

**STUDI EFISIENSI MESIN CARNOT KUANTUM BERBASIS SISTEM
2 PARTIKEL SIMETRI DAN ANTISIMETRI DALAM SUMUR
POTENSIAL 1 DIMENSI**

SKRIPSI

Oleh:

ULFA RUFIDHA
NIM. 19640053



**PROGRAM STUDI FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023**

HALAMAN PENGAJUAN

**STUDI EFISIENSI MESIN CARNOT KUANTUM BERBASIS SISTEM
2 PARTIKEL SIMETRI DAN ANTISIMETRI DALAM SUMUR
POTENSIAL 1 DIMENSI**

SKRIPSI

**Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

Oleh:

**Ulfa Rufaidha
NIM. 19640053**

**PROGRAM STUDI FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023**

HALAMAN PERSETUJUAN

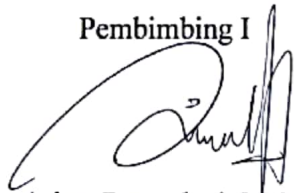
STUDI EFISIENSI MESIN CARNOT KUANTUM BERBASIS SISTEM 2 PARTIKEL SIMETRI DAN ANTISIMETRI DALAM SUMUR POTENSIAL 1 DIMENSI

SKRIPSI

Oleh:
Ulfa Rufaidha
NIM. 19640053

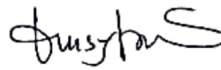
Telah diperiksa dan disetujui untuk diuji
Pada tanggal, 15 Desember 2023

Pembimbing I



Arista Romadani, M.Sc
NIP. 19900905 201903 1 018

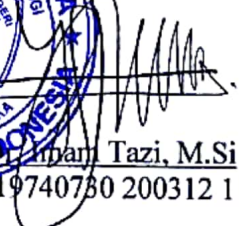
Pembimbing II



Mubasyiroh, S.S., M.Pd.I
NIDT. 19790502 20180201 2 208



Mengetahui,
Kepala Program Studi


Harman Tazi, M.Si
NIP. 19740730 200312 1 002

HALAMAN PENGESAHAN



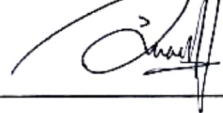
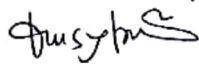
STUDI EFISIENSI MESIN CARNOT KUANTUM BERBASIS SISTEM 2 PARTIKEL SIMETRI DAN ANTISIMETRI DALAM SUMUR POTENSIAL 1 DIMENSI

SKRIPSI

Oleh:

Ulfa Rufaidha
NIM. 19640053

Telah Dipertahankan Di Depan Dewan Penguji
Daan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Pada tanggal, 15 Desember 2023

Penguji Utama	<u>Drs. Abdul Basid, M.Si</u> NIP. 19650504 199003 1 003	
Ketua Penguji	<u>Muhammad Taufiqi, M.Si</u> LB. 64021	
Sekretaris Penguji	<u>Arista Romadani, M.Sc</u> NIP. 19900905 201903 1 018	
Anggota Penguji	<u>Mubasyiroh, S.S., M.Pd.I</u> NIDT. 19790502 20180201 2 208	

Mengesahkan,
Dekan Program Studi



Ham Tazi, M.Si
NIP. 19740730 200312 1 002

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ulfa Rufaidha

NIM : 19640053

Jurusan : Fisika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Penelitian : Studi Efisiensi Mesin Carnot Kuantum Berbasis Sistem 2
Partikel Simetri dan Antisimetri dalam Sumur Potensial 1
Dimensi.

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat orang lain, kecuali yang tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka. Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan maka saya bersedia untuk menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 18 Desember 2023

Yang Membuat Pernyataan




Ulfa Rufaidha
NIM. 19640053

MOTTO

The worst thing that you could do to yourself is not become the person that you could be in this life time

HALAMAN PERSEMBAHAN

Alhamdulillah puji syukur kehadiran Allah SWT yang senantiasa melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya serta memberikan kesehatan dan kebahagiaan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Pada kesempatan ini saya ingin mengucapkan banyak terimakasih kepada:

1. Kedua orang tua saya ibu Siti Lailiyah dan Bapak Ahmadi yang setiap saat mendo'akan dan memberikan kasih sayangnya dengan sepenuh hati. Semoga selalu diberi kesehatan dan dilimpahkan kebahagiaan serta keberkahan oleh Allah SWT. Aamiin.
2. Kakak saya mas Deni dan mbak Lita yang selalu memberi arahan, do'a dan semangat.
3. Adik saya Anisa yang juga selalu memberi do'a dan semangat.
4. Keponakan saya Kenzie dan Nada yang selalu menyenangkan hati.
5. Bapak Arista Romadani, M.Sc., Bapak Muhammad Taufiqi, M.Si., dan Ibu Mubasyiroh, S.S., M.Pd.I yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.
6. Teman-teman saya, Syifa, Nindia, Safita, Eva, dan Imala terimakasih sudah memberi semangat selama penulisan skripsi ini.
7. Diri saya Sendiri. Terima kasih dan jangan lupa tetap semangat.

KATA PENGANTAR

Segala Puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan segala rahmat dan nikmatnya berupa kesehatan, kesabaran, ketekunan, kesempatan, serta kekuatan sehingga penulis dapat menyelesaikan proposal skripsi yang berjudul “Studi Efisiensi Mesin Carnot Kuantum Berbasis Sistem 2 Partikel Simetri dan Antisimetri dalam Sumur Potensial 1 Dimensi”. Sholawat serta salam semoga tetap tercurah limpahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah menuntun manusia dari kegelapan zaman jahiliah menuju zaman yang terang dan penuh dengan ilmu pengetahuan seperti saat ini.

Penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu penulis dalam kegiatan penyusunan skripsi ini sampai selesai dengan baik.

Ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis ucapkan kepada:

1. Dr. Imam Tazi, M.Si., selaku Ketua Program Studi Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Arista Romadani, M.Sc., selaku dosen fisika teori Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus sebagai dosen pembimbing I yang telah membantu dalam proses pembelajaran dan penyelesaian penulisan skripsi ini.
3. Mubasyiroh, S.S., M.Pd.I., selaku dosen fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus pembimbing II skripsi yang telah memberikan arahan dan masukan kepada penulis selama proses penulisan skripsi.
4. Muhammad Taufiqi, M.Si., selaku dosen fisika teori Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah membantu dalam proses pembelajaran dan penyelesaian skripsi ini.
5. Seluruh dosen, laboran dan staf administrasi Jurusan Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah mendidik dan membimbing penulis dengan sabar.

6. Bapak, Ibu, Kakak, dan Adik yang selama ini selalu memberikan dukungan do'a agar penulis senantiasa diberikan kemudahan dalam setiap langkahnya.
7. Teman-teman dan sahabat yang selalu mendukung, mendo'akan dan memberikan semangat saat penulisan skripsi ini.
8. Serta semua pihak yang secara langsung maupun tidak langsung memberi motivasi dan arahan dalam penulisan skripsi ini.

Semoga Allah SWT membalas semua kebaikan mereka dengan nikmat yang berlipat ganda baik di dunia maupun di akhirat nanti. Dalam penyusunan skripsi ini penulis menyadari masih banyak kekurangan, oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun untuk kesempurnaan proposal skripsi ini. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat menambah wawasan dan manfaat bagi pembaca. *Aamiin.*

Malang, 11 Desember 2023

Penulis

DAFTAR ISI

COVER	
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
مستخلص البحث	xvii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Manfaat Penelitian	7
1.5 Batasan Masalah	7
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	8
2.1 Termodinamika Klasik	8
2.1.1 Pandangan Umum Termodinamika Klasik	8
2.1.2 Sistem Termodinamika	9
2.1.3 Persamaan Keadaan	10
2.1.3.1 Hubungan Variabel keadaan	10
2.1.3.2 Persamaan Gas Ideal	10
2.1.4 Kerja	12
2.1.5 Kalor	13
2.1.6 Fungsi Energi Internal	13
2.1.7 Hukum I Termodinamika	14
2.1.8 Kapasitas Kalor	16
2.1.9 Proses - proses Termodinamika	18
2.1.10 Hukum II Termodinamika	21
2.2 Mesin Carnot	22
2.3 Sistem Partikel dalam Sumur Potensial 1 Dimensi	26
2.4 Sistem Partikel Identik	31
2.5 Analogi Sistem Mesin Panas Klasik ke dalam Sistem Kuantum	35
2.6 Hukum Termodinamika dalam Sistem Kuantum	36
2.7 Termodinamika dalam Perspektif Islam	37
BAB III PERLUASAN TERMODINAMIKA KLASIK KE TERMODINAMIKA KUANTUM	39

3.1 Hukum Pertama Termodinamika	39
3.2 Proses - proses Termodinamika Kuantum.....	40
3.2.1 Proses Adiabatik Kuantum.....	40
3.2.2 Proses Isotermal Kuantum	42
3.3 Mesin Carnot Kuantum	43
3.3.1 Sistem 2 Partikel Simetri	44
3.3.2 Sistem 2 Partikel Antisimetri Skenario 1.....	61
3.3.3 Sistem 2 Partikel Antisimetri Skenario 2.....	78
BAB IV PEMBAHASAN	95
4.1 Efisiensi Mesin Carnot Kuantum	95
4.2 Perbandingan Efisiensi Mesin Carnot Kuantum dan Klasik.....	99
4.3 Keterkaitan Hasil Penelitian dalam Perspektif Islam	100
BAB V PENUTUP	102
5.1 Kesimpulan.....	102
5.2 Saran	102
DAFTAR PUSTAKA	103
LAMPIRAN.....	105

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Sistem termodinamika.....	9
Gambar 2. 2 Proses Isobarik pada diagram P – V.....	19
Gambar 2. 3 Proses Isokhorik pada diagram P – V	19
Gambar 2. 4 Proses Isotermal pada diagram P – V	20
Gambar 2. 5 Proses Adiabatik pada diagram P – V.....	21
Gambar 2. 6 Siklus Carnot pada diagram P - V dan T – S	23
Gambar 2. 7 Sebuah partikel yang bergerak bebas dalam kotak 1 dimensi.....	26
Gambar 3. 1 Diagram F - L siklus Carnot Kuantum.....	44
Gambar 3. 2 Ragam konfigurasi 2 partikel dalam kotak 1 dimensi.....	44
Gambar 3. 3 Proses ekspansi isotermal kuantum sistem 2 partikel simetri	47
Gambar 3. 4 Proses ekspansi adiabatik kuantum sistem 2 partikel simetri	52
Gambar 3. 5 Proses kompresi isotermal kuantum sistem 2 partikel simetri	54
Gambar 3. 6 Proses kompresi adiabatik kuantum sistem 2 partikel simetri	58
Gambar 3. 7 Ragam konfigurasi 2 partikel antisimetri dalam kotak 1 dimensi.....	61
Gambar 3. 8 Proses ekspansi isotermal kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 1	64
Gambar 3. 9 Proses ekspansi adiabatik kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 1	69
Gambar 3. 10 Proses kompresi isotermal kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 1	71
Gambar 3. 11 Proses kompresi adiabatik kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 1	75
Gambar 3. 12 Ragam konfigurasi 2 partikel antisimetri dalam kotak 1 dimensi...	78
Gambar 3. 13 Proses ekspansi isotermal kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 2	81
Gambar 3. 14 Proses ekspansi adiabatik kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 2	85
Gambar 3. 15 Proses kompresi isotermal kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 2	87
Gambar 3. 16 Proses kompresi adiabatik kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 2	91
Gambar 4. 1 Efisiensi mesin Carnot kuantum	97

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Pendeskripsian kuantitas dalam sistem kuantum yang berkaitan dengan kuantitas sistem termodinamika klasik.....	36
---	----

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Script Grafik Efisiensi Mesin Carnot Kuantum	106
Lampiran 2. Perhitungan lebar sumur potensial	108
Lampiran 3. Perhitungan W_{total}	111

ABSTRAK

Rufaidha, Ulfa. 2023. **Studi Efisiensi Mesin Carnot Kuantum Berbasis Sistem 2 Partikel Simetri dan Antisimetri dalam Sumur Potensial 1 Dimensi**. Skripsi. Jurusan Fisika. Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dosen Pembimbing: (I) Arista Romadani, M.Sc (II) Mubasyiroh, S.S., M.Pd.I

Kata Kunci: mesin Carnot kuantum, simetri, antisimetri, sumur potensial 1 dimensi

Saat ini, penerapan prinsip dan metode termodinamika semakin meluas yang mengarah pada pemanfaatan konsep-konsep revolusioner yang menggabungkan prinsip-prinsip mekanika kuantum, salah satunya mengenai mesin panas kuantum. Mesin panas kuantum merupakan salah satu usaha dalam melakukan pengembangan mesin panas untuk meningkatkan nilai efisiensi yang lebih tinggi dari mesin panas klasik dengan menggunakan konsep fisika kuantum. Pada penelitian ini, telah dilakukan kajian efisiensi mesin Carnot kuantum berbasis sistem 2 partikel simetri dan antisimetri dalam sumur potensial 1 dimensi. Partikel simetri merupakan partikel identik yang tidak memenuhi larangan Paulli sedangkan partikel antisimetri merupakan partikel identik yang memenuhi larangan Paulli. Mesin Carnot kuantum dalam penelitian ini mengimplementasikan hukum pertama termodinamika yang dimodifikasi dengan sistem mekanika kuantum untuk menjelaskan setiap proses yang terjadi. Hasil yang diperoleh pada penelitian ini adalah representasi energi selama proses isothermal dan adiabatik, dan bentuk formulasi dari efisiensi mesin Carnot kuantum dengan sistem 2 partikel simetri dan antisimetri. Nilai efisiensi mesin Carnot kuantum dengan zat kerja sistem 2 partikel simetri dan antisimetri bergantung pada rasio $\alpha = \frac{L_C}{L_B}$, ketika α bernilai sama maka efisiensi mesin Carnot kuantum dengan partikel simetri akan lebih besar dibandingkan dengan partikel antisimetri. Namun ketika kedua partikel berada pada keadaan rasio kompresi yang sama, efisiensi mesin dengan sistem partikel antisimetri lebih besar dibandingkan dengan sistem partikel simetri. Secara analog efisiensi mesin Carnot kuantum dengan 2 partikel simetri dan antisimetri memiliki bentuk yang sama dengan efisiensi mesin Carnot klasiknya.

ABSTRACT

Rufaidha, Ulfa. 2023. **Study of Efficiency Carnot Quantum Engine Based on System of 2 Symmetric and Antisymmetric Particles in 1 Dimensional Potential Well**. Thesis. Physics Study Program, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisor: (I) Arista Romadani, M.Sc (II) Mubasyiroh, S.S., M.Pd.I

Keywords: Carnot quantum engine, symmetry, antisimmetry, 1 dimensional potential well

Currently, the application of thermodynamic principles and methods is increasingly widespread, leading to the use of revolutionary concepts that combine the principles of quantum mechanics, one of which concerns quantum heat engines. Quantum heat engines are one of the efforts to develop heat engines to increase efficiency values that are higher than classical heat engines by using the concept of quantum physics. In this research, a study has been carried out on the efficiency of a quantum Carnot engine based on a system of 2 symmetric and antisymmetric particles in a 1-dimensional potential well. Symmetric particles are identical particles that do not satisfy Pauli's prohibition, while antisymmetric particles are identical particles that satisfy Pauli's prohibition. The quantum Carnot engine in this research implements the first law of thermodynamics modified with a quantum mechanical system to explain every process that occurs. The results obtained in this research are a representation of energy during isothermal and adiabatic processes, and a formulation of the efficiency of a quantum Carnot engine with a system of 2 symmetric and antisymmetric particles. The efficiency value of a quantum Carnot engine with a system of 2 symmetric and antisymmetric particles depends on the ratio $\alpha = \frac{L_C}{L_B}$, when α is the same, the efficiency of a quantum Carnot engine with symmetric particles will be greater than with antisymmetric particles. However, when both particles are at the same compression ratio, the engine efficiency with an antisymmetric particle system is greater than that with a symmetric particle system. Analogously, the efficiency of a quantum Carnot engine with 2 symmetric and antisymmetric particles has the same form as the efficiency of the classical Carnot engine.

مستخلص البحث

روفيادة، أولفا. ٢٠٢٣. دراسة كفاءة آلات كارنو الكمومية على أساس ٢ من أنظمة تناظر الجسيمات ومضاد التناظر في الآبار المحتملة ذات الأبعاد ١. بحث جامعي. قسم الفيزياء. كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف الأول: أريستا رمضان، الماجستير، المشرفة الثانية: مباشرة، الماجستير

الكلمات المفتاحية: آلة كارنو الكم، التماثل، عدم التناظر، المحتملة ذات الأبعاد ١

اليوم، ينتشر تطبيق مبادئ وأساليب الديناميكا الحرارية على نطاق واسع بشكل متزايد، مما يؤدي إلى استخدام المفاهيم الثورية التي تتضمن مبادئ ميكانيكا الكم، أحدها يتعلق بالحركات الحرارية الكمومية. تعد الحركات الحرارية الكمومية أحد الجهود المبذولة في تطوير الحركات الحرارية لزيادة قيمة الكفاءة الأعلى من الحركات الحرارية الكلاسيكية باستخدام مفاهيم فيزياء الكم. في هذا البحث، أجريت دراسة لكفاءة آلات كارنو الكمومية على أساس نظام من ٢ الجسيمات التماثل و عدم التماثل في بئر إمكانات ١ الأبعاد. جسيمات التماثل هي جسيمات متطابقة لا تفي بحظر باولي بينما جسيمات عدم التناظر هي جسيمات متطابقة تلي حظر باولي. تطبق آلة كارنو الكمومية في هذه الدراسة القوانين الأولى للديناميكا الحرارية المعدلة باستخدام أنظمة ميكانيكا الكم لشرح كل عملية تحدث. النتائج التي تم الحصول عليها في هذا البحث هي تمثيل الطاقة في العمليات متساوية الحرارة وكظومة الحرارة، بالإضافة إلى صياغة فعالة لآلة كارنو الكمومية مع نظام مكون من جزيئين متماثلين وغير متماثلين. تعتمد قيمة كفاءة آلة كارنو الكمومية ذات نظام مكون من جسيمين متماثلين وغير متماثلين على النسبة $\alpha = \frac{L_C}{L_B}$ ، عندما تكون α هي نفسها، فإن كفاءة آلة كارنو الكمومية ذات الجزيئات المتماثلة ستكون أكبر منها مع الجسيمات غير المتماثلة. ومع ذلك، عندما يكون كلا الجسيمين بنفس نسبة الضغط، فإن كفاءة المحرك مع نظام الجسيمات غير المتماثل تكون أكبر من ذلك مع نظام الجسيمات المتماثل. وبالمثل، فإن كفاءة آلة كارنو الكمومية مع جزيئات ٢، التماثل ومضاد التناظر، لها نفس شكل كفاءة آلة كارنو الكلاسيكية.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Saat ini, penerapan prinsip dan metode termodinamika semakin meluas pada kehidupan masyarakat. Perkembangan teknologi yang semakin pesat dapat mendorong manusia untuk lebih memanfaatkan sumber energi yang tersedia di lingkungan sekitar dengan lebih baik. Hampir semua sumber energi yang berasal dari bahan bakar fosil, reaksi nuklir, atau geotermal menghasilkan energi panas, sementara yang dibutuhkan adalah energi mekanik yang dapat digunakan untuk menggerakkan mesin. Oleh karena itu, diciptakan mesin panas sebagai perangkat yang mampu mengkonversi energi panas menjadi kerja/usaha mekanik pada suatu sistem mekanik, seperti gas yang berada di dalam silinder berpiston. Sehingga untuk saat ini mesin panas memiliki peranan penting dalam kehidupan sehari-hari, baik secara langsung maupun tidak langsung.

Mesin panas klasik merupakan suatu perangkat yang dapat mengubah energi panas menjadi kerja/usaha mekanik pada suatu sistem mekanik. Panas yang diserap oleh sistem termodinamika diambil dari tandon bertemperatur tinggi (T_H). Selanjutnya sebagian dari energi panas ini akan diubah menjadi usaha mekanik, sedangkan energi panas lainnya yang tidak diubah menjadi usaha mekanik akan mengalir menuju tandon yang memiliki temperatur lebih rendah (T_C). Sehingga hal tersebut dapat mengakibatkan nilai efisiensi mesin yang merupakan perbandingan antara usaha mekanik yang dilakukan oleh mesin dan energi panas total yang diambil dari tandon bertemperatur tinggi (T_H) menjadi kurang dari 100 %, yang berarti bahwa efisiensi dari mesin panas tersebut kurang maksimal.

Hal ini sesuai dengan hukum kedua termodinamika yang menyatakan bahwa tidak mungkin terdapat proses yang dapat berlangsung secara terus-menerus dengan menyerap kalor dan mengubah seluruh kalor yang tersebut menjadi kerja. Efisiensi maksimum hanya dapat terjadi jika setiap proses terjadi di dalam mesin reversibel sempurna (Young & Freedman, 2002).

Mesin panas kuantum adalah suatu perangkat yang dapat mengubah energi panas menjadi kerja atau usaha mekanik dengan menggunakan objek kuantum dan sistem mekanika kuantum sebagai substansi kerjanya. Sistem mekanika kuantum yang digunakan dapat berupa sistem sumur potensial, osilator harmonik, dan partikel dengan spin tertentu. Mesin panas kuantum menjadi salah satu usaha para peneliti untuk menciptakan suatu mesin panas dengan tingkat efisiensi yang lebih tinggi, mengingat mesin panas klasik memiliki tingkat efisiensi yang lebih rendah (Ainiyah, 2021). Mesin panas kuantum dan mesin panas klasik memiliki prinsip konseptual yang berbeda diantara keduanya. Pada mesin panas kuantum, energi dalam keadaan diskrit dan nilainya bergantung pada probabilitas tingkat keadaan sistem, sedangkan pada mesin panas klasik energi yang dimilikinya dalam keadaan kontinu atau tidak memiliki tingkatan keadaan (Akbar et al., 2016).

Mesin panas kuantum merupakan salah satu usaha para peneliti dalam melakukan pengembangan mesin panas untuk meningkatkan nilai efisiensi yang lebih tinggi dari mesin panas klasik dengan menggunakan konsep fisika kuantum. Pentingnya melakukan pembaruan dalam al quran terdapat dalam surat Ar-Ra'd ayat 11 yang berbunyi

لَهُ مُعَقِّبَاتٌ مِّنْ بَيْنِ يَدَيْهِ وَمِنْ خَلْفِهِ يَحْفَظُونَهُ، مِنْ أَمْرِ اللَّهِ إِنَّ اللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُعْزِبُوا مَا بَأْنفُسِهِمْ ۗ وَإِذَا أَرَادَ اللَّهُ بِقَوْمٍ سُوءًا فَلَا مَرَدَّ لَهُ ۗ وَمَا لَهُمْ مِنْ دُونِهِ مِنْ وَالٍ (الرعد: ١١)

Artinya: *“Baginya (manusia) ada (malaikat-malaikat) yang menyertainya secara bergiliran dari depan dan belakangnya yang menjaganya atas perintah Allah. Sesungguhnya Allah tidak mengubah keadaan suatu kaum hingga mereka mengubah apa yang ada pada diri mereka. Apabila Allah menghendaki keburukan terhadap suatu kaum, tidak ada yang dapat menolaknya, dan sekali-kali tidak ada pelindung bagi mereka selain Dia.”* [Ar-Ra'd/13:11]

Tafsir QS. Ar-Ra'd ayat 11 menurut Quraish Shihab mengenai ayat diatas adalah sesungguhnya Allahlah yang memelihara kalian. Setiap manusia memiliki sejumlah malaikat yang bertugas atas perintah Allah-menjaga dan memeliharanya. Mereka ada yang menjaga dari arah depan dan ada juga yang menjaga dari arah belakang. Demikian pula, Allah tidak akan mengubah nasib suatu bangsa dari susah menjadi bahagia, atau dari kuat menjadi lemah, sebelum mereka sendiri mengubah apa yang ada pada diri mereka sesuai dengan keadaan yang akan mereka jalani. Apabila Allah berkehendak memberikan bencana kepada suatu bangsa, tidak akan ada seorang pun yang dapat melindungi mereka dari bencana itu. Tidak ada seorang pun yang mengendalikan urusan kalian hingga dapat menolak bencana itu (Shihab, 2005a).

Ayat ini menekankan perlunya perubahan untuk memperbaiki keadaan untuk menjadi lebih baik dari sebelumnya. Dalam fisika kuantum, penelitian dan pengembangan teknologi seperti mesin panas kuantum juga memerlukan perubahan pendekatan dan inovasi dari para ilmuwan untuk menemukan cara baru untuk meningkatkan efisiensi dan kinerja dari mesin panas yang sudah ada sebelumnya. Pada mesin panas klasik, efisiensinya kurang maksimal dikarenakan sebagian energi yang tidak diubah menjadi usaha mekanik akan terbuang dari sistem. Sehingga para ilmuwan menggunakan objek kuantum dan sistem mekanika kuantum seperti sumur potensial dan osilator harmonik sebagai substansi kerjanya untuk menciptakan suatu mesin panas dengan tingkat efisiensi yang lebih tinggi.

Konsep mesin panas kuantum pertama kali diperkenalkan oleh Scovil dan Schultz-Dubois pada tahun 1959 dan sampai saat ini telah berkembang menjadi berbagai jenis penelitian dengan menggunakan sistem dan zat kerja yang berbeda, seperti partikel dalam sumur potensial, osilator harmonik, dan berbagai sistem lainnya. Beberapa peneliti sebelumnya yang telah melakukan penelitian terkait mesin panas kuantum, antara lain penelitian (Bender et al., 2000) mengkaji mesin panas kuantum menggunakan siklus Carnot yang dibatasi oleh sumur potensial sebagai zat kerja yang digunakan untuk menganalogikan sistem mesin panas klasik ke dalam sistem kuantum. Hasil yang diperoleh berupa efisiensi mesin Carnot klasik yang sama dengan mesin Carnot kuantum. (Saputra & Purwanto, 2010) mengkaji mesin Carnot kuantum menggunakan satu partikel dengan dua tingkat energi yang berada di dalam kotak potensial satu dimensi. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini yaitu tingkat efisiensi hanya bergantung pada rasio volume selama proses adiabatik. (Akbar et al., 2016) mengkaji mesin Otto kuantum menggunakan partikel *massless-boson* tunggal sebagai substansi kerja dalam kotak potensial 1 dimensi. Terdapat korespondensi hasil antara nilai efisiensi dari mesin Otto klasik, mesin Otto kuantum non-relativistik, dengan mesin Otto relativistik. (Akbar et al., 2017) mengkaji proses adiabatik dan isovolume kuantum pada sistem dua partikel simetri dengan menggunakan model analogi termodifikasi. Hasil akhir dari penelitian ini menunjukkan bahwa perubahan energi sistem mematuhi hukum pertama yang secara mikroskopis berkaitan dengan perubahan probabilitas tiap tingkat energi dan perubahan energi dari setiap tingkatnya. Penelitian ini juga menunjukkan bahwa proses adiabatik yang terjadi pada sistem mampu mengantarkan pada persamaan sistem yang

ternyata analog dengan persamaan gas ideal. Namun pada penelitian ini belum diketahui nilai efisiensi yang dihasilkan, sehingga tidak dapat dibandingkan dengan nilai efisiensi pada mesin panas klasik.

