkan aja gini kan? Enggak  
P : Coba mencari limitnya ini gimana  
S3 : Kayak tadi  
P : Coba coba jangan, ya coba  
S3 : Di indikan, di faktorkan ini tetep ditulis Lim X satu X X plus satu minus satu per X minus satu di coret terus timbul di sini sama dengan Lim X mendekati satu X plus satu udah gitu, Lim X plus satu, kayak tadi  
P : Hasilnya berarti limitnya berapa?  
S3 : Dua, satu minus satu iya  
P : Oke, berarti kalau misalnya kita menemukan bentuk seperti ini langkah-langkah yang pertama kita cek dulu kalau kita gimana? Kita cek dulu  
S3 : Disubstitusikan dulu kalau tidak terdefinisi lanjut di faktorkan  
P : Di faktorkan ya? Caranya seperti itu jadi sudah paham ya? Kalau tidak memfaktorkan dengan?  
S3 : Mengalikan? Mengalikan dengan sejenis  
Sekarang coba samean menjelaskan yang ini menggunakan tabel nilai, coba saya menjelaskan kok dapat ini Sama aja sih sebenarnya kayak  
Yang tadi  
Iya, ini kan X berarti Lim X mendekati satu sama dengan, oh Lim X mendekati satu, dua X gimana sih tadi? Limit X mendekati satu untuk  
Untuk dua X plus satu, terus dimasukkan kayak tadi  
P : Kok ini dapet ini tadi gimana?  
S3 : Ini kan kayak satu tadi ini buat patokan kan? Terus kita ambil bilangan di sebelah kirinya atau yang kurang dari satu itu 0, minus satu, minus dua setelah itu kanannya 2, 3, 4 setelah itu ini kan X bagi X, terus ini  $f(x)$  terus kita masukkan ke fungsinya sampai menemukan itu  
Kalau ini bisa saya menjelaskan?  
Itu gambarnya grafis nggak tahu bisa, bisa kayaknya coba dulu gambarnya grafis fungsi  $f(x)$  untuk mendekati  $f(x)$  kan ini  $2x$  plus satu, X-nya kayak gini terus ini kok jadi 2, oh ini saya tadi lihat di sini ya jadi nggak nulis lagi, ini kan 2 sebagai X ini terus  $f(x)$  nya kan tadi sama dengan Y,  $f(x)$  nya itu 5 terus ini ada 7  $f(x)$ -nya 7, X-nya 3 terus di garis aja  
Garisnya gimana? Ngalal-ngasal? Dengan apa?  
Ini  
Menghubungkan antara titik  $f(x)$  dengan titik apa?  
Titik y  
Titik per potongan yang di sini kan? Yang sama maksud?  
Iya  
Iya kalau ini kita terus lagi ya lalu nanti kira-kira dari soal-soal ini yang membuat samean bingung itu apa? Soalnya yang apanya? Kalimatnya? Atau simbol-simbolnya?  
Kalimatnya sih lebih ke kalimatnya  
Kalimat yang mana?  
Ya kayak 'mengapa' mungkin langsung ini kayak gini langsung apakah fungsi  $g$  dengan  $g(x)$  untuk ini X bilangan rill ini mempunyai limit, biasanya kan kayak hitunglah limit ini gitu ini kayak lebih ada kalimat banyak aja  
Emang butuh memahami kalimat membutuhkan pemahaman konsepnya gitu ya enggak apa-apa, selain misalkan ini kira-kira sama Bingung nggak dengan ini? Yang tadi membuat bingung nggak?  
Nggak  
Pas tadi ngerjakan?  
Enggak, benar pak itu cuma asal lainnya aja  
Oh gitu ya?  
Soalnya kan tadi kan udah diterangkan  
Oke gitu siap-siap jadi kalau menyajikan tabel dan menyajikan gambar nggak ada masalah ya? Mudah ya?  
Kira kira mudah nggak? Bisa nggak?  
Lumayan  
Kalau menyajikan tabel ini bisa nggak?  
Bisa  
Ini? Yakin bisa?  
Oh menyajikan tabel maksudnya?  
Oh bukan tabel disajikan dengan gambar bisa nggak?  
Kayak gini kan? Bisa  
Harusnya bisa ya? Bisa coba sih bisa nggak?  
Ini?  
Yang ini  
Oh yang itu ini kan 0,1 kan jadi kan ini setiap jaraknya 1 ini diganti 0,1 aja sini aja

Disini aja ya  
 Ya? Iya setiap kotak 0,1  
 Yang ini ya? Sebelah kanan kiri terserah saya  
 Iya  
 Terserah jadi ini 1,1 1,2  
 1,1 gandengannya berapa?  
 1,1 gandengannya oh salah dong ini x oh bener  $f(x)$  1 2,1 2,1 2,1 2,2 udah gini kan?  
 Iya  
 Ini perlu ditarik nggak sih  
 Belum tentu kan ini fungsinya kuadrat ya? Belum tentu lho, garis lurus lho  
 Oh iya  
 Iya ya? Iya nggak sih?  
 Iya sih iya emang iya? Nggak tahu  
 Jadi maksudnya apakah samaean menyimpan kalau tadi  
 Semuanya lurus  
 Gitu ya?  
 Ya  
 Gitu ya?  
 Iya  
 Jadi sebenarnya nggak gitu, misalkan ya, contoh saja misalkan x kuadrat misalkan ini fungsinya ini x saja ini  
 min 2 min 1 0 1 2 3, ini min 3 kalau x kuadratnya berapa? 9, 4 berapa? 1 0 1 2 3 kalau kita gambarkan secara  
 kartesius gitu ya?  
 Iya  
 X nya itu di min 3, min 3, min 2 min 1 0 1 2 3, ini nanti kembali 1, 4 ya?  
 Iya  
 Iya 1 4 9 disini ini garisannya berapa? 1 disini iya ini juga 1 disini ini 4 disini iya ini 4 disini ya? Iya ini 9  
 disini ini sebenarnya juga di kalau kita hubungkan nanti gini  
 Oh iya  
 Pernah tau gak? Pernah liat grafik ini?  
 Iya biasanya di apa itu? Gak tau ada aplikasi itu loh  
 Geogebra?  
 Iya geogebra  
 Jadi gak semua kan?  
 Iya iya oh iya sih  
 Berarti tidak bisa disimpulkan ya? Iya berarti kalau mau melihat gambar grafiknya ya pastinya kalau kita  
 secara benar ya ini ya cuma segini aja  
 Oh  
 Ini kan garis itu kan dibentuk dari apa?  
 Dua titik  
 Dua titik kan? Ya udah masa dan mau kesini ini  
 Oh iya iya gitu ya  
 Iya iya iya  
 Ya itu yang perlu dipahami nanti ya  
 Siap

## Lampiran 22 Transkrip Wawancara S4

P : pernah di pelajari kan? coba samean, bisa gak nerangkan apa itu limit?

