VEEREBRADIAH LOKESHA RECIPROCAL STATUS INDEX PADA KOMPLEMEN GRAF TOTAL DIPERUMUM DARI RING BILANGAN BULAT MODULO

SKRIPSI

OLEH
TATA SUTRAFIA ARMEYNTAN
NIM. 19610090

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023

***VEEREBRADIAH LOKESHA RECIPROCAL STATUS INDEX* PADA KOMPLEMEN GRAF TOTAL DIPERUMUM DARI RING BILANGAN BULAT MODULO**

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Tata Sutrafia Armeyntan
NIM. 19610090

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023

VEEREBRADIAH LOKESHA RECIPROCAL STATUS INDEX
PADA KOMPLEMEN GRAF TOTAL DIPERUMUM
DARI RING BILANGAN BULAT MODULO

SKRIPSI

Oleh
Tata Sutrafia Armeyntan
NIM. 19610090

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Malang, 18 Desember 2023

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D.	Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.
NIP. 19571005 198203 1 006	NIP. 19870218 202321 1 018

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

VEEREBRADIAH LOKESHA RECIPROCAL STATUS INDEX
PADA KOMPLEMEN GRAF TOTAL DIPERUMUM
DARI RING BILANGAN BULAT MODULO

SKRIPSI

Oleh
Tata Sutrafia Armeyntan
NIM. 19610090

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat.)

Tanggal 25 Desember 2023

Ketua Penguji	: Juhari, M.Si.	....
Anggota Penguji I	: Intan Nisfulaila, M.Si.	....
Anggota Penguji II	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D.	....
Anggota Penguji III	: Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Tata Sutrafia Armeyntan
NIM	: 19610090
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: *Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index* pada Komplemen Graf Total Diperumum dari Ring Bilangan Bulat Modulo

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri. Bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 25 Desember 2023
Yang membuat pernyataan,

Tata Sutrafia Armeyntan
NIM. 19610090

MOTO

"Saya ingin tumbuh menjadi seseorang yang berkepribadian baik untuk menunjukkan bahwa kedua orang tua saya berhasil dalam mendidik saya."

(Peneliti)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini peneliti persembahkan untuk diri sendiri yang telah berjuang dan berusaha sejauh ini. Terima kasih atas kerja kerasnya. Mari tetap berdoa dan berusaha serta tetap semangat untuk kedepannya.

Skripsi ini juga peneliti persembahkan untuk orang tua peneliti Bapak Sutikno dan Ibu Maryati, adik peneliti Awang Siregar Lenggah Permei, beserta keluarga besar yang selalu mendoakan, mendukung, memberi semangat, nasihat, dan kasih sayang. Sehingga memotivasi peneliti dalam berproses.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan nikmat dan anugerah-Nya sehingga skripsi yang berjudul “*Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index* pada Komplemen Graf Total Diperumum dari Ring Bilangan Bulat Modulo” dapat terselesaikan dengan baik. Selawat serta salam semoga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang syafaatnya kita nanti-nantikan pada hari akhir kelak.

Peneliti mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membimbing serta memberi arahan dalam penulisan skripsi ini. Ucapan terima kasih peneliti sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc., selaku ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D., selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan, nasihat, ilmu, serta motivasi kepada peneliti.
5. Bapak Mohammad Nafie Jauhari, M.Si., selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan, nasihat, ilmu, serta motivasi kepada peneliti.
6. Bapak Juhari, M.Si., selaku ketua penguji yang telah banyak memberikan nasihat dan saran yang membangun kepada peneliti.
7. Ibu Intan Nisfulaila, M.Si., selaku anggota penguji I yang telah banyak memberikan nasihat dan saran yang membangun kepada peneliti.
8. Kedua orang tua, adik, serta seluruh keluarga yang tidak pernah putus dalam memanjatkan doa dan memberikan restu serta nasihat kepada peneliti.

Peneliti menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, peneliti mengharapkan kritik dan saran yang membangun. Peneliti juga mengharapkan semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi peneliti maupun pembaca.

Malang, 25 Desember 2023

Peneliti

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Armeyntan, Tata Sutrafia, 2023. ***Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index* pada Komplemen Graf Total Diperumum dari Ring Bilangan Bulat Modulo.** Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (II) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Kata kunci: *Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index*, Komplemen Graf Total Diperumum, Ring Bilangan Bulat Modulo

Misalkan R adalah ring komutatif dan H adalah himpunan bagian dari R. Komplemen graf total diperumum adalah graf sederhana dengan semua elemen di R sebagai titik dan dua titik berbeda x dan y terhubung langsung jika dan hanya jika x dan y bukan merupakan elemen dari H. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bentuk umum indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$ dengan p lebih besar atau sama dengan 3 merupakan bilangan prima untuk H himpunan pembagi nol dan H himpunan unit dari ring bilangan bulat modulo $2p$. Langkah dalam penelitian ini yaitu menentukan himpunan pembagi nol dan himpunan unit dari ring bilangan bulat modulo $2p$, menentukan jarak setiap titik di komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$, menentukan *reciprocal status* di komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$, dan menentukan indeks VLRS di komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$. Hasil penelitian ini terkait dengan bentuk umum indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$ di mana p merupakan bilangan prima dan p lebih besar atau sama dengan 3 dengan H himpunan pembagi nol dan H himpunan unit dari ring bilangan bulat modulo $2p$.

ABSTRACT

Armeyntan, Tata Sutrafia, 2023. **Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index on the Complement of the Generalized Total Graph of Ring of Integers Modulo.** Thesis. Mathematics Study program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisors: (I) Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (II) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Keywords: Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index, Complement of the Generalized Total Graph, Ring Integers Modulo

Suppose R is a commutative ring and H is a subset of R. The complement of the generalized total graph is a simple graph with all the elements in R as points and two different points x and y are directly connected if and only if x and y are not elements of H. This study aims to determine the general form of the VLRS index in the generalized total graph complement of the integer ring modulo $2p$ where p greater than or equal to 3 is the prime number for H the set of zero divisors and H the set of units of the ring integer modulo $2p$. The steps in this study are to determine the set of zero divisors and the set of units of the integer ring modulo $2p$, determine the distance of each point in the complement of the generalized total graph of the ring of integers modulo $2p$, determine the reciprocal state in the complement of the generalized total graph of the ring integer modulo $2p$, and determine the VLRS index in the complement of the generalized total graph from the integer ring modulo $2p$. The results of this study are related to the general form of the VLRS index on the complement of the generalized total graph of the $2p$ modulo integer ring where p is a prime number and p is greater than or equal to 3 with H the set of zero divisors and H the set of units of the $2p$ modulo integer ring.

مستخلص البحث

أرمإنتان، تاتا سوترافيا، ٢٠٢٣. **مؤشر الحالة المتبادلة عند فيريبراداياه لوكيشا (*Veerebradiah lokesha*) على تكملة الرسم البياني الكلي المعمم لحلقة الأعداد الصحيحة مودولو (*modulo*)**. البحث الجامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا بجامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف الأول: أ. د. الحاج ترمذي، الماجستير. المشرف الثاني: محمد نافع جوهري، الماجستير.

الكلمات الرئيسية: مؤشر الحالة المتبادلة فيريبراداياه لوكيشا، تكملة الرسم البياني الكلي المعمم، حلقة الأعداد الصحيحة مودولو

افترض أن R هي حلقة تبادلية و H هي مجموعة فرعية من R. إن تكملة الرسم البياني الإجمالي المعمم عبارة عن رسم بياني بسيط يحتوي على جميع العناصر في R كنقاط ونقطتين مختلفتين x وy متصلتين مباشرة إذا وفقط إذا كان x وy ليست عناصر من H. تهدف هذه الدراسة إلى تحديد الشكل العام لمؤشر VLRS في تكملة الرسم البياني الإجمالي المعمم للحلقة الصحيحة مودولو $2p$ حيث p أكبر من أو يساوي 3 هو الرقم الأولي لـ H مجموعة المقسومات الصفرية و H مجموعة وحدات الحلقة الصحيحة مودولو $2p$. تتمثل الخطوات في هذه الدراسة في تحديد مجموعة المقسومات الصفرية ومجموعة وحدات حلقة الأعداد الصحيحة مودولو $2p$، وتحديد مسافة كل نقطة في تكملة الرسم البياني الإجمالي المعمم لحلقة الأعداد الصحيحة مودولو $2p$، وتحديد المقلوب الحالة في تكملة الرسم البياني الإجمالي المعمم لوحدة العدد الصحيح للحلقة $2p$، وتحديد مؤشر VLRS في تكملة الرسم البياني الإجمالي المعمم من وحدة العدد الصحيح للحلقة $2p$. ترتبط نتائج هذه الدراسة بالشكل العام لمؤشر VLRS على تكملة الرسم البياني الإجمالي المعمم للحلقة الصحيحة مودولو $2p$ حيث p هو رقم أولي وp أكبر من أو يساوي 3 مع H مجموعة الصفر المقسومات و H مجموعة وحدات الحلقة مودولو $2p$ عدد صحيح.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan cabang dari ilmu matematika yang dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Teori graf memiliki beragam pengaplikasian dalam berbagai bidang seperti biologi, ilmu komputer, ekonomi, teknik, informatika, linguistik, matematika, kesehatan, dan ilmu-ilmu sosial (Abdussakir et al., 2009). Pengaplikasian dari ilmu ini sangat relevan digunakan dalam kehidupan sehari-hari sehingga sampai saat ini masih terus dikembangkan. Hasil penelitian dari ilmu ini menjadikan teori graf diminati oleh para pakar matematika khususnya pada bidang aljabar.

Ilmu teori graf pada awalnya diperkenalkan pada tahun 1736 berawal dari permasalahan yang muncul di kota Königsberg (sebelah timur negara bagian Prussia, Jerman) atau saat ini dikenal dengan kota Kaliningrad. Kota tersebut memiliki tujuh jembatan yang menghubungkan empat daratan dan dipisahkan oleh sungai Pregal yang mengelilingi pulau Kneiphof. Permasalahan dalam kasus ini adalah untuk menemukan cara agar tujuh jembatan tersebut dapat dilewati dengan satu kali jalan dan dapat kembali ke tempat awal pemberangkatan. Pada tahun 1736, seorang ahli matematika Swiss yaitu Leonhard Euler adalah orang pertama yang mencoba menemukan solusi dari masalah tersebut dengan mengaplikasikannya ke dalam graf dengan menyatakan daratan sebagai titik V (*vertex*) dan jembatan sebagai sisi E (*edge*) (Munir, 2016).

Suatu graf G memiliki himpunan titik V dan himpunan sisi E atau dapat dituliskan secara matematis dengan $G = (V, E)$. Himpunan titik dan sisi di graf G

secara terurut dapat dinotasikan V sebagai $V(G)$ dan E sebagai $E(G)$. $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari suatu objek yang dinamakan titik, sedangkan $E(G)$ merupakan himpunan (mungkin kosong) dari pasangan titik berbeda di V yang dinamakan sisi (Chartrand et al., 2011).

Misalkan R adalah ring komutatif dan H adalah himpunan bagian dari R. Graf total diperumum dari R dinotasikan $GT_H(R)$ dengan semua elemen di R sebagai titik dan dua titik berbeda x dan y terhubung langsung jika dan hanya jika $x + y \in H$. Komplemen graf total diperumum yang dinotasikan $\overline{GT_H(R)}$ adalah graf sederhana dengan semua elemen di R sebagai titik dan dua titik berbeda x dan y terhubung langsung jika dan hanya jika $x + y \notin H$ (Chelvam & Balamurugan, 2019).

Penelitian terkait komplemen graf total diperumum telah dilakukan oleh T. Tamizh Chelvam dan M. Balamurugan pada tahun 2019 yang membahas komplemen graf total diperumum dari $\mathbb{Z}_n$ (Chelvam & Balamurugan, 2019). Penelitian tersebut membahas sifat dominasi tertentu dari $\overline{GT_H(R)}$ kemudian diperoleh bilangan dominasi, bilangan independen, dan karakteristik untuk γ-sets di $\overline{GT_P(\mathbb{Z}_n)}$ di mana P adalah ideal prima di $\mathbb{Z}_n$. Selanjutnya dibahas pula sifat-sifat Euler, Hamilton, planaritas, dan toloidaritas dari $\overline{GT_P(\mathbb{Z}_n)}$.

Teori graf memiliki keterkaitan dengan indeks topologi dalam bidang kimia. Indeks topologi adalah nilai numerik yang terkait dengan hukum kimia yang menunjukkan hubungan antara struktur kimia dan berbagai macam kualitas fisik yang dapat mengukur reaktivitas kimia atau aktivias biologi (Mahboob et al., 2021). Pada tahun 2021, Veerebradiah Lokesha dkk., memperkenalkan indeks topologi yang digunakan dalam pemodelan pada bidang fisika, molekul pada bidang kimia, dan farmasi. Indeks tersebut disebut sebagai *Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status index* dan pada artikel dikenal dengan *VL Reciprocal Status index* sehingga biasa dikenal sebagai indeks VLRS. Indeks VLRS didefinisikan sebagai $VLRS(G) = \frac{1}{2}\sum_{u_1u_2 \in E(G)}[rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$ (Lokesha et al., 2021). Penelitian terkait indeks VLRS masih sedikit mengingat indeks tersebut baru dikenalkan oleh Veerebradiah Lokesha, dkk., pada tahun 2021 yang membahas indeks dan koindeks VLRS pada graf dengan hasil dari penelitian tersebut adalah rumus umum untuk menghitung indeks dan koindeks VLRS pada graf dan juga diketahui korelasi antara indeks VLRS dan sifat-sifat dari turunan Butana melalui tabel dan diilustrasikan dengan gambar. Terdapat artikel lain oleh Deepika T. pada tahun 2021 yang membahas indeks VL dan batas *tensor product* pada graf *F-Sum* dengan hasil dari penelitian tersebut adalah rumus umum yang dapat digunakan untuk menghitung indeks VL dan batas *tensor product* pada graf *F-Sum* (Deepika, 2021).

Di dalam Al-Qur’an terdapat pembelajaran yang dapat diambil yaitu dengan mengembangkan ilmu pengetahuan dapat membawa kemanfaatan. Allah SWT berfirman dalam Al-Qur’an surat Al-Jatsilah ayat 13 yang artinya (Al-Qur’an, 2018):

“Dan Dia menundukkan apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi untukmu semuanya (sebagai rahmat) dari-Nya. Sungguh, dalam hal yang demikian itu benar-benar terdapat tanda-tanda (kebesaran Allah) bagi orang-orag yang berpikir.”

Berdasarkan ayat tersebut, Allah menjelaskan bahwa Dia yang Maha Esa telah menundukkan semua makhluk cipataan-Nya yang ada di langit seperti bintang-bintang dan planet-planet serta apa yang ada di bumi seperti tanah yang subur, udara, dan air. Semua yang ada di langit dan di bumi merupakan rahmat yang bersumber dari-Nya. Sesungguhnya hal itu merupakan tanda-tanda dan bukti yang sangat jelas tentang kekuasaan Allah bagi kaum yang mau berpikir dan merenungkan ayat-ayat ini. Penundukkan langit dan bumi dipahami dalam arti semua bagian-bagian alam yang terjangkau dan berjalan atas dasar satu sistem yang pasti dan saling berkaitan serta konsisten. Allah menetapkan hal tersebut dari waktu ke waktu dengan mengilhami manusia tentang pengetahuan fenomena alam yang dapat mereka manfaatkan untuk kemaslahatan dan kenyamanan hidup manusia. Semua ciptaan Allah yang ada di langit dan di bumi masing-masing memiliki manfaat yang banyak di berbagai bidang kehidupan manusia. Sehingga dengan mengembangkan ilmu pengetahuan dapat membawa kemanfaatan bagi umat manusia.

Salah satu bidang keilmuan yang memanfaatkan perkembangan ilmu teori graf adalah bidang kimia. Penelitian terkait indeks topologi pada suatu graf memiliki korelasi dengan bidang kimia. Tujuan diciptakannya suatu indeks topologi adalah untuk memperoleh sifat-sifat senyawa tanpa usaha besar sehingga dapat menghemat waktu dan uang. Pada penelitian ini membahas tentang salah satu indeks topologi yaitu indeks VLRS. Indeks topologi tersebut memiliki korelasi dengan sifat fisik tegangan permukaan, kompleksitas, dan jumlah atom berat. Berdasarkan penelitian terkait indeks VLRS pada suatu graf maka diketahui korelasi antara indeks VLRS dan sifat-sifat dari turunan Butana.

Berdasarkan penelitian terdahulu, penelitian terkait indeks VLRS dapat diperluas dan digabungkan dengan graf sederhana. Dengan demikian, untuk membedakan dengan penelitian sebelumnya peneliti melakukan penelitian terkait indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$ dengan p adalah bilangan prima dan $p \geq 3$. Komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$ dinotasikan sebagai $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$. Pada penelitian terdahulu, graf total diperumum dengan himpunan bagian dari R yaitu himpunan pembagi nol dan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$ dikombinasikan dengan indeks omega. Sehingga untuk membedakan dengan penelitian terdahulu, pada penelitian ini peneliti mengambil topik terkait komplemen graf total diperumum dengan himpunan bagian dari R yaitu himpunan pembagi nol dan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$ yang dikombinasikan dengan indeks VLRS. Sehingga berdasarkan beberapa uraian dan pengintegrasian yang telah dijelaskan, maka peneliti termotivasi untuk melakukan penelitian dengan mengangkat judul "*Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index* pada Komplemen Graf Total Diperumum dari Ring Bilangan Bulat Modulo".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian yang telah diuraikan sebelumnya, maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah bagaimana bentuk umum indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dipaparkan sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui bentuk umum indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat:

1. Teoritis

   Penelitian ini dapat bermanfaat dalam pengembangan teori-teori yang terkait dengan teori graf dan penelitian ini dapat dimanfaatkan dalam bidang fisika, kimia, maupun farmasi.

2. Praktis

   a. Bagi peneliti yaitu dapat mengetahui proses pembuktian pola bentuk umum dari indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo.

   b. Bagi pembaca yaitu sebagai informasi dalam melakukan kajian lebih lanjut topik yang berhubungan dengan teori graf khususnya terkait indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo.

   c. Bagi instansi yaitu sebagai tambahan bahan pustaka terkait teori graf.

1.5 Batasan Masalah

Permasalahan yang dibahas pada penelitian ini fokus pada komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$ yang dapat dinotasikan sebagai $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ di mana p adalah bilangan prima dan $p \geq 3$ untuk H himpunan pembagi nol dan H himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$. Pada penelitian ini nilai p tidak dimulai dari 2 dikarenakan pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_4)}$ di mana H merupakan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_4$ memuat dua sisi yang tidak saling terhubung sehingga nilai *reciprocal status* dari $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_4)}$ tidak dapat dihitung.

BAB II
KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Ring

2.1.1.1 Definisi Ring

1. Ring R merupakan himpunan tidak kosong dengan dua operasi biner yaitu operasi penjumlahan yang dinotasikan dengan $(+)$ dan operasi perkalian yang dinotasikan dengan $(\cdot)$, sedemikian sehingga untuk setiap $a, b, c \in R$ berlaku sifat sebagai berikut:
   a. Operasi penjumlahan di R bersifat komutatif.
      Untuk setiap $a, b \in R$ maka berlaku $a + b = b + a$.
   b. Operasi penjumlahan di R bersifat asosiatif.
      Untuk setiap $a, b, c \in R$ maka berlaku $(a + b) + c = a + (b + c)$.
   c. Terdapat elemen identitas penjumlahan yaitu nol (0).
      Terdapat $0 \in R$, sedemikian sehingga untuk setiap $a \in R$ maka berlaku $a + 0 = 0 + a = a$.
   d. Terdapat elemen invers pada operasi penjumlahan, yaitu $-a$ di R.
      Untuk setiap $-a \in R$ sedemikian sehingga $a + (-a) = 0$.
   e. Operasi perkalian di R bersifat asosiatif.
      Untuk setiap $a, b, c \in R$ maka berlaku $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
   f. Operasi perkalian bersifat distributif terhadap operasi penjumlahan di R.

Untuk setiap $a, b, c \in R$ berlaku sifat distributif kiri yaitu $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ dan distributif kanan yaitu $(a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$.

(Gallian, 2013).

2. Ring R disebut ring komutatif jika dan hanya R bersifat komutatif terhadap operasi perkalian, sedemikian sehingga untuk setiap $a, b \in R$ maka berlaku $a \cdot b = b \cdot a$ (Gilbert & Gilbert, 2015).
3. Ring R disebut ring dengan unsur kesatuan jika dan hanya jika R mempunyai elemen identitas terhadap operasi perkalian yaitu 1, sedemikian sehingga untuk setiap $a \in R$ maka berlaku $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ (Gilbert & Gilbert, 2015).
4. Suatu ring R disebut ring komutatif dengan unsur kesatuan jika dan hanya jika R merupakan ring komutatif dan mempunyai unsur kesatuan terhadap operasi perkalian (Wahyuni et al., 2016).