Berdasarkan dari penelitian yang telah dilakukan sebelumnya, maka pada penelitian ini akan dikembangkan lebih lanjut yaitu dengan menggunakan dua partikel yang berbeda. Partikel yang digunakan sebagai zat kerja yaitu dua partikel simetri dengan dua tingkat energi dan dua partikel antisimetri dengan tiga tingkat energi. Perbedaan tingkat energi pada kedua partikel ini dipilih karena pada partikel antisimetri untuk dua partikel minimal harus menggunakan tiga tingkat energi. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah model analogi antara sistem termodinamika klasik dengan sistem mekanika kuantum yang kemudian dimodifikasi dengan mengimplementasikan hukum pertama termodinamika pada sistem kuantum. Pemodelan analogi dilakukan dengan mengubah sistem piston menjadi sumur potensial 1 dimensi dengan salah satu dinding yang dapat bergerak bebas, dan analogi proses dengan menerapkan hukum pertama termodinamika pada sistem kuantum yang dapat dilakukan dengan mengubah besaran kuantitasnya.

Pada penelitian ini mesin panas kuantum yang dikaji adalah mesin Carnot karena mesin ini dikenal sebagai mesin yang paling efisien untuk mengubah energi panas menjadi energi mekanik diantara semua mesin panas. Mesin Carnot terdiri dari empat proses termal, yaitu dua proses isothermal dan dua proses adiabatik. Untuk mendeskripsikan setiap proses yang terjadi dalam siklus Carnot, penelitian ini menggunakan hukum pertama termodinamika yang dimodifikasi ke dalam sistem kuantum. Pada penelitian ini ingin mengkaji representasi energi

selama proses isothermal dan adiabatik yang terjadi pada siklus Carnot kuantum, dan ingin mendapatkan nilai efisiensi dari mesin Carnot kuantum dengan menggunakan sistem 2 partikel simetri dan antisimetri dalam sumur potensial 1 dimensi. Dari nilai efisiensi mesin Carnot kuantum dengan 2 partikel simetri dan antisimetri yang telah diperoleh, kemudian dianalisis dan dibandingkan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang terdapat pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana representasi energi selama proses isothermal dan adiabatik yang terjadi dalam mesin Carnot kuantum dengan menggunakan sistem 2 partikel simetri dan antisimetri dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi.
2. Bagaimana efisiensi dari mesin Carnot kuantum dengan menggunakan sistem 2 partikel simetri dan antisimetri dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui representasi energi selama proses isothermal dan adiabatik yang terjadi dalam mesin Carnot kuantum dengan menggunakan sistem 2 partikel simetri dan antisimetri dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi.
2. Untuk mengetahui nilai efisiensi dari mesin Carnot kuantum dengan menggunakan sistem 2 partikel simetri dan antisimetri dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui nilai efisiensi dari mesin Carnot kuantum pada sistem 2 partikel simetri dan antisimetri.
2. Menjadi bahan referensi bagi para peneliti selanjutnya dalam mengembangkan penelitian tentang mesin panas kuantum.
3. Memberikan sumbangan ide atau wawasan untuk perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi di bidang Fisika.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan pada penelitian ini adalah:

1. Mesin panas kuantum yang dikaji pada penelitian ini adalah mesin Carnot.
2. Partikel yang digunakan sebagai zat kerja mesin panas kuantum adalah 2 partikel simetri dan anti simetri.
3. Sistem kuantum yang digunakan sebagai ilustrasi dari mesin panas kuantum adalah 2 partikel simetri dengan dua tingkat energi dan 2 partikel antisimetri dengan tiga tingkat energi yang berada dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Termodinamika Klasik

2.1.1 Pandangan Umum Termodinamika Klasik

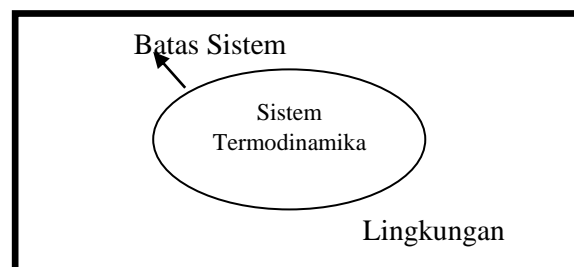
Kajian tentang termodinamika dimulai pada awal abad ke-19, meskipun berbagai aspek termodinamika telah dipelajari sejak dahulu kala. Kata termodinamika berasal dari bahasa Yunani yaitu *therme* berarti panas dan *dynamics* yang berarti perubahan. Awalnya, termodinamika diartikan sebagai kemampuan suatu benda panas untuk menghasilkan usaha/kerja. Namun, definisi termodinamika telah berkembang seiring berjalannya waktu, dan saat ini termodinamika dapat diartikan sebagai ilmu yang mempelajari tentang energi beserta perubahannya dan hubungan antara sifat-sifat fisis materi. Dalam termodinamika, panas dan usaha adalah dua bentuk energi utama yang banyak dipelajari (Sulistiati, 2010).

Ilmu termodinamika hadir sebagai upaya untuk meningkatkan efisiensi dari mesin uap, yaitu suatu perangkat di mana ada input dalam bentuk panas, dan outputnya berupa kerja mekanik. Jadi sesuai dengan namanya, termodinamika membahas mengenai termal dan kerja mekanik. Seiring perkembangan subjek dan hukum dasarnya, cakupan untuk ilmu termodinamika ini menjadi lebih luas. Prinsip-prinsip dalam termodinamika sangat penting dan berguna dalam merancang berbagai sistem dan mesin dalam kehidupan sehari-hari, seperti mesin pembakaran internal, pembangkit listrik konvensional dan nuklir, sistem pendingin dan AC, dan sistem propulsi untuk roket, peluru kendali, pesawat terbang, kapal laut, dan kendaraan darat. Dengan memahami prinsip-prinsip

termodinamika, para insinyur dapat merancang sistem dan mesin yang lebih efisien dan ramah lingkungan (Sears & Salinger, 1982).

2.1.2 Sistem Termodinamika

Sistem termodinamika secara luas dapat diartikan sebagai suatu wilayah atau ruang tertentu dimana proses termodinamika berlangsung, yang dibatasi oleh batas sistem (*boundary*). Sistem juga dapat diartikan sebagai suatu batasan yang digunakan untuk menunjukkan suatu benda yang berada dalam suatu permukaan yang tertutup. Dalam sistem termodinamika terdapat suatu batas sistem, dimana batas sistem ini bisa berupa batas tetap seperti pada tangki yang berisi gas yang terkompresi, atau batas bergerak seperti yang ditemukan pada sejumlah volume cairan di dalam saluran pipa. Adapun untuk segala sesuatu yang berada di luar batas sistem tersebut disebut lingkungan (Rompas, 2015).



Gambar 2. 1 Sistem termodinamika

Banyak masalah dalam termodinamika melibatkan pertukaran energi antara suatu sistem dengan sistem lainnya. Setiap sistem yang dapat bertukar energi dengan sistem tertentu disebut lingkungan sistem tersebut. Sebuah sistem dan lingkungannya bersama-sama dikatakan membentuk alam semesta. Jika kondisi sedemikian rupa sehingga tidak ada pertukaran energi dengan lingkungan berlangsung, sistem dikatakan terisolasi. Jika tidak ada masalah yang melewati batas, sistem dikatakan tertutup. Dan jika ada pertukaran materi antara sistem dan sekitarnya, maka sistem dikatakan terbuka (Sears & Salinger, 1982).

2.1.3 Persamaan Keadaan

2.1.3.1 Hubungan Variabel keadaan

Suatu sistem termodinamika terdiri atas N partikel gas. Dalam termodinamika, besaran makroskopis yang menggambarkan sistem ini adalah tekanan gas (P), volume gas (V), dan temperatur gas (T). Ketiga besaran ini dapat diamati dan diukur secara langsung. Misalnya, tekanan gas diukur dengan menggunakan barometer atau manometer. Volume gas diukur dengan menggunakan piknometer, dan temperatur gas dapat diukur dengan termometer. Eksperimen menunjukkan, bahwa ada hubungan tertentu antara tekanan gas (P), volume gas (V), dan temperatur gas (T). Artinya, gas dapat diberi nilai volume tertentu, misalnya 2 liter. Kemudian gas dipanaskan sampai pada temperatur tertentu, misalnya $75\text{ }^{\circ}\text{C}$, akibatnya tekanan gas sudah memiliki nilai yang pasti. Secara matematis, antara P , V , dan T mempunyai hubungan fungsional:

$$f(P, V, T) = 0 \quad (2.1)$$

Dari hubungan empiris antara tekanan, volume, dan temperatur gas, beberapa dugaan dapat dibuat mengenai sifat-sifat termodinamika gas. Misalnya mengenai koefisien muai gas, kapasitas kalor gas, energi internal gas, dan koordinat sistem lainnya seperti entalpi dan entropi yang dapat digunakan untuk menggambarkan sifat termodinamika gas dengan lebih akurat dan efisien (Hamid, 2007).

2.1.3.2 Persamaan Gas Ideal

Gas ideal merupakan suatu sistem gas yang terdiri dari partikel dalam jumlah besar yang tersebar merata di seluruh ruang dan bergerak secara acak ke berbagai arah. Jarak antar partikel dalam gas ideal jauh lebih besar dari ukuran partikel itu sendiri dan tidak ada gaya interaksi antar partikel. Tumbukan antar

partikel atau dengan dinding elastis terjadi dalam waktu yang sangat singkat dan berlaku hukum gerak Newton (Kirom et al., 2021).

Dalam termodinamika, gas ideal dapat dijelaskan dengan persamaan yang menggabungkan hukum Boyle dan hukum Gay-Lussac. Diperoleh persamaan gas ideal:

$$\frac{PV}{T} = \text{konstan} \quad (2.2)$$

Nilai $\frac{PV}{T}$ ini sama dengan jumlah molekul gas pada ruang tersebut. Sehingga,

$$\frac{PV}{T} = nR \quad (2.3)$$

$$PV = nRT$$

dengan P adalah tekanan (Pa), V adalah volume (m^3), n adalah jumlah mol gas, R adalah tetapan gas ideal dengan nilai $8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, dan T adalah temperatur (K).

Menurut prinsip Avogadro, dalam 1 mol gas terdapat jumlah molekul yang sama

$$1 \text{ mol} = \frac{N}{N_A}$$

Dengan nilai $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ molekul/mol}$. Dengan demikian persamaan gas ideal ini bisa juga menjadi

$$PV = \frac{N}{N_A} RT \quad (2.4)$$

$$PV = N \frac{R}{N_A} T$$

Karena nilai $\frac{R}{N_A}$ adalah konstan, maka dapat dinyatakan dengan konstanta Boltzman k yang nilainya $1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$. Maka persamaan ini menjadi,

$$PV = NkT \quad (2.5)$$

2.1.4 Kerja

Kerja dikatakan telah dilakukan ketika gaya bergerak melalui jarak. Jika bagian dari batas sistem mengalami perpindahan di bawah aksi tekanan, kerja yang dilakukan W adalah produk gaya (tekanan \times luas), dan jarak perpindahannya ke arah gaya. Kerja adalah kuantitas sementara yang hanya muncul di batas sementara perubahan keadaan berlangsung dalam suatu sistem (Rajput, 2007).

Jika terdapat piston bergerak sejauh dx dalam arah yang berlawanan dengan PA , maka akan timbul sejumlah kerja infinitesimal dW , yang dapat dihitung dengan menggunakan persamaan:

$$dW = -PA dx \quad (2. 6)$$

Karena luas permukaan piston $A dx = dV$, maka persamaan (2. 6) menjadi

$$dW = -PdV \quad (2. 7)$$

Tanda negatif pada persamaan (2. 7) menunjukkan bahwa jika volume gas meningkat (dV positif), maka kerja yang dihasilkan adalah negatif karena gas menerima kerja. Sebaliknya, jika volume gas berkurang (dV negatif) maka kerja yang dihasilkan adalah positif karena gas melakukan kerja.

Dalam proses kuasi-statik berhingga, dengan volume gas yang mengalami perubahan dari V_1 ke V_2 maka untuk kerjanya adalah

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} PdV \quad (2. 8)$$

Karena perubahan volume yang dilakukan bersifat kuasi-statik, maka tekanan sistem P pada setiap saat tidak hanya sama dengan tekanan eksternal saja akan tetapi juga merupakan suatu koordinat termodinamika (Zemansky & Dittman, 1986).

2.1.5 Kalor

Sampai pada abad ke sembilan belas orang percaya bahwa kalori adalah zat atau substansi yang terkandung dalam setiap benda dan setiap benda yang suhunya lebih tinggi memiliki lebih banyak kalori daripada benda lainnya yang suhunya lebih rendah. Jika dua benda dengan suhu yang berbeda disentuh, benda yang memiliki kalori lebih tinggi akan memberikan sebagian kalorinya kepada benda yang memiliki kalori lebih rendah sehingga keduanya akan memiliki suhu yang sama. Namun, konsep kalori sebagai zat yang jumlahnya konstan tidak didukung oleh hasil eksperimen. Meskipun demikian, konsep kalori masih dapat menjelaskan bahwa ada “sesuatu” yang berpindah dari benda yang bersuhu tinggi ke benda yang bersuhu rendah. Sesuatu ini disebut kalor, yang dapat didefinisikan sebagai energi yang dapat berpindah dari suatu sistem ke lingkungannya karena adanya perbedaan suhu. Berkat penelitian yang telah dilakukan oleh Rumford dan Joule, dapat diketahui bahwa kalor merupakan sebuah bentuk energi bukan sebuah zat atau substansi (Sulistiati, 2010).

2.1.6 Fungsi Energi Internal

Energi internal adalah fungsi koordinat termodinamika yang membutuhkan jumlah koordinat yang sama dengan yang diperlukan untuk menjelaskan keadaan dari suatu sistem. Misalnya, keadaan setimbang dari sistem hidrostatik yang dapat dijelaskan oleh tiga koordinat termodinamika P , V , dan T . Namun, hanya dua diantaranya yang diperlukan untuk menentukan keadaan tersebut, karena koordinat ketiga dapat ditentukan melalui persamaan keadaan. Oleh karena itu, energi internal dapat dianggap sebagai fungsi dari dua koordinat termodinamika (yang mana saja).

Jika perubahan koordinat antara dua keadaan sistem hanya berbeda secara infinitesimal, maka perubahan energi internalnya dapat dinyatakan sebagai dU , yang dianggap sebagai diferensial eksak karena merupakan diferensial dari suatu fungsi riil. Dalam sistem hidrostatis, energi internal (U) dipandang sebagai fungsi dari suhu (T) dan volume (V), maka

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV \quad (2.9)$$

atau dengan melihat U sebagai fungsi dari T dan P , maka

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP \quad (2.10)$$

Kedua turunan parsial $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ dan $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P$ tidak sama. Yang pertama merupakan fungsi dari T dan V , dan yang kedua fungsi dari T dan P . Keduanya memiliki perbedaan baik secara matematis maupun arti fisisnya (Zemansky & Dittman, 1986).

2.1.7 Hukum I Termodinamika

Hukum I termodinamika berbunyi (Zemansky & Dittman, 1986):

“Jika suatu sistem diubah dari keadaan mula ke keadaan akhir hanya secara adiabat, maka kerja yang dilakukan sama besar untuk semua lintasan adiabat yang menghubungkan kedua keadaan ini”.

Dalam hukum I termodinamika, dilakukan dua percobaan yang berbeda pada sistem tertutup yang sama. Pada percobaan pertama, dilakukan dengan mengukur kerja dalam proses adiabatik, dimana tidak ada interaksi termal antara sistem dan lingkungan yang digunakan untuk mengubah keadaan sistem dari keadaan awal ke keadaan akhir. Hasil percobaan pertama menunjukkan bahwa terdapat fungsi koordinat dalam sistem termodinamika yang dapat menghitung kerja adiabatik

dari satu keadaan ke keadaan lainnya, yang dikenal sebagai fungsi energi internal dan dilambangkan dengan U . Sehingga apabila ditulis dalam bentuk matematis:

$$W_{1 \rightarrow 2}(\text{adiabat}) = U_2 - U_1 \quad (2.11)$$

Pada percobaan kedua, dilakukan proses diatermik dimana terdapat aliran kalor antara sistem dan lingkungan. Hasil percobaan menunjukkan bahwa kerja non-adiabatik berbeda dengan nilai $U_2 - U_1$. Untuk memenuhi prinsip kekekalan energi, maka dapat disimpulkan bahwa energi telah dipindahkan dengan cara yang lain dari pelaksanaan kerja. Perpindahan energi antara sistem dan lingkungan ini terjadi karena adanya perbedaan temperatur antara sistem dan lingkungan yang disebut kalor. Dengan demikian, dapat diketahui definisi kalor dalam termodinamika (Zemansky & Dittman, 1986):

“Bila suatu sistem, yang lingkungannya bertemperatur berbeda dan kerja bisa dilakukan padanya, mengalami suatu proses, maka energi yang dipindahkan dengan cara nonmekanis yang sama dengan perbedaan antar perubahan energi internal dan kerja yang dilakukan, disebut kalor”.

Sehingga, secara matematis dapat ditulis

$$\begin{aligned} Q &= U_2 - U_1 - (W) \\ U_2 - U_1 &= Q + W \\ \Delta U &= Q + W \end{aligned} \quad (2.12)$$

dimana Q adalah kalor, ΔU adalah perubahan energi internal, dan W adalah kerja. Jika kalor masuk ke dalam sistem, maka nilai Q akan positif. Sedangkan jika kalor keluar dari sistem, nilai Q akan negatif. Persamaan ini dikenal sebagai rumusan matematis hukum pertama termodinamika.

Proses yang hanya melibatkan perubahan infinitesimal dari koordinat termodinamik sistem disebut sebagai proses infinitesimal. Untuk proses seperti itu, hukum I termodinamika menjadi

$$\begin{aligned}dU &= dQ + dW \\dU &= dQ + (-P dV) \\dU &= dQ - P dV\end{aligned}\tag{2. 13}$$

dimana U adalah fungsi dari dua antara tiga koordinat yang termodinamik dan P adalah fungsi dari V dan T .

2.1.8 Kapasitas Kalor

Kapasitas kalor C suatu sistem didefinisikan sebagai perbandingan kalor dQ yang mengalir masuk ke dalam sistem terhadap perubahan suhu yang terjadi. Dalam kasus dimana tidak ada kerja pada suatu sistem, maka seluruh kalor yang masuk atau keluar sistem akan mengubah energi dalam. Jika kalor masuk, maka energi internal sistem akan bertambah, begitupun sebaliknya jika kalor keluar maka energi internal sistem akan berkurang.

Jika volume sistem tidak berubah selama terjadi perubahan suhu, kapasitas kalor disebut sebagai kapasitas kalor pada volume konstan dan dinyatakan dengan C_V . Maka kapasitas kalor pada volume konstan dapat ditulis dengan

$$dQ = nC_V dT\tag{2. 14}$$

Tekanan meningkat selama proses ini dan gas tidak melakukan kerja karena volumenya konstan. Sehingga persamaan (2. 15) menjadi,

$$\begin{aligned}dU &= dQ + dW \\dU &= dQ - P dV \\dU &= nC_V dT - P(0)\end{aligned}$$

$$dU = nC_V dT \quad (2. 15)$$

Sedangkan untuk pengukuran kapasitas kalor untuk padatan dan cairan umumnya berlangsung pada atmosfer di bawah tekanan atmosfer konstan dengan perubahan suhu yang sama. Nilai kapasitas kalor yang yang diperoleh dalam kondisi disebut sebagai kapasitas kalor pada tekanan konstan dan dinyatakan dengan C_p . Ketika panas mengalir ke dalam gas, terjadi ekspansi pada tekanan konstan dan menyebabkan terjadinya kerja. Dengan definisi C_p kapasitas kalor pada tekanan konstan, jumlah kalor yang memasuki gas adalah

$$dQ = nC_p dT \quad (2. 16)$$

Kerja yang dilakukan oleh gas pada tekanan konstan adalah

$$dW = P dV = nR dT \quad (2. 17)$$

Substitusikan persamaan (2. 16) dan (2. 17) ke dalam hukum pertama termodinamika. Sehingga,

$$\begin{aligned} dQ &= dU + dW \\ nC_p dT &= dU + nR dT \end{aligned} \quad (2. 18)$$

Perubahan energi dalam untuk proses tekanan konstan tetap dinyatakan dengan $dU = nC_V dT$, meskipun volumenya tidak lagi konstan. Hal ini terjadi karena salah satu dari sifat khusus gas ideal adalah bahwa energi dalamnya hanya bergantung berdasarkan suhu. Maka perubahasn energi dalam selama proses apapun, harus ditentukan hanya pada suhu. Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} nC_p dT &= dU + nR dT \\ nC_p dT &= nC_V dT + nR dT \end{aligned} \quad (2. 19)$$

Jika kedua suku dibagi dengan faktor yang sama $n dT$, maka

$$C_p = C_V + R \quad (2. 20)$$

$$C_P - C_V = R$$

Jika

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Maka kapasitas kalor pada volume konstan menjadi,

$$\begin{aligned} C_P - C_V &= R \\ \left(\frac{C_P}{C_V} - 1\right) &= \frac{R}{C_V} \\ (\gamma - 1) &= \frac{R}{C_V} \\ C_V &= \frac{R}{(\gamma - 1)} \end{aligned} \tag{2. 21}$$

dan untuk tekanan konstan menjadi

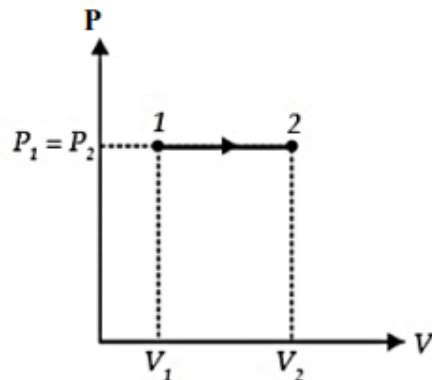
$$\begin{aligned} C_P - C_V &= R \\ \left(1 - \frac{C_V}{C_P}\right) &= \frac{R}{C_P} \\ \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) &= \frac{R}{C_P} \\ C_P &= \frac{R}{\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)} \\ C_P &= \frac{R}{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)} \\ C_P &= \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)} \end{aligned} \tag{2. 22}$$

2.1.9 Proses - proses Termodinamika

1. Proses Isobarik

Proses isobarik adalah proses termodinamika dimana tekanan pada sistem tetap konstan.

$$W = P(V_2 - V_1) \tag{2. 23}$$



Gambar 2. 2 Proses Isobarik pada diagram P – V

2. Proses Isokhorik

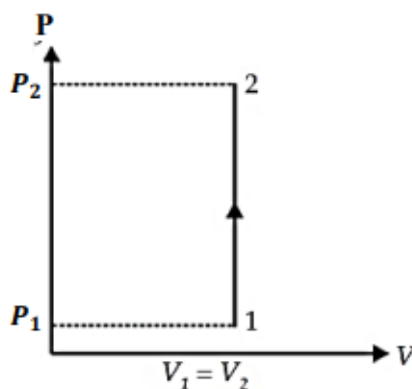
Proses isokhorik adalah proses termodinamika yang terjadi pada sistem ketika terjadi perubahan pada tekanan dan temperatur, namun pada volumenya tetap. Karena volume pada sistem tidak berubah, maka tidak ada kerja yang dilakukan oleh sistem pada lingkungannya. Berdasarkan hukum I termodinamika dan $dW = 0$ maka diperoleh

$$dU = dQ + dW$$

$$dU = dQ + 0$$

$$dU = dQ \quad (2. 24)$$

Dari persamaan tersebut dapat diketahui bahwa semua energi yang ditambahkan sebagai panas ke dalam sistem akan meningkatkan energi internal sistem.



Gambar 2. 3 Proses Isokhorik pada diagram P – V

3. Proses Isotermal

Proses isotermal adalah proses termodinamika yang dialami oleh sistem ketika terjadi perubahan pada tekanan dan volumenya, namun untuk temperatur sistem tidak berubah sehingga perubahan energi dalamnya juga bernilai konstan.

$$dU = 0$$

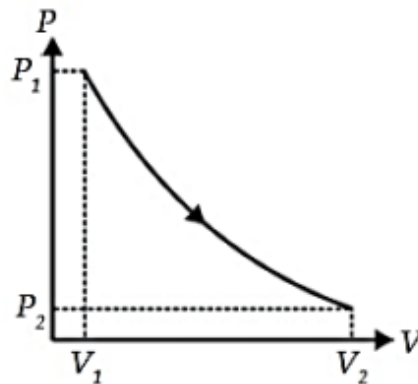
Sehingga dari hukum I termodinamika diperoleh,

$$dU = dQ + dW$$

$$0 = dQ + dW$$

$$dQ = -dW \quad (2.25)$$

Jadi, pada proses isotermal panas yang diserap sistem semuanya diubah menjadi usaha mekanik ke lingkungan.



Gambar 2. 4 Proses Isotermal pada diagram P – V

4. Proses Adiabatik

Proses adiabatik adalah proses termodinamika yang terjadi ketika tidak ada panas yang masuk atau keluar dari sistem. Pada proses ini, sebagian energi dalam gas diubah menjadi usaha mekanik atau sebaliknya dan semuanya terjadi dalam keadaan setimbang.