S4: apa ya, limit itu yaitu bilangan yang mendekati

P : ya gimana, sebisanya saya gak mungkin nge-judge kok

S4 : apaya, ya itu pak, kaya bilangan yang mendekati kaya misal  $x$  mendekati satu itu limitnya itu berapa? gak tau pak, bengung neranginnya

P : misalkan kalau kita punya, coba ini apakah fungsi  $f$  dengan  $f(x)$  ini limitnya di satu, berarti limitnya di satu ya berarti, berarti bisa menjelaskan gak dengan limit di satu ini? paham maksud saya?

S4 : limit  $x$  mendekati satu ini

P : artinya apa?

S4 : nah itu saya bengung tadi itu kaya kaya ini pak,  $x$  mendekati satu atau gimana saya gak tau oke, jadi saya kira-kira sulit memahami disini ya? iya emang sengaja ya jadi ini sama aja kalau mempunyai limit  $P$  : di satu berarti limit itu kan artinya apa?

S4 : ya bilangan terdekat gak sih, mendekati

P : misalkan ya kita punya garis bilangan gini, ini ada satu ini, inikan tadi ada nilai yang di sebelah kiri ada nilai di sebelah?

Kanan

Ini apakah apakah nilai di sebelah kanan yang misalkan bergerak ke sini, ini kesini akan memotong satu ini akan melewati satu atau gimana? atau hanya mendekati saja? paham gak maksud saya? mendekati

P : misalkan ya kita punya kurva ini, dari sini ini bergerak ke atas tapi ke kanan ini bergerak ke kiri ini dan juga keatas, inikan berarti maju ini kan?

ini kan limitnya di satu ya? apakah nanti akan memotong di  $x$  sama dengan satu sini atau gimana?

S4 : memotong sih pak

P : kenapa kok memotong?, kan kan disini ada limitnya atau hanya sekedar mendekati saja?

S4 : Oh mendekti se, mendekati pak, kan ini cuma

coba gimana? nanti kalau dituliskan gimana?

gimana ya? gini gak sih pak? gini tapi gak sampai di satu itu

P : iya, gitu ya?

S4 : iya iya pak? Nggak tahu saya

(03.15) Ya gak tau saya, oke samean bisa menuliskan notasi limit gak?

bisa

P : coba gimana? notasi limitnya ini apa? Ini kan dituliskan gak notasi limitnya? limit di  $X$  sama dengan satu berarti kalau mau mengerjakan, nulis apa dulu?

S3: kayak ini ya pak?

P : coba dari awal langsung apa? ya,

S3: jadi langsung a pak ?

P : langsung aja

S3: kan  $X$  nya satu jadi  $X$  ini mendekati satu eh, ini gak usah sama dengan, langsung  $2x$  plus satu

P : sama?

S3: sama dengan?

P : menyelesaikan itu gimana? caranya gimana?

kayak ini jadi dua kali  $X$  nya itu diganti satu, plus satu dua kali satu dua kali terus tiga

P : oke setelah samean menyelesaikan soal nomor satu, dua dan tiga soal nomor satu kan fungsi  $F$  awal dua fungsi  $G$  soal ketiga fungsi?

S4 : H

P : mana di antara ketiga fungsi ini? Soalnya sama kan perintahnya mana yang tidak memiliki limit dan mana yang memiliki limit?

yang tidak memiliki limit

P : ini ada gak limitnya?

S4 : Ada

P : berapa?

S4 :tiga itu

P : yang ini?

S4 : yang itu tadi ada

P : berapa?

S4 : berapa mang? dua, dua ini

P : yang ini ada gak?

S4 : gak ada gak tau

P : gak tau atau gak ada?

S4 : saya gak bisa itu

P : kenapa? gak bisa dimana?

S4 : bingung pak

P : bingungnya dimana? yang di apa? itu bingung simbolnya atau bingung apanya?

S4 : Ya itu bingung yang, kan limitnya sama mendekati satu X dua untuk X lebih kecil sama dengan satu itu gimana? caranya gak tau

P : oh gitu, Samean paham limit kanan dan limit kiri ndak?

itu paham pak, itu gak sampai satu maksimal satu gitu kan

tidak sampai satu

sampai satu eh, sampai satu gak sih?

coba kamu bisa gak nulis tabel nilai dari ini?

yang ini?

iya yang soal ini?

yang soal ini

paham gak? ini aja ini

yang satu terus?

ambil 3 atau 4 ke kanan atau 4 kiri

0,9 0,8 0,7 ini

yang dari kanan?

kanan ya pak

iya berapa?

satu 1,1 1,3

ya oke ini apa? X

ya ini? iya ini X ini Fx

oke kalau kita 0,7 ini kita masukkan ke fx kita masukkan ke mana? yang ini atau yang ini?

gimana? ini?

ini kan kita akan mencari nilai fx nya, 0,7 ini kita masukkan ke ini atau ini?

ini

kenapa waktu itu?

tadi gitu di penjelasan

kalau kita lihat tandanya berarti untuk X kurang dari atau sama dengan?

sama dengan satu yang ini? itu jadi X kuadrat

yang ini?

X lebih besar dari satu

berarti fungsi ini untuk nilai X yang?

yang ini untuk X

yang nilainya?

kurang dari satu

ini untuk X yang nilainya?

lebih dari satu

berarti ini untuk yang kanan atau yang kiri?

yang kanan

ini untuk yang?

kiri

bisa kan?

iya

coba

kayak gini a pak?

iya coba ini berapa hasilnya?

0,4 0,5

seharusnya harus lurus ya?

Iya pak?

iya enggak apa-apa enggak apa-apa yang 1,1

yang ini ya

nanti berapa?

satu eh tiga koma

yakin tiga? coba diperhatikan, dimasukkan ke mana?

ini ya?

ini kan untuk X yang lebih dari? satu ya? iya berarti ini kan? iya gimana berarti? kalau kita masukkan nilai

X nya 1,1

oh iya ditambah satu ya?

coba

2,1 2,1 terus ini 2,2 2,3

berarti kalau kita lihat gimana? limit kanan dan limit kirinya gimana?

enggak sama

limit kanan nya mendekati berapa?

mendekati tiga (08.30)

limit kanan nya?