2.1.1.2 Ring Bilangan Bulat Modulo

Misalkan m adalah bilangan bulat positif di mana $m > 1$. Himpunan bilangan bulat modulo m dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_m$ adalah himpunan kelas-kelas ekivalen dari kongruensi modulo m atau $\mathbb{Z}_m = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \dots, \overline{m-1}\}$ (Menezes, 1996).

2.1.1.3 Pembagi Nol dari Suatu Ring

Suatu elemen x dari ring R disebut pembagi nol apabila memenuhi $x \cdot y = 0$ atau $y \cdot x = 0$ untuk suatu $y \neq 0, y \in R$. Himpunan pembagi nol dari ring R dinotasikan dengan $Z(R)$ (Joshi, 1989).

Contoh:

Misalkan $R = \mathbb{Z}_{10} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}\}$. Selanjutnya pada Tabel 2.1 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_{10}$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Tabel 2.1 Tabel Cayley Operasi Perkalian $\mathbb{Z}_{10}$ untuk Pembagi Nol

$\cdot$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{2}$	$\bar{5}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{4}$	$\bar{7}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{4}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 2.1 diperoleh himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{10}$ adalah $Z(\mathbb{Z}_{10}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$ dan himpunan pembagi nol tidak nol dari $\mathbb{Z}_{10}$ adalah $Z^*(\mathbb{Z}_{10}) = Z(\mathbb{Z}_{10}) - \{\bar{0}\} = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$.

2.1.1.4 Unit dari Suatu Ring

Suatu elemen x dari ring R disebut unit apabila memenuhi $x \cdot y = 1$ atau $y \cdot x = 1$ untuk suatu $y \in R$. Himpunan unit dari ring R dinotasikan dengan $U(R)$ (Abdussakir, 2019).

Contoh:

Misalkan $R = \mathbb{Z}_{10} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}\}$. Selanjutnya pada Tabel 2.2 ditunjukkan perhitungan operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_{10}$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Tabel 2.2 Tabel Cayley Operasi Perkalian $\mathbb{Z}_{10}$ untuk Unit

$\cdot$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{2}$	$\bar{5}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{4}$	$\bar{7}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{4}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 2.2 diperoleh himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{10}$ adalah $U(\mathbb{Z}_{10}) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{7}, \bar{9}\}$.

2.1.2 Keterbagian dan Kongruensi

2.1.2.1 Keterbagian

Definisi 2.1

Misalkan $x, y \in \mathbb{Z}$, dengan $x \neq 0$, maka x disebut membagi y ditulis sebagai $x|y$ apabila $y = xz$, untuk suatu $z \in \mathbb{Z}$ (Irawan et al., 2014).

Contoh:

$3|15$, karena ada $5 \in \mathbb{Z}$ sehingga $15 = 3 \cdot 5$

$3 \nmid 5$, karena tidak ada $z \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $5 = 3z$.

Definisi 2.2

Bilangan bulat positif x adalah pembagi persekutuan dari y dan z yang tidak nol jika $x|y$ dan $x|z$. Selanjutnya bilangan bulat x adalah pembagi persekutuan terbesar atau *greatest common divisor* atau GCD dari bilangan bulat tidak nol y dan z jika x adalah bilangan bulat positif terbesar sehingga $x|y$ dan $x|z$.

Bilangan bulat x disebut pembagi persekuan terbesar dari y dan z, jika berlaku:

1. $x > 0$
2. $x|y$ dan $x|z$
3. Misalkan p bilangan bulat, jika $p|y$ dan $p|z$ maka $p|x$

Pembagi persekutuan terbesar dari y dan z dituliskan $x = (y, z)$ dan karena $x > 0$ maka $x = (y, z) \geq 1$ (Irawan et al., 2014).

Contoh:

Pembagi persekutuan dari 15 dan 12 adalah 3 dan dapat ditulis $(15,12) = 3$. Demikian juga $(15, -12) = (-15,12) = (-15, -12) = 3$.

2.1.2.2 Kongruensi

Definisi 2.3

Misalkan n merupakan bilangan bulat positif, $n > 1$ dan $x, y \in \mathbb{Z}$. x disebut kongruen dengan y modulo n jika dan hanya jika $x - y$ adalah kelipatan dari n. Dapat dituliskan $x \equiv y(mod\ n)$ (Gilbert & Gilbert, 2015).

Contoh:

$52 \equiv 3\ (mod\ 7)$ karena $(52 - 3)$ dapat dibagi oleh 7

$52 \not\equiv 9\ (mod\ 7)$ karena $(52 - 9)$ tidak dapat dibagi oleh 7.

Teorema 2.1

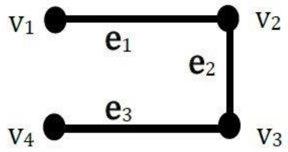
Kongruensi linier $ax \equiv b(mod\ m)$ dapat diselesaikan hanya jika $d = (a, m)$ membagi b, dan pada kasus ini memiliki d selesaian. Jika a dan m relatif prima atau $d = 1$ maka kongruensi memiliki satu selesaian (Irawan et al., 2014).

2.1.3 Graf

2.1.3.1 Definisi Graf

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan $(V(G), E(G))$ yang terdiri atas himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik (*vertex*) dinotasikan $V(G)$ dan himpunan (mungkin kosong) pasangan tidak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi (*edge*) dinotasikan $E(G)$. Banyaknya elemen di $V(G)$ disebut order dari G dinotasikan $p(G)$ dan banyaknya elemen di $E(G)$ disebut ukuran dari G dinotasikan $q(G)$ (Abdussakir et al., 2009).

Contoh:



Gambar 2.1 Graf G Berorde 4

Berdasarkan Gambar 2.1, graf G mempunyai empat titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, maka order dari graf G adalah 4. Graf G memiliki sisi sebanyak tiga yang terhimpunan dalam $E(G) = \{e_1, e_2, e_3\}$ sehingga ukuran dari graf G adalah 3.

2.1.3.2 *Adjacent* dan *Incident*

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), v dan e disebut terkait langsung (*incident*), dan titik u dan v disebut ujung dari e. Dua sisi berbeda e_1 dan e_2 disebut terhubung langsung jika terkait langsung pada satu titik yang sama. Selanjutnya, sisi $e = (u, v)$ dinotasikan dengan $e = uv$ (Abdussakir et al., 2009).

Contoh:

Berdasarkan Gambar 2.1, maka titik v_1 dan v_2 terhubung langsung, demikian juga dengan v_2 dan v_3, serta v_3 dan v_4. Sisi e_1 terkait langsung dengan titik v_1 dan v_2. Sisi e_2 terkait langsung dengan titik v_2 dan v_3. Sisi e_1 tidak terkait langsung dengan titik v_3 dan v_4. Perlu diperhatikan bahwa satu sisi hanya dapat terkait langsung dengan dua titik berbeda. Hal ini terjadi karena satu sisi hanya menghubungkan dua titik berbeda. Sisi e_1 dan e_2 terhubung langsung karena terkait langsung pada satu titik yang sama, yaitu v_2. Sisi e_1 dan e_3 tidak terhubung langsung karena tidak terkait langsung pada titik yang sama.

2.1.3.3 Jarak

Misalkan graf G dengan u dan v merupakan titik di G. Jika titik u dan titik v terhubung, maka jarak dari titik u ke titik v dinotasikan dengan $d(u, v)$. $d(u, v)$ adalah jarak terpendek yang menghubungkan titik u dan v di G (Chartrand et al., 2011).

Contoh:

Berdasarkan Gambar 2.1 jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(v_1, v_2) = 1 \quad d(v_1, v_3) = 2 \quad d(v_1, v_4) = 3$

$d(v_2, v_3) = 1 \quad d(v_2, v_4) = 2 \quad d(v_3, v_4) = 1$

2.1.3.4 Graf Total Diperumum

Ring komutatif R dengan H adalah himpunan bagian dari R sedemikian sehingga untuk H adalah himpunan bagian yang tertutup terhadap operasi perkalian dari R. Graf total diperumum dari R dinotasikan dengan $GT_H(R)$ untuk semua elemen dari R sebagai titik. Dua titik berbeda x dan y dikatakan terhubung langsung jika dan hanya jika $x + y \in H$ (Anderson, 2013).

Contoh:

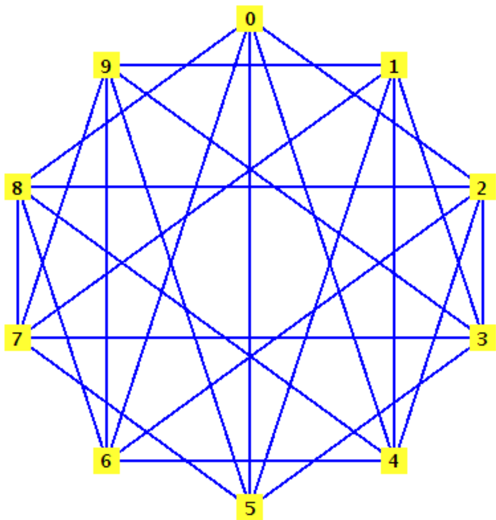
Misalkan $R = \mathbb{Z}_{10} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}\}$ dan H merupakan himpunan bagian yang tertutup terhadap operasi perkalian di $\mathbb{Z}_{10}$. Dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_{10}$ dikatakan terhubung langsung jika dan hanya jika $x + y \in H$. Sehingga untuk H himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{10}$ berdasarkan Tabel 2.1 maka diperoleh $H = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\} \subseteq \mathbb{Z}_{10}$.

Selanjutnya pada Tabel 2.3 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan pada $\mathbb{Z}_{10}$.

Tabel 2.3 Tabel Cayley Operasi Penjumlahan $\mathbb{Z}_{10}$ untuk Pembagi Nol

$+$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	1	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
$\bar{6}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{7}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$
$\bar{8}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$
$\bar{9}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$

Berdasarkan Tabel 2.3 diperoleh titik graf total diperumum $V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ terhubung langsung jika dan hanya jika dua titik berbeda x, y anggota dari ring dengan $x + y$ merupakan anggota dari H, di mana H adalah himpunan pembagi nol dari ring sehingga diperoleh gambar dari $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$.



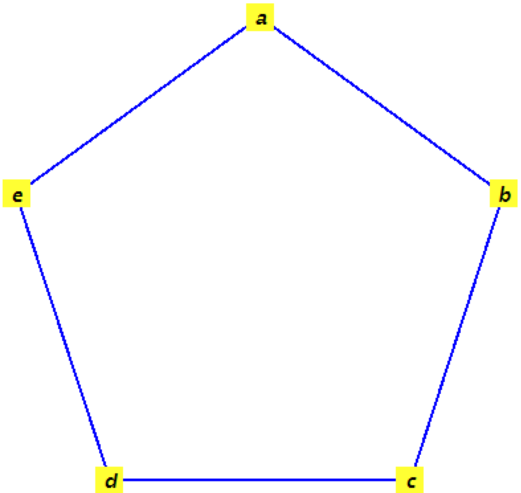
Gambar 2.2 Graf Total Diperumum dari $\mathbb{Z}_{10}$

2.1.3.5 Komplemen Suatu Graf

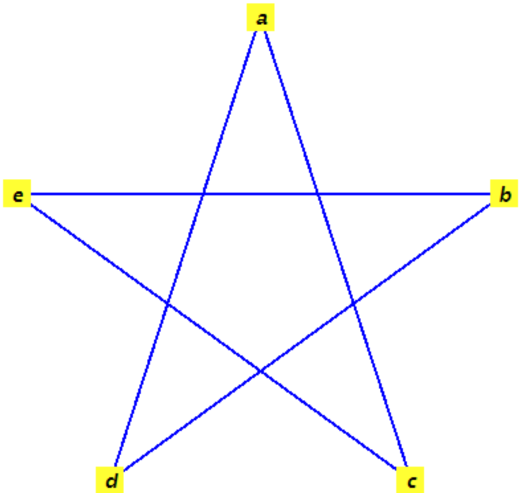
Misalkan G adalah graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Komplemen dari graf G dinotasikan dengan $\bar{G}$ adalah graf dengan himpunan titik $V(G)$ sedemikian sehingga dua titik terhubung langsung di $\bar{G}$ jika dan hanya jika dua titik tersebut tidak terhubung langsung di G. Sehingga diperoleh $V(\bar{G}) = V(G)$ dan $uv \in E(\bar{G})$ jika dan hanya jika $uv \notin E(G)$ (Abdussakir et al., 2009).

Contoh:

Gambar 2.3 dan Gambar 2.4 merupakan contoh dari dua graf yang saling berkomplemen.



Gambar 2.3 Graf *A*



Gambar 2.4 Graf *B*

2.1.3.6 Komplemen Graf Total Diperumum

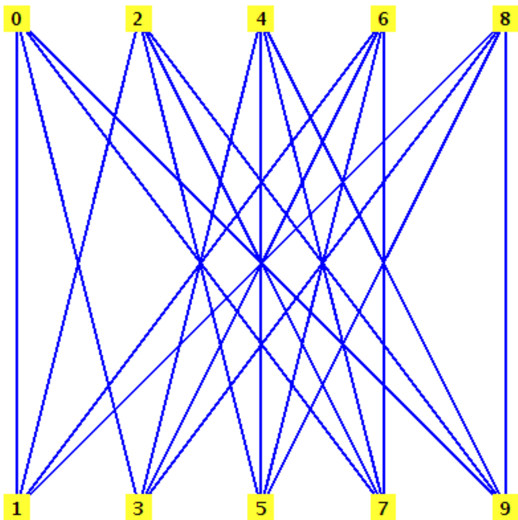
Misalkan R adalah ring komutatif dan H adalah himpunan bagian dari R. Komplemen graf total diperumum yang dinotasikan $\overline{GT_H(R)}$ adalah graf sederhana dengan semua elemen di R sebagai titik dan dua titik berbeda x dan

y terhubung langsung jika dan hanya jika $x + y \notin H$ (Chelvam & Balamurugan, 2019).

Contoh:

Misalkan $R = \mathbb{Z}_{10} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}\}$ dan H merupakan himpunan bagian yang tertutup terhadap operasi perkalian di $\mathbb{Z}_{10}$. Dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_{10}$ dikatakan terhubung langsung jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Sehingga untuk H himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{10}$ berdasarkan Tabel 2.1 maka diperoleh $H = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\} \subseteq \mathbb{Z}_{10}$. Selanjutnya pada Tabel 2.3 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan pada $\mathbb{Z}_{10}$.

Berdasarkan Tabel 2.3 diperoleh titik komplemen graf total diperumum $V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ terhubung langsung jika dan hanya jika dua titik berbeda x, y anggota dari ring dengan $x + y$ bukan merupakan anggota dari H, di mana H adalah himpunan pembagi nol dari ring sehingga diperoleh gambar dari $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$.



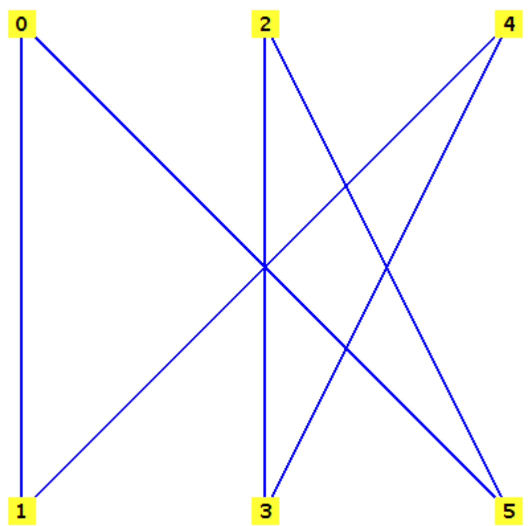
Gambar 2.5 Komplemen Graf Total Diperumum dari $\mathbb{Z}_{10}$

2.1.3.6 Graf Bipartit

Suatu graf sederhana G disebut sebagai graf bipartit jika himpunan simpulnya dapat dipartisi menjadi dua bagian V_1 dan V_2 sedemikian setiap sisi mempunyai satu ujung di V_1 dan satu ujung di V_2 (Soleha, 2014).

Contoh:

Gambar 2.6 merupakan contoh graf bipartit dengan partisi $V_1 = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\}$ dan $V_1 = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}\}$.



Gambar 2.6 Graf Bipartit Berorde 6

2.1.3.7 *Reciprocal Status*

Reciprocal status dari titik u pada graf G dinotasikan dengan $rs(u)$. *Reciprocal status* didefinisikan dengan penjumlahan *reciprocal* jarak di antara u ke semua titik di graf G. *Reciprocal Status* dari $u_1 \in V(G)$ ditentukan oleh jumlah *reciprocal* jarak u_1 ke titik di G, dinotasikan dengan $rs(u_1) = \sum_{u_2 \in V(G)} \frac{1}{d(u_1, u_2)}$ (Ramane et al., 2019).

Contoh:

1. Berdasarkan Gambar 2.1 *reciprocal status* jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$$rs(v_1) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$$

$$rs(v_2) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$rs(v_3) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{5}{2}$$

$$rs(v_4) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{11}{6}$$

2. Selanjutnya ditunjukkan nilai *reciprocal status* pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_4)}$ di mana H merupakan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_4$.

Gambar 2.7 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_4)}$

Berdasarkan Gambar 2.7 diketahui bahwa $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_4)}$ adalah graf tidak terhubung. Karena $\bar{0}$ dan $\bar{1}$ tidak terhubung, maka $d(\bar{0}, \bar{1})$ tidak bisa ditentukan, demikian juga dengan $d(\bar{0}, \bar{3})$, $d(\bar{1}, \bar{2})$, dan $d(\bar{2}, \bar{3})$. Dengan demikian, nilai *reciprocal status* pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_4)}$ di mana H merupakan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_4$ tidak dapat dihitung.

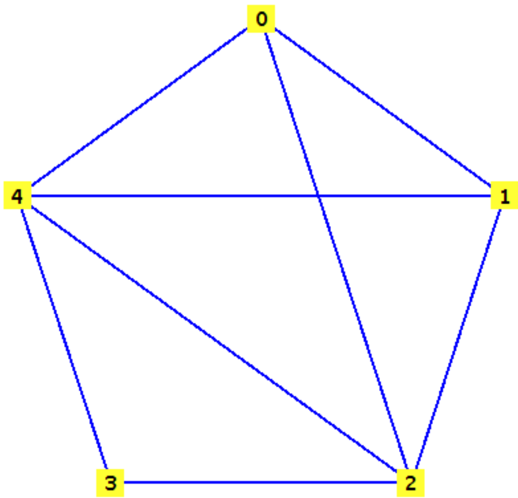
2.1.4 *Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index* (Indeks VLRS)

Misalkan graf G dengan m dan n adalah order dan ukuran dari G. Himpunan titik dan himpunan sisi dinotasikan dengan $V(G)$ dan $E(G)$. Masing-masing sisi yang menghubungkan titik u_1 dan u_2 dinotasikan dengan u_1u_2, dan derajat d_u di mana $u \in E(G)$ adalah jumlah sisi yang bersisian dengan u. Sedangkan $d(u_1, u_2)$ menyatakan jarak antara dua titik u_1 dan u_2 yang merupakan jarak dari u_1 ke u_2. Indeks VL dinotasikan dengan $VL(G) = \frac{1}{2}\sum_{uv\in E(G)}[d_e + d_f + 4]$, di mana $d_e = d(u_1) + d(u_2) - 2$ dan $d_f = d(u_1) \cdot d(u_2) - 2$, sedemikian sehingga $d(u_1)$ dan $d(u_2)$ adalah derajat titik dari u_1 dan u_2 di G. Sehingga Indeks VL dapat dituliskan sebagai $VL(G) = \frac{1}{2}\sum_{u_1u_2\in E(G)}[d(u_1) + d(u_2) + d(u_1) \cdot d(u_2)]$.

Reciprocal status dari titik u pada graf G dinotasikan dengan $rs(u)$. *Reciprocal status* didefinisikan dengan penjumlahan *reciprocal* jarak di antara u ke semua titik di graf G (Ramane et al., 2019). *Reciprocal status* dari $u_1 \in V(G)$ ditentukan oleh jumlah *reciprocal* jarak u_1 ke titik di G, dinotasikan dengan $rs(u_1) = \sum_{u_2\in V(G)} \frac{1}{d(u_1,u_2)}$. Rumus indeks VLRS diformulasikan menjadi $VLRS(G) = \frac{1}{2}\sum_{u_1u_2\in E(G)}[rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$ (Lokesha et al., 2021).

Contoh:

Misalkan graf G yang memuat himpunan $V(G) = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$.



