PENERAPAN GEOMETRI FRAKTAL PADA PENGEMBANGAN MOTIF BATIK SURYA MAJAPAHIT

SKRIPSI

OLEH:
ALFRISTA ANGGRAINI PRATIWI
NIM. 17610057

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023

PENERAPAN GEOMETRI FRAKTAL PADA PENGEMBANGAN MOTIF BATIK SURYA MAJAPAHIT

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Alfrista Anggraini Pratiwi
NIM. 17610057

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023

PENERAPAN GEOMETRI FRAKTAL
PADA PENGEMBANGAN MOTIF BATIK SURYA MAJAPAHIT

SKRIPSI

Oleh
Alfrista Anggraini Pratiwi
NIM. 17610057

Telah Diperiksa dan Disetujui Untuk Diuji
Malang, 21 November 2023

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Juhari, M.Si	Mohammad Nafie Jauhari, M.Si
NIP. 19840209 202321 1 010	NIP. 19870218 202321 1 018

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PENERAPAN GEOMETRI FRAKTAL PADA PENGEMBANGAN MOTIF BATIK SURYA MAJAPAHIT

SKRIPSI

Oleh
Alfrista Anggraini Pratiwi
NIM. 17610057

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Malang, 21 November 2023

Ketua Penguji	: Dr. Elly Susanti, M.Sc	....
Anggota Penguji 1	: Dian Maharani, M.Si	....
Anggota Penguji 2	: Juhari, M.Si	....
Anggota Penguji 3	: Mohammad Nafie Jauhari, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Alfrista Anggraini Pratiwi
NIM	: 17610057
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Penerapan Geometri Fraktal Pada Pengembangan Motif Batik Surya Majapahit

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pemikiran orang lain yang saya akui sebagai tulisan atau pemikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini merupakan hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perilaku tersebut.

Malang, 30 November 2023
Yang Membuat Pernyataan,

Alfrista Anggraini Pratiwi
NIM. 17610057

MOTTO

"Lakukan terbaik, tidak gegabah, dan selalu bersyukur"

PERSEMBAHAN

Skripsi ini dipersembahkan untuk:

Dua orang terpenting yang selalu mendoakan semua kebaikan untuk penulis, yaitu laki-laki terbaik sepanjang hidup, ayahanda tercinta Moh. Soemadi dan wanita tersabar, ibunda tercinta Ninik Alfiyah, kedua orang tua yang selalu senantiasa menyediakan dan memberikan segala dukungan tak kenal lelah kepada penulis. Tak lupa untuk diri penulis sendiri, fisik dan mental yang hebat sebagai anak perempuan tunggal.

KATA PENGANTAR

Assalaamu'alaikum Warahmatullaahi Wabarakaatuh

Segala puji bagi Allah *Subhanahu wa ta'aala* atas rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Penerapan Geometri Fraktal Pada Pengembangan Motif Batik Surya Majapahit". Shalawat serta salam tercurahkan kepada junjungan Nabi kita Nabi Muhammad *Shallallahu 'alaihi wa sallam* yang telah membawa umat manusia dari zaman kegelapan menuju zaman yang terang benderang yaitu agama Islam. Harapan penulis semoga kita tergolong sebagai orang-orang yang mendapatkan syafaat kelak pada hari kiamat, *Aamiin*.

Dalam penyelesaian skripsi berjudul "Penerapan Geometri Fraktal Pada Pengembangan Motif Batik Surya Majapahit" ini tidak dapat lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih yang ditujukan:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
2. Prof. Dr. Sri Harini, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc., selaku ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim serta ketua dosen penguji yang telah memberikan bimbingan, saran, kritik, serta motivasi kepada penulis.
4. Dian Maharani, M.Si., selaku Anggota dosen penguji I yang telah memberikan bimbingan, saran, kritik, serta motivasi kepada penulis.
5. Juhari, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang telah meluangkan waktunya serta memberikan bimbingan, nasihat, serta motivasi kepada penulis.
6. Mohammad Nafie Jauhari, M.Si., selaku dosen pembimbing II yang telah meluangkan waktunya serta memberikan bimbingan, nasihat, serta motivasi kepada penulis.

7. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
8. Moh. Soemadi dan Ninik Alfiyah, selaku orang tua tercinta yang telah memberikan dukungan terbesar bagi penulis.

Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca khususnya mahasiswa Program Studi Matematika.

Wassalaamu'alaikum Warahmatullaahi Wabarakaatuh

Malang, 30 November 2023

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Pratiwi, Alfrista Anggraini. 2023. **Penerapan Geometri Fraktal Pada Pengembangan Motif Batik Surya Majapahit**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Juhari, M.Si (II) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Kata Kunci: Fraktal, Himpunan Mandelbrot, Himpunan Julia.

Motif batik Mojokerto Surya Majapahit merupakan motif yang memiliki delapan sudut menyerupai matahari. Salah satu cara mengembangkan motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit adalah dengan menerapkan ilmu geometri fraktal. Geometri fraktal mengkaji suatu pola fraktal yang dapat berubah bentuk sesuai dengan masukan parameter dan jumlah iterasi yang dilakukan. Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui penerapan geometri fraktal Mandelbrot dan Julia menggunakan transformasi geometri sehingga diperoleh jenis motif batik yang menyerupai Surya Majapahit. Terdapat tiga langkah dalam pembentukan motif tersebut. Pertama, pembangkitan fraktal Mandelbrot dan fraktal Julia. Kedua, pola hasil pembangkitan Mandelbrot dan Julia diterapkan menggunakan transformasi geometri. Transformasi geometri yang akan digunakan adalah rotasi, dilatasi, dan translasi. Terakhir, pola-pola tersebut akan dimodifikasi dengan menggabungkan pola menerapkan operasi logika menggunakan aplikasi komputer *Python*. Hasil penelitian ini diperoleh empat jenis motif batik yang menyerupai Surya Majapahit. Motif 1 diperoleh dengan menerapkan rotasi, dilatasi, dan translasi pada pola Mandelbrot dan Julia. Motif 2 diperoleh dengan pola Mandelbrot diterapkan rotasi, dilatasi dengan dua skala berbeda, dan translasi, sedangkan pola Julia hanya diterapkan rotasi dan translasi. Motif 3 diperoleh dengan menerapkan rotasi, translasi, dan dilatasi pada pola Mandelbrot dan Julia. Motif 4 diperoleh dengan pola Mandelbrot diterapkan rotasi, dilatasi dengan tiga skala berbeda, dan translasi, sedangkan pola Julia diterapkan hanya rotasi dan translasi. Penelitian ini memberikan informasi bahwa pengembangan motif batik dapat dibuat dengan menggunakan teori matematika yaitu teori tentang tentang geometri fraktal dan transformasi geometri.

ABSTRACT

Pratiwi, Alfrista Anggraini. 2023. **Application of The Fractal Geometry in Development Surya Majapahit Batik Motif**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Juhari, M.Si (II) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Keywords: Fractals, Mandelbrot Set, Julia Set.

The Mojokerto Surya Majapahit batik motif is a motif that has eight corners similar to the sun. One way to develop a Mojokerto batik motif that is similar to Surya Majapahit is by applying the science of fractal geometry. Fractal geometry studies a fractal pattern that can change shape according to input parameters and the number of iterations carried out. This research was conducted to determine the application of Mandelbrot and Julia's fractal geometry using geometric transformations to obtain batik motif that is similar to Surya Majapahit. There are three steps in forming this motif. First, generating Mandelbrot fractals and Julia fractals. Second, the patterns generated by Mandelbrot and Julia are applied using geometric transformations. The geometric transformations that will be used are rotation, dilation, and translation. Finally, these patterns will be modified by combining patterns implementing logic operations using Python computer applications. The results of this research obtained four of batik motif that is similar to Surya Majapahit. Motif 1 is obtained by applying rotation, dilation, and translation to the Mandelbrot and Julia pattern. Motif 2 is obtained with the Mandelbrot pattern applying rotation, dilation with two different scales, and translation, while the Julia pattern only applied rotation and translation. Motif 3 is obtained by applying rotation, translation, and dilation to the Mandelbrot and Julia pattern. Motif 4 is obtained with the Mandelbrot pattern applied by rotation, dilation with three different scales, and translation, while the Julia pattern was applied only by rotation and translation. This research provides information that the development of batik motifs can be made using mathematical theory, namely the theory of fractal geometry and geometric transformations.

مستخلص

فراتيوي، الفريستا انغرايني .٢٠٢٣. **تطبيق الهندسة الكسورية في تطوير زخارف الباتيك سوريا ماجاباهيت**. البحث العلمي قسم الرياضيات، كلية العلوم التكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم مالك إبراهيم الإ سلامية الحكومية مالانج. المشرف : (١) جوهري، الماجستير (٢) محد نافع جوهري، الماجستير.

الكلمات الرئيسية : الكسيوريات، مجموعة ماندلبروت، مجموعة جولي.

يعتبر شكل الباتيك موجوكرتو سوريا ماجاباهيت عبارة عن فكرة ذات ثمانية زوايا تشبه الشمس. إحدى الطرق لتطوير نموذج الباتيك موجوكيرتو الذي يشبه سوريا ماجاباهيت هي تطبيق علم الهندسة الكسورية. تدرس الهندسة الكسورية النمط الكسري الذي يمكن أن يغير شكله وفقًا لمعلمات الإدخال وعدد التكرارات التي تم تنفيذها. تم إجراء هذا البحث لتحديد تطبيق الهندسة الكسورية لماندلبروت وجوليا باستخدام التحولات الهندسية للحصول على نموذج الباتيك موجوكيرتو الذي يشبه سوريا ماجاباهيت. هناك ثلاث خطوات لتشكيل هذا الشكل المتغير. أولا، توليد الكسيوريات ماندلبروت وجوليا. ثانيًا، تم تطبيق الأنماط التي أنشأها ماندلبروت وجوليا باستخدام التحولات الهندسية. التحولات الهندسية التي سيتم استخدامها هي التدوير و التحاكى والانسحاب. وأخيرا، سيتم تعديل هذه الأنماط من خلال الجمع بين أنماط تنفيذ العمليات المنطقية باستخدام تطبيقات الكمبيوتر بايثون. حصلت نتائج هذا البحث على أربعة أنواع من أشكال الباتيك التي تشبه سوريا ماجاباهيت. يتم الحصول على البديل ١ من خلال تطبيق التدوير و التحاكى والانسحاب على نمط ماندلبروت وجوليا. تم الحصول على البديل ٢ باستخدام نمط ماندلبرو الذي يطبق التدوير و التحاكى بمقياسين مختلفين والانسحاب، بينما يطبق نمط جوليا التدوير والانسحاب فقط. يتم الحصول على البديل ٣ من خلال تطبيق التدوير و التحاكى والانسحاب على نمط ماندلبروت وجوليا. تم الحصول على البديل ٤ باستخدام نمط ماندلبرو المطبق عن طريق التدوير و التحاكى بثلاثة مقاييس مختلفة و الانسحاب، في حين تم تطبيق نمط جوليا فقط عن طريق التدوير و الانسحاب. يوفر هذا البحث معلومات تفيد بأن تطوير زخارف الباتيك يمكن أن يتم باستخدام النظرية الرياضية، وهي نظرية الهندسة الكسورية والتحولات الهندسية.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu matematika telah berkembang pesat di kehidupan sehari-hari, salah satunya adalah geometri fraktal. Geometri fraktal merupakan bentuk ilmu geometri yang mempelajari keunikan dari suatu fraktal, yaitu pola dan desain fraktal yang tak hingga dan serupa dengan dirinya sendiri. Fraktal dibagi menjadi dua jenis, yaitu fraktal buatan dan fraktal alami. Fraktal buatan merupakan fraktal yang dihasilkan melalui proses matematika sehingga terbentuklah pola-pola fraktal, contohnya adalah Mandelbrot, Julia, Sierpinski, dan Kurva Naga. Fraktal alami merupakan fraktal yang dapat ditemukan di alam atau terbentuk dengan sendirinya, contohnya adalah awan, pegunungan, kepingan salju (Koch Snowflake), daun pakis (Fern), dan brokoli.

Allah Swt. menunjukkan bukti kekuasaan-Nya dalam firman-firman Al-Qur’an untuk menjadikan manusia lebih beriman dan menjadikan Al-Qur’an sebagai pedoman hidup, sebagaimana yang telah dijelaskan dalam firman Allah Swt. pada Q.S Al-Hijr [15] ayat 19:

وَٱلۡأَرۡضَ مَدَدۡنَٰهَا وَأَلۡقَيۡنَا فِيهَا رَوَٰسِيَ وَأَنۢبَتۡنَا فِيهَا مِن كُلِّ شَيۡءٖ مَّوۡزُونٖ

Artinya: “Dan Kami telah menghamparkan bumi dan menjadikan padanya gunung-gunung dan Kami tumbuhkan padanya segala sesuatu ukuran.” (Q.S Al-Hijr [15]: 19)

Menurut Zubdatut Tafsir Min Fathil Qadir oleh Syaikh Dr. Muhammad Sulaiman Al Asyqar, dari surat Al-Hijr ayat 19 diatas menjelaskan bahwa Allah

Swt. menghamparkan luasnya bumi dengan menjadikannya gunung-gunung yang kokoh dan menumbuhkannya tumbuhan tepat pada ukurannya masing-masing. Hal tersebut membuktikan bahwa Allah Swt. mempertimbangkan segala sesuatu berdasarkan ukurannya, seperti halnya bentuk-bentuk fraktal alami, yaitu daun pakis yang memiliki ukuran tertentu dan sifat serupa dengan dirinya sendiri, sehingga dapat dikatakan bahwa fraktal merupakan salah satu bentuk kekuasaan Allah Swt. atas penciptaan bumi agar manusia dapat mempelajari bukti kekuasaan tersebut dan menjadikannya suatu ilmu pengetahuan yang memiliki manfaat, salah satunya adalah batik fraktal yang merupakan pemanfaatan fraktal dalam pengembangan motif batik.

Berdasarkan sumber Kementerian Perindustrian, diperoleh data bahwa pada tahun 2018 ekspor batik tercatat mencapai nilai US$ 803,3 juta, tahun 2019 sebesar US$ 776,2 juta, tahun 2020 sebesar US$ 532,7 juta, dan pada triwulan pertama tahun 2021 ekspor batik mencapai nilai US$ 157,84 juta. Hal ini menunjukkan bahwa dari tahun 2018 hingga 2021 ekspor batik ke mancanegara mengalami penurunan yang cukup signifikan. Faktor penyebab penurunan tersebut dikarenakan permintaan pasar batik dengan motif beragam, seperti penduduk Amerika lebih tertarik dengan motif batik yang memperlihatkan kesan mewah, sedangkan penduduk Eropa lebih tertarik dengan motif jenis etnik atau motif asli khas daerah di Indonesia, namun beberapa negara di kawasan Asia seperti China lebih tertarik dengan motif batik yang menyajikan motif yang berbeda dan bervariasi.

Pembuatan motif batik yang bervariasi dan beragam sesuai dengan minat pasar dapat diproses menggunakan geometri fraktal atau yang lebih dikenal dengan istilah batik fraktal. Batik fraktal dapat mengangkat nilai seni batik yang unik ke pasar internasional secara menyeluruh, yaitu dengan mengkombinasikan bentuk pola fraktal yang diperoleh dari keilmuan matematika dan dikembangkan sesuai minat pasar batik masing-masing negara. Pengkajian batik fraktal ini menggunakan program komputer sehingga batik dapat dirancang dan dikembangkan lebih efisien sesuai dengan objek yang akan direpresentasikan.

Penelitian mengenai geometri fraktal sebelumnya telah dikaji oleh beberapa peneliti, yang pertama dengan judul artikel "*The Study Geometry Fractals Designed on Batik Motives*" yang diteliti oleh Juhari pada tahun 2019, yaitu menjelaskan mengenai pembangkitan fraktal Julia dengan menganalisis fungsi himpunan Julia sehingga menghasilkan pola baru, dari pola tersebut akan dikembangkan menggunakan transformasi geometri dengan bantuan aplikasi komputer *Maple* sehingga menghasilkan motif-motif batik yang bervariasi. Kedua, penelitian yang dilakukan oleh Sunaryo dan Fanani pada tahun 2020 menetapkan judul "*Penggabungan Geometri Fraktal dan Batik Sendang*", yaitu memfokuskan masalah pada pengembangan motif batik fraktal dengan menggabungkan Segitiga Sierpinski, Kurva Hilbert, dan Koch Snowflake dengan Motif Bandeng Lele menggunakan aplikasi komputer *Matlab* sehingga menghasilkan motif batik fraktal baru yang memiliki makna serupa dengan motif batik aslinya. Ketiga, penelitian lain yang membahas geometri fraktal juga dilakukan oleh Solar dan kawan-kawan pada tahun 2021 dengan menetapkan judul "*Penerapan Geometri Fraktal dalam Membuat Variasi Motif Batik Nusantara Berbasis Julia Set*", yaitu memfokuskan masalah dalam pengembangan himpunan Julia dengan menentukan parameter tertentu dan hasil dari pola tersebut akan digabungkan dengan motif batik nusantara menggunakan aplikasi *Photo Studio*. Keempat, Febrianti dan Afifi juga meneliti mengenai geometri fraktal pada tahun 2022 dengan menetapkan judul "*Batik Jlamprang with Koch Snowflake and Koch Anti-Snowflake Fractal Geometry Using Desmos*", penelitian tersebut membahas mengenai pembangkitkan fraktal Koch Snowflake dan Koch Anti-Snowflake menggunakan aplikasi *Desmos* dengan iterasi sebanyak 4 kali, dari hasil pola tersebut akan dimodifikasi untuk membentuk motif batik Jlamprang.

