

**INDEKS *ATOM-BOND CONNECTIVITY* VERSI EMPAT
PADA GRAF ANNIHILATOR RING BILANGAN BULAT
MODULO**

SKRIPSI

**OLEH:
MUFIDATU ZAKIYAH DWI LESTARI
NIM. 19610066**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023**

**INDEKS *ATOM-BOND CONNECTIVITY* VERSI EMPAT
PADA GRAF ANNIHILATOR RING BILANGAN BULAT
MODULO**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
MUFIDATU ZAKIYAH DWI LESTARI
NIM. 19610066**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023**

**INDEKS ATOM-BOND CONNECTIVITY VERSI EMPAT
PADA GRAF ANNIHILATOR RING BILANGAN BULAT
MODULO**

SKRIPSI

Oleh
Mufidatu Zakiyah Dwi Lestari
NIM. 19610066

Telah Disetujui Untuk Diuji
Malang, 27 November 2023

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II

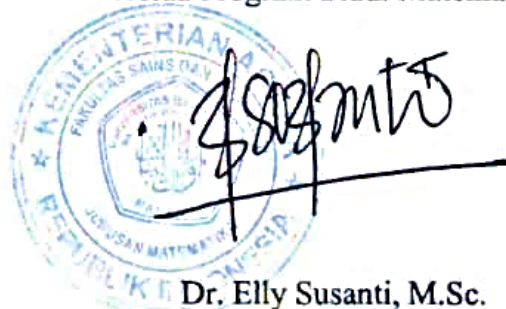


Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.
NIP. 19870218 202321 1 018



Erna Herawati, M.Pd.
NIDT. 19760723 20180201 2 222

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

**INDEKS ATOM-BOND CONNECTIVITY VERSI EMPAT
PADA GRAF ANNIHILATOR RING BILANGAN BULAT
MODULO**

SKRIPSI

Oleh
Mufidatu Zakiyah Dwi Lestari
NIM. 19610066

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat.)

Tanggal 11 Desember 2023

Ketua Penguji : Evawati Alisah, M.Pd.



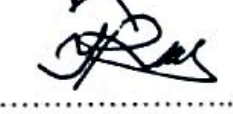
Anggota Penguji I : Intan Nisfulaila, M.Si.



Anggota Penguji II : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.



Anggota penguji III : Erna Herawati, M.Pd.



Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Ely Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mufidatu Zakiyah Dwi Lestari
NIM : 19610066
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Indeks *Atom-Bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator Ring Bilangan Bulat Modulo

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya tulis saya sendiri, bukan pengambilan tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai tulisan saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi saya ini hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 11 Desember 2023
Yang membuat pernyataan



Mufidatu Zakiyah Dwi Lestari
NIM.19610066

MOTTO

“Your journey is yours alone. Some may choose to walk it with you, but they can not walk it for you. Appreciate your own company, love yourself and do what have to do.”

(Mufti Ismail Menk)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Orang tua penulis Bapak Latif dan Ibu Muthaifah, kakak penulis Muhammad Muzzammil Bahrul ‘Ulum, serta keluarga yang selalu mendoakan, memberi semangat, nasehat, dan kasih sayang tak terhingga.

Sehingga menjadi inspirasi penulis dalam terus berproses.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan rahmat, nikmat, serta anugerah-Nya yang melimpah berupa kesehatan jasmani dan rohani pun kecerdasan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat Pada Graf Annihilator Ring Bilangan Bulat Modulo” dengan baik.

Dalam proses penyelesaian skripsi ini, penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak akan dapat terselesaikan tanpa adanya diskusi, bimbingan, serta saran dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada semua pihak yang terlibat, terkhusus kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
2. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc., selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
4. Mohammad Nafie Jauhari, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang senantiasa dengan sabar memberikan bimbingan serta arahan demi kebaikan dan terselesaikannya skripsi ini.
5. Erna Hernawati, M.Pd., selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan, saran yang membangun serta telah membagikannya banyak ilmu kepada penulis.
6. Angga Dwi Mulyanto, M.Si., selaku dosen wali yang telah memberikan motivasi serta nasihat kepada penulis.
7. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim
8. Kedua orang tua tercinta yang tanpa lelah memberikan dukungan, motivasi, nasihat serta do'a kepada penulis demi terselesaikannya skripsi ini dan tercapainya cita-cita penulis.

9. Abah Dr. K. H. Marzuqi Mustamar, M.Ag. dan Umi Dra. Hj. Saidah Mustaghfiroh, selaku pengasuh Pondok Pesantren Sabilurrosyad.
10. Teman KKM dan PKL atas semua kenangan, kebaikan, dan pengalaman indah yang telah diberikan.
11. Teman-teman Pondok Pesantren Sabilurrosyad yang selalu memberikan dukungan dan motivasi dalam proses menyelesaikan skripsi ini.
12. Seluruh teman-teman Matematika angkatan 2019 yang telah berbagi kenangan indah selama masa perkuliahan.
13. Seluruh pihak yang berpartisipasi membantu penulis dalam hal motivasi dan moral sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini.

Selain itu, penulis berharap semoga skripsi ini dapat menambah wawasan serta memberikan manfaat dan berkah bagi semua orang terutama bermanfaat bagi penulis.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 11 Desember 2023

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGANTAR	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTTO	vi
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
ABSTRAK	xiv
ABSTRACT	xv
مستخلص البحث	xvi
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Manfaat Penelitian	6
1.5 Batasan Masalah	6
BAB II KAJIAN TEORI	7
2.1 Teori Pendukung	7
2.1.1 Operasi Biner	7
2.1.2 Definisi Ring	7
2.1.3 Ring Komutatif	9
2.1.4 Pembagi Nol	9
2.1.5 Definisi Annihilator	10
2.1.6 Kongruensi	10
2.1.7 Kongruensi Linier	11
2.1.8 Definisi Graf	11
2.1.9 Definisi Terhubung Langsung dan Terkait Langsung	12
2.1.10 Definisi Derajat	12
2.1.11 Definisi Graf Annihilator	13
2.1.12 Definisi Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat	15
2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an	16
2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung	19
BAB III METODE PENELITIAN	22
3.1 Jenis Penelitian	22
3.2 Pra Penelitian	22
3.3 Tahapan Penelitian	22
BAB IV PEMBAHASAN	24
4.1 Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{pq}	24
4.1.1 Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_4	24

4.1.2	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_6	25
4.1.3	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_9	27
4.1.4	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{10}	29
4.1.5	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{14}	32
4.1.6	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{15}	37
4.1.7	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{21}	42
4.1.8	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{22}	49
4.1.9	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{25}	59
4.1.10	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{33}	62
4.1.11	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{35}	75
4.1.12	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{49}	78
4.1.13	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{55}	80
4.1.14	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{77}	83
4.1.15	Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{121}	87
4.1.16	Tabulasi Data Indeks <i>Atom-bond Connectivity</i> Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{pq} dengan $p, q \in \{2,3,5,7,11\}$	91
4.2	Menentukan Pola Rumus Indeks <i>Atom-Bond Connectivity</i> Versi Empat Pada Graf Annihilator Ring Bilangan Bulat Modulo	95
4.3	Kajian Integrasi Agama	101
BAB V PENUTUP		103
5.1	Kesimpulan	103
5.2	Saran	103
DAFTAR PUSTAKA		104
RIWAYAT HIDUP		106

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Graf	12
Gambar 2.2	Graf Terhubung Langsung dan Terkait Langsung	12
Gambar 2.3	Definisi Derajat Graf	13
Gambar 2.4	Graf Annihilator \mathbb{Z}_9	15
Gambar 2.5	Graf G	15
Gambar 2.6	Graf Annihilator \mathbb{Z}_9	21
Gambar 4.1	Graf Annihilator \mathbb{Z}_4	25
Gambar 4.2	Graf Annihilator \mathbb{Z}_6	26
Gambar 4.3	Graf Annihilator \mathbb{Z}_9	28
Gambar 4.4	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{10}	31
Gambar 4.5	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{14}	36
Gambar 4.6	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{15}	41
Gambar 4.7	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{21}	48
Gambar 4.8	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{22}	58
Gambar 4.9	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{25}	61
Gambar 4.10	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{33}	73
Gambar 4.11	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{35}	76
Gambar 4.12	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{49}	79
Gambar 4.13	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{55}	81
Gambar 4.14	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{77}	84
Gambar 4.15	Graf Annihilator \mathbb{Z}_{121}	88

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Tabel Annihilator dari 7 pada \mathbb{Z}_{14}	10
Tabel 2.2	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_9	14
Tabel 2.3	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_9	20
Tabel 4.1	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_4	24
Tabel 4.2	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_6	25
Tabel 4.3	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_9	27
Tabel 4.4	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{10}	29
Tabel 4.5	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{14}	33
Tabel 4.6	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{15}	38
Tabel 4.7	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{21}	43
Tabel 4.8	Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{22}	50
Tabel 4.9	Tabulasi Data $p \neq q$	91
Tabel 4.10	Tabulasi Data $p = q$	93

ABSTRAK

Lestari, Mufidatu Zakiyah Dwi. 2023. **Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat Pada Graf Annihilator Ring Bilangan Bulat Modulo**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si., (2) Erna Herawati, M.Pd.

Kata kunci: Indeks *Atom-bond Connectivity* versi empat, Graf Annihilator, Ring Bilangan Bulat Modulo

Misalkan R merupakan suatu ring komutatif dan $\mathbb{Z}(R)$ adalah himpunan pembagi nol di R . Graf annihilator ring R , dinotasikan dengan $AG(R)$ merupakan graf tak berarah dengan himpunan simpul $Z(R)^*$, di mana $Z(R)^* = Z(R) - \{0\}$ dan dua titik berbeda x dan y terhubung langsung jika dan hanya jika $ann_R(xy) \neq ann_R(x) \cup ann_R(y)$. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui rumus umum dari Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{pq})$, di mana \mathbb{Z}_{pq} merupakan bilangan bulat modulo pq dengan p, q bilangan prima. Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur dengan merujuk pada beberapa buku serta jurnal ilmiah. Pada penelitian ini diperoleh rumus Indeks *Atom-bond Connectivity* versi empat sebagai berikut:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq})) = (p-1)(q-1) \sqrt{\frac{2(p-1)(q-1)-2}{(p-1)^2(q-1)^2}}.$$

ABSTRACT

Lestari, Mufidatu Zakiyah Dwi. 2023. **Atom-bond Connectivity Index Fourth Version of Annihilator Graph of Ring Integers Modulo**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (1) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si., (2) Erna Herawati, M.Pd.

Keyword: Atom-bond Connectivity Index fourth version, Annihilator Graph, Ring Integers Modulo

Suppose that R is a commutative ring and $\mathbb{Z}(R)$ is the set of zero divisors of R . The annihilator graph of R , denoted by $AG(R)$, is an undirected graph with the set of vertices $Z(R)^*$, where $Z(R)^* = Z(R) - \{0\}$ and two distinct vertices x and y are adjacent if and only if $ann_R(xy) \neq ann_R(x) \cup ann_R(y)$. The purpose of this research is to determine the formula of the Atom-bond Connectivity Index Fourth Version of $AG(\mathbb{Z}_{pq})$, where \mathbb{Z}_{pq} is an integers modulo pq with p, q are prime numbers. The method of the research used is a literature study by referring to several books and scientific journals. In this research, the formula for the Atom-bond Connectivity Index fourth version was obtained as follows:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq})) = (p-1)(q-1) \sqrt{\frac{2(p-1)(q-1)-2}{(p-1)^2(q-1)^2}}$$

مستخلص البحث

ليستاري، مفيدة الزكية دوي. ٢٠٢٣. مؤشر اتصال الرابطة الذرية لإصدار الرابع من الرسم البياني لإبادة الأعداد الصحيحة حلقيّة مودولو. البحث الجامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف الأول: (١) محمد نافع جوهرى، الماجستير. المشرفة الثانية: (٢) إيرنا هيراواتي، الماجستير.

الكلمات المفتاحية: مؤشر اتصال الرابطة الذرية لإصدار الرابع، الرسم البياني للإبادة، معامل الأعداد الصحيحة الحلقيّة مودولو

لنفترض أن R هي حلقة تبديلية و $\mathbb{Z}(R)$ هي مجموعة القواسم الصفرية لـ R . الرسم البياني المفسد لـ R ، الذي يرمز له بـ $AG(R)$ ، هو رسم بياني غير موجه مع مجموعة الرؤوس $*Z(R)$ ، حيث $Z(R) = Z(R) - \{0\}$. ورأسان متميزان x و y متجاوران فقط إذا كان $ann_R(xy) \neq ann_R(x) \cup ann_R(y)$. الغرض من هذا البحث هو معرفة تحديد الصيغة المؤشر لإتصال السندات الذرية الرابعة من $AG(\mathbb{Z}_{pq})$ ، حيث \mathbb{Z}_{pq} هو عدد الصحيح مودولو pq مع p, q هي أعداد أولية. طريقة البحث المستخدمة هي دراسة الأدب من خلال الإشارة إلى الكتب المصادر والمجلات العلمية. في هذا البحث، تم الحصول على الصيغة لإصدار الرابع لمؤشر الاتصال السندات الذرية على النحو التالي:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq})) = (p-1)(q-1) \sqrt{\frac{2(p-1)(q-1)-2}{(p-1)^2(q-1)^2}}$$

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang keilmuan dalam matematika yang penting dan memiliki banyak manfaat karena dapat diterapkan untuk merepresentasikan masalah dalam kehidupan sehari-hari sehingga lebih mudah diselesaikan. Terdapat beberapa contoh kasus dalam kehidupan sehari-hari yang dapat direpresentasikan dalam bentuk graf seperti masalah penjadwalan, penggambaran struktur organisasi, serta penggambaran struktur kimia.

Teori graf pertama kali diterapkan pada tahun 1736 melalui permasalahan pada jembatan yang ada di Kota Königsberg. Pada kota tersebut terdapat tujuh buah jembatan yang menghubungkan empat daratan yang dipisahkan oleh sungai Pregal yang mengitari Pulau Kneiphof. Permasalahan yang muncul adalah apakah mungkin tujuh jembatan tersebut dapat dilalui hanya dengan satu kali jalan dan kembali ke tempat semula. Leonhard Euler, seorang matematikawan Swiss, berhasil memecahkan permasalahan ini melalui pembuktian yang sederhana. Permasalahan ini dimodelkan ke dalam graf. Daratan yang dihubungkan oleh jembatan dipresentasikan sebagai titik yang disebut simpul (*vertex*), sedangkan jembatan dipresentasikan sebagai suatu garis yang disebut sisi (*edge*) (Daniel & Taneo, 2019). Pada tahun 1847, G. R Kirchoff berhasil mengembangkan teori pohon (*Theory of trees*) yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan jaringan listrik. Sepuluh tahun kemudian A. Coyley menggunakan konsep pohon untuk memaparkan permasalahan pada bidang kimia yaitu hidrokarbon. Pada masa

Kirchoff dan Coyley perkembangan teori graf mulai meluas hingga sekarang (Rahayuningsih, 2018).

Graf G merupakan himpunan tak kosong berhingga $V(G)$ dari objek yang disebut titik dan himpunan yang mungkin kosong $E(G)$ yang disebut sisi. Jika (u, v) adalah sisi dari graf G , maka u dan v adalah titik yang terhubung langsung (Chartrand et al., 2016).

Perkembangan teori graf yang semakin cepat mengakibatkan cakupan topik yang dapat dipadukan dengan teori graf semakin luas. Salah satu topik matematika yang dapat dipadukan dengan teori graf adalah struktur aljabar. Terdapat banyak penelitian tentang graf yang menggabungkannya dengan struktur aljabar seperti dengan teori ring. Ring merupakan suatu himpunan takkosong yang memiliki sifat grup abelian terhadap penjumlahan, asosiatif dan tertutup terhadap perkalian, serta bersifat distributif terhadap penjumlahan dan perkalian (Soleha et al., 2015). Kemudian graf annihilator $AG(R)$ dari ring komutatif R merupakan graf dengan himpunan titik $Z(R)^*$ dan dua titik yang berbeda akan terhubung langsung jika dan hanya jika $Ann_R(xy) \neq Ann_R(x) \cup Ann_R(y)$ di mana $Ann_R(x)$ adalah annihilator dari suatu titik di x .

Terdapat beberapa penelitian sebelumnya yang membahas tentang graf annihilator seperti yang pernah dilakukan oleh Badawi (2014) yang meneliti tentang graf annihilator pada ring komutatif. Penelitian tentang graf annihilator terus berkembang dan banyak peneliti-peneliti lain yang mengembangkannya seperti Hamidizadeh (2015) yang membahas tentang graf annihilator dari suatu modul. Kemudian penelitian yang dilakukan oleh Dutta & Lanong (2017) yang membahas tentang graf yang diperoleh dari annihilator yaitu graf annihilator pada

ring komutatif hingga. Afkhami et al. (2017) melakukan penelitian tentang graf annihilator dari ring komutatif yang berjudul *Some Result on the Annihilator Graph of a Commutative Ring*.

Terdapat cukup banyak ayat di dalam Al-Qur'an yang secara tersirat bersinggungan dengan teori graf. Salah satu ayat Al-Qur'an yang bersinggungan dengan teori graf yaitu pada surat Al-Hujurat ayat 13 (Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an, 2022):

يَا أَيُّهَا النَّاسُ إِنَّا خَلَقْنَاكُمْ مِنْ ذَكَرٍ وَأُنْثَىٰ وَجَعَلْنَاكُمْ شُعُوبًا وَقَبَائِلَ لِتَعَارَفُوا ۗ إِنَّ أَكْرَمَكُمْ عِنْدَ اللَّهِ أَتْقَىٰكُمْ ۚ إِنَّ اللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٌ

Artinya: "Wahai manusia, sesungguhnya Kami telah menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan perempuan. Kemudian, Kami menjadikan kamu berbangsa-bangsa dan bersuku-suku agar kamu saling mengenal. Sesungguhnya yang paling mulia di antara kamu di sisi Allah adalah orang yang paling bertakwa. Sesungguhnya Allah Maha Mengetahui lagi Maha Teliti."

Menurut Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an, (2016) melalui surat Al-Hujurat ayat 13, Allah menegaskan bahwasanya manusia tercipta dari satu keturunan yang sama yakni Adam dan Hawa. Selanjutnya Allah menjadikan manusia berkembang bersuku-suku dan berbangsa-bangsa. Hal ini merupakan prinsip dasar manusia bahwa manusia memang beragam. Adanya keberagaman tersebut Allah menghendaki umat manusia saling mengenal dan saling mengasihi. Secara teori graf, setiap suku atau bangsa dapat direpresentasikan sebagai titik pada graf dan proses manusia saling mengenal dapat direpresentasikan sebagai sisi pada graf. Semakin banyak manusia saling mengenal maka akan membentuk banyak sisi pada graf.

Teori graf dimanfaatkan dalam berbagai bidang salah satunya dalam bidang kimia yang berkaitan dengan indeks topologi. Indeks Topologi adalah parameter

numerik dari suatu graf yang memberikan karakteristik topologi dan biasanya berupa persamaan (Kanna et al., 2016). Indeks topologi juga berperan dalam rancangan senyawa aktif farmakologi serta identifikasi senyawa berbahaya lingkungan. Pada tahun 1998, Ernesto Estrada dan rekannya memperkenalkan indeks topologi berbasis derajat yang menunjukkan korelasi yang sangat baik dengan formasi alkane dan juga telah diaplikasikan hingga sekarang dalam studi stabilitas dari molekul alkane. Indeks tersebut yaitu Indeks *Atom-bond Connectivity* yang didefinisikan sebagai berikut:

$$ABC(G) = \sum_{uv \in E(G)} \sqrt{\frac{d_u + d_v - 2}{d_u d_v}}$$

dengan $E(G)$ merupakan himpunan sisi dan d_u adalah derajat titik u pada G (Gan et al., 2011). Seiring berkembangnya ilmu pengetahuan para ilmuwan senantiasa melakukan penelitian, begitu pula dengan indeks topologi khususnya Indeks *Atom-bond Connectivity* yang dimodifikasi sedemikian rupa sehingga muncul beberapa versi dari indeks tersebut. Versi kedua dari Indeks *Atom-bond Connectivity* diperkenalkan oleh Ghorbani yang didefinisikan sebagai berikut:

$$ABC_2(G) = \sum_{uv \in E(G)} \sqrt{\frac{n_u + n_v - 2}{n_u n_v}}$$

dengan $E(G)$ merupakan himpunan sisi dan n_u adalah jumlah titik dari G yang jaraknya ke titik u lebih kecil daripada jarak ke daripada jarak titik v pada G .

Versi ketiga dari Indeks *Atom-bond Connectivity* diperkenalkan oleh Farahani yang didefinisikan sebagai berikut:

$$ABC_3(G) = \sum_{uv \in E(G)} \sqrt{\frac{m_u + m_v - 2}{m_u m_v}}$$

dengan $E(G)$ merupakan himpunan sisi dan m_u adalah jumlah sisi dari G yang jaraknya ke titik u lebih kecil daripada jarak ke daripada jarak titik v pada G (Chaluvaraju & Shaikh, 2021).

Selanjutnya pada tahun 2010 Ghorbani & Hosseinzadeh memperkenalkan versi keempat dari Indeks *Atom-bond Connectivity* yang didefinisikan sebagai berikut:

$$ABC_4(G) = \sum_{uv \in E(G)} \sqrt{\frac{s_u + s_v - 2}{s_u s_v}}$$

dengan $E(G)$ merupakan himpunan sisi dan s_u adalah jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik u pada G (Farahani, 2013).

Pada penelitian ini indeks yang akan digunakan adalah Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat karena lebih kompleks dari versi sebelumnya. Selanjutnya Farahani (2014) kembali meneliti terkait Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat dari struktur nano. Penelitian terkait *Atom-bond Connectivity Index* terus berkembang. Cukup banyak peneliti yang melakukan penelitian terkait index ini, seperti Gao et al. (2017) yang melakukan penelitian yang membahas tentang indeks perkalian konektivitas ikatan atom berdasarkan derajat. (Chaluvaraju & Shaikh, 2021) meneliti tentang indeks konektivitas ikatan atom yang diaplikasikan untuk perawatan dan pencegahan Covid-19.

Berdasarkan beberapa penelitian terdahulu, penelitian mengenai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat dapat diperluas dan digabungkan dengan graf annihilator dari ring komutatif. Dengan demikian peneliti akan melakukan penelitian terkait “Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Ring Bilangan Bulat Modulo”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, diperoleh rumusan masalah pada penelitian ini yaitu bagaimana rumus Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Ring Komutatif Bilangan Bulat Modulo?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, diperoleh tujuan pada penelitian ini yaitu merumuskan Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Ring Komutatif Bilangan Bulat Modulo.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi penulis, menambah pengetahuan dan dapat mengembangkan wawasan terkait konsep teori graf, khususnya pada Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Ring Komutatif Bilangan Bulat Modulo.
2. Bagi pembaca, sebagai tambahan pengetahuan dan bahan informasi dalam melakukan penelitian lebih lanjut tentang Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Ring Komutatif Bilangan Bulat Modulo.
3. Bagi lembaga, sebagai tambahan bahan pustaka terkait teori graf khususnya tentang Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Ring Komutatif Bilangan Bulat Modulo.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini memfokuskan pembahasan pada graf annihilator dari ring komutatif bilangan bulat modulo pq , dengan p, q merupakan bilangan prima.