Gambar 2.8 Graf G Berorde 5

Berdasarkan Gambar 2.8 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu :

$d(\bar{0},\bar{1}) = 1$ $d(\bar{0},\bar{2}) = 1$ $d(\bar{0},\bar{3}) = 2$ $d(\bar{0},\bar{4}) = 1$ $d(\bar{1},\bar{2}) = 1$

$d(\bar{1},\bar{3}) = 2$ $d(\bar{1},\bar{4}) = 1$ $d(\bar{2},\bar{3}) = 1$ $d(\bar{2},\bar{4}) = 1$ $d(\bar{3},\bar{4}) = 1$

Berdasarkan perolehan jarak sebelumnya, diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$$rs(\bar{0}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{7}{2}$$

$$rs(\bar{1}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{7}{2}$$

$$rs(\bar{2}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{4}{1}$$

$$rs(\bar{3}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{6}{2}$$

$$rs(\bar{4}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{4}{1}$$

Indeks VLRS dari graf G pada Gambar 2.8 sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
VLRS(G) \quad &= \frac{1}{2} \sum_{u_1 u_2 \in E(G)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)] \\
&= \frac{1}{2} [rs(\bar{0}) + rs(\bar{1}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{1}) \\
&+ rs(\bar{0}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{2}) \\
&+ rs(\bar{0}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{4}) \\
&+ rs(\bar{1}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{2}) \\
&+ rs(\bar{1}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{4}) \\
&+ rs(\bar{2}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{3}) \\
&+ rs(\bar{2}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{4}) \\
&+ rs(\bar{3}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{4})] \\
&= \frac{1}{2} \Big[\frac{7}{2} + \frac{7}{2} + \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{2} + \frac{7}{2} + \frac{4}{1} + \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{1} + \frac{7}{2} + \frac{4}{1} + \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{1} \\
&+ \frac{7}{2} + \frac{4}{1} + \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{1} + \frac{7}{2} + \frac{4}{1} + \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{1} + \frac{4}{1} + \frac{6}{2} + \frac{4}{1} \cdot \frac{6}{2} \\
&+ \frac{4}{1} + \frac{4}{1} + \frac{4}{1} \cdot \frac{4}{1} + \frac{6}{2} + \frac{4}{1} + \frac{6}{2} \cdot \frac{4}{1} \Big] \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{77}{4} + \frac{43}{2} + \frac{43}{2} + \frac{43}{2} + \frac{43}{2} + 19 + 24 + 19 \right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{669}{4} \\
&= \frac{669}{8}
\end{aligned}
$$

Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS dari graf G pada Gambar 2.8 adalah $\frac{669}{8}$.

2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an

Al-Qur'an terdiri dari dua bahasa simbol yaitu bahasa tulisan yang berupa huruf-huruf atau disebut verbal dan bahasa angka atau disebut sebagai numerik (Abdussakir, 2009). Ayat Al-Qur'an memiliki hubungan dengan alam semesta beserta isinya. Salah satunya adalah ilmu matematika memiliki hubungan dengan ayat-ayat Al-Qur'an sehingga tidak jarang dilakukan penelitian terkait integrasi matematika dan Al-Qur'an. Beberapa pemahaman dan pengamalan Al-Qur'an secara baik dan benar membutuhkan matematika (Abdussakir, 2006). Segala sesuatu yang Allah ciptakan dapat dipelajari sehingga mempunyai banyak manfaat. Allah berfirman dalam Al-Qur'an surat Qaf ayat 9 yang artinya (Al-Qur'an, 2018):

"Dan dari langit Kami turunkan air yang memberi berkah lalu Kami tumbuhkan dengan (air) itu pepohonan yang rindang dan biji-bijian yang dapat dipanen."

Ayat tersebut menerangkan tentang pemaparan bukti-bukti kuasa Allah. Uraian dari ayat tersebut adalah tentang beberapa dampak yang diperoleh dari penciptaan langit dan bumi. Dampak pertama yang disebutkan adalah apa yang dihasilkan oleh langit dan bumi yakni air hujan yang bersumber dari laut dan sungai yang terhampar di bumi, lalu air tersebut menguap ke angkasa akibat panas yang memancar dari matahari yang berada di langit. Karunia Allah ditunjukkan dengan turunnya air yang merupakan sumber kehidupan manusia di bumi.

Interpretasi dari ayat tersebut adalah Allah menjadikan air sebagai sumber kehidupan bagi makhluk-makhluk-Nya. Proses turunnya air ke bumi sebagian besar ditampung di sungai, danau, maupun laut. Dengan demikian bumi terdiri dari dua pertiga perairan mempunyai cadangan atau simpanan air yang berlimpah untuk dimanfaatkan makhluk-makhluk-Nya. Manusia dapat minum dan bekerja, tanah menjadi subur, hewan tidak kehausan, dan tumbuh-tumbuhan tumbuh subur untuk buahnya dapat dipanen oleh manusia. Apabila Allah menghendaki tanah untuk menyerap semua air yang ada di bumi, maka semua makhluk yang ada di bumi mengalami kekeringan. Dengan demikian, terdapat pembelajaran yang Allah berikan untuk orang-orang yang berpikir yaitu tentang proses turunnya hujan. Oleh sebab itu, dapat diambil pembelajaran dari nikmat yang Allah turunkan berupa air yaitu dari proses air diturunkan, kandungan yang ada pada air, dan manfaat dari air. Maka dalam mempelajari suatu hal maka dibutuhkan bidang keilmuan lain sehingga dapat diterapkan pada kajian ilmu yang bersangkutan.

Pada penelitian ini peneliti mengambil tema terkait teori graf. Teori graf memiliki keterkaitan dengan indeks topologi dalam bidang kimia. Penelitian terkait indeks topologi pada suatu graf dapat digunakan untuk memperoleh sifat-sifat senyawa dalam bidang kimia. oleh sebab itu, sejalan dengan Al-Qur'an surat Qaf ayat 9, dengan mempelajari indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum di mana penelitian ini merupakan penelitian pada bidang matematika khususnya pada bidang keilmuan aljabar akan tetapi hasil dari penelitian dapat dimanfaatkan dalam berbagai bidang keilmuan lain seperti bidang fisika, kimia, maupun farmasi. Indeks topologi tersebut memiliki korelasi dengan sifat fisik tegangan permukaan, kompleksitas, dan jumlah atom berat. Berdasarkan penelitian terkait indeks VLRS pada suatu graf maka diketahui korelasi antara indeks VLRS dan sifat-sifat dari turunan Butana.

2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

Teori utama dalam penelitian ini membahas terkait indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$. Pada penelitian menggunakan ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ di mana p adalah bilangan prima dan $p \geq 3$ untuk memunculkan dugaan. Komplemen graf total diperumum dari ring bilangan bulat modulo $2p$ yang dinotasikan dengan $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ di mana H adalah himpunan pembagi nol dan H adalah himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$ kemudian digambarkan dalam bentuk graf. Berdasarkan gambar sebagai interpretasi diperoleh data berupa jarak antartitik kemudian dapat dicari *reciprocal status* jaraknya. Selanjutnya dapat dicari nilai dari indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ yang kemudian disusun teorema untuk mendukung pembuktian indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif yang merujuk pada metode penelitian kepustakaan atau studi literatur. Kegiatan yang dilakukan pada penelitian ini yaitu untuk memperoleh informasi dengan mengkaji berbagai macam sumber literatur seperti jurnal, buku, artikel, dan lain sebagainya yang menjelaskan terkait teori graf dan aljabar abstrak yang berhubungan dengan topik penelitian dan selanjutnya digunakan sebagai dasar penelitian. Penelitian ini bersifat mengembangkan suatu kajian dari sumber yang telah dikumpulkan dan kemudian dirujuk ke suatu kasus tertentu yang dibahas pada penelitian ini.

3.2 Pra Penelitian

Proses penelitian diawali dengan mencari literatur dari berbagai sumber yang berkaitan dengan topik yang diteliti. Literatur utama yang digunakan dalam penelitian ini adalah artikel oleh Veerebradiah Lokesha dkk. pada tahun 2021 yang membahas indeks dan koindeks VLRS pada graf. Selain artikel yang membahas indeks VLRS, literatur utama juga berupa artikel oleh T. Tamizh Chelvam dan M. Balamurugan tahun 2019 yang membahas komplemen graf total diperumum dari $\mathbb{Z}_n$.

Pada penelitian ini juga diperlukan literatur pendukung untuk mengembangkan materi yang berkaitan dengan topik penelitian, seperti definisi graf, ring, serta memilih beberapa ayat dalam Al-Qur’an yang dapat diintegrasikan dengan topik pada penelitian ini. Literatur pendukung berupa artikel oleh T. Deepika tahun 2021 yang membahas indeks VL dan batas *tensor product* pada graf *F-Sum*. Literatur pendukung lainnya berupa buku "*Graphs and Digraphs (Fifth Edition)* oleh Gary Chartrand dkk., "Teori Ring dan Modul" oleh Sri Wahyuni dkk., "Matematika Diskrit" oleh Rinaldi Munir, dan literatur pendukung lainnya yang berhubungan dengan topik pada penelitian ini.

Penelitian dimulai dari pembahasan yang bersifat khusus yaitu membahas topik berdasarkan rumus dari rujukan-rujukan yang telah diperoleh sebelumnya. Kemudian dilanjutkan dengan menentukan elemen dari $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan $p \in \{3,5,7,11\}$ untuk membantu proses memunculkan dugaan-dugaan. Sehingga melalui dugaan-dugaan tersebut diperoleh rumus indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan yang digunakan dalam penelitian ini untuk mengetahui indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ adalah sebagai berikut:

1. Menentukan indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan $p \in \{3,5,7,11\}$, untuk memunculkan dugaan.
2. Menentukan himpunan $H \subseteq \mathbb{Z}_{2p}$ dari $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ untuk H himpunan pembagi nol dan H himpunan unit dengan H tertutup terhadap operasi perkalian di $\mathbb{Z}_{2p}$.
3. Menentukan jarak setiap titik pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.
4. Menentukan *reciprocal status* dari jarak setiap titik pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.
5. Menentukan indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini membahas terkait indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ di mana H merupakan himpunan pembagi nol dan H merupakan himpunan unit dengan p merupakan bilangan prima dan $p \geq 3$ dari $\mathbb{Z}_{2p}$.

4.1 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan H Himpunan Pembagi Nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$

4.1.1 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ dengan H Himpunan Pembagi Nol dari $\mathbb{Z}_6$

Ring bilangan bulat modulo 6 atau dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_6$ memiliki elemen $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$ dan $\bar{5}$. Selanjutnya, pada Tabel 4.1 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_6$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Tabel 4.1 Tabel Cayley Operasi Perkalian $\mathbb{Z}_6$ untuk Pembagi Nol

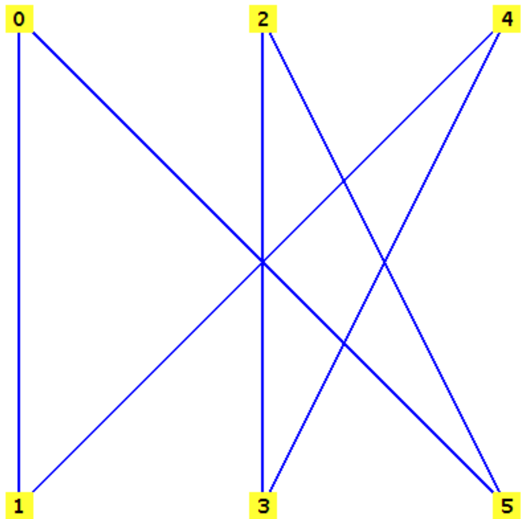
$\cdot$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Misalkan H merupakan himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_6$, maka berdasarkan Tabel 4.1 $H = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ adalah graf yang himpunan titiknya terdiri dari semua anggota $\mathbb{Z}_6$ dan dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_6$ dikatakan terhubung langsung di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Pada Tabel 4.2 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_6$.

Tabel 4.2 Tabel Cayley Operasi Penjumlahan $\mathbb{Z}_6$ untuk Pembagi Nol

$+$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$

Berdasarkan Tabel 4.2 diperoleh gambar $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$.



Gambar 4.1 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ dengan H Pembagi Nol

Berdasarkan Gambar 4.1 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 1$ $\quad d(\bar{0},\bar{2}) = 2$ $\quad d(\bar{0},\bar{3}) = 3$ $\quad d(\bar{0},\bar{4}) = 2$ $\quad d(\bar{0},\bar{5}) = 1$

$d(\bar{1},\bar{2}) = 3$ $\quad d(\bar{1},\bar{3}) = 2$ $\quad d(\bar{1},\bar{4}) = 1$ $\quad d(\bar{1},\bar{5}) = 2$ $\quad d(\bar{2},\bar{3}) = 1$

$d(\bar{2},\bar{4}) = 2$ $\quad d(\bar{2},\bar{5}) = 1$ $\quad d(\bar{3},\bar{4}) = 1$ $\quad d(\bar{3},\bar{5}) = 2$ $\quad d(\bar{4},\bar{5}) = 3$

Dari data yang diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ sebanyak 6 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ sebanyak 9. Sehingga diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$$rs(\bar{0}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

$$rs(\bar{1}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

$$rs(\bar{2}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

$$rs(\bar{3}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

$$rs(\bar{4}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

$$rs(\bar{5}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}\right) = \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$$

$$= \frac{1}{2}[rs(\bar{0}) + rs(\bar{1}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{1})$$

$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{5})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{4})$$

$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{3})$$

$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{5})$$

$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{4})]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3}\right.$$

$$+ \frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3}$$

$$\left.+ \frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[6 \cdot \left[\frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3}\right]\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[6 \cdot \frac{160}{9}\right]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{320}{3}$$

$$= \frac{160}{3}$$

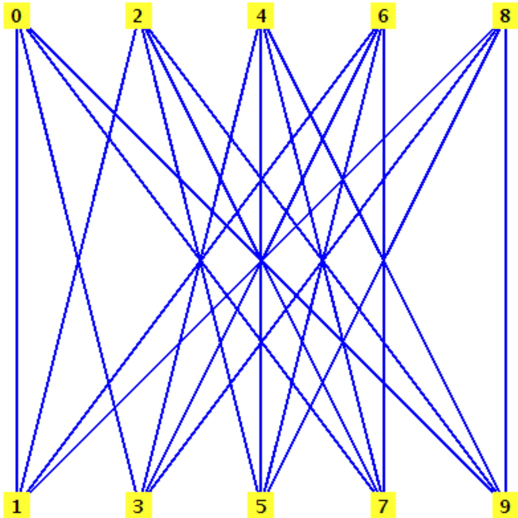
Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ adalah $\frac{160}{3}$.

4.1.2 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ dengan H Himpunan Pembagi Nol dari $\mathbb{Z}_{10}$

Ring bilangan bulat modulo 10 atau dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{10}$ memiliki elemen $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8},$ dan $\bar{9}$. Selanjutnya, pada Tabel 2.1 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_{10}$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Misalkan H merupakan himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{10}$, maka berdasarkan Tabel 2.1 $H = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ adalah graf yang himpunan titiknya terdiri dari semua anggota $\mathbb{Z}_{10}$ dan dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_{10}$ dikatakan terhubung langsung di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Pada Tabel 2.3 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_{10}$.

Berdasarkan Tabel 2.3 diperoleh gambar $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$.



Gambar 4.2 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ dengan H Pembagi Nol

Berdasarkan Gambar 4.2 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{2}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{3}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{4}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{5}) = 3$
$d(\bar{0},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{2}) = 1$
$d(\bar{1},\bar{3}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{4}) = 3$	$d(\bar{1},\bar{5}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{7}) = 2$
$d(\bar{1},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{3}) = 3$	$d(\bar{2},\bar{4}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{5}) = 1$
$d(\bar{2},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{4}) = 1$
$d(\bar{3},\bar{5}) = 2$	$d(\bar{3},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{7}) = 2$	$d(\bar{3},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{9}) = 2$
$d(\bar{4},\bar{5}) = 1$	$d(\bar{4},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{4},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{4},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{4},\bar{9}) = 1$
$d(\bar{5},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{5},\bar{7}) = 2$	$d(\bar{5},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{5},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{6},\bar{7}) = 1$
$d(\bar{6},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{6},\bar{9}) = 3$	$d(\bar{7},\bar{8}) = 3$	$d(\bar{7},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{8},\bar{9}) = 1$

Dari data yang diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebanyak 20 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebanyak 25. Sehingga diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$$rs(\bar{0}) = \frac{19}{3} \quad rs(\bar{1}) = \frac{19}{3} \quad rs(\bar{2}) = \frac{19}{3} \quad rs(\bar{3}) = \frac{19}{3} \quad rs(\bar{4}) = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{5}) = \frac{19}{3} \quad rs(\bar{6}) = \frac{19}{3} \quad rs(\bar{7}) = \frac{19}{3} \quad rs(\bar{8}) = \frac{19}{3} \quad rs(\bar{9}) = \frac{19}{3}$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right) &= \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)] \\
&\vdots \\
&= \frac{1}{2}\left[20 \cdot \left[\frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3}\right]\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[20 \cdot \frac{475}{9}\right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{9500}{9} \\
&= \frac{4750}{9}
\end{aligned}$$

Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ adalah $\frac{4750}{9}$.

4.1.3 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ dengan H Himpunan Pembagi Nol dari $\mathbb{Z}_{14}$

Ring bilangan bulat modulo 14 atau dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{14}$ memiliki elemen $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}$, dan $\overline{13}$. Selanjutnya, pada Tabel 4.3 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_{14}$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Tabel 4.3 Tabel Cayley Operasi Perkalian $\mathbb{Z}_{14}$ untuk Pembagi Nol

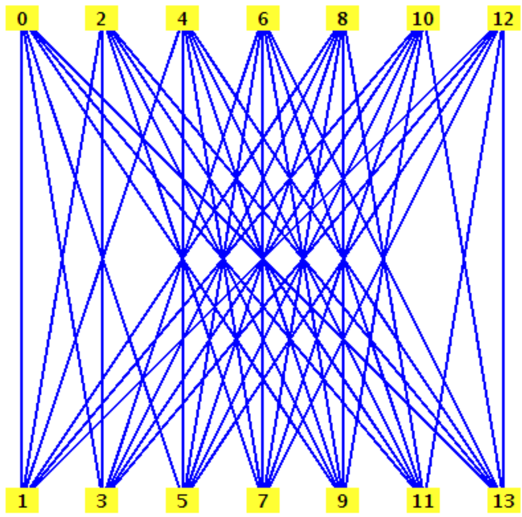
$\cdot$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$
$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{7}$	$\overline{10}$	$\overline{13}$	$\overline{2}$	$\overline{5}$	$\overline{8}$	$\overline{11}$
$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$
$\overline{5}$	$\overline{0}$	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{1}$	$\overline{6}$	$\overline{11}$	$\overline{2}$	$\overline{7}$	$\overline{12}$	$\overline{3}$	$\overline{8}$	$\overline{13}$	$\overline{4}$	$\overline{9}$
$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$
$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$
$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$
$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{9}$	$\overline{4}$	$\overline{13}$	$\overline{8}$	$\overline{3}$	$\overline{12}$	$\overline{7}$	$\overline{2}$	$\overline{11}$	$\overline{6}$	$\overline{1}$	$\overline{10}$	$\overline{5}$
$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$
$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{8}$	$\overline{5}$	$\overline{2}$	$\overline{13}$	$\overline{10}$	$\overline{7}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{12}$	$\overline{9}$	$\overline{6}$	$\overline{3}$
$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{13}$	$\overline{12}$	$\overline{11}$	$\overline{10}$	$\overline{9}$	$\overline{8}$	$\overline{7}$	$\overline{6}$	$\overline{5}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Misalkan H merupakan himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{14}$, maka berdasarkan Tabel 4.3 $H = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ adalah graf yang himpunan titiknya terdiri dari semua anggota $\mathbb{Z}_{14}$ dan dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_{14}$ dikatakan terhubung langsung di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Pada Tabel 4.4 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_{14}$.

Tabel 4.4 Tabel Cayley Operasi Penjumlahan $\mathbb{Z}_{14}$ untuk Pembagi Nol

$+$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$
$\overline{5}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{6}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$
$\overline{7}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$
$\overline{8}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
$\overline{9}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$
$\overline{10}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
$\overline{11}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$
$\overline{12}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$
$\overline{13}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$

Berdasarkan Tabel 4.4 diperoleh gambar $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$.