Berdasarkan pemaparan beberapa penelitian yang telah disebutkan, penulisan ini akan difokuskan pada penerapan geometri fraktal pada pengembangan motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit. Namun, perbedaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah jenis fraktal yang akan dibangkitkan, yaitu jenis fraktal Mandelbrot dan Julia, Kedua jenis fraktal tersebut memiliki pola bervariasi untuk setiap iterasi yang dilakukan, dan hasil pembangkitan pola-pola tersebut akan diterapkan transformasi geometri yaitu berupa rotasi, dilatasi, dan translasi, sehingga diperoleh beberapa komponen motif untuk dimodifikasi menggunakan aplikasi program komputer *Python*, dan hasil dari proses tersebut maka terbentuklah motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit, yaitu memiliki pola geometris dan kemiripan dengan motif aslinya tanpa mengubah makna dari motif batik tersebut. Pemilihan motif batik Mojokerto Surya Majapahit ini dikarenakan motif batik tersebut memiliki pola geometris yang memiliki kemiripan dengan bentuk pola Mandelbrot dan Julia yang telah dilakukan beberapa kali iterasi dan modifikasi.

Gambar 1.1 Surya Majapahit

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang tersebut, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana penerapan geometri fraktal pada pengembangan motif batik Surya Majapahit?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan ini berdasarkan rumusan masalah adalah untuk mengetahui penerapan geometri fraktal pada pengembangan motif batik Surya Majapahit.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dalam penulisan ini adalah dapat memberikan pengetahuan mengenai teori geometri fraktal serta memberikan inovasi-inovasi pada pengembangan motif batik Surya Majapahit yang lebih beragam dan bervariasi.

1.5 Batasan Masalah

Agar permasalahan ini terarah, maka peneliti membatasi jenis geometri fraktal yang akan digunakan, yaitu fraktal Mandelbrot dan Julia, kemudian hasil pola fraktal tersebut akan diterapkan transformasi geometri, yaitu berupa rotasi (perputaran), dilatasi (perkalian), dan translasi (pergeseran) untuk memperoleh komponen motif, dan dimodifikasi dengan bantuan aplikasi pemorgraman *Python* menggunakan operasi logika citra biner.

1.6 Definisi Istilah

1. Geometri fraktal adalah cabang ilmu geometri yang mempelajari sifat fraktal yang digunakan untuk membangkitkan bentuk fraktal.
2. *Mandelbrot set* adalah suatu himpunan bilangan kompleks yang dapat dinyatakan dalam fungsi $f(z) = z^2 + c$, dengan proses pembangkitannya dilakukan iterasi secara berulang dengan memberikan nilai awal $z_0 = 0$ dan $c = x + yi$, sehingga menghasilkan suatu barisan $\{z_0, z_1 = f(z_0),\ z_2 = f^2(z_0), z_3 = f^3(z_0), z_4 = f^4(z_0), \dots, z_n = f^n(z_0)\}$.
3. *Julia set* suatu himpunan bilangan kompleks yang dinyatakan dalam fungsi $f(z) = z^2 + c$, dengan proses pembangkitannya dilakukan iterasi secara berulang dengan memberikan nilai awal $z_0 = x + yi$ dan $c = a + bi$, sehingga menghasilkan suatu barisan $\{z_0,\ z_1 = f(z_0),\ z_2 = f^2(z_0),\ z_3 = f^3(z_0),\ z_4 = f^4(z_0), \dots, z_n = f^n(z_0)\}$.
4. Transformasi geometri adalah geometri gerak, dengan gerak yang dimaksud tersebut merupakan suatu proses untuk mengubah atau

memindahkan setiap titik koordinat menjadi titik koordinat lainnya di bidang tertentu.

5. *Python* adalah salah satu jenis bahasa pemrograman yang memiliki berbagai fungsi dengan perancangan yang berfokus pada suatu kode.
6. Batik adalah salah satu bentuk industri kreatif kain bergambar dengan proses pembuatan yang secara khusus dengan menerakan lilin (malam) pada kain, kemudian pengolahannya diproses dengan cara tertentu sehingga memiliki beragam corak hias (motif) dan pola tertentu.

BAB II

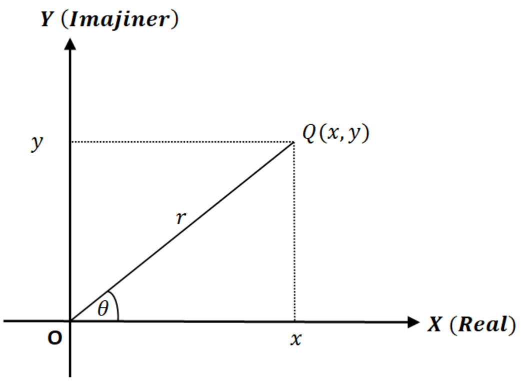
KAJIAN TEORI

2.1 Bilangan Kompleks

Bilangan kompleks didefinisikan sebagai suatu pasangan terurut dari bilangan real x dan bilangan real y yang dinyatakan dalam bentuk $z = (x, y)$, dengan persamaan

$$z = x + yi$$

dengan z merupakan variabel kompleks, i merupakan *imaginary unit* (bilangan imajiner atau bilangan khayal) yang memiliki sifat $i^2 = -1$, sedangkan x dan y merupakan bagian real dari z yang dinyatakan $Re(z)$ dan $Im(z)$. Bilangan kompleks $z = x + yi$ dapat dipandang sebagai pasangan terurut yang dinyatakan dengan titik di bidang xy yang disebut bidang kompleks dengan sumbu x adalah sumbu real dan sumbu y adalah sumbu imajiner. Jika diberikan $Q(x, y)$ adalah titik di bidang kompleks, maka dari Gambar 2.1 diperoleh bahwa $x = r\ cos\theta$ dan $y = r\ sin\theta$ dengan $r = \sqrt{x^2 + y^2} = |x + yi| = |z|$, sehingga dapat dinyatakan $z = x + yi = r\ (cos\theta + i\ sin\theta)$ (Kadir, 2016).



Gambar 2.1 Geometri Bilangan Kompleks

2.2 Geometri Fraktal

Geometri Fraktal merupakan salah satu cabang ilmu geometri yang mempelajari sifat-sifat suatu fraktal. Cabang ilmu geometri ini dapat digunakan untuk membangkitkan bentuk-bentuk fraktal berdasarkan parameter dan jumlah iterasi yang digunakan. Artikel "*Theory of Fractal Set*" berisikan mengenai istilah fraktal yang pertama kali diperkenalkan oleh Benoît Mandelbrot pada tahun 1975. Fraktal berasal dari kata latin "*Frangere"* yang artinya terbelah menjadi fragmen-fragmen (pecahan-pecahan atau bagian-bagian dari keseluruhan) yang tidak teratur, atau "*Fraktus"* yang artinya rusak, patah, atau tidak teratur. Definisi fraktal adalah suatu benda geometris yang memiliki sifat kekasaran pada segala skala, dan terlihat dapat "dibagi-bagi" atau dipecah, dan setiap pecahan memiliki kemiripan dengan fraktal aslinya (Sunaryo & Fanani, 2020).

Fraktal sering dijumpai di antara objek-objek dalam kehidupan nyata, seperti pegunungan, awan, dan garis pantai yang memiliki bentuk geometris yang kompleks. Secara umum, fraktal berbentuk tidak beraturan dan memiliki detail tak terbatas dan dapat memiliki struktur kesamaan diri pada tingkat perbesaran yang berbeda. Dalam banyak kasus, fraktal dapat dihasilkan dengan mengulang pola sebanyak jumlah tertentu yang disebut proses iteratif. Salah satu manfaat geometri fraktal yaitu dapat membangkitkan fraktal menjadi pola bervariasi dengan mendefinisikan fungsi-fungsi kemudian diolah menggunakan program komputer dengan memberikan nilai parameter tertentu hingga membentuk pola yang akan dijadikan motif batik (Febrianti & Afifi, 2022).

2.2.1 Himpunan Mandelbrot

Himpunan Mandelbrot *(Mandelbrot set)* ditemukan pada tahun 1980 oleh Benoit Mandelbrot yang merupakan hasil dari proses perulangan (iterasi) suatu fungsi. Himpunan Mandelbrot M didefinisikan sebagai

$$M = \{c \in \mathbb{C} \mid |Q_c^n(z)| \nrightarrow \infty \text{ dengan } n \to \infty\}$$

dengan $Q_c(z)$ merupakan suatu polinomial atas $\mathbb{C}$, $Q_c^n(z)$ merupakan perulangan dari $Q_c(z)$ sebanyak n kali, dan untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ (Devaney, 1959).

Bentuk umum dari persamaan Mandelbrot didasarkan pada iterasi fungsi polinomial berderajat dua, yaitu $f(z) = z^2 + c$, dengan z dan c adalah bilangan kompleks. Iterasi dimulai dengan menghitung nilai z berdasarkan sembarang nilai $c = x + yi$ mewakili suatu titik kompleks yang diuji dengan $x, y \in \mathbb{R}$. Untuk setiap titik kompleks $c = x + yi$ dilakukan iterasi untuk menghitung $z_0, z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$. Nilai awal z_0 dapat dipilih antara $z_0 = 0$ atau $z_0 = c$. Jika iterasi dimulai dengan mengambil nilai $z_0 = 0$ maka nilai $z_1 = c$. Jika proses iterasi dipilih dengan $z_0 = c = 0 + 0i$, maka nilai-nilai z_n berikutnya adalah:

$z_n = z_{n-1}^2 + c$, dengan $n = 1,2,3,4,..$

$z_0 = 0 + 0i$

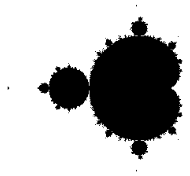
$z_1 = z_0^2 + c = (0 + 0i)^2 + c = c$

$z_2 = z_1^2 + c = c^2 + c$

$z_3 = z_2^2 + c = (c^2 + c)^2 + c$

$z_4 = z_3^2 + c = ((c^2 + c)^2 + c)^2 + c$ dan seterusnya

Iterasi dilakukan sampai didapatkan suatu kondisi yaitu $|z_n| > 2$, atau iterasi telah mencapai iterasi maksimum yang diinginkan. Jika setelah dilakukan beberapa kali iterasi didapatkan nilai $|z_n| > 2$, maka dapat dikatakan bahwa nilai $|z_n|$ akan semakin besar menuju tak hingga ($|z_n| \to \infty$) dan titik $c = x + yi$ berada di luar daerah Mandelbrot, sebaliknya jika didapatkan nilai $|z_n| \leq 2$ setelah beberapa kali iterasi, maka titik $c = x + yi$ berada di dalam daerah Mandelbrot atau $|z_n| \nrightarrow \infty$. Berdasarkan pemaparan iterasi tersebut dapat disimpulkan bahwa fungsi $f(z)$ dengan titik awal z_0 diperoleh suatu barisan $\{z_0, z_1 = f(z_0), z_2 = f^2(z_0), z_3 = f^3(z_0), z_4 = f^4(z_0), \ldots, z_n = f^n(z_0)\}$ yang disebut sebagai suatu orbit dari z_0 untuk $f(z)$ (Herwanto, 2019).



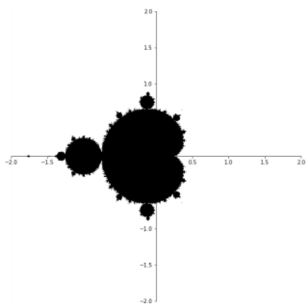
Gambar 2.2 Fraktal Mandelbrot

Berikut merupakan langkah-langkah pembangkitan fraktal Mandelbrot:

1. Menentukan fungsi Mandelbrot yang akan digunakan, yaitu suatu fungsi polinomial berderajat dua $f(z) = z^2 + c$.
2. Memberikan nilai parameter. Parameter yang akan digunakan adalah jumlah iterasi n, jumlah maksimal titik untuk piksel M, dan nilai $c = x + yi$ dinyatakan sebagai piksel (cx, cy) yaitu x_{min}, x_{maks}, y_{min}, dan y_{maks} dengan $x_{min} \leq x \leq x_{maks}$ dan $y_{min} \leq y \leq y_{maks}$ dikarenakan nilai awal

$z_0 = 0$. Misalkan ambil sembarang nilai c dari interval $-2 \leq x \leq 2$ dan $-2 \leq y \leq 2$ dengan iterasi n sebanyak 100 kali.

3. Mengiterasikan fungsi dengan parameter tersebut. Jika nilai $|z_n| > 2$ maka akan diberi warna putih, jika $|z_n| \leq 2$ maka akan diberi warna hitam.
4. Melakukan iterasi hingga jumlah iterasi n yang diinginkan.



Gambar 2.3 Mandelbrot 100 Iterasi

2.2.2 Himpunan Julia

Himpunan Julia *(Julia Set)* merupakan salah satu jenis fraktal yang dapat disebut sebagai *random fractal* atau suatu objek fraktal acak. Himpunan Julia J didefinisikan sebagai

$$J = \{c \in \mathbb{C} \mid |Q_c^n(z)| \nrightarrow \infty \text{ dengan } n \to \infty\}$$

dengan $Q_c(z)$ merupakan suatu polinomial atas $\mathbb{C}$, $Q_c^n(z)$ merupakan perulangan dari $Q_c(z)$ sebanyak n kali, dan untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ (Devaney, 1959).

Himpunan Julia (*Julia Set*) pertama kali diperkenalkan oleh Gaston Julia seorang matematikawan kebangsaan Prancis. *Julia set* dapat dinyatakan dengan polinomial sederhana, Gaston Julia dulu tertarik dengan properti perulangan dari suatu ekspresi umum, yaitu fungsi $f(z) = z^2 + c$, dengan z merupakan suatu bilangan kompleks $x + yi$ untuk $x, y \in \mathbb{R}$, dan $c = a + bi$ adalah parameter konstanta dengan $a, b \in \mathbb{R}$. Pemilihan nilai $c = a + bi$ akan berpengaruh pada bentuk pola Julia yang dihasilkan, sehingga nilai c dibagai menjadi tiga bentuk, yaitu nilai c yang hanya terdiri dari bilangan riil saja $(a \neq 0, b = 0)$, nilai c yang terdiri dari bilangan imajiner saja $(a = 0, b \neq 0)$, dan nilai c yang terdiri dari bilangan riil dan bilangan imajiner $(a \neq 0, b \neq 0)$ (Juhari, 2019).

Bentuk umum dari persamaan Julia memiliki kesamaan pada persamaan Mandelbrot, yaitu $f(z) = z^2 + c$. Perbedaan keduanya terletak pada nilai z dan c, yaitu nilai awal z_0 tidak hanya bernilai 0 tetapi dapat bernilai $x + yi$, dan nilai c dinyatakan sebagai parameter konstanta yaitu $c = a + bi$, dengan kata lain setiap himpunan Julia dengan jumlah tak berhingga akan memiliki nilai c sendiri (Solar et al., 2021).

Iterasi pada himpunan Julia memiliki proses iterasi yang sama dengan himpunan Mandelbrot, namun nilai z diberikan $x + yi$ dan $c = a + bi$, untuk menghitung $z_0, z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ maka proses iterasi z_n adalah sebagai berikut:

$z_n = z_{n-1}^2 + c$, dengan $n = 1,2,3,4, ..$

$z_0 = x + yi$ dan $c = a + bi$, maka

$$z_1 = z_0^2 + c = (x + yi)^2 + (a + bi)$$

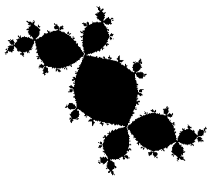
$$z_2 = z_1^2 + c = \left((x + yi)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)$$

$$z_3 = z_2^2 + c = \left(\left((x + yi)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)$$

$$z_4 = z_3^2 + c = \left(\left(\left((x + yi)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)\right)^2 + (a + bi)$$ dan

seterusnya.

Iterasi dilakukan sampai didapatkan suatu kondisi $|z_n| > 2$, atau iterasi telah mencapai iterasi maksimum yang diinginkan. Jika setelah dilakukan beberapa kali iterasi didapatkan nilai $|z_n| > 2$, maka titik $z = x + yi$ berada di luar daerah Julia, sebaliknya jika didapatkan nilai $|z_n| \leq 2$ setelah beberapa kali iterasi, maka titik $z = x + yi$ berada di dalam daerah Julia. Berdasarkan pemaparan iterasi tersebut dapat disimpulkan bahwa fungsi $f(z)$ dengan titik awal z_0 diperoleh suatu barisan $\{z_0,\ z_1 = f(z_0),\ z_2 = f^2(z_0),\ z_3 = f^3(z_0), \dots,\ z_n = f^n(z_0)\}$ yang merupakan suatu orbit dari z_0 untuk $f(z)$ (Herwanto, 2019).

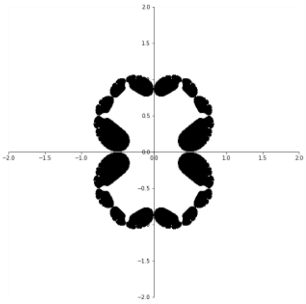


Gambar 2.4 Fraktal Julia

Berikut merupakan langkah-langkah pembangkitan fraktal Julia:

1. Menentukan fungsi Julia yang akan digunakan, yaitu fungsi polinomial berderajat dua $f(z) = z^2 + c$.
2. Memasukkan nilai parameter. Parameter yang akan digunakan adalah jumlah iterasi n, jumlah maksimal titik untuk piksel M, nilai $c = a + bi$, dan nilai $z = x + yi$ dinyatakan sebagai piksel (zx, zy) yaitu x_{min}, x_{maks}, y_{min}, dan y_{maks} dengan $x_{min} \leq x \leq x_{maks}$ dan $y_{min} \leq y \leq y_{maks}$. Misalkan ambil sembarang nilai z dari interval $-2 \leq x \leq 2$ dan $-2 \leq y \leq 2$ dengan $c = 0.251 + 0i$, dan iterasi n sebanyak 100 kali.