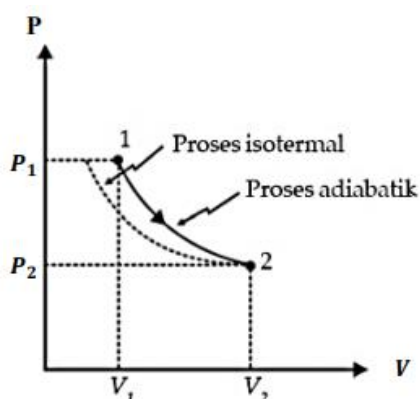
$$dQ = 0$$

Sehingga dari hukum I termodinamika diperoleh,

$$dU = dQ + dW$$

$$dU = 0 + (-dW)$$

$$dU = -dW \quad (2. 26)$$



Gambar 2. 5 Proses Adiabatik pada diagram P – V

2.1.10 Hukum II Termodinamika

Hukum kedua termodinamika menurut Kelvin-Planck, yaitu:

“Tidak ada proses yang bisa berlangsung yang hasilnya tidak lain hanyalah penyerapan kalor dari suatu tandon dan mengkonversikan kalor ini menjadi kerja”.

Hukum II termodinamika berhubungan dengan keterbatasan dalam mengkonversi panas menjadi kerja khususnya untuk kerja mesin panas (*heat engines*). Dalam hukum II termodinamika mengandung arti atau adanya ketentuan yang menyatakan *“mass is conserved”* dikenal dengan nama hukum kekekalan massa (*law of mass conservation*). Jadi pernyataan hukum II termodinamika antara lain tidak mungkin suatu sistem dapat benda *“matter”* yang tercipta atau yang diciptakan oleh suatu proses (Rusli, 2008).

Jika kalor yang diserap sistem (Q_H) memiliki nilai yang lebih besar daripada kalor yang dibuang oleh sistem (Q_C) dan kerja mekanis (W) dilakukan oleh sistem tersebut, maka akan menimbulkan daur dalam sistem yang disebut dengan mesin panas. Mesin panas memiliki tujuan untuk mengirimkan kerja secara terus menerus ke luar dengan melakukan daur tersebut secara berulang-ulang. Efisiensi termal pada mesin panas yaitu (Zemansky & Dittman, 1986):

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|} \quad (2.27)$$

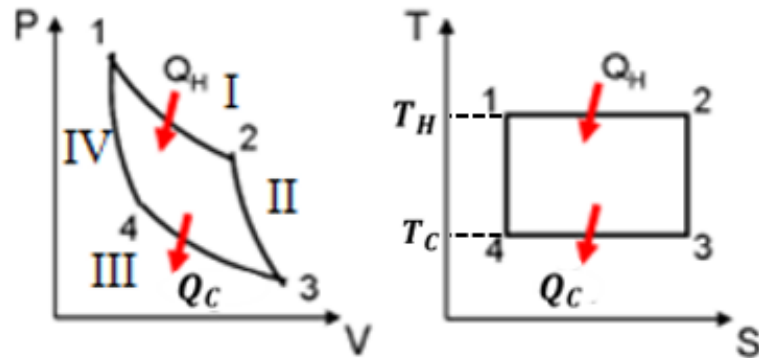
Dengan menerapkan hukum pertama termodinamika dengan mengingat bahwa tidak ada perubahan yang terjadi pada energi internal, maka

$$\begin{aligned} dW &= dQ \\ |W| &= |Q_H| - |Q_C| \\ \eta &= \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|} \\ \eta &= 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} \end{aligned} \quad (2.28)$$

2.2 Mesin Carnot

Nicolas Leonard Sadi Carnot, seorang insinyur dari Perancis pada tahun 1824 menemukan sebuah mesin ideal yang bekerja dalam siklus sederhana dan dikenal sebagai siklus Carnot sampai saat ini. Sebuah mesin yang bekerja dalam siklus Carnot disebut sebagai mesin Carnot. Mesin Carnot bekerja dengan cara khusus antara dua tandon, dimana semua panas yang diserap terjadi pada temperatur tinggi yang konstan, yaitu pada temperatur tandon panas T_H ; dan semua panas yang dibuang terjadi pada temperatur konstan yang lebih rendah, yaitu pada temperatur tandon dingin T_C . Proses yang menghubungkan isothermal

pada temperatur tinggi dan rendah adalah reversibel dan adiabatik. Karena keempat prosesnya bersifat reversibel, maka siklus Carnot dapat dianggap sebagai siklus yang reversibel (Zemansky & Dittman, 1986).



Gambar 2. 6 Siklus Carnot pada diagram P - V dan T - S (Partana, 2010)

Siklus Carnot merupakan siklus yang terdiri dari empat proses termodinamika yang terbagi menjadi dua proses isothermal dan dua proses adiabatik yang menghubungkan dua reservoir temperatur, yaitu tandon panas dan tandon dingin. Untuk lintasan pada siklus Carnot dimulai dari titik 1 dan kembali lagi ke titik 1.

1. Pada tahap 1-2 terjadi proses ekspansi isothermal, dimana pada proses ini kalor Q_H akan masuk ke sistem dan melakukan kerja W_{12} . Ekspansi merupakan proses yang terjadi karena penambahan volume yang terjadi pada sistem.

Berdasarkan hukum I termodinamika:

$$dQ_{12} = dU_{12} - dW$$

$$dQ_{12} = dU_{12} + PdV$$

$$Q_{12} = C_V \int_{T_1}^{T_2} dT + nRT_H \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$Q_{12} = nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2. 29)$$

Pada proses ini berlaku $Q_{12} = W_{12}$, sehingga diperoleh kerja yang dilakukan sistem adalah

$$W_{12} = nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.30)$$

2. Pada tahap 2-3 terjadi proses ekspansi adiabatik, dimana pada proses ini tidak ada kalor yang masuk ke dalam sistem sehingga temperatur akan turun dari T_2 menjadi T_3 .

$$dQ_{23} = 0$$

$$dU = -dW$$

$$dW = -dU$$

$$dW = -C_V dT$$

$$W_{23} = -C_V \int_{T_H}^{T_C} dT$$

$$W_{23} = -C_V (T_C - T_H)$$

$$W_{23} = C_V (T_H - T_C) \quad (2.31)$$

3. Pada tahap 3-4 terjadi proses kompresi isothermal, dimana pada proses ini nilai volume pada sistem mengecil dan kalor Q_C keluar dari sistem.

$$Q_{34} = nRT_C \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (2.32)$$

Pada proses ini berlaku $Q_{34} = W_{34}$, sehingga diperoleh kerja yang dilakukan sistem adalah

$$W_{34} = nRT_H \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$W_{34} = -nRT_H \ln \frac{V_3}{V_4} \quad (2.33)$$

4. Pada tahap 4-1 terjadi proses kompresi adiabatik, dimana pada proses ini kerja yang dilakukan pada sistem adalah W_{41} dan temperatur mengalami kenaikan dari T_4 dari T_1 .

$$\begin{aligned} W_{41} &= -C_V(T_H - T_C) \\ W_{41} &= -C_V(T_C - T_H) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Dari beberapa proses yang terjadi pada siklus Carnot, diperoleh kerja total yang dilakukan oleh sistem sebagai berikut

$$\begin{aligned} W_{total} &= W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} \\ W_{total} &= nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1} + C_V(T_H - T_C) + \left(-nRT_C \ln \frac{V_3}{V_4} \right) + C_V(T_C - T_H) \\ W_{total} &= nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1} - nRT_C \ln \frac{V_3}{V_4} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Karena $TV^{\gamma-1} = \text{konstan}$, maka

$$\begin{aligned} T_H V_2^{\gamma-1} &= T_C V_3^{\gamma-1} \\ T_H V_1^{\gamma-1} &= T_C V_4^{\gamma-1} \\ \frac{V_2^{\gamma-1}}{V_1^{\gamma-1}} &= \frac{V_3^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}} \\ \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} &= \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} \\ \frac{V_2}{V_1} &= \frac{V_3}{V_4} \end{aligned}$$

Maka, jika dimasukkan pada kerja total menjadi

$$W_{total} = nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1} - nRT_C \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.36)$$

Sehingga dapat ditentukan nilai efisiensi pada mesin Carnot,

$$\eta = \frac{W_{total}}{Q_H}$$

$$\eta = \frac{nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1} - nRT_C \ln \frac{V_2}{V_1}}{nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \frac{\ln V_2/V_1}{\ln V_2/V_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \tag{2.37}$$

Karena $W_{total} = Q_{total} = Q_H - Q_C$, sehingga

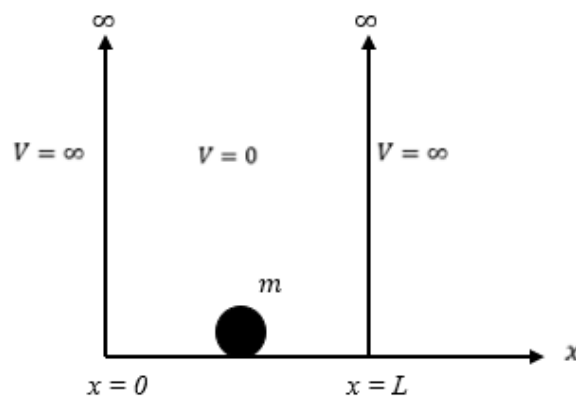
$$\eta = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} \tag{2.38}$$

2.3 Sistem Partikel dalam Sumur Potensial 1 Dimensi

2.3.1 Sistem Partikel Tunggal

Sebuah partikel dengan massa m bergerak bebas dalam sebuah kotak satu dimensi dengan panjang L dan terperangkap di dalamnya karena memiliki potensial yang tak berhingga. Potensial ini dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Gambar 2. 7 Sebuah partikel yang bergerak bebas dalam kotak 1 dimensi

Dalam fisika kuantum terdapat istilah penerowongan yang menggambarkan bagaimana sebuah partikel kadang-kadang dapat melewati

sebuah penghalang yang pada keadaan normalnya akan menghalangi mereka. Semakin lebar penghalang, maka semakin kecil kemungkinan sebuah partikel dapat melewati penghalang tersebut (Romadani & Rani, 2020). Pada kasus sumur potensial tak hingga satu dimensi, partikel memiliki kemungkinan untuk melakukan *tunneling* melalui potensial penghalang yang tinggi. Hal ini dapat terjadi karena fungsi gelombang partikel tidak secara tiba-tiba menjadi nol di sepanjang penghalang, namun berkurang secara eksponensial.

Secara klasik, jika suatu partikel dengan energi E berada dalam sumur potensial tersebut maka partikel itu akan bergerak dari kiri ke kanan dan kemudian dalam arah sebaliknya. Perubahan arah momentum linier terjadi setiap kali partikel menumbuk dinding potensial yang sangat tinggi. Karena potensial yang digunakan tidak bergantung waktu, maka berlaku persamaan gelombang Schrodinger bebas waktu (Subagyo & Nuryadin, 2018)

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right) \psi(x) = E\psi(x) \quad (2.39)$$

Dengan fungsi potensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 \text{ untuk } 0 < x < L \\ &= \infty \text{ untuk } x \leq 0, x \geq L \end{aligned} \quad (2.40)$$

Untuk daerah $x \leq 0$ dan $x \geq L$ diketahui bahwa $V(x) = \infty$. Probabilitas kehadiran partikel dalam daerah itu adalah nol, oleh karena itu

$$\psi(x) = 0 \text{ untuk } x \leq 0 \text{ dan } x \geq L \quad (2.41)$$

Karena partikel berada di dalam kotak $V(x) = 0$, maka persamaan Schrodinger untuk sistem ini adalah

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) = E\psi(x) \quad (2.42)$$

atau

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -k^2\psi(x) \quad (2.43)$$

dimana

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

Persamaan Schrodinger untuk $0 < x < L$, bila $V(x) = 0$ identik dengan persamaan (2.42), sehingga memiliki pemecahan yang sama, yaitu

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad (2.44)$$

atau dapat ditulis juga menjadi

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (2.45)$$

Ketika syarat batas berada di $x = 0$ dan $\psi(0) = 0$, maka

$$\begin{aligned} \psi(0) &= A \sin k(0) + B \cos k(0) \\ 0 &= 0 + B(1) \\ B &= 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

sehingga, $\psi(x)$ menjadi

$$\psi(x) = A \sin kx \quad (2.47)$$

Untuk syarat batas di $x = L$, maka

$$\psi(L) = A \sin kL = 0 \quad (2.48)$$

Nilai $\sin kL$ akan sama dengan nol apabila memenuhi $kL = n\pi$ dengan $n = 1, 2, 3, \dots$

$$kL = n\pi$$

atau

$$k = \frac{n\pi}{L} \quad (2.49)$$

Dengan menggunakan persamaan $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ maka dapat diperoleh:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2 n^2}{2mL^2}$$

$$E = n^2 E_1 \quad (2.50)$$

dengan

$$E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \quad (2.51)$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa energi partikel tidak kontinu seperti dalam fisika klasik, melainkan diskrit yaitu kuadrat bilangan bulat kali dengan energi terendah E_1 . Keadaan energi terendah disebut keadaan dasar (*ground state*).

Untuk menentukan tetapan A, dapat dilakukan dengan proses normalisasi. Maka

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2 dx = 1 \quad (2.52)$$

karena $\psi = 0$ kecuali untuk $0 < x < L$, maka integralnya tidak nol, sehingga berlaku

$$\int_0^L A^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx = 1$$

$$A^2 \int_0^L \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{2n\pi x}{L} \right) dx = 1$$

$$A^2 \left(\frac{1}{2} x - \frac{L}{4n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} \right) = 1$$

$$A^2 \left(\frac{L}{2} \right) = 1$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (2.53)$$

Dengan demikian, fungsi gelombang ternormalisasi untuk partikel tunggal yang terperangkap dalam sumur potensial satu dimensi adalah

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \text{ dengan } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.54)$$

2.3.2 Sistem 2 Partikel

Persamaan schrödinger tidak bergantung waktu untuk 2 partikel bermassa m di dalam sumur potensial satu dimensi adalah

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d^2}{dx_1^2} + \frac{d^2}{dx_2^2} \right) \psi(x_1, x_2) = E\psi(x_1, x_2) = \hat{H}\psi(x_1, x_2) \quad (2.55)$$

Kemudian diterapkan metode pemisahan variabel untuk persamaan orde dua menghasilkan fungsi eigen dan nilai eigen dari dua partikel menjadi

$$\psi(x_1, x_2) = \psi(x_1)\psi(x_2) \quad (2.56)$$

$$E(x_1, x_2) = E_{x_1} + E_{x_2} \quad (2.57)$$

Keadaan sistem direpresentasikan oleh fungsi eigen berupa fungsi gelombang yang berasosiasi dengan nilai eigen energi yang bersangkutan. Keadaan sistem dideskripsikan dengan fungsi gelombang $\psi(x)$ yang merupakan superposisi fungsi eigen dari masing-masing tingkat keadaan yang didefinisikan sebagai $\psi_n(x_n)$.

$$\psi(x_1, x_2) = a_1\psi_1(x) + a_2\psi_2(x) + \dots + a_n\psi_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n\psi_n(x_1, x_2) \quad (2.58)$$

Dimana koefisien a_n merupakan koefisien ekspansi untuk $\psi_n(x)$ yang memenuhi syarat normalisasi

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = 1 \quad (2.59)$$

Untuk mencari nilai eigen energi pada sistem 2 partikel adalah dengan mengacu pada persamaan (2.53). Sehingga diperoleh nilai eigen

$$E(x_1, x_2) = E_{n_1 n_2} = (n_1^2 + n_2^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (2.60)$$

Dengan nilai $n = 1, 2, 3, \dots$

2.4 Sistem Partikel Identik

Dua partikel dikatakan identik jika tidak ada efek ketika kedua partikel tersebut dipertukarkan. Lebih tepatnya, semua kuantitas teramati harus tidak berubah jika posisi, momentum, dan variabel dinamis lainnya seperti spin dari partikel pertama (x_1) dipertukarkan dengan variabel dinamis dari partikel kedua (x_2), yaitu (Akbar et al., 2017):

$$\hat{H}(x_1, x_2) = \hat{H}(x_2, x_1) \quad (2. 61)$$

Berkaitan dengan sistem partikel identik ini, didefinisikan operator pertukaran \hat{P} yang bekerja pada fungsi gelombang $\psi(1,2)$ sebagai berikut

$$\hat{P}\psi(x_1, x_2) = \psi(x_2, x_1) \quad (2. 62)$$

Artinya, operator pertukaran \hat{P} mempertukarkan koordinat partikel pertama (x_1) dengan partikel kedua (x_2) pada fungsi gelombang $\psi(x_1, x_2)$, sehingga diperoleh fungsi gelombang $\psi(x_2, x_1)$. Hal ini mengikuti prinsip bahwa partikel-partikel tersebut identik, sehingga jika posisi partikel ditukar, fungsi gelombang sistem partikel identik tidak berubah. Jika $\psi(x_1, x_2)$ merupakan fungsi eigen Hamiltonian dari persamaan (2. 57), maka

$$\hat{H}\psi(x_1, x_2) = E\psi(x_1, x_2) \quad (2. 63)$$

Maka penerapan \hat{P} pada persamaan eigen tersebut memberikan:

$$\begin{aligned} \hat{P}\hat{H}\psi(x_1, x_2) &= \hat{P}E\psi(x_1, x_2) \\ &= E\hat{P}\psi(x_1, x_2) \\ &= E\psi(x_2, x_1) \\ &= \hat{H}\psi(x_2, x_1) \\ &= \hat{H}\hat{P}\psi(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (2. 64)$$

Dimana \hat{P} dan \hat{H} bersifat saling komut, yaitu

$$[\hat{H}, \hat{P}] = 0 \quad (2. 65)$$

Karena itu, \hat{P} merepresentasikan suatu kuantitas kekal. Dari persamaan (2. 58) didapat

$$\hat{P}^2\psi(x_1, x_2) = \psi(x_1, x_2) \quad (2. 66)$$

Sehingga $\hat{P}^2 = 1$. Dari bentuk tersebut dapat memberikan nilai eigen ± 1 .

Berkaitan dengan nilai eigen ini, ambil ψ_s dan ψ_a yang memenuhi hubungan

$$\begin{aligned} \hat{P}\psi_s &= \psi_s \\ \hat{P}\psi_a &= -\psi_a \end{aligned} \quad (2. 67)$$

Dari hubungan antara persamaan (2. 58) dan persamaan (2. 63) untuk fungsi eigen simetri dapat didefinisikan sebagai

$$\psi_s(x_2, x_1) = \psi_s(x_1, x_2) \quad (2. 68)$$

Karena fungsi gelombang dari partikel identik hanya dapat bersifat simetri penuh dan antisimetri penuh saja, maka fungsi gelombang dapat disusun sebagai kombinasi linear dari fungsi gelombang masing-masing partikel.

$$\psi_s(x_1, x_2) = c_1\psi(x_1, x_2) + c_2\psi(x_2, x_2) \quad (2. 69)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{12}\psi_s(x_1, x_2) &= c_1\psi(x_2, x_1) + c_2\psi(x_1, x_2) \\ &= c_1\psi(x_1, x_2) + c_2\psi(x_2, x_1) \end{aligned} \quad (2. 70)$$

Dari persamaan tersebut dapat diketahui bahwa $c_1 = c_2$, sehingga diperoleh

$$\psi_s(x_1, x_2) = c_1(\psi(x_1, x_2) + \psi(x_2, x_1)) \quad (2. 71)$$

Konstanta c_1 dapat dicari melalui proses normalisasi.

$$(\psi_s(x_1, x_2), \psi_s(x_1, x_2)) =$$

$$\begin{aligned} &|c_1|^2 [(\psi(x_1, x_2), \psi(x_1, x_2)) + (\psi(x_2, x_1), \psi(x_2, x_1))] \\ &1 = 2|c_1|^2 \end{aligned} \quad (2. 72)$$

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\psi_s(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\psi(x_1, x_2) + \psi(x_2, x_1)\}$$

$$\psi_s(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\psi_{n_1}(x_1)\psi_{n_2}(x_2) + \psi_{n_1}(x_2)\psi_{n_2}(x_1)\}$$

n_1 dan n_2 adalah bilangan kuantum dari fungsi gelombang.

Sedangkan untuk fungsi eigen antisimetri dapat didefinisikan sebagai

$$\psi_a(x_2, x_1) = -\psi_a(x_1, x_2) \quad (2.73)$$

$$\psi_a(x_1, x_2) = c_1\psi(x_1, x_2) + c_2\psi(x_2, x_1) \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{12}\psi_a(x_1, x_2) &= c_1\psi(x_2, x_1) + c_2\psi(x_1, x_2) \\ &= -c_1\psi(x_1, x_2) - c_2\psi(x_2, x_1) \end{aligned} \quad (2.75)$$

Karena $c_1 = -c_2$, maka diperoleh

$$\psi_a(x_1, x_2) = c_1(\psi(x_1, x_2) - \psi(x_2, x_1)) \quad (2.76)$$

Konstanta c_1 dapat diperoleh melalui proses normalisasi.

$$(\psi_a(x_1, x_2), \psi_a(x_1, x_2)) =$$

$$|c_1|^2 [(\psi(x_1, x_2), \psi(x_1, x_2)) + (\psi(x_2, x_1), \psi(x_2, x_1))]$$

$$1 = 2|c_1|^2$$

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\psi_a(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\psi(x_1, x_2) - \psi(x_2, x_1)\}$$

$$\psi_a(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\psi_{n_1}(x_1)\psi_{n_2}(x_2) - \psi_{n_1}(x_2)\psi_{n_2}(x_1)\} \quad (2.77)$$

Hasil atau ungkapan bahwa \hat{P} merupakan tetapan gerak mempunyai arti bahwa jika dua partikel identik ditukar, fungsi gelombang total sistem akan

berubah dengan faktor yang tergantung pada sifat simetri atau antisimetri partikel-partikel tersebut. Jika partikel-partikel tersebut dalam keadaan simetri, maka setiap saat akan selalu simetri, dan keadaan antisimetri akan senantiasa tetap antisimetri. Kesimetrian ini merupakan hukum alam dan menjadi karakteristik dari partikel-partikel. Hukum simetri dan antisimetri dirumuskan oleh Pauli dan menyatakan (Purwanto, 2005):

1. Sistem yang terdiri dari partikel-partikel identik ber-spin bulat positif seperti $0, 1, 2, 3,$ dan seterusnya digambarkan oleh fungsi gelombang simetri. Partikel-partikel ini disebut partikel simetri dan tidak memenuhi larangan Pauli, sehingga pada satu tingkat energi dapat ditempati oleh beberapa partikel. Karena partikel-partikel simetri tidak dapat dibedakan satu sama lain, maka untuk pertukaran pada sesama partikel dan pengaturan tingkat energi tidak menghasilkan penyusunan yang berbeda.
2. Sistem yang terdiri dari partikel-partikel identik ber-spin setengah seperti $1/2, 3/2, 5/2,$ dan seterusnya digambarkan oleh fungsi gelombang antisimetri. Partikel-partikel ini disebut partikel antisimetri dan salah satu sifat khas yang dimiliki oleh partikel ini adalah terpenuhinya prinsip larangan Pauli. Berdasarkan prinsip ini maka dua partikel antisimetri tidak dapat berada dalam keadaan kuantum yang sama. Pada satu keadaan energi, hanya boleh ada maksimal dua partikel antisimetri dengan arah spin yang berlawanan.

Konsekuensi dari prinsip larangan Pauli menghasilkan pembatasan jumlah partikel antisimetri yang dapat menempati keadaan kuantum tertentu. Karena pada partikel antisimetri terdapat larangan untuk berada dalam keadaan yang sama,

maka jumlah partikel antisimetri harus lebih sedikit atau sama dengan jumlah keadaan yang tersedia. Hal tersebut tidak berlaku untuk partikel simetri, dimana tidak ada pembatasan jumlah partikel yang dapat menempati keadaan tertentu. Berapa pun jumlah keadaan yang tersedia, sehingga dalam keadaan tertentu dapat menampung partikel simetri dalam jumlah berapa pun.

2.5 Analogi Sistem Mesin Panas Klasik ke dalam Sistem Kuantum

Terdapat perbedaan dalam pendeskripsian kuantitas fisis antara sistem termodinamika klasik dan mekanika kuantum. Untuk kuantitas termodinamika klasik ditinjau berdasarkan besaran makroskopik, sedangkan untuk sistem mekanika kuantum ditinjau berdasarkan besaran mikroskopik. Namun dari perbedaan tersebut terdapat hubungan yang saling terkait antara satu sama lain, seperti temperatur.

Sistem termodinamika klasik dianggap sebagai sebuah silinder berpiston dimana piston tersebut dapat bergerak secara bebas tanpa gesekan dengan zat kerja yang digunakan adalah gas ideal. Piston ini bergerak akibat tekanan (P) yang bekerja padanya. Dalam sistem mekanika kuantum, analogi yang terdekat dengan sistem silinder berpiston adalah sistem partikel dalam kotak 1 dimensi atau sumur potensial tak hingga 1 dimensi dengan lebar $x = 0$ sampai $x = L$ (Bender et al., 2000). Dengan potensial $V = \infty$ pada kedua ruas tersebut, itu menyebabkan partikel terkurung didalam kotak dan tidak mungkin keluar. Pada salah satu batas dinding tersebut juga diberikan suatu gaya sehingga dinding dapat bergerak bebas.

Analogi besaran kuantitas dalam termodinamika klasik dan mekanika kuantum adalah sebagai berikut (Akbar et al., 2016):

Tabel 2. 1 Pendeskripsian kuantitas dalam sistem kuantum yang berkaitan dengan kuantitas sistem termodinamika klasik

No	Kuantitas dalam termodinamika klasik	Termodinamika dalam mekanika kuantum
1	Tekanan (P)	Gaya (F)
2	Volume (V)	Lebar kotak (L)
3	Energi internal (U)	Nilai harap hamiltonian
4	Kalor (Q)	Perubahan probabilitas keadaan
5	Usaha (W)	Perubahan nilai eigen energi

2.6 Hukum Termodinamika dalam Sistem Kuantum

Perumusan pada termodinamika kuantum dapat dilakukan dengan menganalogikan hukum I termodinamika ke dalam sistem kuantum (Sukamto et al., 2015):

$$dU = dQ + dW$$

Energi internal (dU) direpresentasikan oleh nilai harap hamiltonian, dimana nilai harap hamiltonian adalah jumlah probabilitas nilai eigen disetiap keadaan.

$$E = \langle H \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} P(E_n) E_n$$

kemudian dengan mendiferensiasi energi total pada sistem kuantum, maka

$$dE = \sum_{n=1}^{\infty} E_n dP_n + \sum_{n=1}^{\infty} P_n dE_n \quad (2.78)$$

sehingga diperoleh

$$dQ = \sum_{n=1}^{\infty} E_n dP_n$$

$$dW = \sum_{n=1}^{\infty} P_n dE_n \quad (2.79)$$

dimana E_n adalah energi eigen pada keadaan ke- n dan P_n adalah probabilitas partikel pada keadaan eigen ke- n .