BAB II KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Operasi Biner

Misalkan S suatu himpunan tak kosong, operasi biner pada S adalah suatu pemetaan yang mengaitkan setiap pasangan terurut $(a, b) \in S \times S$ dengan tepat satu elemen $(a * b) \in S$ disimbolkan $*$: $S \times S \rightarrow S$ (Susanto, 2021).

Contoh. Misalkan \mathbb{Z} suatu himpunan bilangan bulat, maka operasi penjumlahan (+) pada \mathbb{Z} merupakan operasi biner. $\forall a \in \mathbb{Z}$ dan $b \in \mathbb{Z}$ maka $a + b \in \mathbb{Z}$ sehingga jelas bahwa operasi penjumlahan (+) pada \mathbb{Z} merupakan operasi biner.

2.1.2 Definisi Ring

Suatu ring $(R, +, \cdot)$ adalah suatu himpunan tidak kosong dengan dua operasi biner yakni penjumlahan dan perkalian yang memenuhi sifat-sifat berikut:

1. Himpunan R tertutup terhadap penjumlahan

$$\forall x \in R \text{ dan } y \in R \text{ maka } x + y \in R.$$

2. Penjumlahan di R bersifat asosiatif

$$x + (y + z) = (x + y) + z, \text{ untuk setiap } x, y, z \in R.$$

3. Himpunan R memuat unsur identitas penjumlahan 0

$$x + 0 = 0 + x = x, \text{ untuk setiap } x \in R.$$

4. Himpunan R memuat invers terhadap penjumlahan

$$\forall x \in R, \text{ terdapat } -x \in R \text{ sedemikian sehingga } x + (-x) = (-x) + x = 0.$$

5. Penjumlahan di R bersifat komutatif

$$(x + y) = (y + x), \text{ untuk setiap } x, y \in R.$$

6. Himpunan R tertutup terhadap perkalian

$$\forall x \in R \text{ dan } y \in R \text{ maka } x \cdot y \in R.$$

7. Perkalian di R bersifat asosiatif

$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z, \text{ untuk setiap } x, y, z \in R.$$

8. Dua hukum distributif berlaku di R

$$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z) \text{ dan } (x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z, \text{ untuk setiap } x, y, z \in R \text{ (Gilbert \& Gilbert, 2008).}$$

Contoh. Misalkan $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ adalah suatu himpunan tidak kosong dari bilangan bulat dengan dua operasi biner yakni penjumlahan dan perkalian. $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ dapat disebut suatu ring karena memenuhi sifat-sifat ring yaitu:

1. $\forall x \in \mathbb{Z}$ dan $y \in \mathbb{Z}$ maka $x + y \in \mathbb{Z}$ sehingga tertutup terhadap penjumlahan.
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$, untuk setiap $x, y, z \in \mathbb{Z}$ sehingga \mathbb{Z} penjumlahan bersifat asosiatif.
3. $x + 0 = 0 + x = x$, untuk setiap $x \in \mathbb{Z}$ sehingga \mathbb{Z} memuat unsur identitas penjumlahan.
4. $\forall x \in \mathbb{Z}$, terdapat $-x \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $x + (-x) = (-x) + x = 0$ sehingga memuat invers terhadap penjumlahan.
5. $(x + y) = (y + x)$, untuk setiap $x, y \in \mathbb{Z}$ sehingga penjumlahan bersifat komutatif.
6. $\forall x \in \mathbb{Z}$ dan $y \in \mathbb{Z}$.maka $x \cdot y \in \mathbb{Z}$ sehingga tertutup terhadap perkalian
7. $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$, untuk setiap $x, y, z \in \mathbb{Z}$ sehingga perkalian bersifat asosiatif.

8. $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$ dan $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$, untuk setiap $x, y, z \in \mathbb{Z}$ sehingga bersifat distributif.

2.1.3 Ring Komutatif

Misalkan R suatu ring. Jika terdapat elemen e pada R sedemikian sehingga $x \cdot e = e \cdot x = x$ untuk semua $x \in R$, maka e disebut kesatuan dan ring R disebut ring dengan unsur kesatuan. Jika perkalian pada R bersifat komutatif, maka R disebut ring komutatif (Gilbert & Gilbert, 2008).

Contoh. Misalkan $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ adalah suatu himpunan tidak kosong dari bilangan bulat dengan dua operasi biner yakni penjumlahan dan perkalian. Karena diketahui $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ merupakan ring, maka untuk membuktikan bahwa $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ suatu ring komutatif akan ditunjukkan bahwa $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ bersifat komutatif terhadap operasi perkalian. Berdasarkan sifat pada ring $\forall x \in \mathbb{Z}$ dan $y \in \mathbb{Z}$ maka $x \cdot y \in \mathbb{Z}$, karena x, y merupakan sebarang elemen di \mathbb{Z} maka $y \cdot x \in \mathbb{Z}$. Hal ini menunjukkan bahwa \mathbb{Z} bersifat komutatif terhadap operasi perkalian. Jadi $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ merupakan ring komutatif.

2.1.4 Pembagi Nol

Misalkan R suatu ring. Suatu elemen tak nol $r \in R$ disebut suatu pembagi nol jika terdapat suatu elemen tak nol $s \in R$ sedemikian sehingga $r \cdot s = 0$ atau $s \cdot r = 0$ (Jeffrey Bergen). Himpunan pembagi nol dari R dinotasikan dengan $Z(R)$. Selain himpunan pembagi nol, terdapat pula himpunan pembagi nol tak nol yang dinotasikan dengan $Z(R)^*$ yang diperoleh dari $Z(R)^* = Z(R) - \{0\}$ (Soleha et al., 2015).

Contoh. Misalkan $R = \mathbb{Z}_9 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}\}$. Perhatikan bahwa $\bar{0} \cdot \bar{1}, \bar{0} \cdot \bar{2}, \bar{0} \cdot \bar{3}, \bar{0} \cdot \bar{4}, \bar{0} \cdot \bar{5}, \bar{0} \cdot \bar{6}, \bar{0} \cdot \bar{7}, \bar{0} \cdot \bar{8}, \bar{4} \cdot \bar{3}, \bar{3} \cdot \bar{6}$, dan $\bar{6} \cdot \bar{3}$ memiliki

nilai yang sama yakni $\bar{0} \text{ mod } 8$. Sehingga $\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}$ memenuhi $r \cdot s = 0$ untuk suatu $r, s \in \mathbb{Z}_9$. Akibatnya himpunan semua pembagi nol dari ring \mathbb{Z}_9 adalah $Z(\mathbb{Z}_9) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\}$ dan himpunan pembagi nol tak nolnya adalah $Z(\mathbb{Z}_9)^* = Z(\mathbb{Z}_9) - \{0\} = \{\bar{3}, \bar{6}\}$.

2.1.5 Definisi Annihilator

Misalkan R suatu ring dan A merupakan sebarang himpunan bagian dari R . Annihilator dari A dinotasikan dengan $Ann(A)$ merupakan himpunan semua $r \in R$ sedemikian sehingga $r \cdot a = 0$, untuk semua $a \in A$ (Gallian, 2016).

Contoh. Misalkan \mathbb{Z}_{14} suatu himpunan bilangan bulat modulo 9.

Ambil $7 \in \mathbb{Z}_{14}$, untuk menentukan $ann(7)$ perhatikan tabel berikut:

Tabel 2.1 Tabel Annihilator dari 7 pada \mathbb{Z}_{14}

r	a	$r \cdot a \text{ mod } 14$
0	7	$0 \cdot 7 \equiv 0 \text{ mod } 14 \equiv 0$
2		$2 \cdot 7 \equiv 14 \text{ mod } 14 \equiv 0$
4		$4 \cdot 7 \equiv 28 \text{ mod } 14 \equiv 0$
6		$6 \cdot 7 \equiv 42 \text{ mod } 14 \equiv 0$
8		$8 \cdot 7 \equiv 56 \text{ mod } 14 \equiv 0$
10		$10 \cdot 7 \equiv 70 \text{ mod } 14 \equiv 0$
12		$12 \cdot 7 \equiv 84 \text{ mod } 14 \equiv 0$

Berdasarkan tabel 2.1 dapat diketahui bahwa annihilator dari 7 pada \mathbb{Z}_{14} adalah $\{0,2,4,6,8,10,12\}$.

2.1.6 Kongruensi

Misalkan n suatu bilangan bulat positif, > 1 . Untuk suatu bilangan bulat x dan y , x dikatakan kongruen y modulo n jika dan hanya jika $x - y$ merupakan kelipatan n yang dinotasikan dengan $x \equiv y \pmod{n}$ (Gilbert & Gilbert, 2008).

Contoh. $25 \equiv 5 \pmod{4}$ karena $(25 - 5)$ kelipatan 4.

2.1.7 Kongruensi Linier

Misalkan $s_1, s_2, s_3, \dots, s_m$ adalah suatu sistem residu lengkap modulo m . banyaknya solusi dari $f(x) \equiv 0 \pmod{m}$ adalah banyaknya s_i yang memenuhi $f(s_i) \equiv 0 \pmod{m}$.

Contoh. Diketahui $f(x) = 3x + 2 \equiv 0 \pmod{4}$. Solusi dari $f(x) = 3x + 2 \equiv 0 \pmod{4}$ dapat diperoleh dengan mencari elemen-elemen $\{0,1,2,3\}$ yang memenuhi kongruensi yakni:

$$\text{Untuk } x = 0, \text{ maka } f(0) = 3 \cdot 0 + 2 = 2 \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\text{Untuk } x = 1, \text{ maka } f(1) = 3 \cdot 1 + 2 = 5 \not\equiv 0 \pmod{4}$$

$$\text{Untuk } x = 2, \text{ maka } f(2) = 3 \cdot 2 + 2 = 8 \equiv 0 \pmod{4}$$

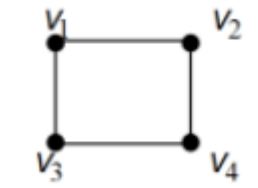
$$\text{Untuk } x = 3, \text{ maka } f(3) = 3 \cdot 3 + 2 = 11 \not\equiv 0 \pmod{4}$$

Dengan demikian solusi dari $f(x) = 3x + 2 \equiv 0 \pmod{4}$ adalah sebanyak dua yakni $x \equiv 0 \pmod{4}$ dan $x \equiv 2 \pmod{4}$.

2.1.8 Definisi Graf

Suatu graf (tak berarah) G merupakan pasangan himpunan (V, E) dimana V adalah himpunan tak kosong berhingga dari elemen yang disebut titik dan E adalah himpunan berhingga (mungkin kosong) dari pasangan titik yang disebut sisi (Marsudi, 2016).

Contoh. Suatu graf $G = (V, E)$ dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E = \{(v_1, v_2), (v_2, v_4), (v_4, v_3), (v_1, v_3)\}$. Maka graf G dapat digambarkan sebagai berikut:

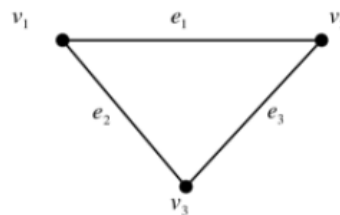


Gambar 2.1 Graf G

2.1.9 Definisi Terhubung Langsung dan Terkait Langsung

Misalkan suatu graf $G = (V, E)$. Jika $e = (u, v)$ sisi G menghubungkan dua titik u dan v maka titik u dan v dikatakan terhubung langsung. Jika $e = (u, v)$ sisi G maka titik u dan sisi e terkait langsung begitu juga dengan titik v dan sisi e (Marsudi, 2016).

Contoh.



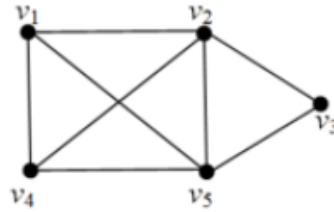
Gambar 2.2 Graf Terhubung Langsung dan Terkait Langsung

Berdasarkan gambar 2.2 dapat diketahui bahwa titik v_1 terhubung langsung dengan v_2 dan terkait langsung dengan sisi e_1 . Titik v_1 terhubung langsung dengan v_3 dan terkait langsung dengan sisi e_2 . Titik v_2 terhubung langsung dengan titik v_3 dan terkait langsung dengan e_3 .

2.1.10 Definisi Derajat

Suatu derajat (*degree*) dari titik v di graf G adalah banyaknya sisi yang terkait langsung dengan v . Derajat titik v dinotasikan dengan $deg(v)$ (Marsudi, 2016).

Contoh. Misalkan suatu graf G digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.3 Graf G

Maka dari gambar dapat ditentukan derajat dari setiap titik pada graf G yaitu:

$$\deg(v_1) = \deg(v_4) = 3$$

$$\deg(v_2) = \deg(v_5) = 4$$

$$\deg(v_3) = 2$$

2.1.11 Definisi Graf Annihilator

Graf annihilator dari suatu ring komutatif R dinotasikan dengan $AG(R)$. Misalkan $a \in Z(R)$ dan $\text{ann}_R(a) = \{r \in R \mid ra = 0\}$. Graf annihilator $AG(R)$ dari ring R adalah graf tak berarah dengan himpunan titik (simpul) $Z(R)^*$, dimana $Z(R)^* = Z(R) - \{0\}$ dan dua titik berbeda x dan y akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}_R(xy) \neq \text{ann}_R(x) \cup \text{ann}_R(y)$ (Badawi, 2014).

Contoh. Diberikan elemen dari $\mathbb{Z}_9 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}\}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_9 sebagai berikut:

Tabel 2.2 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_9

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{3}$	$\bar{7}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{1}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{7}$	$\bar{3}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 2.2 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_9) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_9)^* = Z(\mathbb{Z}_9) - \{0\} = \{\bar{3}, \bar{6}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_9 yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_9)^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_9 dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_9)^*$ sebagai berikut:

$$\text{ann}(\bar{3}) = \text{ann}(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\}.$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_9)$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{6}) &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} \neq \mathbb{Z}_9 = \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{6}) \\ &= \text{ann}(\bar{0}) \end{aligned}$$

sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{6}$ terhubung langsung.

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_9)$ dapat direpresentasikan seperti berikut:



Gambar 2.4 Graf Annihilator \mathbb{Z}_9

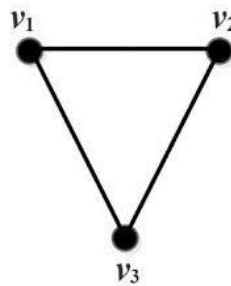
2.1.12 Definisi Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat

Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat dari suatu graf G didefinisikan dengan

$$ABC_4(G) = \sum_{uv \in E(G)} \sqrt{\frac{s_u + s_v - 2}{s_u s_v}}$$

dimana $E(G)$ merupakan himpunan sisi dan s_u adalah jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik u pada G (Farahani, 2013).

Contoh. Perhatikan graf G pada gambar 2.5 dibawah ini:



Gambar 2.5 Graf G

Berdasarkan Gambar 2.5 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(G)$ yaitu:

$$s(v_1) = s(v_2) = s(v_3) = 4$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(G)$:

$$\begin{aligned}
 ABC_4(AG(G)) &= \sum_{uv \in E(AG(G))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
 ABC_4(AG(G)) &= \sqrt{\frac{s(v_1) + s(v_2) - 2}{s(v_1) \cdot s(v_2)}} + \sqrt{\frac{s(v_1) + s(v_3) - 2}{s(v_1) \cdot s(v_3)}} \\
 &\quad + \sqrt{\frac{s(v_2) + s(v_3) - 2}{s(v_2) \cdot s(v_3)}} \\
 &= \sqrt{\frac{4 + 4 - 2}{4 \cdot 4}} + \sqrt{\frac{4 + 4 - 2}{4 \cdot 4}} \\
 &\quad + \sqrt{\frac{4 + 4 - 2}{4 \cdot 4}} \\
 &= 3 \sqrt{\frac{6}{16}}
 \end{aligned}$$

2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an

Al-Qur'an ialah kitab suci terakhir yang diturunkan oleh Allah kepada Rasul-Nya. Al-Qur'an merupakan kitab suci yang berfungsi untuk memberikan pedoman kepada seluruh umat. Salah satu pedoman yang tertulis di dalam Al-qur'an yaitu tentang berhubungan dengan sesama manusia yang termaktub dalam surah Al-Hujurat ayat 13 (Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an, 2022):

يَا أَيُّهَا النَّاسُ إِنَّا خَلَقْنَاكُمْ مِنْ ذَكَرٍ وَأُنْثَىٰ وَجَعَلْنَاكُمْ شُعُوبًا وَقَبَائِلَ لِتَعَارَفُوا ۗ إِنَّ أَكْرَمَكُمْ عِنْدَ اللَّهِ أَتْقَىٰكُمْ ۚ إِنَّ اللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٌ

عَلِيمٌ خَبِيرٌ

Artinya: "Wahai manusia, Sungguh, Kami telah menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan, kemudian kami jadikan kamu berbangsa-bangsa dan bersuku-suku agar kamu saling mengenal. Sungguh, yang paling baik

di antara kamu di sisi Allah adalah orang yang paling bertakwa. Sungguh, Allah Maha Mengetahui, Maha Teliti.”

Berdasarkan Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an (2016) surah Al-Hujurat ayat 13 menerangkan tentang tata krama dalam hal bergaul dengan sesama. Manusia pada dasarnya diciptakan dari seorang laki-laki dan perempuan yang sama yaitu Adam dan Hawa. Manusia pada dasarnya mempunyai derajat kemanusiaan yang sama, tidak ada yang lebih unggul derajat kemanusiaannya antara satu sama lain. Allah telah menjadikan manusia dengan keberagaman supaya saling mengenal, saling tolong menolong, serta saling mengasihi bukan untuk saling mengolok-olok dan membanggakan nasabnya.

Ayat lain yang membahas mengenai anjuran untuk berbuat baik kepada sesama dan tidak menyombongkan diri terdapat pada surah An-Nisa' ayat 36 (Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an, 2022):

وَاعْبُدُوا اللَّهَ وَلَا تُشْرِكُوا بِهِ شَيْئًا وَبِالْوَالِدَيْنِ إِحْسَانًا وَبِذِي الْقُرْبَىٰ وَالْيَتَامَىٰ وَالْمَسْكِينِ وَالْجَارِ ذِي الْقُرْبَىٰ وَالْجَارِ
الْجُنُبِ وَالصَّاحِبِ بِالْجَنُبِ وَابْنِ السَّبِيلِ وَمَا مَلَكَتْ أَيْمَانُكُمْ ۚ إِنَّ اللَّهَ لَا يُحِبُّ مَن كَانَ مُخْتَالًا فَخُورًا

Artinya: “Sembahlah Allah dan janganlah kamu mempersekutukan-Nya dengan sesuatu apapun. Berbuat baiklah kepada kedua orang tua, karib kerabat, anak-anak yatim, orang-orang miskin, tetangga dekat dan tetangga jauh, teman sejawat, ibnusabil, serta hamba sahaya yang kamu miliki. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang yang sombong lagi sangat membanggakan diri.”

Berdasarkan Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an, (2016) ayat 36 pada surah An-Nisa' tersebut berbicara bukan hanya mengenai hubungan dengan Allah tetapi menjelaskan pula bagaimana seharusnya manusia berhubungan satu sama lain. Allah memerintahkan manusia untuk senantiasa beribadah pada-Nya, tidak menyekutukan-Nya, serta selalu berbuat baik kepada sesama. Menurut Syaikh Al-Jazairi, (2017) kata “إِحْسَانًا” memiliki makna yakni berbuat baik kepada orang tua,

dengan taat kepada mereka serta menahan diri dari menyakiti hati ataupun fisik keduanya. Hal ini tidak hanya berlaku untuk orang tua tetapi juga kepada kerabat, anak yatim, orang miskin, tetangga, teman sejawat, ibnu sabil serta hamba sahaya. Kata “وَالْجَارِ الْجُنبِ” memiliki makna yakni tetangga selain kerabat yang dimiliki baik yang beriman maupun tidak. Sebagaimana yang tercantum dalam surah Al-Mumtahanah ayat 7-9 (Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an, 2022).

عَسَى اللَّهُ أَنْ يَجْعَلَ بَيْنَكُمْ وَبَيْنَ الَّذِينَ عَادَيْتُمْ مِنْهُمْ مَوَدَّةً وَاللَّهُ قَدِيرٌ وَاللَّهُ عَفُورٌ رَحِيمٌ (٧) لَا يَنْهَى اللَّهُ عَنِ الَّذِينَ لَمْ يُقَاتِلُوكُمْ فِي الدِّينِ وَلَمْ يُخْرِجُوكُمْ مِنْ دِيَارِكُمْ أَنْ تَبَرُّوهُمْ وَتُقْسِطُوا إِلَيْهِمْ إِنَّ اللَّهَ يُحِبُّ الْمُقْسِطِينَ (٨) إِنَّمَا يَنْهَى اللَّهُ عَنِ الَّذِينَ قَاتَلُوكُمْ فِي الدِّينِ وَأَخْرَجُوكُمْ مِنْ دِيَارِكُمْ وَظَاهَرُوا عَلَىٰ إِخْرَاجِكُمْ أَنْ تَوَلَّوهُمْ وَمَنْ يَتَوَلَّهُمْ فَأُولَٰئِكَ هُمُ الظَّالِمُونَ (٩)

Artinya: “Mudah-mudahan Allah menimbulkan kasih sayang di antara kamu dengan orang-orang yang pernah kamu musuhi di antara mereka. Allah Maha Kuasa dan Allah Maha Pengampun lagi Maha Penyayang. Allah tidak melarang kamu berbuat baik dan berlaku adil terhadap orang-orang yang tidak memerangimu dalam urusan agama dan tidak mengusir kamu dari kampung halamanmu. Sesungguhnya Allah mencintai orang-orang yang berlaku adil. Sesungguhnya Allah hanya melarangmu (berteman akrab) dengan orang-orang yang memerangimu dalam urusan agama, mengusirmu dari kampung halamanmu, dan membantu (orang lain) dalam mengusirmu. Siapa yang menjadikan mereka sebagai teman akrab, mereka itulah orang-orang yang dzalim.”