3. Mengiterasikan fungsi dengan parameter tersebut. Jika nilai $|z_n| > 2$ maka akan diberi warna putih, jika $|z_n| \leq 2$ maka akan diberi warna hitam.
4. Melakukan iterasi hingga jumlah iterasi n yang diinginkan.



Gambar 2.5 Julia $\boldsymbol{c = 0.251 + 0i}$

Teorema (*The Escape Criterion*). Misalkan $|z| \geq |c| > 2$ maka $|Q_c^n(z)| \to \infty$ dengan $n \to \infty$ (Devaney, 1959).

Bukti: Akan dibuktikan menggunakan ketaksamaan segitiga, yaitu

$$Q_c(z) = z^2 + c$$

$$\begin{aligned}|Q_c(z)| &= |z^2 + c| \\ &\geq |z|^2 - |c|\end{aligned}$$

Karena $|z| \geq |c|$,

$$\begin{aligned}|Q_c(z)| &\geq |z|^2 - |z| \\ &= (|z| - 1)|z|\end{aligned}$$

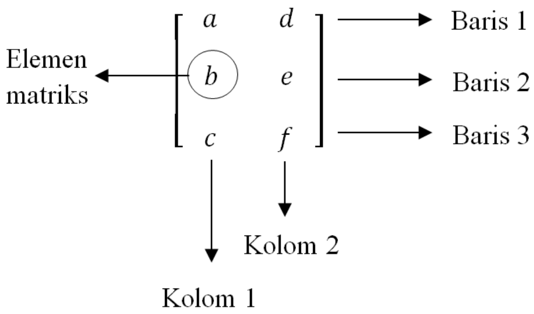
Karena $|z| > 2$, terdapat $\epsilon > 0$ sedemikian sehingga $|z| > 2 + \epsilon$ atau $|z| - 1 > 1 + \epsilon$, maka diperoleh

$$|Q_c(z)| > (1 + \epsilon)|z|$$

Secara khusus, $|Q_c(z)| > |z|$, jika dilakukan iterasi hingga n kali ($n \to \infty$), maka $|Q_c^n(z)| > (1 + \epsilon)|z|$, sehingga z akan menuju tak hingga atau *escape*.

2.3 Matriks

Matriks merupakan bilangan-bilangan yang disusun secara sejajar membentuk persegi panjang dengan susunan bilangan tersebut memiliki ukuran panjang baris dan lebar kolom yang disebut ordo. Matriks biasanya dinotasikan dengan huruf kapital, sedangkan bilangan-bilangan yang terdapat pada matriks disebut elemen matriks.



Gambar 2.6 Matriks

Misalkan diberikan $A(a_{ij})$ dengan $i = 1,2,3,\dots,m$ dan $j = 1,2,3,\dots,n$ dengan i, j merupakan indeks baris ke-i dan indeks kolom ke-j, m,n merupakan banyaknya baris dan banyaknya kolom, dengan $m \times n$ merupakan ordo matriks, maka bentuk umum dari matriks $A(a_{ij})$ atau matriks $A_{m\times n} = (a_{ij})\,.m \times n$ adalah sebagai berikut (Syarifuddin et al., 2016):

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix}$$

Berikut merupakan operasi-operasi pada matriks:

1. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Misalkan jika diberikan dua buah matriks $A(a_{ij})$ dan $B(b_{ij})$ yang berordo sama dengan $i = 1,2,3, \dots, m$ dan $j = 1,2,3, \dots, n$, maka kedua matriks A dan B tersebut dapat dijumlahkan atau dikurangkan dengan menjumlahkan atau mengurangkan elemen-elemen kedua matriks tersebut. Penjumlahan dan pengurangan matriks dapat ditulis sebagai (Anton & Rorres, 2008):

$$(A \pm B)_{ij} = (A)_{ij} \pm (B)_{ij} = a_{ij} \pm b_{ij}$$

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix} \text{ dan } B_{m\times n} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1j} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{ij} \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh,

$$(A \pm B)_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} & \cdots & a_{1j} \pm b_{1j} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} & \cdots & a_{2j} \pm b_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} \pm b_{i1} & a_{i2} \pm b_{i2} & \cdots & a_{ij} \pm b_{ij} \end{bmatrix}$$

2. Perkalian Skalar terhadap Matriks

Misalkan jika diberikan suatu sembarang matriks $A(a_{ij})$ dan k merupakan suatu skalar, maka perkalian antara skalar k dengan matriks A (kA), yaitu mengalikan setiap elemen-elemen pada matriks A dengan k skalar tersebut, maka dapat ditulis sebagai (Anton & Rorres, 2008):

$$(kA)_{ij} = kA(a_{ij}) = ka_{ij}$$

$$k(A_{m\times n}) = k \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k(a_{11}) & k(a_{12}) & \cdots & k(a_{1j}) \\ k(a_{21}) & k(a_{22}) & \cdots & k(a_{2j}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k(a_{i1}) & k(a_{i2}) & \cdots & k(a_{ij}) \end{bmatrix}$$

3. Perkalian Matriks

Misalkan jika diberikan dua buah matriks A dan B berordo sama maupun berbeda, maka perkalian matriks A dan B (AB) dapat dikalikan dengan cara mengalikan setiap elemen-elemen pada baris matriks A dengan elemen-elemen pada kolom matriks B. Misalkan matriks A berordo $m \times k$ dan matriks B berordo $k \times n$ maka hasil perkalian matriks AB akan menghasilkan matriks dengan jumlah baris yang sama dengan matriks A dan jumlah kolom yang sama dengan matriks B, sehingga matriks AB berordo $m \times n$. Aturan perkalian kedua matriks tersebut adalah sebagai berikut (Syarifuddin et al., 2016):

Diberikan dua buah matriks $A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B_{2\times 2} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$ yang merupakan dua matriks berordo sama, maka perkalian kedua matriks adalah

$$(A_{2\times 2})(B_{2\times 2}) = (AB)_{2\times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

Diberikan dua buah matriks $A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ dan $B_{3\times 2} = \begin{bmatrix} g & j \\ h & j \\ i & l \end{bmatrix}$ yang merupakan dua matriks berordo berbeda, maka perkalian kedua matriks adalah

$$(A_{2\times 3})(B_{3\times 2}) = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}\begin{bmatrix} g & j \\ h & k \\ i & l \end{bmatrix}$$

$$(AB)_{2\times 2} = \begin{bmatrix} ag+bh+ci & aj+bk+cl \\ dg+eh+fi & dj+ek+fl \end{bmatrix}$$

4. Transpose Matriks

Misalkan jika diberikan suatu sembarang matriks $A(a_{ij})$ yang berordo $m \times n$, maka transpose dari matriks A dinotasikan dengan A^T menjadi matriks yang berordo $n \times m$ yaitu diperoleh dari mengubah elemen-elemen pada baris matriks A menjadi elemen-elemen pada kolom (Anton & Rorres, 2008).

Misalkan diberikan $A(a_{ij})$ dengan $i = 1,2,3,\dots,m$ dan $j = 1,2,3,\dots,n$ dengan i,j merupakan indeks baris ke-i dan indeks kolom ke-j, m,n merupakan banyaknya baris dan banyaknya kolom, dengan $m \times n$ merupakan ordo matriks, maka transpose dari matriks $A(a_{ij})$ adalah (Syarifuddin et al., 2016)

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix} \text{menjadi } A^T = A_{n\times m} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{i1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{i2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1j} & a_{2j} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix}$$

2.4 Transformasi Geometri

2.4.1 Translasi (Pergeseran)

Translasi adalah suatu transformasi memindahkan setiap titik pada bidang dengan cara digeser atau dipindah sejauh k_1 ke arah sumbu x dan k_2 ke arah sumbu y. Misalkan $T : R^2 \to R^2$ adalah sutu transformasi yang memetakan titik $P(x,y)$ ke $P'(x',y')$, maka

$$(x'\ y') = (x\ \ y) + (k_1 \quad k_2)$$

$$(x'\ y') = (x + k_1 \quad y + k_2)$$

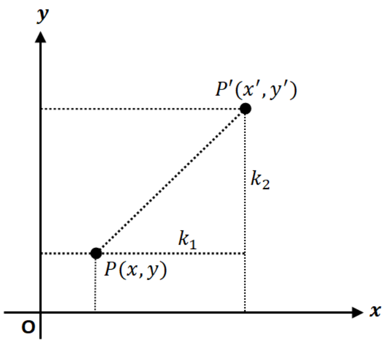
dapat juga dinyatakan dalam bentuk

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + k_1 \\ y + k_2 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh koordinat baru $(x',\ y')$ yang merupakan suatu bentuk dari

$$x' = x + k_1$$

$$y' = y + k_2$$



Gambar 2.7 Translasi (Pergeseran)

2.4.2 Rotasi (Perputaran)

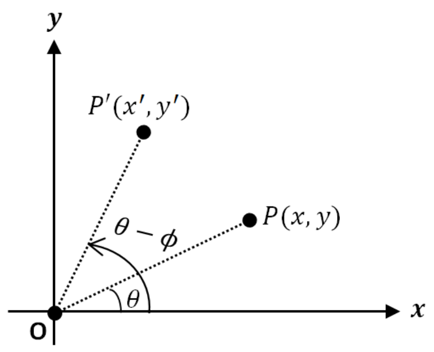
Misalkan diberikan suatu sudut tetap θ, dan $T: R^2 \longrightarrow R^2$ merupakan suatu transformasi yang memetakan titik $P\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ke $P'\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ oleh perkalian matriks. Jika diberikan nilai sudut θ dirotasikan searah jarum jam dengan titik pusat $O(0,0)$ dapat dinyatakan sebagai $P' = AP$ dengan $A = \begin{pmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$, dan untuk nilai sudut θ yang dirotasikan berlawanan arah jarum jam dengan titik pusat $O(0,0)$ dapat dinyatakan sebagai $P' = BP$ dengan $B = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$. Hal ini membuktikan bahwa transformasi yang didapat adalah suatu rotasi atau perputaran terhadap titik pusat $O(0,0)$, didefinisikan sebagai (Kurniasih & Handayani, 2013):

Untuk rotasi (perputaran) titik $P(x, y) \longrightarrow P'(x', y')$ terhadap titik pusat $O(0,0)$ sebesar θ searah jarum jam adalah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xcos\theta + ysin\theta \\ \\ -xsin\theta + ycos\theta \end{pmatrix}$$

dan untuk rotasi (perputaran) titik $P(x, y) \longrightarrow P'(x', y')$ terhadap titik pusat $O(0,0)$ sebesar θ berlawanan arah jarum jam adalah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xcos\theta - ysin\theta \\ \\ xsin\theta + ycos\theta \end{pmatrix}$$



Gambar 2.8 Rotasi Terhadap Titik Pusat $\boldsymbol{O}(\mathbf{0}, \mathbf{0})$

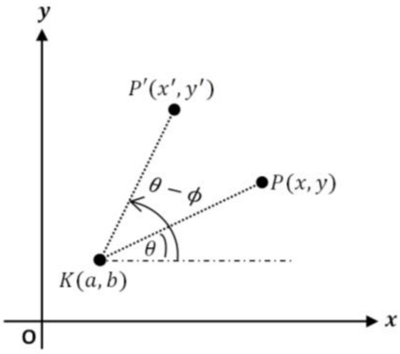
Misalkan diberikan suatu sudut tetap θ, dan $T: R^2 \longrightarrow R^2$ adalah suatu transformasi yang memetakan titik $P\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ke $P'\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ oleh perkalian matriks. Jika diberikan nilai sudut θ dirotasikan searah jarum jam dengan titik pusat $K(a, b)$ maka dapat dinyatakan sebagai bentuk $P' = AP + K$ dan $P' = BP + K$ dengan $A = \begin{pmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$, dan $K = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Hal tersebut dapat membuktikan bahwa transformasi yang didapat adalah suatu rotasi (perputaran) terhadap titik pusat $K(a, b)$, didefinisikan sebagai (Kurniasih & Handayani, 2013):

Untuk rotasi (perputaran) titik $P(x, y) \longrightarrow P'(x', y')$ terhadap titik pusat $K(a, b)$, sebesar θ searah jarum jam adalah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x - a)\ cos\theta + (y - b)\ sin\theta \\ \\ (y - b)\ cos\theta - (x - a)\ sin\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

dan untuk rotasi (perputaran) titik $P(x, y) \longrightarrow P'(x', y')$ terhadap titik pusat $K(a, b)$, sebesar θ berlawanan arah jarum jam adalah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x-a)\ cos\theta - (y-b)\ sin\theta \\ \\ (x-a)\ sin\theta + (y-b)\ cos\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



Gambar 2.9 Rotasi Terhadap Titik Pusat $K(a, b)$

2.4.3 Dilatasi (Perkalian)

Dilatasi adalah suatu transformasi pengubah ukuran yaitu dengan cara memperbesar atau memperkecil ukuran suatu bangun geometri tetapi tidak mengubah bentuk bangun tersebut. Misalkan $T : R^2 \to R^2$ merupakan suatu transformasi yang memetakan titik $P(x, y)$ ke $P'(x', y')$ oleh perkalian matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, didefinisikan dengan $P' = PA$ yaitu:

$$(x'\ y') = (x\ \ y) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$(x'\ y') = (ax + cy\ \ bx + dy)$$

dapat juga dinyatakan dalam bentuk $P' = A^T P^T$, yaitu

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh koordinat baru $(x',\ y')$ yang merupakan suatu bentuk dari

$$x' = ax + cy$$

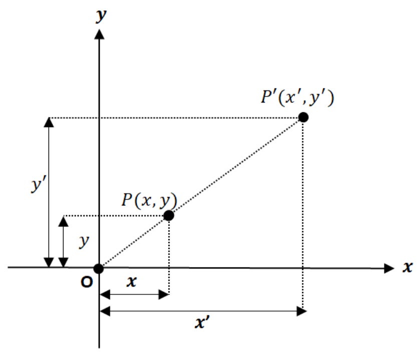
$$y' = bx + dy$$

oleh karena itu, hasil transformasi titik $P(x,y)$ tergantung dari nilai koefisien-koefisien $a, b, c,$ dan d (Kusno, 2010).

Misalkan jika diberikan suatu nilai $a = k_1,\ b = c = 0$, dan $d = k_2$, maka diperoleh hubungan $x' = k_1x$ dan $y' = k_2y$, hal ini berarti bahwa transformasi yang didapat adalah suatu dilatasi (perkalian) terhadap titik pusat $O(0,0)$ yaitu dinyatakan sebagai $P(x,y) \longrightarrow P'(k_1x, k_2y)$. Jadi, matriks koefisien A yang bersesuaian dengan transformasi dilatasi atau perkalian (perbesar atau perkecil) terhadap suatu titik pusat $O(0,0)$ adalah $A = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$, didefinisikan sebagai (Kurniasih & Handayani, 2013):

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1x \\ k_2y \end{pmatrix}$$

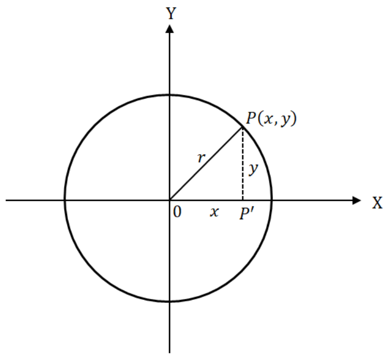
Matriks A memberi fasilitas untuk memperbesar atau memperkecil suatu bangun geometri dalam dua arah, artinya ketika suatu bangun geometri diterapkan transformasi dilatasi (perkalian), maka semua titik koordinat (x,y) dari bangun geometri tersebut akan menjadi $(k_1x\ ,\ k_2y)$. Pemilihan k_1 menyajikan skala menurut sumbu x, dan k_2 menyajikan skala menurut sumbu y. Jika kedua skala berbeda $(k_1 \neq k_2)$, maka perubahan skala dari kedua sumbu juga akan berbeda, sehingga bentuk bangun geometri yang didapat tidak sama dengan bentuk bangun geometri sebelum dilakukan transformasi. Jika kedua skala sama yaitu $k_1 = k_2$, maka perubahan kedua sumbu seragam, sehingga bentuk bangun geometri yang didapat sama dengan bentuk bangun geometri sebelum dilakukan transformasi (Kusno, 2010).



Gambar 2.10 Dilatasi (Perkalian)

2.5 Lingkaran

Lingkaran merupakan tempat kedudukan titik-titik pada bidang yang berjarak sama pada suatu titik tertentu. Titik tertentu tersebut disebut dengan titik pusat lingkaran, sedangkan jarak titik terhadap titik pusat disebut dengan jari-jari (r) (Maltbie, 1906).



Gambar 2.11 Lingkaran Dengan Titik Pusat $\boldsymbol{O}(\mathbf{0},\mathbf{0})$

Berdasarkan gambar 2.11 diketahui bahwa misalkan $P(x,y)$ adalah sembarang titik yang terletak pada keliling lingkaran. Titik P' merupakan suatu proyeksi titik P pada sumbu X sehingga segitiga OPP' merupakan segitiga siku-siku di P', dengan menggunakan dalil *Pythagoras*, maka

$$OP = \sqrt{(OP')^2 + (PP')^2}$$

Jika $OP = r$, $OP' = x$, dan $PP' = y$, maka diperoleh

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

karena $P(x, y)$ sembarang, maka persamaan $r^2 = x^2 + y^2$ berlaku untuk semua titik, sehingga persamaan lingkaran dengan titik pusat $O(0,0)$ dengan jari-jari r adalah $x^2 + y^2 = r^2$ (Maltbie, 1906).