Pada hukum I termodinamika, untuk nilai usaha atau kerja yang berkaitan dengan besaran makroskopis seperti tekanan dan volume dalam termodinamika klasik dapat diubah dengan gaya dan lebar sumur potensial dalam sistem termodinamika kuantum. Sehingga secara matematis dapat ditulis dengan

$$P = - \frac{dW}{dV}$$

$$F = - \frac{dW}{dL}$$

$$F = - \sum_{n=1}^{\infty} P_n \frac{dE_n}{dL} \quad (2. 80)$$

2.7 Termodinamika dalam Perspektif Islam

Termodinamika merupakan ilmu pengetahuan yang mempelajari dan menjelaskan mengenai perubahan kalor menjadi kerja atau sebaliknya. Sedangkan, entropi adalah salah satu besaran termodinamika terkait perubahan setiap keadaan, dari keadaan awal hingga keadaan akhir sistem. Semakin tinggi entropi suatu sistem menunjukkan sistem semakin tidak teratur. Fenomena entropi itu sendiri terdapat dalam Al-Qur'an surat Ar-Rahman ayat 9.

وَأَقِيمُوا الْوَزْنَ بِالْقِسْطِ وَلَا تُخْسِرُوا الْمِيزَانَ (الرحمن: ٩)

Artinya: *“Tegakkanlah timbangan itu dengan adil dan janganlah kamu mengurangi timbangan itu.”* [QS. Ar-Rahman/55:9]

Menurut beberapa tafsir yakni tafsir Jalalain dan tafsir Quraish Shihab menafsirkan QS. Ar-Rahman ayat 9 yaitu, yang pertama tafsir Jalalain “Dan tegakkanlah timbangan itu dengan adil, maksudnya tidak curang. Dan janganlah kalian mengurangi timbangan itu, maksudnya mengurangi barang yang ditimbang itu”. Dan yang kedua tafsir Quraish Shihab “Dan tegakkanlah timbangan itu secara adil pada setiap transaksi yang kalian lakukan. Janganlah kalian

mengurangi timbangan itu”. Kedua tafsir tersebut memiliki kesamaan yaitu membahas mengenai timbangan yang tidak boleh dikurangi atau dlebihkan (Chusni et al., 2018). Pada tafsir jalalain lebih menekankan kata “tidak curang” yang berarti tidak boleh menambah atau mengurangi hal-hal yang dapat menyebabkan ketidakseimbangan pada timbangan tersebut dapat terjadi bagaimanapun caranya.

Adapun asbabun nuzul yang terdapat dalam QS. Ar-Rahman ayat 9 adalah: “Allah meletakkan timbangan maksudnya adalah keadilan diantara manusia dalam ucapan dan perbuatan. Maksud Allah dalam ayat ini adalah bukan hanya timbangan yang kita kenal saja itu juga masuk dalam tafsir ayat ini karena timbangan yang kita kenal itu merupakan sarana menegakkan keadilan. Termasuk didalamnya adalah sarana pemutus perkara, dimana perkara itu perlu diputuskan dengan keadilan diantara manusia. Inti ajaran Islam adalah menegakkan syariat, dan syariat diturunkan tidak lain adalah sebagai neraca kehidupan sosial untuk menegakkan keadilan sesama manusia” (Chusni et al., 2018).

Terdapat sebuah korelasi antara ayat ini dengan konsep yang ada dalam termodinamika. Ayat ini membahas mengenai sebuah kesetimbangan dan jika dikaitkan dengan fenomena entropi, maka dapat diketahui bahwa ketika semuanya ingin seimbang janganlah mengurangi atau menambah hal-hal ataupun zat-zat yang sudah seimbang karena akan membuat ketidakseimbangan itu dapat terjadi. Apabila dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari, dapat dilihat bahwa ketidakseimbangan terjadi karena terdapat ketidakselarasan dan ketidakteraturan yang dapat menyebabkan kehancuran. Dalam fenomena ketidakteraturan yang terjadi pada suatu sistem dapat ditemui dalam konsep termodinamika.

BAB III
PERLUASAN TERMODINAMIKA KLASIK KE TERMODINAMIKA
KUANTUM

3.1 Hukum Pertama Termodinamika

Hukum pertama termodinamika untuk sistem kuantum dapat direpresentasikan oleh nilai harap Hamiltonian sistem. Mengingat nilai harap Hamiltonian sumur potensial satu dimensi merupakan manifestasi energi internal sistem, perubahan nilai harap Hamiltonian dapat dihubungkan dengan interaksi kalor dan kerja antara sistem dengan lingkungan. Hukum pertama termodinamika secara umum dapat dituliskan sebagai berikut (Zemansky & Dittman, 1986):

$$\begin{aligned}dU &= dQ + dW \\dU &= dQ - P dV \\dU &= dQ - F dL\end{aligned}\tag{3. 1}$$

Nilai harap Hamiltonian sistem secara analogi berperan sebagai energi internal pada mekanika kuantum. Perubahan infinitesimal energi internal untuk termodinamika kuantum merupakan perubahan infinitesimal nilai harap Hamiltonian. Perubahan nilai harap Hamiltonian yaitu

$$dU = d\langle\hat{H}\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} (E_n dP_n + P_n dE_n)\tag{3. 2}$$

Dua suku yang terdapat pada persamaan (3. 2) menunjukkan bahwa terdapat dua cara yang berbeda untuk mengubah energi sistem. Suku pertama merepresentasikan perubahan okupasi rata-rata atau probabilitas (dP_n) dan suku yang kedua merepresentasikan perubahan tingkat energi (dE_n). Masing-masing

dari suku tersebut mengidentifikasi bahwa untuk $\sum_{n=1}^{\infty} E_n dP_n$ berhubungan dengan kalor sistem dan bentuk $\sum_{n=1}^{\infty} P_n dE_n$ berhubungan dengan kerja yang dilakukan oleh sistem (Latifah & Purwanto, 2013).

3.2 Proses - proses Termodinamika Kuantum

3.2.1 Proses Adiabatik Kuantum

Secara klasik, proses adiabatik adalah suatu proses dimana sistem terisolasi secara termal. Suatu gas ideal yang berada di dalam tabung silinder dengan piston yang dapat bergerak dikatakan mengalami proses adiabatik ketika tidak ada panas yang mengalir ke luar maupun ke dalam gas tersebut. Ketika piston bergerak, gas dikatakan telah melakukan kerja mekanis dan sebagian energi dalam gas tersebut dimanfaatkan untuk melakukan kerja mekanis.

Proses adiabatik kuantum merupakan proses yang tidak terdapat transfer kalor antara sistem dengan lingkungan. Meskipun sistem mengalami lebar sumur potensial satu dimensi yang terjadi akibat pergeseran salah satu dinding potensial tak hingga, energi internal sistem diubah menjadi kerja sehingga sistem mengalami ekspansi. Jika sistem dikenai kerja oleh lingkungan, maka sistem mengalami kompresi dan terjadi peningkatan pada energi internalnya.

Secara mekanika kuantum, proses adiabatik dicirikan dengan tidak adanya perubahan rapat probabilitas tiap tingkat keadaan. Sehingga jumlah probabilitas tingkat keadaan eigen bernilai tetap, meskipun nilai eigen energinya mengalami perubahan. Proses adiabatik termodinamika klasik dicirikan dengan $dQ = 0$ dan energi internal sistem menurun ketika sistem melakukan usaha, sehingga menghasilkan pernyataan hukum pertama termodinamika, yaitu $dU = -dW$ (Akbar et al., 2017). Sementara untuk proses adiabatik kuantum dideskripsikan

dengan tidak terjadi perubahan rapat probabilitas setiap tingkat energi, sehingga $dP_n(L) = 0$. Pernyataan ini dapat menjelaskan hukum pertama termodinamika untuk sistem kuantum, yaitu $dE = \sum P_n(L)dE_n(L)$. Sehingga diperoleh formulasi energi panas dan kerja dari persamaan tersebut

$$dQ = \sum_{n=1}^{\infty} E_n(L)dP_n(L) \quad (3.3)$$

$$dW = - \sum_{n=1}^{\infty} P_n(L)dE_n(L) \quad (3.4)$$

Kerja yang dihasilkan atau dikenai sistem dipengaruhi oleh perubahan lebar dinding potensial. Kerja merupakan fungsi dari L yang berkaitan langsung pada eigen energi tiap keadaan karena energi tiap keadaan (nilai eigen energi) merupakan fungsi L . Kerja yang dilakukan oleh sistem merupakan energi mekanik yang dilepas atau diterima sistem yang dikenai/melakukan gaya (F) pada arah perpindahan dL . Untuk kasus satu dimensi, gaya yang bekerja pada dinding potensial tak hingga dapat diperoleh dari persamaan (3.4) yang diturunkan terhadap dL dengan nilai energi tiap keadaan, sehingga gaya yang diperoleh yaitu

$$\begin{aligned} F(L) &= - \frac{dW}{dL} \\ &= - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL} \\ &= - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} |a_n(L)|^2 \right\} \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pi^2 \hbar^2}{2m} \frac{dL^{-2}}{dL} \\ &= \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} |a_n(L)|^2 \right\} \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pi^2 \hbar^2}{mL^3} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Hukum pertama termodinamika untuk sistem kuantum dengan meninjau persamaan (3. 1) dan (3. 2) kemudian disubstitusikan dengan persamaan (3. 5), sehingga menghasilkan persamaan

$$dU = d\langle H \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} E_n dP_n - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} P_n \right\} \frac{(n_1^2 + n_2^2)\pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL \quad (3. 6)$$

3.2.2 Proses Isotermal Kuantum

Secara klasik, proses isotermal adalah suatu proses dimana temperatur sistem dijaga tetap konstan. Suatu gas ideal yang berada dalam suatu tabung silinder dengan piston yang dapat bergerak dikatakan mengalami proses isotermal ketika gas tersebut kontak dengan suatu reservoir panas sedemikian hingga temperatur gas dapat dijaga tetap konstan. Karena energi dalam gas ideal sebanding dengan temperatur gas tersebut maka energi dalam gas tetap konstan selama proses isotermal berlangsung. Dengan demikian, sesuai dengan hukum pertama, gas melakukan kerja yang besarnya sama besar dengan kalor yang diserap gas ketika kontak dengan reservoir panas.

Pada proses isotermal kuantum salah satu dinding potensial dari kotak satu dimensi bergerak sehingga menyebabkan terjadinya perubahan lebar kotak potensial L . Meskipun lebar kotak L berubah, nilai harap Hamiltonian pada sistem tetap konstan selama proses isotermal berlangsung.

$$E(L) = \langle H \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 E_n = \text{konstan} \quad (3. 7)$$

Untuk menjaga agar nilai harap Hamiltonian sistem bernilai konstan, maka koefisien ekspansi a_n harus tidak konstan namun berubah sebagai fungsi L . Sehingga nilai harap Hamiltonian sistem pada proses isotermal adalah

$$\langle H \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n(L)|^2 E_n \quad (3.8)$$

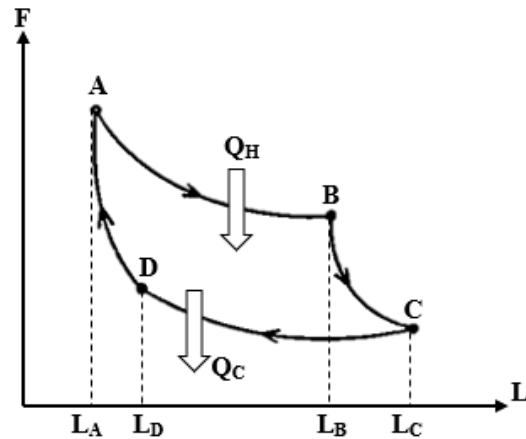
Dengan koefisien ekspansi $a_n(L)$ tetap harus memenuhi syarat normalisasi

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n(L)|^2 = 1 \quad (3.9)$$

Ketidakkonstanannya koefisien ekspansi $a_n(L)$ pada proses isothermal kuantum menyebabkan terjadinya perubahan probabilitas partikel dP_n . Artinya partikel akan tereksitasi ke keadaan energi yang lebih besar jika sistem terekspansi isothermal kuantum. Namun partikel akan tereksitasi ke keadaan energi yang lebih rendah jika sistem mengalami kompresi isothermal kuantum.

3.3 Mesin Carnot Kuantum

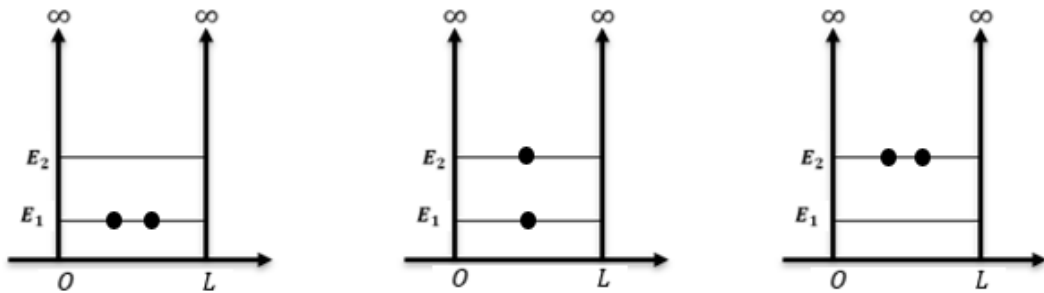
Mesin Carnot merupakan sebuah mesin ideal yang bekerja dalam siklus sederhana dan dikenal sebagai siklus Carnot. Siklus Carnot terdiri dari empat proses yang masing-masing terbalikkan. Pertama, partikel di dalam kotak mengalami ekspansi isothermal pada temperatur T_H sambil kotak kontak dengan tandon panas. Kedua, partikel mendorong dinding secara adiabatik yakni dalam keadaan terisolasi termal sampai temperatur jatuh menjadi T_C . Ketiga, partikel di dalam kotak ditekan secara isothermal dalam keadaan kotak dengan reservoir temperatur rendah. Keempat, partikel ditekan kembali tetapi secara adiabatik sampai mencapai temperatur T_H . Kuantitas gaya (F) dan lebar sumur potensial satu dimensi (L) berperan sebagai kuantitas tekanan (P) dan volume (V) pada sistem klasik sehingga siklus Carnot direpresentasikan dalam grafik $F - L$ sesuai gambar dibawah ini.



Gambar 3. 1 Diagram F - L siklus Carnot Kuantum

3.3.1 Sistem 2 Partikel Simetri

Partikel simetri merupakan partikel identik yang tidak dapat dibedakan dengan ciri khas dari partikel ini yaitu tidak mematuhi prinsip larangan Paulli. Konfigurasi dua partikel simetri pada dua tingkat energi dapat ditunjukkan pada gambar dibawah ini.



Gambar 3. 2 Ragam konfigurasi 2 partikel dalam kotak 1 dimensi

Untuk dua partikel simetri yang terperangkap dalam sumur potensial satu dimensi, fungsi gelombang ternormalisasinya terdiri dari beberapa konfigurasi. Pada penelitian ini, sistem hanya dibatasi untuk 2 tingkat energi terendah sehingga didapatkan fungsi gelombang untuk masing-masing 2 tingkat energi terendah. Fungsi gelombang untuk masing-masing dua tingkat energi terendah, secara berurutan berdasarkan nilai energinya yaitu (Akbar et al., 2017):

$$\psi_{1-1}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \right\} \quad (3. 10)$$

$$\psi_{1-2}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \right\} \quad (3.11)$$

$$\psi_{2-2}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) + \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L}\right) \right\} \quad (3.12)$$

Bentuk superposisi dari gelombang merupakan kombinasi linier dari

$$\psi(x_1, x_2) = a_1 \psi_{1-1}(x_1, x_2) + a_2 \psi_{1-2}(x_1, x_2) + a_3 \psi_{2-2}(x_1, x_2) \quad (3.13)$$

dimana untuk a_1 , a_2 , dan a_3 memenuhi syarat normalisasi

$$\sum_{n=1}^3 |a_n|^2 = |a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2 = 1 \quad (3.14)$$

Nilai harap Hamiltonian pada masing-masing konfigurasi dapat dinyatakan sebagai

$$\langle H \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-1} + |a_2|^2 E_{1-2} + |a_3|^2 E_{2-2} \quad (3.15)$$

dengan

$$E_{1-1} = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3.16)$$

$$E_{1-2} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3.17)$$

$$E_{2-2} = \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3.18)$$

Sehingga persamaan (3.15) menjadi

$$\langle H \rangle = \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2} |a_2|^2 + 4 |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3.19)$$

Persamaan (3.19) merupakan ekspektasi atau rata-rata energi partikel simetri pada sistem untuk mendorong dinding sumur potensial ketika partikel berada pada keadaan dasar, keadaan tereksitasi pertama, dan keadaan tereksitasi kedua yang dipengaruhi oleh perubahan probabilitas dan perubahan tingkat energi sistem.

3.3.1.1 Keadaan Dasar

Keadaan dasar sistem untuk siklus Carnot berdasarkan Gambar 3.1 berada di kondisi A dengan lebar potensial L_A dan gaya F_A . Keadaan dasar sistem adalah ketika kedua partikel simetri tepat berada pada keadaan pertama dan keadaan kedua. Dengan fungsi gelombang yang mewakili keadaan sistem adalah

$$\psi_A(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_A} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_A}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_A}\right) + \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_A}\right) \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_A}\right) \right\} \quad (3. 20)$$

Fungsi eigen (3. 20) berasosiasi dengan nilai eigen energi pada keadaan dasar ketika partikel berada pada keadaan pertama dan keadaan kedua. Sehingga,

$$\begin{aligned} E_{A-B}(L) &= (n_1^2 + n_2^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\ E_{A-B}(L) &= (1 + 1) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\ E_{A-B}(L) &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \end{aligned} \quad (3. 21)$$

Keadaan dasar diwakili oleh fungsi gelombang pada persamaan (3. 20) dan persamaan (3. 21) untuk nilai eigen energinya. Nilai harap hamiltonian pada keadaan dasar dengan lebar sumur potensial $L = L_A$ adalah

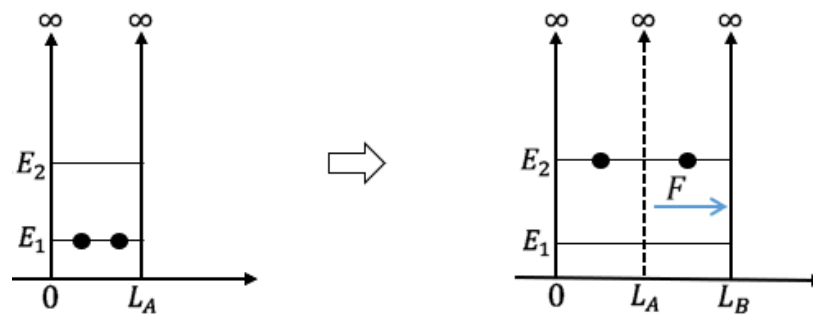
$$E_A = \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \quad (3. 22)$$

Karena pada keadaan dasar probabilitas keadaan sistem tepat berada pada keadaan pertama dan keadaan kedua, maka nilai mutlak kuadrat dari koefisien ekspansi merupakan representasi probabilitas keadaan eigen dari masing-masing keadaan sistem.

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = 1 \quad (3. 23)$$

3.3.1.2 Proses A – B (Ekspansi Isotermal Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik A – B adalah proses ekspansi isotermal kuantum, dimana pada proses ini sistem menyerap kalor Q_H dari reservoir panas tanpa mengalami perubahan energi internalnya. Hal ini terjadi karena pada proses ekspansi dan kompresi isotermal sistem berada pada temperatur konstan. Pada proses ini kalor yang diserap oleh sistem diubah menjadi usaha/kerja, sehingga berlaku $dQ = dW$.



Gambar 3. 3 Proses ekspansi isotermal kuantum sistem 2 partikel simetri

Ketika hukum pertama termodinamika diimplementasikan pada sistem kuantum untuk proses isotermal tidak terjadi perubahan energi internal. Hal tersebut berarti bahwa nilai harap hamiltonian sistem akan tetap stabil sepanjang proses isotermal. Untuk kalor yang diserap sistem melalui proses isotermal pada sistem kuantum hanya digunakan untuk menghasilkan kerja seperti pada termodinamika klasik.

$$dU = d\langle H \rangle = 0 \quad (3.24)$$

$$dQ = dW$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n dP_n = \sum_{n=1}^{\infty} P_n dE_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n dP_n = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} P_n \right\} \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL \quad (3.25)$$

Pada saat sistem menyerap kalor dari reservoir panas, partikel dalam sistem akan dieksitasi dari keadaan pertama dan keadaan kedua menuju ke keadaan yang lebih tinggi. Dalam konteks sumur potensial satu dimensi dengan lebar $L_A < L < L_B$, probabilitas keberadaan partikel dalam keadaan tertentu tidak akan mencapai 100 %. Hal ini disebabkan oleh perubahan tingkat keadaan partikel yang terjadi akibat eksitasi tersebut. Perubahan tingkat keadaan partikel menyebabkan distribusi probabilitas dari bilangan kuantum setiap keadaan juga mengalami perubahan. Dalam konteks kuantum, bilangan kuantum seperti bilangan kuantum energi, momentum, atau posisi, memiliki keterkaitan dengan probabilitas keberadaan partikel dalam suatu keadaan. Ketika partikel mengalami perubahan tingkat keadaan, probabilitas keberadaannya dalam setiap keadaan akan berubah sesuai dengan distribusi probabilitas yang sesuai dengan keadaan tersebut.

Energi partikel selama mendorong dinding sumur potensial adalah

$$\begin{aligned}
 E_{A-B}(L) &= \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-1} + |a_2|^2 E_{1-2} + |a_3|^2 E_{2-2} \\
 &= |a_1|^2 \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_2|^2 \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_3|^2 \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\
 E_{A-B}(L) &= \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2} |a_2|^2 + 4 |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \tag{3. 26}
 \end{aligned}$$

Nilai harap Hamiltonian di $L = L_A$ nilainya sama dengan nilai harap Hamiltonian di sepanjang $L = L_{A-B}$ karena sepanjang proses tersebut merupakan proses isothermal dimana prosesnya tidak mengalami perubahan energi internal, sehingga

$$E_A = E_{A-B}(L)$$

$$\begin{aligned}\frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} &= \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2}|a_2|^2 + 4|a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \\ L^2 &= L_A^2 \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2}|a_2|^2 + 4|a_3|^2 \right)\end{aligned}\quad (3.27)$$

dan nilai harap Hamiltonian sepanjang proses A-B yaitu

$$\begin{aligned}E_{A-B}(L) &= \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2}|a_2|^2 + 4|a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \\ E_{A-B}(L) &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2}\end{aligned}\quad (3.28)$$

Pada saat proses ekspansi isothermal berlangsung, gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial adalah

$$\begin{aligned}F_{A-B}(L) &= - \sum_n^\infty P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL} \\ &= \left(|a_1(L)|^2 + \frac{5}{2}|a_2(L)|^2 + 4|a_3(L)|^2 \right) \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \\ &= \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2 L} \\ F_{A-B}(L) &= \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2 L}\end{aligned}\quad (3.29)$$

Kerja yang dilakukan pada proses isothermal sepanjang titik A-B diperoleh dengan mengintegalkan fungsi gaya $F(L)$ yang bekerja pada dinding potensial satu dimensi pada persamaan (3.29) terhadap partisi infinitesimal dari lebar sumur potensial satu dimensi (dL)

$$\begin{aligned}W_{A-B} &= \int_{L_A}^{L_B} F_{A-B}(L) dL \\ &= \int_{L_A}^{L_B} \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2 L} dL\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \int_{L_A}^{L_B} \frac{dL}{L} \\
W_{A-B} &= \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \frac{L_B}{L_A} \tag{3.30}
\end{aligned}$$

Persamaan (3.30) menunjukkan bahwa kerja bernilai positif karena lebar sumur L_B bernilai lebih besar dari L_A , hal ini menunjukkan bahwa pada proses A-B sistem melakukan kerja untuk mengekspansi lebar sumur potensial satu dimensi. Lebar sumur potensial maksimum pada proses ekspansi isothermal sepanjang A sampai B berada pada $L = L_B = 2L_A$ dimana dalam hal ini dapat diasumsikan bahwa probabilitas partikel $a_1 = a_2 = 0$, dan $a_3 = 1$, yang berarti proses ekspansi isothermal berlangsung sampai kedua partikel simetri tereksitasi ke tingkat energi yang maksimum yaitu berada pada keadaan $n_1 = 2$ dan $n_2 = 2$. Fungsi gelombang yang mendeskripsikan keadaan sistem ketika berada di titik B adalah

$$\psi_B(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_B} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_B}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_B}\right) + \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_B}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_B}\right) \right\} \tag{3.31}$$

Karena nilai harap Hamiltonian pada titik A bernilai sama dengan nilai harap Hamiltonian pada titik B maka L_B/L_A dapat diperoleh dengan meninjau nilai harap Hamiltonian dari proses A-B, sehingga

$$\begin{aligned}
E_A &= E_B \\
\frac{2\pi^2 \hbar^2}{2mL_A^2} &= \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL_B^2} \\
\frac{L_B}{L_A} &= \sqrt{4} = 2 \tag{3.32}
\end{aligned}$$

Persamaan (3.32) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.30) yang akan menghasilkan bentuk persamaan dari kerja A-B yang lebih sederhana

$$W_{A-B} = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln 2 \quad (3.33)$$

Persamaan (3.33) menunjukkan bahwa lebar sumur L_B tidak dapat bernilai sembarang karena perbandingan antara L_B dan L_A bernilai bulat positif tergantung dari tingkat keadaan maksimum yang dibatasi oleh sistem. Pada proses ekspansi isothermal kuantum tidak ada perubahan pada energi internal sistem ($dU = 0$), sehingga berlaku $dQ = dW$. Kalor yang diserap sistem sebesar

$$Q_H = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln 2 \quad (3.34)$$

Persamaan (3.34) bernilai positif karena terjadi aliran kalor yang masuk menuju ke sistem atau reservoir yang bertemperatur tinggi. Nilai kalor yang masuk sama dengan kerja yang terjadi pada sistem, hal tersebut berarti bahwa semua kalor yang masuk ke dalam sistem akan diubah menjadi kerja.