Gambar 4.3 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ dengan H Pembagi Nol

Berdasarkan Gambar 4.3 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{2}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{3}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{4}) = 2$
$d(\bar{0},\bar{5}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{7}) = 3$	$d(\bar{0},\bar{8}) = 2$
$d(\bar{0},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{0},\overline{10}) = 2$	$d(\bar{0},\overline{11}) = 1$	$d(\bar{0},\overline{12}) = 2$
$d(\bar{0},\overline{13}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{2}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{3}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{4}) = 1$
$d(\bar{1},\bar{5}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{6}) = 3$	$d(\bar{1},\bar{7}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{8}) = 1$
$d(\bar{1},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{10}) = 1$	$d(\bar{1},\overline{11}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{12}) = 1$
$d(\bar{1},\overline{13}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{3}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{4}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{5}) = 3$
$d(\bar{2},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{9}) = 1$
$d(\bar{2},\overline{10}) = 2$	$d(\bar{2},\overline{11}) = 1$	$d(\bar{2},\overline{12}) = 2$	$d(\bar{2},\overline{13}) = 1$
$d(\bar{3},\bar{4}) = 3$	$d(\bar{3},\bar{5}) = 2$	$d(\bar{3},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{7}) = 2$
$d(\bar{3},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{3},\overline{10}) = 1$	$d(\bar{3},\overline{11}) = 2$
$d(\bar{3},\overline{12}) = 1$	$d(\bar{3},\overline{13}) = 2$	$d(\bar{4},\bar{5}) = 1$	$d(\bar{4},\bar{6}) = 2$

$d(\bar{4},\bar{7}) = 1$ $d(\bar{4},\bar{8}) = 2$ $d(\bar{4},\bar{9}) = 1$ $d(\bar{4},\overline{10}) = 2$

$d(\bar{4},\overline{11}) = 1$ $d(\bar{4},\overline{12}) = 2$ $d(\bar{4},\overline{13}) = 1$ $d(\bar{5},\bar{6}) = 1$

$d(\bar{5},\bar{7}) = 2$ $d(\bar{5},\bar{8}) = 1$ $d(\bar{5},\bar{9}) = 2$ $d(\bar{5},\overline{10}) = 1$

$d(\bar{5},\overline{11}) = 2$ $d(\bar{5},\overline{12}) = 1$ $d(\bar{5},\overline{13}) = 2$ $d(\bar{6},\bar{7}) = 1$

$d(\bar{6},\bar{8}) = 2$ $d(\bar{6},\bar{9}) = 1$ $d(\bar{6},\overline{10}) = 2$ $d(\bar{6},\overline{11}) = 1$

$d(\bar{6},\overline{12}) = 2$ $d(\bar{6},\overline{13}) = 1$ $d(\bar{7},\bar{8}) = 1$ $d(\bar{7},\bar{9}) = 2$

$d(\bar{7},\overline{10}) = 1$ $d(\bar{7},\overline{11}) = 2$ $d(\bar{7},\overline{12}) = 1$ $d(\bar{7},\overline{13}) = 2$

$d(\bar{8},\bar{9}) = 1$ $d(\bar{8},\overline{10}) = 2$ $d(\bar{8},\overline{11}) = 1$ $d(\bar{8},\overline{12}) = 2$

$d(\bar{8},\overline{13}) = 3$ $d(\bar{9},\overline{10}) = 1$ $d(\bar{9},\overline{11}) = 2$ $d(\bar{9},\overline{12}) = 3$

$d(\bar{9},\overline{13}) = 2$ $d(\overline{10},\overline{11}) = 3$ $d(\overline{10},\overline{12}) = 2$ $d(\overline{10},\overline{13}) = 1$

$d(\overline{11},\overline{12}) = 1$ $d(\overline{11},\overline{13}) = 2$ $d(\overline{12},\overline{13}) = 1$

Dari data yang diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebanyak 42 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebanyak 49. Sehingga diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$rs(\bar{0}) = \frac{28}{3}$ $rs(\bar{1}) = \frac{28}{3}$ $rs(\bar{2}) = \frac{28}{3}$ $rs(\bar{3}) = \frac{28}{3}$ $rs(\bar{4}) = \frac{28}{3}$

$rs(\bar{5}) = \frac{28}{3}$ $rs(\bar{6}) = \frac{28}{3}$ $rs(\bar{7}) = \frac{28}{3}$ $rs(\bar{8}) = \frac{28}{3}$ $rs(\bar{9}) = \frac{28}{3}$

$rs(\overline{10}) = \frac{28}{3}$ $rs(\overline{11}) = \frac{28}{3}$ $rs(\overline{12}) = \frac{28}{3}$ $rs(\overline{13}) = \frac{28}{3}$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}\right) &= \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)] \\
&\vdots \\
&= \frac{1}{2}\left[42 \cdot \left[\frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3}\right]\right]
\end{aligned}
$$

$$= \frac{1}{2}\left[42 \cdot \frac{952}{9}\right]$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{13328}{3}$$
$$= \frac{6664}{3}$$

Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ adalah $\frac{6664}{3}$.

4.1.4 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ dengan H Himpunan Pembagi Nol dari $\mathbb{Z}_{22}$

Ring bilangan bulat modulo 22 atau dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{22}$ memiliki elemen $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{16}, \overline{17}, \overline{18}, \overline{19}, \overline{20}$, dan $\overline{21}$. Selanjutnya, pada Tabel 4.5 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_{22}$ dengan menggunakan Cayley.

Tabel 4.5 Tabel Cayley Operasi Perkalian $\mathbb{Z}_{22}$ untuk Pembagi Nol

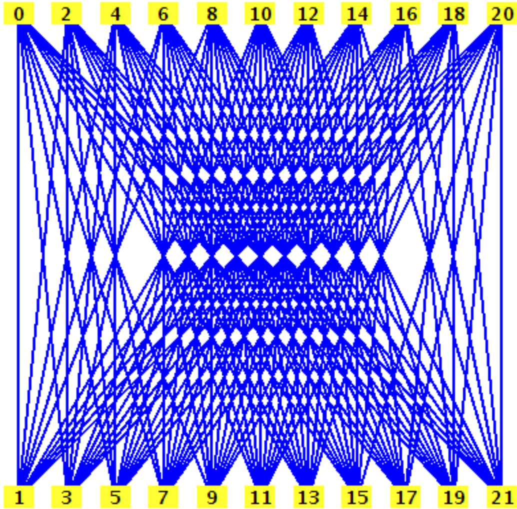
$\cdot$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{14}$	$\overline{16}$	$\overline{18}$	$\overline{20}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{14}$	$\overline{16}$	$\overline{18}$	$\overline{20}$
$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\overline{21}$	$\overline{2}$	$\overline{5}$	$\overline{8}$	$\overline{11}$	$\overline{14}$	$\overline{17}$	$\overline{20}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{7}$	$\overline{10}$	$\overline{13}$	$\overline{16}$	$\overline{19}$
$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{16}$	$\overline{20}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{14}$	$\overline{18}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{16}$	$\overline{20}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{14}$	$\overline{18}$
$\overline{5}$	$\overline{0}$	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{3}$	$\overline{8}$	$\overline{13}$	$\overline{18}$	$\overline{1}$	$\overline{6}$	$\overline{11}$	$\overline{16}$	$\overline{21}$	$\overline{4}$	$\overline{9}$	$\overline{14}$	$\overline{19}$	$\overline{2}$	$\overline{7}$	$\overline{12}$	$\overline{17}$
$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{18}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{14}$	$\overline{20}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{16}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{18}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{14}$	$\overline{20}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{16}$
$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{14}$	$\overline{21}$	$\overline{6}$	$\overline{13}$	$\overline{20}$	$\overline{5}$	$\overline{12}$	$\overline{19}$	$\overline{4}$	$\overline{11}$	$\overline{18}$	$\overline{3}$	$\overline{10}$	$\overline{17}$	$\overline{2}$	$\overline{9}$	$\overline{16}$	$\overline{1}$	$\overline{8}$	$\overline{15}$
$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{16}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{18}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{20}$	$\overline{6}$	$\overline{14}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{16}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{18}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{20}$	$\overline{6}$	$\overline{14}$
$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{9}$	$\overline{18}$	$\overline{5}$	$\overline{14}$	$\overline{1}$	$\overline{10}$	$\overline{19}$	$\overline{6}$	$\overline{15}$	$\overline{2}$	$\overline{11}$	$\overline{20}$	$\overline{7}$	$\overline{16}$	$\overline{3}$	$\overline{12}$	$\overline{21}$	$\overline{8}$	$\overline{17}$	$\overline{4}$	$\overline{13}$
$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{20}$	$\overline{8}$	$\overline{18}$	$\overline{6}$	$\overline{16}$	$\overline{4}$	$\overline{14}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{20}$	$\overline{8}$	$\overline{18}$	$\overline{6}$	$\overline{16}$	$\overline{4}$	$\overline{14}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$
$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$
$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{14}$	$\overline{4}$	$\overline{16}$	$\overline{6}$	$\overline{18}$	$\overline{8}$	$\overline{20}$	$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{14}$	$\overline{4}$	$\overline{16}$	$\overline{6}$	$\overline{18}$	$\overline{8}$	$\overline{20}$	$\overline{10}$
$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{13}$	$\overline{4}$	$\overline{17}$	$\overline{8}$	$\overline{21}$	$\overline{12}$	$\overline{3}$	$\overline{16}$	$\overline{7}$	$\overline{20}$	$\overline{11}$	$\overline{2}$	$\overline{15}$	$\overline{6}$	$\overline{19}$	$\overline{10}$	$\overline{1}$	$\overline{14}$	$\overline{5}$	$\overline{18}$	$\overline{9}$
$\overline{14}$	$\overline{0}$	$\overline{14}$	$\overline{6}$	$\overline{20}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{18}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{16}$	$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{14}$	$\overline{6}$	$\overline{20}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{18}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{16}$	$\overline{8}$
$\overline{15}$	$\overline{0}$	$\overline{15}$	$\overline{8}$	$\overline{1}$	$\overline{16}$	$\overline{9}$	$\overline{2}$	$\overline{17}$	$\overline{10}$	$\overline{3}$	$\overline{18}$	$\overline{11}$	$\overline{4}$	$\overline{19}$	$\overline{12}$	$\overline{5}$	$\overline{20}$	$\overline{13}$	$\overline{6}$	$\overline{21}$	$\overline{14}$	$\overline{7}$
$\overline{16}$	$\overline{0}$	$\overline{16}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{20}$	$\overline{14}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{18}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{16}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{20}$	$\overline{14}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{18}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$
$\overline{17}$	$\overline{0}$	$\overline{17}$	$\overline{12}$	$\overline{7}$	$\overline{2}$	$\overline{19}$	$\overline{14}$	$\overline{9}$	$\overline{4}$	$\overline{21}$	$\overline{16}$	$\overline{11}$	$\overline{6}$	$\overline{1}$	$\overline{18}$	$\overline{13}$	$\overline{8}$	$\overline{3}$	$\overline{20}$	$\overline{15}$	$\overline{10}$	$\overline{5}$
$\overline{18}$	$\overline{0}$	$\overline{18}$	$\overline{14}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{20}$	$\overline{16}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{18}$	$\overline{14}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{20}$	$\overline{16}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$
$\overline{19}$	$\overline{0}$	$\overline{19}$	$\overline{16}$	$\overline{13}$	$\overline{10}$	$\overline{7}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{20}$	$\overline{17}$	$\overline{14}$	$\overline{11}$	$\overline{8}$	$\overline{5}$	$\overline{2}$	$\overline{21}$	$\overline{18}$	$\overline{15}$	$\overline{12}$	$\overline{9}$	$\overline{6}$	$\overline{3}$
$\overline{20}$	$\overline{0}$	$\overline{20}$	$\overline{18}$	$\overline{16}$	$\overline{14}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{20}$	$\overline{18}$	$\overline{16}$	$\overline{14}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{21}$	$\overline{20}$	$\overline{19}$	$\overline{18}$	$\overline{17}$	$\overline{16}$	$\overline{15}$	$\overline{14}$	$\overline{13}$	$\overline{12}$	$\overline{11}$	$\overline{10}$	$\overline{9}$	$\overline{8}$	$\overline{7}$	$\overline{6}$	$\overline{5}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Misalkan H merupakan himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{22}$, maka berdasarkan Tabel 4.5 $H = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{16}, \overline{18}, \overline{20}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ adalah graf yang himpunan titiknya terdiri dari semua anggota $\mathbb{Z}_{22}$ dan dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_{22}$ dikatakan terhubung langsung di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Pada Tabel 4.6 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_{22}$.

Tabel 4.6 Tabel Cayley Operasi Penjumlahan $\mathbb{Z}_{22}$ untuk Pembagi Nol

+	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$
$\overline{5}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{6}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$
$\overline{7}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$
$\overline{8}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
$\overline{9}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$
$\overline{10}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
$\overline{11}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$
$\overline{12}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$
$\overline{13}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$
$\overline{14}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{15}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$
$\overline{16}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$
$\overline{17}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$
$\overline{18}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$
$\overline{19}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$
$\overline{20}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$
$\overline{21}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$

Berdasarkan Tabel 4.6 diperoleh gambar $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$.



Gambar 4.4 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ dengan H Pembagi Nol

Berdasarkan Gambar 4.4 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{2}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{3}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{4}) = 2$
$d(\bar{0},\bar{5}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{8}) = 2$
$d(\bar{0},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{0},\overline{10}) = 2$	$d(\bar{0},\overline{11}) = 3$	$d(\bar{0},\overline{12}) = 2$
$d(\bar{0},\overline{13}) = 1$	$d(\bar{0},\overline{14}) = 2$	$d(\bar{0},\overline{15}) = 1$	$d(\bar{0},\overline{16}) = 2$
$d(\bar{0},\overline{17}) = 1$	$d(\bar{0},\overline{18}) = 2$	$d(\bar{0},\overline{19}) = 1$	$d(\bar{0},\overline{20}) = 2$
$d(\bar{0},\overline{21}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{2}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{3}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{4}) = 1$
$d(\bar{1},\bar{5}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{7}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{8}) = 1$
$d(\bar{1},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{10}) = 3$	$d(\bar{1},\overline{11}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{12}) = 1$
$d(\bar{1},\overline{13}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{14}) = 1$	$d(\bar{1},\overline{15}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{16}) = 1$
$d(\bar{1},\overline{17}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{18}) = 1$	$d(\bar{1},\overline{19}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{20}) = 1$
$d(\bar{1},\overline{21}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{3}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{4}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{5}) = 1$
$d(\bar{2},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{9}) = 3$
$d(\bar{2},\overline{10}) = 2$	$d(\bar{2},\overline{11}) = 1$	$d(\bar{2},\overline{12}) = 2$	$d(\bar{2},\overline{13}) = 1$

$d(\bar{2},\overline{14})=2$	$d(\bar{2},\overline{15})=1$	$d(\bar{2},\overline{16})=2$	$d(\bar{2},\overline{17})=1$
$d(\bar{2},\overline{18})=2$	$d(\bar{2},\overline{19})=1$	$d(\bar{2},\overline{20})=2$	$d(\bar{2},\overline{21})=1$
$d(\bar{3},\bar{4})=1$	$d(\bar{3},\bar{5})=2$	$d(\bar{3},\bar{6})=1$	$d(\bar{3},\bar{7})=2$
$d(\bar{3},\bar{8})=3$	$d(\bar{3},\bar{9})=2$	$d(\bar{3},\overline{10})=1$	$d(\bar{3},\overline{11})=2$
$d(\bar{3},\overline{12})=1$	$d(\bar{3},\overline{13})=2$	$d(\bar{3},\overline{14})=1$	$d(\bar{3},\overline{15})=2$
$d(\bar{3},\overline{16})=1$	$d(\bar{3},\overline{17})=2$	$d(\bar{3},\overline{18})=1$	$d(\bar{3},\overline{19})=2$
$d(\bar{3},\overline{20})=1$	$d(\bar{3},\overline{21})=2$	$d(\bar{4},\bar{5})=1$	$d(\bar{4},\bar{6})=2$
$d(\bar{4},\bar{7})=3$	$d(\bar{4},\bar{8})=2$	$d(\bar{4},\bar{9})=1$	$d(\bar{4},\overline{10})=2$
$d(\bar{4},\overline{11})=1$	$d(\bar{4},\overline{12})=2$	$d(\bar{4},\overline{13})=1$	$d(\bar{4},\overline{14})=2$
$d(\bar{4},\overline{15})=1$	$d(\bar{4},\overline{16})=2$	$d(\bar{4},\overline{17})=1$	$d(\bar{4},\overline{18})=2$
$d(\bar{4},\overline{19})=1$	$d(\bar{4},\overline{20})=2$	$d(\bar{4},\overline{21})=1$	$d(\bar{5},\bar{6})=3$
$d(\bar{5},\bar{7})=2$	$d(\bar{5},\bar{8})=1$	$d(\bar{5},\bar{9})=2$	$d(\bar{5},\overline{10})=1$
$d(\bar{5},\overline{11})=2$	$d(\bar{5},\overline{12})=1$	$d(\bar{5},\overline{13})=2$	$d(\bar{5},\overline{14})=1$
$d(\bar{5},\overline{15})=2$	$d(\bar{5},\overline{16})=1$	$d(\bar{5},\overline{17})=2$	$d(\bar{5},\overline{18})=1$
$d(\bar{5},\overline{19})=2$	$d(\bar{5},\overline{20})=1$	$d(\bar{5},\overline{21})=2$	$d(\bar{6},\bar{7})=1$
$d(\bar{6},\bar{8})=2$	$d(\bar{6},\bar{9})=1$	$d(\bar{6},\overline{10})=2$	$d(\bar{6},\overline{11})=1$
$d(\bar{6},\overline{12})=2$	$d(\bar{6},\overline{13})=1$	$d(\bar{6},\overline{14})=2$	$d(\bar{6},\overline{15})=1$
$d(\bar{6},\overline{16})=2$	$d(\bar{6},\overline{17})=1$	$d(\bar{6},\overline{18})=2$	$d(\bar{6},\overline{19})=1$
$d(\bar{6},\overline{20})=2$	$d(\bar{6},\overline{21})=1$	$d(\bar{7},\bar{8})=1$	$d(\bar{7},\bar{9})=2$
$d(\bar{7},\overline{10})=1$	$d(\bar{7},\overline{11})=2$	$d(\bar{7},\overline{12})=1$	$d(\bar{7},\overline{13})=2$
$d(\bar{7},\overline{14})=1$	$d(\bar{7},\overline{15})=2$	$d(\bar{7},\overline{16})=1$	$d(\bar{7},\overline{17})=2$
$d(\bar{7},\overline{18})=1$	$d(\bar{7},\overline{19})=2$	$d(\bar{7},\overline{20})=1$	$d(\bar{7},\overline{21})=2$

$d(\bar{8},\bar{9})=1$	$d(\bar{8},\overline{10})=2$	$d(\bar{8},\overline{11})=1$	$d(\bar{8},\overline{12})=2$
$d(\bar{8},\overline{13})=1$	$d(\bar{8},\overline{14})=2$	$d(\bar{8},\overline{15})=1$	$d(\bar{8},\overline{16})=2$
$d(\bar{8},\overline{17})=1$	$d(\bar{8},\overline{18})=2$	$d(\bar{8},\overline{19})=1$	$d(\bar{8},\overline{20})=2$
$d(\bar{8},\overline{21})=1$	$d(\bar{9},\overline{10})=1$	$d(\bar{9},\overline{11})=2$	$d(\bar{9},\overline{12})=1$
$d(\bar{9},\overline{13})=2$	$d(\bar{9},\overline{14})=1$	$d(\bar{9},\overline{15})=2$	$d(\bar{9},\overline{16})=1$
$d(\bar{9},\overline{17})=2$	$d(\bar{9},\overline{18})=1$	$d(\bar{9},\overline{19})=2$	$d(\bar{9},\overline{20})=1$
$d(\bar{9},\overline{21})=2$	$d(\overline{10},\overline{11})=1$	$d(\overline{10},\overline{12})=2$	$d(\overline{10},\overline{13})=1$
$d(\overline{10},\overline{14})=2$	$d(\overline{10},\overline{15})=1$	$d(\overline{10},\overline{16})=2$	$d(\overline{10},\overline{17})=1$
$d(\overline{10},\overline{18})=2$	$d(\overline{10},\overline{19})=1$	$d(\overline{10},\overline{20})=2$	$d(\overline{10},\overline{21})=1$
$d(\overline{11},\overline{12})=1$	$d(\overline{11},\overline{13})=2$	$d(\overline{11},\overline{14})=1$	$d(\overline{11},\overline{15})=2$
$d(\overline{11},\overline{16})=1$	$d(\overline{11},\overline{17})=2$	$d(\overline{11},\overline{18})=1$	$d(\overline{11},\overline{19})=2$
$d(\overline{11},\overline{20})=1$	$d(\overline{11},\overline{21})=2$	$d(\overline{12},\overline{13})=1$	$d(\overline{12},\overline{14})=2$
$d(\overline{12},\overline{15})=1$	$d(\overline{12},\overline{16})=2$	$d(\overline{12},\overline{17})=1$	$d(\overline{12},\overline{18})=2$
$d(\overline{12},\overline{19})=1$	$d(\overline{12},\overline{20})=2$	$d(\overline{12},\overline{21})=3$	$d(\overline{13},\overline{14})=1$
$d(\overline{13},\overline{15})=2$	$d(\overline{13},\overline{16})=1$	$d(\overline{13},\overline{17})=2$	$d(\overline{13},\overline{18})=1$
$d(\overline{13},\overline{19})=2$	$d(\overline{13},\overline{20})=3$	$d(\overline{13},\overline{21})=2$	$d(\overline{14},\overline{15})=1$
$d(\overline{14},\overline{16})=2$	$d(\overline{14},\overline{17})=1$	$d(\overline{14},\overline{18})=2$	$d(\overline{14},\overline{19})=3$
$d(\overline{14},\overline{20})=2$	$d(\overline{14},\overline{21})=1$	$d(\overline{15},\overline{16})=1$	$d(\overline{15},\overline{17})=2$
$d(\overline{15},\overline{18})=3$	$d(\overline{15},\overline{19})=2$	$d(\overline{15},\overline{20})=1$	$d(\overline{15},\overline{21})=2$
$d(\overline{16},\overline{17})=3$	$d(\overline{16},\overline{18})=2$	$d(\overline{16},\overline{19})=1$	$d(\overline{16},\overline{20})=2$
$d(\overline{16},\overline{21})=1$	$d(\overline{17},\overline{18})=1$	$d(\overline{17},\overline{19})=2$	$d(\overline{17},\overline{20})=1$
$d(\overline{17},\overline{21})=2$	$d(\overline{18},\overline{19})=1$	$d(\overline{18},\overline{20})=2$	$d(\overline{18},\overline{21})=1$

$d(\overline{19},\overline{20}) = 1 \qquad d(\overline{19},\overline{21}) = 2 \qquad d(\overline{20},\overline{21}) = 1$

Dari data yang diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebanyak 110 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebanyak 121. Sehingga diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$rs(\overline{0}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{1}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{2}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{3}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{4}) = \frac{46}{3}$

$rs(\overline{5}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{6}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{7}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{8}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{9}) = \frac{46}{3}$

$rs(\overline{10}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{11}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{12}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{13}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{14}) = \frac{46}{3}$

$rs(\overline{15}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{16}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{17}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{18}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{19}) = \frac{46}{3}$

$rs(\overline{20}) = \frac{46}{3} \quad rs(\overline{21}) = \frac{46}{3}$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}\right) &= \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)] \\
&\vdots \\
&= \frac{1}{2}\left[110 \cdot \left[\frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}\right]\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[110 \cdot \frac{2392}{9}\right] \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{2631120}{9} \\
&= \frac{131560}{9}
\end{aligned}
$$

Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ adalah $\frac{131560}{9}$.