Berdasarkan Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an, (2016) ayat 7 pada surah al Mumtahanah menjelaskan bahwasanya orang-orang yang beriman berharap kepada Allah untuk mengubah rasa benci yang mereka miliki menjadi kasih sayang. Maksudnya berharap agar Allah memunculkan rasa kasih sayang kepada orang yang beriman dengan orang kafir yang pernah dimusuhi. Selanjutnya Allah SWT menjelaskan bahwasanya Allah tidak melarang orang beriman untuk berbuat baik dan adil kepada orang kafir selama mereka tidak memusuhi, memerangi dan mengusir orang beriman. Allah hanya melarang orang beriman untuk menyambung persaudaraan dengan orang kafir yang memusuhi bahkan memerangi orang

beriman. Karena pada dasarnya perbuatan baik itu bersifat universal selama tidak melanggar aqidah islam. Dalam Al Albani, (2007) terdapat hadits riwayat Imam Al-Bukhari yang menunjukkan anjuran untuk senantiasa berbuat baik kepada sesama baik yang beriman maupun tidak yaitu:

عَنْ هِشَامٍ عَنْ أَبِيهِ عَنْ أَسْمَاءَ بِنْتِ أَبِي بَكْرٍ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُمَا قَالَتْ: قَدِمْتُ عَلَى أُمِّي (رَاعِبَةَ) وَهِيَ مُشْرِكَةٌ فِي عَهْدِ رَسُولِ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ فَاسْتَفْتَيْتُ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قُلْتُ: إِنَّ أُمَّي جَاءَتْ وَهِيَ رَاعِبَةٌ، أَفَأَصِلُ أُمَّي؟ قَالَ: نَعَمْ، صِلِي أُمَّكِ.

Artinya: “Dari Asma binti Abi Bakar RA, ia berkata, ‘Ibuku datang padaku (dalam keadaan membutuhkan), sementara saat itu dia masih musyrik di masa Rasulullah.’ Lantas aku meminta fatwa pada Rasulullah SAW. Saat itu aku menyampaikan, ‘Sesungguhnya ibuku datang, dan dia dalam keadaan membutuhkan. Apakah aku boleh menjalin ubungan dengannya?’ Rasulullah SAW menjawab, ‘Ya, jalinlah hubungan dengan ibumu.’”

Hadits tersebut memaparkan bahwasanya sebagai seorang yang beriman, telah sepatutnya untuk menjaga hubungan baik dengan orang lain meskipun orang itu tidak beriman (non-muslim). Tetap berlaku adil, toleran, saling tolong-menolong, dan saling menghormati termasuk menjalin kekerabatan dan ketetanggaan.

Ayat-ayat beserta hadits tersebut di atas memaparkan bagaimana sebaiknya manusia berhubungan satu sama lain yaitu dengan saling mengenal, mengasihi dan tolong menolong, baik kepada sesama muslim ataupun tidak. Hal ini dapat dinyatakan ke dalam teori graf. Setiap manusia akan saling mengenal dan saling berhubungan. Sama halnya dengan konsep graf yang terbentuk dari sepasang titik saling terhubung dengan sisi.

2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

Langkah pertama dalam merumuskan Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat dari graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo adalah dengan

merepresentasikan graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo pq . Salah satu graf annihilator dari ring bilangan bulat modulo adalah sebagai berikut:

Jika $p = 3$ dan $q = 3$ maka terlebih dahulu dicari elemen-elemen dari $\mathbb{Z}_{pq} = \mathbb{Z}_9$. Selanjutnya elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian melalui tabel Cayley perkalian pada tabel 2.3 berikut:

Tabel 2.3 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_9

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{3}$	$\bar{7}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{1}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{7}$	$\bar{3}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Selanjutnya dari Tabel 2.3 diperoleh pembagi nol tidak nol dari \mathbb{Z}_9 yaitu $\bar{3}$ dan $\bar{6}$ yang akan menjadi titik (simpul) pada graf. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_9 diperlukan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_9)^*$ yaitu:

$$\text{ann}(\bar{3}) = \text{ann}(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\}.$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_9)$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{6}) &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} \neq \mathbb{Z}_9 = \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{6}) = \\ &= \text{ann}(\bar{0}) \end{aligned}$$

sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{6}$ terhubung langsung.

Kemudian dari uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_9)$ dapat direpresentasikan seperti berikut:



Gambar 2.6 Graf Annihilator \mathbb{Z}_9

Langkah selanjutnya yaitu menentukan nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat dari graf annihilator \mathbb{Z}_9 .

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_9)) = \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_9))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}}$$

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_9)) = \sqrt{\frac{s(\bar{3}) + s(\bar{6}) - 2}{s(\bar{3}) \cdot s(\bar{6})}} = \sqrt{\frac{1 + 1 - 2}{1 \cdot 1}} = 0$$

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini merupakan studi literatur atau studi pustaka yaitu dengan mengumpulkan teori serta informasi melalui buku, artikel ilmiah, dan yang lainnya yang menjelaskan mengenai teori graf dan aljabar abstrak yang terkait dengan topik penelitian.

3.2 Pra Penelitian

Proses penelitian diawali dengan mencari literatur landasan teori yang dijadikan rujukan pada penelitian yang berasal dari buku, artikel jurnal dan sumber lainnya yang akan digunakan sebagai dasar dari penelitian. Setelah memperoleh literatur yang berkaitan dengan penelitian maka dilanjutkan dengan memilih ayat dalam Al-Qur'an yang dapat diintegrasikan dengan topik penelitian. Selanjutnya memahami konsep menyeluruh terkait graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} , Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat, serta memahami konsep pengintegrasian pada ayat Al-Qur'an. Proses selanjutnya yaitu mulai menentukan elemen pada setiap graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} dengan $p, q \in \{2,3,5,7,11\}$ untuk membantu proses memunculkan dugaan hingga mengetahui rumus Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} .

3.3 Tahapan Penelitian

1. Menentukan Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} dengan $p, q \in \{2,3,5,7,11\}$ untuk memunculkan dugaan yang mendukung proses menyusun rumus umum Indeks *Atom-bond Connectivity*

Versi Empat pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} di mana p, q bilangan prima. Dalam percobaan tersebut terlebih dahulu menggambarkan graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} .

2. Menentukan jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari setiap simpul pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} dengan melihat bentuk graf yang telah diperoleh kemudian menentukan Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada setiap graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} di mana p, q bilangan prima.
3. Merumuskan dan membuktikan lemma pendukung yang berkaitan dengan graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} di mana p, q bilangan prima.
4. Menentukan rumus umum Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} di mana p, q bilangan prima.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini akan membahas tentang proses menentukan rumus umum Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} dengan $p, q \in \{2,3,5,7,11\}$.

4.1 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator

$$\mathbb{Z}_{pq}$$

4.1.1 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator

$$\mathbb{Z}_4$$

Ring komutatif \mathbb{Z}_4 memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}$, dan $\bar{3}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_4 sebagai berikut:

Tabel 4.1 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_4

·	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_4) = \{\bar{0}, \bar{2}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_4)^* = Z(\mathbb{Z}_4) - \{0\} = \{\bar{2}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_4 yang mana titik-titikny adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_4)^*$. Karena hanya memiliki satu titik maka graf annihilator dari \mathbb{Z}_4 merupakan suatu graf trivial yang direpresentasikan sebagai berikut:

2

Gambar 4.1 Graf Annihilator \mathbb{Z}_4

Berdasarkan gambar 4.1 diperoleh Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_4 adalah bernilai 0.

4.1.2 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_6

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_6 memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4},$ dan $\bar{5}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_6 sebagai berikut:

Tabel 4.2 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_6

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_6) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_6)^* = Z(\mathbb{Z}_6) - \{0\} = \{\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_6 yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_6)^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_6 dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_6)^*$ sebagai berikut:

$$\text{ann}(\bar{2}) = \text{ann}(\bar{4}) = \{\bar{0}, \bar{3}\}$$

$$\text{ann}(\bar{3}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\}$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_6)$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{3}) = \{\bar{0}, \bar{3}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\} \neq \mathbb{Z}_6$
 $= ann(\bar{2} \cdot \bar{3}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{3}$ terhubung langsung.
2. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{4}) = \{\bar{0}, \bar{3}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}\} = \{\bar{0}, \bar{3}\} = \mathbb{Z}_2 = ann(\bar{2} \cdot \bar{4})$
 $= ann(\bar{2})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{4}$ tidak terhubung langsung.
3. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{4}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\} \neq \mathbb{Z}_6$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{4}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{4}$ terhubung langsung.

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_6)$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.2 Graf Annihilator \mathbb{Z}_6

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_6)$ yaitu:

$$s(\bar{2}) = s(\bar{3}) = s(\bar{4}) = 2$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_6)$:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_6)) = \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_6))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}}$$

$$\begin{aligned}
ABC_4(AG(\mathbb{Z}_6)) &= \sqrt{\frac{s(\bar{2}) + s(\bar{3}) - 2}{s(\bar{2}) \cdot s(\bar{3})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{3}) + s(\bar{4}) - 2}{s(\bar{3}) \cdot s(\bar{4})}} \\
&= \sqrt{\frac{2 + 2 - 2}{2 \cdot 2}} + \sqrt{\frac{2 + 2 - 2}{2 \cdot 2}} \\
&= 2 \sqrt{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

4.1.3 Indeks Atom-bond Connectivity Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_9

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_9 memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$ dan $\bar{8}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_9 sebagai berikut:

Tabel 4.3 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_9

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{3}$	$\bar{7}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{1}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{7}$	$\bar{3}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.3 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_9) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_9)^* = Z(\mathbb{Z}_9) - \{0\} = \{\bar{3}, \bar{6}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_9 yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_9)^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_9 dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_9)^*$ sebagai berikut:

$$\text{ann}(\bar{3}) = \text{ann}(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\}.$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_9)$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{6}) &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}\} \neq \mathbb{Z}_9 = \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{6}) = \\ &\text{ann}(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{3} \text{ dan } \bar{6} \text{ terhubung langsung.} \end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_9)$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.3 Graf Annihilator \mathbb{Z}_9

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_9)$ yaitu:

$$s(\bar{3}) = s(\bar{6}) = 1$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_9)$:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_9)) = \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_9))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}}$$

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_9)) = \sqrt{\frac{s(\bar{3}) + s(\bar{6}) - 2}{s(\bar{3}) \cdot s(\bar{6})}} = \sqrt{\frac{1 + 1 - 2}{1 \cdot 1}} = 0$$

4.1.4 Indeks Atom-bond Connectivity Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{10}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{10} memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8},$ dan $\bar{9}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_{10} sebagai berikut:

Tabel 4.4 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{10}

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{2}$	$\bar{5}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{4}$	$\bar{7}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{4}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{10}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{10})^* = Z(\mathbb{Z}_{10}) - \{0\} = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{10} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{10})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_{10} dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_{10})^*$ sebagai berikut:

$$ann(\bar{2}) = ann(\bar{4}) = ann(\bar{6}) = ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{5}\}.$$

$$ann(\bar{5}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\}.$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_{10})$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

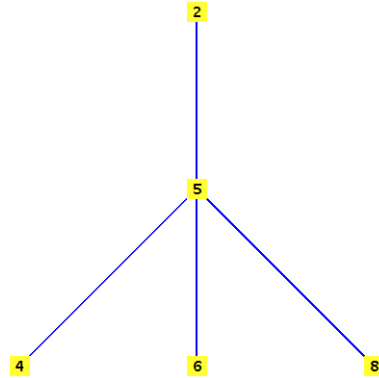
1. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{4}) = \{\bar{0}, \bar{5}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}\} = \{\bar{0}, \bar{5}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{4})$
 $= ann(\bar{8})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{4}$ tidak terhubung langsung.
2. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{5}) = \{\bar{0}, \bar{5}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$
 $\neq \mathbb{Z}_{10} = ann(\bar{2} \cdot \bar{5}) = ann(\bar{10}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{5}$ terhubung langsung.
3. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{5}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}\} = \{\bar{0}, \bar{5}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{6})$
 $= ann(\bar{12}) = ann(\bar{2})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{6}$ tidak terhubung langsung.
4. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{5}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}\} = \{\bar{0}, \bar{5}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{8})$
 $= ann(\bar{16}) = ann(\bar{6})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{8}$ tidak terhubung langsung.
5. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{5}) = \{\bar{0}, \bar{5}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$
 $\neq \mathbb{Z}_{10} = ann(\bar{4} \cdot \bar{5}) = ann(\bar{20}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{5}$ terhubung langsung.
6. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{5}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}\} = \{\bar{0}, \bar{5}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{6})$
 $= ann(\bar{24}) = ann(\bar{4})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{6}$ tidak terhubung langsung.
7. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{5}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}\} = \{\bar{0}, \bar{5}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{8})$
 $= ann(\bar{32}) = ann(\bar{2})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{8}$ tidak terhubung langsung.

8. $ann(\bar{5}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$
 $\neq \mathbb{Z}_{10} = ann(\bar{5} \cdot \bar{6}) = ann(\bar{30}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{6}$
 terhubung langsung.

9. $ann(\bar{5}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$
 $\neq \mathbb{Z}_{10} = ann(\bar{5} \cdot \bar{8}) = ann(\bar{40}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{8}$
 terhubung langsung.

10. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{5}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}\} = \{\bar{0}, \bar{5}\} = ann(\bar{6} \cdot \bar{8})$
 $= ann(\bar{48}) = ann(\bar{8})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{8}$ tidak terhubung
 langsung.

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_{10})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.4 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{10}

Berdasarkan Gambar 4.4 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{10})$ yaitu:

$$s(\bar{2}) = s(\bar{4}) = s(\bar{5}) = s(\bar{6}) = s(\bar{8}) = 4$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{10})$:

$$\begin{aligned}
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{10})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{10}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{10})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{2}) + s(\bar{5}) - 2}{s(\bar{2}) \cdot s(\bar{5})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{4}) + s(\bar{5}) - 2}{s(\bar{4}) \cdot s(\bar{5})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{6}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{6})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{8}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{8})}} \\
 &= \sqrt{\frac{4 + 4 - 2}{4 \cdot 4}} + \sqrt{\frac{4 + 4 - 2}{4 \cdot 4}} \\
 &+ \sqrt{\frac{4 + 4 - 2}{4 \cdot 4}} + \sqrt{\frac{4 + 4 - 2}{4 \cdot 4}} \\
 &= 4 \sqrt{\frac{6}{16}}
 \end{aligned}$$

4.1.5 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{14}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{14} memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}$ dan $\bar{13}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_{14} sebagai berikut

Tabel 4.5 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{14}

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$	$\bar{13}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$	$\bar{13}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{10}$	$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{10}$	$\bar{12}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{12}$	$\bar{1}$	$\bar{4}$	$\bar{7}$	$\bar{10}$	$\bar{13}$	$\bar{2}$	$\bar{5}$	$\bar{8}$	$\bar{11}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{12}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{12}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{10}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{10}$	$\bar{1}$	$\bar{6}$	$\bar{11}$	$\bar{2}$	$\bar{7}$	$\bar{12}$	$\bar{3}$	$\bar{8}$	$\bar{13}$	$\bar{4}$	$\bar{9}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{4}$	$\bar{10}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{4}$	$\bar{10}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{10}$	$\bar{4}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{10}$	$\bar{4}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$
$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{4}$	$\bar{13}$	$\bar{8}$	$\bar{3}$	$\bar{12}$	$\bar{7}$	$\bar{2}$	$\bar{11}$	$\bar{6}$	$\bar{1}$	$\bar{10}$	$\bar{5}$
$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{12}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{12}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{8}$	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{13}$	$\bar{10}$	$\bar{7}$	$\bar{4}$	$\bar{1}$	$\bar{12}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{10}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{10}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{13}$	$\bar{0}$	$\bar{13}$	$\bar{12}$	$\bar{11}$	$\bar{10}$	$\bar{9}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.5 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{14}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{14})^* = Z(\mathbb{Z}_{14}) - \{0\} = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\}$.

Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{14} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{14})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_{14} dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_{14})^*$ sebagai berikut:

$$\text{ann}(\bar{2}) = \text{ann}(\bar{4}) = \text{ann}(\bar{6}) = \text{ann}(\bar{8}) = \text{ann}(\bar{10}) = \text{ann}(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{7}\}.$$

$$\text{ann}(\bar{7}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\}.$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_{14})$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $\text{ann}(\bar{2}) \cup \text{ann}(\bar{4}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = \text{ann}(\bar{2} \cdot \bar{4}) = \text{ann}(\bar{8})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{4}$ tidak terhubung langsung.

2. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{6}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{6}$ tidak terhubung langsung.
3. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{7}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{14} = ann(\bar{2} \cdot \bar{7}) = ann(\bar{14}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{7}$ terhubung langsung.
4. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{8}) = ann(\bar{16}) = ann(\bar{2})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{8}$ tidak terhubung langsung.
5. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{26}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{10}$ tidak terhubung langsung.
6. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{24}) = ann(\bar{10})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.
7. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{6}) = ann(\bar{24}) = ann(\bar{10})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{6}$ tidak terhubung langsung.
8. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{7}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{14} = ann(\bar{4} \cdot \bar{7}) = ann(\bar{28}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{7}$ terhubung langsung.
9. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{8}) = ann(\bar{32}) = ann(\bar{4})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{8}$ tidak terhubung langsung.
10. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{40}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{10}$ tidak terhubung langsung.

11. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{48}) = ann(\bar{6})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.

12. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{7}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{14} = ann(\bar{6} \cdot \bar{7}) = ann(\bar{42}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{7}$ terhubung langsung.

13. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{6} \cdot \bar{8}) = ann(\bar{48}) = ann(\bar{6})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{8}$ tidak terhubung langsung.

14. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{6} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{60}) = ann(\bar{4})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{10}$ tidak terhubung langsung.

15. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = ann(\bar{6} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{72}) = ann(\bar{2})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.

16. $ann(\bar{7}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} \neq \mathbb{Z}_{14} = ann(\bar{7} \cdot \bar{8}) = ann(\bar{56}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{7}$ dan $\bar{8}$ terhubung langsung.

17. $ann(\bar{7}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} \neq \mathbb{Z}_{14} = ann(\bar{7} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{70}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{7}$ dan $\bar{10}$ terhubung langsung.

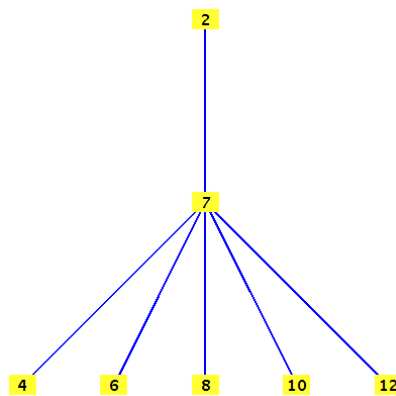
18. $ann(\bar{7}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} \neq \mathbb{Z}_{14} = ann(\bar{7} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{84}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{7}$ dan $\bar{12}$ terhubung langsung.

$$\begin{aligned}
 19. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{10}) &= \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{10}) \\
 &= \text{ann}(\bar{80}) = \text{ann}(\bar{10}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{10} \text{ tidak terhubung} \\
 &\text{langsung.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 20. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{12}) \\
 &= \text{ann}(\bar{96}) = \text{ann}(\bar{12}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{12} \text{ tidak terhubung} \\
 &\text{langsung.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21. \text{ann}(\bar{10}) \cup \text{ann}(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{7}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}\} = \{\bar{0}, \bar{7}\} = \text{ann}(\bar{10} \cdot \bar{12}) \\
 &= \text{ann}(\bar{120}) = \text{ann}(\bar{8}) \text{ sehingga titik } \bar{10} \text{ dan } \bar{12} \text{ tidak terhubung} \\
 &\text{langsung.}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_{14})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.5 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{14}

Berdasarkan Gambar 4.5 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{14})$ yaitu:

$$s(\bar{2}) = s(\bar{4}) = s(\bar{6}) = s(\bar{7}) = s(\bar{8}) = s(\bar{10}) = s(\bar{12}) = 6$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{14})$:

$$\begin{aligned}
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{14})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{14}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{14})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{2}) + s(\bar{7}) - 2}{s(\bar{2}) \cdot s(\bar{7})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{4}) + s(\bar{7}) - 2}{s(\bar{4}) \cdot s(\bar{7})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{6}) + s(\bar{7}) - 2}{s(\bar{6}) \cdot s(\bar{7})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{8}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{8})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{10}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{10})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{12}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{12})}} \\
 &= \sqrt{\frac{6 + 6 - 2}{6 \cdot 6}} + \sqrt{\frac{6 + 6 - 2}{6 \cdot 6}} \\
 &+ \sqrt{\frac{6 + 6 - 2}{6 \cdot 6}} + \sqrt{\frac{6 + 6 - 2}{6 \cdot 6}} \\
 &+ \sqrt{\frac{6 + 6 - 2}{6 \cdot 6}} + \sqrt{\frac{6 + 6 - 2}{6 \cdot 6}} \\
 &= 6 \sqrt{\frac{10}{36}}
 \end{aligned}$$

4.1.6 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{15}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{15} memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}$ dan $\bar{14}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_{15} sebagai berikut,

Tabel 4.6 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{15}

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$	$\bar{13}$	$\bar{14}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$	$\bar{13}$	$\bar{14}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{10}$	$\bar{12}$	$\bar{14}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$	$\bar{9}$	$\bar{11}$	$\bar{13}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{12}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{12}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$	$\bar{9}$	$\bar{13}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{10}$	$\bar{14}$	$\bar{3}$	$\bar{7}$	$\bar{11}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{10}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{3}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{3}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{3}$	$\bar{9}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{6}$	$\bar{13}$	$\bar{5}$	$\bar{12}$	$\bar{4}$	$\bar{11}$	$\bar{3}$	$\bar{10}$	$\bar{2}$	$\bar{9}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{9}$	$\bar{2}$	$\bar{10}$	$\bar{3}$	$\bar{11}$	$\bar{4}$	$\bar{12}$	$\bar{5}$	$\bar{13}$	$\bar{6}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$
$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{3}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{3}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{3}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$
$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{5}$
$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{7}$	$\bar{3}$	$\bar{14}$	$\bar{10}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{13}$	$\bar{9}$	$\bar{5}$	$\bar{1}$	$\bar{12}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{13}$	$\bar{0}$	$\bar{13}$	$\bar{11}$	$\bar{9}$	$\bar{7}$	$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{14}$	$\bar{12}$	$\bar{10}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{13}$	$\bar{12}$	$\bar{11}$	$\bar{10}$	$\bar{9}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.6 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{15}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{15})^* = Z(\mathbb{Z}_{15}) - \{0\} = \{\bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{15} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{15})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_{15} dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_{15})^*$ sebagai berikut:

$$\text{ann}(\bar{3}) = \text{ann}(\bar{6}) = \text{ann}(\bar{9}) = \text{ann}(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}.$$

$$\text{ann}(\bar{5}) = \text{ann}(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\}.$$

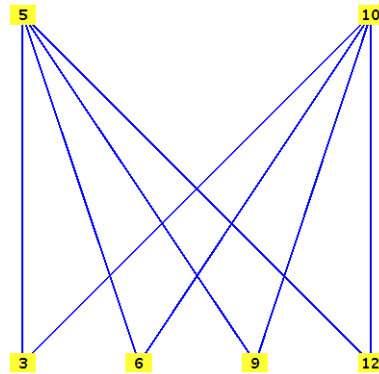
Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_{15})$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{5}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{15} = ann(\bar{3} \cdot \bar{5}) = ann(\bar{15}) = ann(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{5}$ terhubung langsung.
2. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{6}) = ann(\bar{18}) = ann(\bar{3})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{6}$ tidak terhubung langsung.
3. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{9}) = ann(\bar{27}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{9}$ tidak terhubung langsung.
4. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{15} = ann(\bar{3} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{30}) = ann(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{10}$ terhubung langsung.
5. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{36}) = ann(\bar{6})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.
6. $ann(\bar{5}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{15} = ann(\bar{5} \cdot \bar{6}) = ann(\bar{30}) = ann(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{6}$ terhubung langsung.
7. $ann(\bar{5}) \cup ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{15} = ann(\bar{5} \cdot \bar{9}) = ann(\bar{45}) = ann(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{9}$ terhubung langsung.