3.3.1.3 Proses B – C (Ekspansi Adiabatik Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik B – C adalah proses ekspansi adiabatik kuantum, dimana pada proses ini lebar sumur potensial mengalami perubahan dari L_B hingga mencapai lebar maksimum pada L_C . L_C dan L_B dihubungkan oleh sebuah relasi, yaitu $L_C = \alpha L_B$ dimana $\alpha > 1$ (Yasin, 2018). Nilai α harus lebih besar dari 1, karena jika kurang dari 1 maka akan menjadi proses kompresi. Pada proses adiabatik kuantum tidak ada kalor yang masuk dan keluar dari sistem, maka energi dalam sistem akan mengalami perubahan yang menyebabkan tidak terjadinya perubahan pada probabilitas partikel. Sehingga partikel tidak mengalami eksitasi dan dalam hal ini keadaan sistem tetap pada tingkat energi tertinggi. Proses adiabatik dalam sistem termodinamika kuantum tidak disertai

perubahan probabilitas untuk setiap keadaan eigen $dP_n = 0$, sehingga pernyataan hukum pertama untuk proses adiabatik kuantum adalah

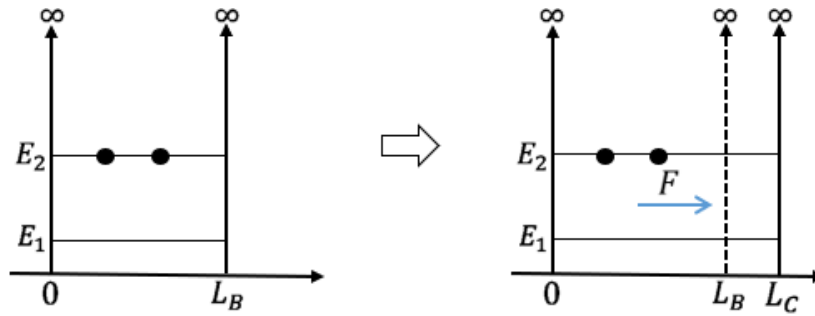
$$dU = d\langle H \rangle = - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} P_n \right\} \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL \quad (3.35)$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa pada proses adiabatik, perubahan nilai harap Hamiltonian sistem merupakan kerja yang dilakukan atau dikenakan pada sistem. Pada saat proses ekspansi adiabatik terjadi, kedua partikel simetri tetap berada pada keadaan $n_1 = 2$ dan $n_2 = 2$. Nilai harap Hamiltonian sistem selama proses ekspansi adiabatik kuantum adalah

$$E_{B-C}(L) = (2^2 + 2^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{B-C}(L) = \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{B-C}(L) = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3.36)$$



Gambar 3. 4 Proses ekspansi adiabatik kuantum sistem 2 partikel simetri

Gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial ketika proses ekspansi adiabatik adalah

$$F_{B-C}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$F_{B-C}(L) = \frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \quad (3.37)$$

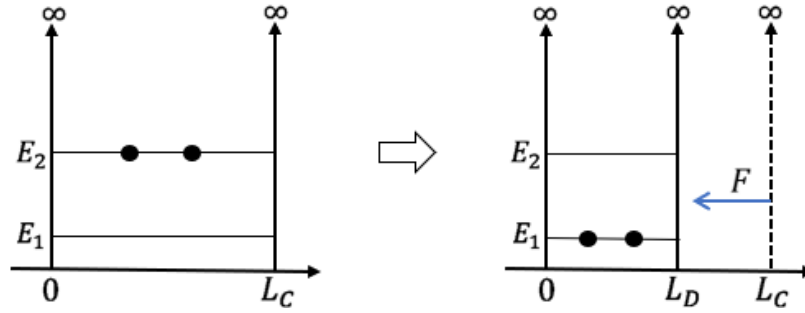
Kerja yang dihasilkan dari proses ini adalah

$$\begin{aligned}
 W_{B-C} &= \int_{L_B}^{L_C} \frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL \\
 &= \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] \\
 &= \frac{4\pi^2 \hbar^2}{m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] \tag{3.38}
 \end{aligned}$$

Kerja yang dihasilkan dari proses B – C berdasarkan persamaan (3.38) bernilai positif, yang menunjukkan bahwa sistem melakukan kerja untuk mengekspansi lebar sumur potensial satu dimensi dari L_B ke L_C .

3.3.1.4 Proses C – D (Kompresi Isotermal Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik C – D adalah proses kompresi isotermal kuantum, dimana pada proses ini sistem tidak mengalami perubahan nilai harap Hamiltonian karena pada sistem klasik proses ini tidak mengalami perubahan energi internal dan temperatur tetap konstan selama proses ini terjadi. Pada proses ini sistem mengalami kompresi yang menyebabkan lebar sumur potensial berubah menjadi lebih pendek dari sebelumnya. Dalam proses kompresi isotermal, sistem mengalami transfer kalor dengan lingkungannya, karena sistem dan lingkungan mengalami kontak yang menyebabkan aliran kalor berpindah dari sistem yang memiliki temperatur lebih tinggi ke sistem lain yang memiliki temperatur lebih rendah hingga mencapai kesetimbangan. Sehingga terjadi perubahan probabilitas dan partikel tereksitasi ke tingkat energi yang minimum.



Gambar 3. 5 Proses kompresi isotermal kuantum sistem 2 partikel simetri

Fungsi gelombang yang mendeskripsikan keadaan partikel ketika berada di titik C adalah

$$\psi_C(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_C} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_C}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_C}\right) + \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_C}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_C}\right) \right\} \quad (3.39)$$

dimana keadaan partikel berada pada keadaan $n_1 = 2$ dan $n_2 = 2$. Dan probabilitas tingkat keadaan yang dimiliki sistem pada kondisi C masih belum mengalami relaksasi, yaitu

$$\begin{aligned} E_C &= \frac{(n_1^2 + n_2^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} \\ E_C &= \frac{(2^2 + 2^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} \\ E_C &= \frac{4\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Nilai harap Hamiltonian sebagai fungsi L selama proses kompresi isotermal kuantum berlangsung, diberikan oleh

$$\begin{aligned} E_{C-D}(L) &= \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-1} + |a_2|^2 E_{1-2} + |a_3|^2 E_{2-2} \\ &= |a_1|^2 \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_2|^2 \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_3|^2 \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\ E_{C-D}(L) &= \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2} |a_2|^2 + 4 |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Karena pada proses kompresi isothermal kuantum energi yang terlibat bersifat konstan, sehingga didapatkan hubungan

$$E_C = E_{C-D}(L)$$

$$\frac{4\pi^2\hbar^2}{mL_C^2} = \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2}|a_2|^2 + 4|a_3|^2\right) \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^2}$$

$$L^2 = \frac{L_C^2}{4} \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2}|a_2|^2 + 4|a_3|^2\right) \quad (3.42)$$

dari persamaan (3.42), maka nilai harap Hamiltonian pada proses isothermal kuantum adalah

$$E_{C-D}(L) = \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2}|a_2|^2 + 4|a_3|^2\right) \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^2}$$

$$E_{C-D}(L) = \frac{4\pi^2\hbar^2}{mL_C^2} \quad (3.43)$$

Pada saat kompresi isothermal berlangsung, gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial adalah

$$F_{C-D}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$= \left(|a_1(L)|^2 + \frac{5}{2}|a_2(L)|^2 + 4|a_3(L)|^2\right) \frac{2\pi^2\hbar^2}{mL^3}$$

$$= \frac{2\pi^2\hbar^2}{mL^2 L}$$

$$F_{C-D}(L) = \frac{8\pi^2\hbar^2}{mL_C^2 L} \quad (3.44)$$

Kerja yang dilakukan pada proses isothermal sepanjang titik C – D didapat dengan mengintegrasikan fungsi gaya $F(L)$ yang bekerja pada dinding sumur potensial satu dimensi pada persamaan (3.44) terhadap partisi infinitesimal dari lebar sumur potensial satu dimensi (dL)

$$\begin{aligned}
W_{C-D} &= \int_{L_C}^{L_D} F_{C-D}(L) dL \\
&= \int_{L_C}^{L_D} \frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2 L} dL \\
&= \frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \int_{L_C}^{L_D} \frac{dL}{L} \\
&= \frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \frac{L_D}{L_C}
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Lebar sumur potensial maksimum pada proses ekspansi isothermal sepanjang C sampai D berada pada $L = L_D = \frac{1}{2}L_C$ dimana dalam hal ini dapat diasumsikan bahwa probabilitas partikel $a_1 = 1$, dan $a_2 = a_3 = 0$, yang berarti proses kompresi isothermal berlangsung sampai kedua partikel simetri tereksitasi ke tingkat energi yang minimum. Keadaan partikel akan mencapai batas minimum ketika partikel berada pada keadaan dasar $n_1 = 1$ dan $n_2 = 1$ dengan fungsi gelombang sebagai berikut

$$\psi_D(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_D} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_D}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_D}\right) + \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_D}\right) \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_D}\right) \right\} \tag{3.46}$$

Nilai harap Hamiltonian ketika sistem berada pada titik D adalah

$$\begin{aligned}
E_D &= \frac{(1^2 + 1^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL_D^2} \\
E_D &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_D^2}
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Nilai harap Hamiltonian pada keadaan C bernilai sama dengan nilai harap Hamiltonian pada keadaan D, sehingga nilai L_D/L_C dapat diperoleh dengan meninjau nilai harap Hamiltonian dari proses $C - D$ yang bernilai konstan. Sehingga berlaku,

$$\begin{aligned}
E_C &= E_D \\
\frac{4\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_D^2} \\
\frac{4}{L_C^2} &= \frac{1}{L_D^2} \\
\frac{L_D^2}{L_C^2} &= \sqrt{\frac{1}{4}}
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Kemudian substitusikan persamaan (3.48) ke dalam persamaan (3.45), sehingga diperoleh bentuk persamaan kerja sebagai berikut

$$\begin{aligned}
W_{C-D} &= \frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{1}{4}} \\
W_{C-D} &= -\frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln 2
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Persamaan (3.49) bernilai negatif yang berarti bahwa sistem dikenai kerja. Pada proses ekspansi isothermal kuantum tidak ada perubahan pada energi internal sistem ($dU = 0$), sehingga berlaku $dQ = dW$. Kalor yang dilepas sistem sebesar

$$Q_C = -\frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln 2 \tag{3.50}$$

Persamaan (3.50) bernilai negatif yang menunjukkan terjadi aliran kalor keluar dari sistem dan menuju lingkungan atau reservoir yang bertemperatur rendah.

3.3.1.5 Proses D – A (Kompresi Adiabatik Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik D – A adalah proses kompresi adiabatik kuantum, dimana pada proses ini tidak ada transfer kalor antara sistem dan lingkungan. Pada proses kompresi adiabatik terjadi perubahan lebar sumur potensial satu dimensi yang menjadi lebih pendek dari lebar semula dan tidak ada perubahan probabilitas keadaan sistem yang terjadi. Partikel dan keadaan sistem

tetap berada pada keadaan dasar dan lebar sumur potensial berubah dari L_D menjadi L_A . Selama proses kompresi adiabatik berlangsung, nilai harap Hamiltonian sistem adalah

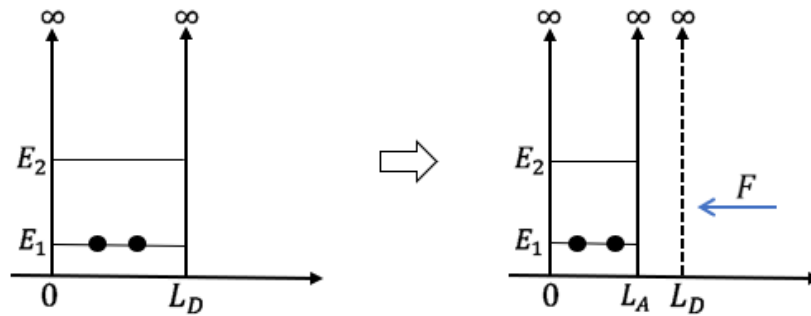
$$E_{D-A}(L) = \frac{(1^2 + 1^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{D-A}(L) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3.51)$$

dan gaya yang bekerja pada dinding potensial satu dimensi adalah

$$F_{D-A}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$F_{D-A}(L) = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \quad (3.52)$$



Gambar 3. 6 Proses kompresi adiabatik kuantum sistem 2 partikel simetri

Kerja yang terjadi pada proses D – A dapat diperoleh dengan mengintegalkan persamaan (3. 52) terhadap partisi infinitesimal dL sepanjang proses kompresi adiabatik berlangsung yaitu sepanjang proses D – A yang dinyatakan sebagai

$$W_{D-A} = \int_{L_D}^{L_A} F_{D-A}(L) dL$$

$$= \int_{L_D}^{L_A} \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \\
W_{D-A} &= \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{L_A^2}{L_D^2} - 1 \right] \tag{3.53}
\end{aligned}$$

Persamaan (3.53) bernilai negatif karena L_A/L_D bernilai kurang dari 1, yang berarti bahwa sistem dikenai kerja sepanjang proses kompresi adiabatik kuantum.

3.3.1.6 Efisiensi Mesin Carnot Kuantum dengan 2 Partikel Simetri

Efisiensi merupakan presentasi dari energi panas yang diubah menjadi kerja. Nilai efisiensi diperoleh dari rasio kerja mekanik W_{total} yang dihasilkan sistem terhadap kalor yang masuk ke dalam sistem. Untuk mesin Carnot kuantum, kerja mekanik W_{total} diperoleh dengan menjumlahkan kerja yang dihasilkan dari keempat proses yang terjadi.

$$\begin{aligned}
W_{total} &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \\
&= \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln 2 + \frac{4\pi^2 \hbar^2}{m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{8\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln 2 + \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \\
&= \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \left(\frac{2 \ln 2}{L_A^2} + 4 \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{8}{L_C^2} \ln 2 + \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \left(\frac{2 \ln 2}{L_A^2} + \frac{1}{L_A^2} \left[1 - \frac{1}{\alpha^2} \right] - \frac{2}{\alpha^2 L_A^2} \ln 2 + \frac{1}{\alpha^2 L_A^2} - \frac{1}{L_A^2} \right) \\
&= \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \left(2 \ln 2 + 1 - \frac{1}{\alpha^2} - \frac{2}{\alpha^2} \ln 2 + \frac{1}{\alpha^2} - 1 \right) \\
W_{total} &= \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2} \right) \ln 2 \tag{3.54}
\end{aligned}$$

dan besar kalor yang masuk ke sistem yaitu $\frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln 2$, sehingga diperoleh nilai efisiensi mesin Carnot kuantum berbasis sistem 2 partikel simetri dalam sumur potensial satu dimensi

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{W_{total}}{Q_H} \\
&= \frac{\frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right) \ln 2}{\frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln 2} \\
\eta &= 1 - \frac{1}{\alpha^2} \tag{3.55}
\end{aligned}$$

Dan dapat diubah dalam bentuk

$$\begin{aligned}
\eta &= 1 - \frac{1}{\alpha^2} \\
\eta &= 1 - \frac{L_B^2}{L_C^2} \\
\eta &= 1 - 4 \frac{L_A^2}{L_C^2} \tag{3.56}
\end{aligned}$$

Nilai efisiensi juga dapat dinyatakan dengan nilai harap Hamiltoniannya. Merujuk pada nilai harap Hamiltonian pada reservoir panas dan nilai harap Hamiltonian pada reservoir dingin, maka efisiensi mesin Carnot kuantum didapatkan

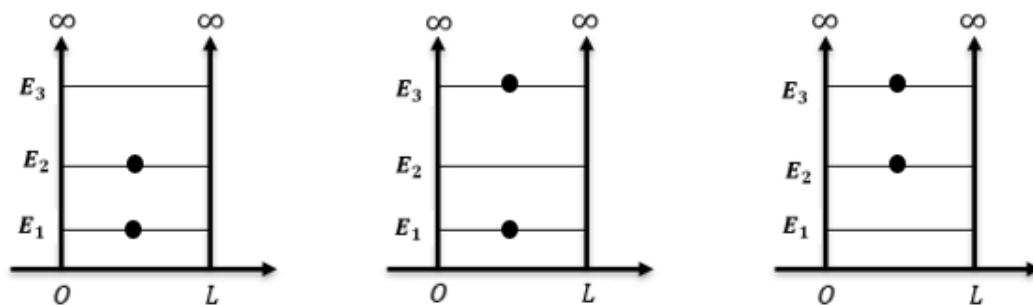
$$\begin{aligned}
\eta &= 1 - 4 \frac{L_A^2}{L_C^2} \\
&= 1 - \frac{\frac{4\pi^2 \hbar^2}{mE_A}}{\frac{4\pi^2 \hbar^2}{mE_C}} \\
&= 1 - \frac{E_C}{E_A} \tag{3.57}
\end{aligned}$$

Dari persamaan (3.56) menunjukkan bahwa nilai efisiensi tidak mungkin mencapai 100%, karena untuk mencapai 100% maka L_C harus mencapai panjang tak hingga dan hal ini tidak mungkin dalam fisika. Hal ini berarti bahwa hasil dari

efisiensi mesin Carnot kuantum dengan sistem 2 partikel simetri sesuai dengan pernyataan Kelvin – Planck yang menyatakan bahwa tidak mungkin terdapat proses yang dapat berlangsung secara terus-menerus dengan menyerap kalor dan mengubah seluruh kalor yang tersebut menjadi kerja. Terdapat korelasi antara sistem termodinamika klasik dengan sistem termodinamika kuantum untuk siklus Carnot.

3.3.2 Sistem 2 Partikel Antisimetri Skenario 1

Partikel antisimetri merupakan partikel identik yang tidak dapat dibedakan dengan ciri khas dari partikel ini yaitu memenuhi prinsip larangan Pauli. Konfigurasi dua partikel antisimetri pada tiga tingkat energi dapat ditunjukkan pada gambar dibawah ini.



Gambar 3. 7 Ragam konfigurasi 2 partikel antisimetri dalam kotak 1 dimensi

Untuk dua partikel antisimetri yang terperangkap dalam sumur potensial satu dimensi, fungsi gelombang ternormalisasinya terdiri dari beberapa konfigurasi. Pada penelitian ini, sistem hanya dibatasi untuk 3 tingkat energi terendah sehingga didapatkan fungsi gelombang untuk masing-masing 3 tingkat energi terendah. Fungsi gelombang untuk masing-masing tiga tingkat energi terendah, secara berurutan berdasarkan nilai energinya yaitu:

$$\psi_{1-2}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_A} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_A}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_A}\right) - \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_A}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_A}\right) \right\} \quad (3.58)$$

$$\psi_{1-3}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_A} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_A}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L_A}\right) - \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_A}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L_A}\right) \right\} \quad (3.59)$$

$$\psi_{2-3}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_A} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_A}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L_A}\right) - \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_A}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L_A}\right) \right\} \quad (3.60)$$

Bentuk superposisi dari gelombang merupakan kombinasi linier dari 3 fungsi gelombang pada persamaan (3.55), (3.56), dan (3.57) yaitu (Abidin, 2017)

$$\psi(x_1, x_2) = a_1 \psi_{1-1}(x_1, x_2) + a_2 \psi_{1-3}(x_1, x_2) + a_3 \psi_{2-3}(x_1, x_2) \quad (3.61)$$

dimana untuk a_1 , a_2 , dan a_3 memenuhi syarat normalisasi

$$\sum_{n=1}^3 |a_n|^2 = |a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2 = 1 \quad (3.62)$$

Nilai harap Hamiltonian pada masing-masing konfigurasi dapat dinyatakan sebagai

$$\langle H \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-2} + |a_2|^2 E_{1-3} + |a_3|^2 E_{2-3} \quad (3.63)$$

dengan

$$E_{1-2} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3.64)$$

$$E_{1-3} = \frac{10\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3.65)$$

$$E_{2-3} = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3.66)$$

Sehingga persamaan (3.60) menjadi

$$\langle H \rangle = \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + 5 |a_2|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3.67)$$

Persamaan (3.64) merupakan ekspektasi atau rata-rata energi partikel antisimetri pada sistem untuk mendorong dinding sumur potensial ketika partikel berada pada

keadaan dasar, keadaan tereksitasi pertama, dan keadaan tereksitasi kedua yang dipengaruhi oleh perubahan probabilitas dan perubahan tingkat energi sistem.

3.3.2.1 Keadaan Dasar

Keadaan dasar sistem untuk siklus Carnot berdasarkan Gambar 3.1 berada di kondisi A dengan lebar potensial L_A dan gaya F_A . Keadaan dasar sistem adalah ketika kedua partikel antisimetri tepat berada pada keadaan pertama dan keadaan kedua. Dengan fungsi gelombang yang mewakili keadaan sistem adalah

$$\psi_A(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_A} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_A}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_A}\right) - \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_A}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_A}\right) \right\} \quad (3.68)$$

Fungsi eigen (3.68) berasosiasi dengan nilai eigen energi di keadaan dasar ($n_1 = 1, n_2 = 2$). Sehingga

$$\begin{aligned} E_{A-B}(L) &= (1^2 + 2^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\ &= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Keadaan dasar diwakili oleh fungsi gelombang pada persamaan (3.68) dan nilai eigen pada persamaan (3.69). Nilai harap Hamiltonian pada keadaan dasar dengan lebar sumur $L = L_A$ adalah

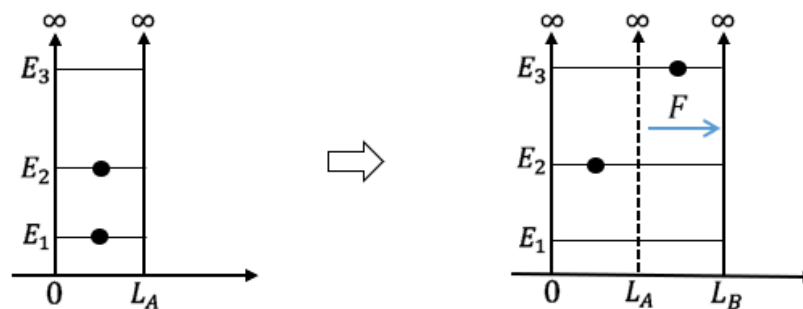
$$E_A = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_A^2} \quad (3.70)$$

Karena pada keadaan dasar probabilitas keadaan sistem tepat berada pada keadaan pertama dan keadaan kedua, maka nilai mutlak kuadrat dari koefisien ekspansi merupakan representasi probabilitas keadaan eigen dari masing-masing keadaan sistem.

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = 1 \quad (3.71)$$

3.3.2.2 Proses A – B (Ekspansi Isotermal Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik A – B adalah proses ekspansi isotermal kuantum, dimana pada proses ini sistem menyerap kalor Q_H dari reservoir panas tanpa mengalami perubahan dalam energi internalnya. Hal ini terjadi karena pada proses ekspansi dan kompresi isotermal sistem berada pada temperatur konstan. Pada proses ini kalor yang diserap oleh sistem diubah menjadi usaha/kerja, sehingga berlaku $dQ = dW$.



Gambar 3. 8 Proses ekspansi isotermal kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 1

Ketika hukum pertama termodinamika diimplementasikan pada sistem kuantum untuk proses isotermal tidak terjadi perubahan energi internal. Hal tersebut berarti bahwa nilai harap hamiltonian sistem akan tetap stabil sepanjang proses isotermal. Untuk kalor yang diserap sistem melalui proses isotermal pada sistem kuantum hanya digunakan untuk menghasilkan kerja seperti pada termodinamika klasik.

$$dU = d\langle H \rangle = 0 \quad (3.72)$$

$$dQ = dW$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n dP_n = \sum_{n=1}^{\infty} P_n dE_n \quad (3.73)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n dP_n = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} P_n \right\} \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL$$

Pada saat sistem menyerap kalor dari reservoir panas, partikel dalam sistem akan dieksitasi dari keadaan pertama dan keadaan kedua menuju ke keadaan yang lebih tinggi. Dalam konteks sumur potensial satu dimensi dengan lebar $L_A < L < L_B$, probabilitas keberadaan partikel dalam keadaan tertentu tidak akan mencapai 100 %. Hal ini disebabkan oleh perubahan tingkat keadaan partikel yang terjadi akibat eksitasi tersebut. Perubahan tingkat keadaan partikel menyebabkan distribusi probabilitas dari bilangan kuantum setiap keadaan juga mengalami perubahan. Dalam konteks kuantum, bilangan kuantum seperti bilangan kuantum energi, momentum, atau posisi, memiliki keterkaitan dengan probabilitas keberadaan partikel dalam suatu keadaan. Ketika partikel mengalami perubahan tingkat keadaan, probabilitas keberadaannya dalam setiap keadaan akan berubah sesuai dengan distribusi probabilitas yang sesuai dengan keadaan tersebut.