2 pak  
 limit kirinya mendekati?  
 S4 : limit kirinya kiri kan sana ya? satu  
 P : limit kirinya mendekati?  
 S4 : satu  
 P : limit kanan nya mendekati?  
 S4 : dua  
 P : coba sama menuliskan limit X mendekati,  
 S4 : limit X mendekati  
 P : limit X mendekati 1 dari kiri coba bisa gak harusnya? bisa ya? limit X mendekati 1 dari kiri kalau dari kiri simbolnya apa?  
 S4 : Kurang, kayak ini  
 P : ditulis gimana?  
 S4 : Gini a pak? ini gimana pak gak tau  
 P : tadi kan kalau mendekati 1 dari kiri kan gini  
 S4 : oh iya  
 P : fx fungsinya apa?  
 S4 : fx gini fx di sini oh di sini a pak? ya fx di sini fx (09.27)  
 P : hasilnya sama dengan berapa?  
 S4 : ya hasilnya ini  
 P : kalau dari kiri,  
 S4 : satu  
 P : sama dengan dong  
 S4 : oh iya sama dengan satu  
 P : kalau limit X mendekati 1 dari kanan  
 S4 : ini  
 P : kalau dari kanan apa?  
 S4 : Plus, f  
 P : berapa?  
 S4 : 2  
 P : 2, berarti karena limit kanan dan limit kirinya beda tidak sama jadi fungsi hx ini, oh ini hx ya bukan fx, :  
 fungsi hx ini tidak  
 S4 : tidak punya nilai limit  
 P : syaratnya suatu fungsi itu punya limit apa? ada ada berapa?  
 S4 : ada 3  
 P : apa coba  
 S4 : ini ada yang mendekati dari kanan  
 P : ada limit coba gimana ada limit kanannya  
 S4 : iya ada limit kanannya yang mendekati limit  
 P : ya ada limit kanannya sudah  
 S4 : ada limit kanannya, ada limit kirinya terus limit kanan dan kirinya itu sama  
 P : ini yang tidak memenuhi syaratnya apa?  
 S4 : tidak sama  
 berarti bukan li  
 limit  
 sekarang coba yang nomor 2 ini, bisa tidak sama menjelaskan tahapannya kok bisa dapat 2 langkah-langkahnya  
 langkah-langkahnya  
 kan di faktor kan  
 ya coba dari sini dulu kok bisa ini mendekati 1 kenapa  
 ini saya misalkan  
 limit x  
 limit x mendekati 1  
 P : oke ini apa berarti cara apa  
 S4 : faktor, pemfaktoran  
 P : yang ini  
 S4 : ini itu substitusi  
 P : hasilnya gimana  
 S4 : hasilnya kan 0/0 jadi kalau 0/0  
 bentuk tak  
 bentuk tak hingga  
 tak ten  
 tak tentu  
 jadi itu bukan nilai limit ya berarti caranya bukan pakai

substitusi

P : pakai apa

S4 : faktor coba

P : terangkan pemfaktoran

S4 : kalau pakai pemfaktoran itu cari pemfaktoran dari satu ini

P : coba terangkan saja

S4 : jadi kan ini ditulis  $x, x$  gitu pak terus ini kan min, jadi disini min 1 disini plus 1 terus ini kan sama ini dicoret

P : kenapa kok dicoret

S4 : kan sama nilainya kan sama

P : berarti saling meng

S4 : saling menghilangkan, terus jadi ini  $x$  plus 1,  $x$  nya itu jadi ganti satu ini jadi 1 plus 1 2

P : ok, ada limitnya ya

S4 : iya

P : sekarang coba sama tentang tabel nilai, gimana caranya sama menyelesaikan perintah soalnya coba

kenapa kok bisa diambil 0,7 0,8 0,9 0,9 1,1 1,2 1,3

S4 : karena yang mendekati dari kiri itu 0,9

P : mendekati apa

S4 : mendekati 1

P : terus kalau dari kanan yang mendekati satu itu 1,1 dan seterusnya 1,2, hasilnya

S4 : hasil hasil apa pak hasil limit

P : 3 ok paham ya,

Iya

kenapa kok bisa menuliskan ini gimana kok dapat ini gimana

gak tau

gak tau?

tadi cuma

P : Asilnya bisa gak nulisin tab grafik fungsi limit gitu?

S4 : Ini gak se pak gimana ya apa ya

P : Sulit gak

S4 : Bingung pak gimana pak

P : Masih bingung ya

S4 : Bingung

P : Ya ok, jadi grafik fungsi limit itu bisa kita gambar dari ini, hasil ini

S4 : Oh iya kan  $x$  nya 1 ya pak terus hasilnya itu taruh sini

misalkan ini  $x$  nya berapa 1,1 1,1 gandengannya berapa 3, 3,1

oh iya

3,1 1,2  $x$  nya  $y$  nya atau  $f(x)$  nya di sini gitu ya berarti sama ya ini 1,1 di

0,8

1,9 ya

oh iya

1,9 berarti di sini ya ini kan berarti di mana di sini kan

iya

oh di sini di sini bisa ini ini yang  $y$  kan

iya

ya di sini, faham ndak ini 0,9 di sini  $y$  nya 0,81 di sini

oh iya

paham gak

iya paham

berarti set ini kita hubungkan nanti hasilnya gini nanti, iya bener terus

oh

masih bingung ya

enggak, tadinya tadinya bingung saya tadi enggak fokus

oh, gitu kira-kira dari soal-soal ini yang membuat samean bingung apa, apa yang samean bingung dari

soal-soal misalkan soal nomor satu deh, ada yang dibingungkan nggak soal satu dua

yaitu tadi cuma bingung ini loh,  $x$  sama dengan yang ini apa yang  $x$  menekati satu apa gimana

tapi secara menyelesaikannya bisa

bisa

yang nomor dua bisa

bisa

kalau yang nomor 5 dan 6 ini yang membuat bingung apa

yang grafiknya tadi

ya cara menggambarkan

iya cara menggambarkan nya

### Lampiran 23 Transkrip Wawancara S5

Gimana pengerjaan soal kemarin? Sulit? Biasa aja?

Eee, Sulit.

Yang sulit apa ya gimana?

Agak gak paham pak.

Yang gak paham?

Lupa

Lupa ya?

S5 : Dulu itu gak menguasai, kan pas kelas. Sebelah kan pernah diajari. Tapi masih belum menguasai.

Oh gitu ya?

S5 : Ya, jadi gak pati paham. Kemarin paham sedikit-sedikit gara-gara yang jenengan jelaskan itu aja.

P : Oke, siap. Tapi kalau misalkan saya tanya, tentang limit. Apa sih limit itu? Konsep limit itu apa?

Dengan bahasa sama sendiri

S5 : Nilai yang mendekati. (01.13)

P : Misalkan ya, kalau kita punya suatu fungsi Yang memiliki limit di X sama dengan 1, Fungsi tersebut akan apa?

S5 : Maksudnya gimana ya?

P : Kalau kita punya fungsi dengan limit di X sama dengan 1. Jadi limitnya itu kan mendekati 1.

Maksudnya apa?

S5 : Berarti yang mendekati 1 bisa kayak 0,9 atau 1,1.

P : Kalau kita misalkan punya, punya garis bilangan gini ya. Ini X sama dengan 1, limitnya akan di sini ya. limit X sama dengan 1. Kita punya suatu grafik, ini bergerak dari kanan naik. Ke sini. Kalau kita teruskan nanti gimana? coba kalau ini ke kanan dan naik, Nanti grafiknya berbentuk seperti apa?

S5 : Naik. ya naik.

P : Coba, teruskan.

S5 : Gimana gimana?

P : Ini kan limitnya di X sama dengan

S5 : Satu

P : Kalau kita punya grafik, FX lah. Bergerak ke kanan dan naik. Nanti kalau diteruskan seperti apa?