Misalkan $P(x, y)$ adalah sembarang titik yang terletak pada keliling lingkaran. Buat garis m melalui titik pusat $Q(a, b)$ yang sejajar dengan sumbu X. Titik P' merupakan suatu proyeksi titik P pada garis m sehingga segitiga QPP' merupakan segitiga siku-siku di P', dengan menggunakan dalil *Pythagoras*, maka

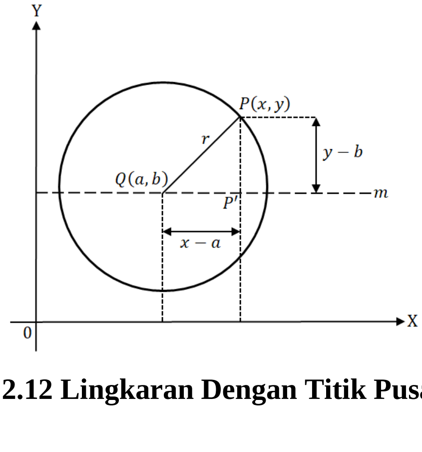
$$QP = \sqrt{(QP')^2 + (PP')^2}$$

Jika $QP = r$, $QP' = x - a$, dan $PP' = y - b$, maka diperoleh

$$r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$

sehingga persamaan lingkaran dengan titik pusat $Q(a, b)$ dengan jari-jari r adalah $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (Maltbie, 1906).



Gambar 2.12 Lingkaran Dengan Titik Pusat $Q(a, b)$

2.6 Bahasa Pemrograman *Python*

Python merupakan salah satu jenis bahasa pemrograman yang memiliki berbagai fungsi dengan perancangan yang berfokus pada suatu kode. *Python* juga merupakan salah satu bahasa pemrograman yang dilengkapi dengan fungsionalitas pustaka yang bersifat standar dan komprehensif dengan menggunakan sintaksis kode yang sangat jelas. Bahasa pemrograman *Python* memiliki keunggulan sebagai berikut:

1. Bahasa pemrograman *Python* lebih mudah dalam mengembangkan suatu produk perangkat lunak dan perangkat keras.
2. Kode dalam bahasa pemrograman *Python* yang mudah dipahami karena *Python* memiliki keterbacaan kode yang tinggi.
3. *Python* memiliki banyak *Library* yang sesuai dengan kebutuhan program, seperti *Numpy*, *Matplotlib*, *Open CV*, dan sebagainya (Syahrudin & Kurniawan, 2018).

Salah satu manfaat *Python* adalah dapat melakukan pengolahan suatu citra digital (*digital image processing*). Citra digital merupakan representasi suatu objek yang dapat berupa lukisan, fotografi, maupun gambar yang diolah dengan komputer dan disimpan dalam bentuk *file*. Sebuah citra digital dapat mewakili suatu matriks dengan N baris dan M kolom dengan perpotongan antara baris dan kolom terdapat piksel (*picture elements*) yang merupakan elemen terkecil dari suatu citra. Citra digital dinyatakan sebagai diskret $f(m,n)$ dengan m dan n merupakan nomor urut posisi $m = 0,1,2,3, \ldots, M-1$ dan $n = 0,1,2,3, \ldots, N-1$, dengan demikian terdapat posisi diskret sebanyak $N \times M$ yang disebut dengan resolusi citra. Oleh karena itu, citra digital dapat dituliskan dalam bentuk matriks $N \times M$ sebagai berikut (Sulistiyanti,dkk., 2020):

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0,M-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots & f(1,M-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f(N-1,0) & f(N-1,1) & \cdots & f(N-1,M-1) \end{bmatrix}$$

Keterangan:

x : Nilai baris (Nilai di sumbu horizontal)

y : Nilai kolom (Nilai di sumbu vertikal)

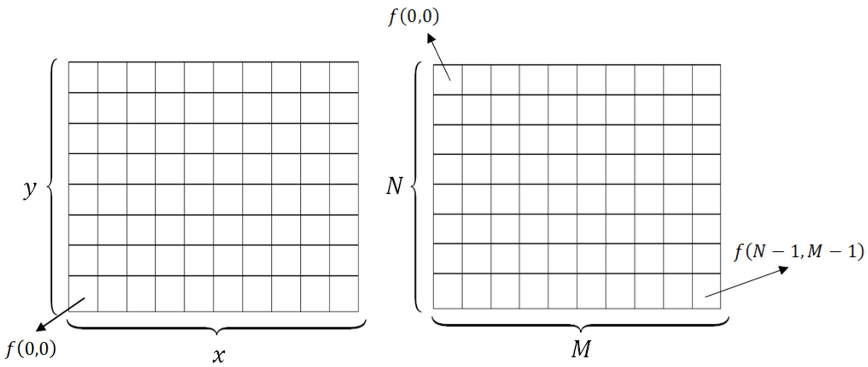
f : Nilai derajat keabuan citra

(x,y) : Titik koordinat pada bidang 2 dimensi (Posisi dari piksel)

$f(x,y)$: Nilai keabuan atau intensitas cahaya pada titik (x,y)

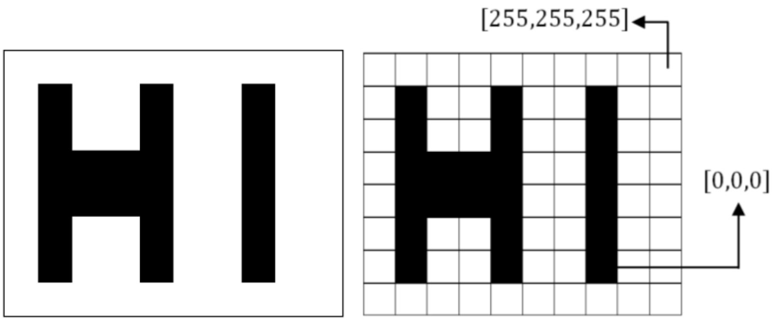
N : Jumlah baris $0 < y \leq N-1$

M : Jumlah kolom $0 < x \leq M-1$



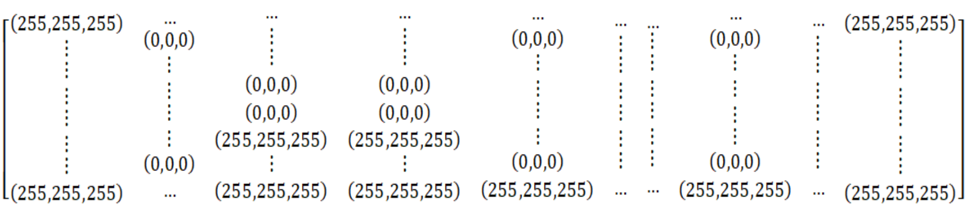
Gambar 2.13 Koordinat Cartesius dan Koordinat Piksel

Citra digital dibagi menjadi 3 jenis, yaitu citra biner, citra *grayscale* (keabuan), dan citra RGB (*Red*, *Green*, *Blue*). Citra biner hanya memiliki dua warna yaitu hitam dan putih yang disimbolkan dengan angka 0 dan 1, dengan 0 dan 1 disebut derajat keabuan. Citra *grayscale* memiliki warna yang sama dengan citra biner namun citra *grayscale* memiliki variasi warna hitam dan putih yang sangat banyak, disimbolkan dari angka 0 hingga 255. Citra RGB merupakan citra yang dapat memiliki warna selain hitam dan putih yang disimbolkan dengan angka 0 hingga 255. Pada huruf RGB, R merupakan warna merah (*Red*) memiliki kode [255,0,0], G merupakan warna hijau (*Green*) yang memiliki kode [0,255,0], B merupakan warna biru (*Blue*) memiliki kode [0,0,255], untuk warna putih memiliki kode [255,255,255], dan warna hitam memiliki kode [0,0,0] (Marleny, 2021).



Gambar 2.14 Representasi Citra RGB

Berdasarkan gambar 2.14 diberikan suatu contoh citra RGB yang bewarna hitam [0,0,0] dan putih [255,255,255] dengan jumlah kolom M sebanyak 10 dan jumlah baris N sebanyak 8, maka dapat diketahui bahwa pada citra RGB tersebut terdapat jumlah piksel sebanyak 80, sehingga bentuk matriks tersebut adalah



Gambar 2.15 Bentuk Matriks RGB

Operasi multi *image* merupakan operasi terhadap pengolahan citra dengan objek citra yang dimasukkan sebanyak lebih dari satu objek, sehingga menghasilkan keluaran citra yang merupakan hasil dari operasi matematis. Pengolahan multi *image* ini akan menerapkan operasi logika. Operasi logika merupakan suatu operasi yang hanya diterapkan untuk pengolahan dua buah citra biner yang memiliki ukuran sama. Operasi logika ini hanya mempunyai dua nilai, yaitu nilai logika “0” dan nilai logika “1”. Nilai logika “0” pada suatu citra menandai warna hitam dan nilai logika “1” menandai warna putih. Operator logika terdapat 4 jenis, yaitu AND, OR, XOR, dan NOT (Gonzalez & Woods, 2002).

Tabel 2.1 Nilai Kebenaran Logika Citra Biner

DERAJAT KEABUAN		OPERATOR LOGIKA			
CITRA A	CITRA B	NOT (~)	AND (&)	OR (|)	XOR (^)
0	0	–	0	0	0
0	1	–	0	1	1
1	0	–	0	1	1
1	1	–	1	1	0
0	–	1	–	–	–
1	–	0	–	–	–
–	0	1	–	–	–
–	1	0	–	–	–

Misalkan diberikan sembarang dua buah citra $A(x, y)$ dan $B(x, y)$ yang memiliki ukuran sama, jika kedua citra A dan B akan diterapkan operasi logika, maka akan diperoleh suatu citra baru $C(x, y)$ sebagai berikut (Gonzalez & Woods, 2002):

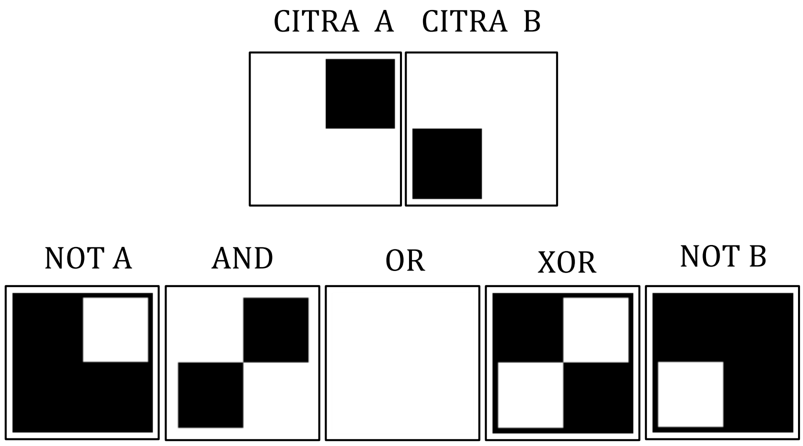
$$C(x,y) = A(x,y)\ \text{AND}\ B(x,y)$$

$$C(x,y) = A(x,y)\ \text{OR}\ B(x,y)$$

$$C(x,y) = A(x,y)\ \text{XOR}\ B(x,y)$$

$$C(x,y) = \text{NOT}\ A(x,y)$$

$$C(x,y) = \text{NOT}\ B(x,y)$$



Gambar 2.16 Operasi Logika Dua Citra

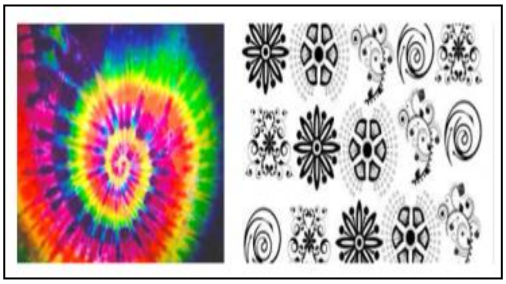
2.7 Batik

Batik merupakan salah satu bentuk industri kreatif unggulan dan warisan budaya Indonesia yang terdaftar di UNESCO (*United Nations Educational, Scientific, and Cultural Organization*) sebagai budaya yang telah turun-temurun sejak zaman Majapahit hingga sekarang. Batik merupakan kain bergambar dengan proses pembuatannya secara khusus menerakan malam (lilin) pada kain, kemudian pengolahannya diproses dengan cara tertentu sehingga memiliki beragam corak hias (motif) dan pola tertentu. Secara etimologi kata "Batik" berasal dari bahasa Jawa yang terdiri dari dua kata yaitu "Amba" yang berarti menggambar dan "Tik" yang berarti titik atau matik, artinya batik diperoleh dengan menggambar titik-titik hingga menghasilkan suatu bentuk yang disebut dengan corak batik (Wulandari et al., 2017).

Berdasarkan perkembangan zaman terdapat dua jenis batik yang sering ditemukan, yaitu batik tradisional dan batik modern. Ciri khas batik tradisional terletak pada wujud rasa dari kondisi pembatik, yaitu merupakan curahan perasaan dan pemikiran terhadap kekuatan di luar dirinya yang terkait dengan tradisi sosial yang berlaku di masyarakat, sehingga rancangan motif batik tradisional memiliki makna yang spiritual. Proses pembuatan batik tradisional menggunakan alat-alat konvensional yaitu canting dan malam (lilin), sehingga pembuatan batik tradisional membutuhkan waktu yang cukup lama, hal tersebutlah yang mendasari fungsi dari batik tradisional hanya dapat digunakan untuk ritual keagamaan atau adat istiadat masyarakat (Sunaryo & Fanani, 2020).

Gambar 2.17 Batik Tradisional

Batik modern tercipta adanya perkembangan zaman yang mempengaruhi suatu budaya di daerah tertentu sehingga menghasilkan macam-macam motif batik. Ciri khas motif batik modern yaitu adanya bentuk-bentuk motif yang tidak dapat digambarkan wujud dan warnanya, salah satunya adalah batik ikat celup. Pembuatan batik modern didasarkan pada bahan baku kain, desain benang, dan metode membatik, sehingga motif yang dikembangkan dapat diperoleh berbagai bentuk. Saat ini pembuatan batik modern dapat dilakukan dengan menggunakan bantuan program komputer sehingga batik yang dihasilkan memiliki bentuk dan warna bervariasi, dan dapat mempersingkat waktu dalam prose membatik. Proses pembuatan tersebutlah yang mempengaruhi fungsi batik yang tidak hanya digunakaan untuk ritual adat istiadat melainkan dapat memberikan nilai fungsi batik sebagai desain atau seni tanpa meninggalkan ciri khas motif batik yang sudah ada (Sunaryo & Fanani, 2020).



Gambar 2.18 Batik Modern

2.8 Motif Surya Majapahit

Para arkeolog menemukan bahwa pada reruntuhan bangunan yang berasal dari masa Majapahit terdapat lambang atau simbol dengan bentuk menyerupai matahari yang disebut dengan Surya Majapahit (Matahari Majapahit). Lambang ini membentuk diagram kosmologi yang disinari jurai matahari yaitu matahari dengan delapan sudut (delapan jurai) dengan pola bagian tengah matahari menyimbolkan sebagai dewa-dewa kepercayaan umat Hindu. Bentuk lambang Surya Majapahit terdiri dari gambar sembilan dewa dan delapan berkas cahaya matahari. Sembilan dewa Hindu yang disebut Dewata Nawa Sanga berada di lingkaran yang berada di tengah matahari. Dewa-dewa utama di bagian tengah ini diatur dalam posisi delapan arah mata angin, satu berada di tengah, dan dewa-dewa pendamping lainnya terletak di lingkaran luar. Para ahli arkeologi menduga bahwa lambang ini berfungsi sebagai lambang negara Majapahit dikarenakan setiap peninggalan candi maupun arca terdapat lambang Surya Majapahit (Kemendikbud, 2014).

Gambar 2.19 Motif Batik Surya Majapahit

2.9 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an

Manusia merupakan salah satu makhluk ciptaan Allah Swt. yang paling sempurna dibandingkan dengan ciptaan Allah Swt. lainnya. Allah Swt. menciptakan langit dan bumi beserta isinya dengan keteraturan bentuk yang sangat indah. Fenomena tersebut terbentuk sebagai bukti atas kekuasaan Allah Swt. sebagaimana yang telah dijelaskan dalam firman Allah Swt. pada Q.S Al-Qamar [54] ayat 49:

Artinya: "Sesungguhnya, Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran." (Q.S Al-Qamar [54]: 49)

Menurut Tafsir as-Sa'di oleh Syaikh Abdurrahman bin Nashir as-Sa'di, ayat diatas menjelaskan bahwa Allah Swt. menciptakan segala sesuatu baik makhluk (makhluk hidup dan makhluk mati atau benda mati) dan seluruh alam yang berada di atas (langit) maupun yang berada di bawah (bumi) tepat pada ukurannya masing-masing. Contohnya yaitu kumpulan awan, ketinggian gunung dan kedalaman palung yang memberikan makna keseimbangan, jumlah kelopak bunga yang beragam, bentuk daun Pakis Fern, bentuk brokoli, bentuk kepingan salju, dan sebagainya. Contoh-contoh tersebut telah menjelaskan bagaimana Allah

Swt. menciptakan segala sesuatu dengan ukurannya masing-masing dan pola-pola dengan keteraturan tertentu. Ilmu geometri fraktal mempelajari pola-pola keteraturan suatu objek sehingga terbentuklah suatu aturan untuk membangun objek tersebut, contohnya adalah batik fraktal. Batik fraktal merupakan motif batik yang dibangun dengan menggunakan geometri fraktal dan menerapkan transformasi geometri untuk mendapatkan motif batik sesuai kebutuhan, berdasarkan hal tersebut dapat diketahui bahwa suatu motif batik dapat direpresentasikan ke dalam bentuk matematika dengan menetapkan ukuran-ukuran tertentu untuk membangun motif tersebut (Kemenag, 2023).