8. $ann(\bar{5}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\} = ann(\bar{5} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{50}) = ann(\bar{5})$
 sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{10}$ tidak terhubung langsung.
9. $ann(\bar{5}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{15} = ann(\bar{5} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{60}) = ann(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{12}$ terhubung langsung.
10. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{9}) = ann(\bar{54}) = ann(\bar{9})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{9}$ tidak
 terhubung langsung.
11. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{15} = ann(\bar{6} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{60}) = ann(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{10}$ terhubung langsung.
12. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{72}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{12}$ tidak
 terhubung langsung.
13. $ann(\bar{9}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{12}\} \neq \mathbb{Z}_{15} = ann(\bar{9} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{90}) = ann(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{9}$ dan $\bar{10}$ terhubung langsung.
14. $ann(\bar{9}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\} = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}\}$
 $= ann(\bar{9} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{108}) = ann(\bar{3})$ sehingga titik $\bar{9}$ dan $\bar{12}$ tidak
 terhubung langsung.

$$\begin{aligned}
15. \text{ann}(\overline{10}) \cup \text{ann}(\overline{12}) &= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}\} \cup \{\overline{0}, \overline{5}, \overline{10}\} \\
&= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{10}, \overline{12}\} \neq \mathbb{Z}_{15} = \text{ann}(\overline{10} \cdot \overline{12}) = \text{ann}(\overline{120}) = \\
&\text{ann}(\overline{0}) \text{ sehingga titik } \overline{10} \text{ dan } \overline{12} \text{ terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_{15})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.6 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{15}

Berdasarkan Gambar 4.6 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{15})$ yaitu:

$$s(\overline{3}) = s(\overline{5}) = s(\overline{6}) = s(\overline{9}) = s(\overline{10}) = s(\overline{12}) = 8$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{15})$:

$$\begin{aligned}
ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{15})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{15}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{15})) &= \sqrt{\frac{s(\overline{3}) + s(\overline{5}) - 2}{s(\overline{3}) \cdot s(\overline{5})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{3}) + s(\overline{10}) - 2}{s(\overline{3}) \cdot s(\overline{10})}} \\
&\quad + \sqrt{\frac{s(\overline{5}) + s(\overline{6}) - 2}{s(\overline{5}) \cdot s(\overline{6})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{5}) + s(\overline{9}) - 2}{s(\overline{5}) \cdot s(\overline{9})}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{12}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{12})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{6}) + s(\bar{10}) - 2}{s(\bar{6}) \cdot s(\bar{10})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{9}) + s(\bar{10}) - 2}{s(\bar{9}) \cdot s(\bar{10})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{12}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{12})}} \\
& = \sqrt{\frac{8 + 8 - 2}{8 \cdot 8}} + \sqrt{\frac{8 + 8 - 2}{8 \cdot 8}} + \sqrt{\frac{8 + 8 - 2}{8 \cdot 8}} \\
& + \sqrt{\frac{8 + 8 - 2}{8 \cdot 8}} + \sqrt{\frac{8 + 8 - 2}{8 \cdot 8}} + \sqrt{\frac{8 + 8 - 2}{8 \cdot 8}} \\
& + \sqrt{\frac{8 + 8 - 2}{8 \cdot 8}} + \sqrt{\frac{8 + 8 - 2}{8 \cdot 8}} \\
& = 8 \sqrt{\frac{14}{64}}
\end{aligned}$$

4.1.7 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{21}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{21} memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{16}, \bar{17}, \bar{18}, \bar{19},$ dan $\bar{20}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_{21} sebagai berikut,

Tabel 4.7 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{21}

·	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$	$\bar{13}$	$\bar{14}$	$\bar{15}$	$\bar{16}$	$\bar{17}$	$\bar{18}$	$\bar{19}$	$\bar{20}$	
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$	$\bar{13}$	$\bar{14}$	$\bar{15}$	$\bar{16}$	$\bar{17}$	$\bar{18}$	$\bar{19}$	$\bar{20}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{10}$	$\bar{12}$	$\bar{14}$	$\bar{16}$	$\bar{18}$	$\bar{20}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$	$\bar{9}$	$\bar{11}$	$\bar{13}$	$\bar{15}$	$\bar{17}$	$\bar{19}$	$\bar{0}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{12}$	$\bar{15}$	$\bar{18}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{12}$	$\bar{15}$	$\bar{18}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{12}$	$\bar{15}$	$\bar{18}$	$\bar{0}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{12}$	$\bar{16}$	$\bar{20}$	$\bar{3}$	$\bar{7}$	$\bar{11}$	$\bar{15}$	$\bar{19}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{10}$	$\bar{14}$	$\bar{18}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$	$\bar{9}$	$\bar{13}$	$\bar{17}$	$\bar{0}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{10}$	$\bar{15}$	$\bar{20}$	$\bar{4}$	$\bar{9}$	$\bar{14}$	$\bar{19}$	$\bar{3}$	$\bar{8}$	$\bar{13}$	$\bar{18}$	$\bar{2}$	$\bar{7}$	$\bar{12}$	$\bar{17}$	$\bar{1}$	$\bar{6}$	$\bar{11}$	$\bar{16}$	$\bar{0}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{18}$	$\bar{3}$	$\bar{9}$	$\bar{15}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{18}$	$\bar{3}$	$\bar{9}$	$\bar{15}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{18}$	$\bar{3}$	$\bar{9}$	$\bar{15}$	$\bar{0}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{0}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{16}$	$\bar{3}$	$\bar{11}$	$\bar{19}$	$\bar{6}$	$\bar{14}$	$\bar{1}$	$\bar{9}$	$\bar{17}$	$\bar{4}$	$\bar{12}$	$\bar{20}$	$\bar{7}$	$\bar{15}$	$\bar{2}$	$\bar{10}$	$\bar{18}$	$\bar{5}$	$\bar{13}$	$\bar{0}$
$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{18}$	$\bar{6}$	$\bar{15}$	$\bar{3}$	$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{18}$	$\bar{6}$	$\bar{15}$	$\bar{3}$	$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{18}$	$\bar{6}$	$\bar{15}$	$\bar{3}$	$\bar{12}$	$\bar{0}$
$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{20}$	$\bar{9}$	$\bar{19}$	$\bar{8}$	$\bar{18}$	$\bar{7}$	$\bar{17}$	$\bar{6}$	$\bar{16}$	$\bar{5}$	$\bar{15}$	$\bar{4}$	$\bar{14}$	$\bar{3}$	$\bar{13}$	$\bar{2}$	$\bar{12}$	$\bar{1}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$
$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{1}$	$\bar{12}$	$\bar{2}$	$\bar{13}$	$\bar{3}$	$\bar{14}$	$\bar{4}$	$\bar{15}$	$\bar{5}$	$\bar{16}$	$\bar{6}$	$\bar{17}$	$\bar{7}$	$\bar{18}$	$\bar{8}$	$\bar{19}$	$\bar{9}$	$\bar{20}$	$\bar{10}$	$\bar{0}$
$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{3}$	$\bar{15}$	$\bar{6}$	$\bar{18}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{3}$	$\bar{15}$	$\bar{6}$	$\bar{18}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{3}$	$\bar{15}$	$\bar{6}$	$\bar{18}$	$\bar{9}$	$\bar{0}$
$\bar{13}$	$\bar{0}$	$\bar{13}$	$\bar{5}$	$\bar{18}$	$\bar{10}$	$\bar{2}$	$\bar{15}$	$\bar{7}$	$\bar{20}$	$\bar{12}$	$\bar{4}$	$\bar{17}$	$\bar{9}$	$\bar{1}$	$\bar{14}$	$\bar{6}$	$\bar{19}$	$\bar{11}$	$\bar{3}$	$\bar{16}$	$\bar{8}$	$\bar{0}$
$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$	$\bar{0}$
$\bar{15}$	$\bar{0}$	$\bar{15}$	$\bar{9}$	$\bar{3}$	$\bar{18}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{15}$	$\bar{9}$	$\bar{3}$	$\bar{18}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{15}$	$\bar{9}$	$\bar{3}$	$\bar{18}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$
$\bar{16}$	$\bar{0}$	$\bar{16}$	$\bar{11}$	$\bar{6}$	$\bar{1}$	$\bar{17}$	$\bar{12}$	$\bar{7}$	$\bar{2}$	$\bar{18}$	$\bar{13}$	$\bar{8}$	$\bar{3}$	$\bar{19}$	$\bar{14}$	$\bar{9}$	$\bar{4}$	$\bar{20}$	$\bar{15}$	$\bar{10}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$
$\bar{17}$	$\bar{0}$	$\bar{17}$	$\bar{13}$	$\bar{9}$	$\bar{5}$	$\bar{1}$	$\bar{18}$	$\bar{14}$	$\bar{10}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{19}$	$\bar{15}$	$\bar{11}$	$\bar{7}$	$\bar{3}$	$\bar{20}$	$\bar{16}$	$\bar{12}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$
$\bar{18}$	$\bar{0}$	$\bar{18}$	$\bar{15}$	$\bar{12}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{18}$	$\bar{15}$	$\bar{12}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{18}$	$\bar{15}$	$\bar{12}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$
$\bar{19}$	$\bar{0}$	$\bar{19}$	$\bar{17}$	$\bar{15}$	$\bar{13}$	$\bar{11}$	$\bar{9}$	$\bar{7}$	$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{20}$	$\bar{18}$	$\bar{16}$	$\bar{14}$	$\bar{12}$	$\bar{10}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$
$\bar{20}$	$\bar{0}$	$\bar{20}$	$\bar{19}$	$\bar{18}$	$\bar{17}$	$\bar{16}$	$\bar{15}$	$\bar{14}$	$\bar{13}$	$\bar{12}$	$\bar{11}$	$\bar{10}$	$\bar{9}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$	$\bar{0}$

Berdasarkan Tabel 4.7 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{21}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{21})^* = Z(\mathbb{Z}_{21}) - \{0\} = \{\bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{21} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{21})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_{21} dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_{21})^*$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{ann}(\bar{3}) &= \text{ann}(\bar{6}) = \text{ann}(\bar{9}) = \text{ann}(\bar{12}) = \text{ann}(\bar{15}) = \text{ann}(\bar{18}) \\ &= \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}. \end{aligned}$$

$$\text{ann}(\bar{7}) = \text{ann}(\bar{14}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\}.$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_{21})$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $\text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{6}) = \text{ann}(\bar{18})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{6}$ tidak terhubung langsung.
2. $\text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{7}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{7}) = \text{ann}(\bar{21})$
 $= \text{ann}(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{7}$ terhubung langsung.
3. $\text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{9}) = \text{ann}(\bar{27}) = \text{ann}(\bar{6})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{9}$ tidak terhubung langsung.
4. $\text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{12}) = \text{ann}(\bar{36}) = \text{ann}(\bar{15})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.
5. $\text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{14}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{14}) = \text{ann}(\bar{42})$
 $= \text{ann}(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{14}$ tidak terhubung langsung.
6. $\text{ann}(\bar{3}) \cup \text{ann}(\bar{15}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= \text{ann}(\bar{3} \cdot \bar{15}) = \text{ann}(\bar{45}) = \text{ann}(\bar{3})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{15}$ tidak terhubung langsung.

7. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{18}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{18}) = ann(\bar{54}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{18}$ tidak terhubung langsung.
8. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{7}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\bar{6} \cdot \bar{7}) = ann(\bar{42})$
 $= ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{7}$ terhubung langsung.
9. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{9}) = ann(\bar{54}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{9}$ tidak terhubung langsung.
10. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{72}) = ann(\bar{9})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.
11. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{14}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\bar{6} \cdot \bar{14}) = ann(\bar{84})$
 $= ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{14}$ terhubung langsung.
12. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{15}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{15}) = ann(\bar{90}) = ann(\bar{6})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{15}$ tidak terhubung langsung.
13. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{18}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{18}) = ann(\bar{108}) = ann(\bar{3})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{18}$ tidak terhubung langsung.
14. $ann(\bar{7}) \cup ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\bar{7} \cdot \bar{9}) = ann(\bar{63})$

= $ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{7}$ dan $\bar{9}$ terhubung langsung.

$$\begin{aligned} 15. \quad ann(\bar{7}) \cup ann(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \\ &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\bar{7} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{84}) \\ &= ann(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{7} \text{ dan } \bar{12} \text{ terhubung langsung.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16. \quad ann(\bar{7}) \cup ann(\bar{14}) &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\} \\ &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\} = ann(\bar{7} \cdot \bar{14}) = ann(\bar{108}) = ann(\bar{3}) \\ &\text{sehingga titik } \bar{7} \text{ dan } \bar{14} \text{ tidak terhubung langsung.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17. \quad ann(\bar{7}) \cup ann(\bar{15}) &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \\ &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\bar{7} \cdot \bar{15}) = ann(\bar{105}) \\ &= ann(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{7} \text{ dan } \bar{15} \text{ terhubung langsung.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18. \quad ann(\bar{7}) \cup ann(\bar{18}) &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \\ &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\bar{7} \cdot \bar{18}) = ann(\bar{126}) \\ &= ann(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{7} \text{ dan } \bar{18} \text{ terhubung langsung.} \end{aligned}$$

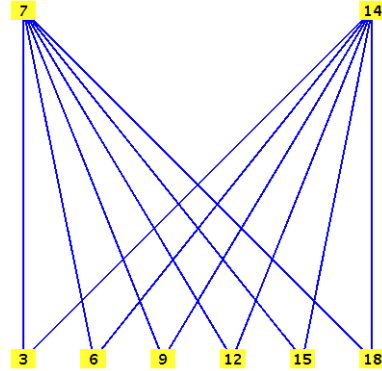
$$\begin{aligned} 19. \quad ann(\bar{9}) \cup ann(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \\ &= ann(\bar{9} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{108}) = ann(\bar{3}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{12} \text{ tidak} \\ &\text{terhubung langsung.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20. \quad ann(\bar{9}) \cup ann(\bar{14}) &= \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}\} \\ &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\bar{9} \cdot \bar{14}) = ann(\bar{126}) \\ &= ann(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{14} \text{ terhubung langsung.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 21. \quad ann(\bar{9}) \cup ann(\bar{15}) &= \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \cup \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}\} \\ &= ann(\bar{9} \cdot \bar{15}) = ann(\bar{135}) = ann(\bar{9}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{15} \text{ tidak} \\ &\text{terhubung langsung.} \end{aligned}$$

22. $ann(\overline{9}) \cup ann(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} \cup \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\}$
 $= ann(\overline{9} \cdot \overline{18}) = ann(\overline{162}) = ann(\overline{15})$ sehingga titik $\overline{9}$ dan $\overline{15}$
tidak terhubung langsung.
23. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{14}) = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} \cup \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}\}$
 $= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\overline{12} \cdot \overline{14}) = ann(\overline{168})$
 $= ann(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{14}$ terhubung langsung.
24. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{15}) = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} \cup \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\}$
 $= ann(\overline{12} \cdot \overline{15}) = ann(\overline{180}) = ann(\overline{12})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{15}$
tidak terhubung langsung.
25. $ann(\overline{12}) \cup ann(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} \cup \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\}$
 $= ann(\overline{12} \cdot \overline{18}) = ann(\overline{216}) = ann(\overline{6})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{18}$
tidak terhubung langsung.
26. $ann(\overline{14}) \cup ann(\overline{15}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\}$
 $= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\overline{14} \cdot \overline{15}) = ann(\overline{210})$
 $= ann(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{14}$ dan $\overline{15}$ terhubung langsung.
27. $ann(\overline{14}) \cup ann(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}\} \cup \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\}$
 $= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{18}\} \neq \mathbb{Z}_{21} = ann(\overline{14} \cdot \overline{18}) = ann(\overline{252})$
 $= ann(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{14}$ dan $\overline{18}$ terhubung langsung.
28. $ann(\overline{15}) \cup ann(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} \cup \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\} = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{14}\}$
 $= ann(\overline{15} \cdot \overline{18}) = ann(\overline{270}) = ann(\overline{18})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{18}$
tidak terhubung langsung.

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_{21})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.7 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{21}

Berdasarkan Gambar 4.7 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{21})$ yaitu:

$$s(\bar{3}) = s(\bar{6}) = s(\bar{7}) = s(\bar{9}) = s(\bar{12}) = s(\bar{14}) = s(\bar{15}) = s(\bar{18}) = 12$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{21})$:

$$\begin{aligned}
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{21})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{21}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{21})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{3}) + s(\bar{7}) - 2}{s(\bar{3}) \cdot s(\bar{7})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{3}) + s(\bar{14}) - 2}{s(\bar{3}) \cdot s(\bar{14})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{6}) + s(\bar{7}) - 2}{s(\bar{6}) \cdot s(\bar{7})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{6}) + s(\bar{14}) - 2}{s(\bar{6}) \cdot s(\bar{14})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{9}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{9})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{12}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{12})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{15}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{15})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{18}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{18})}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\bar{9}) + s(\bar{14}) - 2}{s(\bar{9}) \cdot s(\bar{14})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{12}) + s(\bar{14}) - 2}{s(\bar{12}) \cdot s(\bar{14})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{15}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{15})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{18}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{18})}} \\
& = \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} \\
& + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} \\
& + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} \\
& + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} \\
& + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} \\
& + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} + \sqrt{\frac{12 + 12 - 2}{12 \cdot 12}} \\
& = 12 \sqrt{\frac{22}{144}}
\end{aligned}$$

4.1.8 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{22}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{22} memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{16}, \bar{17}, \bar{18}, \bar{19}, \bar{20}$ dan $\bar{21}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian maka diperoleh tabel perkalian dari \mathbb{Z}_{22} sebagai berikut,

Tabel 4.8 Tabel Cayley Perkalian pada \mathbb{Z}_{22}

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$	$\bar{13}$	$\bar{14}$	$\bar{15}$	$\bar{16}$	$\bar{17}$	$\bar{18}$	$\bar{19}$	$\bar{20}$	$\bar{21}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	$\bar{10}$	$\bar{11}$	$\bar{12}$	$\bar{13}$	$\bar{14}$	$\bar{15}$	$\bar{16}$	$\bar{17}$	$\bar{18}$	$\bar{19}$	$\bar{20}$	$\bar{21}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{10}$	$\bar{12}$	$\bar{14}$	$\bar{16}$	$\bar{18}$	$\bar{20}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{10}$	$\bar{12}$	$\bar{14}$	$\bar{16}$	$\bar{18}$	$\bar{20}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{12}$	$\bar{15}$	$\bar{18}$	$\bar{21}$	$\bar{2}$	$\bar{5}$	$\bar{8}$	$\bar{11}$	$\bar{14}$	$\bar{17}$	$\bar{20}$	$\bar{1}$	$\bar{4}$	$\bar{7}$	$\bar{10}$	$\bar{13}$	$\bar{16}$	$\bar{19}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{12}$	$\bar{16}$	$\bar{20}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{10}$	$\bar{14}$	$\bar{18}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{12}$	$\bar{16}$	$\bar{20}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{10}$	$\bar{14}$	$\bar{18}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{10}$	$\bar{15}$	$\bar{20}$	$\bar{3}$	$\bar{8}$	$\bar{13}$	$\bar{18}$	$\bar{1}$	$\bar{6}$	$\bar{11}$	$\bar{16}$	$\bar{21}$	$\bar{4}$	$\bar{9}$	$\bar{14}$	$\bar{19}$	$\bar{2}$	$\bar{7}$	$\bar{12}$	$\bar{17}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{18}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{14}$	$\bar{20}$	$\bar{4}$	$\bar{10}$	$\bar{16}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{12}$	$\bar{18}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{14}$	$\bar{20}$	$\bar{4}$	$\bar{10}$	$\bar{16}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{14}$	$\bar{21}$	$\bar{6}$	$\bar{13}$	$\bar{20}$	$\bar{5}$	$\bar{12}$	$\bar{19}$	$\bar{4}$	$\bar{11}$	$\bar{18}$	$\bar{3}$	$\bar{10}$	$\bar{17}$	$\bar{2}$	$\bar{9}$	$\bar{16}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$	$\bar{15}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{16}$	$\bar{2}$	$\bar{10}$	$\bar{18}$	$\bar{4}$	$\bar{12}$	$\bar{20}$	$\bar{6}$	$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{16}$	$\bar{2}$	$\bar{10}$	$\bar{18}$	$\bar{4}$	$\bar{12}$	$\bar{20}$	$\bar{6}$	$\bar{14}$
$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{18}$	$\bar{5}$	$\bar{14}$	$\bar{1}$	$\bar{10}$	$\bar{19}$	$\bar{6}$	$\bar{15}$	$\bar{2}$	$\bar{11}$	$\bar{20}$	$\bar{7}$	$\bar{16}$	$\bar{3}$	$\bar{12}$	$\bar{21}$	$\bar{8}$	$\bar{17}$	$\bar{4}$	$\bar{13}$
$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{20}$	$\bar{8}$	$\bar{18}$	$\bar{6}$	$\bar{16}$	$\bar{4}$	$\bar{14}$	$\bar{2}$	$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{10}$	$\bar{20}$	$\bar{8}$	$\bar{18}$	$\bar{6}$	$\bar{16}$	$\bar{4}$	$\bar{14}$	$\bar{2}$	$\bar{12}$
$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$	$\bar{0}$	$\bar{11}$
$\bar{12}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{2}$	$\bar{14}$	$\bar{4}$	$\bar{16}$	$\bar{6}$	$\bar{18}$	$\bar{8}$	$\bar{20}$	$\bar{10}$	$\bar{0}$	$\bar{12}$	$\bar{2}$	$\bar{14}$	$\bar{4}$	$\bar{16}$	$\bar{6}$	$\bar{18}$	$\bar{8}$	$\bar{20}$	$\bar{10}$
$\bar{13}$	$\bar{0}$	$\bar{13}$	$\bar{4}$	$\bar{17}$	$\bar{8}$	$\bar{21}$	$\bar{12}$	$\bar{3}$	$\bar{16}$	$\bar{7}$	$\bar{20}$	$\bar{11}$	$\bar{2}$	$\bar{15}$	$\bar{6}$	$\bar{19}$	$\bar{10}$	$\bar{1}$	$\bar{14}$	$\bar{5}$	$\bar{18}$	$\bar{9}$
$\bar{14}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{6}$	$\bar{20}$	$\bar{12}$	$\bar{4}$	$\bar{18}$	$\bar{10}$	$\bar{2}$	$\bar{16}$	$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{14}$	$\bar{6}$	$\bar{20}$	$\bar{12}$	$\bar{4}$	$\bar{18}$	$\bar{10}$	$\bar{2}$	$\bar{16}$	$\bar{8}$
$\bar{15}$	$\bar{0}$	$\bar{15}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{16}$	$\bar{9}$	$\bar{2}$	$\bar{17}$	$\bar{10}$	$\bar{3}$	$\bar{18}$	$\bar{11}$	$\bar{4}$	$\bar{19}$	$\bar{12}$	$\bar{5}$	$\bar{20}$	$\bar{13}$	$\bar{6}$	$\bar{21}$	$\bar{14}$	$\bar{7}$
$\bar{16}$	$\bar{0}$	$\bar{16}$	$\bar{10}$	$\bar{4}$	$\bar{20}$	$\bar{14}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{18}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{16}$	$\bar{10}$	$\bar{4}$	$\bar{20}$	$\bar{14}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{18}$	$\bar{12}$	$\bar{6}$
$\bar{17}$	$\bar{0}$	$\bar{17}$	$\bar{12}$	$\bar{7}$	$\bar{2}$	$\bar{19}$	$\bar{14}$	$\bar{9}$	$\bar{4}$	$\bar{21}$	$\bar{16}$	$\bar{11}$	$\bar{6}$	$\bar{1}$	$\bar{18}$	$\bar{13}$	$\bar{8}$	$\bar{3}$	$\bar{20}$	$\bar{15}$	$\bar{10}$	$\bar{5}$
$\bar{18}$	$\bar{0}$	$\bar{18}$	$\bar{14}$	$\bar{10}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{20}$	$\bar{16}$	$\bar{12}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{18}$	$\bar{14}$	$\bar{10}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{20}$	$\bar{16}$	$\bar{12}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{19}$	$\bar{0}$	$\bar{19}$	$\bar{16}$	$\bar{13}$	$\bar{10}$	$\bar{7}$	$\bar{4}$	$\bar{1}$	$\bar{20}$	$\bar{17}$	$\bar{14}$	$\bar{11}$	$\bar{8}$	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{21}$	$\bar{18}$	$\bar{15}$	$\bar{12}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{20}$	$\bar{0}$	$\bar{20}$	$\bar{18}$	$\bar{16}$	$\bar{14}$	$\bar{12}$	$\bar{10}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{20}$	$\bar{18}$	$\bar{16}$	$\bar{14}$	$\bar{12}$	$\bar{10}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{21}$	$\bar{0}$	$\bar{21}$	$\bar{20}$	$\bar{19}$	$\bar{18}$	$\bar{17}$	$\bar{16}$	$\bar{15}$	$\bar{14}$	$\bar{13}$	$\bar{12}$	$\bar{11}$	$\bar{10}$	$\bar{9}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.8 dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{22}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{22})^* = Z(\mathbb{Z}_{22}) - \{0\} = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{22} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{22})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_{22} dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_{22})^*$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{ann}(\bar{2}) &= \text{ann}(\bar{4}) = \text{ann}(\bar{6}) = \text{ann}(\bar{8}) = \text{ann}(\bar{10}) = \text{ann}(\bar{12}) \\ &= \text{ann}(\bar{14}) = \text{ann}(\bar{16}) = \text{ann}(\bar{18}) = \text{ann}(\bar{20}) = \{\bar{0}, \bar{11}\}. \end{aligned}$$