S5 : Diteruskan.

P : Diteruskan di perpanjang.

S5 : Ke sini pak.

P : Ya coba. Gimana? Coba terus saja pak. Jangan ragu diteruskan. Jangan tahu salah. Salah itu wajar.

Benar? Ya biasa saja. Ya dipanjangkan. Gimana?

S5 : Ya, bingung pak.

Coba, coba, coba.

S5 : Dipanjang ke sini.

P : Ya, ya gimana?

S5 : Ke sini. Ya, ya pak.

P : Terus saja

S5 : Bingung pak.

P : Apakah nanti memotong satu atau ndak? Coba teruskan.

S5 : Gini. Bisa memotong, bisa nggak tergantung.

P : Oh gitu Oke kalau tadi kan...

S5 : Fx nya kan tiadak tahu berapa

P : Fx nya berapa pun ya. Tapi nanti sudah ada gambar kurvanya seperti ini. Kita punya limit yang sama dengan satu. Berarti limitnya berapa? Satu kan?

S5 : Satu, berarti maksimalnya di sini.

Maksimalnya gimana? Nanti gimana? Jadi gimana? Kalau ini diteruskan.

S5 : Di sini nggak sih pak?

P : Memotong atau nggak?

S5 : Bisa, nggak.

P : Bisa, nggak bisa. iya, berarti.

S5 : Jadi, pak. Nggak memotong, tapi di tengah-tengahnya sini.

P : Coba gimana?

S5 : Terus limitnya kan sama dengan satu. Berarti paling polnya kan di sini. Jadi nggak bisa memotong. Kalau memotong kan di belakangnya ini.

P : Limit di satu itu... Limit itu kan berarti tidak mendekati. Tapi tidak sampai menyentuhkan. Ya nggak, maksudnya. Kata sebenarnya nanti gitu ya? Iya. Iya nggak? Mendekati kan ya?

S5 : Ya, mendekati. Berarti belum memotong.

Menyentuh atau nggak?

S5 : Nggak, nggak.

Berarti kalau menyentuh saja tidak, berarti apakah juga memotong?

S5 : Nggak, nggak.

Berarti gimana?

S5 : Berarti nggak sampai sininya. Berarti 0,9.

P : 0,9999. Bisa gitu kan ya?

S5 : Ya, berarti di sininya. Berarti nggak memotong.

P : Berarti kalau diteruskan gimana? Gini kan? Set, gini kan?

S5 : Ya.

P : Tapi ini tetap ini. Semakin tipis, gitu ya?

S5 : Ya.

P : Berarti kira-kira definisi limit apa? Sepahaminya, Samean? Kalau kita punya limit di  $X=1$ ?

S5 : Nilai yang mendekati, tapi tidak sampai memotong. Dan nilainya di bawahnya limit tersebut.

P : Walaupun sekecil apapun ya? Ya. Yakin?

S5 : Ya.

P : Oke, siap. Kalau misalkan ini, Semen bisa menuliskan notasi limitnya nggak? Misalkan kita punya limit untuk fungsi  $fx$  di  $X$  mendekati 1. Notasinya gimana? Simbol matematikanya gimana?

S5 : Gimana, gimana?

P : Kalau kita punya fungsi  $fx$  dengan limit  $X$  mendekati 1.

S5 :  $X$  mendekati 1.

(05.35)

P : Berarti simbol matematikanya gimana? Limit fungsi  $fx$  dengan  $X$  mendekati 1 itu notasi limitnya gimana? Simbol matematikanya gimana?

S5 : Nggak tahu, Pak.

P : Nggak tahu?, Sekarang kita dapat nomor 1, 2 dan 3. Semen kira-kira paham nggak perintah dari soal 1, 2, 3?

S5 : Aslinya agak paham, tapi saya ragu-ragu caranya gini apa nggak. Mencari limit kan ada yang 3 itu, Pak.

Yang Semen paham tadi apa?

P : Yang Semen pahamnya untuk menyelesaikan nomor 1?

Untuk menyelesaikan nomor 1, saya... apakah fungsi  $fx$  jangan punya limit. Ini ditanyakan. Ini fungsi  $f$  ini punya limit di  $X$  sama dengan 1 apa nggak? Kalau ada, kenapa?

Kalau tidak ada juga... Kenapa?

P : Paham pertanyaannya. Berarti gimana?

Mempunyai limit di  $X$  sama dengan 1 berarti gimana? Limitnya itu adalah?

3 ini, Pak. Saya...

P : Berarti masalahnya soal ini notasinya gini, apakah fungsi  $fx$ ? Berarti limit... Limitnya sama dengan 1 berarti... Mendekati 1. Ini kan  $fx$  ya?  $Fx$ nya berapa?

S5 :  $2x$  plus 1.

P : Ini baru bisa kita menyelesaikan ini. Terus gimana berarti?

S5 : 2 dikali 1...

P : Satu tempat dari mana?

S5 : Substitusi

P : ya? Tambah

S5 : satu ...

P : Berapa hasilnya?

S5 : tiga...

P : Kira-kira bikin bingung apa sih?

S5 : Asalnya nggak bingung, Pak. Tapi kayak caranya apa benar ini, apa nggak.

P : Raku-ragu gitu ya? Kalau misalkan nomor 2 ini... Notasi limitnya gimana? Masalahnya langsung  $g \times x$  ini. Lim... Mendekati berapa?

S5 : Satu... Nggak tahu, Pak.

P : Nggak tahu? Lim  $x$ ... Ya... Mendekati berapa di sini?  $X$  mendekati...

S5 : Saya buat satu. Satu...

P : Coba selanjutnya selesaikan. Tahapannya apa aja

S5 : Satu... Langsung gini, Pak. Satu... Tetap, Pak. Nah,

P : ini hasilnya apa? Tak tertentu.

S5 : Tak tentu, Pak.

P : Apakah hasilnya ini, kalau kita ketemu nggak tentu... Berarti bukan pakai subtilisi

S5 : Subtilisi

P : Berarti pakai acara apa, pemfak

S5 : Pemfaktoran yang tabel itu ya, Pak. Tapi saya nggak tahu caranya.

P : Buka tabel yang dicoret atas-bawah itu loh. Tahu nggak?

S5 : Nggak.