2.10 Kajian Topik dengan Teori

Geometri fraktal merupakan suatu ilmu yang digunakan dalam menganalisis suatu sifat dan keunikan fraktal, serta mempelajari pola-pola keteraturan suatu objek. Salah satu manfaat geometri fraktal adalah membantu menghasilkan motif atau merepresentasikan motif batik tertentu ke dalam bentuk matematika sehingga diperoleh motif batik yang serupa atau motif batik baru. Pembuatan motif batik fraktal dapat mempermudah proses pembuatan batik dikarenakan motif batik fraktal dapat digambar secara kolektif pada suatu kain dengan teknik *printing* sehingga proses tersebut lebih cepat dan menghemat waktu dibandingkan dengan batik tradisional.

Penelitian ini akan menggunakan geometri fraktal untuk mengembangkan motif batik fraktal, yaitu dengan cara membangkitkan fraktal Mandelbrot dan Julia menggunakan fungsi $f(z) = z^2 + c$ yang diiterasikan hingga n iterasi, proses pembangkitan dimulai dengan menyeleksi nilai-nilai c dan z yang memenuhi kriteria Mandelbrot dan Julia. Aturan penulisan kode program ini, yaitu karena nilai $z_0 = 0$ maka nilai c harus diubah ke dalam bentuk piksel untuk dilakukan proses pembangkitan fraktal Mandelbrot, untuk pembangkitan fraktal Julia nilai $c = a + bi$ dinyatakan sebagai parameter konstanta dan nilai $z_0 = x + yi$ diubah kedalam bentuk piksel. Hasil dari pembangkitan kedua fraktal tersebut akan dilakukan trasformasi geometri untuk mendapatkan komponen motif batik. Langkah terakhir adalah memodifikasi dengan cara mengkombinasikan hasil komponen motif batik membentuk motif-motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit. Langkah-langkah tersebut akan diaplikasikan menggunakan bantuan program *Python*. Langkah pertama yaitu hasil dari kedua fraktal yang dibangkitkan akan disimpan sebagai bentuk gambar, pada langkah kedua yaitu hasil pola kedua fraktal yang berupa gambar akan dibaca sebagai *array* atau matriks yang kemudian setiap piksel (elemen matriks) akan diterapkan transformasi geometri dan disimpan sebagai objek gambar, dan untuk langkah terakhir yaitu modifikasi komponen motif berdasarkan hasil dari langkah kedua yang berupa *array* atau matriks akan diterapkan pengolahan citra menggunakan operasi logika, penggabungan fraktal Mandelbrot dan Julia akan dipisahkan dengan membentuk lingkaran dan memanfaatkan *Library* berisi perintah-perintah yang tersedia pada program *Python* sehingga terbentuklah motif-motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan jenis penelitian kualitatif dengan metode yang digunakan adalah metode kepustakaan (*library research*). Bentuk dari penelitian kualitatif dengan metode kepustakaan ini yaitu dilakukan dengan mengumpulkan dan melakukan kajian terhadap buku atau artikel jurnal mengenai fraktal.

3.2 Pra Penelitian

Pra penelitian ini dilakukan dengan mencari sumber-sumber yang berkaitan dengan motif batik Surya Majapahit yang merupakan salah satu jenis motif batik yang berasal dari Mojokerto, sehingga diperoleh suatu data berupa gambar motif batik Mojokerto Surya Majapahit. Berdasarkan detail gambar motif tersebut, akan dikembangkan dengan menerapkan geometri fraktal sehingga menghasilkan motif-motif batik yang menyerupai Surya Majapahit.

3.3 Tahapan Penelitian

Berikut merupakan tahapan yang dilakukan dalam penelitian:

a. Membangkitkan fraktal. Jenis fraktal yang dibangkitkan adalah himpunan Mandelbrot dan himpunan Julia dengan memberikan nilai parameter dan melakukan iterasi sebanyak yang dibutuhkan sehingga menghasilkan pola fraktal yang sesuai dengan motif batik. Pembangkitan fraktal Mandelbrot dan Julia menggunakan persamaan $f(z) = z^2 + c$, dengan diberikan nilai awal untuk Mandelbrot $z_0 = 0$ dan $c = x + yi$, sedangkan nilai awal untuk Julia $z_0 = x + yi$ dan $c = -1.002 + 0i$.

b. Menentukan motif batik fraktal menggunakan transformasi geometri. Transformasi geometri yang digunakan yaitu rotasi (perputaran), dilatasi (perkalian), dan translasi (pergeseran). Beberapa transformasi geometri digunakan pada fraktal untuk menghasilkan komponen pola pembentuk motif batik fraktal yang sesuai.

c. Memodifikasi motif fraktal. Modifikasi motif fraktal ini dilakukan dengan cara menggabungkan komponen motif fraktal menggunakan operasi logika citra sehingga membentuk motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit.

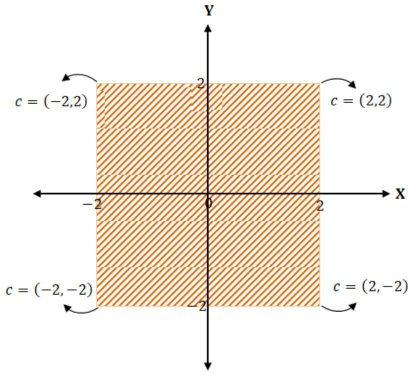
BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

Fraktal merupakan suatu bentuk geometri dengan membangkitan pola fraktal yang dilakukan melalui proses perulangan (iterasi) sederhana. Fraktal dapat dikembangkan menjadi batik fraktal dengan bantuan program komputer, dari pola fraktal yang telah dibangkitkan akan diterapkan transformasi geometri berupa rotasi (perputaran), dilatasi (perkalian), dan translasi (pergeseran), kemudian hasil pola tersebut akan dimodifikasi menggunakan operasi logika pengolahan citra sehingga menghasilkan motif batik fraktal. Pada Bab IV ini akan diberikan pemaparan hasil penelitian mengenai penerapan geometri fraktal pada pengembangan motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit.

4.1 Pengembangan Motif Batik Mojokerto Surya Majapahit

4.1.1 Pembangkitan Fraktal Mandelbrot

Pembangkitan pola Mandelbrot didasarkan pada proses perulangan (iterasi) persamaan himpunan Mandelbrot $z_n = z_{n-1}^2 + c$, dengan $z_0 = 0$, $c = x + yi$ untuk $x, y \in \mathbb{R}$, dan dilakukan iterasi sebanyak $n = 1, . . , 100$ untuk menunjukkan perubahan bentuk dari pola Mandelbrot. Nilai parameter c ditentukan dengan memilih nilai x dan y yang berada di interval $[-2,2]$ yang didasarkan pada Teorema *Escape Criterion* yaitu $-2 \leq x \leq 2$ dan $-2 \leq y \leq 2$, karena nilai c berupa titik piksel maka akan digunakan kerapatan piksel (*pixel density*) sebesar 1000 yaitu terdapat 1000 baris dan 1000 kolom, artinya semakin tinggi kerapatan piksel yang digunakan maka semakin detail (tajam) pola yang dihasilkan. Berikut merupakan nilai c dalam bentuk berupa piksel:



Gambar 4.1 Representasi Nilai *c*

Berdasarkan gambar 4.1 diketahui bahwa terdapat nilai x dan y sebanyak 1000, maka berikut diberikan beberapa nilai c:

Tabel 4.1 Beberapa Nilai *c*

$c = x + yi$					
x			y		
-2	-1.968	0.018	-2	-1.968	0.018
-1.996	-1.964	0.022	-1.996	-1.964	0.022
-1.992	⋮	0.026	-1.992	⋮	0.026
-1.988	-0.002	0.030	-1.988	-0.002	0.030
-1.984	0.002	0.034	-1.984	0.002	0.034
-1.980	0.006	0.038	-1.980	0.006	0.038
-1.976	0.010	⋮	-1.976	0.010	⋮
-1.972	0.014	2	-1.972	0.014	2

Pembangkitan pola Mandelbrot perlu dilakukan pengujian untuk masing-masing nilai c, jika nilai c yang memenuhi kriteria Mandelbrot hingga iterasi tertentu, maka dapat dikatakan bahwa titik $c = x + yi$ tersebut berada di dalam Mandelbrot atau merupakan titik pembentuk pola Mandelbrot. Berdasarkan teorema *Escape Criterion* diketahui bahwa untuk pembangkitan Mandelbrot nilai $|z|$ dan $|c|$ harus lebih kecil dari 2. Perhitungan manual dalam pembangkitan pola Mandelbrot dapat dilakukan dengan mengambil beberapa sembarang nilai c untuk diuji 100 kali iterasi, yaitu $c = -1.362 - 0.014i$, $c = -0.726 + 0.014i$, $c = 0.274 + 0.314i$, dan $c = 0.402 - 0.402i$ dengan $z_0 = 0$, maka diperoleh

Untuk $c = -1.362 - 0.014i$,

$z_1 = z_0^2 + c = 0^2 + (-1.362 - 0.014i) = -1.362 - 0.014i$

$z_2 = z_1^2 + c = (-1.362 - 0.014i)^2 + (-1.363 - 0.014i) = 0.492 + 0.024i$

$z_3 = z_2^2 + c = (0.492 + 0.024i)^2 + (-1.363 - 0.014i) = -1.119 + 0.009i$

$z_4 = z_3^2 + c = (-1.119 + 0.009i)^2 + (-1.363 - 0.014i) = -0.108 - 0.035i$

$z_5 = z_4^2 + c = (-0.108 - 0.035i)^2 + (-1.363 - 0.014i) = -1.351 - 0.006i$

$$\vdots$$

$z_{100} = z_{99}^2 + c = (-1.131 + 0.003i)^2 + (-1.363 - 0.014i) = -0.081 - 0.021i$

Untuk $c = -0.726 + 0.014i$,

$z_1 = z_0^2 + c = 0^2 + (-0.726 + 0.014i) = -0.726 + 0.014i$

$z_2 = z_1^2 + c = (-0.726 + 0.014i)^2 + (-0.726 + 0.014i) = -0.199 - 0.006i$

$z_3 = z_2^2 + c = (-0.199 - 0.006i)^2 + (-0.726 + 0.014i) = -0.686 + 0.016i$

$z_4 = z_3^2 + c = (-0.686 + 0.016i)^2 + (-0.726 + 0.014i) = -0.255 - 0.008i$

$z_5 = z_4^2 + c = (-0.255 - 0.008i)^2 + (-0.726 + 0.014i) = -0.660 + 0.018i$

$$\vdots$$

$z_{100} = z_{99}^2 + c = (-0.492 + 0.019i)^2 + (-0.726 + 0.014i)$

$= -0.484 - 0.004i$

Untuk $c = 0.274 + 0.314i$,

$z_1 = z_0^2 + c = 0^2 + (0.274 + 0.314i) = 0.274 + 0.314i$

$z_2 = z_1^2 + c = (0.274 + 0.314i)^2 + (0.274 + 0.314i) = 0.250 + 0.486i$

$z_3 = z_2^2 + c = (0.250 + 0.486i)^2 + (0.274 + 0.314i) = 0.100 + 0.557i$

$z_4 = z_3^2 + c = (0.100 + 0.557i)^2 + (0.274 + 0.314i) = -0.026 + 0.426i$

$z_5 = z_4^2 + c = (-0.026 + 0.426i)^2 + (0.274 + 0.314i) = 0.093 + 0.291i$

$$\vdots$$

$z_{100} = z_{99}^2 + c = (0.118 + 0.411i)^2 + (0.274 + 0.314i) = 0.118 + 0.411i$

Untuk $\boldsymbol{c = 0.402 - 0.402i}$,

$z_1 = z_0^2 + c = 0^2 + (0.402 - 0.402i) = 0.402 - 0.402i$

$z_2 = z_1^2 + c = (0.402 - 0.402i)^2 + (0.402 - 0.402i) = 0.402 - 0.725i$

$z_3 = z_2^2 + c = (0.402 - 0.725i)^2 + (0.402 - 0.402i) = 0.037 - 0.985i$

$z_4 = z_3^2 + c = (0.037 - 0.985i)^2 + (0.402 - 0.402i) = -0.566 - 0.476i$

$z_5 = z_4^2 + c = (-0.566 - 0.476i)^2 + (0.402 - 0.402i) = 0.496 + 0.137i$

$$\vdots$$

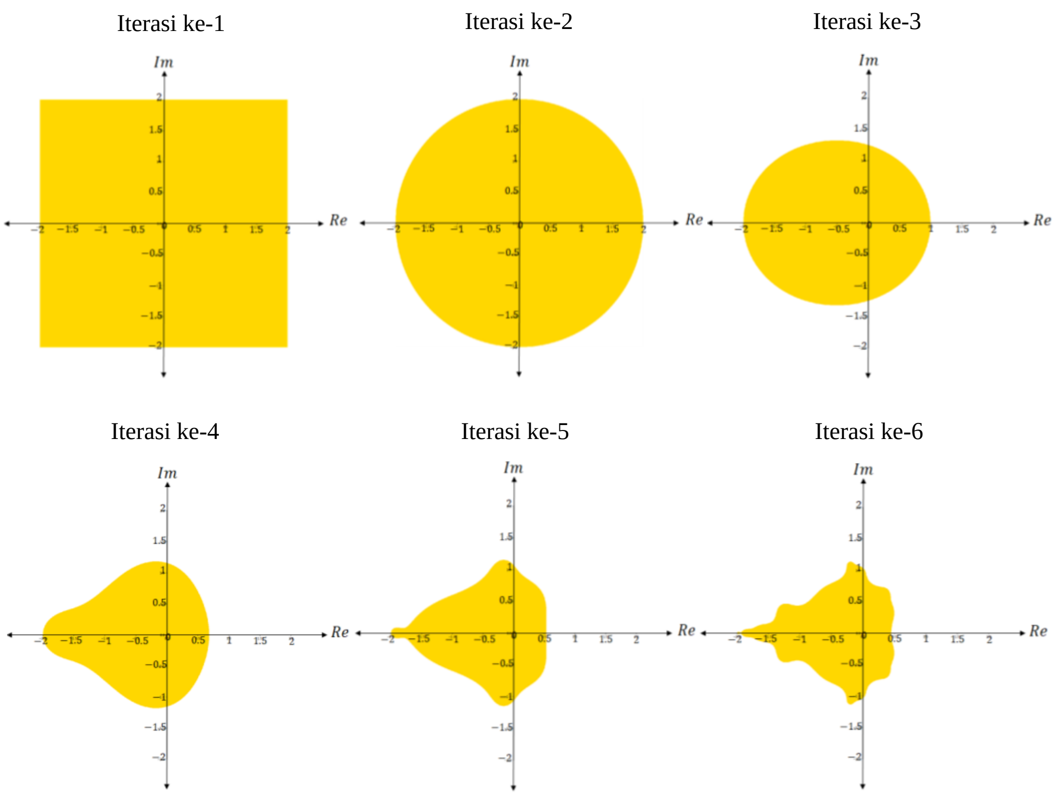
$z_{10} = z_9^2 + c = (-1.615 - 1.555i)^2 + (0.402 - 0.402i) = 0.596 + 4.621i$

$$\vdots$$

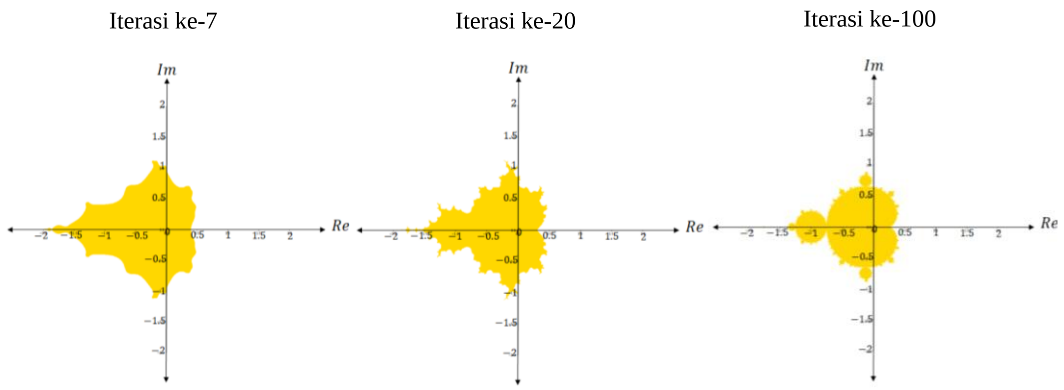
$$\text{Tak terhingga}$$

Berdasarkan Terorema *Escape Criterion,* sembarang nilai c yang diambil untuk diuji diketahui bahwa untuk nilai $c = -1.362 - 0.014i$, $c = -0.726 + 0.014i$, dan $c = 0.274 + 0.314i$ tidak menuju tak hingga atau $|z_n| \leq 2$, maka nilai c tersebut berada di dalam Mandelbrot atau dapat dikatakan titik-titik tersebut merupakan titik-titik pembentuk pola Mandelbrot untuk 100 kali iterasi, sedangkan untuk nilai $c = 0.402 - 0.402i$ menuju tak hingga atau $|z_n| > 2$, sehingga titik tersebut berada di luar Mandelbrot, yang berarti nilai c tersebut bukan merupakan titik pembentuk pola Mandelbrot untuk 100 kali iterasi, dikarenakan pada iterasi ke-10 nilai $|z_n|$ sudah melebihi 2.