$$\text{ann}(\overline{11}) = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{16}, \overline{18}, \overline{20}\}.$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_{22})$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $\text{ann}(\overline{2}) \cup \text{ann}(\overline{4}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\} = \text{ann}(\overline{2} \cdot \overline{4})$
 $= \text{ann}(\overline{8})$ sehingga titik $\overline{2}$ dan $\overline{4}$ tidak terhubung langsung.
2. $\text{ann}(\overline{2}) \cup \text{ann}(\overline{6}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\} = \text{ann}(\overline{2} \cdot \overline{6})$
 $= \text{ann}(\overline{12})$ sehingga titik $\overline{2}$ dan $\overline{6}$ tidak terhubung langsung.
3. $\text{ann}(\overline{2}) \cup \text{ann}(\overline{8}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\} = \text{ann}(\overline{2} \cdot \overline{8})$
 $= \text{ann}(\overline{6})$ sehingga titik $\overline{2}$ dan $\overline{8}$ tidak terhubung langsung.
4. $\text{ann}(\overline{2}) \cup \text{ann}(\overline{10}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\} = \text{ann}(\overline{2} \cdot \overline{10})$
 $= \text{ann}(\overline{20})$ sehingga titik $\overline{2}$ dan $\overline{10}$ tidak terhubung langsung.
5. $\text{ann}(\overline{2}) \cup \text{ann}(\overline{11}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{16}, \overline{18}, \overline{20}\}$
 $= \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{16}, \overline{18}, \overline{20}\} \neq \mathbb{Z}_{22} = \text{ann}(\overline{2} \cdot \overline{11})$
 $= \text{ann}(\overline{22}) = \text{ann}(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{2}$ dan $\overline{11}$ terhubung langsung.
6. $\text{ann}(\overline{2}) \cup \text{ann}(\overline{12}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\} = \text{ann}(\overline{2} \cdot \overline{12})$
 $= \text{ann}(\overline{24}) = \text{ann}(\overline{2})$ sehingga titik $\overline{2}$ dan $\overline{12}$ tidak terhubung langsung.
7. $\text{ann}(\overline{2}) \cup \text{ann}(\overline{14}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\} = \text{ann}(\overline{2} \cdot \overline{14})$
 $= \text{ann}(\overline{28}) = \text{ann}(\overline{6})$ sehingga titik $\overline{2}$ dan $\overline{14}$ tidak terhubung langsung.

8. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{16}) = \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{16}) = ann(\bar{32}) = ann(\bar{10})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{16}$ tidak terhubung langsung.
9. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{18}) = \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{18}) = ann(\bar{36}) = ann(\bar{14})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{18}$ tidak terhubung langsung.
10. $ann(\bar{2}) \cup ann(\bar{20}) = \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = ann(\bar{2} \cdot \bar{20}) = ann(\bar{40}) = ann(\bar{18})$ sehingga titik $\bar{2}$ dan $\bar{20}$ tidak terhubung langsung.
11. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{6}) = ann(\bar{24}) = ann(\bar{2})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{6}$ tidak terhubung langsung.
12. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{8}) = \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{8}) = ann(\bar{32}) = ann(\bar{10})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{8}$ tidak terhubung langsung.
13. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{10}) = ann(\bar{40}) = ann(\bar{18})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{10}$ tidak terhubung langsung.
14. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{11}) = \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\} = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{22} = ann(\bar{4} \cdot \bar{11}) = ann(\bar{44}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{11}$ terhubung langsung.
15. $ann(\bar{4}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = ann(\bar{4} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{48}) = ann(\bar{4})$ sehingga titik $\bar{4}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.

$$\begin{aligned}
16. \text{ann}(\bar{4}) \cup \text{ann}(\bar{14}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{4} \cdot \bar{14}) \\
&= \text{ann}(\bar{56}) = \text{ann}(\bar{14}) \text{ sehingga titik } \bar{4} \text{ dan } \bar{14} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
17. \text{ann}(\bar{4}) \cup \text{ann}(\bar{16}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{4} \cdot \bar{16}) \\
&= \text{ann}(\bar{64}) = \text{ann}(\bar{20}) \text{ sehingga titik } \bar{4} \text{ dan } \bar{16} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
18. \text{ann}(\bar{4}) \cup \text{ann}(\bar{18}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{4} \cdot \bar{18}) \\
&= \text{ann}(\bar{72}) = \text{ann}(\bar{6}) \text{ sehingga titik } \bar{4} \text{ dan } \bar{18} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
19. \text{ann}(\bar{4}) \cup \text{ann}(\bar{20}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{4} \cdot \bar{20}) \\
&= \text{ann}(\bar{80}) = \text{ann}(\bar{14}) \text{ sehingga titik } \bar{4} \text{ dan } \bar{20} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
20. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{8}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{8}) \\
&= \text{ann}(\bar{48}) = \text{ann}(\bar{4}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{8} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
21. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{10}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{10}) \\
&= \text{ann}(\bar{60}) = \text{ann}(\bar{16}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{10} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
22. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{11}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\} \\
&= \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{22} = \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{11}) = \\
&\text{ann}(\bar{66}) = \text{ann}(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{11} \text{ terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
23. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{12}) \\
&= \text{ann}(\bar{72}) = \text{ann}(\bar{6}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{12} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
24. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{14}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{14}) \\
&= \text{ann}(\bar{84}) = \text{ann}(\bar{18}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{14} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
25. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{16}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{16}) \\
&= \text{ann}(\bar{96}) = \text{ann}(\bar{8}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{16} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
26. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{18}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{18}) \\
&= \text{ann}(\bar{108}) = \text{ann}(\bar{20}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{18} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
27. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{20}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{20}) \\
&= \text{ann}(\bar{120}) = \text{ann}(\bar{10}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{20} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
28. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{10}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{10}) \\
&= \text{ann}(\bar{80}) = \text{ann}(\bar{14}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{10} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
29. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{11}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\} \\
&= \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{22} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{11}) = \\
&\text{ann}(\bar{88}) = \text{ann}(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{11} \text{ terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
30. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{12}) \\
&= \text{ann}(\bar{96}) = \text{ann}(\bar{8}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{12} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
31. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{14}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{14}) \\
&= \text{ann}(\bar{112}) = \text{ann}(\bar{2}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{14} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
32. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{16}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{16}) \\
&= \text{ann}(\bar{128}) = \text{ann}(\bar{18}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{16} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
33. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{18}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{18}) \\
&= \text{ann}(\bar{144}) = \text{ann}(\bar{12}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{18} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
34. \text{ann}(\bar{8}) \cup \text{ann}(\bar{20}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{8} \cdot \bar{20}) \\
&= \text{ann}(\bar{160}) = \text{ann}(\bar{6}) \text{ sehingga titik } \bar{8} \text{ dan } \bar{20} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
35. \text{ann}(\bar{10}) \cup \text{ann}(\bar{11}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\} \\
&= \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{14}, \bar{16}, \bar{18}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{22} = \text{ann}(\bar{10} \cdot \bar{11}) = \\
&\text{ann}(\bar{110}) = \text{ann}(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{10} \text{ dan } \bar{11} \text{ terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
36. \text{ann}(\bar{10}) \cup \text{ann}(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{10} \cdot \bar{12}) \\
&= \text{ann}(\bar{120}) = \text{ann}(\bar{10}) \text{ sehingga titik } \bar{10} \text{ dan } \bar{12} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
37. \text{ann}(\bar{10}) \cup \text{ann}(\bar{14}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{10} \cdot \bar{14}) \\
&= \text{ann}(\bar{140}) = \text{ann}(\bar{8}) \text{ sehingga titik } \bar{10} \text{ dan } \bar{14} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
38. \text{ann}(\bar{10}) \cup \text{ann}(\bar{16}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{10} \cdot \bar{16}) \\
&= \text{ann}(\bar{160}) = \text{ann}(\bar{6}) \text{ sehingga titik } \bar{10} \text{ dan } \bar{16} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
39. \text{ann}(\bar{10}) \cup \text{ann}(\bar{18}) &= \{\bar{0}, \bar{11}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}\} = \{\bar{0}, \bar{11}\} = \text{ann}(\bar{10} \cdot \bar{18}) \\
&= \text{ann}(\bar{180}) = \text{ann}(\bar{4}) \text{ sehingga titik } \bar{10} \text{ dan } \bar{18} \text{ tidak terhubung} \\
&\text{langsung.}
\end{aligned}$$

$$48. \text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\}$$

$$= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{18}) = \text{ann}(\overline{216}) = \text{ann}(\overline{18}) \text{ sehingga titik } \overline{12} \text{ dan } \overline{18}$$

tidak terhubung langsung.

$$49. \text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{20}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\}$$

$$= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{20}) = \text{ann}(\overline{240}) = \text{ann}(\overline{20}) \text{ sehingga titik } \overline{12} \text{ dan } \overline{20}$$

tidak terhubung langsung.

$$50. \text{ann}(\overline{14}) \cup \text{ann}(\overline{16}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\}$$

$$= \text{ann}(\overline{14} \cdot \overline{16}) = \text{ann}(\overline{224}) = \text{ann}(\overline{4}) \text{ sehingga titik } \overline{14} \text{ dan } \overline{16}$$

tidak terhubung langsung.

$$51. \text{ann}(\overline{14}) \cup \text{ann}(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\}$$

$$= \text{ann}(\overline{14} \cdot \overline{18}) = \text{ann}(\overline{252}) = \text{ann}(\overline{10}) \text{ sehingga titik } \overline{14} \text{ dan } \overline{18}$$

tidak terhubung langsung.

$$52. \text{ann}(\overline{14}) \cup \text{ann}(\overline{20}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\}$$

$$= \text{ann}(\overline{14} \cdot \overline{20}) = \text{ann}(\overline{280}) = \text{ann}(\overline{16}) \text{ sehingga titik } \overline{14} \text{ dan } \overline{20}$$

tidak terhubung langsung.

$$53. \text{ann}(\overline{16}) \cup \text{ann}(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\}$$

$$= \text{ann}(\overline{16} \cdot \overline{18}) = \text{ann}(\overline{288}) = \text{ann}(\overline{8}) \text{ sehingga titik } \overline{16} \text{ dan } \overline{18}$$

tidak terhubung langsung.

$$54. \text{ann}(\overline{16}) \cup \text{ann}(\overline{20}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\}$$

$$= \text{ann}(\overline{16} \cdot \overline{20}) = \text{ann}(\overline{320}) = \text{ann}(\overline{18}) \text{ sehingga titik } \overline{16} \text{ dan } \overline{20}$$

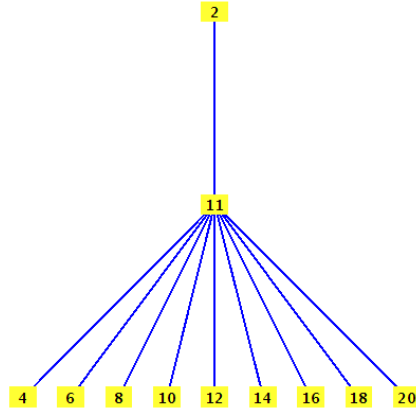
tidak terhubung langsung.

$$55. \text{ann}(\overline{18}) \cup \text{ann}(\overline{20}) = \{\overline{0}, \overline{11}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}\} = \{\overline{0}, \overline{11}\}$$

$$= \text{ann}(\overline{18} \cdot \overline{20}) = \text{ann}(\overline{360}) = \text{ann}(\overline{8}) \text{ sehingga titik } \overline{18} \text{ dan } \overline{20}$$

tidak terhubung langsung.

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_{22})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.8 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{22}

Berdasarkan Gambar 4.8 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{22})$ yaitu:

$$\begin{aligned} s(\bar{2}) &= s(\bar{4}) = s(\bar{6}) = s(\bar{8}) = s(\bar{10}) = s(\bar{11}) = s(\bar{12}) = s(\bar{14}) = s(\bar{16}) \\ &= s(\bar{18}) = s(\bar{20}) = 10 \end{aligned}$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{22})$:

$$\begin{aligned} ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{22})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{22}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\ ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{22})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{2}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{2}) \cdot s(\bar{11})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{4}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{4}) \cdot s(\bar{11})}} \\ &+ \sqrt{\frac{s(\bar{6}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{6}) \cdot s(\bar{11})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{8}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{8}) \cdot s(\bar{11})}} \\ &+ \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{11})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{12}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{12})}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{14}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{14})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{16}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{16})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{18}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{18})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{20}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{20})}} \\
& = \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} \\
& + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} \\
& + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} \\
& + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} \\
& + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} + \sqrt{\frac{10 + 10 - 2}{10 \cdot 10}} \\
& = 10 \sqrt{\frac{18}{100}}
\end{aligned}$$

4.1.9 Indeks Atom-bond Connectivity Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{25}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{25} memiliki elemen-elemen yaitu $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{16}, \overline{17}, \overline{18}, \overline{19}, \overline{20}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{23}$ dan $\overline{24}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian menggunakan tabel maka dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{25}) = \{\overline{0}, \overline{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{25})^* = Z(\mathbb{Z}_{25}) - \{0\} = \{\overline{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{25} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{25})^*$. Untuk

menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_{25} dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_{25})^*$ sebagai berikut:

$$\text{ann}(\bar{5}) = \text{ann}(\bar{10}) = \text{ann}(\bar{15}) = \text{ann}(\bar{20}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\}.$$

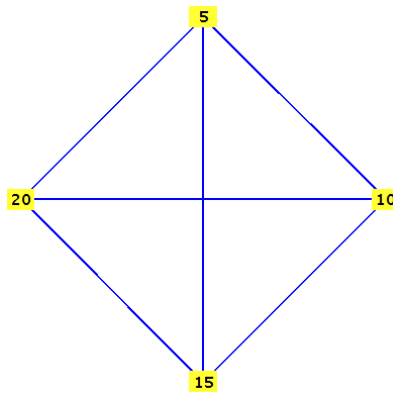
Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_{25})$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $\text{ann}(\bar{5}) \cup \text{ann}(\bar{10}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{25} = \text{ann}(\bar{5} \cdot \bar{10}) = \text{ann}(\bar{50}) = \text{ann}(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{10}$ terhubung langsung.
2. $\text{ann}(\bar{5}) \cup \text{ann}(\bar{15}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{25} = \text{ann}(\bar{5} \cdot \bar{15}) = \text{ann}(\bar{75}) = \text{ann}(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{15}$ terhubung langsung.
3. $\text{ann}(\bar{5}) \cup \text{ann}(\bar{20}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{25} = \text{ann}(\bar{5} \cdot \bar{20}) = \text{ann}(\bar{100}) = \text{ann}(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{5}$ dan $\bar{20}$ terhubung langsung.
4. $\text{ann}(\bar{10}) \cup \text{ann}(\bar{15}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{25} = \text{ann}(\bar{10} \cdot \bar{15}) = \text{ann}(\bar{150}) = \text{ann}(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{10}$ dan $\bar{15}$ terhubung langsung.
5. $\text{ann}(\bar{10}) \cup \text{ann}(\bar{20}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \cup \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{10}, \bar{15}, \bar{20}\} \neq \mathbb{Z}_{25} = \text{ann}(\bar{10} \cdot \bar{20}) = \text{ann}(\bar{200}) = \text{ann}(\bar{0})$
 sehingga titik $\bar{10}$ dan $\bar{20}$ terhubung langsung.

$$\begin{aligned}
6. \quad \text{ann}(\overline{15}) \cup \text{ann}(\overline{20}) &= \{\overline{0}, \overline{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} \cup \{\overline{0}, \overline{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} \\
&= \{\overline{0}, \overline{5}, \overline{10}, \overline{15}, \overline{20}\} \neq \mathbb{Z}_{25} = \text{ann}(\overline{15} \cdot \overline{20}) = \text{ann}(\overline{300}) = \text{ann}(\overline{0})
\end{aligned}$$

sehingga titik $\overline{15}$ dan $\overline{20}$ terhubung langsung.

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_{25})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.9 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{25}

Berdasarkan Gambar 4.9 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{25})$ yaitu:

$$s(\overline{5}) = s(\overline{10}) = s(\overline{15}) = s(\overline{20}) = 9$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{25})$:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{25})) = \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{25}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}}$$

$$\begin{aligned}
& ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{25})) \\
&= \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{10}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{10})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{15}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{15})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{20}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{20})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{15}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{15})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{20}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{20})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{15}) + s(\bar{20}) - 2}{s(\bar{15}) \cdot s(\bar{20})}} \\
&= \sqrt{\frac{9 + 9 - 2}{9 \cdot 9}} + \sqrt{\frac{9 + 9 - 2}{9 \cdot 9}} + \sqrt{\frac{9 + 9 - 2}{9 \cdot 9}} \\
&+ \sqrt{\frac{9 + 9 - 2}{9 \cdot 9}} + \sqrt{\frac{9 + 9 - 2}{9 \cdot 9}} + \sqrt{\frac{9 + 9 - 2}{9 \cdot 9}} = 6 \sqrt{\frac{16}{81}}
\end{aligned}$$

4.1.10 Indeks Atom-bond Connectivity Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{33}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{33} memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{16}, \bar{17}, \bar{18}, \bar{19}, \bar{20}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{25}, \bar{26}, \bar{27}, \bar{28}, \bar{29}, \bar{30}, \bar{31}$ dan $\bar{32}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian menggunakan tabel maka dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{33}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{33})^* = Z(\mathbb{Z}_{33}) - \{0\} = \{\bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{33} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{33})^*$. Untuk menentukan keterhubungan titik-titik pada graf annihilator dari \mathbb{Z}_{33} dibutuhkan annihilator dari masing-masing elemen di $Z(\mathbb{Z}_{33})^*$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
ann(\bar{3}) &= ann(\bar{6}) = ann(\bar{9}) = ann(\bar{12}) = ann(\bar{15}) \\
&= ann(\bar{18}) = ann(\bar{21}) = ann(\bar{24}) = ann(\bar{27}) = ann(\bar{30}) \\
&= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}.
\end{aligned}$$

$$ann(\bar{11}) = ann(\bar{22}) = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\}.$$

Dua titik berbeda u dan v di $AG(\mathbb{Z}_{33})$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $ann(u) \cup ann(v) \neq ann(uv)$. Diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{6}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{6}) = ann(\bar{18})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{6}$ tidak terhubung langsung.
2. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{9}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{9}) = ann(\bar{27})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{9}$ tidak terhubung langsung.
3. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{11}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup$
 $\{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{11}) = ann(\bar{33}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{11}$ terhubung langsung.
4. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{12}) = ann(\bar{36}) = ann(\bar{3})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.

5. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{15}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{15}) = ann(\bar{45}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{15}$ tidak terhubung langsung.
6. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{18}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{18}) = ann(\bar{54}) = ann(\bar{21})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{18}$ tidak terhubung langsung.
7. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{21}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{21}) = ann(\bar{63}) = ann(\bar{30})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{21}$ tidak terhubung langsung.
8. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{22}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup$
 $\{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{22}) = ann(\bar{66}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{22}$ terhubung langsung.
9. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{24}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{24}) = ann(\bar{72}) = ann(\bar{6})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{24}$ tidak terhubung langsung.
10. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{27}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{27}) = ann(\bar{81}) = ann(\bar{15})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{27}$ tidak terhubung langsung.
11. $ann(\bar{3}) \cup ann(\bar{30}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{3} \cdot \bar{30}) = ann(\bar{90}) = ann(\bar{9})$ sehingga titik $\bar{3}$ dan $\bar{30}$ tidak terhubung langsung.

$$\begin{aligned}
12. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{9}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{9}) = \text{ann}(\bar{54}) = \text{ann}(\bar{21}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{9} \text{ tidak} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
13. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{11}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \\
&\{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \\
&= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33} \\
&= \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{11}) = \text{ann}(\bar{66}) = \text{ann}(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{11} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
14. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{12}) = \text{ann}(\bar{72}) = \text{ann}(\bar{6}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{12} \text{ tidak} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
15. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{15}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{15}) = \text{ann}(\bar{90}) = \text{ann}(\bar{9}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } 15 \text{ tidak} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
16. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{18}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{18}) = \text{ann}(\bar{108}) = \text{ann}(\bar{9}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{18} \text{ tidak} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
17. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{21}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{6} \cdot \bar{21}) = \text{ann}(\bar{126}) = \text{ann}(\bar{27}) \text{ sehingga titik } \bar{6} \text{ dan } \bar{21} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
18. \text{ann}(\bar{6}) \cup \text{ann}(\bar{22}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \\
&\{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \\
&= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}
\end{aligned}$$

$= ann(\bar{6} \cdot \bar{22}) = ann(\overline{132}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{22}$ terhubung langsung.

19. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{24}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{24}) = ann(\overline{144}) = ann(\bar{12})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{24}$ tidak terhubung langsung.

20. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{27}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{27}) = ann(\overline{162}) = ann(\bar{30})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{27}$ tidak terhubung langsung.

21. $ann(\bar{6}) \cup ann(\bar{30}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{6} \cdot \bar{30}) = ann(\overline{180}) = ann(\bar{15})$ sehingga titik $\bar{6}$ dan $\bar{30}$ tidak terhubung langsung.

22. $ann(\bar{9}) \cup ann(\bar{11}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup$
 $\{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\}$
 $= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}$
 $= ann(\bar{9} \cdot \bar{11}) = ann(\overline{99}) = ann(\bar{0})$ sehingga titik $\bar{9}$ dan $\bar{11}$ terhubung langsung.

23. $ann(\bar{9}) \cup ann(\bar{12}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{9} \cdot \bar{12}) = ann(\overline{108}) = ann(\bar{9})$ sehingga titik $\bar{9}$ dan $\bar{12}$ tidak terhubung langsung.

24. $ann(\bar{9}) \cup ann(\bar{15}) = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\}$
 $= ann(\bar{9} \cdot \bar{15}) = ann(\overline{135}) = ann(\bar{3})$ sehingga titik $\bar{9}$ dan $\bar{15}$ tidak terhubung langsung.

$$\begin{aligned}
25. \text{ann}(\bar{9}) \cup \text{ann}(\bar{18}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{9} \cdot \bar{18}) = \text{ann}(\bar{162}) = \text{ann}(\bar{30}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{18} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
26. \text{ann}(\bar{9}) \cup \text{ann}(\bar{21}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{9} \cdot \bar{21}) = \text{ann}(\bar{189}) = \text{ann}(\bar{24}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{21} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
27. \text{ann}(\bar{9}) \cup \text{ann}(\bar{22}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \\
&\{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \\
&= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33} \\
&= \text{ann}(\bar{9} \cdot \bar{22}) = \text{ann}(\bar{198}) = \text{ann}(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{22} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
28. \text{ann}(\bar{9}) \cup \text{ann}(\bar{24}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{9} \cdot \bar{24}) = \text{ann}(\bar{216}) = \text{ann}(\bar{18}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{24} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
29. \text{ann}(\bar{9}) \cup \text{ann}(\bar{27}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{9} \cdot \bar{27}) = \text{ann}(\bar{243}) = \text{ann}(\bar{12}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{27} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
30. \text{ann}(\bar{9}) \cup \text{ann}(\bar{30}) &= \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \cup \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} \\
&= \text{ann}(\bar{9} \cdot \bar{30}) = \text{ann}(\bar{270}) = \text{ann}(\bar{6}) \text{ sehingga titik } \bar{9} \text{ dan } \bar{30} \text{ tidak} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
31. \text{ann}(\bar{11}) \cup \text{ann}(\bar{12}) &= \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \cup \\
&\{\bar{0}, \bar{11}, \bar{22}\} = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{15}, \bar{18}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{27}, \bar{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33} \\
&= \text{ann}(\bar{11} \cdot \bar{12}) = \text{ann}(\bar{132}) = \text{ann}(\bar{0}) \text{ sehingga titik } \bar{11} \text{ dan } \bar{12} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$= \text{ann}(\overline{11} \cdot \overline{27}) = \text{ann}(\overline{297}) = \text{ann}(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{11}$ dan $\overline{27}$ terhubung langsung.

38. $\text{ann}(\overline{11}) \cup \text{ann}(\overline{30}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}$
 $= \text{ann}(\overline{11} \cdot \overline{30}) = \text{ann}(\overline{330}) = \text{ann}(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{11}$ dan $\overline{30}$ terhubung langsung.

39. $\text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{15}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\}$
 $= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{15}) = \text{ann}(\overline{180}) = \text{ann}(\overline{15})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{15}$ tidak terhubung langsung.

40. $\text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{18}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\}$
 $= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{18}) = \text{ann}(\overline{216}) = \text{ann}(\overline{18})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{18}$ tidak terhubung langsung.

41. $\text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{21}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\}$
 $= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{21}) = \text{ann}(\overline{52}) = \text{ann}(\overline{21})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{21}$ tidak terhubung langsung.

42. $\text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{22}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\}$
 $= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}$
 $= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{22}) = \text{ann}(\overline{264}) = \text{ann}(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{22}$ terhubung langsung.

43. $\text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{24}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\}$
 $= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{24}) = \text{ann}(\overline{288}) = \text{ann}(\overline{24})$ sehingga titik $\overline{12}$ dan $\overline{24}$ tidak terhubung langsung.

$$\begin{aligned}
44. \text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{27}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{27}) = \text{ann}(\overline{324}) = \text{ann}(\overline{27}) \text{ sehingga titik } \overline{12} \text{ dan } \overline{27} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
45. \text{ann}(\overline{12}) \cup \text{ann}(\overline{30}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{12} \cdot \overline{30}) = \text{ann}(\overline{360}) = \text{ann}(\overline{30}) \text{ sehingga titik } \overline{12} \text{ dan } \overline{30} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
46. \text{ann}(\overline{15}) \cup \text{ann}(\overline{18}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{15} \cdot \overline{18}) = \text{ann}(\overline{270}) = \text{ann}(\overline{6}) \text{ sehingga titik } \overline{15} \text{ dan } \overline{18} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
47. \text{ann}(\overline{15}) \cup \text{ann}(\overline{21}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{15} \cdot \overline{21}) = \text{ann}(\overline{315}) = \text{ann}(\overline{18}) \text{ sehingga titik } \overline{15} \text{ dan } \overline{21} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
48. \text{ann}(\overline{15}) \cup \text{ann}(\overline{22}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \\
&\{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \\
&= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33} \\
&= \text{ann}(\overline{15} \cdot \overline{22}) = \text{ann}(\overline{330}) = \text{ann}(\overline{0}) \text{ sehingga titik } \overline{15} \text{ dan } \overline{22} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
49. \text{ann}(\overline{15}) \cup \text{ann}(\overline{24}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{15} \cdot \overline{24}) = \text{ann}(\overline{360}) = \text{ann}(\overline{30}) \text{ sehingga titik } \overline{15} \text{ dan } \overline{24} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
50. \text{ann}(\overline{15}) \cup \text{ann}(\overline{27}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{15} \cdot \overline{27}) = \text{ann}(\overline{405}) = \text{ann}(\overline{9}) \text{ sehingga titik } \overline{15} \text{ dan } \overline{27} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
51. \text{ann}(\overline{15}) \cup \text{ann}(\overline{30}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{15} \cdot \overline{30}) = \text{ann}(\overline{450}) = \text{ann}(\overline{21}) \text{ sehingga titik } \overline{15} \text{ dan } \overline{30} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
52. \text{ann}(\overline{18}) \cup \text{ann}(\overline{21}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{18} \cdot \overline{21}) = \text{ann}(\overline{378}) = \text{ann}(\overline{15}) \text{ sehingga titik } \overline{18} \text{ dan } \overline{21} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
53. \text{ann}(\overline{18}) \cup \text{ann}(\overline{22}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \\
&\{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \\
&= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33} \\
&= \text{ann}(\overline{18} \cdot \overline{22}) = \text{ann}(\overline{396}) = \text{ann}(\overline{0}) \text{ sehingga titik } \overline{18} \text{ dan } \overline{22} \\
&\text{terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
54. \text{ann}(\overline{18}) \cup \text{ann}(\overline{24}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{18} \cdot \overline{24}) = \text{ann}(\overline{432}) = \text{ann}(\overline{3}) \text{ sehingga titik } \overline{18} \text{ dan } \overline{24} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
55. \text{ann}(\overline{18}) \cup \text{ann}(\overline{27}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{18} \cdot \overline{27}) = \text{ann}(\overline{486}) = \text{ann}(\overline{24}) \text{ sehingga titik } \overline{18} \text{ dan } \overline{27} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
56. \text{ann}(\overline{18}) \cup \text{ann}(\overline{30}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{18} \cdot \overline{30}) = \text{ann}(\overline{540}) = \text{ann}(\overline{12}) \text{ sehingga titik } \overline{18} \text{ dan } \overline{30} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
57. \text{ann}(\overline{21}) \cup \text{ann}(\overline{22}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \\
&\{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \\
&= \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}
\end{aligned}$$

$= \text{ann}(\overline{21} \cdot \overline{22}) = \text{ann}(\overline{462}) = \text{ann}(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{21}$ dan $\overline{22}$ terhubung langsung.

58. $\text{ann}(\overline{21}) \cup \text{ann}(\overline{24}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\}$
 $= \text{ann}(\overline{21} \cdot \overline{24}) = \text{ann}(\overline{504}) = \text{ann}(\overline{9})$ sehingga titik $\overline{21}$ dan $\overline{24}$ tidak terhubung langsung.

59. $\text{ann}(\overline{21}) \cup \text{ann}(\overline{27}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\}$
 $= \text{ann}(\overline{21} \cdot \overline{27}) = \text{ann}(\overline{567}) = \text{ann}(\overline{6})$ sehingga titik $\overline{21}$ dan $\overline{27}$ tidak terhubung langsung.

60. $\text{ann}(\overline{21}) \cup \text{ann}(\overline{30}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\}$
 $= \text{ann}(\overline{21} \cdot \overline{30}) = \text{ann}(\overline{630}) = \text{ann}(\overline{3})$ sehingga titik $\overline{21}$ dan $\overline{30}$ tidak terhubung langsung.

61. $\text{ann}(\overline{22}) \cup \text{ann}(\overline{24}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \cup$
 $\{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}$
 $= \text{ann}(\overline{22} \cdot \overline{24}) = \text{ann}(\overline{528}) = \text{ann}(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{22}$ dan $\overline{24}$ terhubung langsung.

62. $\text{ann}(\overline{22}) \cup \text{ann}(\overline{27}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \cup$
 $\{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}$
 $= \text{ann}(\overline{22} \cdot \overline{27}) = \text{ann}(\overline{594}) = \text{ann}(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{22}$ dan $\overline{27}$ terhubung langsung.

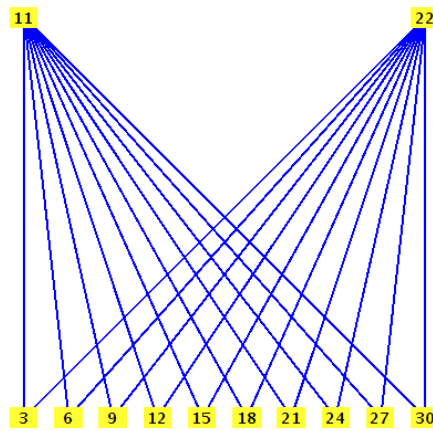
63. $\text{ann}(\overline{22}) \cup \text{ann}(\overline{30}) = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \cup$
 $\{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{3}, \overline{6}, \overline{9}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{15}, \overline{18}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{27}, \overline{30}\} \neq \mathbb{Z}_{33}$
 $= \text{ann}(\overline{22} \cdot \overline{30}) = \text{ann}(\overline{660}) = \text{ann}(\overline{0})$ sehingga titik $\overline{22}$ dan $\overline{30}$ terhubung langsung.

$$\begin{aligned}
64. \text{ann}(\overline{24}) \cup \text{ann}(\overline{27}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{24} \cdot \overline{27}) = \text{ann}(\overline{648}) = \text{ann}(\overline{21}) \text{ sehingga titik } \overline{24} \text{ dan } \overline{27} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
65. \text{ann}(\overline{24}) \cup \text{ann}(\overline{30}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{24} \cdot \overline{30}) = \text{ann}(\overline{720}) = \text{ann}(\overline{27}) \text{ sehingga titik } \overline{24} \text{ dan } \overline{30} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
66. \text{ann}(\overline{27}) \cup \text{ann}(\overline{30}) &= \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \cup \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}\} \\
&= \text{ann}(\overline{27} \cdot \overline{30}) = \text{ann}(\overline{810}) = \text{ann}(\overline{18}) \text{ sehingga titik } \overline{27} \text{ dan } \overline{30} \\
&\text{tidak terhubung langsung.}
\end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, graf $AG(\mathbb{Z}_{33})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.10 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{33}

Berdasarkan Gambar 4.10 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{33})$ yaitu:

$$\begin{aligned}
s(\overline{3}) &= s(\overline{6}) = s(\overline{9}) = s(\overline{11}) = s(\overline{12}) = s(\overline{15}) = s(\overline{18}) = s(\overline{21}) = s(\overline{22}) \\
&= s(\overline{24}) = s(\overline{27}) = s(\overline{30}) = 20
\end{aligned}$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{33})$:

$$\begin{aligned}
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{33})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{33}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{33})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{3}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{3}) \cdot s(\bar{12})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{3}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{3}) \cdot s(\bar{22})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{6}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{6}) \cdot s(\bar{11})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{6}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{6}) \cdot s(\bar{22})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{9}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{9}) \cdot s(\bar{11})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{9}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{9}) \cdot s(\bar{22})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{12}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{12})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{15}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{15})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{18}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{18})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{21}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{21})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{24}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{24})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{27}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{27})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{30}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{30})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{12}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{12}) \cdot s(\bar{22})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{15}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{15}) \cdot s(\bar{22})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{18}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{18}) \cdot s(\bar{22})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{21}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{21}) \cdot s(\bar{22})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{22}) + s(\bar{24}) - 2}{s(\bar{22}) \cdot s(\bar{24})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{22}) + s(\bar{27}) - 2}{s(\bar{22}) \cdot s(\bar{27})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{22}) + s(\bar{30}) - 2}{s(\bar{22}) \cdot s(\bar{30})}}
 \end{aligned}$$

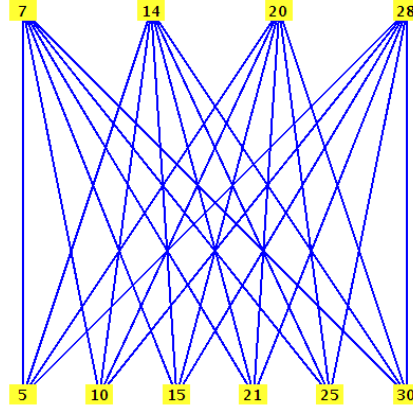
$$\begin{aligned}
ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{33})) &= \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} \\
&+ \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} \\
&+ \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} \\
&+ \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} \\
&+ \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} \\
&+ \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} \\
&+ \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} \\
&+ \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} + \sqrt{\frac{20+20-2}{20 \cdot 20}} \\
&= 20 \sqrt{\frac{38}{400}}
\end{aligned}$$

4.1.11 Indeks Atom-bond Connectivity Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{35}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{35} memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{16}, \bar{17}, \bar{18}, \bar{19}, \bar{20}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{25}, \bar{26}, \bar{27}, \bar{28}, \bar{29}, \bar{30}, \bar{31}, \bar{32}, \bar{33}$ dan $\bar{34}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian menggunakan tabel maka dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{35}) = \{\bar{0}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{10}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{20}, \bar{21}, \bar{25}, \bar{28}, \bar{30}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{35})^* = Z(\mathbb{Z}_{35}) - \{0\} = \{\bar{5}, \bar{7}, \bar{10}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{20}, \bar{21}, \bar{25}, \bar{28}, \bar{30}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{35} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{35})^*$. Dengan cara yang

sama seperti yang telah dilakukan pada sub bab sebelumnya yaitu 4.1.1 hingga 4.1.10, graf $AG(\mathbb{Z}_{35})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.11 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{35}

Berdasarkan Gambar 4.11 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{35})$ yaitu:

$$\begin{aligned} s(\bar{5}) &= s(\bar{7}) = s(\bar{10}) = s(\bar{14}) = s(\bar{15}) = s(\bar{20}) = s(\bar{21}) = s(\bar{25}) = s(\bar{28}) \\ &= s(\bar{30}) = 24 \end{aligned}$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{35})$:

$$\begin{aligned} ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{35})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{35}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\ ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{35})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{7}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{7})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{14}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{14})}} \\ &+ \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{20}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{20})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{28})}} \\ &+ \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{10}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{10})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{15}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{15})}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{21}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{21})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{25}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{25})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{30}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{30})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{14}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{14})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{20}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{20})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{28})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{15}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{15})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{21}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{21})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{25}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{25})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{30}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{30})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{15}) + s(\bar{20}) - 2}{s(\bar{15}) \cdot s(\bar{20})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{15}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{15}) \cdot s(\bar{28})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{20}) + s(\bar{21}) - 2}{s(\bar{20}) \cdot s(\bar{21})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{20}) + s(\bar{25}) - 2}{s(\bar{20}) \cdot s(\bar{25})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{20}) + s(\bar{30}) - 2}{s(\bar{20}) \cdot s(\bar{30})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{21}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{21}) \cdot s(\bar{28})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\bar{15}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{15}) \cdot s(\bar{28})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{28}) + s(\bar{30}) - 2}{s(\bar{28}) \cdot s(\bar{30})}}
\end{aligned}$$

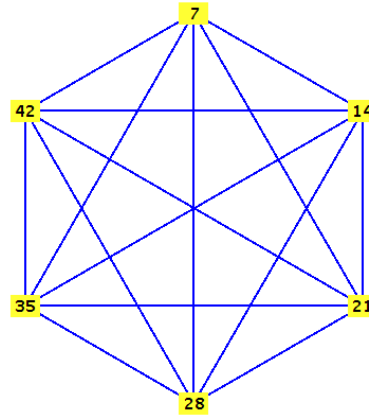
$$\begin{aligned}
ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{35})) &= \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} \\
& + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} \\
& + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} \\
& + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} \\
& + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} \\
& + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} + \sqrt{\frac{24 + 24 - 2}{24 \cdot 24}} \\
& = 24 \sqrt{\frac{46}{576}}
\end{aligned}$$

4.1.12 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{49}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{49} memiliki elemen-elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}, \bar{14}, \bar{15}, \bar{16}, \bar{17}, \bar{18}, \bar{19}, \bar{20}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{24}, \bar{25}, \bar{26}, \bar{27}, \bar{28}, \bar{29}, \bar{30}, \bar{31}, \bar{32}, \bar{33}, \bar{34}, \bar{35}, \bar{36}, \bar{37}, \bar{38}, \bar{39}, \bar{40}, \bar{41}, \bar{42}, \bar{43}, \bar{44}, \bar{45}, \bar{46}, \bar{47}$ dan $\bar{48}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian menggunakan tabel maka dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{49}) = \{\bar{0}, \bar{7}, \bar{14}, \bar{21}, \bar{28}, \bar{35}, \bar{42}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{49})^* = Z(\mathbb{Z}_{49}) - \{0\} = \{\bar{7}, \bar{14}, \bar{21}, \bar{28}, \bar{35}, \bar{42}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{49} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{49})^*$. Dengan cara yang sama seperti yang telah dilakukan pada sub bab sebelumnya yaitu 4.1.1 hingga 4.1.10, graf $AG(\mathbb{Z}_{49})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.12 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{49}

Berdasarkan Gambar 4.12 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{49})$ yaitu:

$$s(\bar{7}) = s(\bar{14}) = s(\bar{21}) = s(\bar{28}) = s(\bar{35}) = s(\bar{42}) = 25$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{49})$:

$$\begin{aligned}
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{49})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{49}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{49})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{14}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{14})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{21}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{21})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{28})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{35}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{35})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{42}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{42})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{21}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{21})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{28})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{35}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{35})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{42}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{42})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{21}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{21}) \cdot s(\bar{28})}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\overline{21}) + s(\overline{35}) - 2}{s(\overline{21}) \cdot s(\overline{35})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{21}) + s(\overline{42}) - 2}{s(\overline{21}) \cdot s(\overline{42})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{28}) + s(\overline{35}) - 2}{s(\overline{28}) \cdot s(\overline{35})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{28}) + s(\overline{42}) - 2}{s(\overline{28}) \cdot s(\overline{42})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{35}) + s(\overline{42}) - 2}{s(\overline{35}) \cdot s(\overline{42})}} \\
& = \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} \\
& + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} \\
& + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} \\
& + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} \\
& + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} \\
& + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} \\
& + \sqrt{\frac{25 + 25 - 2}{25 \cdot 25}} \\
& = 25 \sqrt{\frac{48}{625}}
\end{aligned}$$

4.1.13 Indeks Atom-bond Connectivity Versi Empat pada Graf Annihilator

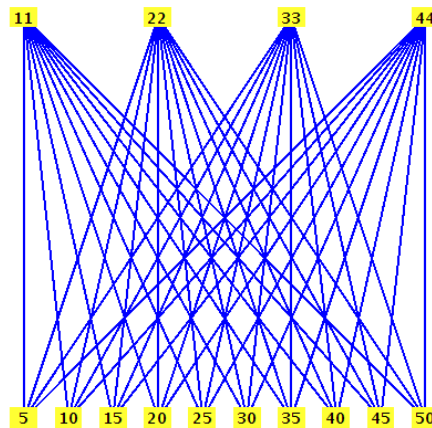
\mathbb{Z}_{55}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{55} memiliki elemen-elemen yaitu

$\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{16}, \overline{17}, \overline{18}, \overline{19}, \overline{20}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{25},$

$\overline{26}, \overline{27}, \overline{28}, \overline{29}, \overline{30}, \overline{31}, \overline{32}, \overline{33}, \overline{34}, \overline{35}, \overline{36}, \overline{37}, \overline{38}, \overline{39}, \overline{40}, \overline{41}, \overline{42}, \overline{43}, \overline{44}, \overline{45}, \overline{46}, \overline{47},$
 $\overline{48}, \overline{49}, \overline{50}, \overline{51}, \overline{52}, \overline{53}$ dan $\overline{54}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan
 dengan perkalian menggunakan tabel maka dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{55})$
 $= \{\overline{0}, \overline{5}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{15}, \overline{20}, \overline{22}, \overline{25}, \overline{30}, \overline{33}, \overline{35}, \overline{40}, \overline{44}, \overline{45}, \overline{50}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{55})^*$
 $= Z(\mathbb{Z}_{55}) - \{0\} = \{\overline{5}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{15}, \overline{20}, \overline{22}, \overline{25}, \overline{30}, \overline{33}, \overline{35}, \overline{40}, \overline{44}, \overline{45}, \overline{50}\}$.

Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{55} yang mana titik-titiknya adalah
 elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{55})^*$. Dengan cara yang sama seperti yang telah dilakukan pada
 sub bab sebelumnya yaitu 4.1.1 hingga 4.1.10, graf $AG(\mathbb{Z}_{55})$ dapat
 direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.13 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{55}

Berdasarkan Gambar 4.13 dapat diketahui jumlah derajat dari semua
 tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{55})$ yaitu:

$$\begin{aligned} s(\overline{5}) &= s(\overline{10}) = s(\overline{11}) = s(\overline{15}) = s(\overline{20}) = s(\overline{22}) = s(\overline{25}) = s(\overline{30}) = s(\overline{33}) \\ &= s(\overline{35}) = s(\overline{40}) = s(\overline{44}) = s(\overline{45}) = s(\overline{50}) = 40 \end{aligned}$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{55})$:

$$\begin{aligned}
ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{55})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{55}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{55})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{11})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{22})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{33}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{33})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{5}) + s(\bar{44}) - 2}{s(\bar{5}) \cdot s(\bar{44})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{11})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{22})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{33}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{33})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{10}) + s(\bar{44}) - 2}{s(\bar{10}) \cdot s(\bar{44})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{15}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{15})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{20}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{20})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{25}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{25})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{30}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{30})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{35}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{35})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{40}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{40})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{45}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{45})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{50}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{50})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{15}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{15}) \cdot s(\bar{22})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{15}) + s(\bar{33}) - 2}{s(\bar{15}) \cdot s(\bar{33})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{15}) + s(\bar{44}) - 2}{s(\bar{15}) \cdot s(\bar{44})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{20}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{20}) \cdot s(\bar{22})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{20}) + s(\bar{33}) - 2}{s(\bar{20}) \cdot s(\bar{33})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{20}) + s(\bar{44}) - 2}{s(\bar{20}) \cdot s(\bar{44})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\bar{22}) + s(\bar{25}) - 2}{s(\bar{22}) \cdot s(\bar{25})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{22}) + s(\bar{30}) - 2}{s(\bar{22}) \cdot s(\bar{30})}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{35}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{35})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{40}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{40})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{45}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{45})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{50}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{50})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{25}) + s(\overline{33}) - 2}{s(\overline{25}) \cdot s(\overline{33})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{25}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{25}) \cdot s(\overline{44})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{30}) + s(\overline{33}) - 2}{s(\overline{30}) \cdot s(\overline{3})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{30}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{30}) \cdot s(\overline{44})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{35}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{35})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{40}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{40})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{45}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{45})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{50}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{50})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{35}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{35}) \cdot s(\overline{44})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{40}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{40}) \cdot s(\overline{44})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{45}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{45})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{50}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{50})}} \\
& = \sqrt{\frac{40 + 40 - 2}{40 \cdot 40}} + \sqrt{\frac{40 + 40 - 2}{40 \cdot 40}} \\
& + \sqrt{\frac{40 + 40 - 2}{40 \cdot 40}} + \dots + \sqrt{\frac{40 + 40 - 2}{40 \cdot 40}} \\
& = 40 \sqrt{\frac{78}{1600}}
\end{aligned}$$

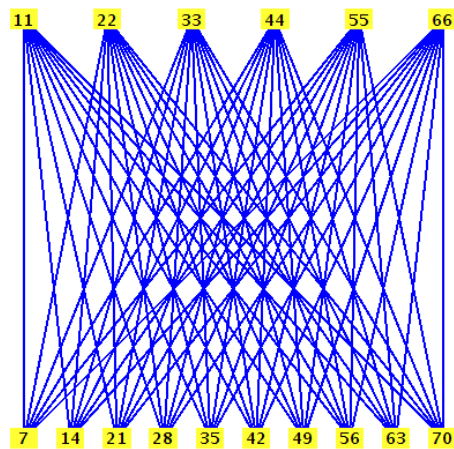
4.1.14 Indeks Atom-bond Connectivity Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{77}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{77} memiliki elemen-elemen yaitu

$\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{16}, \overline{17}, \overline{18}, \overline{19}, \overline{20}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{25},$

$\overline{26}, \overline{27}, \overline{28}, \overline{29}, \overline{30}, \overline{31}, \overline{32}, \overline{33}, \overline{34}, \overline{35}, \overline{36}, \overline{37}, \overline{38}, \overline{39}, \overline{40}, \overline{41}, \overline{42}, \overline{43}, \overline{44}, \overline{45}, \overline{46},$
 $\overline{47}, \overline{48}, \overline{49}, \overline{50}, \overline{51}, \overline{52}, \overline{53}, \overline{54}, \overline{55}, \overline{56}, \overline{57}, \overline{58}, \overline{59}, \overline{60}, \overline{61}, \overline{62}, \overline{63}, \overline{64}, \overline{65}, \overline{66}, \overline{67},$
 $\overline{68}, \overline{69}, \overline{70}, \overline{71}, \overline{72}, \overline{73}, \overline{74}, \overline{75}$ dan $\overline{76}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian menggunakan tabel maka dapat diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{77}) = \{\overline{0}, \overline{7}, \overline{11}, \overline{14}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{28}, \overline{33}, \overline{35}, \overline{42}, \overline{44}, \overline{49}, \overline{55}, \overline{56}, \overline{63}, \overline{66}, \overline{70}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{77})^* = Z(\mathbb{Z}_{77}) - \{0\}$
 $= \{\overline{7}, \overline{11}, \overline{14}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{28}, \overline{33}, \overline{35}, \overline{42}, \overline{44}, \overline{49}, \overline{55}, \overline{56}, \overline{63}, \overline{66}, \overline{70}\}$. Kemudian akan dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{77} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari $Z(\mathbb{Z}_{77})^*$. Dengan cara yang sama seperti yang telah dilakukan pada sub bab sebelumnya yaitu 4.1.1 hingga 4.1.10, graf $AG(\mathbb{Z}_{77})$ dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar 4.14 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{77}

Berdasarkan Gambar 4.14 dapat diketahui jumlah derajat dari semua tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{77})$ yaitu:

$$\begin{aligned}
 s(7) &= s(\overline{11}) = s(\overline{14}) = s(\overline{21}) = s(\overline{22}) = s(\overline{28}) = s(\overline{33}) = s(\overline{35}) = s(\overline{42}) \\
 &= s(\overline{44}) = s(\overline{49}) = s(\overline{55}) = s(\overline{56}) = s(\overline{63}) = s(\overline{66}) = s(\overline{70}) = 60
 \end{aligned}$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{77})$:

$$\begin{aligned}
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{77})) &= \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{77}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}} \\
 ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{77})) &= \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{11}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{11})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{22})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{33}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{33})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{44}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{44})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{55}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{55})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{7}) + s(\bar{66}) - 2}{s(\bar{7}) \cdot s(\bar{66})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{14}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{14})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{21}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{21})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{28}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{28})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{35}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{35})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{42}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{42})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{49}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{49})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{56}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{56})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{63}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{63})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{11}) + s(\bar{70}) - 2}{s(\bar{11}) \cdot s(\bar{70})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{22})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{33}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{33})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{44}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{44})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{55}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{55})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{14}) + s(\bar{66}) - 2}{s(\bar{14}) \cdot s(\bar{66})}} \\
 &+ \sqrt{\frac{s(\bar{21}) + s(\bar{22}) - 2}{s(\bar{21}) \cdot s(\bar{22})}} + \sqrt{\frac{s(\bar{21}) + s(\bar{33}) - 2}{s(\bar{21}) \cdot s(\bar{33})}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\overline{21}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{21}) \cdot s(\overline{44})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{21}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{21}) \cdot s(\overline{55})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{21}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{21}) \cdot s(\overline{66})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{28}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{28})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{35}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{35})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{42}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{42})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{49}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{49})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{56}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{56})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{63}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{63})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{70}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{70})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{28}) + s(\overline{33}) - 2}{s(\overline{28}) \cdot s(\overline{33})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{28}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{28}) \cdot s(\overline{44})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{28}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{28}) \cdot s(\overline{55})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{28}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{28}) \cdot s(\overline{66})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{35}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{35})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{42}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{42})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{49}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{49})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{56}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{56})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{63}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{63})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{70}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{70})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{35}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{35}) \cdot s(\overline{44})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{35}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{35}) \cdot s(\overline{55})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{35}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{35}) \cdot s(\overline{66})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{42}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{42}) \cdot s(\overline{44})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{42}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{42}) \cdot s(\overline{55})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{42}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{42}) \cdot s(\overline{66})}}
\end{aligned}$$

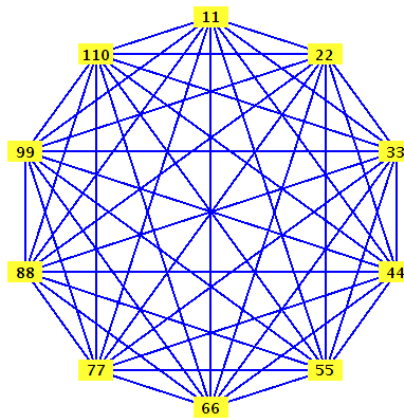
$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{49}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{49})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{56}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{56})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{63}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{63})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{70}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{70})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{49}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{49}) \cdot s(\overline{55})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{49}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{49}) \cdot s(\overline{66})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{55}) + s(\overline{56}) - 2}{s(\overline{55}) \cdot s(\overline{56})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{55}) + s(\overline{63}) - 2}{s(\overline{55}) \cdot s(\overline{63})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{55}) + s(\overline{70}) - 2}{s(\overline{55}) \cdot s(\overline{70})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{56}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{56}) \cdot s(\overline{66})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{63}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{63}) \cdot s(\overline{66})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{66}) + s(\overline{70}) - 2}{s(\overline{66}) \cdot s(\overline{70})}} \\
& = \sqrt{\frac{60 + 60 - 2}{60 \cdot 60}} + \sqrt{\frac{60 + 60 - 2}{60 \cdot 60}} \\
& + \sqrt{\frac{60 + 60 - 2}{60 \cdot 60}} + \dots + \sqrt{\frac{60 + 60 - 2}{60 \cdot 60}} \\
& = 60 \sqrt{\frac{118}{3600}}
\end{aligned}$$

4.1.15 Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator

\mathbb{Z}_{121}

Ring komutatif dari \mathbb{Z}_{121} memiliki elemen-elemen yaitu $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{16}, \overline{17}, \overline{18}, \overline{19}, \overline{20}, \overline{21}, \overline{22}, \overline{24}, \overline{25},$
 $\overline{26}, \overline{27}, \overline{28}, \overline{29}, \overline{30}, \overline{31}, \overline{32}, \overline{33}, \overline{34}, \overline{35}, \overline{36}, \overline{37}, \overline{38}, \overline{39}, \overline{40}, \overline{41}, \overline{42}, \overline{43}, \overline{44}, \overline{45}, \overline{46}, \overline{47},$
 $\overline{48}, \overline{49}, \overline{50}, \overline{51}, \overline{52}, \overline{53}, \overline{54}, \overline{55}, \overline{56}, \overline{57}, \overline{58}, \overline{59}, \overline{60}, \overline{61}, \overline{62}, \overline{63}, \overline{64}, \overline{65}, \overline{66}, \overline{67}, \overline{68}, \overline{69},$
 $\overline{70}, \overline{71}, \overline{72}, \overline{73}, \overline{74}, \overline{75}, \overline{76}, \overline{77}, \overline{78}, \overline{79}, \overline{80}, \overline{81}, \overline{82}, \overline{83}, \overline{84}, \overline{85}, \overline{86}, \overline{87}, \overline{88}, \overline{89}, \overline{90}, \overline{91},$

$\overline{92}, \overline{93}, \overline{94}, \overline{95}, \overline{96}, \overline{97}, \overline{98}, \overline{99}, \overline{100}, \overline{101}, \overline{102}, \overline{103}, \overline{104}, \overline{105}, \overline{106}, \overline{107}, \overline{108}, \overline{109},$
 $\overline{110}, \overline{111}, \overline{112}, \overline{113}, \overline{114}, \overline{115}, \overline{116}, \overline{117}, \overline{118}, \overline{119}$ dan $\overline{120}$. Apabila elemen-
 elemen tersebut dioperasikan dengan perkalian menggunakan tabel maka dapat
 diperoleh $Z(\mathbb{Z}_{121}) = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}, \overline{33}, \overline{44}, \overline{55}, \overline{66}, \overline{77}, \overline{88}, \overline{99}, \overline{110}\}$ dan $Z(\mathbb{Z}_{121})^*$
 $= Z(\mathbb{Z}_{121}) - \{0\} = \{\overline{0}, \overline{11}, \overline{22}, \overline{33}, \overline{44}, \overline{55}, \overline{66}, \overline{77}, \overline{88}, \overline{99}, \overline{110}\}$. Kemudian akan
 dibentuk graf annihilator dari \mathbb{Z}_{121} yang mana titik-titiknya adalah elemen dari
 $Z(\mathbb{Z}_{121})^*$. Dengan cara yang sama seperti yang telah dilakukan pada sub bab
 sebelumnya yaitu 4.1.1 hingga 4.1.10, graf $AG(\mathbb{Z}_{121})$ dapat direpresentasikan
 sebagai berikut:



Gambar 4.15 Graf Annihilator \mathbb{Z}_{121}

Berdasarkan Gambar 4.15 dapat diketahui jumlah derajat dari semua
 tetangga (*neighbors*) dari titik pada $AG(\mathbb{Z}_{121})$ yaitu:

$$\begin{aligned} s(\overline{11}) &= s(\overline{22}) = s(\overline{33}) = s(\overline{44}) = s(\overline{55}) = s(\overline{66}) = s(\overline{77}) = s(\overline{88}) \\ &= s(\overline{99}) = s(\overline{110}) = 81 \end{aligned}$$

Nilai Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada $AG(\mathbb{Z}_{121})$:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{121})) = \sum_{uv \in E(AG(\mathbb{Z}_{121}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}}$$


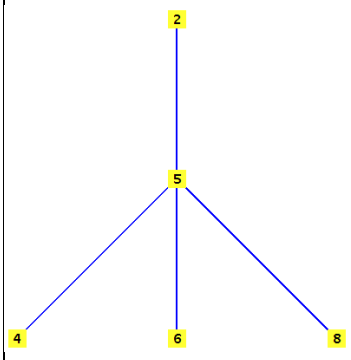
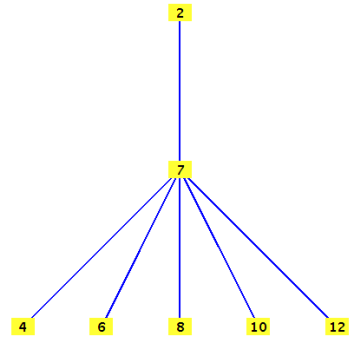
$$\begin{aligned}
ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{121})) &= \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{22}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{22})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{33}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{33})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{44})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{55})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{66})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{77}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{77})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{88}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{88})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{99}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{99})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{11}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{11}) \cdot s(\overline{110})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{33}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{33})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{44})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{55})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{66})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{77}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{77})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{88}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{88})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{99}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{99})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{22}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{22}) \cdot s(\overline{110})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{44}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{44})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{55})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{66})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{77}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{77})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{88}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{88})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{99}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{99})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{33}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{33}) \cdot s(\overline{110})}} \\
&+ \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{55}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{55})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{66})}}
\end{aligned}$$

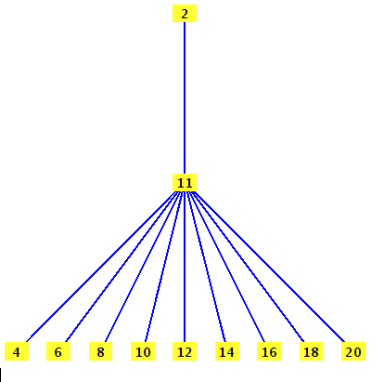
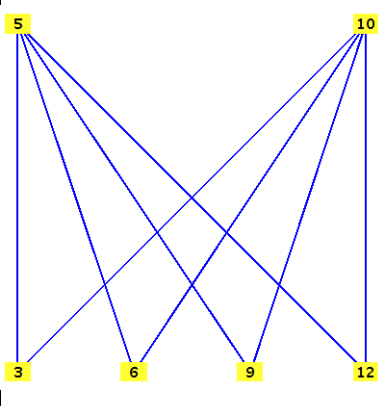
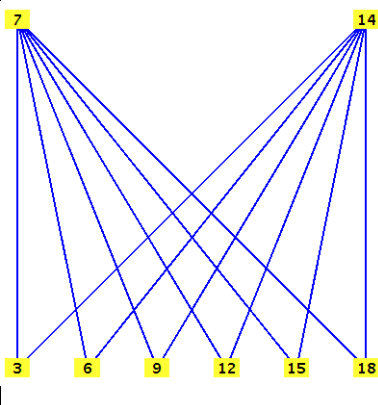
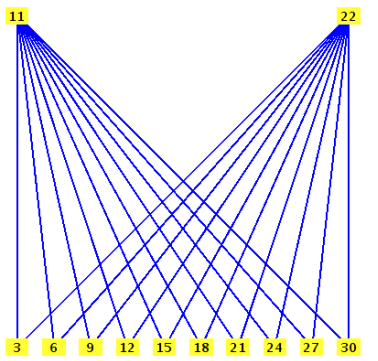
$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{77}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{77})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{88}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{88})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{99}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{99})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{44}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{44}) \cdot s(\overline{110})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{55}) + s(\overline{66}) - 2}{s(\overline{55}) \cdot s(\overline{66})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{55}) + s(\overline{77}) - 2}{s(\overline{55}) \cdot s(\overline{77})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{55}) + s(\overline{88}) - 2}{s(\overline{55}) \cdot s(\overline{88})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{55}) + s(\overline{99}) - 2}{s(\overline{55}) \cdot s(\overline{99})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{55}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{55}) \cdot s(\overline{110})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{66}) + s(\overline{77}) - 2}{s(\overline{66}) \cdot s(\overline{77})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{66}) + s(\overline{88}) - 2}{s(\overline{66}) \cdot s(\overline{88})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{66}) + s(\overline{99}) - 2}{s(\overline{66}) \cdot s(\overline{99})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{66}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{66}) \cdot s(\overline{110})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{77}) + s(\overline{88}) - 2}{s(\overline{77}) \cdot s(\overline{88})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{77}) + s(\overline{99}) - 2}{s(\overline{77}) \cdot s(\overline{99})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{77}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{77}) \cdot s(\overline{110})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{88}) + s(\overline{99}) - 2}{s(\overline{88}) \cdot s(\overline{99})}} + \sqrt{\frac{s(\overline{88}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{88}) \cdot s(\overline{110})}} \\
& + \sqrt{\frac{s(\overline{99}) + s(\overline{110}) - 2}{s(\overline{99}) \cdot s(\overline{110})}} \\
& = \sqrt{\frac{81 + 81 - 2}{81 \cdot 81}} + \sqrt{\frac{81 + 81 - 2}{81 \cdot 81}} \\
& + \sqrt{\frac{81 + 81 - 2}{81 \cdot 81}} + \dots + \sqrt{\frac{81 + 81 - 2}{81 \cdot 81}} \\
& = 45 \sqrt{\frac{160}{6561}}
\end{aligned}$$

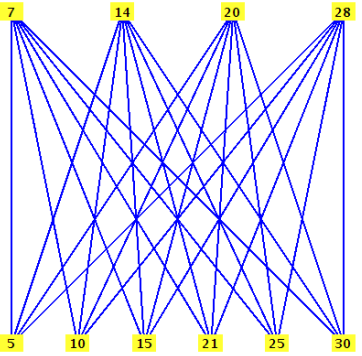
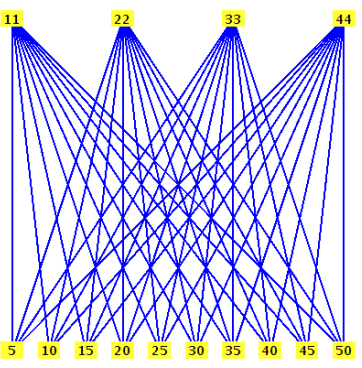
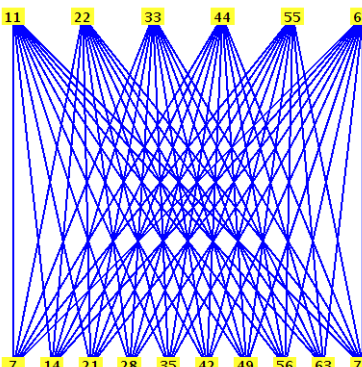
4.1.16 Tabulasi Data Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada Graf Annihilator \mathbb{Z}_{pq} dengan $p, q \in \{2, 3, 5, 7, 11\}$

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat diperoleh data yang berkaitan dengan graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} dan Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} dengan $p, q \in \{2, 3, 5, 7, 11\}$ sebagai berikut:

Tabel 4.9 Tabulasi $AG(\mathbb{Z}_{pq})$, di mana $p \neq q$


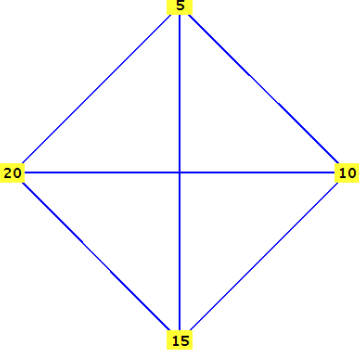
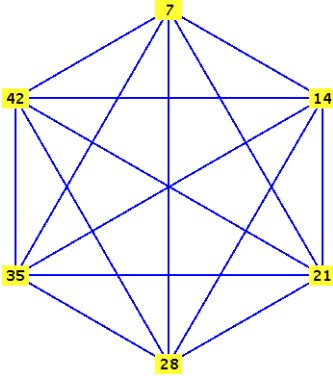
p	q	$AG(\mathbb{Z}_{pq})$	$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq}))$
2	3		$(2-1)(3-1) \sqrt{\frac{2(2-1)(3-1)-2}{(2-1)^2(3-1)^2}}$
2	5		$(2-1)(5-1) \sqrt{\frac{2(2-1)(5-1)-2}{(2-1)^2(5-1)^2}}$
2	7		$(2-1)(7-1) \sqrt{\frac{2(2-1)(7-1)-2}{(2-1)^2(7-1)^2}}$

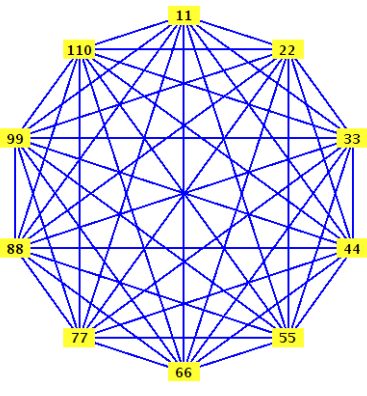
<p>2</p>	<p>11</p>		$(2 - 1)(11 - 1) \sqrt{\frac{2(2 - 1)(11 - 1) - 2}{(2 - 1)^2(11 - 1)^2}}$
<p>3</p>	<p>5</p>		$(3 - 1)(5 - 1) \sqrt{\frac{2(3 - 1)(5 - 1) - 2}{(3 - 1)^2(5 - 1)^2}}$
<p>3</p>	<p>7</p>		$(3 - 1)(7 - 1) \sqrt{\frac{2(3 - 1)(7 - 1) - 2}{(3 - 1)^2(7 - 1)^2}}$
<p>3</p>	<p>11</p>		$(3 - 1)(11 - 1) \sqrt{\frac{2(3 - 1)(11 - 1) - 2}{(3 - 1)^2(11 - 1)^2}}$

5	7		$(5 - 1)(7 - 1) \sqrt{\frac{2(5 - 1)(7 - 1) - 2}{(5 - 1)^2(7 - 1)^2}}$
5	11		$(5 - 1)(11 - 1) \sqrt{\frac{2(5 - 1)(11 - 1) - 2}{(5 - 1)^2(11 - 1)^2}}$
7	11		$(7 - 1)(11 - 1) \sqrt{\frac{2(7 - 1)(11 - 1) - 2}{(7 - 1)^2(11 - 1)^2}}$

Tabel 4.10 Tabulasi $AG(\mathbb{Z}_{pq})$, di mana $p = q$

p	q	$AG(\mathbb{Z}_{pq})$	$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq}))$
2	2	2	0

3	3		0
5	5		$(5 - 1)(5 - 1) \sqrt{\frac{2(5 - 1)(5 - 1) - 2}{(5 - 1)^2(5 - 1)^2}}$
7	7		$(7 - 1)(7 - 1) \sqrt{\frac{2(7 - 1)(7 - 1) - 2}{(7 - 1)^2(7 - 1)^2}}$

11	11		$(11 - 1)(11 - 1) \sqrt{\frac{2(11 - 1)(11 - 1) - 2}{(11 - 1)^2(11 - 1)^2}}$
----	----	---	--

Berdasarkan Tabel 4.9 dan Tabel 4.10 Tabulasi $AG(\mathbb{Z}_{pq})$ di atas diperoleh beberapa dugaan yang mendukung pembuktian rumus indeks $ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq}))$ yaitu:

1. Pembagi nol tak nol dari \mathbb{Z}_{pq} adalah kelipatan dari p atau q
2. $AG(\mathbb{Z}_{pq})$ adalah graf bipartit dengan partisi $A := \{np | n = 1, 2, 3, \dots, q - 1\}$ dan $B := \{nq | n = 1, 2, 3, \dots, p - 1\}$
3. Unsur di A dan B pada $AG(\mathbb{Z}_{pq})$ saling bertetangga.
4. Apabila $p = q$ maka $AG(\mathbb{Z}_{pq})$ membentuk graf lengkap.
5. Jumlah derajat dari setiap tetangga dari titik u adalah $(p - 1)(q - 1)$.