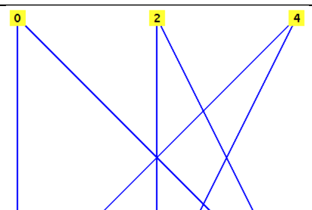
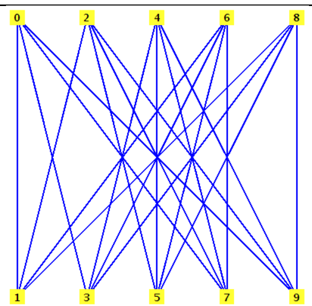
4.1.5 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan H Himpunan Pembagi Nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$

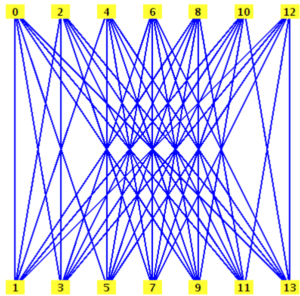
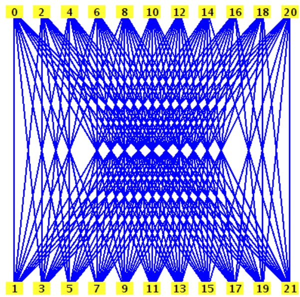
Hasil dari perhitungan sebelumnya, diperoleh data yang berkaitan dengan $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dan indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan $p \in \{3,5,7,11\}$. Data tersebut ditunjukkan dalam Tabel 4.7 dan Tabel 4.8.

Tabel 4.7 Tabulasi $Z(\mathbb{Z}_{2p})$ dan $rs(u)$

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{Z(\mathbb{Z}_{2p})}$	$\boldsymbol{rs(u)}$
3	$\{\bar{0},\bar{2},\bar{3},\bar{4}\}$	$rs(\bar{0}) = rs(\bar{1}) = \cdots = rs(\bar{5}) = \frac{3}{2}(3) - \frac{7}{6} = \frac{10}{3}$
5	$\{\bar{0},\bar{2},\bar{4},\bar{5},\bar{6},\bar{8}\}$	$rs(\bar{0}) = rs(\bar{1}) = \cdots = rs(\bar{9}) = \frac{3}{2}(5) - \frac{7}{6} = \frac{10}{3}$
7	$\{\bar{0},\bar{2},\bar{4},\bar{6},\bar{7},\bar{8},\overline{10},\overline{12}\}$	$rs(\bar{0}) = rs(\bar{1}) = \cdots = rs(\overline{13}) = \frac{3}{2}(7) - \frac{7}{6} = \frac{28}{3}$
11	$\{\bar{0},\bar{2},\bar{4},\bar{6},\bar{8},\overline{10},\overline{11},\overline{12},\overline{14},\overline{16},\overline{18},\overline{20}\}$	$rs(\bar{0}) = rs(\bar{1}) = \cdots = rs(\overline{21}) = \frac{3}{2}(11) - \frac{7}{6} = \frac{46}{3}$

Tabel 4.8 Tabulasi $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan H Himpunan Pembagi Nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$

$\boldsymbol{p}$	$\overline{\boldsymbol{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}}$
3	
5	

<table>
<tr><th>p</th><th>$\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$</th></tr>
<tr><td>7</td><td>
</td></tr>
<tr><td>11</td><td>
</td></tr>
</table>

Berdasarkan Tabel 4.7 dan Tabel 4.8 diperoleh dugaan yang mendukung pembuktian rumus indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.

1. $Z(\mathbb{Z}_{2p})$ adalah semua elemen genap dari $\mathbb{Z}_{2p}$ dan p untuk suatu bilangan prima p.
2. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ adalah graf bipartit.
3. $rs(u) = \frac{3}{2}p - \frac{7}{6}, \forall u \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ untuk suatu bilangan prima p.
4. Ada sebanyak $p^2 - p$ sisi di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.

Untuk mempermudah pembuktian akan didefinisikan $A = \{\overline{2m} | m = 0,1,2,\dots,p-1\}$ dan $B = \{\overline{2n+1} | n = 0,1,2,\dots,p-1\}$ di mana p merupakan bilangan prima dan $p \geq 3$.

Lemma 4.1

Misalkan p merupakan bilangan prima dan $p \geq 3$. Himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah

$$Z(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\overline{2m} | m = 0,1,2, \dots, p-1\} \cup \{\bar{p}\}.$$

Bukti:

Jelas bahwa $0 \in Z(\mathbb{Z}_{2p})$ karena $0 \cdot y \equiv 0 (mod\ 2p), \forall y \in \mathbb{Z}_{2p}$.

Akan dibuktikan bahwa $\overline{2m}$ dengan $m = 1,2, \dots, p-1$ merupakan pembagi nol. Perhatikan bahwa terdapat $p \in \mathbb{Z}_{2p}$ di mana $2m \cdot p = 2p \cdot m \equiv 0(mod\ 2p)$ sehingga jelas bahwa $\overline{2m}$ dengan $m = 1,2, \dots, p-1$ merupakan pembagi nol.

Akibatnya, $\bar{p}$ merupakan pembagi nol karena $2m \cdot p = p \cdot 2m \equiv 0(mod\ 2p)$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa semua bilangan ganjil kecuali p bukan merupakan pembagi nol. Misalkan $y \neq p$ dan y bernilai ganjil maka $FPB(y, 2p) = 1$. Dengan demikian, terdapat $x \in \mathbb{Z}_{2p}$ sedemikian sehingga $x \cdot y = 0$ dan dapat dituliskan $x \cdot y \equiv 0(mod\ 2p)$ hanya memiliki satu selesaian, yaitu $x = 0$. Sehingga y bukan merupakan pembagi nol.

Dengan demikian terbukti bahwa $Z(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\overline{2m} | m = 0,1,2, \dots, p-1\} \cup \{\bar{p}\}$.

Lemma 4.2

Misalkan $p \geq 3$ merupakan bilangan prima dan H adalah himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$, maka $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ merupakan graf bipartit.

Bukti:

Akan dibuktikan bahwa semua elemen A tidak terhubung langsung dengan elemen A dan semua elemen B tidak terhubung langsung dengan elemen B.

Misalkan $x, y \in A$ dan dapat dituliskan $x = 2a$, $y = 2b$, untuk suatu $a, b \in \mathbb{Z}$, maka $x + y = 2a + 2b = 2(a + b)$ merupakan pembagi nol.

Misalkan $s, t \in B$ dan dapat dituliskan $s = 2a + 1,\ t = 2b + 1,$ untuk suatu $a, b \in \mathbb{Z}$, maka $s + t = (2a + 1) + (2b + 1) = 2(a + b + 1)$ merupakan pembagi nol.

Jadi, $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ merupakan graf bipartit dengan partisi A dan B.

Lemma 4.3

Misalkan $p \geq 3$ merupakan bilangan prima dan H adalah himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$. *Reciprocal status* dari $u \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ adalah

$$rs(u) = \frac{3}{2}p - \frac{7}{6}.$$

Bukti:

Berdasarkan Lemma 4.2, $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ merupakan graf bipartit dengan partisi A dan B. Maka semua elemen A tidak terhubung langsung dengan elemen A sehingga dapat dituliskan $d(x, y) \geq 2,\ \forall x, y \in A$ dan semua elemen B tidak terhubung langsung dengan elemen B sehingga dapat dituliskan $d(s, t) \geq 2, \forall s, t \in B$.

Akan dibuktikan bahwa $d(x, y) = 2,\ \forall x, y \in A$. Pertama, $d(x, y) = 2,\ \forall x, y \in A\backslash\{p - 1\}$ karena terdapat lintasan $x - 1 - y,\ \forall x, y \in A\backslash\{p - 1\}$. $\{x, 1\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ karena $x + 1$ bernilai ganjil dan $x + 1 \neq p$. $\{1, y\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ karena $1 + y$ bernilai ganjil dan $1 + y \neq p$. Kedua, $d(p - 1, y) = 2,\ \forall y \in A\backslash\{p - 3\}$ karena terdapat lintasan $(p - 1) - 3 - y,\ \forall y \in A\backslash\{p - 3\}$. $\{p - 1, 3\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ karena $p - 1 + 3 = p + 2$ bernilai ganjil dan $p + 2 \neq p$. $\{3, y\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ karena $3 + y$ bernilai ganjil dan $3 + y \neq p$. Ketiga, $d(p - 1, p - 3) = 2$ karena terdapat lintasan $(p - 1) - 5 - (p - 3)$. $\{p - 1, 5\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ karena $p - 1 + 5 = p + 4$ bernilai ganjil dan $p+4 \neq p$. $\{5, p-3\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ karena $5+p-3=p+2$ bernilai ganjil dan $p+2 \neq p$. Dengan demikian $d(x,y)=2$, $\forall x,y \in A$, $x \neq y$ dan dengan cara yang sama diperoleh $d(s,t)=2$, $\forall s,t \in B$, $s \neq t$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa semua elemen A terhubung langsung dengan elemen B kecuali tepat satu elemen di B. Misalkan $v \in A$ dan $w \in B$. Karena v bernilai genap dan w bernilai ganjil, maka $v+w$ adalah bernilai ganjil. $v+w=p$ jika dan hanya jika $w=p-v$ sedemikian sehingga v terhubung langsung dengan w jika dan hanya jika $w \neq p-v$. Dengan demikian diperoleh $\{v,w\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$, $\forall v \in A$, $w \in B$, $w \neq p-v$ atau $d(v,w)=1$, $\forall v \in A$, $w \in B$, $w \neq p-v$.

Karena v dan $p-v$ tidak terhubung langsung dan tidak ada satu titik yang terhubung langsung dengan v sekaligus $p-v$, maka $d(v,p-v) \geq 3$. Karena terdapat lintasan $v-(p-v+1)-(v+1)-(p-v)$, maka $d(v,p-v)=3$. Dengan demikian $d(v,p-v)=3$, $\forall v \in A$.

Berdasarkan definisi, *reciprocal status* dari $u_1 \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ adalah

$$rs(u_1) = \sum_{u_2 \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)} \frac{1}{d(u_1,u_2)}.$$

Karena pasangan titik yang berjarak 2 ada sebanyak $p-1$, pasangan titik yang berjarak 1 ada sebanyak $p-1$, dan pasangan titik yang berjarak 3 ada 1, maka

$$rs(u_1) = (p-1)\cdot\frac{1}{2} + (p-1)\cdot\frac{1}{1} + 1\cdot\frac{1}{3} = \frac{3}{2}p - \frac{7}{6}.$$

Sehingga diperoleh *reciprocal status* dari $u \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ adalah

$$rs(u) = \frac{3}{2}p - \frac{7}{6}.$$

Lemma 4.4

Misalkan $p \geq 3$ merupakan bilangan prima dan H adalah himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$. Pasangan titik yang terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ ada sebanyak $p^2 - p$.

Bukti:

Diketahui bahwa pada $\mathbb{Z}_{2p}$ terdapat sebanyak p elemen genap. Berdasarkan Lemma 4.3 terdapat sebanyak $p - 1$ pasangan titik tiap elemen genap yang terhubung langsung dengan semua elemen ganjil pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$. Maka pasangan titik yang terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ ada sebanyak $p \cdot (p - 1) = p^2 - p$.

Teorema 4.1

Misalkan $p \geq 3$ merupakan bilangan prima dan H adalah himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$. Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ adalah

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right) = \frac{9}{8}p^4 - \frac{11}{8}p^3 - \frac{17}{72}p^2 + \frac{35}{72}p.$$

Bukti:

Berdasarkan definisi, persamaan indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ adalah

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right) = \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]\,.$$

Berdasarkan Lemma 4.3 *reciprocal status* dari $u \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ adalah $rs(u) = \frac{3}{2}p - \frac{7}{6}$, dan berdasarkan Lemma 4.4 pasangan titik yang terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ ada sebanyak $p^2 - p$. Sehingga diperoleh

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right) = \frac{1}{2}\left[[p^2 - p]\left[\left(\frac{3}{2}p - \frac{7}{6}\right) + \left(\frac{3}{2}p - \frac{7}{6}\right) + \left(\frac{3}{2}p - \frac{7}{6}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}p - \frac{7}{6}\right)\right]\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[[p^2 - p]\left[\frac{9}{4}p^2 - \frac{1}{2}p - \frac{35}{36}\right]\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{9}{4}p^4 - \frac{11}{4}p^3 - \frac{17}{36}p^2 + \frac{35}{36}p\right]$$

$$= \frac{9}{8}p^4 - \frac{11}{8}p^3 - \frac{17}{72}p^2 + \frac{35}{72}p.$$

4.2 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan H Himpunan Unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$

4.2.1 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ dengan H Himpunan Unit dari $\mathbb{Z}_6$

Ring bilangan bulat modulo 6 atau dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_6$ memiliki elemen $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$ dan $\bar{5}$. Selanjutnya, pada Tabel 4.9 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_6$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Tabel 4.9 Tabel Cayley Operasi Perkalian $\mathbb{Z}_6$ untuk Unit

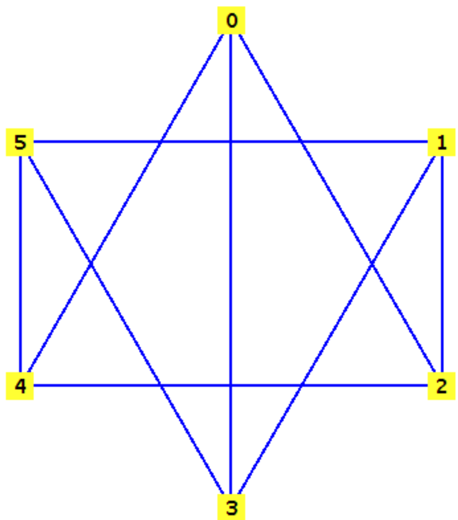
$\cdot$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Misalkan H merupakan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_6$, maka berdasarkan Tabel 4.9 $H = \{\bar{1}, \bar{5}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ adalah graf yang himpunan titiknya terdiri dari semua anggota $\mathbb{Z}_6$ dan dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_6$ dikatakan terhubung langsung di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Pada Tabel 4.10 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_6$.

Tabel 4.10 Tabel Cayley Operasi Penjumlahan $\mathbb{Z}_6$ untuk Unit

$+$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$

Berdasarkan Tabel 4.10 diperoleh gambar $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$.



Gambar 4.5 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ dengan H Unit

Berdasarkan Gambar 4.5 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 2$ $\quad d(\bar{0},\bar{2}) = 1$ $\quad d(\bar{0},\bar{3}) = 1$ $\quad d(\bar{0},\bar{4}) = 1$ $\quad d(\bar{0},\bar{5}) = 2$

$d(\bar{1},\bar{2}) = 1$ $\quad d(\bar{1},\bar{3}) = 1$ $\quad d(\bar{1},\bar{4}) = 2$ $\quad d(\bar{1},\bar{5}) = 1$ $\quad d(\bar{2},\bar{3}) = 2$

$d(\bar{2},\bar{4}) = 1$ $\quad d(\bar{2},\bar{5}) = 2$ $\quad d(\bar{3},\bar{4}) = 2$ $\quad d(\bar{3},\bar{5}) = 1$ $\quad d(\bar{4},\bar{5}) = 1$

Dari data yang diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ sebanyak 9 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ sebanyak 6. Sehingga diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$$rs(\bar{0}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$rs(\bar{1}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$rs(\bar{2}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$rs(\bar{3}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$rs(\bar{4}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$rs(\bar{5}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{8}{2} = 4$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}\right) = \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$$

$$= \frac{1}{2}[rs(\bar{0}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{2})$$

$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{3})$$

$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{4})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{2})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{3})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{5})$$

$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{4})$$

$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{5})$$

$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{5})]$$

$$= \frac{1}{2}[4 + 4 + 4 \cdot 4 + 4 + 4 + 4 \cdot 4 + 4 + 4 + 4 \cdot 4$$

$$+4 + 4 + 4 \cdot 4 + 4 + 4 + 4 \cdot 4 + 4 + 4 + 4 \cdot 4$$

$$+4 + 4 + 4 \cdot 4 + 4 + 4 + 4 \cdot 4 + 4 + 4 + 4 \cdot 4]$$

$$= \frac{1}{2}\left[9 \cdot [4 + 4 + 4 \cdot 4]\right]$$

$$= \frac{1}{2}[9 \cdot 24]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 216$$

$$= 108$$

Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_6)}$ adalah 108.

4.2.2 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ dengan H Himpunan Unit dari $\mathbb{Z}_{10}$

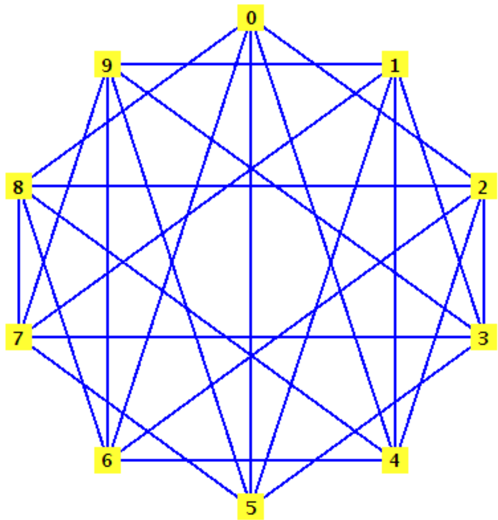
Ring bilangan bulat modulo 10 atau dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{10}$ memiliki elemen $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}$, dan $\overline{9}$. Selanjutnya, pada Tabel 2.2 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_{10}$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Misalkan H merupakan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{10}$, maka berdasarkan Tabel 2.2 $H = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{7}, \overline{9}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ adalah graf yang himpunan titiknya terdiri dari semua anggota $\mathbb{Z}_{10}$ dan dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_{10}$ dikatakan terhubung langsung di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Pada Tabel 4.11 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_{10}$.

Tabel 4.11 Tabel Cayley Operasi Penjumlahan $\mathbb{Z}_{10}$ untuk Unit

$+$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$
$\overline{5}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{6}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$
$\overline{7}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$
$\overline{8}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
$\overline{9}$	$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$

Berdasarkan Tabel 4.11 diperoleh gambar $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$.



Gambar 4.6 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ dengan H Unit

Berdasarkan Gambar 4.6 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{2}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{3}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{4}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{5}) = 1$
$d(\bar{0},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{7}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{2}) = 2$
$d(\bar{1},\bar{3}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{4}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{5}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{7}) = 1$
$d(\bar{1},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{3}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{4}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{5}) = 2$
$d(\bar{2},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{7}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{3},\bar{4}) = 2$
$d(\bar{3},\bar{5}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{3},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{3},\bar{9}) = 1$
$d(\bar{4},\bar{5}) = 2$	$d(\bar{4},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{4},\bar{7}) = 2$	$d(\bar{4},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{4},\bar{9}) = 2$
$d(\bar{5},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{5},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{5},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{5},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{6},\bar{7}) = 2$
$d(\bar{6},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{6},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{7},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{7},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{8},\bar{9}) = 2$

Dari data yang diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebanyak 25 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebanyak 20. Sehingga diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$rs(\bar{0}) = 7$ $rs(\bar{1}) = 7$ $rs(\bar{2}) = 7$ $rs(\bar{3}) = 7$ $rs(\bar{4}) = 7$

$rs(\bar{5}) = 7$ $rs(\bar{6}) = 7$ $rs(\bar{7}) = 7$ $rs(\bar{8}) = 7$ $rs(\bar{9}) = 7$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right) = \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$$

$$\vdots$$

$$= \frac{1}{2}\left[25 \cdot [7 + 7 + 7 \cdot 7]\right]$$

$$= \frac{1}{2}[25 \cdot 63]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1575$$

$$= \frac{1575}{2}$$

Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ adalah $\frac{1575}{2}$.