Bentuk fraktal Mandelbrot dipengaruhi oleh jumlah iterasi n yang dilakukan, untuk mendapatkan bentuk Mandelbrot yang sesuai dengan kebutuhan maka akan dilakukan iterasi sebanyak 100 kali menggunakan aplikasi program komputer yaitu *Python* sehingga pengujian untuk setiap titik c akan lebih efisien. Berdasarkan program *Pyhton* yang telah dibuat diperoleh bentuk pola fraktal Mandelbrot seperti gambar sebagai berikut:



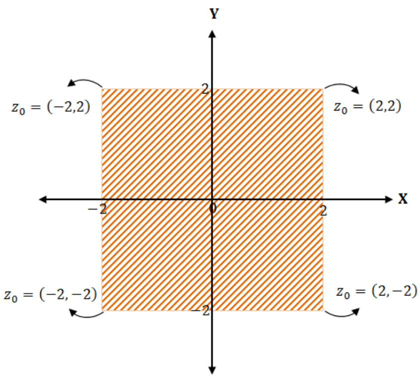
Gambar 4.2 Iterasi Mandelbrot (1)



Gambar 4.3 Iterasi Mandelbrot (2)

4.1.2 Pembangkitan Fraktal Julia

Pembangkitan pola Julia didasarkan pada proses perulangan (iterasi) persamaan himpunan Julia $z_n = z_{n-1}^2 + c$, dengan $z_0 = x + yi$ untuk $x, y \in \mathbb{R}$, $c = a + bi$ merupakan parameter konstanta dengan $a, b \in \mathbb{R}$, dan iterasi dilakukan sebanyak $n = 1, . . ,100$ untuk menunjukkan perubahan bentuk dari pola Julia. Variabel z_0 ditentukan dengan memilih nilai x dan y yang berada di interval $[-2,2]$ yang didasarkan pada teorema yaitu $-2 \leq x \leq 2$ dan $-2 \leq y \leq 2$, karena nilai z_0 berupa titik piksel maka akan digunakan kerapatan piksel (*pixel density*) sebesar 1000 yaitu terdapat 1000 baris dan 1000 kolom, artinya semakin tinggi kerapatan piksel yang digunakan maka semakin detail (tajam) pola yang dihasilkan. Berikut merupakan nilai z_0 dalam bentuk berupa piksel:



Gambar 4.4 Representasi Nilai z_0

Berdasarkan gambar 4.3 diketahui bahwa terdapat nilai x dan y sebanyak 1000, maka berikut diberikan beberapa nilai z_0:

Tabel 4.2 Beberapa Nilai z_0

$z_0 = x + yi$					
x			y		
-2	-1.968	0.018	-2	-1.968	0.018
-1.996	-1.964	0.022	-1.996	-1.964	0.022
-1.992	⋮	0.026	-1.992	⋮	0.026
-1.988	-0.002	0.030	-1.988	-0.002	0.030
-1.984	0.002	0.034	-1.984	0.002	0.034
-1.980	0.006	0.038	-1.980	0.006	0.038
-1.976	0.010	⋮	-1.976	0.010	⋮
-1.972	0.014	2	-1.972	0.014	2

Teorema *Escape Criterion* juga berlaku dalam pembangkitan fraktal Julia, sehingga berdasarkan teorema dan pemilihan nilai c tersebut diketahui bahwa untuk pembangkitan Julia nilai $|z|$ dan $|c|$ harus lebih kecil dari 2. Perhitungan manual dalam pembangkitan Julia dapat dilakukan sebagai berikut, misalkan ambil beberapa sembarang nilai z_0 untuk diuji, yaitu $z_0 = 0.070 + 0.066i$, $z_0 = -1.074 - 0.046i$, $z_0 = 0.970 - 0.046i$, dan $z_0 = -1.322 + 0.034i$ dengan nilai $c = -1.002 + 0i$, maka diperoleh

Untuk $\boldsymbol{z_0 = 0.070 + 0.066i}$

$z_1 = z_0^2 + c = (0.070 + 0.066i)^2 + (-1.002 + 0i) = -1.001 + 0.009i$

$z_2 = z_1^2 + c = (-1.001 + 0.009i)^2 + (-1.002 + 0i) = 0.000 - 0.0185i$

$z_3 = z_2^2 + c = (0.000 - 0.0185i)^2 + (-1.002 + 0i) = -1.002 - 0.306e^{-4}i$

$z_4 = z_3^2 + c = (-1.002 - 0.306e^{-4}i)^2 + (-1.002 + 0i) = 0.002 + 0.614e^{-4}i$

$z_5 = z_4^2 + c = (0.002 + 0.614e^{-4}i)^2 + (-1.002 + 0i) = -1.001 + 0.330e^{-6}i$

$$\vdots$$

$$z_{100} = z_{99}^2 + c = (-1.001 + 0.918e^{-105}i)^2 + (-1.002 + 0i)$$

$$= 0.001 + 0.184e^{-105}i$$

Untuk $z_0 = -1.074 - 0.046i$

$$z_1 = z_0^2 + c = (-1.074 - 0.046i)^2 + (-1.002 + 0i) = 0.149 + 0.098i$$

$$z_2 = z_1^2 + c = (0.149 + 0.098i)^2 + (-1.002 + 0i) = -0.989 + 0.029i$$

$$z_3 = z_2^2 + c = (-0.989 + 0.029i)^2 + (-1.002 + 0i) = -0.023 - 0.058i$$

$$z_4 = z_3^2 + c = (-0.023 - 0.058i)^2 + (-1.002 + 0i) = -1.004 + 0.002i$$

$$z_5 = z_4^2 + c = (-1.004 + 0.002i)^2 + (-1.002 + 0i) = 0.007 - 0.005i$$

$$\vdots$$

$$z_{100} = z_{99}^2 + c = (0.001 + 0.587e^{-100}i)^2 + (-1.002 + 0i)$$

$$= -1.001 + 0.234e^{-102}i$$

Untuk $z_0 = 0.970 - 0.046i$

$$z_1 = z_0^2 + c = (0.970 - 0.046i)^2 + (-1.002 + 0i) = -0.063 - 0.089i$$

$$z_2 = z_1^2 + c = (-0.063 - 0.089i)^2 + (-1.002 + 0i) = -1.005 + 0.011i$$

$$z_3 = z_2^2 + c = (-1.005 + 0.011i)^2 + (-1.002 + 0i) = 0.009 - 0.022i$$

$$z_4 = z_3^2 + c = (0.009 - 0.022i)^2 + (-1.002 + 0i) = -1.002 + 0.000i$$

$$z_5 = z_4^2 + c = (-1.002 + 0.000i)^2 + (-1.002 + 0i) = 0.002 + 0.000i$$

$$\vdots$$

$$z_{100} = z_{99}^2 + c = (0.001 - 0.354e^{-101}i)^2 + (-1.002 + 0i)$$

$$= -1.001 - 0.141e^{-103}i$$

Untuk $z_0 = -1.322 + 0.034i$

$$z_1 = z_0^2 + c = (-1.322 + 0.034i)^2 + (-1.002 + 0i) = 0.744 - 0.089i$$

$$z_2 = z_1^2 + c = (0.744 - 0.089i)^2 + (-1.002 + 0i) = -0.455 - 0.133i$$

$$z_3 = z_2^2 + c = (-0.455 - 0.133i)^2 + (-1.002 + 0i) = -0.812 + 0.122i$$

$$z_4 = z_3^2 + c = (-0.812 + 0.122i)^2 + (-1.002 + 0i) = -0.357 - 0.198i$$

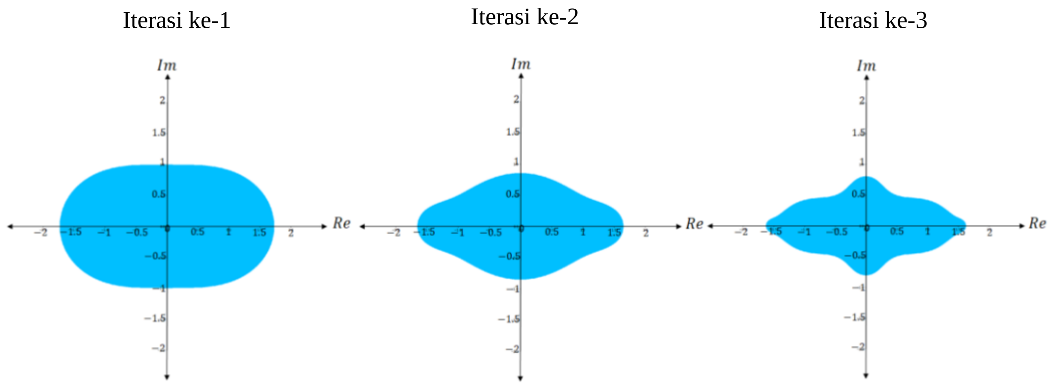
$$z_5 = z_4^2 + c = (-0.357 - 0.198i)^2 + (-1.002 + 0i) = -0.913 + 0.141i$$

$$\vdots$$

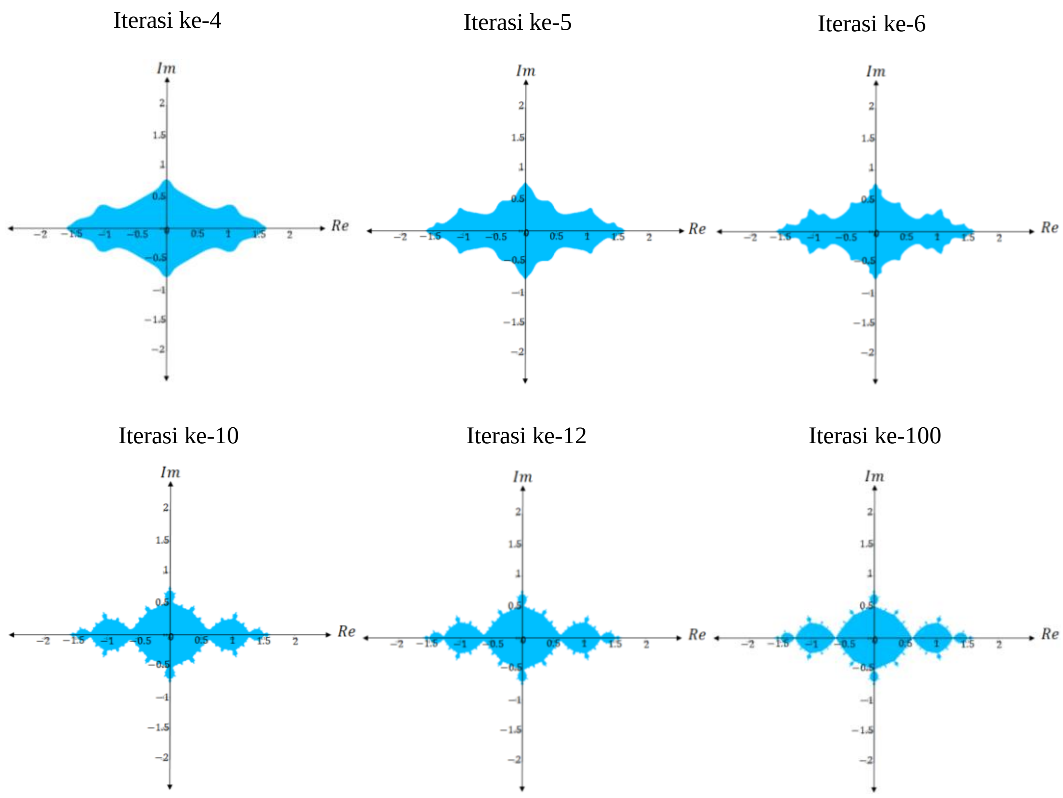
$$z_{100} = z_{99}^2 + c = (-1.001 - 0.123e^{-93}i)^2 + (-1.002 + 0i)$$

$$= 0.001 + 0.248e^{-93}i$$

Berdasarkan Terorema *Escape Criterion*, sembarang nilai z_0 yang diambil yaitu $z_0 = 0.070 + 0.066i$, $z_0 = -1.074 - 0.046i$, $z_0 = 0.970 - 0.046i$, dan $z_0 = -1.322 + 0.034i$ dengan nilai $c = -1.002 + 0i$ diketahui bahwa setelah dilakukan 100 kali iterasi, nilai $|z_n|$ tidak menuju tak hingga atau $|z_n| \leq 2$ maka titik-titik tersebut berada di dalam Julia atau dapat dikatakan bahwa titik-titik tersebut merupakan titik-titik pembangkit pola Julia untuk 100 kali iterasi. Bentuk fraktal Julia dilakukan iterasi sebanyak 100 kali menggunakan aplikasi program komputer yaitu *Python*. Berdasarkan program *Pyhton* yang telah dibuat diperoleh bentuk pola fraktal Julia seperti gambar sebagai berikut:



Gambar 4.5 Iterasi Julia $c = -1.002 + 0i$ (1)



Gambar 4.6 Iterasi Julia $c = -1.002 + 0i$ (2)

4.1.3 Transformasi Geometri Fraktal Mandelbrot

Pembangkitan fraktal Mandelbrot pada 4.1.1 menghasilkan beberapa pola fraktal yang diperoleh dari beberapa iterasi persamaan Mandelbrot yaitu $z_n = z_{n-1}^2 + c$, maka akan dipilih pola fraktal yang akan digunakan untuk membentuk motif yang menyerupai Surya Majapahit, yaitu pola fraktal Mandelbrot dengan iterasi ke-7.

Gambar 4.7 Pola Mandelbrot

Rotasi (Perputaran)

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot akan dirotasaikan di titik pusat $Q = (a, b) = \left(\frac{540}{2}, \frac{540}{2}\right) = (270,270)$ sebesar 90°(berlawanan arah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(90^{\circ}) & -\sin(90^{\circ}) \\ \sin(90^{\circ}) & \cos(90^{\circ}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 270 \\ y - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

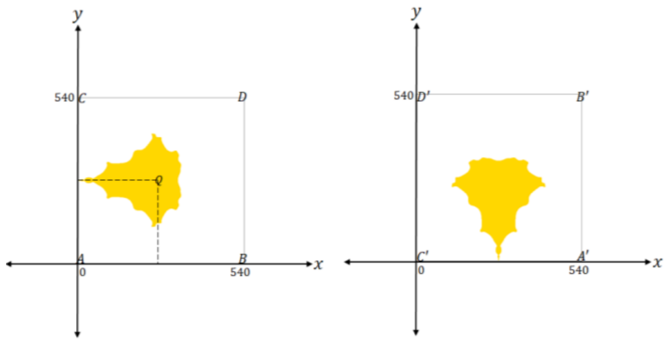
$$A' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270 \\ -270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270 \\ 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(540,0)$, $B'(540,540)$, $C'(0,0)$, dan $D'(0,540)$.



Gambar 4.8 Mandelbrot Rotasi 90°

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot akan dirotasaikan di titik pusat $Q = (a, b) = \left(\frac{540}{2}, \frac{540}{2}\right) = (270,270)$ sebesar 90°(searah arah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(90^\circ) & \sin(90^\circ) \\ -\sin(90^\circ) & \cos(90^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-270 \\ y-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

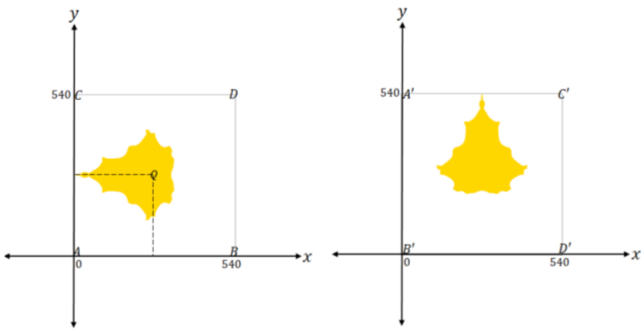
$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0-270 \\ 0-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270 \\ 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 540-270 \\ 0-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270 \\ -270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0-270 \\ 540-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 540-270 \\ 540-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(0{,}540)$, $B'(0{,}0)$, $C'(540{,}540)$, dan $D'(540{,}0)$.



Gambar 4.9 Mandelbrot Rotasi -90°

Misalkan diberikan titik $A(0{,}0)$, $B(540{,}0)$, $C(0{,}540)$, dan $D(540{,}540)$, pola Mandelbrot akan dirotasaikan di titik pusat $Q = (a, b) = \left(\frac{540}{2}, \frac{540}{2}\right) = (270{,}270)$ sebesar 45°(berlawanan arah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(45^\circ) & -\sin(45^\circ) \\ \sin(45^\circ) & \cos(45^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 270 \\ y - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

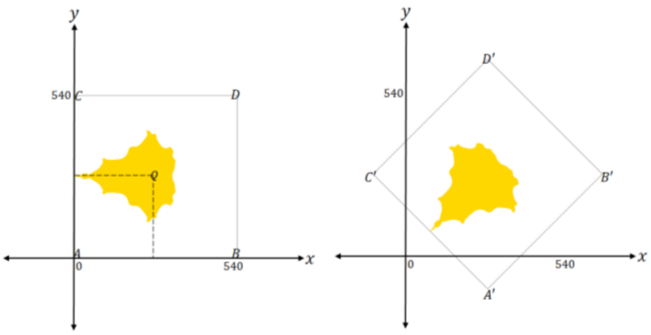
$$A' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270(1 + \sqrt{2}) \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270(1 + \sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270(1 + \sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270(1 + \sqrt{2}) \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'\left(270, -270(1 + \sqrt{2})\right)$, $B'\left(270(1 + \sqrt{2}), 270\right)$, $C'\left(-270(1 + \sqrt{2}), 270\right)$, dan $D'\left(270,270(1 + \sqrt{2})\right)$.