(09.00)

- P : Yang mana? Misalkan ya, ini kan bisa... Berarti kan kalau pakai cara subtilisi nggak bisa. Berarti... Bukan pakai ini. Cara yang lain, pemfaktoran... apa X kuadrat Ini kan bisa dibuat seperti ini... X... Iya? Satu kuadrat kan ada satu ya? Ini berapa?
- S5 : Kurang.
- P : Yang ini, tambah ya. Ini X... Yang sama bisa dioret, ya? Mana? Kalau gini bisa di subtilisi nggak?
- S5 : Bisa.
- P : Limitnya sama dengan?
- S5 : Dua.
- P : Kira-kira yang bingung-bingung apa?
- S5 : Lupa caranya. Kalau gini sudah paham.
- P : Lalu yang nomor tiga ini. Kira-kira yang dibingungkan dari nomor tiga ini apa sih?
- S5 : sama dengan HX.
- P : Apa tandanya? Atau kurang dari lebih dari bingung juga?
- Ini... Apakah... Mempunyai limit... Satu. Ini kan ditanyakan, Pak. Yang HX ini... Mempunyai limit... di X sama dengan satu. Itu ditanyai punya limit... di X sama dengan satu apa nggak? Kalau punya kenapa?
- P : Kira-kira yang bingung apa? Yang bikin bingung.
- S5 : Caranya.
- P : Ini bingung nggak? Misalkan untuk  $X^2$ ... Untuk X kurang dari satu. Berarti kalau dosanya itu... Berapa aja? 0,9... Negatif satu bisa.
- P : Setelah 0,9, berapa urut? 0,8, 0,7... Terus ya? Satu juga ya? Kalau X... Untuk X lebih besar dari satu. Apa aja berarti ini?
- S5 : 1,1, 1,2, 1,3...
- P : Berarti... Bisa dong kita buka tabelnya? Sama nggak tadi?
- S5 : Saya itu lupa... bikin tabelnya itu, Pak.
- P : Coba tak buat in ya? nanti samean terusan teruskan? Oke. 1,2,3,4,5,6,7,8,9... Sembilan ini. Ini... 4 libinnya di satu. Bisa samean isi tadi, berapa dari kiri, dari kanan, berapa aja?
- S5 : Yang X itu yang ini ya, Pak?
- P : Yang dari kiri. Yang dari kiri satu ini berapa?
- S5 : 0,9, 0,8, 0,7...
- P : Sekarang di sini.
- S5 : 1,1, 1,2, 1,3,1,4...
- P : Sekarang, misalkan... untuk mencari fx ini gimana caranya? Berarti nilai X-nya kita masukkan ke fungsi. tapi fungsinya ada 2? Ya enggak? Ada  $x$  kuadrat, ada  $x+1$ , Nah, ini... Yang dari kiri ini kita masukkan ke ini atau ini?
- S5 : Yang dari kiri yang ini, yang kanan yang ini
- P : Yakin?
- S5 : Ya.
- P : Berarti kalau kita masukkan, hasilnya berapa?
- S5 : Eh... Oh, berarti 0,7 itu jadi X-nya gini ya, Pak?
- P : Iya, kita masukkan. Berarti berarti berapa? 0,7...
- S5 : Kuadrat
- P : Kecil aja.
- S5 : 0,49...
- P : Kalau ini?
- S5 : 0,64... 0,81...
- P : Sekarang ini kan dimasukkan ke mana?
- S5 : Ini... 1,1 tambah 1, 2,1... 2,2... 2,3... 2,4...
- P : Syarat suatu fungsi itu mempunyai limit itu apa? Ada 3? Ya kan? Apa aja, Coba?
- S5 : Syarat suatu fungsi mempunyai limit.
- P : Suatu fungsi mempunyai limit? Apa syaratnya ada 3? Apa aja itu? Tadi kita lihat... Hmm... Yang pertama, limit kanannya ada.
- S5 : Oh, ya... Limit kirinya ada...
- P : Yang ketiga... Limit kanan dan limit kirinya...sa..
- S5 : Satu...
- P : Sama! Sekarang, kalau kita... Dekati dari kiri... Fx nya mendekati berapa? 0,4, 0,64, 0,81... Misalkan di sini... Di antara ini ya, kita tambah lagi... 0,0099... Nanti juga akan mendekati... Mendekati ini berapa? Mendekati berapa?
- S5 : Satu...
- P : Kalau dari kiri mendekati...
- S5 : Satu...
- P : Kalau dari kanan?
- S5 : Sama Satu
- P : Fxnya mendekati berapa?

- S5 : 2,3, 2,2, 2,1... Satu juga...
- P : Yakin? Kalau misalkan kita tulis di sini...
- S5 : Oh, dua... Dua
- P : Dua satu...
- S5 : Kalau yang ini dari kanan dua... Yang dari sini satu...
- P : Berarti... Limit... X mendekati... Satu dari kiri... Negatif ya, dari kiri... Berapa?
- S5 : Satu...
- P : Limit... X mendekati... Satu dari kanan... Berapa?
- S5 : Dua...
- P : Apakah ini sama?
- S5 : Nggak...
- P : Tidak sama? Gimana tandanya? Di antara ini...
- S5 : Gini...
- P : Berarti ini ada limitnya nggak?
- S5 : Ada... Eh, tapi nggak sama...
- P : Berarti kesimpulannya... Bukan limit...
- S5 : Oh iya, kalau nggak sama...
- P : kan syaratnya ada 3 Walaupun dari kiri ada... Tapi kalau nggak sama... Berarti tidak punya
- S5 : limit...
- P :Sekarang kita lihat... Dari ketiga fungsi ini... Ada limitnya nggak? Yang pertama ini ?
- S5 : Ada...
- P : Yang g Ada limitnya ndak
- S5 : Ada ee... Dua...
- P : Yang ini
- S5 : Tidak ada...
- P : Berarti di antara ketiga fungsi ini... yang tidak mempunyai limit ?
- S5 : Yang HX...
- P :Kenapa syaratnya, karena ada syarat yang tidak terpenuhi apa
- S5 : Tidak sama antara kanan dan kiri...
- P : Limit kanan dan limit?
- S5 : Kiri... Paham...
- P :Paham... Sekarang... Nah, tadi kan sudah ngerjakan ya... Ini kan kan bener nggak?
- S5 : Nggak tahu...
- P : Yang kedua ini kan sama empat...
- S5 : Insya Allah betul...
- P :Apakah sudah selesai? Coba coba
- S5 : Saya butulkan
- P : jangan lihat...
- S5 : Gak boleh ya pak...
- P : Langsung aja... Pasti gampang kok... Berarti terserah notasnya gimana? Limit... X... Mendekati 1 Untuk fungsi apa? Fungsinya? Ya...
- S5 : Itu... Itu... Itu... Eh, satu... Pak, ini kurang ya?
- P :Heem Gitu... Berarti kira-kira... Tahapannya ini ada berapa dua ya? Yang pertama... Pempaktoran, kalo nggak bisa... Kita... Sup?
- S5 : Substitusi, kalau nggak bisa... Pempaktoran...
- P :Yang bikin bingung dari soal nomor 4 apa?
- S5 : Gak bingung... Cuma nggak tahu caranya... Jadi saya pakai itu...
- P : Sekarang kita coba nomor 5... Bisa nggak, samean... Menyelesaikan... Menggunakan tabel nilai ini...
- S5 : Yang kayak nomor... Tadi kan pak ini... FX sama dengan x .. Tabel nilai itu yang ini kan bukan?
- P : Iya, tabel nilai ini...
- S5 : Insy Allah bisa...
- P :Coba...
- Kayak yang tadi ya pak... Tiga aja nggak apa-apa pak...
- P :Nggak apa-apa... Pokoknya dari kanan ada, dari kiri ada...
- (8.00)
- 0.7... 1,1... 1.2... 1,3...
- P : Sekarang kita masukkan ke FX...
- S5 : FX ya tadi... FX nya di sini ya pak?
- P : Iya...
- S5 : Saya tulis dulu nggak apa-apa... 2 kali 0,9 (S4 menulis)...
- P :Yakin itu? Yakin... Itu kalau dikuatratkan ... 2 kali 8...
- S5 : 1.6... 1.6 tambah 1...
- P : Berarti ini berapa hari?
- S5 : 2,6 (S4 menulis)