4.2.3 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ dengan H Himpunan Unit dari $\mathbb{Z}_{14}$

Ring bilangan bulat modulo 14 atau dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{14}$ memiliki elemen $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}$, dan $\overline{13}$. Selanjutnya, pada Tabel 4.12 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_{14}$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Tabel 4.12 Tabel Cayley Operasi Perkalian $\mathbb{Z}_{14}$ untuk Unit

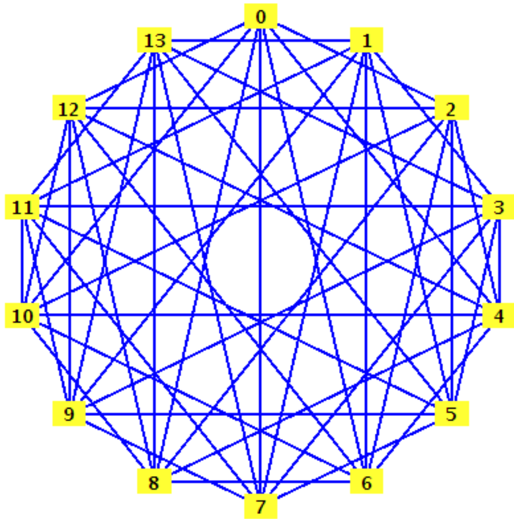
$\cdot$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$
$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{7}$	$\overline{10}$	$\overline{13}$	$\overline{2}$	$\overline{5}$	$\overline{8}$	$\overline{11}$
$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$
$\overline{5}$	$\overline{0}$	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{1}$	$\overline{6}$	$\overline{11}$	$\overline{2}$	$\overline{7}$	$\overline{12}$	$\overline{3}$	$\overline{8}$	$\overline{13}$	$\overline{4}$	$\overline{9}$
$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$
$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$
$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$
$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{9}$	$\overline{4}$	$\overline{13}$	$\overline{8}$	$\overline{3}$	$\overline{12}$	$\overline{7}$	$\overline{2}$	$\overline{11}$	$\overline{6}$	$\overline{1}$	$\overline{10}$	$\overline{5}$
$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$
$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{8}$	$\overline{5}$	$\overline{2}$	$\overline{13}$	$\overline{10}$	$\overline{7}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{12}$	$\overline{9}$	$\overline{6}$	$\overline{3}$
$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{13}$	$\overline{12}$	$\overline{11}$	$\overline{10}$	$\overline{9}$	$\overline{8}$	$\overline{7}$	$\overline{6}$	$\overline{5}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Misalkan H merupakan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{14}$, maka berdasarkan Tabel 4.12 $H = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{13}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ adalah graf yang himpunan titiknya terdiri dari semua anggota $\mathbb{Z}_{14}$ dan dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_{14}$ dikatakan terhubung langsung di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Pada Tabel 4.13 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_{14}$.

Tabel 4.13 Tabel Cayley Operasi Penjumlahan $\mathbb{Z}_{14}$ untuk Unit

$+$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$
$\overline{5}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{6}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$
$\overline{7}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$
$\overline{8}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
$\overline{9}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$
$\overline{10}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
$\overline{11}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$
$\overline{12}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$
$\overline{13}$	$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$

Berdasarkan Tabel 4.13 diperoleh gambar $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$.



Gambar 4.7 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ dengan H Unit

Berdasarkan Gambar 4.7 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{2}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{3}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{4}) = 1$
$d(\bar{0},\bar{5}) = 2$	$d(\bar{0},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{0},\bar{8}) = 1$
$d(\bar{0},\bar{9}) = 2$	$d(\bar{0},\overline{10}) = 1$	$d(\bar{0},\overline{11}) = 2$	$d(\bar{0},\overline{12}) = 1$
$d(\bar{0},\overline{13}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{2}) = 2$	$d(\bar{1},\bar{3}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{4}) = 2$
$d(\bar{1},\bar{5}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{7}) = 1$	$d(\bar{1},\bar{8}) = 2$
$d(\bar{1},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{1},\overline{10}) = 2$	$d(\bar{1},\overline{11}) = 1$	$d(\bar{1},\overline{12}) = 2$
$d(\bar{1},\overline{13}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{3}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{4}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{5}) = 1$
$d(\bar{2},\bar{6}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{7}) = 2$	$d(\bar{2},\bar{8}) = 1$	$d(\bar{2},\bar{9}) = 2$
$d(\bar{2},\overline{10}) = 1$	$d(\bar{2},\overline{11}) = 2$	$d(\bar{2},\overline{12}) = 1$	$d(\bar{2},\overline{13}) = 2$
$d(\bar{3},\bar{4}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{5}) = 1$	$d(\bar{3},\bar{6}) = 2$	$d(\bar{3},\bar{7}) = 1$
$d(\bar{3},\bar{8}) = 2$	$d(\bar{3},\bar{9}) = 1$	$d(\bar{3},\overline{10}) = 2$	$d(\bar{3},\overline{11}) = 1$
$d(\bar{3},\overline{12}) = 2$	$d(\bar{3},\overline{13}) = 1$	$d(\bar{4},\bar{5}) = 2$	$d(\bar{4},\bar{6}) = 1$

$d(\bar{4},\bar{7})=2$ $d(\bar{4},\bar{8})=1$ $d(\bar{4},\bar{9})=2$ $d(\bar{4},\overline{10})=1$

$d(\bar{4},\overline{11})=2$ $d(\bar{4},\overline{12})=1$ $d(\bar{4},\overline{13})=2$ $d(\bar{5},\bar{6})=2$

$d(\bar{5},\bar{7})=1$ $d(\bar{5},\bar{8})=2$ $d(\bar{5},\bar{9})=1$ $d(\bar{5},\overline{10})=2$

$d(\bar{5},\overline{11})=1$ $d(\bar{5},\overline{12})=2$ $d(\bar{5},\overline{13})=1$ $d(\bar{6},\bar{7})=2$

$d(\bar{6},\bar{8})=1$ $d(\bar{6},\bar{9})=2$ $d(\bar{6},\overline{10})=1$ $d(\bar{6},\overline{11})=2$

$d(\bar{6},\overline{12})=1$ $d(\bar{6},\overline{13})=2$ $d(\bar{7},\bar{8})=2$ $d(\bar{7},\bar{9})=1$

$d(\bar{7},\overline{10})=2$ $d(\bar{7},\overline{11})=1$ $d(\bar{7},\overline{12})=2$ $d(\bar{7},\overline{13})=1$

$d(\bar{8},\bar{9})=2$ $d(\bar{8},\overline{10})=1$ $d(\bar{8},\overline{11})=2$ $d(\bar{8},\overline{12})=1$

$d(\bar{8},\overline{13})=1$ $d(\bar{9},\overline{10})=2$ $d(\bar{9},\overline{11})=1$ $d(\bar{9},\overline{12})=1$

$d(\bar{9},\overline{13})=1$ $d(\overline{10},\overline{11})=1$ $d(\overline{10},\overline{12})=1$ $d(\overline{10},\overline{13})=2$

$d(\overline{11},\overline{12})=2$ $d(\overline{11},\overline{13})=1$ $d(\overline{12},\overline{13})=2$

Dari data yang diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebanyak 49 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebanyak 42. Sehingga diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$rs(\bar{0})=10$ $rs(\bar{1})=10$ $rs(\bar{2})=10$ $rs(\bar{3})=10$ $rs(\bar{4})=10$

$rs(\bar{5})=10$ $rs(\bar{6})=10$ $rs(\bar{7})=10$ $rs(\bar{8})=10$ $rs(\bar{9})=10$

$rs(\overline{10})=10$ $rs(\overline{11})=10$ $rs(\overline{12})=10$ $rs(\overline{13})=10$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}\right) = \frac{1}{2}\sum_{u_1u_2\in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}\right)} [rs(u_1)+rs(u_2)+rs(u_1)\cdot rs(u_2)]$$

$$\vdots$$

$$= \frac{1}{2}\left[49\cdot[10+10+10\cdot 10]\right]$$

$$= \frac{1}{2}[25 \cdot 120]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5880$$

$$= 2940$$

Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ adalah 2940.

4.2.4 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ dengan H Himpunan Unit dari $\mathbb{Z}_{22}$

Ring bilangan bulat modulo 22 atau dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{22}$ memiliki elemen $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{16}, \overline{17}, \overline{18}, \overline{19}, \overline{20}$, dan $\overline{21}$. Selanjutnya, pada Tabel 4.14 ditunjukkan perhitungan operasi perkalian $\mathbb{Z}_{22}$ dengan menggunakan tabel Cayley.

Tabel 4.14 Tabel Cayley Operasi Perkalian $\mathbb{Z}_{22}$ untuk Unit

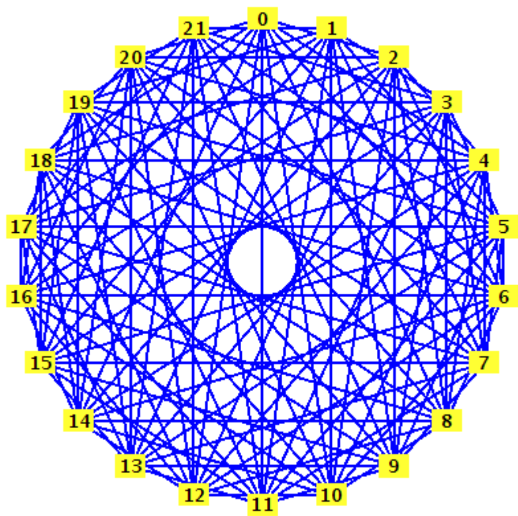
$\cdot$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{14}$	$\overline{16}$	$\overline{18}$	$\overline{20}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{14}$	$\overline{16}$	$\overline{18}$	$\overline{20}$
$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\overline{21}$	$\overline{2}$	$\overline{5}$	$\overline{8}$	$\overline{11}$	$\overline{14}$	$\overline{17}$	$\overline{20}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{7}$	$\overline{10}$	$\overline{13}$	$\overline{16}$	$\overline{19}$
$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{16}$	$\overline{20}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{14}$	$\overline{18}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{16}$	$\overline{20}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{14}$	$\overline{18}$
$\overline{5}$	$\overline{0}$	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{3}$	$\overline{8}$	$\overline{13}$	$\overline{18}$	$\overline{1}$	$\overline{6}$	$\overline{11}$	$\overline{16}$	$\overline{21}$	$\overline{4}$	$\overline{9}$	$\overline{14}$	$\overline{19}$	$\overline{2}$	$\overline{7}$	$\overline{12}$	$\overline{17}$
$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{18}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{14}$	$\overline{20}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{16}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{18}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{14}$	$\overline{20}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{16}$
$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{14}$	$\overline{21}$	$\overline{6}$	$\overline{13}$	$\overline{20}$	$\overline{5}$	$\overline{12}$	$\overline{19}$	$\overline{4}$	$\overline{11}$	$\overline{18}$	$\overline{3}$	$\overline{10}$	$\overline{17}$	$\overline{2}$	$\overline{9}$	$\overline{16}$	$\overline{1}$	$\overline{8}$	$\overline{15}$
$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{16}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{18}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{20}$	$\overline{6}$	$\overline{14}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{16}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{18}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{20}$	$\overline{6}$	$\overline{14}$
$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{9}$	$\overline{18}$	$\overline{5}$	$\overline{14}$	$\overline{1}$	$\overline{10}$	$\overline{19}$	$\overline{6}$	$\overline{15}$	$\overline{2}$	$\overline{11}$	$\overline{20}$	$\overline{7}$	$\overline{16}$	$\overline{3}$	$\overline{12}$	$\overline{21}$	$\overline{8}$	$\overline{17}$	$\overline{4}$	$\overline{13}$
$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{20}$	$\overline{8}$	$\overline{18}$	$\overline{6}$	$\overline{16}$	$\overline{4}$	$\overline{14}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{20}$	$\overline{8}$	$\overline{18}$	$\overline{6}$	$\overline{16}$	$\overline{4}$	$\overline{14}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$
$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$
$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{14}$	$\overline{4}$	$\overline{16}$	$\overline{6}$	$\overline{18}$	$\overline{8}$	$\overline{20}$	$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{14}$	$\overline{4}$	$\overline{16}$	$\overline{6}$	$\overline{18}$	$\overline{8}$	$\overline{20}$	$\overline{10}$
$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{13}$	$\overline{4}$	$\overline{17}$	$\overline{8}$	$\overline{21}$	$\overline{12}$	$\overline{3}$	$\overline{16}$	$\overline{7}$	$\overline{20}$	$\overline{11}$	$\overline{2}$	$\overline{15}$	$\overline{6}$	$\overline{19}$	$\overline{10}$	$\overline{1}$	$\overline{14}$	$\overline{5}$	$\overline{18}$	$\overline{9}$
$\overline{14}$	$\overline{0}$	$\overline{14}$	$\overline{6}$	$\overline{20}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{18}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{16}$	$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{14}$	$\overline{6}$	$\overline{20}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{18}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{16}$	$\overline{8}$
$\overline{15}$	$\overline{0}$	$\overline{15}$	$\overline{8}$	$\overline{1}$	$\overline{16}$	$\overline{9}$	$\overline{2}$	$\overline{17}$	$\overline{10}$	$\overline{3}$	$\overline{18}$	$\overline{11}$	$\overline{4}$	$\overline{19}$	$\overline{12}$	$\overline{5}$	$\overline{20}$	$\overline{13}$	$\overline{6}$	$\overline{21}$	$\overline{14}$	$\overline{7}$
$\overline{16}$	$\overline{0}$	$\overline{16}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{20}$	$\overline{14}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{18}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{16}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{20}$	$\overline{14}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{18}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$
$\overline{17}$	$\overline{0}$	$\overline{17}$	$\overline{12}$	$\overline{7}$	$\overline{2}$	$\overline{19}$	$\overline{14}$	$\overline{9}$	$\overline{4}$	$\overline{21}$	$\overline{16}$	$\overline{11}$	$\overline{6}$	$\overline{1}$	$\overline{18}$	$\overline{13}$	$\overline{8}$	$\overline{3}$	$\overline{20}$	$\overline{15}$	$\overline{10}$	$\overline{5}$
$\overline{18}$	$\overline{0}$	$\overline{18}$	$\overline{14}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{20}$	$\overline{16}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{18}$	$\overline{14}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{20}$	$\overline{16}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$
$\overline{19}$	$\overline{0}$	$\overline{19}$	$\overline{16}$	$\overline{13}$	$\overline{10}$	$\overline{7}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{20}$	$\overline{17}$	$\overline{14}$	$\overline{11}$	$\overline{8}$	$\overline{5}$	$\overline{2}$	$\overline{21}$	$\overline{18}$	$\overline{15}$	$\overline{12}$	$\overline{9}$	$\overline{6}$	$\overline{3}$
$\overline{20}$	$\overline{0}$	$\overline{20}$	$\overline{18}$	$\overline{16}$	$\overline{14}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{20}$	$\overline{18}$	$\overline{16}$	$\overline{14}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{21}$	$\overline{20}$	$\overline{19}$	$\overline{18}$	$\overline{17}$	$\overline{16}$	$\overline{15}$	$\overline{14}$	$\overline{13}$	$\overline{12}$	$\overline{11}$	$\overline{10}$	$\overline{9}$	$\overline{8}$	$\overline{7}$	$\overline{6}$	$\overline{5}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Misalkan H merupakan himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{22}$, maka berdasarkan Tabel 4.14 $H = \{\overline{1}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{7}, \overline{9}, \overline{13}, \overline{15}, \overline{17}, \overline{19}, \overline{21}\}$. $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ adalah graf yang himpunan titiknya terdiri dari semua anggota $\mathbb{Z}_{22}$ dan dua titik berbeda $x, y \in \mathbb{Z}_{22}$ dikatakan terhubung langsung di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ jika dan hanya jika $x + y \notin H$. Pada Tabel 4.15 ditunjukkan tabel Cayley operasi penjumlahan $\mathbb{Z}_{22}$.

Tabel 4.15 Tabel Cayley Operasi Penjumlahan $\mathbb{Z}_{22}$ untuk Unit

+	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$
$\overline{5}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{6}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$
$\overline{7}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$
$\overline{8}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
$\overline{9}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$
$\overline{10}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
$\overline{11}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$
$\overline{12}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$
$\overline{13}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$
$\overline{14}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{15}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$
$\overline{16}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$
$\overline{17}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$
$\overline{18}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$
$\overline{19}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$
$\overline{20}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$
$\overline{21}$	$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$

Berdasarkan Tabel 4.15 diperoleh gambar $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$.



Gambar 4.8 Graf $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ dengan H Unit

Berdasarkan Gambar 4.8 diperoleh jarak tiap pasangan titiknya, yaitu:

$d(\bar{0},\bar{1})=2$	$d(\bar{0},\bar{2})=1$	$d(\bar{0},\bar{3})=2$	$d(\bar{0},\bar{4})=1$
$d(\bar{0},\bar{5})=2$	$d(\bar{0},\bar{6})=1$	$d(\bar{0},\bar{7})=2$	$d(\bar{0},\bar{8})=1$
$d(\bar{0},\bar{9})=2$	$d(\bar{0},\overline{10})=1$	$d(\bar{0},\overline{11})=1$	$d(\bar{0},\overline{12})=1$
$d(\bar{0},\overline{13})=2$	$d(\bar{0},\overline{14})=1$	$d(\bar{0},\overline{15})=2$	$d(\bar{0},\overline{16})=1$
$d(\bar{0},\overline{17})=2$	$d(\bar{0},\overline{18})=1$	$d(\bar{0},\overline{19})=2$	$d(\bar{0},\overline{20})=1$
$d(\bar{0},\overline{21})=2$	$d(\bar{1},\bar{2})=2$	$d(\bar{1},\bar{3})=1$	$d(\bar{1},\bar{4})=2$
$d(\bar{1},\bar{5})=1$	$d(\bar{1},\bar{6})=2$	$d(\bar{1},\bar{7})=1$	$d(\bar{1},\bar{8})=2$
$d(\bar{1},\bar{9})=1$	$d(\bar{1},\overline{10})=1$	$d(\bar{1},\overline{11})=1$	$d(\bar{1},\overline{12})=2$
$d(\bar{1},\overline{13})=1$	$d(\bar{1},\overline{14})=2$	$d(\bar{1},\overline{15})=1$	$d(\bar{1},\overline{16})=2$
$d(\bar{1},\overline{17})=1$	$d(\bar{1},\overline{18})=2$	$d(\bar{1},\overline{19})=1$	$d(\bar{1},\overline{20})=2$
$d(\bar{1},\overline{21})=1$	$d(\bar{2},\bar{3})=2$	$d(\bar{2},\bar{4})=1$	$d(\bar{2},\bar{5})=2$
$d(\bar{2},\bar{6})=1$	$d(\bar{2},\bar{7})=2$	$d(\bar{2},\bar{8})=1$	$d(\bar{2},\bar{9})=1$
$d(\bar{2},\overline{10})=1$	$d(\bar{2},\overline{11})=2$	$d(\bar{2},\overline{12})=1$	$d(\bar{2},\overline{13})=2$
$d(\bar{2},\overline{14})=1$	$d(\bar{2},\overline{15})=2$	$d(\bar{2},\overline{16})=1$	$d(\bar{2},\overline{17})=2$
$d(\bar{2},\overline{18})=1$	$d(\bar{2},\overline{19})=2$	$d(\bar{2},\overline{20})=1$	$d(\bar{2},\overline{21})=2$
$d(\bar{3},\bar{4})=2$	$d(\bar{3},\bar{5})=1$	$d(\bar{3},\bar{6})=2$	$d(\bar{3},\bar{7})=1$
$d(\bar{3},\bar{8})=1$	$d(\bar{3},\bar{9})=1$	$d(\bar{3},\overline{10})=2$	$d(\bar{3},\overline{11})=1$
$d(\bar{3},\overline{12})=2$	$d(\bar{3},\overline{13})=1$	$d(\bar{3},\overline{14})=2$	$d(\bar{3},\overline{15})=1$
$d(\bar{3},\overline{16})=2$	$d(\bar{3},\overline{17})=1$	$d(\bar{3},\overline{18})=2$	$d(\bar{3},\overline{19})=1$
$d(\bar{3},\overline{20})=2$	$d(\bar{3},\overline{21})=1$	$d(\bar{4},\bar{5})=2$	$d(\bar{4},\bar{6})=1$
$d(\bar{4},\bar{7})=1$	$d(\bar{4},\bar{8})=1$	$d(\bar{4},\bar{9})=2$	$d(\bar{4},\overline{10})=1$
$d(\bar{4},\overline{11})=2$	$d(\bar{4},\overline{12})=1$	$d(\bar{4},\overline{13})=2$	$d(\bar{4},\overline{14})=1$