Gambar 4.10 Mandelbrot Rotasi 45°

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot akan dirotasaikan di titik pusat $Q = (a,b) = \left(\frac{540}{2}, \frac{540}{2}\right) = (270,270)$ sebesar 45°(searah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(45^{\circ}) & \sin(45^{\circ}) \\ -\sin(45^{\circ}) & \cos(45^{\circ}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 270 \\ y - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

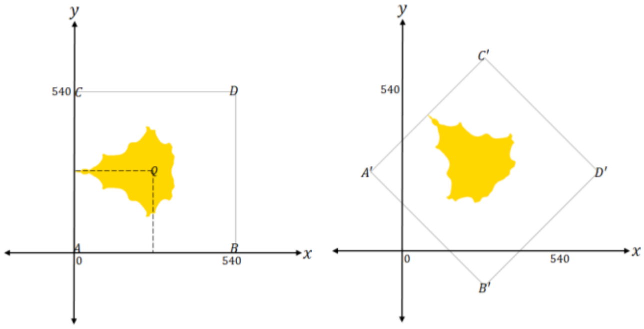
$$A' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270(1 + \sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270(1 + \sqrt{2}) \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270(1 + \sqrt{2}) \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270(1 + \sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'\left(-270(1 + \sqrt{2}), 270\right)$, $B'\left(270, -270(1 + \sqrt{2})\right)$, $C'\left(270,270(1 + \sqrt{2})\right)$, dan $D'\left(270(1 + \sqrt{2}), 270\right)$.



Gambar 4.11 Mandelbrot Rotasi -45°

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot akan dirotasaikan di titik pusat $Q=(a,b)=\left(\frac{540}{2},\frac{540}{2}\right)=(270,270)$ sebesar 135°(berlawanan arah arah jarum jam), maka

$$\text{Matriks}=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos(135^{\circ}) & -\sin(135^{\circ})\\ \sin(135^{\circ}) & \cos(135^{\circ})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-270\\ y-270\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}270\\ 270\end{pmatrix}$$

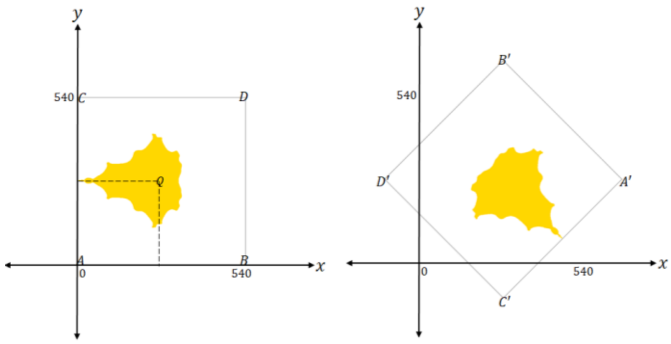
$$A'=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0-270\\ 0-270\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}270\\ 270\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}270(1+\sqrt{2})\\ 270\end{pmatrix}$$

$$B'=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}540-270\\ 0-270\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}270\\ 270\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}270\\ 270(1+\sqrt{2})\end{pmatrix}$$

$$C'=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0-270\\ 540-270\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}270\\ 270\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}270\\ -270(1+\sqrt{2})\end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540-270 \\ 540-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270(1+\sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(270(1+\sqrt{2}), 270)$, $B'\left(270,270(1+\sqrt{2})\right)$, $C'\left(270, -270(1+\sqrt{2})\right)$,dan D' $(-270(1+\sqrt{2})$, $270)$.



Gambar 4.12 Mandelbrot Rotasi 135°

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot akan dirotasaikan di titik pusat $Q = (a, b) = \left(\frac{540}{2}, \frac{540}{2}\right) = (270,270)$ sebesar 135°(searah arah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(135^{\circ}) & \sin(135^{\circ}) \\ -\sin(135^{\circ}) & \cos(135^{\circ}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-270 \\ y-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

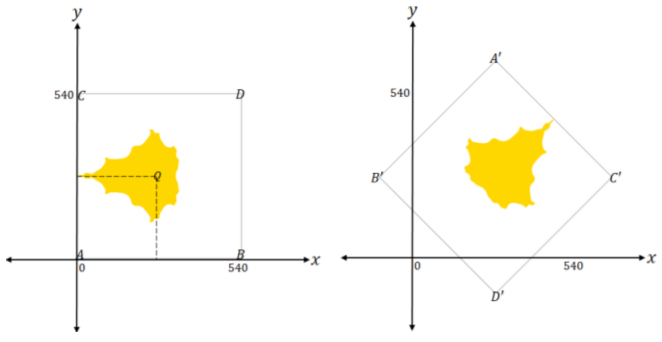
$$A' = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0-270 \\ 0-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270(1+\sqrt{2}) \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540-270 \\ 0-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270(1+\sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0-270 \\ 540-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270(1+\sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540-270 \\ 540-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270(1+\sqrt{2}) \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'\left(270{,}270(1+\sqrt{2})\right)$, $B'(-270(1+\sqrt{2}), 270)$, $C'(270(1+\sqrt{2}), 270)$, dan $D'\left(270, -270(1+\sqrt{2})\right)$.



Gambar 4.13 Mandelbrot Rotasi -135°

Misalkan diberikan titik $A(0{,}0)$, $B(540{,}0)$, $C(0{,}540)$, dan $D(540{,}540)$, pola Mandelbrot akan dirotasaikan di titik pusat $Q = (a, b) = \left(\frac{540}{2}, \frac{540}{2}\right) = (270{,}270)$ sebesar 180°(berlawanan arah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(180^\circ) & -\sin(180^\circ) \\ \sin(180^\circ) & \cos(180^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 270 \\ y - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

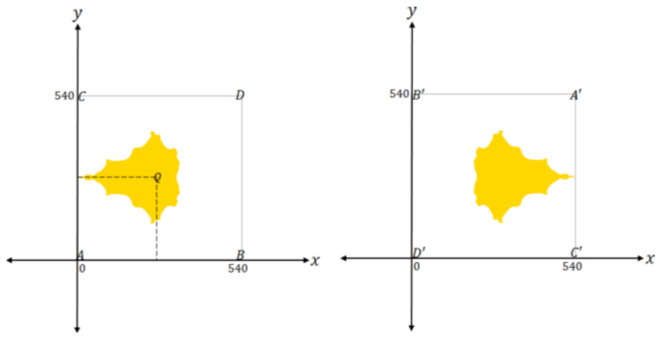
$$A' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270 \\ 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270 \\ -270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(540{,}540)$, $B'(0{,}540)$, $C'(540{,}0)$, dan $D'(0{,}0)$.



Gambar 4.14 Mandelbrot Rotasi 180°

Dilatasi (Perkalian)

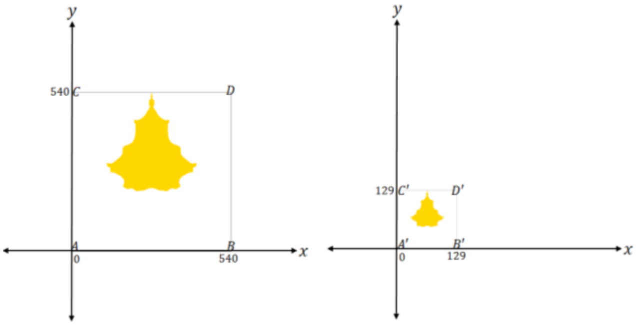
Misalkan diberikan titik $A(0{,}0)$, $B(540{,}0)$, $C(0{,}540)$, dan $D(540{,}540)$, pola Mandelbrot yang telah dirotasikan $-90°$ akan didilatasi di titik pusat $(0{,}0)$

sebesar $k = \frac{239}{1000}$ yaitu diperkecil dari ukuran bentuk aslinya dengan matriks $\begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{239}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{239}{1000} \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

$$A' = \begin{pmatrix} \frac{239}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{239}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} \frac{239}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{239}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 129 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} \frac{239}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{239}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 129 \end{pmatrix} \qquad D' = \begin{pmatrix} \frac{239}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{239}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 129 \\ 129 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(0,0)$, $B'(129,0)$, $C'(0,129)$, dan $D'(129,129)$.



Gambar 4.15 Mandelbrot Dilatasi

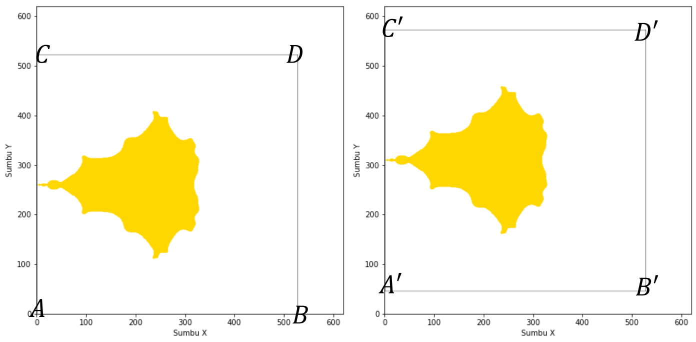
Translasi (Pergeseran)

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot akan ditranslasi sebesar $k_1 = 0$ dan $k_2 = 40$ yaitu digeser searah sumbu y sebesar 40, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

$$A' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 40 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 580 \end{pmatrix} \qquad D' = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 580 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(0{,}40)$, $B'(540{,}40)$, $C'(0{,}580)$, dan $D'(540{,}580)$.



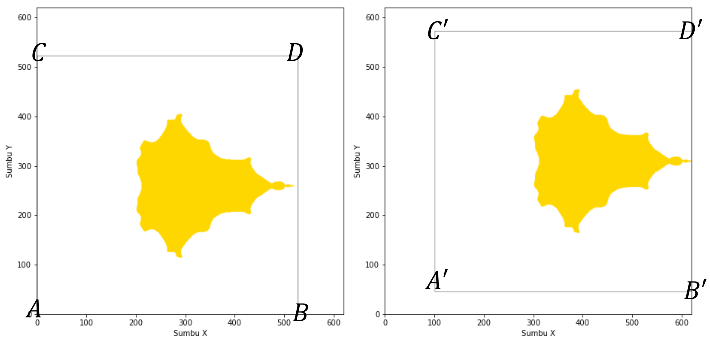
Gambar 4.16 Mandelbrot Translasi $(\mathbf{0}, \mathbf{40})$

Misalkan diberikan titik $A(0{,}0)$, $B(540{,}0)$, $C(0{,}540)$, dan $D(540{,}540)$, pola Mandelbrot yang telah dirotasikan 180° akan ditranslasi sebesar $k_1 = 80$ dan $k_2 = 40$ yaitu digeser searah sumbu x sebesar 80 dan searah sumbu y sebesar 40, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 40 \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

$A' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 80 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 40 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $B' = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 80 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 620 \\ 40 \end{pmatrix}$

$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 80 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 580 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $D' = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 80 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 620 \\ 580 \end{pmatrix}$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(80{,}40)$, $B'(620{,}40)$, $C'(80{,}580)$, dan $D'(620{,}580)$.



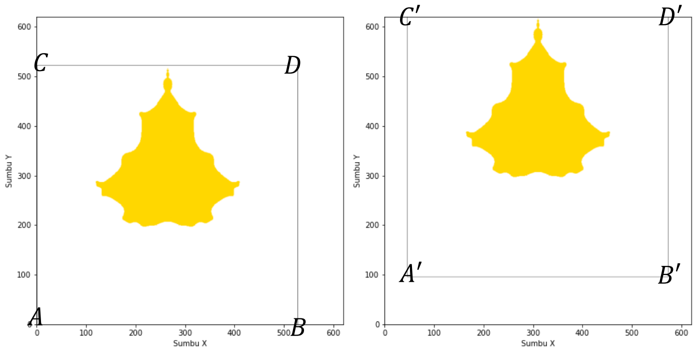
Gambar 4.17 Mandelbrot Translasi $(\mathbf{80}, \mathbf{40})$

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot yang telah dirotasikan $-90°$ akan ditranslasi sebesar $k_1 = 40$ dan $k_2 = 80$ yaitu digeser searah sumbu x sebesar 40 dan searah sumbu y sebesar 80, maka Matriks $= \binom{k_1}{k_2} = \binom{40}{80}$, yaitu dipeoleh titik

$A' = \binom{0}{0} + \binom{40}{80} = \binom{40}{80}$ $\qquad$ $B' = \binom{540}{0} + \binom{40}{80} = \binom{580}{80}$

$C' = \binom{0}{540} + \binom{40}{80} = \binom{40}{620}$ $\qquad$ $D' = \binom{540}{540} + \binom{40}{80} = \binom{580}{620}$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(40,80)$, $B'(580,80)$, $C'(40,620)$, dan $D'(580,620)$.



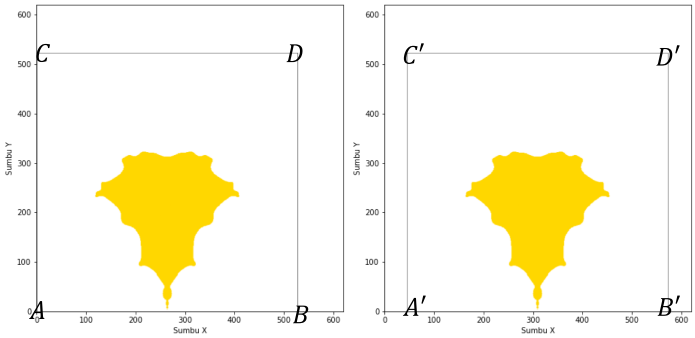
Gambar 4.18 Mandelbrot Translasi $(40, 80)$

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot yang telah dirotasikan $90°$ akan ditranslasi sebesar $k_1 = 40$ dan $k_2 = 0$ yaitu digeser searah sumbu x sebesar 40, maka Matriks $= \binom{k_1}{k_2} = \binom{40}{0}$, yaitu dipeoleh titik

$A' = \binom{0}{0} + \binom{40}{0} = \binom{40}{0}$ $\qquad$ $B' = \binom{540}{0} + \binom{40}{0} = \binom{580}{0}$

$C' = \binom{0}{540} + \binom{40}{0} = \binom{40}{540}$ $\qquad$ $D' = \binom{540}{540} + \binom{40}{0} = \binom{580}{540}$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(40,0)$, $B'(580,0)$, $C'(40,540)$, dan $D'(580,540)$.



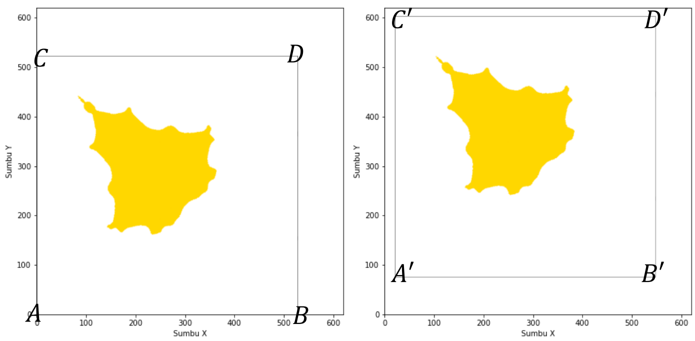
Gambar 4.19 Mandelbrot Translasi $(\mathbf{40},\mathbf{0})$

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot yang telah dirotasikan $-45°$ akan ditranslasi sebesar $k_1 = 15$ dan $k_2 = 65$ yaitu digeser searah sumbu x sebesar 15 dan searah sumbu y sebesar 65, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 65 \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

$$A' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 65 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 555 \\ 65 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 605 \end{pmatrix} \qquad D' = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 555 \\ 605 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(15,65)$, $B'(555,65)$, $C'(15,605)$, dan $D'(555,605)$.



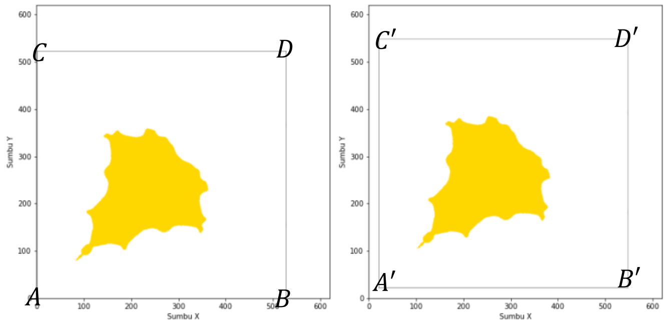
Gambar 4.20 Mandelbrot Translasi $(\mathbf{15},\mathbf{65})$

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot yang telah dirotasikan 45° akan ditranslasi sebesar $k_1 = 15$ dan $k_2 = 15$ yaitu digeser searah sumbu x dan sumbu y sebesar 15, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

$A' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \end{pmatrix}$ $\qquad B' = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 555 \\ 15 \end{pmatrix}$

$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 555 \end{pmatrix}$ $\qquad D' = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 555 \\ 555 \end{pmatrix}$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(15,15)$, $B'(555,15)$, $C'(15,555)$, dan $D'(555,555)$.



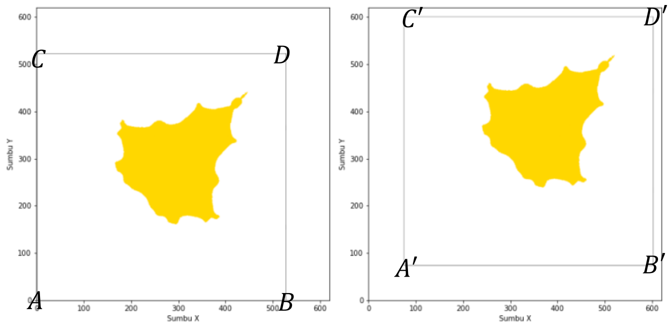
Gambar 4.21 Mandelbrot Translasi $(15, 15)$

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Mandelbrot yang telah dirotasikan $-135°$ akan ditranslasi sebesar $k_1 = 65$ dan $k_2 = 65$ yaitu digeser searah sumbu x dan sumbu y sebesar 65, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 65 \\ 65 \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

$A' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 65 \\ 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 65 \\ 65 \end{pmatrix}$ $\qquad B' = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 65 \\ 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 605 \\ 65 \end{pmatrix}$

$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 65 \\ 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 65 \\ 605 \end{pmatrix}$ $\qquad D' = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 65 \\ 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 605 \\ 605 \end{pmatrix}$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(65,65)$, $B'(605,65)$, $C'(65,605)$, dan $D'(605,605)$.