P : berapa? Menekati? 3... Sama. Ndak  
S5 : sama  
P : Berarti?  
S5 : Ya, punya limit...  
P : Ada limit kan ya? Aslinya ini sudah diketahui... Sudah kan? Tapi kita buktikan... Ternyata sama...  
S5 : Berarti pakai cara substitusi bisa  
P : Sudah cukup... Tapi kalau kita membuktikan... Benar kasih... Kan ada 3 syarat yang harus dipenuhi, kan? S5 : Berarti kalau lihat limit kanan... Limit kiri kan seperti ini, kan? Bisa pakai tabel langsung... Berarti limit P : kanannya ada... Berapa?  
S5 : Tiga  
P : Limit kiri ada...  
S5 : Tiga  
P : Berarti yang ketiga sama enggak?  
S5 : Sama  
P : Samean bisa buat grafiknya nggak, kira-kira buat dari mana? Bingung...  
S5 : Bingung  
P : Oke, sekarang... Yang buat bingung apa?  
S5 : Enggak tahu maksudnya grafiknya itu gimana...  
P : Samean... Nanti kan bentuknya. fx Ini kan... Ada sumbu X, sumbu Y... Misalkan kita dapat... Nilai-nilai ini... Dilempar ke sini... Masih bingung?  
S5 : Bingung...  
P : Ini kan X... Ini F... F X sama dengan... y akan? Iya enggak?  
S5 : Iya...  
P : Sekarang X-nya kita punya berapa? 0,9 0,8 1 Ini 1 Ini 1,1. sekarang 0,9 Gandengannya berapa? Fx-nya berapa?  
S5 : 1,81  
P : Ini salah...  
S5 : Ini 2,8, keliru  
P : 2,8 iya ndak?  
S5 : Iya...  
P : Ini  
S5 : 2,6  
P : Ini  
S5 : 2,4  
P : Sekarang kalau 1,1 dimasukkan? Ke fungsinya... hasilnya berapa? 3 koma  
S5 : 3,2  
P : Di atas ini kan? 3,2 Dari sini bukan bisa dihubungkan? 3,4 dengan 0,7 bisa teruskan nggak?  
S5 : Bisa insyaallah Mendekati 1  
P : Coba dihubungkan aja... 0,8 fx nya berapa? 0,8 2,6  
S5 : Semuanya gini pak?  
P : Iya..  
S5 : Jadi buat grafik gini?  
P : Ini kan ada... Kurang rapi sedikit ya... Ini kan ada titik perpotongan ya?  
S5 : Iya...  
P : Kita kalau mau buat grafik gimana? Dengan menunggu masing-masing titik?  
S5 : potong  
P : Perpotngan ini... kalau lebih-rapi.lurus, tapi bisa nggak kira-kira? Jadi kalau mau buat grafik itu... Paling mudah caranya... Kita buat tabel nilai dulu... Setelah mendapatkan tabel nilai... Kita bisa membuat grafiknya... Dari sini ada yang bingung nggak? Masih bingung... Tadi saya sampe sini kira-kira paham nggak?  
Paham...  
P : Kalau ini  
S5 : Paham kalau dimasuk-masukan, tapi nggak paham... karpee ini mau dikapano apa e pak  
P : Digambarkan... Ini sudah... Grafiknya ini garis lurus ini... Ini... Seperti ini... Ini kan satu... ini tiga, Ini kan mendekati satu dari kiri... mendekati satu dari kanan... hasilnya di sini.....  
S5 : Berarti gambar grafiknya yang garisnya ini...  
P : Iya...  
S5 : Sudah paham...  
P : Kira-kira yang buat sulit apa  
S5 : Bingung aja... Sekarang sudah paham...  
P : Oke... Siap...

## Lampiran 24 Transkrip Wawancara S6

Gimana kabarnya Melvia?

Alhamdulillah baik

Kemarin kesannya pas ngerjakan Gimana pusing? Bingung atau gimana?

S6 : Pertama kan bingung gitu Ini soalnya maksudnya gimana Terus habis dikasih tau ya bisa

P : Bisa ya?

S6 : Ternyata ya gampang lah Ya enggak sih pak

P : Sudah mempelajari limit dari kelas 11 ya? Sebetulnya 2 Kira-kira Masih nyantol gak limit

S6 : Tidak

P : Tapi tau gak limit itu apa? Coba samean menerangkan dengan bahasa Sama sendiri Limit itu apa sih?

S6 : Limit Yang mendekati gitu lho pak

P : Misalkan kita punya limit Sama dengan satu Berarti apa?

S6 : Yang mendekati satu

P : Ya, mendekati itu apakah Artinya sama dengan Atau gimana? Misalnya kita Kalau mendekati satu berarti apa aja Misalnya kita cari nilai-nilainya

S6 : Nilainya apa gimana pak? Nilai-nilainya Mendekati satu itu apa aja sih berarti? Yang sebelumnya itu 0,9 0,8 Kalau yang mendekati Itu 1,1

P : Kalau dari kiri 0,9 apakah? Yang paling dekat itu Cuma 0,9? Bisa berapa saja? Bisa Ya bisa 0,99 Itu kan? Tapi sampai satu enggak? Sampai satu enggak kira-kira? Kata saya tadi mendekati, sampai satu enggak?

S6 : Mendekat? Enggak

P : Kenapa enggak, yakin?

S6 : Ya Kayaknya sampai satu

P : Tadi mendekati Sampai enggak?

S6 : Sampai

P : Jadi kalau misalkan, Enggak apa-apa Yang penting kita diskusi ya, kita punya kurva seperti ini Ini Ini  $x=1$  Ini kan limitnya di sini Ada kurva Ini itu Sret Tidak akan memotong satu sampai kapanpun

S6 : Berarti cuma mendekati

P : Mendekati saja Misalkan ya Misalkan ini sumbu 0 0,1 Jadi ini berapa? 0,9 ataupun kalau memotong Misalkan ya Ini sama dengan satu, Grafiknya lurus ini akan Tidak ada nilainya Ya Sekarang dari soal nomor satu Dua, tiga Tiga, Nah, kira-kira Bisa nggak menuliskan notasi limitnya?

S6 : Notasi?

P : Simbol matematis dari limit misalkan Untuk fungsi Fx Limit X mendekati satu Bisa nggak usianya?