$d(\bar{4},\overline{15})=2$	$d(\bar{4},\overline{16})=1$	$d(\bar{4},\overline{17})=2$	$d(\bar{4},\overline{18})=1$
$d(\bar{4},\overline{19})=2$	$d(\bar{4},\overline{20})=1$	$d(\bar{4},\overline{21})=2$	$d(\bar{5},\bar{6})=1$
$d(\bar{5},\bar{7})=1$	$d(\bar{5},\bar{8})=2$	$d(\bar{5},\bar{9})=1$	$d(\bar{5},\overline{10})=2$
$d(\bar{5},\overline{11})=1$	$d(\bar{5},\overline{12})=2$	$d(\bar{5},\overline{13})=1$	$d(\bar{5},\overline{14})=2$
$d(\bar{5},\overline{15})=1$	$d(\bar{5},\overline{16})=2$	$d(\bar{5},\overline{17})=1$	$d(\bar{5},\overline{18})=2$
$d(\bar{5},\overline{19})=1$	$d(\bar{5},\overline{20})=2$	$d(\bar{5},\overline{21})=1$	$d(\bar{6},\bar{7})=2$
$d(\bar{6},\bar{8})=1$	$d(\bar{6},\bar{9})=2$	$d(\bar{6},\overline{10})=1$	$d(\bar{6},\overline{11})=2$
$d(\bar{6},\overline{12})=1$	$d(\bar{6},\overline{13})=2$	$d(\bar{6},\overline{14})=1$	$d(\bar{6},\overline{15})=2$
$d(\bar{6},\overline{16})=1$	$d(\bar{6},\overline{17})=2$	$d(\bar{6},\overline{18})=1$	$d(\bar{6},\overline{19})=2$
$d(\bar{6},\overline{20})=1$	$d(\bar{6},\overline{21})=2$	$d(\bar{7},\bar{8})=2$	$d(\bar{7},\bar{9})=1$
$d(\bar{7},\overline{10})=2$	$d(\bar{7},\overline{11})=1$	$d(\bar{7},\overline{12})=2$	$d(\bar{7},\overline{13})=1$
$d(\bar{7},\overline{14})=2$	$d(\bar{7},\overline{15})=1$	$d(\bar{7},\overline{16})=2$	$d(\bar{7},\overline{17})=1$
$d(\bar{7},\overline{18})=2$	$d(\bar{7},\overline{19})=1$	$d(\bar{7},\overline{20})=2$	$d(\bar{7},\overline{21})=1$
$d(\bar{8},\bar{9})=2$	$d(\bar{8},\overline{10})=1$	$d(\bar{8},\overline{11})=2$	$d(\bar{8},\overline{12})=1$
$d(\bar{8},\overline{13})=2$	$d(\bar{8},\overline{14})=1$	$d(\bar{8},\overline{15})=2$	$d(\bar{8},\overline{16})=1$
$d(\bar{8},\overline{17})=2$	$d(\bar{8},\overline{18})=1$	$d(\bar{8},\overline{19})=2$	$d(\bar{8},\overline{20})=1$
$d(\bar{8},\overline{21})=2$	$d(\bar{9},\overline{10})=2$	$d(\bar{9},\overline{11})=1$	$d(\bar{9},\overline{12})=2$
$d(\bar{9},\overline{13})=1$	$d(\bar{9},\overline{14})=2$	$d(\bar{9},\overline{15})=1$	$d(\bar{9},\overline{16})=2$
$d(\bar{9},\overline{17})=1$	$d(\bar{9},\overline{18})=2$	$d(\bar{9},\overline{19})=1$	$d(\bar{9},\overline{20})=2$
$d(\bar{9},\overline{21})=1$	$d(\overline{10},\overline{11})=2$	$d(\overline{10},\overline{12})=1$	$d(\overline{10},\overline{13})=2$
$d(\overline{10},\overline{14})=1$	$d(\overline{10},\overline{15})=2$	$d(\overline{10},\overline{16})=1$	$d(\overline{10},\overline{17})=2$
$d(\overline{10},\overline{18})=1$	$d(\overline{10},\overline{19})=2$	$d(\overline{10},\overline{20})=1$	$d(\overline{10},\overline{21})=2$

$d(\overline{11},\overline{12})=2$ $d(\overline{11},\overline{13})=1$ $d(\overline{11},\overline{14})=2$ $d(\overline{11},\overline{15})=1$

$d(\overline{11},\overline{16})=2$ $d(\overline{11},\overline{17})=1$ $d(\overline{11},\overline{18})=2$ $d(\overline{11},\overline{19})=1$

$d(\overline{11},\overline{20})=2$ $d(\overline{11},\overline{21})=1$ $d(\overline{12},\overline{13})=2$ $d(\overline{12},\overline{14})=1$

$d(\overline{12},\overline{15})=2$ $d(\overline{12},\overline{16})=1$ $d(\overline{12},\overline{17})=2$ $d(\overline{12},\overline{18})=1$

$d(\overline{12},\overline{19})=2$ $d(\overline{12},\overline{20})=1$ $d(\overline{12},\overline{21})=1$ $d(\overline{13},\overline{14})=2$

$d(\overline{13},\overline{15})=1$ $d(\overline{13},\overline{16})=2$ $d(\overline{13},\overline{17})=1$ $d(\overline{13},\overline{18})=2$

$d(\overline{13},\overline{19})=1$ $d(\overline{13},\overline{20})=1$ $d(\overline{13},\overline{21})=1$ $d(\overline{14},\overline{15})=2$

$d(\overline{14},\overline{16})=1$ $d(\overline{14},\overline{17})=2$ $d(\overline{14},\overline{18})=1$ $d(\overline{14},\overline{19})=1$

$d(\overline{14},\overline{20})=1$ $d(\overline{14},\overline{21})=2$ $d(\overline{15},\overline{16})=2$ $d(\overline{15},\overline{17})=1$

$d(\overline{15},\overline{18})=1$ $d(\overline{15},\overline{19})=1$ $d(\overline{15},\overline{20})=2$ $d(\overline{15},\overline{21})=1$

$d(\overline{16},\overline{17})=1$ $d(\overline{16},\overline{18})=1$ $d(\overline{16},\overline{19})=2$ $d(\overline{16},\overline{20})=1$

$d(\overline{16},\overline{21})=2$ $d(\overline{17},\overline{18})=2$ $d(\overline{17},\overline{19})=1$ $d(\overline{17},\overline{20})=2$

$d(\overline{17},\overline{21})=1$ $d(\overline{18},\overline{19})=2$ $d(\overline{18},\overline{20})=1$ $d(\overline{18},\overline{21})=2$

$d(\overline{19},\overline{20})=2$ $d(\overline{19},\overline{21})=1$ $d(\overline{20},\overline{21})=2$

Dari data yang diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebanyak 121 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebanyak 110. Sehingga diperoleh *reciprocal status* jaraknya, yaitu:

$rs(\overline{0})=16$ $rs(\overline{1})=16$ $rs(\overline{2})=16$ $rs(\overline{3})=16$ $rs(\overline{4})=16$

$rs(\overline{5})=16$ $rs(\overline{6})=16$ $rs(\overline{7})=16$ $rs(\overline{8})=16$ $rs(\overline{9})=16$

$rs(\overline{10})=16$ $rs(\overline{11})=16$ $rs(\overline{12})=16$ $rs(\overline{13})=16$ $rs(\overline{14})=16$

$rs(\overline{15})=16$ $rs(\overline{16})=16$ $rs(\overline{17})=16$ $rs(\overline{18})=16$ $rs(\overline{19})=16$

$rs(\overline{20})=16$ $rs(\overline{21})=16$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}\right) = \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$$

$$\vdots$$

$$= \frac{1}{2}\big[121 \cdot [16 + 16 + 16 \cdot 16]\big]$$

$$= \frac{1}{2}[121 \cdot 1288]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 34848$$

$$= 17424$$

Jadi, diperoleh nilai indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ adalah 17424.

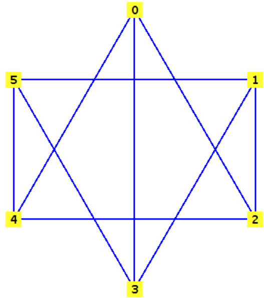
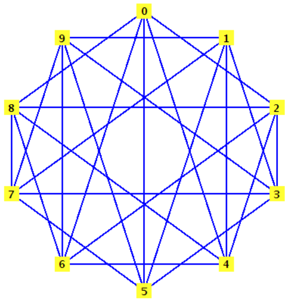
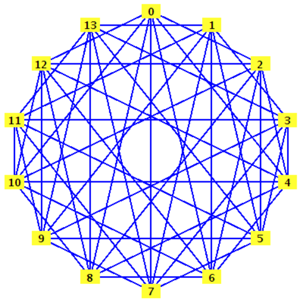
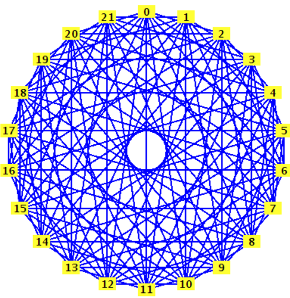
4.2.5 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan H Himpunan Unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$

Hasil dari perhitungan sebelumnya, diperoleh data yang berkaitan dengan $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dan indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan $p \in \{3,5,7,11\}$. Data tersebut ditunjukkan dalam Tabel 4.16 dan Tabel 4.17.

Tabel 4.16 Tabulasi $U(\mathbb{Z}_{2p})$ dan $rs(u)$

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{U(\mathbb{Z}_{2p})}$	$\boldsymbol{rs(u)}$
3	$\{\bar{1}, \bar{5}\}$	$rs(\bar{0}) = rs(\bar{1}) = \cdots = rs(\bar{5}) = \frac{3}{2}(3) - \frac{1}{2} = 4$
5	$\{\bar{1}, \bar{3}, \bar{7}, \bar{9}\}$	$rs(\bar{0}) = rs(\bar{1}) = \cdots = rs(\bar{9}) = \frac{3}{2}(5) - \frac{1}{2} = 7$
7	$\{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{9}, \overline{11}, \overline{13}\}$	$rs(\bar{0}) = rs(\bar{1}) = \cdots = rs(\overline{13}) = \frac{3}{2}(7) - \frac{1}{2} = 10$
11	$\{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{9}, \overline{13}, \overline{15}, \overline{17}, \overline{19}, \overline{21}\}$	$rs(\bar{0}) = rs(\bar{1}) = \cdots = rs(\overline{21}) = \frac{3}{2}(11) - \frac{1}{2} = 16$

Tabel 4.17 Tabulasi $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ dengan H Himpunan Unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$

$\boldsymbol{p}$	$\overline{\boldsymbol{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}}$
3	
5	
7	
11	

Berdasarkan Tabel 4.16 dan Tabel 4.17 diperoleh dugaan yang mendukung pembuktian rumus indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.

1. $U(\mathbb{Z}_{2p})$ adalah semua elemen ganjil dari $\mathbb{Z}_{2p}$ kecuali p untuk suatu bilangan prima p.
2. $rs(u) = \frac{3}{2}p - \frac{1}{2}, \forall u \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ untuk suatu bilangan prima p.

3. Ada sebanyak p^2 sisi di $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$.

Untuk mempermudah pembuktian akan didefinisikan $A = \{\overline{2m} | m = 0,1,2, \dots, p-1\}$ dan $B = \{\overline{2n+1} | n = 0,1,2, \dots, p-1\}$ di mana p merupakan bilangan prima dan $p \geq 3$.

Lemma 4.5

Misalkan p merupakan bilangan prima dan $p \geq 3$. Himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah

$$U(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\bar{n} | n \notin \{\overline{2m} | m = 0,1,2, \dots, p-1\} \cup \{\bar{p}\}\}.$$

Bukti:

Jelas bahwa $0 \notin U(\mathbb{Z}_{2p})$ karena $0 \cdot y = y \cdot 0 \not\equiv 1 (mod\ 2p)$, $\forall y \in \mathbb{Z}_{2p}$.

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa $\overline{2m}$ dengan $m = 0,1,2, \dots, p-1$ bukan merupakan unit. Perhatikan bahwa terdapat $p \in \mathbb{Z}_{2p}$ di mana $2m \cdot p = p \cdot 2m \not\equiv 1 (mod\ 2p)$ sehingga jelas bahwa $\overline{2m}$ dengan $m = 1,2, \dots, p-1$ bukan merupakan unit.

Akibatnya, $\bar{p}$ bukan merupakan unit karena $2m \cdot p = p \cdot 2m \not\equiv 1 (mod\ 2p)$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa semua bilangan ganjil kecuali p merupakan unit. Misalkan $n \in \mathbb{Z}_{2p}$ dengan $n \notin \{\bar{n} | n \notin \{\overline{2m} | m = 0,1,2, \dots, p-1\} \cup \{\bar{p}\}\}$ maka $FPB(n, 2p) = 1$. Dengan demikian, $n \in U(\mathbb{Z}_{2p})$ jika dan hanya jika terdapat $x \in \mathbb{Z}_{2p}$ sedemikian sehingga $x \cdot n = 1$ dan dapat dituliskan $x \cdot n \equiv 1 (mod\ 2p)$ memiliki selesaian.

Dengan demikian terbukti bahwa

$$U(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\bar{n} | n \notin \{\overline{2m} | m = 0,1,2, \dots, p-1\} \cup \{\bar{p}\}\}.$$

Lemma 4.6

Misalkan $p \geq 3$ merupakan bilangan prima dan H himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$. *Reciprocal status* dari $u \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ adalah

$$rs(u) = \frac{3}{2}p - \frac{1}{2}.$$

Bukti:

Akan ditunjukkan bahwa semua elemen A terhubung langsung dengan elemen A dan semua elemen B terhubung langsung dengan elemen B.

Misalkan $x, y \in A$, maka $x + y$ bernilai genap. Dengan demikian x terhubung langsung dengan y. Sehingga diperoleh $\{x, y\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$, $\forall x, y \in A$ atau $d(x, y) = 1, \forall x, y \in A, x \neq y$.

Misalkan $s, t \in B$, maka $s + t$ bernilai genap. Dengan demikian s terhubung langsung dengan t. Sehingga diperoleh $\{s, t\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$, $\forall s, t \in A$ atau $d(s, t) = 1, \forall s, t \in A, s \neq t$.

Selanjutnya, akan ditunjukkan bahwa semua elemen A terhubung langsung dengan tepat satu elemen di B. Misalkan $v \in A$ dan $w \in B$. Karena v bernilai genap dan w bernilai ganjil, maka $v + w$ adalah bernilai ganjil. $v + w = p$ jika dan hanya jika $w = p - v$ sedemikian sehingga v terhubung langsung dengan w jika dan hanya jika $w = p - v$. Dengan demikian diperoleh $\{v, w\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$, $\forall v \in A, w \in B, w = p - v$.

Akibatnya, $d(v, w) \geq 2$, $\forall v \in A$, $w \in B$, $w \neq p - v$. Karena terdapat lintasan $v - (p - v) - w$, $\forall v \in A$, $w \in B$, $w \neq p - v$. $\{v, p - v\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ karena $v + p - v = p$. $\{p - v, w\} \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ karena $p - v + w$ bernilai genap. Dengan demikian diperoleh $d(v,w) = 2, \forall v \in A, w \in B, w \neq p - v$ dan $d(v, p - v) = 1, \forall v \in A$.

Berdasarkan definisi, *reciprocal status* dari $u_1 \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ adalah

$$rs(u_1) = \sum_{u_2 \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)} \frac{1}{d(u_1, u_2)}.$$

Karena pasangan titik yang berjarak 1 ada sebanyak $p - 1 + 1 = p$, dan pasangan titik yang berjarak 2 ada sebanyak $p - 1$, maka

$$rs(u_1) = (p) \cdot \frac{1}{1} + (p - 1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}p - \frac{1}{2}.$$

Sehingga diperoleh *reciprocal status* dari $u \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ adalah

$$rs(u) = \frac{3}{2}p - \frac{1}{2}.$$

Proposisi 4.6

Himpunan unit merupakan komplemen dari pembagi nol dalam $\mathbb{Z}_{2p}$.

Bukti dari Proposisi 4.6 langsung diturunkan dari Lemma 4.3 dan Lemma 4.6.

Lemma 4.7

Misalkan $p \geq 3$ merupakan bilangan prima dan H himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$. Pasangan titik yang terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ ada sebanyak p^2.

Bukti:

Berdasarkan Proposisi 4.6 unit merupakan komplemen dari pembagi nol dalam $\mathbb{Z}_{2p}$. Sehingga diperoleh pasangan titik yang terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ ada sebanyak

$$\binom{2p}{2} - (p^2 - p) = \frac{(2p)!}{(2p-2)!\,2!} - p^2 + p = p^2.$$

Teorema 4.2

Misalkan $p \geq 3$ merupakan bilangan prima dan H himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$. Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ adalah

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right) = \frac{9}{8}p^4 + \frac{3}{4}p^3 - \frac{3}{8}p^2.$$

Bukti:

Berdasarkan definisi, persamaan indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ adalah

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right) = \frac{1}{2}\sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]\,.$$

Berdasarkan Lemma 4.6 *reciprocal status* dari $u \in V\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right)$ adalah $rs(u) = \frac{3}{2}p - \frac{1}{2}$, dan berdasarkan Lemma 4.7 pasangan titik yang terhubung langsung pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ ada sebanyak p^2. Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right) &= \frac{1}{2}\left[p^2\left[\left(\frac{3}{2}p - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{2}p - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{2}p - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}p - \frac{1}{2}\right)\right]\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[p^2\left[\frac{9}{4}p^2 + \frac{3}{2}p - \frac{3}{4}\right]\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\frac{9}{4}p^4 + \frac{3}{2}p^3 - \frac{3}{4}p^2\right] \\
&= \frac{9}{8}p^4 + \frac{3}{4}p^3 - \frac{3}{8}p^2.
\end{aligned}$$

4.3 Integrasi Agama

Berdasarkan kajian integrasi topik yang telah dijelaskan dalam Bab II, QS. Qaf ayat 9 tentang bukti-bukti kuasa Allah. Pembelajaran yang dapat diambil dari ayat tersebut yaitu dalam mempelajari suatu hal maka dibutuhkan bidang keilmuan lain sehingga dapat diterapkan pada kajian ilmu yang bersangkutan. Begitu juga dengan hasil dari satu bidang keilmuan dapat dikaji untuk memperoleh suatu kesimpulan yang dapat memberikan manfaat bagi orang yang mempelajarinya dan apabila terus dikembangkan dapat bermanfaat dalam berbagai bidang keilmuan. Hal tersebut selaras dengan penelitian indeks VLRS pada komplemen graf total diperumum di mana penelitian ini merupakan penelitian pada keilmuan aljabar akan tetapi hasil dari penelitian ini dapat dimanfaatkan dalam bidang fisika, kimia, maupun farmasi. Oleh karena itu, menjadi orang berilmu yang senantiasa belajar dan dapat menjadikan pembelajaran dari yang telah ditekuninya merupakan salah satu upaya untuk meningkatkan keimanan dan ketakwaan kepada Allah.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan maka bentuk umum indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ di mana p bilangan prima dan $p \geq 3$ dengan H himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah $VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right) = \frac{9}{8}p^4 - \frac{11}{8}p^3 - \frac{17}{72}p^2 + \frac{35}{72}p$ dan H himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah $VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}\right) = \frac{9}{8}p^4 + \frac{3}{4}p^3 - \frac{3}{8}p^2$.

5.2 Saran

Penelitian ini membahas indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ di mana p bilangan prima dan $p \geq 3$ dengan H himpunan pembagi nol dan H himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$. Penelitian selanjutnya diharapkan meneliti indeks VLRS pada graf lain dan dari ring yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. (2019). *Graphs Associated With A Commutative Ring*.

Abdussakir, Azizah, N. N., & Nofandika, F. F. (2009). *Teori Graf*. UIN-Malang Press.

Abdussakir, M. P. (2006). *Matematika dalam Al-Qur'an*. 1–29.

Abdussakir, M. P. (2009). *Matematika 1 Kajian Integratif Matematika & Al-Qur'an* (A. H. Fathani (ed.); Pertama). UIN-Malang Press.

Al-Qur'an, L. P. M. (2018). *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. https://lajnah.kemenag.go.id/

Anderson, D. F. (2013). The Generalized Total Graph of a Commutative Ring. *Journal of Algebra and Its Applications*, 1-15.

Chartrand, G., Lesniak, L., & Zhang, P. (2011). *Graphs & Digraphs* (Fifth). Chapman & Hall/CRC.

Chelvam, T. T., & Balamurugan, M. (2019). Complement of the Generalized Total Graph of Commutative Rings – A Survey. *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*, *392*(April), 477–499. https://doi.org/10.1007/978-981-19-3898-6_36

Deepika, T. (2021). VL Index and Bounds for the Tensor Products of F-Sum Graphs. *Turkish World Mathematical Society Journal of Applied and Engineering Mathematics*, *11*(2), 374–385.

Gallian, J. A. (2013). Contemporary Abstract Algebra. In *Contemporary Abstract Algebra* (Seventh).

Gilbert, L., & Gilbert, J. (2015). Element of Modern Algebra. In *Nucl. Phys.* (Seventh, Vol. 13, Issue 1). Brooks/Cole Cengage Le.

Irawan, W. H., Hijriyah, N., & Habibi, A. R. (2014). *Pengantar Teori Bilangan*. UIN-Maliki Press.

Joshi, K. D. (1989). *Foundations of Discrete Mathematics*. K.K. Gapta for New Age Intenational. https://books.google.com.gt/books?id=RM1D3mFw2u0C&lpg=PR2&pg=PR2#v=onepage&q&f=false

Lokesha, V., Suvarna, Cevik, A. S., & Cangul, I. N. (2021). VL Reciprocal Status Index and Co-index of Connected Graphs. *Proceedings of the Jangjeon Mathematical Society*, *25*(3), 319–329. https://doi.org/10.17777/pjms2022.25.3.319

Mahboob, A., Mahboob, S., Jaradat, M. M. M., Nigar, N., & Siddique, I. (2021). On Some Properties of Multiplicative Topological Indices in Silicon-Carbon. *Journal of Mathematics*, *2021*. https://doi.org/10.1155/2021/4611199

Menezes, A. O. (1996). *Handbook of Applied Cryptography*. CRC Press.