Energi partikel selama mendorong dinding sumur potensial adalah

$$\begin{aligned} E_{A-B}(L) &= \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-2} + |a_2|^2 E_{1-3} + |a_3|^2 E_{2-3} \\ &= |a_1|^2 \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_2|^2 \frac{10\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_3|^2 \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\ E_{A-B}(L) &= \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + 5 |a_2|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \end{aligned} \quad (3.74)$$

Nilai harap Hamiltonian di $L = L_A$ nilainya sama dengan nilai harap Hamiltonian di sepanjang $L = L_{A-B}$ karena sepanjang proses tersebut merupakan

proses isothermal dimana prosesnya tidak mengalami perubahan energi internal, sehingga

$$\begin{aligned}
 E_A &= E_{A-B}(L) \\
 \frac{5\pi^2\hbar^2}{2mL_A^2} &= \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2 \right) \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^2} \\
 5L^2 &= 2L_A^2 \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2 \right) \\
 L^2 &= \frac{2L_A^2}{5} \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2 \right) \tag{3.75}
 \end{aligned}$$

dan nilai harap Hamiltonian sepanjang proses A-B yaitu

$$\begin{aligned}
 E_{A-B}(L) &= \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2 \right) \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^2} \\
 E_{A-B}(L) &= \frac{5\pi^2\hbar^2}{2mL_A^2} \tag{3.76}
 \end{aligned}$$

Pada saat proses ekspansi isothermal berlangsung, gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial adalah

$$\begin{aligned}
 F_{A-B}(L) &= - \sum_n^\infty P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL} \\
 &= \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2 \right) \frac{2\pi^2\hbar^2}{mL^3} \\
 F_{A-B}(L) &= \frac{5\pi^2\hbar^2}{mL_A^2 L} \tag{3.77}
 \end{aligned}$$

Kerja yang dilakukan pada proses isothermal sepanjang titik A-B diperoleh dengan mengintegalkan fungsi gaya $F(L)$ yang bekerja pada dinding potensial satu dimensi pada persamaan (3.77) terhadap partisi infinitesimal dari lebar sumur potensial satu dimensi (dL)

$$\begin{aligned}
W_{A-B} &= \int_{L_A}^{L_B} F_{A-B}(L) dL \\
&= \int_{L_A}^{L_B} \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2 L} dL \\
&= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \int_{L_A}^{L_B} \frac{dL}{L} \\
W_{A-B} &= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \frac{L_B}{L_A} \tag{3.78}
\end{aligned}$$

Persamaan (3.78) menunjukkan bahwa kerja bernilai positif karena lebar sumur L_B bernilai lebih besar dari L_A , hal ini menunjukkan bahwa pada proses A-B sistem melakukan kerja untuk mengekspansi lebar sumur potensial satu dimensi. Lebar sumur potensial maksimum pada proses ekspansi isothermal sepanjang A sampai B berada pada $L = L_B = \sqrt{\frac{13}{5}} L_A$ dimana dalam hal ini dapat diasumsikan bahwa probabilitas partikel $a_1 = a_2 = 0$ dan $a_3 = 1$, yang berarti pada proses ekspansi isothermal berlangsung sampai kedua partikel antisimetri tereksitasi ke tingkat energi yang maksimum. Fungsi gelombang yang mendeskripsikan keadaan sistem ketika berada di titik B adalah

$$\psi_B(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_B} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_B}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L_B}\right) - \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_B}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L_B}\right) \right\} \tag{3.79}$$

Karena nilai harap Hamiltonian pada titik A bernilai sama dengan nilai harap Hamiltonian pada titik B sehingga L_B/L_A dapat diperoleh dengan meninjau nilai harap Hamiltonian dari proses A-B, sehingga

$$\begin{aligned}
E_A &= E_B \\
\frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_A^2} &= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_B^2}
\end{aligned}$$

$$\frac{L_B}{L_A} = \sqrt{\frac{13}{5}} \quad (3. 80)$$

Persamaan (3. 80) disubstitusikan ke dalam persamaan (3. 78) yang akan menghasilkan bentuk persamaan dari kerja A-B yang lebih sederhana

$$W_{A-B} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} \quad (3. 81)$$

Persamaan (3. 81) menunjukkan bahwa lebar sumur L_B tidak dapat bernilai sembarang karena perbandingan antara L_B dan L_A bernilai bulat positif tergantung dari tingkat keadaan maksimum yang dibatasi oleh sistem. Pada proses ekspansi isothermal kuantum tidak ada perubahan pada energi internal sistem ($dU = 0$), sehingga berlaku $dQ = dW$. Kalor yang diserap sistem sebesar

$$Q_H = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} \quad (3. 82)$$

Persamaan (3. 82) bernilai positif karena terjadi aliran kalor yang masuk dari lingkungan dan menuju ke sistem atau reservoir yang bertemperatur tinggi. Nilai kalor yang masuk sama dengan kerja yang terjadi pada sistem, hal tersebut berarti bahwa semua kalor yang masuk ke dalam sistem akan diubah menjadi kerja.

3.3.2.3 Proses B – C (Ekspansi Adiabatik Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik B – C adalah proses ekspansi adiabatik kuantum, dimana pada proses ini lebar sumur potensial mengalami perubahan dari L_B hingga mencapai lebar maksimum pada L_C . L_C dan L_B dihubungkan oleh sebuah relasi, yaitu $L_C = \alpha L_B$ dimana $\alpha > 1$ (Yasin, 2018). Nilai α harus lebih besar dari 1, karena jika kurang dari 1 maka akan menjadi proses kompresi. Pada proses adiabatik kuantum tidak ada kalor yang masuk dan keluar dari sistem,

maka energi dalam sistem akan mengalami perubahan yang menyebabkan tidak terjadinya perubahan probabilitas partikel. Sehingga partikel tidak mengalami eksitasi dan dalam hal ini keadaan sistem tetap pada tingkat energi tertinggi. Proses adiabatik dalam sistem termodinamika kuantum tidak disertai perubahan probabilitas untuk setiap keadaan eigen $dP_n = 0$, sehingga diperoleh pernyataan hukum pertama untuk proses adiabatik kuantum adalah

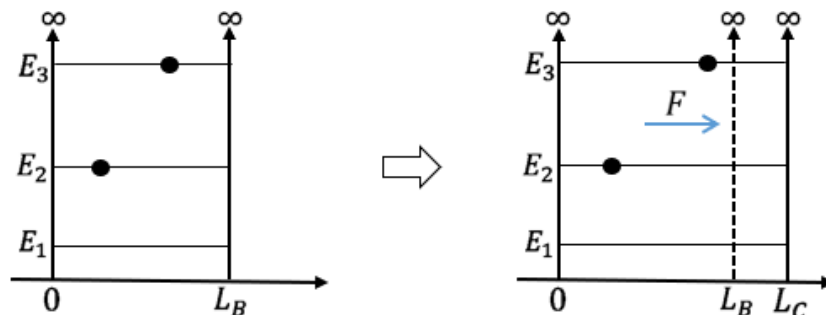
$$dU = d\langle H \rangle = - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} P_n \right\} \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL \quad (3.83)$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa pada proses adiabatik, perubahan nilai harap Hamiltonian sistem merupakan kerja yang dilakukan atau dikenakan pada sistem. Pada saat proses ekspansi adiabatik terjadi, kedua partikel antisimetri tetap berada pada keadaan $n_1 = 2$ dan $n_2 = 3$. Nilai harap Hamiltonian sistem selama proses ekspansi adiabatik kuantum adalah

$$E_{B-C}(L) = (n_1^2 + n_2^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{B-C}(L) = (2^2 + 3^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{B-C}(L) = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3.84)$$



Gambar 3. 9 Proses ekspansi adiabatik kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 1

Gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial ketika proses ekspansi adiabatik adalah

$$F_{B-C}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$F_{B-C}(L) = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \quad (3.85)$$

Kerja yang dihasilkan dari proses ini adalah

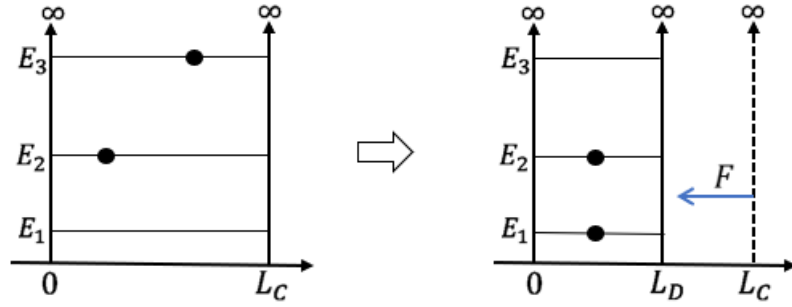
$$W_{B-C} = \int_{L_B}^{L_C} \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL$$

$$= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] \quad (3.86)$$

Kerja yang dihasilkan dari proses B – C berdasarkan persamaan (3.86) bernilai positif, yang menunjukkan bahwa sistem melakukan kerja untuk mengekspansi lebar sumur potensial satu dimensi dari L_B ke L_C .

3.3.2.4 Proses C – D (Kompresi Isotermal Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik C – D adalah proses kompresi isotermal kuantum, dimana pada proses ini sistem tidak mengalami perubahan nilai harap Hamiltonian karena pada sistem klasik proses ini tidak mengalami perubahan energi internal dan temperatur tetap konstan selama proses ini terjadi. Pada proses ini sistem mengalami kompresi yang menyebabkan lebar sumur potensial berubah menjadi lebih pendek dari lebar sebelumnya. Dalam proses kompresi isotermal, sistem mengalami transfer kalor dengan lingkungannya, karena sistem dan lingkungan mengalami kontak yang menyebabkan aliran kalor berpindah dari sistem yang memiliki temperatur lebih tinggi ke sistem lain yang memiliki temperatur lebih rendah hingga mencapai kesetimbangan. Sehingga terjadi perubahan probabilitas dan partikel tereksitasi ke tingkat energi yang minimum.



Gambar 3. 10 Proses kompresi isothermal kuantum sistem 2 partikel antisimetri
skenario 1

Fungsi gelombang yang mendeskripsikan keadaan partikel ketika berada di titik C adalah

$$\psi_C(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_C} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_C}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L_C}\right) - \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_C}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L_C}\right) \right\} \quad (3.87)$$

dimana kedua partikel berada pada keadaan maksimum di $n_1 = 2$ dan $n_2 = 3$. Dan probabilitas tingkat keadaan yang dimiliki sistem pada kondisi C masih belum mengalami relaksasi. Sehingga,

$$E_C = \frac{(2^2 + 3^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} \quad (3.88)$$

$$E_C = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2}$$

Nilai harap Hamiltonian sebagai fungsi L selama proses kompresi isothermal kuantum berlangsung adalah

$$E_{C-D}(L) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-2} + |a_2|^2 E_{1-3} + |a_3|^2 E_{2-3}$$

$$= |a_1|^2 \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_2|^2 \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_3|^2 \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{C-D} = \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + 5 |a_2|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \quad (3.89)$$

Karena pada proses kompresi isothermal kuantum energi yang terlibat bersifat konstan, sehingga didapatkan hubungan

$$E_C = E_{C-D}(L)$$

$$\frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} = \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + 13|a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$$

$$L^2 = \frac{2L_C^2}{13} \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2 \right) \quad (3.90)$$

dari persamaan (3.90), maka nilai harap Hamiltonian pada proses isothermal kuantum adalah

$$E_{C-D}(L) = \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$$

$$E_{C-D}(L) = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} \quad (3.91)$$

Pada saat kompresi isothermal berlangsung, gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial adalah

$$F_{C-D}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$= \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2 \right) \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^3}$$

$$F_{C-D}(L) = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2 L} \quad (3.92)$$

Kerja yang dilakukan pada proses isothermal sepanjang titik C – D didapat dengan mengintegrasikan fungsi gaya $F(L)$ yang bekerja pada dinding sumur potensial satu dimensi pada persamaan (3.92) terhadap partisi infinitesimal dari lebar sumur potensial satu dimensi (dL)

$$W_{C-D} = \int_{L_C}^{L_D} F_{C-D}(L) dL$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{L_C}^{L_D} \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2 L} dL \\
&= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \int_{L_C}^{L_D} \frac{dL}{L} \\
&= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \frac{L_D}{L_C} \tag{3.93}
\end{aligned}$$

Lebar sumur potensial maksimum pada proses ekspansi isothermal sepanjang C sampai D berada pada $L = L_D = \sqrt{\frac{5}{13}} L_C$ dimana dalam hal ini dapat diasumsikan bahwa probabilitas partikel $a_1 = 1$, dan $a_2 = a_3 = 0$, yang berarti proses isothermal kuantum sampai kedua partikel antisimetri tereksitasi ke tingkat energi yang minimum. Keadaan partikel akan mencapai batas minimum ketika partikel berada pada keadaan dasar $n_1 = 1$ dan $n_2 = 2$ dengan fungsi gelombang sebagai berikut

$$\psi_D(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_D} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_D}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_D}\right) - \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_D}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_D}\right) \right\} \tag{3.94}$$

Nilai harap Hamiltonian ketika sistem berada pada titik D adalah

$$\begin{aligned}
E_D &= \frac{(1^2 + 2^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL_D^2} \\
E_D &= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_D^2} \tag{3.95}
\end{aligned}$$

Nilai harap Hamiltonian pada keadaan C bernilai sama dengan nilai harap Hamiltonian pada keadaan D, sehingga nilai L_D/L_C dapat diperoleh dengan meninjau nilai harap Hamiltonian dari proses C – D yang bernilai konstan. Sehingga berlaku

$$E_C = E_D$$

$$\frac{13\pi^2\hbar^2}{2mL_C^2} = \frac{5\pi^2\hbar^2}{2mL_D^2}$$

$$\frac{13}{L_C^2} = \frac{5}{L_D^2}$$

$$\frac{L_D^2}{L_C^2} = \sqrt{\frac{5}{13}} \quad (3.96)$$

kemudian substitusikan persamaan (3.96) ke dalam persamaan (3.93), sehingga akan menghasilkan bentuk persamaan kerja sebagai berikut

$$W_{C-D} = \frac{13\pi^2\hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{5}{13}}$$

$$W_{C-D} = -\frac{13\pi^2\hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} \quad (3.97)$$

Persamaan (3.97) bernilai negatif yang berarti bahwa sistem dikenai kerja Pada proses ekspansi isothermal kuantum tidak ada perubahan pada energi internal sistem ($dU = 0$), sehingga berlaku $dQ = dW$. Kalor yang dilepas sistem sebesar

$$Q_C = -\frac{13\pi^2\hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} \quad (3.98)$$

Persamaan (3.98) bernilai negatif yang menunjukkan terjadi aliran kalor keluar dari sistem dan menuju lingkungan atau reservoir yang bertemperatur rendah.

3.3.2.5 Proses D – A (Kompresi Adiabatik Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik D – A adalah proses kompresi adiabatik kuantum, dimana pada proses ini tidak ada transfer kalor antara sistem dan lingkungan. Pada proses kompresi adiabatik terjadi perubahan lebar sumur potensial satu dimensi yang menjadi lebih pendek dari lebar semula dan tidak ada perubahan probabilitas keadaan sistem yang terjadi. Partikel dan keadaan sistem

tetap berada pada keadaan awal dan lebar sumur potensial berubah dari L_D menjadi L_A . Untuk nilai harap Hamiltonian sistem pada proses kompresi adiabatik kuantum adalah

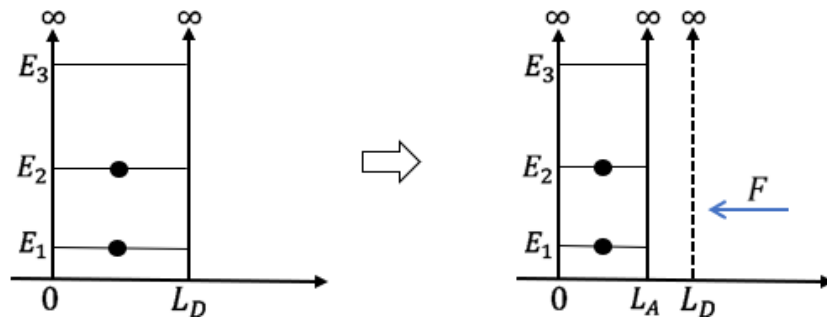
$$E_{D-A}(L) = \frac{(1^2 + 2^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{D-A}(L) = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3.99)$$

dan gaya yang bekerja pada dinding potensial satu dimensi adalah

$$F_{C-D}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$F_{D-A}(L) = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \quad (3.100)$$



Gambar 3. 11 Proses kompresi adiabatik kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 1

Kerja yang terjadi pada proses D – A diperoleh dengan mengintegalkan persamaan (3. 100) terhadap partisi infinitesimal dL sepanjang proses kompresi adiabatik berlangsung yaitu sepanjang proses D - A yang dinyatakan sebagai

$$W_{D-A} = \int_{L_D}^{L_A} F_{D-A}(L) dL$$

$$= \int_{L_D}^{L_A} \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL$$

$$= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right]$$

$$= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{L_A^2}{L_D^2} - 1 \right] \quad (3. 101)$$

Persamaan (3. 101) bernilai negatif karena L_A/L_D bernilai kurang dari 1, yang berarti bahwa sistem dikenai kerja sepanjang proses kompresi adiabatik kuantum.

3.3.2.6 Efisiensi Mesin Carnot Kuantum dengan 2 Partikel Antisimetri pada Skenario 1

Efisiensi merupakan presentasi dari energi panas yang ditransformasikan menjadi kerja. Nilai efisiensi diperoleh dari rasio kerja mekanik yang dihasilkan oleh sistem terhadap kalor yang diserap oleh sistem. Untuk mesin Carnot kuantum, kerja mekanik W_{total} diperoleh dengan menjumlahkan kerja yang dihasilkan dari keempat proses yang terjadi.

$$\begin{aligned} W_{total} &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \\ &= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} + \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} + \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \\ &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \left(\frac{5 \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{L_A^2} + \frac{13}{2} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{13 \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{L_C^2} + \frac{5}{2} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\ &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \left(\frac{5 \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{L_A^2} + \frac{13}{2} \frac{1}{13/5 L_A^2} \left[1 - \frac{1}{\alpha^2} \right] - \frac{13 \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{\frac{\alpha^2 13}{5 L_A^2}} + \frac{5}{2} \left[\frac{1}{\alpha^2 L_A^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\ &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \left(5 \ln \sqrt{\frac{13}{5}} - \frac{5 \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{\alpha^2} \right) \\ W_{total} &= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2} \right) \quad (3. 102) \end{aligned}$$

dan besar kalor yang diserap oleh sistem dari reservoir panas yaitu, $\frac{5\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \ln\sqrt{13/5}$. Sehingga, diperoleh nilai efisiensi mesin Carnot kuantum

berbasis sistem 2 partikel antisimetri dalam sumur potensial satu dimensi

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{W_{total}}{Q_H} \\
 &= \frac{\frac{5\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right) \ln\sqrt{\frac{13}{5}}}{\frac{5\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \ln\sqrt{\frac{13}{5}}} \\
 &= 1 - \frac{1}{\alpha^2} \\
 \eta &= 1 - \frac{L_B^2}{L_C^2} \\
 &= 1 - \frac{13 L_A^2}{5 L_C^2} \tag{3. 103}
 \end{aligned}$$

Nilai efisiensi juga dapat dinyatakan dengan nilai harap Hamiltoniannya.

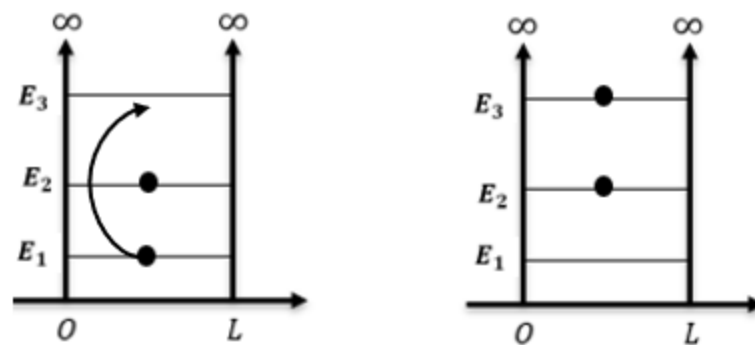
$$\begin{aligned}
 \eta &= 1 - \frac{13 L_A^2}{5 L_C^2} \\
 &= 1 - \frac{13 \frac{5\pi^2\hbar^2}{2mE_A}}{\frac{13\pi^2\hbar^2}{2mE_C}} \\
 &= 1 - \frac{E_C}{E_A} \tag{3. 104}
 \end{aligned}$$

Dari persamaan (3. 103) menunjukkan bahwa nilai efisiensi tidak mungkin mencapai 100%, karena untuk mencapai 100 % maka L_C harus mencapai panjang tak hingga dan hal ini tidak mungkin dalam fisika. Hal ini berarti bahwa hasil dari efisiensi mesin Carnot kuantum dengan sistem 2 partikel antisimetri sesuai dengan pernyataan Kelvin – Planck yang menyatakan bahwa tidak mungkin terdapat

proses yang dapat berlangsung secara terus-menerus dengan menyerap kalor dan mengubah seluruh kalor yang tersebut menjadi kerja. Terdapat korelasi antara sistem termodinamika klasik dengan sistem termodinamika kuantum untuk siklus Carnot.

3.3.3 Sistem 2 Partikel Antisimetri Skenario 2

Untuk dua partikel antisimetri yang terperangkap dalam sumur potensial satu dimensi pada skenario ini, fungsi gelombang ternormalisasinya terdiri dari 2 konfigurasi. Pada skenario ini partikel yang berada pada tingkat energi kedua tidak mengalami perpindahan, untuk partikel yang berada pada tingkat energi pertama berpindah ke tingkat energi ketiga.



Gambar 3. 12 Ragam konfigurasi 2 partikel antisimetri dalam kotak 1 dimensi

Fungsi gelombang untuk masing-masing tiga tingkat energi terendah, secara berurutan berdasarkan nilai energinya yaitu:

$$\psi_{1-2}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_A} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_A}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_A}\right) - \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_A}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_A}\right) \right\} \quad (3. 105)$$

$$\psi_{2-3}(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_A} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_A}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L_A}\right) - \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_A}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L_A}\right) \right\} \quad (3. 106)$$

Bentuk superposisi dari gelombang merupakan kombinasi linier dari 2 fungsi gelombang pada persamaan (3. 105), (3. 106)

$$\psi(x_1, x_2) = a_1\psi_{1-2}(x_1, x_2) + a_3\psi_{2-3}(x_1, x_2) \quad (3. 107)$$

dimana untuk a_1 , dan a_3 memenuhi syarat normalisasi

$$\sum_{n=1}^3 |a_n|^2 = |a_1|^2 + |a_3|^2 = 1 \quad (3. 108)$$

Nilai harap Hamiltonian pada masing-masing konfigurasi dapat dinyatakan sebagai

$$\langle H \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-2} + |a_3|^2 E_{2-3} \quad (3. 109)$$

dengan

$$E_{1-2} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3. 110)$$

$$E_{2-3} = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3. 111)$$

Sehingga persamaan (3. 109) menjadi

$$\langle H \rangle = \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3. 112)$$

Persamaan (3. 112) merupakan ekspektasi atau rata-rata energi partikel antisimetri pada sistem untuk mendorong dinding sumur potensial ketika partikel berada pada keadaan dasar, dan keadaan tereksitasi yang dipengaruhi oleh perubahan probabilitas dan perubahan tingkat energi sistem.

3.3.3.1 Keadaan Dasar

Keadaan dasar sistem untuk siklus Carnot pada skenario ini sama dengan keadaan dasar pada skenario yang pertama yaitu kedua partikel berada di kondisi A dengan lebar potensial L_A dan gaya F_A . Keadaan dasar sistem adalah ketika kedua partikel antisimetri tepat berada pada keadaan pertama dan keadaan kedua. Dengan fungsi gelombang yang mewakili keadaan sistem adalah

$$\psi_A(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_A} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_A}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_A}\right) - \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_A}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_A}\right) \right\} \quad (3.113)$$

Dengan nilai eigen energinya yaitu

$$\begin{aligned} E_{A-B}(L) &= (1^2 + 2^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\ &= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \end{aligned} \quad (3.114)$$

Nilai harap Hamiltonian pada keadaan dasar dengan lebar sumur $L = L_A$ adalah

$$E_A = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_A^2} \quad (3.115)$$

Karena pada keadaan dasar probabilitas keadaan sistem tepat berada pada keadaan pertama dan keadaan kedua, maka nilai mutlak kuadrat dari koefisien ekspansi merupakan representasi probabilitas keadaan eigen dari masing-masing keadaan sistem.

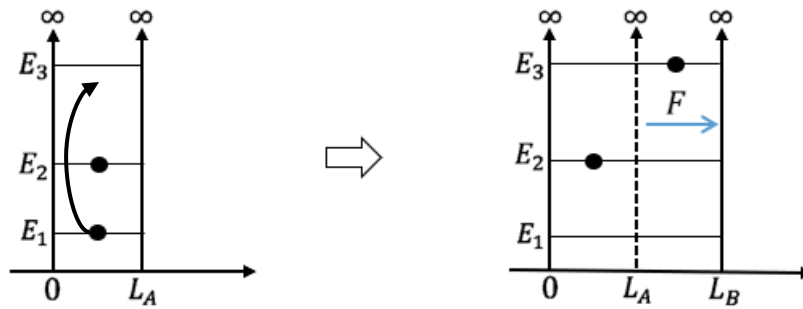
$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 = 1 \quad (3.116)$$

3.3.3.2 Proses A – B (Ekspansi Isotermal Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik A – B adalah proses ekspansi isotermal kuantum, dimana pada proses ini sistem menyerap kalor Q_H dari reservoir panas tanpa mengalami perubahan dalam energi internalnya. Hal ini terjadi karena pada proses ekspansi dan kompresi isotermal sistem berada pada temperatur konstan. Pada proses ini kalor yang diserap oleh sistem diubah menjadi usaha/kerja, sehingga berlaku $dQ = dW$.

Pada proses ekspansi isotermal kuantum, terdapat perbedaan antara skenario pertama dan skenario kedua. Pada skenario pertama, kedua partikel naik

ke tingkat energi yang lebih tinggi, partikel pertama pada tingkat energi pertama berpindah ke tingkat energi kedua dan partikel kedua pada tingkat energi kedua pindah ke tingkat energi ketiga. Sedangkan pada skenario kedua, satu-satunya partikel kedua pada tingkat energi pertama bergerak ke tingkat energi ketiga.