Limit X mendekati satu Untuk fungsi Fx Bisa nggak?

S6 : Untuk fungsi Fx

P : Simbol matematisnya?

S6 : Simbol gimana ya Pak?

P : Gini ya Coba tulisan aja, Apa pun ya? Gini Teruskan

S6 : Limit X mendekati satu Untuk fungsi Fx

P : seperti itu Ya X mendekati satu ya Oke, Dari soal nomor satu, dua, tiga Kira-kira yang saya mau bingungngkan apa? Coba nomor satu dulu deh Yang saya mau dukungkan apa?

S6 : Ya Nggak Ya, apa ya Pak? Soalnya gitu, saya nggak Ya

P : Apa soalnya kenapa?

S6 : Soalnya Saya nggak Eee Bingung aja sama soalnya

P : Tapi ya Tapi kira-kira bisa nggak sekarang ini? Coba-coba sekarang Gak apa-apa Bisa aja Limit X ini dapet tiga dari mana?

S6 : Gini Limit X mendekati satu Untuk fungsi Fx  $2x+1$  Tiga

P : Terangkan pada saya

S6 : Sama dengan tadi Sini aja Pak Kalau ini Substitusi kan Pak

P : Ya, gimana?

S6 : Dua, dikali satu Tambah satu sama dengan tiga ,

P : yaudah Berarti limitnya berapa? Limitnya berapa? Limitnya berapa? Berapa? Berarti?

S6 : Tiga, udah dapet

P : Berarti nomor satu ada limitnya? Ada Berapa?

S6 : Tiga

P : Sekarang nomor kira-kita faham maksud soalnya nggak Kok bisa dapet ini? Dapet dari mana? Coba terangkan ke saya

S6 : Ya itu Saya ga masuk-masukkan gitu pak

P : Yang pertama ini apa dulu?

S6 : Ini substitusi

P : Kok ada ini kenapa?

S6 : Ya pakai dua cara gitu

P : Kenapa kok pakai cara ini?  
S6 : Ini kan katanya bentuk tak tentu pak,  
P : karena bentuk tak tentu Ya berarti bukan Berarti bukan dengan cara  
S6 : Bukan cara ini substitusi  
P : pakai cara  
S6 : pefaktorasi  
P : Coba terangkan ini Kok bisa langsung dapet ini?  
S6 : Gimana ya? Ga bisa terangkan pak? Bisa aja Ya ini Katanya bapak Yang kemaren itu P : Gitu ya  
saya gini Gapapa Bisa dapet Satu dapet satu, dapet dari mana? Kok bisa sama P : satu?  
S6 : kan dicoret  
P : Kok bisa dapet satu sama satu?  
S6 : Ex nya diganti sama ini  
P : Oh gitu ya Berarti Limitnya berapa?  
S6 : Dua  
P : Kesimpulannya Tidak termasuk  
S6 : Itu salah  
P : Coba-coba benarkan kan? Benarkan Mempunyai limit gitu aja. Sekarang yang nomor 3, Kira-kira  
paham pemerintah yang nomor 3 nggak Kok dapet satu, dapet dua Dapet dari mana? Simselabim Coba  
sekarang pakai tabel nilai Bisa ga?  
S6 : Ini salah ini pak  
P : Ini kebalik ya?  
S6 : Kan ini harusnya satu sama satu kan  
P : Ya Gak masalah Coba disini pakai tabel nilai bisa ga? Tabel nilai Fx  
S6 : Banyak amat pak  
P : Berarti ex nya apa saja?  
S6 : x nya 0,9 0,8 0,7  
P : Kalau x nya lebih dari satu?  
S6 : x nya lebih dari satu  
P : Disini  
S6 : 1,1 Eh?  
P : Iya berapa?  
S6 : 1,1 Iya pak 1,1, 1,2 gitu  
P : Berarti disini bisa disini kurang dari satu Berarti berapa saja?  
S6 : 0,9  
P : Coba samea isi,  
S6 : 0,9 0,8 0,7 1,1 1,2 1,2  
P : Sekarang fx nya pakek yang mana? Ini atau ini? Ini hx ya bukan fx ya?  
S6 : Oh iya hx  
P : Kalau dimasukkan, ini dimasukkan kesini atau kesini?  
S6 : Ini Eh gimana?  
P : Nilai-nilai yang disini Ini disini Ini yang sebelum satu, dimasukkan kesini atau kesini? Ke fungsi  
mana? Tadi kan gini, satu kan dimasukkan ke fungsi ini Jadi 2 kali 1 tambah 1 kali 1 Ini dimasukkan ke  
fungsi mana?  
S6 : Ini X plus 1  
Yang ini Oke yang ini Ini kan ada dua fungsi ya?  
S6 : Iya  
Ini sama ini, ini dimasukkan ke mana? Ini dimasukkan ke mana?  
S6 : Oh Ini, yang ini  
Kenapa?  
S6 : Kan ini lebih besar dari satu  
Yakin dong  
S6 : Pak bingung saya Yang ini Yang ini ya ini  
P : Kok bisa?  
S6 : Ya kan lebih kecil dari satu kan pak Ini  
P : Oh berarti dimasukkan ke situ? Sekarang yang masukkan ya  
S6 : Ini Berarti  
0,7 dimasukkan ke mana? Ini 7 pangkat 2 berapa sih?  
S6 : 49  
Ya berarti 0,7  
S6 : 0,49  
Kalau 0,8?  
S6 : 0,8 0,64  
Kalau 0,9?  
S6 : 81

Kalau ini? 1,1

S6 : Berarti 2,1 2,2 2,3

Kalau dari kiri ini mendekati berapa?

S6 : Kalau dari kiri

mendekati berapa? Kalau X nya ini kan Mendekati 1 Kalau Fx nya mendekati berapa?

S6 : 1

Itu Kalau dari kanan X nya mendekati 1, Fx nya mendekati berapa? 2,3 2,2 2,1 Mendekati berapa?

S6 : 2

Limit Kirinya berarti berapa?

S6 : 1

Limit kanannya?

S6 : 2

Saman bisa menuliskan limit kanan dan limit kiri gak? Notasinya? Limit X mendekati 1 dari kiri Sama dengan Bisa gak?

S6 : Limit X mendekati 1

Dari kiri simbolnya apa?

S6 : Dari kiri

(12.39)

Berapa?

S6 : 1 Limit X mendekati 2 Dari kanan

untuk fungsi Ini kurang ya? Untuk fungsi hx

S6 : sama dengan 2

Berarti limit kiri X Mendekati 1 dari kiri Untuk fungsi hx Limit 1 mendekati 1 dari kanan Untuk fungsi HX Sama atau tidak? Sama dengan atau tidak sama dengan?

S6 : Sama Sama

Sama atau tidak?

S6 : Tidak

Berarti tandanya apa? Tidak sama?

S6 : Tidak sama

P : Saratnya 1 fungsi Mempunyai limit apa?