4.2 Menentukan Pola Rumus Indeks *Atom-Bond Connectivity* Versi Empat Pada Graf Annihilator Ring Bilangan Bulat Modulo

Pada subbab ini akan dibuktikan secara berurutan dugaan-dugaan yang diperoleh dari pembahasan 4.1 yang digunakan untuk membuktikan rumus umum dari indeks *Atom-Bond Connectivity* versi empat pada graf annihilator ring bilangan bulat modulo p, q dengan p, q bilangan prima. Beberapa dugaan tersebut dijabarkan sebagai berikut:

Lemma 4.1 Misalkan p, q bilangan prima maka pembagi nol tak-nol dari \mathbb{Z}_{pq} adalah

$$Z^*(\mathbb{Z}_{pq}) = \{np | n = 1, 2, 3, \dots, q - 1\} \cup \{nq | n = 1, 2, 3, \dots, p - 1\}$$

Bukti:

Untuk setiap $y \in \mathbb{Z}_{pq}$, kongruensi $xy \equiv 0 \pmod{pq}$ akan memiliki solusi jika dan hanya jika $d = FPB(y, pq)$ membagi 0.

Karena $y \in \mathbb{Z}_{pq}$, maka $FPB(y, pq) \in \{1, p, q\}$

Kasus 1. $FPB(y, pq) = p$

Karena $FPB(y, pq) = p$, maka $x \in A = \{nq | n = 1, 2, 3, \dots, p - 1\}$ karena terdapat tepat p solusi untuk

$$xy \equiv 0 \pmod{pq}$$

Kasus 2. $FPB(y, pq) = q$

Karena $FPB(y, pq) = q$, maka $x \in B = \{np | n = 1, 2, 3, \dots, q - 1\}$ karena terdapat tepat q solusi untuk

$$xy \equiv 0 \pmod{pq}$$

Kasus 3. $FPB(y, pq) = 1$

Karena $FPB(y, pq) = 1$, maka $x = 0$ karena terdapat tepat satu solusi untuk

$$xy \equiv 0 \pmod{pq}$$

Dengan demikian berdasarkan perhitungan pada kasus 1, 2, dan 3 diperoleh

$$Z^*(\mathbb{Z}_{pq}) = A \cup B - \{0\}$$

$$Z^*(\mathbb{Z}_{pq}) = \{np | n = 1, 2, 3, \dots, q - 1\} \cup \{nq | n = 1, 2, 3, \dots, p - 1\} - \{0\}$$

$$Z^*(\mathbb{Z}_{pq}) = \{np | n = 1, 2, 3, \dots, q - 1\} \cup \{nq | n = 1, 2, 3, \dots, p - 1\}. \blacksquare$$

Untuk mempermudah pembuktian hasil-hasil selanjutnya, akan didefinisikan dua himpunan yaitu

$$A := \{np | n = 1, 2, 3, \dots, q - 1\},$$

dan

$$B := \{nq | n = 1, 2, 3, \dots, p - 1\}$$

di mana p, q merupakan bilangan prima dan $p \neq q$.

Lemma 4.2 Misalkan p, q bilangan prima dan $p \neq q$ maka untuk setiap $u, v \in A$ berlaku

$$(u, v) \notin E(AG(\mathbb{Z}_{pq}))$$

Bukti:

Misalkan $u, v \in A$, di mana $u = np$ dan $v = mp$ untuk suatu $m, n \in \{1, 2, 3, \dots, q - 1\}$ dan $u, v \in \mathbb{Z}_{pq}$.

Misalkan $r \in \text{ann}(u) \cup \text{ann}(v)$ sehingga jika $r \in \text{ann}(u)$, maka $ruv = 0$ dan jika $r \in \text{ann}(v)$, maka $ruv = 0$. Dengan demikian

$$\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \subseteq \text{ann}(uv).$$

Sebaliknya, misalkan $s \in \text{ann}(uv)$. Maka $su = 0$ dan mengakibatkan $su = 0$ atau $sv = 0$ karena uv merupakan kelipatan dari p^2 bukan kelipatan dari pq . Dengan demikian

$$\text{ann}(uv) \subseteq \text{ann}(u) \cup \text{ann}(v).$$

Sehingga diperoleh

$$\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) = \text{ann}(uv),$$

$$\text{artinya } (u, v) \notin E(AG(\mathbb{Z}_{pq})). \blacksquare$$

Lemma 4.3 Misalkan p, q adalah bilangan prima dan $p \neq q$. Untuk setiap $u, v \in B$ berlaku

$$(u, v) \notin E(AG(\mathbb{Z}_{pq}))$$

Bukti:

Misalkan $u, v \in B$, di mana $u = nq$ dan $v = mq$ untuk suatu $m, n \in \{1, 2, 3, \dots, q-1\}$ dan $u, v \in \mathbb{Z}_{pq}$.

Misalkan $r \in \text{ann}(u) \cup \text{ann}(v)$ sehingga jika $r \in \text{ann}(u)$, maka $ruv = 0$ dan jika $r \in \text{ann}(v)$, maka $ruv = 0$. Dengan demikian

$$\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \subseteq \text{ann}(uv).$$

Sebaliknya, misalkan $s \in \text{ann}(uv)$. Maka $su = 0$ dan mengakibatkan $su = 0$ atau $sv = 0$ karena uv merupakan kelipatan dari q^2 bukan kelipatan dari pq . Dengan demikian

$$\text{ann}(uv) \subseteq \text{ann}(u) \cup \text{ann}(v).$$

Sehingga diperoleh

$$\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) = \text{ann}(uv),$$

artinya $(u, v) \notin E(AG(\mathbb{Z}_{pq}))$. ■

Lemma 4.4 Misalkan p, q adalah bilangan prima dan $p \neq q$. Untuk setiap $u \in A$ dan $v \in B$ berlaku

$$(u, v) \in E(AG(\mathbb{Z}_{pq})).$$

Bukti:

Misalkan $u \in A$ dan $v \in B$ di mana $u = np$ dan $v = mq$ untuk suatu $m, n \in \mathbb{Z}_{pq}$. Karena $xuv = x(np)(mq) = xmn(pq) = 0$ untuk setiap $x \in \mathbb{Z}_{pq}$ maka $\text{ann}(uv) = \mathbb{Z}_{pq}$.

Perhatikan bahwa $1 \notin \text{ann}(u)$ karena $1 \cdot u = u \neq 0$ dan $1 \notin \text{ann}(v)$ karena $1 \cdot v = v \neq 0$. Dengan demikian

$$\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \subset \text{ann}(uv)$$

atau

$$(u, v) \in E \left(AG(\mathbb{Z}_{pq}) \right). \blacksquare$$

Akibat 4.1 Misalkan p, q adalah bilangan prima maka $AG(\mathbb{Z}_{pq}) \cong K_{p-1, q-1}$.

Lemma 4.5 Misalkan p, q adalah bilangan prima dan $p = q$. Untuk setiap $u, v \in A$ maka $AG(\mathbb{Z}_{pq}) \cong K_{p-1}$.

Bukti:

Misalkan $u, v \in A$ di mana $u = np$ dan $v = mp$ untuk suatu $m, n \in \{1, 2, \dots, q-1\}$. $\text{ann}(u) = \{np | n = 0, 1, 2, \dots, q-1\}$. Karena $FPB(np, p^2) = p$ maka terdapat p solusi untuk $x(np) \equiv 0 \pmod{p^2}$. $\text{ann}(u) = \{mp | m = 0, 1, 2, \dots, q-1\}$. Karena $FPB(mp, p^2) = p$ maka terdapat p solusi untuk $x(mp) \equiv 0$.

$$\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) = \{np | n = 0, 1, 2, \dots, q-1\} \cup \{mp | m = 0, 1, 2, \dots, q-1\}.$$

$$\text{ann}(uv) = \text{ann}(np \cdot mp) = \text{ann}(nm \cdot p^2) = \text{ann}(0) = \mathbb{Z}_{pq}. \text{ Sehingga}$$

$\text{ann}(u) \cup \text{ann}(v) \neq \text{ann}(uv)$. Dengan demikian

$$AG(\mathbb{Z}_{pq}) \cong K_{p-1}. \blacksquare$$

Lemma 4.6 Misalkan p, q adalah bilangan prima dan $p \neq q$. Untuk setiap $v \in V(AG(\mathbb{Z}_{pq}))$ berlaku

$$s(v) = (p - 1)(q - 1).$$

Bukti:

Perhatikan bahwa $AG(\mathbb{Z}_{pq}) \cong K_{p-1, q-1}$ dengan partisi A dan B . Jika $v \in A$, maka $s(v)$ menyatakan penjumlahan dari derajat setiap titik di B , sehingga

$$s(v) = \sum_{w \in B} \deg(w) = (p - 1)(q - 1)$$

Sebaliknya, jika $v \in B$, maka $s(v)$ menyatakan penjumlahan dari derajat setiap titik di A , sehingga

$$s(v) = \sum_{w \in A} \deg(w) = (p - 1)(q - 1)$$

Dengan demikian $s(v) = (p - 1)(q - 1)$, untuk setiap $v \in V(AG(\mathbb{Z}_{pq}))$. ■

Selanjutnya akan dibahas mengenai rumus indeks *Atom-Bond Connectivity* versi empat pada graf annihilator ring bilangan bulat modulo p, q dengan p, q bilangan prima.

Teorema 4.1 Misalkan p, q adalah bilangan prima maka

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq})) = (p - 1)(q - 1) \sqrt{\frac{2(p - 1)(q - 1) - 2}{(p - 1)^2(q - 1)^2}}.$$

Bukti:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq})) = \sum_{\{u, v\} \in E(AG(\mathbb{Z}_{pq}))} \sqrt{\frac{s(u) + s(v) - 2}{s(u) \cdot s(v)}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\{u,v\} \in E(AG(\mathbb{Z}_{pq}))} \sqrt{\frac{(p-1)(q-1) + (p-1)(q-1) - 2}{(p-1)(q-1) \cdot (p-1)(q-1)}} \\
&= (p-1)(q-1) \sqrt{\frac{(p-1)(q-1) + (p-1)(q-1) - 2}{(p-1)^2(q-1)^2}} \\
&= (p-1)(q-1) \sqrt{\frac{2(p-1)(q-1) - 2}{(p-1)^2(q-1)^2}}. \blacksquare
\end{aligned}$$

4.3 Kajian Integrasi Agama

Allah telah menganjurkan umat muslim untuk saling berbuat baik dan menjalin persaudaraan kepada sesama manusia sebagaimana yang tercantum pada surat Al-Hujurat ayat 13, An-Nisa ayat 36, dan Al-Mumtahanah ayat 7-9. Terdapat berbagai cara untuk dapat melaksanakan perintah tersebut diantaranya dengan menerapkan perilaku adil, toleransi serta berbuat kebaikan kepada orang tua, sanak saudara, fakir miskin, teman, tetangga dekat maupun jauh, anak yatim, dan ibnu sabil. Berbuat kebaikan dan menjalin persaudaraan bukan hanya kepada sesama muslim akan tetapi dianjurkan pula kepada non muslim hal ini dikarenakan manusia sebagai makhluk sosial pastilah saling membutuhkan. Selain itu, pada masa sekarang berbuat kebaikan tidak hanya berdasarkan pada aqidah islam saja akan tetapi berdasarkan prinsip kemanusiaan yang mana sifatnya universal.

Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat merupakan salah satu indeks topologi berbasis derajat yang mana nilai indeks tersebut dapat ditemukan apabila titik atau simpul pada graf saling terhubung sehingga membentuk sisi. Semakin banyak titik yang terhubung maka semakin banyak pula sisi yang terbentuk pada graf tersebut sehingga nilai indeks yang diperoleh pun semakin besar. Hal ini sama halnya dengan hubungan persaudaraan, semakin banyak menjalin hubungan

persaudaraan maka akan semakin banyak kebaikan yang akan diperoleh dan semakin damai pula kehidupan yang dimiliki.

Graf annihilator yang terbentuk dari dua bilangan yang sama akan membentuk suatu graf yang lengkap atau semua simpulnya saling terhubung langsung membentuk sisi. Sedangkan graf annihilator yang terbentuk dari dua bilangan berbeda akan membentuk graf bipartit yaitu terdapat dua bagian A dan B di mana bagian A akan terhubung dengan B, sedangkan bagian A tidak terhubung dengan dirinya sendiri begitu pula dengan bagian B. Hal ini dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan manusia dengan sesamanya. Apabila saling menjalin hubungan baik dengan sesama muslim maka pastilah lengkap dan damai hidupnya. Sedangkan menjalin hubungan baik dengan non muslim pun tidak merugikan karena pada dasarnya melakukan kebaikan itu bersifat universal.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada pembahasan, dapat disimpulkan bahwa rumus umum Indeks *Atom-bond Connectivity* versi empat pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} di mana p, q bilangan prima dan $p, q \in \{2,3,5,7,11\}$ adalah sebagai berikut:

$$ABC_4(AG(\mathbb{Z}_{pq})) = (p-1)(q-1) \sqrt{\frac{2(p-1)(q-1)-2}{(p-1)^2(q-1)^2}}.$$

5.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, penelitian ini hanya membahas terkait Indeks *Atom-bond Connectivity* versi empat pada graf annihilator \mathbb{Z}_{pq} di mana p, q bilangan prima. Pada penelitian selanjutnya diharap untuk meneliti lebih lanjut terkait indeks topologi yang lain atau indeks topologi yang sama tetapi pada graf yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

- Afkhami, M., Khashyarmanesh, K., & Rajabi, Z. (2017). Some Results on The Annihilator Graph of A Commutative Ring. *Czechoslovak Mathematical Journal*, 67(1), 151–169. <https://doi.org/10.21136/CMJ.2017.0436-15>
- Al-Jazairi, S. A. B. J. (2017). *Tafsir Al-Qur'an Al-Aisar*. Darus Sunnah Press.
- Al Albani, M. N. (2007). *Mukhtashar Shahih Al Imam Al Bukhari* (E. Fr (ed.); 1st ed.). Pustaka Azzam.
- Badawi, A. (2014). On The Annihilator Graph of a Commutative Ring. *Communications in Algebra*, 42, 1–14. <https://doi.org/000927872.2012.707262>
- Chaluvaraju, B., & Shaikh, A. B. (2021). Different Versions of Atom-Bond Connectivity Indices of Some Molecular Structures: Applied for the Treatment and Prevention of COVID-19. *Polycyclic Aromatic Compounds*, 42(6), 3748–3761. <https://doi.org/10.1080/10406638.2021.1872655>
- Chartrand, G., Lesniak, L., & Zhang, P. (2016). *Graphs & Digraphs. Textbooks in Mathematics* (sixth edit). CRC Press.
- Daniel, F., & Taneo, P. N. L. (2019). *Teori Graf* (1st ed.). Deepublish.
- Dutta, S., & Lanong, C. (2017). *On annihilator graphs of a finite commutative ring*. 6(1), 1–11.
- Farahani, M. R. (2013). Computing Fourth Atom-bond Connectivity Index of V-Phenylenic Nanotubes and Nanotori. *Acta Chimica Slovenica, July*, 429–432.
- Farahani, M. R. (2014). Fourth Atom-Bond Connectivity Index of Nanostuctures. *Sci-Afric Journal of Scientific Issues, Research and Essays*, 2, 567–570. <https://doi.org/2311-6188>
- Gallian, J. A. (2016). *Contemporary Abstract Algebra* (9th ed.). Cengage Learning.
- Gan, L., Hou, H., & Liu, B. (2011). *Some Results on Atom – Bond Connectivity Index The lower bound on ABC index*. 66(11071088), 669–680.
- Gao, W., Jamil, M. K., Nazeer, W., & Amin, M. (2017). Degree-based multiplicative atom-bond connectivity index of nanostructures. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 47(4), 388–397.
- Ghorbani, M., & Hosseinzadeh, M. A. (2010). *Computing ABC 4 index of nanostar dendrimers*. 4(9), 1419–1422.
- Gilbert, L., & Gilbert, J. (2008). *Elements of Modern Algebra 7th edition* (M. Taylor (ed.); 7th ed.). Brooks Cole.
- Hamidizadeh, K. (2015). The annihilator graph of a module. *The Second Conference on Computational Group Theory, Computational Number Theory and Applications*, 73–77.

- Kanna, M. R. R., Kumar, R. P., & Jagadeesh, R. (2016). Computation of Topological Indices of Dutch Windmill Graph. *Open Journal of Discrete Mathematics*, 06(02), 74–81. <https://doi.org/10.4236/ojdm.2016.62007>
- Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an. (2016). *Tafsir ringkas Al-Qur'an Al-Karim* (1st ed.). Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an.
- Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an. (2022). *Qur'an Kemenag*.
- Marsudi. (2016). *Teori Graf* (1st ed.). UB Press.
- Rahayuningsih, S. (2018). *Teori Graph dan Penerapannya*. Universitas Wisnuwardhana Press Malang.
- Soleha, Setyowati, D. W., & Satrio, A. W. (2015). *Kajian Sifat – Sifat Graf Pembagi-Nol dari Ring Komutatif dengan Elemen Satuan*. 978, 492–501.
- Susanto, H. A. (2021). *Struktur Aljabar*. Deepublish.

RIWAYAT HIDUP



Mufidatu Zakiyah Dwi Lestari lahir di Blitar pada 27 Oktober 2000. Bertempat tinggal di Desa Sumberjo RT 01 RW 02 Kecamatan Sanankulon, Kabupaten Blitar. Anak kedua dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Latif dan Ibu Muthaifah. Penulis telah menempuh pendidikan formal mulai dari RA Perwanida dan lulus tahun 2007. Setelah itu, melanjutkan pendidikan dasar di SDN Sumberjo 03 dan lulus pada tahun 2013. Kemudian melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTs Negeri 01 Kota Blitar dan lulus pada tahun 2016. Setelah itu, melanjutkan pendidikan menengah atas di MA Negeri 01 Kota Blitar dan lulus pada tahun 2019. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan perguruan tinggi Strata 1 di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan mengambil Program Studi Matematika. Selama menempuh pendidikan di perguruan tinggi, penulis juga menempuh pendidikan non formal di Pondok Pesantren Sabilurrosyad Gasek, Malang.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Mufidatu Zakiyah Dwi Lestari
NIM : 19610066
Fakultas/Program Studi : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Indeks *Atom-bond Connectivity* Versi Empat Pada
Graf Annihilator Ring Bilangan Bulat Modulo
Pembimbing I : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.
Pembimbing II : Erna Herawati, M.Pd.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	20 Februari 2023	Konsultasi Judul	1.
2.	10 Maret 2023	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	16 Maret 2023	Konsultasi Kajian Agama	3.
4.	17 Maret 2023	Konsultasi Revisi Bab I, II, dan III	4.
5.	24 Maret 2023	Konsultasi Revisi Kajian Agama	5.
6.	10 April 2023	ACC Seminar Proposal	6.
7.	16 Mei 2023	Konsultasi Bab IV	7.
8.	25 Agustus 2023	Konsultasi Bab IV	8.
9.	28 Agustus 2023	Konsultasi Bab IV dan V	9.
10.	11 September 2023	Konsultasi Revisi IV dan V	10.
11.	22 September 2023	Konsultasi Kajian Agama	11.
12.	27 September 2023	Konsultasi Revisi Kajian Agama	12.
13.	6 Oktober 2023	ACC Seminar Hasil	13.
14.	1 November 2023	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	14.
15.	8 November 2023	ACC Matriks Revisi Seminar Hasil	15.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax (0341)558933

16.	27 November 2023	ACC Sidang Skripsi	16. 16.
17.	11 Desember 2023	ACC Keseluruhan	17. 17.

Malang, 11 Desember 2023

Yang terhormat,

Program Studi Matematika



Suzanti, M.Sc.

19741129 200012 2 005