Gambar 3. 13 Proses ekspansi isothermal kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 2

Energi partikel selama mendorong dinding sumur potensial adalah

$$\begin{aligned}
 E_{A-B}(L) &= \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-2} + |a_3|^2 E_{2-3} \\
 &= |a_1|^2 \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_3|^2 \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \\
 E_{A-B}(L) &= \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \quad (3. 117)
 \end{aligned}$$

Nilai harap Hamiltonian di $L = L_A$ nilainya sama dengan nilai harap Hamiltonian di sepanjang $L = L_{A-B}$ karena sepanjang proses tersebut merupakan proses isothermal dimana prosesnya tidak mengalami perubahan energi internal, sehingga

$$\begin{aligned}
 E_A &= E_{A-B}(L) \\
 \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_A^2} &= \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \\
 5L^2 &= 2L_A^2 \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$L^2 = \frac{2L_A^2}{5} \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \quad (3.118)$$

dan nilai harap Hamiltonian sepanjang proses A-B yaitu

$$E_{A-B}(L) = \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$$

$$E_{A-B}(L) = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_A^2} \quad (3.119)$$

Pada saat proses ekspansi isothermal berlangsung, gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial adalah

$$F_{A-B}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$= \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^3}$$

$$F_{A-B}(L) = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2 L} \quad (3.120)$$

Kerja yang dilakukan pada proses isothermal sepanjang titik A-B diperoleh dengan mengintegalkan fungsi gaya $F(L)$ yang bekerja pada dinding potensial satu dimensi pada persamaan (3.122) terhadap partisi infinitesimal dari lebar sumur potensial satu dimensi (dL)

$$W_{A-B} = \int_{L_A}^{L_B} F_{A-B}(L) dL$$

$$= \int_{L_A}^{L_B} \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2 L} dL$$

$$= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \int_{L_A}^{L_B} \frac{dL}{L}$$

$$W_{A-B} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \frac{L_B}{L_A} \quad (3.121)$$

Persamaan (3. 121) menunjukkan bahwa kerja bernilai positif karena lebar sumur L_B bernilai lebih besar dari L_A , hal ini menunjukkan bahwa pada proses A-B sistem melakukan kerja untuk mengekspansi lebar sumur potensial satu dimensi. Lebar sumur potensial maksimum pada proses ekspansi isothermal sepanjang A sampai B berada pada $L = L_B = \sqrt{\frac{13}{5}} L_A$ dimana dalam hal ini dapat diasumsikan bahwa probabilitas partikel $a_1 = 0$ dan $a_3 = 1$, yang berarti pada proses ekspansi isothermal berlangsung sampai kedua partikel antisimetri tereksitasi ke tingkat energi yang maksimum. Fungsi gelombang yang mendeskripsikan keadaan sistem ketika berada di titik B adalah

$$\psi_B(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_B} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_B}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L_B}\right) - \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_B}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L_B}\right) \right\} \quad (3. 122)$$

Karena nilai harap Hamiltonian pada titik A bernilai sama dengan nilai harap Hamiltonian pada titik B sehingga L_B/L_A dapat diperoleh dengan meninjau nilai harap Hamiltonian dari proses A-B, sehingga

$$\begin{aligned} E_A &= E_B \\ \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_A^2} &= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_B^2} \\ \frac{L_B}{L_A} &= \sqrt{\frac{13}{5}} \end{aligned} \quad (3. 123)$$

Persamaan (3. 123) disubstitusikan ke dalam persamaan (3. 121) yang akan menghasilkan bentuk persamaan dari kerja A-B yang lebih sederhana

$$W_{A-B} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} \quad (3. 124)$$

Persamaan (3. 124) menunjukkan bahwa lebar sumur L_B tidak dapat bernilai sembarang karena perbandingan antara L_B dan L_A bernilai bulat positif tergantung dari tingkat keadaan maksimum yang dibatasi oleh sistem. Pada proses ekspansi isothermal kuantum tidak ada perubahan pada energi internal sistem ($dU = 0$), sehingga berlaku $dQ = dW$. Kalor yang diserap sistem sebesar

$$Q_H = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} \quad (3. 125)$$

Persamaan (3. 125) bernilai positif karena terjadi aliran kalor yang masuk dari lingkungan dan menuju ke sistem atau reservoir yang bertemperatur tinggi. Nilai kalor yang masuk sama dengan kerja yang terjadi pada sistem, hal tersebut berarti bahwa semua kalor yang masuk ke dalam sistem akan diubah menjadi kerja.

3.3.3.3 Proses B – C (Ekspansi Adiabatik Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik B – C adalah proses ekspansi adiabatik kuantum. Pada proses ini tidak ada perbedaan diantara skenario pertama dan skenario kedua, sehingga kedua partikel tetap berada dalam keadaan kuantum sebelumnya. Lebar sumur potensial mengalami proses ekspansi sehingga mengalami perubahan dari L_B hingga mencapai lebar maksimum pada L_C . L_C dan L_B dihubungkan oleh sebuah relasi, yaitu $L_C = \alpha L_B$ dimana $\alpha > 1$ (Yasin, 2018). Karena dalam proses adiabatik kuantum tidak ada kalor yang masuk dan keluar dari sistem, maka energi dalam sistem akan mengalami perubahan yang menyebabkan tidak terjadinya perubahan probabilitas partikel. Sehingga partikel tidak mengalami eksitasi dan dalam hal ini keadaan sistem tetap pada tingkat energi tertinggi. Proses adiabatik dalam sistem termodinamika kuantum tidak

disertai perubahan probabilitas untuk setiap keadaan eigen $dP_n = 0$, sehingga diperoleh pernyataan hukum pertama untuk proses adiabatik kuantum adalah

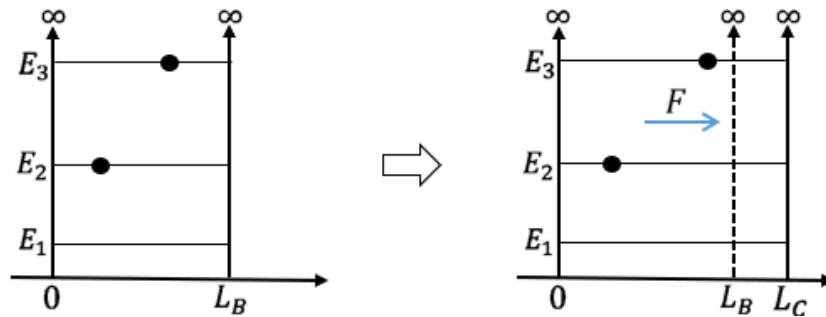
$$dU = d\langle H \rangle = - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} P_n \right\} \frac{(n_1^2 + n_2^2) \pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL \quad (3.126)$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa pada proses adiabatik, perubahan nilai harap Hamiltonian sistem merupakan kerja yang dilakukan atau dikenakan pada sistem. Nilai harap Hamiltonian sistem selama proses ekspansi adiabatik kuantum adalah

$$E_{B-C}(L) = (n_1^2 + n_2^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{B-C}(L) = (2^2 + 3^2) \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{B-C}(L) = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3.127)$$



Gambar 3. 14 Proses ekspansi adiabatik kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 2

Gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial ketika proses ekspansi adiabatik adalah

$$F_{B-C}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$F_{B-C}(L) = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \quad (3.128)$$

Kerja yang dihasilkan dari proses ini adalah

$$\begin{aligned}
 W_{B-C} &= \int_{L_B}^{L_C} \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL \\
 &= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] \quad (3.129)
 \end{aligned}$$

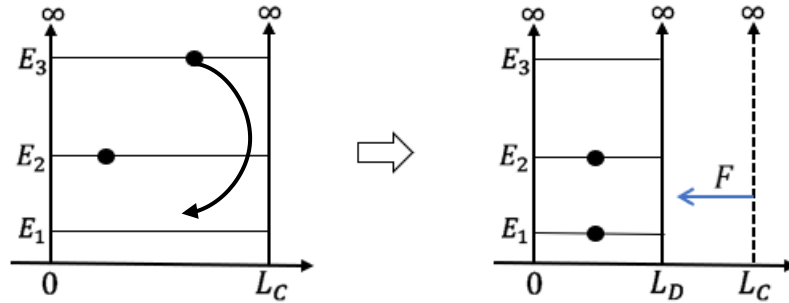
Kerja yang dihasilkan dari proses B – C berdasarkan persamaan (3.129) bernilai positif, yang menunjukkan bahwa sistem melakukan kerja untuk mengekspansi lebar sumur potensial satu dimensi dari L_B ke L_C .

3.3.3.4 Proses C – D (Kompresi Isotermal Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik C – D adalah proses kompresi isotermal kuantum, dimana pada proses ini sistem tidak mengalami perubahan nilai harap Hamiltonian karena pada sistem klasik proses ini tidak mengalami perubahan energi internal dan temperatur tetap konstan selama proses ini terjadi. Pada proses ini sistem mengalami kompresi yang menyebabkan lebar sumur potensial berubah menjadi lebih pendek dari lebar sebelumnya. Dalam proses kompresi isotermal, sistem mengalami transfer kalor dengan lingkungannya, karena sistem dan lingkungan mengalami kontak yang menyebabkan aliran kalor berpindah dari sistem yang memiliki temperatur lebih tinggi ke sistem lain yang memiliki temperatur lebih rendah hingga mencapai kesetimbangan. Sehingga terjadi perubahan probabilitas dan partikel tereksitasi ke tingkat energi yang minimum.

Pada proses kompresi isotermal kuantum, terdapat perbedaan antara skenario pertama dan skenario kedua. Pada skenario pertama, kedua partikel turun ke tingkat energi yang lebih rendah, partikel pertama pada tingkat energi kedua berpindah ke tingkat energi pertama dan partikel kedua pada tingkat energi ketiga

pindah ke tingkat energi kedua. Sedangkan pada skenario kedua, satu-satunya partikel kedua pada tingkat energi ketiga berpindah ke tingkat energi pertama.



Gambar 3. 15 Proses kompresi isothermal kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 2

Fungsi gelombang yang mendeskripsikan keadaan partikel ketika berada di titik C adalah

$$\psi_C(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_C} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_C}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_2}{L_C}\right) - \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_C}\right) \sin\left(\frac{3\pi x_1}{L_C}\right) \right\} \quad (3.130)$$

dimana kedua partikel berada pada keadaan maksimum di $n_1 = 2$ dan $n_2 = 3$.

Dan probabilitas tingkat keadaan yang dimiliki sistem pada kondisi C masih belum mengalami relaksasi. Sehingga,

$$E_C = \frac{(2^2 + 3^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} \quad (3.131)$$

$$E_C = \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2}$$

Nilai harap Hamiltonian sebagai fungsi L selama proses kompresi isothermal kuantum berlangsung adalah

$$E_{C-D}(L) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n = |a_1|^2 E_{1-2} + |a_3|^2 E_{2-3}$$

$$= |a_1|^2 \frac{2\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} + |a_3|^2 \frac{8\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{C-D} = \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \quad (3.132)$$

Karena pada proses kompresi isothermal kuantum energi yang terlibat bersifat konstan, sehingga didapatkan hubungan

$$\begin{aligned} E_C &= E_{C-D}(L) \\ \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} &= \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + 13|a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \\ L^2 &= \frac{2L_C^2}{13} \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \end{aligned} \quad (3.133)$$

dari persamaan (3.133), maka nilai harap Hamiltonian pada proses isothermal kuantum adalah

$$\begin{aligned} E_{C-D}(L) &= \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \\ E_{C-D}(L) &= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} \end{aligned} \quad (3.134)$$

Pada saat kompresi isothermal berlangsung, gaya yang bekerja pada dinding sumur potensial adalah

$$\begin{aligned} F_{C-D}(L) &= - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL} \\ &= \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \\ F_{C-D}(L) &= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2 L} \end{aligned} \quad (3.135)$$

Kerja yang dilakukan pada proses isothermal sepanjang titik C – D didapat dengan mengintegalkan fungsi gaya $F(L)$ yang bekerja pada dinding sumur potensial satu dimensi pada persamaan (3.135) terhadap partisi infinitesimal dari lebar sumur potensial satu dimensi (dL)

$$\begin{aligned}
W_{C-D} &= \int_{L_C}^{L_D} F_{C-D}(L) dL \\
&= \int_{L_C}^{L_D} \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2 L} dL \\
&= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \int_{L_C}^{L_D} \frac{dL}{L} \\
&= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \frac{L_D}{L_C}
\end{aligned} \tag{3.136}$$

Lebar sumur potensial maksimum pada proses ekspansi isothermal sepanjang C sampai D berada pada $L = L_D = \sqrt{\frac{5}{13}} L_C$ dimana dalam hal ini dapat diasumsikan bahwa probabilitas partikel $a_1 = 1$, dan $a_2 = a_3 = 0$, yang berarti proses isothermal kuantum sampai kedua partikel antisimetri tereksitasi ke tingkat energi yang minimum. Keadaan partikel akan mencapai batas minimum ketika partikel berada pada keadaan dasar $n_1 = 1$ dan $n_2 = 2$ dengan fungsi gelombang sebagai berikut

$$\psi_D(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{2}}{L_D} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_D}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_2}{L_D}\right) - \sin\left(\frac{\pi x_2}{L_D}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_D}\right) \right\} \tag{3.137}$$

Nilai harap Hamiltonian ketika sistem berada pada titik D adalah

$$\begin{aligned}
E_D &= \frac{(1^2 + 2^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL_D^2} \\
E_D &= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_D^2}
\end{aligned} \tag{3.138}$$

Nilai harap Hamiltonian pada keadaan C bernilai sama dengan nilai harap Hamiltonian pada keadaan D, sehingga nilai L_D/L_C dapat diperoleh dengan meninjau nilai harap Hamiltonian dari proses C – D yang bernilai konstan. Sehingga berlaku

$$\begin{aligned}
E_C &= E_D \\
\frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mL_C^2} &= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL_D^2} \\
\frac{13}{L_C^2} &= \frac{5}{L_D^2} \\
\frac{L_D^2}{L_C^2} &= \sqrt{\frac{5}{13}}
\end{aligned} \tag{3. 139}$$

kemudian substitusikan persamaan (3. 139) ke dalam persamaan (3. 136), sehingga akan menghasilkan bentuk persamaan kerja sebagai berikut

$$\begin{aligned}
W_{C-D} &= \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{5}{13}} \\
W_{C-D} &= -\frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}}
\end{aligned} \tag{3. 140}$$

Persamaan (3. 140) bernilai negatif yang berarti bahwa sistem dikenai kerja Pada proses ekspansi isothermal kuantum tidak ada perubahan pada energi internal sistem ($dU = 0$), sehingga berlaku $dQ = dW$. Kalor yang dilepas sistem sebesar

$$Q_C = -\frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} \tag{3. 141}$$

Persamaan (3. 141) bernilai negatif yang menunjukkan terjadi aliran kalor keluar dari sistem dan menuju lingkungan atau reservoir yang bertemperatur rendah.

3.3.3.5 Proses D – A (Kompresi Adiabatik Kuantum)

Proses yang terjadi pada titik D – A adalah proses kompresi adiabatik kuantum, dimana pada proses ini tidak ada transfer kalor antara sistem dan lingkungan. Pada proses ini tidak ada perbedaan diantara skenario pertama dan skenario kedua, sehingga kedua partikel tetap berada dalam keadaan kuantum

sebelumnya. Pada proses kompresi adiabatik terjadi perubahan lebar sumur potensial satu dimensi yang menjadi lebih pendek dari lebar semula dan tidak ada perubahan probabilitas keadaan sistem yang terjadi. Partikel dan keadaan sistem tetap berada pada keadaan awal dan lebar sumur potensial berubah dari L_D menjadi L_A . Untuk nilai harap Hamiltonian sistem pada proses kompresi adiabatik kuantum adalah

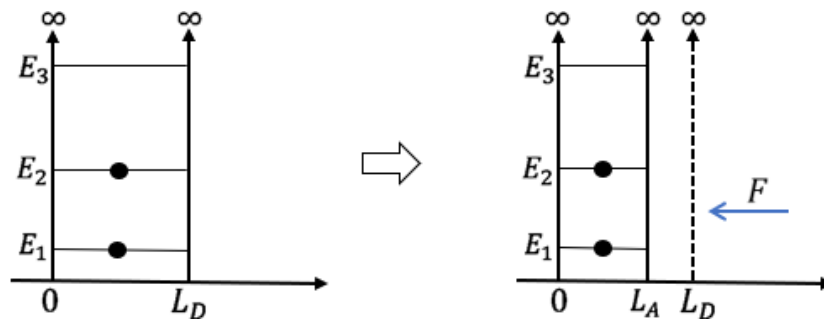
$$E_{D-A}(L) = \frac{(1^2 + 2^2)\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_{D-A}(L) = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \quad (3.142)$$

dan gaya yang bekerja pada dinding potensial satu dimensi adalah

$$F_{C-D}(L) = - \sum_n^{\infty} P_n(L) \frac{dE_{n_1 n_2}(L)}{dL}$$

$$F_{D-A}(L) = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \quad (3.143)$$



Gambar 3. 16 Proses kompresi adiabatik kuantum sistem 2 partikel antisimetri skenario 2

Kerja yang terjadi pada proses D – A diperoleh dengan mengintegalkan persamaan (3. 143) terhadap partisi infinitesimal dL sepanjang proses kompresi adiabatik berlangsung yaitu sepanjang proses D - A yang dinyatakan sebagai

$$W_{D-A} = \int_{L_D}^{L_A} F_{D-A}(L) dL$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{L_D}^{L_A} \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL^3} dL \\
&= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \\
&= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{L_A^2}{L_D^2} - 1 \right] \tag{3. 144}
\end{aligned}$$

Persamaan (3. 144) bernilai negatif karena L_A/L_D bernilai kurang dari 1, yang berarti bahwa sistem dikenai kerja sepanjang proses kompresi adiabatik kuantum.

3.3.3.6 Efisiensi Mesin Carnot Kuantum dengan 2 Partikel Antisimetri pada

Skenario 2

Dari keempat proses yang didapatkan diperoleh kerja dari masing-masing proses. Nilai kerja pada proses isothermal kuantum pada skenario pertama sama dengan proses ekspansi isothermal kuantum pada skenario kedua, dan proses kompresi isothermal kuantum skenario pertama sama dengan proses kompresi isothermal kuantum pada skenario kedua. Artinya tidak ada perbedaan efisiensi dari skenario pertama dan skenario kedua.

$$\begin{aligned}
W_{total} &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \\
&= \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} + \frac{13\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{13\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}} + \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \\
&= \frac{\pi^2 \hbar^2}{m} \left(\frac{5 \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{L_A^2} + \frac{13}{2} \frac{1}{13/5 L_A^2} \left[1 - \frac{1}{\alpha^2} \right] - \frac{13 \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{\alpha^2 13} + \frac{5}{2} \left[\frac{1}{\alpha^2 L_A^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \left(5 \ln \sqrt{\frac{13}{5}} - \frac{5 \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{\alpha^2} \right) \tag{3. 145}
\end{aligned}$$

$$W_{total} = \frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right)$$

dan besar kalor yang diserap oleh sistem dari reservoir panas yaitu, $\frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \sqrt{13/5}$. Sehingga, diperoleh nilai efisiensi mesin Carnot kuantum berbasis sistem 2 partikel antisimetri dalam sumur potensial satu dimensi

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_{total}}{Q_H} \\ &= \frac{\frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right) \ln \sqrt{\frac{13}{5}}}{\frac{5\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} \ln \sqrt{\frac{13}{5}}} \\ &= 1 - \frac{1}{\alpha^2} \\ \eta &= 1 - \frac{L_B^2}{L_C^2} \\ &= 1 - \frac{13 L_A^2}{5 L_C^2} \end{aligned} \tag{3. 146}$$

Nilai efisiensi juga dapat dinyatakan dengan nilai harap Hamiltoniannya.

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{13 L_A^2}{5 L_C^2} \\ &= 1 - \frac{13 \frac{5\pi^2 \hbar^2}{2mE_A}}{\frac{13\pi^2 \hbar^2}{2mE_C}} \\ &= 1 - \frac{E_C}{E_A} \end{aligned} \tag{3. 147}$$

Dari persamaan (3. 147) menunjukkan bahwa nilai efisiensi tidak mungkin mencapai 100%, karena untuk mencapai 100 % maka L_C harus mencapai panjang tak hingga dan hal ini tidak mungkin dalam fisika. Hal ini berarti bahwa hasil dari

efisiensi mesin Carnot kuantum dengan sistem 2 partikel antisimetri sesuai dengan pernyataan Kelvin – Planck yang menyatakan bahwa tidak mungkin terdapat proses yang dapat berlangsung secara terus-menerus dengan menyerap kalor dan mengubah seluruh kalor yang tersebut menjadi kerja. Terdapat korelasi antara sistem termodinamika klasik dengan sistem termodinamika kuantum untuk siklus Carnot.

BAB IV

PEMBAHASAN

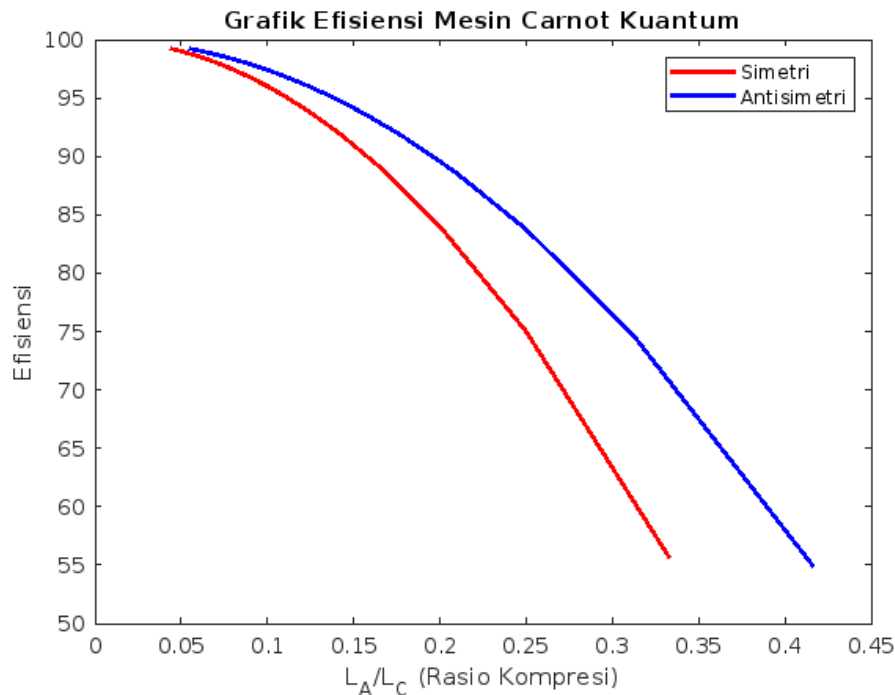
4.1 Efisiensi Mesin Carnot Kuantum

Partikel simetri merupakan partikel kuantum yang simetri terhadap pertukaran partikel. Untuk kasus dua partikel simetri yang terperangkap dalam kotak satu dimensi dengan dua tingkat energi terendah akan memiliki 3 konfigurasi. Konfigurasi tersebut direpresentasikan oleh sebuah fungsi gelombang hasil superposisi tiga fungsi gelombang dari masing-masing konfigurasi, yaitu $\psi(x_1, x_2) = a_1\psi_{1-1}(x_1, x_2) + a_2\psi_{1-2}(x_1, x_2) + a_3\psi_{2-2}(x_1, x_2)$ dengan a_n adalah koefisien ekspansi yang memenuhi syarat normalisasi $\sum_{n=1}^3 a_n = 1$, dan nilai harap Hamiltonian dari sistem, yaitu $\langle H \rangle = \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2}|a_2|^2 + 4|a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$. Efisiensi yang diperoleh dari mesin Carnot kuantum dengan zat kerja dua partikel simetri dengan dua tingkat energi terendah $\eta = 1 - 4 \frac{L_A^2}{L_C^2}$, dengan nilai $L_C = \alpha L_B$ dimana $\alpha > 1$. Nilai efisiensi dengan sistem 2 partikel simetri ini juga dapat diungkapkan dalam bentuk lain yaitu $\eta = 1/\alpha^2$ atau $\eta = 1 - \frac{E_C}{E_A}$.

Partikel antisimetri adalah partikel kuantum yang antisimetri terhadap pertukaran partikel, sehingga partikel tidak boleh berkeadaan sama. Untuk kasus dua partikel antisimetri yang terperangkap dalam kotak satu dimensi dengan tiga tingkat energi terendah memiliki dua skenario. Untuk skenario pertama, fungsi gelombang ternormalisasinya terdiri dari tiga konfigurasi yang direpresentasikan oleh sebuah fungsi gelombang hasil superposisi tiga fungsi gelombang dari masing-masing konfigurasi, yaitu $\psi(x_1, x_2) = a_1\psi_{1-2}(x_1, x_2) + a_2\psi_{1-3}(x_1, x_2) + a_3\psi_{2-3}(x_1, x_2)$ dengan a_n adalah koefisien ekspansi yang

memenuhi syarat normalisasi $\sum_{n=1}^3 a_n = 1$, dan nilai harap Hamiltonian dari sistem yaitu $\langle H \rangle = \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + 5 |a_2|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$. Untuk skenario kedua, fungsi gelombang ternormalisasinya terdiri dari dua konfigurasi yang direpresentasikan oleh sebuah fungsi gelombang hasil superposisi dua fungsi gelombang dari masing-masing konfigurasi, yaitu $\psi(x_1, x_2) = a_1 \psi_{1-2}(x_1, x_2) + a_3 \psi_{2-3}(x_1, x_2)$ dengan a_n adalah koefisien ekspansi yang memenuhi syarat normalisasi $\sum_{n=1}^3 a_n = 1$, dan nilai harap Hamiltonian dari sistem yaitu $\langle H \rangle = \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$. Kedua skenario ini memiliki nilai efisiensi yang sama, karena nilai dari kerja pada proses ekspansi isothermal dan kompresi isothermal yang menjadi pembeda dari kedua skenario tersebut bernilai sama. Efisiensi yang diperoleh dari mesin Carnot kuantum dengan zat kerja dua partikel antisimetri dengan dua tingkat energi terendah $\eta = 1 - \frac{13}{5} \frac{L_A^2}{L_C^2}$, dengan nilai $L_C = \alpha L_B$ dimana $\alpha > 1$. Nilai efisiensi dengan sistem 2 partikel antisimetri ini juga dapat diungkapkan dalam bentuk lain yaitu $\eta = 1/\alpha^2$ atau $\eta = 1 - \frac{E_C}{E_A}$.

Nilai efisiensi mesin Carnot kuantum dengan sistem partikel simetri dan partikel antisimetri dimana masing-masing dapat dinyatakan sebagai fungsi rasio kompresi lebar potensial L_C dan L_A . Apabila di plot, maka diperoleh grafik yang tertera pada gambar 4. 1



Gambar 4. 1 Efisiensi mesin Carnot kuantum

Berdasarkan gambar 4. 1 grafik perbandingan antara efisiensi mesin Carnot kuantum dengan rasio kompresi L_A/L_C , dimana L_A merupakan lebar sumur pada keadaan dasar dan L_C merupakan lebar sumur pada keadaan C. Untuk nilai L_C diperoleh dari hubungan sebuah relasi $L_C = \alpha L_B = 2\alpha L_A$ dengan nilai $\alpha > 1$, karena jika nilai α kurang dari 1 maka prosesnya akan menjadi kompresi adiabatik. Dari grafik tersebut dapat diketahui bahwa kedua variabel tersebut memiliki keterkaitan, dimana nilai efisiensi bergantung pada nilai rasio kompresi. Semakin besar nilai rasio kompresi L_A/L_C maka nilai efisiensi yang dihasilkan oleh mesin Carnot kuantum akan semakin menurun. Grafik tersebut juga menunjukkan bahwa efisiensi mesin Carnot kuantum dengan zat kerja dua partikel simetri lebih besar daripada efisiensi dengan zat kerja dua partikel antisimetri yang dapat dilihat ketika nilai $\alpha = 1.5$ nilai efisiensi yang dihasilkan dengan zat kerja partikel simetri sebesar 55.55 % dan untuk efisiensi dengan zat kerja partikel antisimetri menghasilkan efisiensi sebesar 54.86 %. Perbedaan nilai

efisiensi dari kedua zat kerja tersebut disebabkan karena sifat kuantum yang dimiliki oleh partikel simetri dan antisimetri. Namun, ketika kedua partikel berada pada keadaan rasio kompresi yang sama menunjukkan bahwa nilai efisiensi dari mesin Carnot dengan sistem partikel antisimetri lebih besar daripada efisiensi mesin Carnot dengan sistem 2 partikel simetri. Hal tersebut dapat terjadi karena pada hasil perhitungan diperoleh persamaan mesin Carnot kuantum dengan partikel antisimetri $\eta = 1 - \frac{13 L_A^2}{5 L_C^2} = 1 - 2.6 \frac{L_A^2}{L_C^2}$ dan untuk partikel simetri $\eta = 1 - 4 \frac{L_A^2}{L_C^2}$. Dari persamaan tersebut dapat dilihat bahwa pada partikel simetri memiliki faktor pengurang yang lebih besar dibandingkan dengan partikel antisimetri, sehingga menyebabkan nilai efisiensinya menjadi lebih kecil.