S6 : sama

P : Ada tiga itu, satu

S6 :Lupa pak

P : Limit kanan ada

S6 : Limit kiri ada Limit kanan dan kiri sama

P : Limit kanan ada?

S6 : Ada

P : Limit kiri ada?

S6 : satu

P : Nilainya sama tidak?

S6 : Tidak

P : Fungsi ini tidak memiliki Limit, Sama Sekarang coba ini benar apa ini Sekarang coba Kerjakan dari awal Pertahapan pertama Sama untuk menyelesaikan fungsi ini Caranya bagaimana? Diapakan dulu? I

S6 : tu Ini apa? Pmfaktorasi

P : Coba Langsung pmfaktorasi Pake yang tadi Yang tadi apa?

S6 : Ini X Satu X satu, coret Satu tambah dua

P :Biasanya sebelum pmfaktorasi apa? Pake apa?

S6 : Substitusi

P : Berarti tahapannya substitusi dulu, Ternyata Hasilnya substitusi menghasilkan Limit Tidak tentu Karena kita pakai

S6 : Pmfaktorasi Berapa tahapan yang saya melakukan?

Satu ini

Yang tadi? Dua ya? Dua atau satu?

S6 : Dua

Oke Habis ini sama nama Mami konsep limit kanana liit kiri ndak

S6 : faham

Apa? Coba Kalau kita punya Limitnya di satu Coba Dapat Saya menjelaskan ini Ini deh Yang nomor lima Membuat tabel nilai Bisa nggak? Dari Fungsi fx Yang mana?

S6 : Ini

P : Fungsi apa? Tadi saya coba dulu Yang fx apa fungsinya? 2x berarti kita Buat tabel nilai dari fungsinya Coba bisa nggak? Bisa Coba

S6 : buat lagi gini Ini, Ini Ini 0,8, Ini 0.64, 0.81 Ini Bukan pakai ini ya pak ya Ini gimana

P : Ya gimana baearti 0.8 dimasukkan ke?

S6 : 0,8 kali Terus? 1

X nya dilaki 0.8 gimana, kali berapa? 8 kali 2 berapa?  
 S6 : 16 tambah 1 Ini tambah 1 kan pak  
 2 kali 8 16 Kalau 0,8 kali 2 Berapa? 1.6, 1.6 tambah 1 berapa? 2.6  
 S6 : 2.6 Terus? 1.8 Berarti 2.8  
 Sekarang yang sana?  
 S6 : Sama kayak gini a pak Oh iya 1.3 Berapa?  
 Nggak apa-apa, jangan ragu-ragu, Berapa?  
 S6 : 3.2 Satunya apa? 3.4 Iya pak  
 Kalau dari kiri Mendekati berapa? Mendekati  
 S6 : 3  
 Kalau dari kanan juga menegati?  
 S6 : 3 Limit X menegati Satu pak  
 Dari kiri Fx Sama dengan?  
 S6 : Tiga  
 Iya  
 S6 : Satunya limit x Mendekati satu Dari kanan Dengan tiga  
 Saman bisa nggak membuat Ini dapet dari mana?  
 S6 : Lihat ini pak Ini kan baru?  
 Bisa nggak buat ini lagi? Dari ini Bisa kan harusnya? Coba Gak apa-apa 0.8 Dimana 0.9 dimana?  
 S6 : Disini pak?  
 Berarti kalau 0.8 disitu 0.9 dimana? Terus aja jangan ragu  
 S6 : bentar pak bingung  
 Ini sumbu apa? Ini Fx itu kan Fx itu kan sama dengan y kan Iya Ini sumbu apa? Berarti tulis aja Yang berada disumbu x apa aja? Satu Oke  
 S6 : Iya Terus Ini gandengane ? Ini 0.64 Eh 2.6  
 Coba terus aja  
 S6 : 2.6  
 Ini dong Ini kan sama 0.8 Kalau 0.8 segini di sini udah 2. Ini coba  
 2.6  
 Berarti 2.8 dimana?  
 S6 : Sini  
 Coba 3 Ini kan 3 ya Terus asalnya  
 S6 : 3.2  
 Iya apa?  
 S6 : 3.4  
 Terus gimana? Coba lanjutkan aja Jangan ragu  
 S6 : Ini mendekati Berarti enggak anu pak  
 Sekarang Coba Sekarang grafiknya gimana?  
 S6 : Ini  
 P : Iya coba Grafik yang dibuat dari apa sih? Dari Perpotongan ti  
 S6 : titik  
 P : Perpotongan dimana aja? Iya coba Dihubungkan Apakah dari situ? Jangan ragu Jangan rugas  
 S6 : Iya gitu pak  
 P : Nah ini kan di sini Berarti di sini di apa? Coba Itu Kesulitan buat grafik apa? Kesulitannya Dari membuat grafik itu apa sih? Enggak tau gambarnya Atau apa? Enggak tau isi-isinya  
 S6 : Ya Ya dari awal Sebenarnya pak  
 P : Awalnya pasti apa?  
 S6 : Ya dari itu  
 P : Iya Kesulitannya apa?  
 S6 : Ya nggak paham soalnya gitu  
 P : Tapi aslinya bisa ya? Kalau buat gitu bisa nggak?  
 S6 : Bisa  
 P : Ya Mungkin sama kebanyakan ragu-ragu ya Iya Tapi jangan sampai kita Tidak melakukan apapun Paham nggak?  
 S6 : Paham ku ini nggak ada bunganya yang sama Yang itu jadi Ini yang depannya itu  
 P : Oh gitu Bigungnya pak, Kesulitan dari buat ini apa? Kira-kira nomor 5 itu Buat table Apa? Nggak Enggak tau Kesulitan cari nilainya itu ya? Enggak? Enggak juga?  
 S6 : Kalau saya kesulitannya Yaitu bingung Kalau  
 P : Bingung apanya? Nggak tau bingungnya juga?  
 S6 : Iya bingung aja gitu pak Soalnya mungkin Karena soalnya  
 P : Biasanya langsung Langsung lugas gitu ya  
 S6 : Biasanya kan soalnya langsung, Kalau ini kayak Kadang Soalnya.

**Lampiran 25 Foto**

## RIWAYAT HIDUP



### DATA PRIBADI

Nama : Moh. Rizal Khaqul Yaqin  
NIM : 18190002  
Tempat, Tanggal Lahir : Malang, 28 April 2000  
Jenis Kelamin : Laki-laki  
No. Hp : 0895331120153  
E-Mail : rizal980009@mai.com  
Alamat : Dn. Sumpersuko, Ds. Patokpicis Kec. Wajak  
Kab. Malang  
Nama Orang Tua : Bpk. Solikin dan Ibu Siti Khotijah

### PENDIDIKAN FORMAL

2005 – 2006 : TK PGRI 06 Wajak  
2006 – 2012 : SDN 02 Patopicis Kec. Wajak  
2012 – 2015 : SMPI Hidayatul Muhtadiin  
2015 – 2018 : MAN 02 Malang  
2018 –Sekarang : S1 Tadris Matematika  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim  
Malang