Munir, R. (2016). *Matematika Diskrit* (Keenam). Informatika Bandung.

Ramane, H. S., Talwar, S. Y., & Sharafdini, R. (2019). Reciprocal Status Connectivity Indices and Co-indices of Graphs. *Trends in Mathematics*, *3*, 61–72. https://doi.org/10.1007/978-3-030-01123-9_47

Soleha, D. W. (2014). Karakterisasi Aljabar pada Graf Bipartit.

Wahyuni, S., Wijayanti, I. E., Yuwaningsih, D. A., & Hartanto, A. D. (2016). *Teori Ring dan Modul* (Andayani (ed.); Pertama). Gadjah Mada University Press.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ di mana H himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$

Reciprocal status pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebagai berikut:

$$rs(\bar{0}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{1}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{2}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{3}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{4}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{5}) = \frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{6}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{7}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{8}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{1} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

$$rs(\bar{9}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right) = \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$$

$$= \frac{1}{2}[rs(\bar{0}) + rs(\bar{1}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{1})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{3})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{2})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{5})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{4})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{5})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\bar{9})]$$
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3}\right.$$
$$+ \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3}$$
$$+ \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3}$$
$$+ \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3}$$
$$+ \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3}$$
$$+ \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{19}{3}$$

$$+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}$$
$$+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}$$
$$+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}$$
$$+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}\Bigg]$$
$$=\frac{1}{2}\left[20\cdot\left[\frac{19}{3}+\frac{19}{3}+\frac{19}{3}\cdot\frac{19}{3}\right]\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left[20\cdot\frac{475}{9}\right]$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{9500}{9}$$
$$=\frac{4750}{9}$$

Reciprocal status pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebagai berikut:

$$rs(\bar{0})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{1})=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{2})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{3})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{4})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{5})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{6})=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{7})=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{8})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{28}{3}$$
$$rs(\bar{9})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{28}{3}$$

$$rs(\overline{10}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{28}{3}$$

$$rs(\overline{11}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{28}{3}$$

$$rs(\overline{12}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{28}{3}$$

$$rs(\overline{13}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{28}{3}$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}\right) &= \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)] \\
&= \frac{1}{2}[rs(\bar{0}) + rs(\bar{1}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{1}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{3}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{5}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{9}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{11}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{13}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{2}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{4}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{8}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{10}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{12}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{3}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{7}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{9}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{11}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{13}) \\
&+rs(\bar{3}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{6}) \\
&+rs(\bar{3}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{8}) \\
&+rs(\bar{3}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{10}) \\
&+rs(\bar{3}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{12}) \\
&+rs(\bar{4}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{5})
\end{aligned}$$

$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{9}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{9}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\overline{10}) + rs(\overline{13}) + rs(\overline{10}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\overline{11}) + rs(\overline{12}) + rs(\overline{11}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\overline{12}) + rs(\overline{13}) + rs(\overline{12}) \cdot rs(\overline{13})]$$
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3}\right.$$
$$+ \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3}$$
$$+ \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3}$$
$$+ \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3}$$
$$+ \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3}$$
$$+ \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} + \frac{28}{3} \cdot \frac{28}{3}$$

$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}$$
$$+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}\Bigg]$$
$$=\frac{1}{2}\left[42\cdot\left[\frac{28}{3}+\frac{28}{3}+\frac{28}{3}\cdot\frac{28}{3}\right]\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left[42\cdot\frac{952}{9}\right]$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{13328}{3}$$
$$=\frac{6664}{3}$$

Reciprocal status pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebagai berikut:

$$rs(\bar{0}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} +\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\bar{1}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} +\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\bar{2}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} +\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\bar{3}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} +\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\bar{4}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} +\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\bar{5}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} +\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\bar{6}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} +\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\bar{7}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} +\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\bar{8}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} +\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{9}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{10}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{11}) = \frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{12}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{13}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{14}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{15}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{16}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{17}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$

$$rs(\overline{18}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$
$$rs(\overline{19}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{46}{3}$$
$$rs(\overline{20}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$
$$rs(\overline{21}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{46}{3}$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}\right) = \frac{1}{2}\sum_{u_1u_2\in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}\right)}[rs(u_1)+rs(u_2)+rs(u_1)\cdot rs(u_2)]$$
$$= \frac{1}{2}[rs(\bar{0})+rs(\bar{1})+rs(\bar{0})\cdot rs(\bar{1})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\bar{3})+rs(\bar{0})\cdot rs(\bar{3})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\bar{5})+rs(\bar{0})\cdot rs(\bar{5})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\bar{7})+rs(\bar{0})\cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\bar{9})+rs(\bar{0})\cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\overline{13})+rs(\bar{0})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\overline{15})+rs(\bar{0})\cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\overline{17})+rs(\bar{0})\cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\overline{19})+rs(\bar{0})\cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{0})+rs(\overline{21})+rs(\bar{0})\cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\bar{1})+rs(\bar{2})+rs(\bar{1})\cdot rs(\bar{2})$$
$$+rs(\bar{1})+rs(\bar{4})+rs(\bar{1})\cdot rs(\bar{4})$$
$$+rs(\bar{1})+rs(\bar{6})+rs(\bar{1})\cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{1})+rs(\bar{8})+rs(\bar{1})\cdot rs(\bar{8})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{14}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{16}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{18}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{20}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{3})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{5})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{15}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{17}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{19}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{21}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{4})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{14}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{16}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{18}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{20}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{5})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{15}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{17}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(19) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{21}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{21})$$

$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{14}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{16}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{18}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{20}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{15}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{17}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{19}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{21}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{14}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{16}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{18}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{20}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\overline{15}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\overline{17}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\overline{19}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\overline{21}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\bar{9}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{9}) \cdot rs(\overline{10})$$

$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{12})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{14})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{16})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{18})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{20})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{11})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{13})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{15})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{17})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{19})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{21})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{12})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{14})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{16})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{18})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{20})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{13})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{15})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{17})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{19})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{13})+rs(\overline{14})+rs(\overline{13})\cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\overline{13})+rs(\overline{16})+rs(\overline{13})\cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\overline{13})+rs(\overline{18})+rs(\overline{13})\cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{14})+rs(\overline{15})+rs(\overline{14})\cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\overline{14})+rs(\overline{17})+rs(\overline{14})\cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\overline{14})+rs(\overline{21})+rs(\overline{14})\cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\overline{15})+rs(\overline{16})+rs(\overline{15})\cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\overline{15})+rs(\overline{20})+rs(\overline{15})\cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{16})+rs(\overline{19})+rs(\overline{16})\cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{16})+rs(\overline{21})+rs(\overline{16})\cdot rs(\overline{21})$$

$$+rs(\overline{17}) + rs(\overline{18}) + rs(\overline{17}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{17}) + rs(\overline{20}) + rs(\overline{16}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{18}) + rs(\overline{19}) + rs(\overline{19}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{18}) + rs(\overline{21}) + rs(\overline{18}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\overline{19}) + rs(\overline{20}) + rs(\overline{19}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{20}) + rs(\overline{21}) + rs(\overline{20}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$= \frac{1}{2}\Big[\frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$
$$+ \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} + \frac{46}{3} \cdot \frac{46}{3}$$

$$
\begin{gathered}
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3} \\
+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}
\end{gathered}
$$

$$
\begin{aligned}
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\\
&+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}
\end{aligned}
$$

$$+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}$$
$$+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\Bigg]$$
$$=\frac{1}{2}\left[110\cdot\left[\frac{46}{3}+\frac{46}{3}+\frac{46}{3}\cdot\frac{46}{3}\right]\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left[110\cdot\frac{2392}{9}\right]$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{2631120}{9}$$
$$=\frac{131560}{9}$$

Lampiran 2 Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{2p})}$ di mana H himpunan unit dari $\mathbb{Z}_{2p}$

Reciprocal status pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebagai berikut:

$$rs(\bar{0})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{1})=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{2})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{3})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{4})=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{5})=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{6})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{7})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{8})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{14}{2}=7$$
$$rs(\bar{9})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{14}{2}=7$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right) = \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{10})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$$

$$= \frac{1}{2}[rs(\bar{0}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{2})$$

$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{4})$$

$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{5})$$

$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{6})$$

$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{8})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{3})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{4})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{5})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{7})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{9})$$

$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{3})$$

$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{4})$$

$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{6})$$

$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{8})$$

$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{5})$$

$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{7})$$

$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{9})$$

$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{6})$$

$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{8})$$

$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{7})$$

$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{9})$$

$$+rs(\bar{6}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\bar{8})$$

$$+rs(\bar{6}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\bar{9})$$

$$+rs(\bar{7}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\bar{8})$$

$$+rs(\bar{7}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\bar{9})]$$

$$= \frac{1}{2}[7 + 7 + 7 \cdot 7 + 7 + 7 + 7 \cdot 7 + 7 + 7 + 7 \cdot 7$$

$$+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7$$
$$+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7$$
$$+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7$$
$$+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7$$
$$+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7$$
$$+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7$$
$$+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7$$
$$+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7+7+7+7\cdot7$$
$$+7+7+7\cdot7]$$
$$=\frac{1}{2}\big[25\cdot[7+7+7\cdot7]\big]$$
$$=\frac{1}{2}[25\cdot63]$$
$$=\frac{1}{2}\cdot1575$$
$$=\frac{1575}{2}$$

Reciprocal status pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebagai berikut:

$$rs(\bar{0})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{20}{2}=10$$
$$rs(\bar{1})=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{20}{2}=10$$
$$rs(\bar{2})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{20}{2}=10$$
$$rs(\bar{3})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{20}{2}=10$$
$$rs(\bar{4})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{20}{2}=10$$
$$rs(\bar{5})=\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{20}{2}=10$$
$$rs(\bar{6})=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{20}{2}=10$$
$$rs(\bar{7})=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{20}{2}=10$$
$$rs(\bar{8})=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}=\frac{20}{2}=10$$

$$rs(\bar{9}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{20}{2} = 10$$

$$rs(\overline{10}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$rs(\overline{11}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{20}{2} = 10$$

$$rs(\overline{12}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$rs(\overline{13}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}\right) &= \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{14})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)] \\
&= \frac{1}{2} [rs(\bar{0}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{2}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{4}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{6}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{7}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{8}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{10}) \\
&+rs(\bar{0}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{12}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{3}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{5}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{6}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{7}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{9}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{11}) \\
&+rs(\bar{1}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{13}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{4}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{5}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{6}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{8}) \\
&+rs(\bar{2}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{10})
\end{aligned}$$

$$+rs(\bar{2})+rs(\overline{12})+rs(\bar{3})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{3})+rs(\bar{4})+rs(\bar{3})\cdot rs(\bar{4})$$
$$+rs(\bar{3})+rs(\bar{5})+rs(\bar{3})\cdot rs(\bar{5})$$
$$+rs(\bar{3})+rs(\bar{7})+rs(\bar{3})\cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{3})+rs(\bar{9})+rs(\bar{3})\cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{3})+rs(\overline{11})+rs(\bar{3})\cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{3})+rs(\overline{13})+rs(\bar{3})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{4})+rs(\bar{6})+rs(\bar{4})\cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{4})+rs(\bar{8})+rs(\bar{4})\cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{4})+rs(\overline{10})+rs(\bar{4})\cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{4})+rs(\overline{12})+rs(\bar{4})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{5})+rs(\bar{7})+rs(\bar{5})\cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{5})+rs(\bar{9})+rs(\bar{5})\cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{5})+rs(\overline{11})+rs(\bar{5})\cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{5})+rs(\overline{13})+rs(\bar{5})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{6})+rs(\bar{8})+rs(\bar{6})\cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{6})+rs(\overline{10})+rs(\bar{6})\cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{6})+rs(\overline{12})+rs(\bar{6})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{7})+rs(\bar{9})+rs(\bar{7})\cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{7})+rs(\overline{11})+rs(\bar{7})\cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{7})+rs(\overline{13})+rs(\bar{7})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{8})+rs(\overline{10})+rs(\bar{8})\cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{8})+rs(\overline{12})+rs(\bar{8})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{8})+rs(\overline{13})+rs(\bar{8})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{9})+rs(\overline{11})+rs(\bar{9})\cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{9})+rs(\overline{12})+rs(\bar{9})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{9})+rs(\overline{13})+rs(\bar{9})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{11})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{12})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{13})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{13})]$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}[10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10 \\
&+10 + 10 + 10 \cdot 10 + 10 + 10 + 10 \cdot 10] \\
&= \frac{1}{2}\left[49 \cdot [10 + 10 + 10 \cdot 10]\right] \\
&= \frac{1}{2}[25 \cdot 120] \\
&= \frac{1}{2} \cdot 5880 \\
&= 2940
\end{aligned}
$$

Reciprocal status pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebagai berikut:

$$rs(\bar{0}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\bar{1}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\bar{2}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\bar{3}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\bar{4}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\bar{5}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\bar{6}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\bar{7}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\bar{8}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{32}{2}=16$$

$$rs(\overline{9}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{10}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{11}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{12}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{13}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{14}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{15}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{16}) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{17}) = \frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}$$
$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{18}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$
$$+ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{19}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}$$
$$+ \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{20}) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}$$
$$+ \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$rs(\overline{21}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}$$
$$+ \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

Indeks VLRS pada $\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}$ sebagai berikut:

$$VLRS\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}\right) = \frac{1}{2} \sum_{u_1u_2 \in E\left(\overline{GT_H(\mathbb{Z}_{22})}\right)} [rs(u_1) + rs(u_2) + rs(u_1) \cdot rs(u_2)]$$
$$= \frac{1}{2}[rs(\bar{0}) + rs(\bar{2}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{2})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{4})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\overline{14}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\overline{16}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\overline{18}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\bar{0}) + rs(\overline{20}) + rs(\bar{0}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{3}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{3})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{5})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{7})$$

$$+rs(\bar{1}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{15}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{17}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{19}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{1}) + rs(\overline{21}) + rs(\bar{1}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{4}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{4})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{14}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{16}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{18}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\bar{2}) + rs(\overline{20}) + rs(\bar{2}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{5}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{5})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{15}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{17}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{19}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{3}) + rs(\overline{21}) + rs(\bar{3}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\bar{8})$$

$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{14}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{16}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{18}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\bar{4}) + rs(\overline{20}) + rs(\bar{4}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{6}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{6})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{7}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{7})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{15}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{17}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{19}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{5}) + rs(\overline{21}) + rs(\bar{5}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\bar{8}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\bar{8})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{10})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{12}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{14}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{16}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{18}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\bar{6}) + rs(\overline{20}) + rs(\bar{6}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\bar{9}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\bar{9})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{11}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{13}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{15}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{15})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{17}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{19}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\bar{7}) + rs(\overline{21}) + rs(\bar{7}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\bar{8}) + rs(\overline{10}) + rs(\bar{8}) \cdot rs(\overline{10})$$

$$+rs(\overline{8})+rs(\overline{12})+rs(\overline{8})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\overline{8})+rs(\overline{14})+rs(\overline{8})\cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\overline{8})+rs(\overline{16})+rs(\overline{8})\cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\overline{8})+rs(\overline{18})+rs(\overline{8})\cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{8})+rs(\overline{20})+rs(\overline{8})\cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{11})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{11})$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{13})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\overline{9})+rs\left(\overline{15}\right)+rs(\overline{9})\cdot rs\left(\overline{15}\right)$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{17})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{19})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{9})+rs(\overline{21})+rs(\overline{9})\cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{12})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{12})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{14})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{16})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{18})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{10})+rs(\overline{20})+rs(\overline{10})\cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{13})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{13})$$
$$+rs(\overline{11})+rs\left(\overline{15}\right)+rs(\overline{11})\cdot rs\left(\overline{15}\right)$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{17})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{19})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{11})+rs(\overline{21})+rs(\overline{11})\cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{14})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{14})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{16})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{18})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{20})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{12})+rs(\overline{21})+rs(\overline{12})\cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\overline{13})+rs\left(\overline{15}\right)+rs(\overline{13})\cdot rs\left(\overline{15}\right)$$
$$+rs(\overline{13})+rs(\overline{17})+rs(\overline{13})\cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\overline{13})+rs(\overline{19})+rs(\overline{13})\cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{13})+rs(\overline{20})+rs(\overline{13})\cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{13})+rs(21)+rs(\overline{13})\cdot rs(\overline{21})$$

$$+rs(\overline{14}) + rs(\overline{16}) + rs(\overline{14}) \cdot rs(\overline{16})$$
$$+rs(\overline{14}) + rs(\overline{18}) + rs(\overline{14}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{14}) + rs(\overline{19}) + rs(\overline{14}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{14}) + rs(\overline{20}) + rs(\overline{14}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{15}) + rs(\overline{17}) + rs(\overline{15}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\overline{15}) + rs(\overline{18}) + rs(\overline{15}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{15}) + rs(\overline{19}) + rs(\overline{15}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{15}) + rs(\overline{21}) + rs(\overline{15}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\overline{16}) + rs(\overline{17}) + rs(\overline{16}) \cdot rs(\overline{17})$$
$$+rs(\overline{16}) + rs(\overline{18}) + rs(\overline{16}) \cdot rs(\overline{18})$$
$$+rs(\overline{16}) + rs(\overline{20}) + rs(\overline{16}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{17}) + rs(\overline{19}) + rs(\overline{17}) \cdot rs(\overline{19})$$
$$+rs(\overline{17}) + rs(\overline{21}) + rs(\overline{17}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$+rs(\overline{18}) + rs(\overline{20}) + rs(\overline{18}) \cdot rs(\overline{20})$$
$$+rs(\overline{19}) + rs(\overline{21}) + rs(\overline{19}) \cdot rs(\overline{21})$$
$$= \frac{1}{2}[16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$
$$+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16$$

$$
\begin{aligned}
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16\\
&+16+16+16\cdot 16+16+16+16\cdot 16
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16 \\
&+16 + 16 + 16 \cdot 16 + 16 + 16 + 16 \cdot 16] \\
&= \frac{1}{2}\left[121 \cdot [16 + 16 + 16 \cdot 16]\right] \\
&= \frac{1}{2}[121 \cdot 1288] \\
&= \frac{1}{2} \cdot 34848 \\
&= 17424
\end{aligned}
$$

RIWAYAT HIDUP

Tata Sutrafia Armeyntan lahir di Tulungagung pada tanggal 10 Mei 2000, biasa dipanggil Tata. Peneliti tinggal di Dusun Kradenan, RT 003/ RW 001, Desa Tulungrejo, Kecamatan Besuki, Kabupaten Tulungagung. Anak pertama dari dua bersaudara yakni putri dari Bapak Sutikno dan Ibu Maryati.

Peneliti telah menempuh pendidikan formal mulai dari TK Dharma Wanita Tulungrejo (2005-2007). Kemudian, melanjutkan pendidikan dasar di SD Negeri 2 Tulungrejo (2007-2013). Setelah itu, peneliti melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 1 Bandung (2013-2016). Selanjutnya peneliti melanjutkan pendidikan menengah atas di MA Negeri 2 Tulungagung (2016-2019) dan pada tahun 2019 peneliti menempuh pendidikan tinggi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil program studi matematika.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Tata Sutrafia Armeyntan
NIM : 19610090
Fakultas/Program Studi : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : *Veerebradiah Lokesha Reciprocal Status Index* pada Komplemen Graf Total Diperumum dari Ring Bilangan Bulat Modulo
Pembimbing I : Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D.
Pembimbing II : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	9 Maret 2023	Konsultasi BAB I	1.
2.	13 Maret 2023	Konsultasi Kajian Agama BAB I	2.
3.	24 Maret 2023	Konsultasi BAB II	3.
4.	27 Maret 2023	Konsultasi Kajian Agama BAB II	4.
5.	10 April 2023	Konsultasi BAB II	5.
6.	14 April 2023	Konsultasi Kajian Agama BAB I dan BAB II	6.
7.	17 April 2023	Konsultasi BAB II dan BAB III	7.
8.	4 Mei 2023	ACC Seminar Proposal	8.
9.	5 Mei 2023	ACC Seminar Proposal	9.
10.	14 September 2023	Konsultasi BAB IV	10.
11.	25 September 2023	Konsultasi BAB IV dan BAB V	11.
12.	18 Oktober 2023	Konsultasi BAB IV	12.
13.	19 Oktober 2023	Konsultasi BAB IV dan BAB V	13.
14.	20 Oktober 2023	Konsultasi Kajian Agama BAB IV	14.
15.	23 Oktober 2023	ACC Seminar Hasil	15.
16.	2 November 2023	ACC Seminar Hasil	16.
17.	7 Desember 2023	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	17.
18.	15 Desember 2023	ACC Sidang Skripsi	18.

19.	18 Desember 2023	ACC Sidang Skripsi	19.
20.	25 Desember 2023	ACC Keseluruhan	20.

Malang, 25 Desember 2023
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP.19741129 200012 2 005