Untuk nilai efisiensi dengan zat kerja dua partikel simetri sama dengan nilai efisiensi mesin Carnot kuantum sistem partikel tunggal yang memiliki tingkat keadaan yang sama yaitu $\eta = 1 - 4 \frac{L_A^2}{L_C^2}$, sehingga hal tersebut menunjukkan bahwa penambahan jumlah partikel simetri tidak akan mempengaruhi nilai efisiensi mesin Carnot kuantum jika model mesin Carnot kuantum yang ditinjau tetap sama, yakni kotak potensial tak hingga satu dimensi dengan dua tingkat energi terendah. Sedangkan jika dibandingkan dengan efisiensi mesin Carnot kuantum dengan zat kerja dua partikel simetri dengan tiga tingkat energi terendah yang memiliki efisiensi $\eta = 1 - 9 \frac{L_A^2}{L_C^2}$, nilai efisiensi mesin Carnot dengan dua tingkat energi terendah memiliki nilai efisiensi yang lebih besar. Akan tetapi, secara analog efisiensinya sama dengan efisiensi mesin Carnot klasik, yakni $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$. Untuk partikel antisimetri juga memiliki bentuk yang

sama dengan efisiensi mesin Carnot klasik. Hal yang sama juga terjadi pada efisiensi mesin Otto, Diesel, dan Brayton kuantum dengan dua partikel antisimetri memiliki hasil yang sama atau bentuk yang sebanding dengan mesin Otto, Diesel, dan Brayton klasik ketika dikaitkan dengan rasio kompresi yang sama.

4.2 Perbandingan Efisiensi Mesin Carnot Kuantum dan Klasik

Efisiensi pada siklus Carnot kuantum sama dengan efisiensi pada siklus Carnot klasiknya, dengan identifikasi nilai ekspektasi Hamiltonian sebagai suhu sistem. Namun untuk siklus Carnot kuantum memiliki keuntungan tersendiri dibanding dengan siklus Carnot klasik, yaitu proses panas dari siklus Carnot klasik harus reversibel karena gas ideal dalam silinder harus selalu dalam keadaan setimbang. Jika piston bergerak dengan kecepatan terbatas maka gas segera keluar dari kesetimbangan dan prosesnya tidak lagi reversibel. Oleh karena itu, diperlukan waktu yang sangat lama bagi mesin Carnot klasik untuk menyelesaikan satu siklus.

Sebaliknya, untuk mesin Carnot kuantum setiap siklus tertentu yang berlangsung dalam waktu terbatas $t > 0$ memiliki probabilitas yang dapat dihitung (Bender et al., 2000). Probabilitas yang dapat dihitung merupakan salah satu keuntungan teoritis yang dapat dimiliki oleh mesin Carnot kuantum dalam perhitungan teoritisnya. Namun dalam prakteknya, implementasi mesin Carnot kuantum juga menghadapi tantangan teknis yang signifikan, dan mesin Carnot kuantum yang ideal masih jauh dari realisasi praktisnya.

Meskipun nilai dari efisiensi dari mesin Carnot bernilai sama dengan mesin Carnot klasik, tetap perlu dilakukan penelitian lebih lanjut terkait mesin

panas kuantum. Karena dalam konteks termodinamika statistik, ada beberapa fenomena atau konsep yang terkait dengan prinsip-prinsip mekanika kuantum dan statistik yang tidak ada dalam termodinamika klasik. Seperti sifat-sifat partikel tunggal pada tingkat kuantum dan distribusi statistik dari partikel-partikel ini. Jadi diperlukan kuantum untuk memahami sifat-sifat sistem pada tingkat mikroskopis.

4.3 Keterkaitan Hasil Penelitian dalam Perspektif Islam

Efisiensi mesin Carnot kuantum dengan zat kerja partikel simetri memiliki nilai yang lebih besar dibandingkan dengan efisiensi mesin Carnot kuantum dengan zat kerja 2 partikel antisimetri, hal tersebut dikarenakan sifat kuantum yang dimiliki oleh kedua partikel tersebut yaitu mengenai prinsip larangan Paulli. Partikel simetri memiliki ciri tidak memenuhi prinsip larangan Paulli sedangkan untuk partikel antisimetri memenuhi prinsip larangan Paulli, sehingga untuk 2 partikel antisimetri minimal menggunakan tiga tingkatan energi. Adapun penjelasan mengenai tingkat energi telah dibahas dalam Al-Qur'an Surat Al-Insyiqaq ayat 19.

لَتَرْكَبُنَّ طَبَقًا عَنْ طَبَقٍ (الانشقاق: ١٩)

Artinya: *Sesungguhnya kamu melalui tingkat demi tingkat (dalam kehidupan).* [QS. Al-Insyiqaq/84:19]

Tafsir QS. Al-Insyiqaq ayat 19 menurut Quraish Shihab mengenai ayat diatas adalah dan demi rembulan di waktu purnama, bahwa kalian benar-benar akan melalui beberapa masa yang semakin lama semakin dahsyat: kematian, kebangkitan dan petaka kiamat. Adapun kata *thabaq* mengandung makna persamaan sesuatu atau situasi dengan sesuatu yang lain baik ia bertumpuk maupun tidak. Sahabat Nabi, Ibn 'Abbas memahami kalimat diatas dalam arti ancaman menyangkut hari kiamat yakni, kamu akan mengalami situasi yang sulit

sebelumnya. Sahabat nabi yang lain, Jabir Ibn ‘Abdillah memahami situasi dimaksud sebagai situasi kematian, kebangkitan, dan kebahagiaan atau kesengsaraan. Ada juga yang memahami kata *thabaq* dalam arti kedudukan. Yakni kamu semua akan mengalami kedudukan yang berbeda yaitu dari kedudukan duniawi menuju ukhrawi. Ada orang-orang yang hidup di dunia ini dalam kedudukan yang rendah, namun di akhirat kelak ia akan meningkat menuju kedudukan yang tinggi (Shihab, 2005b).

Ayat ini menjelaskan bahwa setiap makhluk hidup pasti melalui tingkat demi tingkat dalam menjalani hidup, dimana tingkat demi tingkat ini jika dikaitkan dengan penelitian ini memiliki korelasi yaitu setiap partikel menempati tingkatan energi dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi yang salah satu dindingnya dibuat bergerak. Bergeraknya dinding pada sumur potensial akan mempengaruhi pergerakan partikel yang ada di dalamnya, dan partikel yang bergerak akan memiliki energi. Keberadaan partikel pada suatu tingkat energi akan mempengaruhi nilai energi dari partikel tersebut. Semakin tinggi tingkatan energi yang di tempati oleh partikel, maka nilai energi yang dimiliki partikel tersebut juga akan semakin tinggi.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan dari hasil penelitian yang telah disimpulkan, dapat disimpulkan bahwa:

1. Perubahan energi pada sistem mematuhi hukum pertama termodinamika yang secara makroskopis berkaitan dengan perubahan probabilitas tiap tingkat energi (aliran panas) dan perubahan energi pada setiap tingkat (kerja yang dialami atau dilakukan oleh sistem).
2. Efisiensi mesin Carnot kuantum dengan zat kerja sistem 2 partikel simetri dan antisimetri bergantung pada rasio $\alpha = \frac{L_C}{L_B}$, ketika α bernilai sama maka efisiensi mesin Carnot kuantum dengan partikel simetri akan lebih besar dibandingkan dengan partikel antisimetri. Namun ketika kedua partikel berada pada keadaan rasio kompresi yang sama, efisiensi mesin dengan sistem partikel antisimetri lebih besar dibandingkan dengan sistem partikel simetri. Secara analog efisiensi dari mesin Carnot kuantum dengan sistem 2 partikel simetri dan antisimetri memiliki bentuk yang sama dengan efisiensi mesin Carnot klasik, yakni $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$.

5.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya, dapat dikembangkan dengan mengkaji mesin panas kuantum dengan menggunakan sistem osilator harmonik sebagai substansi kerjanya. Selain itu, dapat dikembangkan juga dengan menggunakan persamaan Klein Gordon dan persamaan Dirac untuk menyelesaikan solusinya.

DAFTAR PUSTAKA

- Abidin, Moch. Z. 2017. *Mesin Otto, Diesel dan Brayton Kuantum Sistem 2 Partikel Antisimetri dalam Kotak 1 Dimensi 3 Tingkat Energi terendah*. Malang: Fisika FMIPA Universitas Negeri Malang.
- Ainiyah, N. 2021. *Studi Mesin Brayton Kuantum Berbasis Sistem Partikel Tunggal pada Sumur Potensial Tak Hingga 1 Dimensi dan Sistem Osilator Harmonik* [Skripsi]. Malang: UIN Malang.
- Akbar, M. S., Latifah, E., Qomariyah, S., Setyo, D. P., Wisodo, H., & Hidayat, A. 2017. *Proses Adiabatis dan Isovolum Kuantum Sistem Dua Partikel Simetri dengan Model Analogi Termodifikasi*. *JPSE*, 2(2), 55–65. <http://journal2.um.ac.id/index.php/jpse>
- Akbar, M. S., Latifah, E., Wisodo, H. 2016. *Mesin Otto Kuantum Berbasis Partikel Massless-Boson Tunggal Sebagai Working Substance Dalam Kotak 1 Dimensi*. Seminar Nasional Jurusan Fisika. Malang: Fisika FMIPA Universitas Negeri Malang.
- Bender, C. M., Brody, D. C., & Meister, B. K. 2000. *Quantum-Mechanical Carnot Engine*. 1–10.
- Chusni, M., Amelia, A., Azizah, D. S., Zafira, K. F., & Agustina, R. D. 2018. *Fenomena Entropi Dilihat dari Perspektif Sains dan Al-Qur'an*. *SPEKTRA*, IV (02), 105–113.
- Hamid, A. A. 2007. *Kalor dan Termodinamika*. Yogyakarta: Penerbit UNY.
- Kirom, M. R., Ajiwiguna, T. A., & Utami, A. R. I. 2021. *Termodinamika Teknik*. Aceh: Syiah Kuala University Press.
- Latifah, E., & Purwanto, A. 2013. *Quantum Heat Engines; Multiple-State 1D Box System*. *Journal of Modern Physics*, 04 (08), 1091–1098. <https://doi.org/10.4236/jmp.2013.48146>
- Partana, C. F. 2010. *Perbandingan antara Siklus Carnot dengan Siklus K dalam Memperoleh Rumus Persamaan Rumus Persamaan Konstanta Kesetimbangan Reaksi Kimia*. Prosiding Seminar Nasional Penelitian.
- Purwanto, A. 2005. *Fisika Kuantum*. Yogyakarta: Penerbit Gava Media.
- Rajput, R. K. 2007. *Engineering Thermodynamics* (Third Edition). New Delhi: Laxmi Publications.
- Romadani, A., & Rani, E. 2020. *Solusi Persamaan Dirac untuk Fermion dengan Model Potensial Penghalang Medan Elektromagnetik*. *Jurnal Fisika Flux*, 17(2), 112–118. <https://doi.org/10.20527/flux.v17i2.8105>
- Rompas, P. T. D. 2015. *Termodinamika Teknik I*. Tondano: Unima Press.

- Rusli, R. H. 2008. *Termodinamika Proses Material*. Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia.
- Saputra, D. Y., & Purwanto, A. 2010. Mesin Carnot Kuantum Berbasis Partikel Dua Tingkat di dalam Kotak Potensial Satu Dimensi. *Jurnal Fisika Dan Aplikasinya*, 6.
- Sears, F. W., & Salinger, G. L. 1982. *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics* (Third Edition). Boston: Addison-Wesley Publishing Company.
- Shihab, M. Q. 2005a. *Tafsir Al-Mishbah: Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an* (Cetakan IV, Vol. 6). Tangerang: Lentera Hati.
- Shihab, M. Q. 2005b. *Tafsir Al-Mishbah: Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an* (Cetakan IV, Vol. 15). Tangerang: Lentera Hati.
- Subagyo, L., & Nuryadin, A. 2018. *Pengantar Fisika Kuantum*. Samarinda: Mulawarman University Press.
- Sukanto, H., Purwanto, A., & Subagyo, B. A. 2015. Mesin Panas Kuantum dengan Sistem Multipartikel dan Multi Keadaan. *Jurnal Fisika Dan Aplikasinya*, 11, 71–74.
- Sulistiati, A. K. R. 2010. *Termodinamika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Yasin, A. 2018. *Mesin Carnot Kuantum Sistem Dua Partikel Simetri dalam Kotak Satu Dimensi pada Tiga Tingkat Energi Terendah*. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Young, H. D., & Freedman, R. A. 2002. *Fisika Universitas Jilid 1*. In *Hugh* (Edisi Kesepuluh). Jakarta: Erlangga.
- Zemansky, M. W., & Dittman, R. H. 1986. *Kalor dan Termodinamika* (Edisi Keenam). Bandung: Penerbit ITB.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Script Grafik Efisiensi Mesin Carnot Kuantum

1. Script grafik efisiensi mesin Carnot kuantum berbasis sistem 2 partikel simetri dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi

```

clc
clear

alfa = 1;
L_A = 1;
% Bagian Partikel Simetri
M_simetri = [];
for i = 0:0.5:10
    alfa_1 = alfa + 0.5;
    L_C = alfa_1 * 2 * L_A;
    m = L_A / L_C;
    efisiensi = (1 - 4 * m^2) * 100;
    M_simetri = [M_simetri; alfa_1 m efisiensi];

    fprintf('Iterasi %d (Simetri): Alfa_1 = %.2f, m = %.2f,
Efisiensi = %.4f\n', i/0.5 + 1, alfa_1, m, efisiensi);

    alfa = alfa_1; % Perbarui nilai alfa
end

% Bagian Partikel Antisimetri
N_antisimetri = [];
alfa = 1;
for i = 0:0.5:10
    alfa_1 = alfa + 0.5;
    L_C = alfa_1 * 1.6 * L_A;
    m = L_A / L_C;
    efisiensi = (1 - (13/5) * m^2) * 100;
    N_antisimetri = [N_antisimetri; alfa_1 m efisiensi];

    fprintf('Iterasi %d (Antisimetri): Alfa_1 = %.2f, m = %.2f,
Efisiensi = %.4f\n', i/0.5 + 1, alfa_1, m, efisiensi);

    alfa = alfa_1; % Perbarui nilai alfa
end

% Grafik
figure;
plot(M_simetri(:, 2), M_simetri(:, 3), 'r', 'LineWidth', 2);
hold on;
plot(N_antisimetri(:, 2), N_antisimetri(:, 3), 'b', 'LineWidth',
2);
hold off;

title('Grafik Efisiensi Mesin Carnot Kuantum');
xlabel('L_A/L_C (Rasio Kompresi)');
ylabel('Efisiensi');
legend('Simetri', 'Antisimetri');

```

2. Hasil running script grafik efisiensi mesin Carnot kuantum berbasis sistem 2 partikel simetri dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi

Iterasi	Alfa_1	m	Efisiensi
1	1.50	0.33	55.5556
2	2.00	0.25	75.0000
3	2.50	0.20	84.0000
4	3.00	0.17	88.8889
5	3.50	0.14	91.8367
6	4.00	0.13	93.7500
7	4.50	0.11	95.0617
8	5.00	0.10	96.0000
9	5.50	0.09	96.6942
10	6.00	0.08	97.2222
11	6.50	0.08	97.6331
12	7.00	0.07	97.9592
13	7.50	0.07	98.2222
14	8.00	0.06	98.4375
15	8.50	0.06	98.6159
16	9.00	0.06	98.7654
17	9.50	0.05	98.8920
18	10.00	0.05	99.0000
19	10.50	0.05	99.0930
20	11.00	0.05	99.1736
21	11.50	0.04	99.2439

3. Hasil running script grafik efisiensi mesin Carnot kuantum berbasis sistem 2 partikel antisimetri dalam sumur potensial tak hingga 1 dimensi

Iterasi	Alfa_1	m	Efisiensi
1	1.50	0.42	54.8611
2	2.00	0.31	74.6094
3	2.50	0.25	83.7500
4	3.00	0.21	88.7153
5	3.50	0.18	91.7092
6	4.00	0.16	93.6523
7	4.50	0.14	94.9846
8	5.00	0.13	95.9375
9	5.50	0.11	96.6426
10	6.00	0.10	97.1788
11	6.50	0.10	97.5962
12	7.00	0.09	97.9273
13	7.50	0.08	98.1944
14	8.00	0.08	98.4131
15	8.50	0.07	98.5943
16	9.00	0.07	98.7461
17	9.50	0.07	98.8747
18	10.00	0.06	98.9844
19	10.50	0.06	99.0788
20	11.00	0.06	99.1606
21	11.50	0.05	99.2320

Lampiran 2. Perhitungan lebar sumur potensial

1. Lebar sumur potensial dengan partikel simetri

Proses A-B: $L = L_A$

$$E_A = E_{A-B}(L)$$

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{mL_A^2} = \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2} |a_2|^2 + 4 |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$$

$$L^2 = L_A^2 \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2} |a_2|^2 + 4 |a_3|^2 \right)$$

Sehingga, diperoleh nilai L_B

$$L_B^2 = L_A^2 \left(0 + \frac{5}{2} \cdot 0 + 4 \cdot 1 \right)$$

$$L_B^2 = L_A^2 (4)$$

$$L_B = 2L_A$$

Proses B-C: $L_C = \alpha L_B$, dimana nilai $\alpha > 1$. Karena jika kurang dari 1 akan menjadi proses kompresi.

$$L_C = \alpha L_B = 2\alpha L_A$$

Proses C-D:

$$E_C = E_{C-D}(L)$$

$$\frac{4\pi^2 \hbar^2}{mL_C^2} = \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2} |a_2|^2 + 4 |a_3|^2 \right) \frac{\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$$

$$L^2 = \frac{L_C^2}{4} \left(|a_1|^2 + \frac{5}{2} |a_2|^2 + 4 |a_3|^2 \right)$$

Sehingga, diperoleh nilai L_D

$$L_D^2 = \frac{L_C^2}{4} \left(1 + \frac{5}{2} \cdot 0 + 4 \cdot 0 \right)$$

$$L_D^2 = \frac{L_C^2}{4}$$

$$L_D = \frac{1}{2} L_C$$

$$L_D = \frac{1}{2} \alpha L_B = \frac{1}{2} \alpha (2L_A) = \alpha L_A$$

Lebar sumur akhir setiap proses siklus Carnot kuantum terkait dengan lebar sumur awal

$$L_B = 2L_A, L_C = 2\alpha L_A, L_D = \alpha L_A$$

2. Lebar sumur potensial dengan partikel antisimetri

Proses A-B: $L = L_A$

$$E_A = E_{A-B}(L)$$

$$\frac{5\pi^2\hbar^2}{2mL_A^2} = \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2\right) \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^2}$$

$$5L^2 = 2L_A^2 \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2\right)$$

$$L^2 = \frac{2L_A^2}{5} \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + \frac{13}{2}|a_3|^2\right)$$

Sehingga, diperoleh nilai L_B

$$L_B^2 = \frac{2L_A^2}{5} \left(\frac{5}{2} \cdot 0 + 5 \cdot 0 + \frac{13}{2} \cdot 1\right)$$

$$L_B^2 = \frac{2L_A^2}{5} \left(\frac{13}{2}\right)$$

$$L_B^2 = \frac{13}{5} L_A^2$$

$$L_B = \sqrt{\frac{13}{5}} L_A = 1.6 L_A$$

Proses B-C: $L_C = \alpha L_B$, dimana nilai $\alpha > 1$.

$$L_C = \alpha L_B = 1.6\alpha L_A$$

Proses C-D:

$$E_C = E_{C-D}(L)$$

$$\frac{13\pi^2\hbar^2}{2mL_C^2} = \left(\frac{5}{2}|a_1|^2 + 5|a_2|^2 + 13|a_3|^2\right) \frac{\pi^2\hbar^2}{mL^2}$$

$$L^2 = \frac{2L_C^2}{13} \left(\frac{5}{2} |a_1|^2 + 5 |a_2|^2 + \frac{13}{2} |a_3|^2 \right)$$

Sehingga, diperoleh nilai L_D

$$L_D^2 = \frac{2L_C^2}{13} \left(\frac{5}{2} \cdot 1 + 5 \cdot 0 + \frac{13}{2} \cdot 0 \right)$$

$$L_D^2 = \frac{2L_C^2}{13} \left(\frac{5}{2} \right)$$

$$L_D = \sqrt{\frac{5}{13}} L_C$$

$$L_D = \sqrt{\frac{5}{13}} L_C = 0.6 L_C = 0.6 \alpha L_B = 0.96 \alpha L_A$$

Lebar sumur akhir setiap proses siklus Carnot terkait dengan lebar sumur awal

$$L_B = 1.6 L_A, L_C = 1.6 \alpha L_A, L_D = 0.96 \alpha L_A$$

Lampiran 3. Perhitungan W_{total}

1. Perhitungan W_{total} untuk efisiensi mesin Carnot kuantum dengan 2 partikel simetri

$$\begin{aligned}
W_{total} &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \\
&= \frac{2\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \ln 2 + \frac{4\pi^2\hbar^2}{m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{8\pi^2\hbar^2}{mL_C^2} \ln 2 + \frac{2\pi^2\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{2 \ln 2}{L_A^2} + 4 \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{8}{L_C^2} \ln 2 + \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{2 \ln 2}{L_A^2} + 4 \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{\alpha L_B^2} \right] - \frac{8}{L_C^2} \ln 2 + \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{2 \ln 2}{L_A^2} + \frac{4}{L_B^2} \left[1 - \frac{1}{\alpha} \right] - \frac{8}{L_C^2} \ln 2 + \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{2 \ln 2}{L_A^2} + \frac{4}{(2L_A)^2} \left[1 - \frac{1}{\alpha} \right] - \frac{8}{(\alpha 2L_A)^2} \ln 2 + \left[\frac{1}{(\alpha L_A)^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{2 \ln 2}{L_A^2} + \frac{4}{4L_A^2} \left[1 - \frac{1}{\alpha} \right] - \frac{8}{\alpha^2 4L_A^2} \ln 2 + \left[\frac{1}{(\alpha L_A)^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{2 \ln 2}{L_A^2} + \frac{1}{L_A^2} \left[1 - \frac{1}{\alpha^2} \right] - \frac{2}{\alpha^2 L_A^2} \ln 2 + \frac{1}{\alpha^2 L_A^2} - \frac{1}{L_A^2} \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(2 \ln 2 + 1 \left[1 - \frac{1}{\alpha^2} \right] - \frac{2 \ln 2}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^2} - 1 \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(2 \ln 2 + 1 - \frac{1}{\alpha^2} - \frac{2 \ln 2}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^2} - 1 \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(2 \ln 2 - \frac{2 \ln 2}{\alpha^2} \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2} \right) 2 \ln 2 \\
W_{total} &= \frac{2\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2} \right) \ln 2
\end{aligned}$$

2. Perhitungan W_{total} untuk efisiensi mesin Carnot kuantum dengan 2 partikel antisimetri

$$\begin{aligned}
W_{total} &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \\
&= \frac{5\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \ln\sqrt{13/5} + \frac{13\pi^2\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{13\pi^2\hbar^2}{mL_C^2} \ln\sqrt{13/5} + \frac{5\pi^2\hbar^2}{2m} \left[\frac{L_A^2}{L_D^2} - 1 \right] \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{5 \ln\sqrt{13/5}}{L_A^2} + \frac{13}{2} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{L_C^2} \right] - \frac{13}{L_C^2} \ln\sqrt{13/5} + \frac{5}{2} \left[\frac{L_A^2}{L_D^2} - 1 \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{5 \ln\sqrt{13/5}}{L_A^2} + \frac{13}{2} \left[\frac{1}{L_B^2} - \frac{1}{\alpha L_B^2} \right] - \frac{13}{\alpha^2 L_B^2} \ln\sqrt{13/5} + \frac{5}{2} \left[\frac{1}{L_D^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{5 \ln\sqrt{13/5}}{L_A^2} + \frac{13}{2} \left[\frac{1}{13/5 L_A^2} - \frac{1}{\alpha^2 13/5 L_A^2} \right] - \frac{13 \ln\sqrt{13/5}}{\alpha^2 13/5 L_A^2} + \frac{5}{2} \left[\frac{1}{\alpha^2 L_A^2} - \frac{1}{L_A^2} \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{5 \ln\sqrt{13/5}}{L_A^2} + \frac{13}{2} \frac{1}{13/5 L_A^2} \left[1 - \frac{1}{\alpha} \right] - \frac{13 \ln\sqrt{13/5}}{\alpha^2 13/5 L_A^2} + \frac{5}{2} \frac{1}{L_A^2} \left[\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right] \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(5 \ln\sqrt{13/5} + \frac{5}{2} \left[1 - \frac{1}{\alpha^2} \right] - 5 \ln\sqrt{\frac{13}{5} \frac{1}{\alpha^2}} + \frac{5}{2} \frac{1}{\alpha^2} - \frac{5}{2} \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(5 \ln\sqrt{13/5} - 5 \ln\sqrt{13/5} \frac{1}{\alpha^2} \right) \\
&= \frac{\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2} \right) 5 \ln\sqrt{13/5} \\
W_{total} &= \frac{5\pi^2\hbar^2}{mL_A^2} \left(1 - \frac{1}{\alpha^2} \right) \ln\sqrt{13/5}
\end{aligned}$$