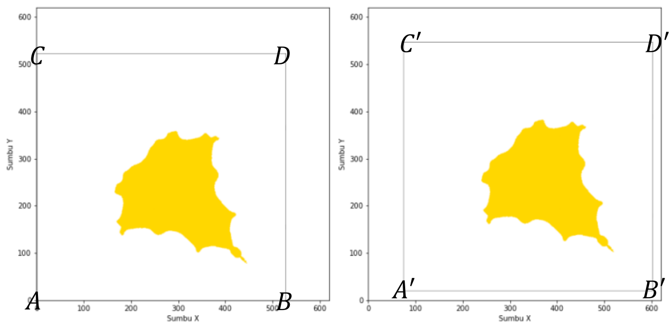
Gambar 4.22 Mandelbrot Translasi $(65, 65)$

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola mandelbrot yang telah dirotasikan $135°$ akan ditranslasi sebesar $k_1 = 65$ dan $k_2 = 15$ yaitu digeser searah sumbu x sebesar 65 dan sumbu y sebesar 15, maka Matriks $= \binom{k_1}{k_2} = \binom{65}{15}$, yaitu dipeoleh titik

$A' = \binom{0}{0} + \binom{65}{15} = \binom{65}{15}$ $\qquad$ $B' = \binom{540}{0} + \binom{65}{15} = \binom{605}{15}$

$C' = \binom{0}{540} + \binom{65}{15} = \binom{65}{555}$ $\qquad$ $D' = \binom{540}{540} + \binom{65}{15} = \binom{605}{555}$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(65,15)$, $B'(605,15)$, $C'(65,555)$, dan $D'(605,555)$.



Gambar 4.23 Mandelbrot Translasi $(65, 15)$

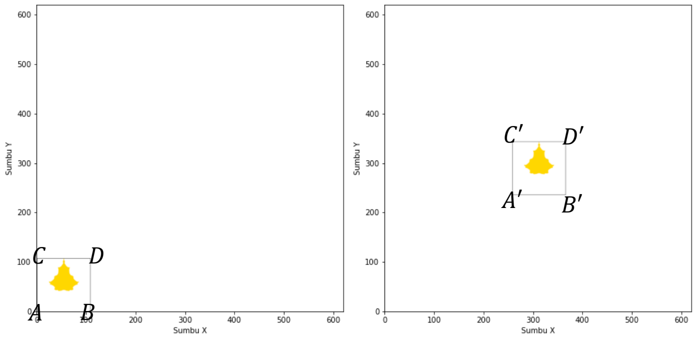
Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(129,0)$, $C(0,129)$, dan $D(129,129)$, Mandelbrot yang telah didilatasi akan ditranslasi sebesar $k_1 = 247$ dan $k_2 =$

269 yaitu digeser searah sumbu x sebesar 247 dan searah sumbu y sebesar 269, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 247 \\ 269 \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

$A' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 247 \\ 269 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 247 \\ 269 \end{pmatrix}$ $\quad$ $B' = \begin{pmatrix} 129 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 247 \\ 269 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 376 \\ 269 \end{pmatrix}$

$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 129 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 247 \\ 269 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 247 \\ 398 \end{pmatrix}$ $\quad$ $D' = \begin{pmatrix} 129 \\ 129 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 247 \\ 269 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 376 \\ 398 \end{pmatrix}$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(247,269)$, $B'(376,269)$, $C'(247,398)$, dan $D'(376,398)$.



Gambar 4.24 Mandelbrot Translasi $(\mathbf{247, 269})$

4.1.4 Transformasi Geometri Fraktal Julia

Pembangkitan fraktal Julia pada 4.1.2 menghasilkan beberapa pola fraktal yang diperoleh dari beberapa iterasi persamaan Julia $z_n = z_{n-1}^2 + c$, maka akan dipilih pola fraktal yang akan digunakan untuk membentuk motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit, yaitu pola fraktal Julia dengan iterasi ke-100.

Gambar 4.25 Pola Julia

Rotasi (Perputaran)

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Julia dirotasaikan di titik pusat $Q = (a, b) = \left(\frac{540}{2}, \frac{540}{2}\right) = (270,270)$ sebesar 90°(berlawanan arah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(90^\circ) & -\sin(90^\circ) \\ \sin(90^\circ) & \cos(90^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 270 \\ y - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

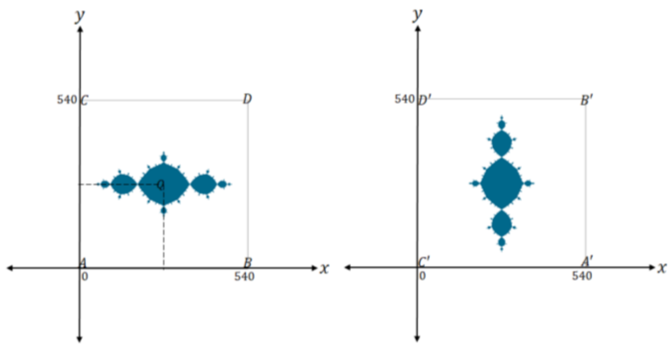
$$A' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270 \\ -270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270 \\ 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(540,0)$, $B'(540,540)$, $C'(0,0)$, dan $D'(0,540)$.



Gambar 4.26 Julia Rotasi 90°

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(540,0)$, $C(0,540)$, dan $D(540,540)$, pola Julia akan dirotasaikan di titik pusat $Q = (a, b) = \left(\frac{540}{2}, \frac{540}{2}\right) = (270,270)$ sebesar 45°(berlawanan arah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(45^\circ) & -\sin(45^\circ) \\ \sin(45^\circ) & \cos(45^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 270 \\ y - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

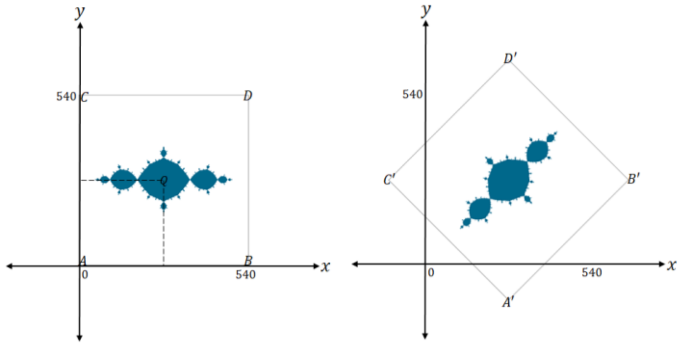
$$A' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270(1 + \sqrt{2}) \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 0 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270(1 + \sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270(1 + \sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 - 270 \\ 540 - 270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270(1 + \sqrt{2}) \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'\left(270, -270(1 + \sqrt{2})\right)$, $B'(270(1 + \sqrt{2}), 270)$, $C'(-270(1 + \sqrt{2}), 270)$, dan $D'\left(270, 270(1 + \sqrt{2})\right)$.



Gambar 4.27 Julia Rotasi 45°

Misalkan diberikan titik $A(0{,}0)$, $B(540{,}0)$, $C(0{,}540)$, dan $D(540{,}540)$, pola Julia akan dirotasaikan di titik pusat $Q=(a,b)=\left(\frac{540}{2},\frac{540}{2}\right)=(270{,}270)$ sebesar 45°(searah jarum jam), maka

$$\text{Matriks} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(45^\circ) & \sin(45^\circ) \\ -\sin(45^\circ) & \cos(45^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-270 \\ y-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix}$$

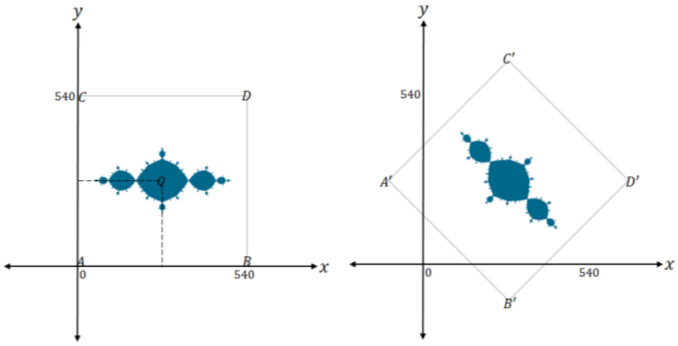
$$A' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0-270 \\ 0-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -270\left(1+\sqrt{2}\right) \\ 270 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540-270 \\ 0-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ -270\left(1+\sqrt{2}\right) \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0-270 \\ 540-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270 \\ 270\left(1+\sqrt{2}\right) \end{pmatrix}$$

$$D' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540-270 \\ 540-270 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 270 \\ 270 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 270(1+\sqrt{2}) \\ 270 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(-270(1+\sqrt{2}), 270)$, $B'\left(270, -270(1+\sqrt{2})\right)$, $C'\left(270{,}270(1+\sqrt{2})\right)$, dan $D'(270(1+\sqrt{2}), 270)$.



Gambar 4.28 Julia Rotasi -45°

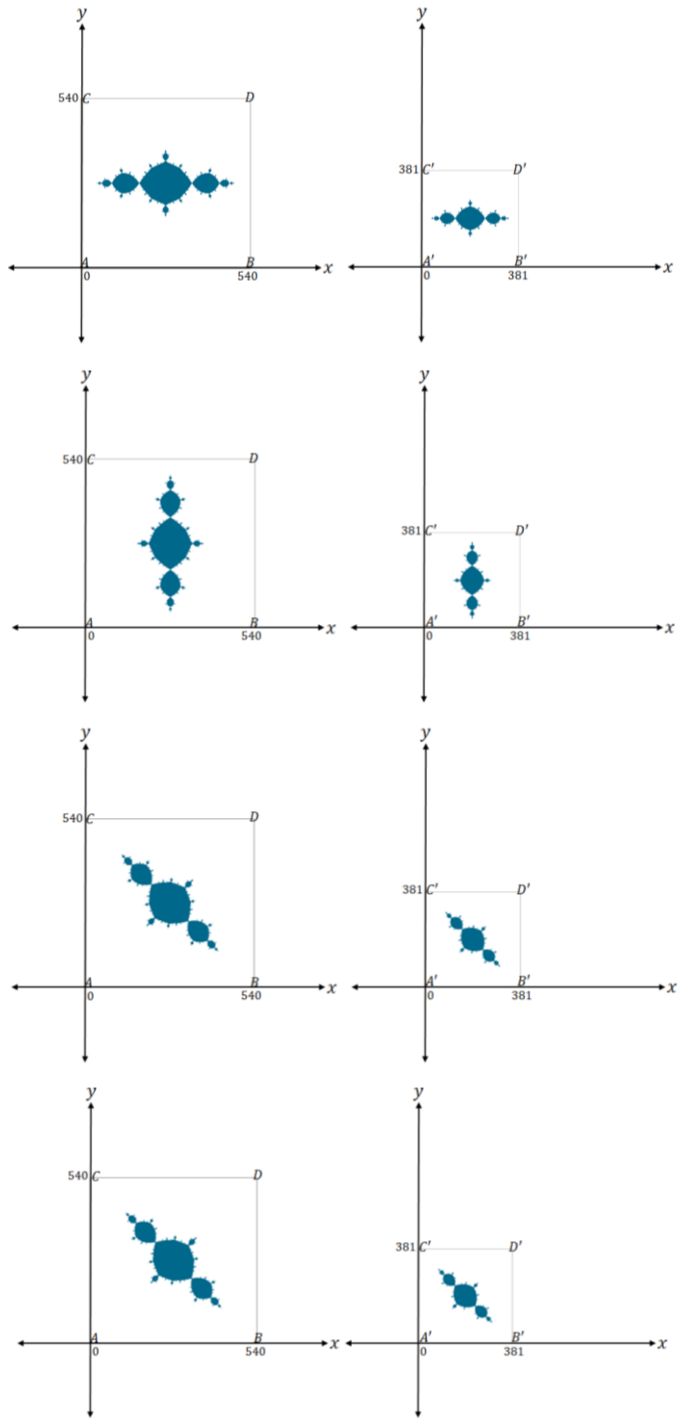
Dilatasi (Perkalian)

Misalkan diberikan titik $A(0{,}0)$, $B(540{,}0)$, $C(0{,}540)$, dan $D(540{,}540)$, pola Julia yang telah dirotasikan akan didilatasi di titik pusat (0,0) sebesar $k = \frac{706}{1000}$ yaitu diperkecil dari ukuran bentuk aslinya dengan matriks $\begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}$, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{706}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{706}{1000} \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

$$A' = \begin{pmatrix} \frac{706}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{706}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} \frac{706}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{706}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 \\ 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 381 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} \frac{706}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{706}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 540 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 381 \end{pmatrix} \qquad D' = \begin{pmatrix} \frac{706}{1000} & 0 \\ 0 & \frac{706}{1000} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 540 \\ 540 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 381 \\ 381 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(0,0)$, $B'(381,0)$, $C'(0,381)$, dan $D'(381,381)$.



Gambar 4.29 Julia Dilatasi

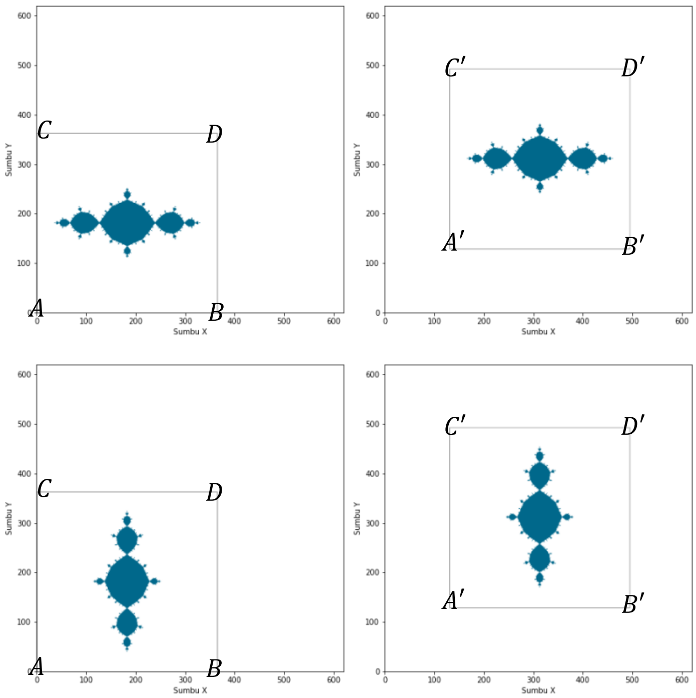
Translasi (Pergeseran)

Misalkan diberikan titik $A(0,0)$, $B(381,0)$, $C(0,381)$, dan $D(381,381)$, pola Julia yang telah didilatasikan akan ditranslasi sebesar $k_1 = 120$ dan $k_2 = 120$, yaitu digeser searah sumbu x dan sumbu y sebesar 120, maka Matriks $= \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 120 \end{pmatrix}$, yaitu dipeoleh titik

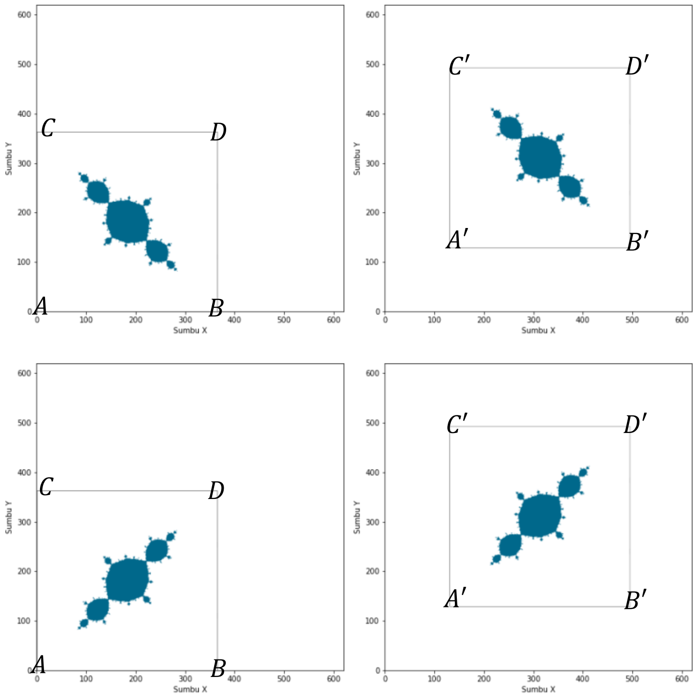
$$A' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 120 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 120 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} 381 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 120 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 501 \\ 120 \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 381 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 120 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 501 \end{pmatrix} \qquad D' = \begin{pmatrix} 381 \\ 381 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 120 \\ 120 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 501 \\ 501 \end{pmatrix}$$

sehingga diperoleh titik bayangannya adalah $A'(120,120)$, $B'(501,120)$, $C'(120,501)$, dan $D'(501,501)$.



Gambar 4.30 Julia Translasi $(120, 120)$ (1)



Gambar 4.31 Julia Translasi $(120, 120)$ (2)

4.1.5 Modifikasi Motif Fraktal Mandelbrot

Berikut merupakan hasil pola Mandelbrot yang diperoleh dari sub-bab 4.1.1 dan 4.1.3 yang akan dimodifikasi menggunakan operasi logika AND:

Tabel 4.3 Pola Mandelbrot (1)

No.	Nama Pola	Pola	No.	Nama Pola	Pola
1.	Mandelbrot (MT)		3.	MR_1T	
2.	$MR_{-1}T$		4.	$MR_{-2}T$	

Tabel 4.4 Pola Mandelbrot (2)

No.	Nama Pola	Pola	No.	Nama Pola	Pola
5.	MR_2T		8.	MR_4T	
6.	$MR_{-3}T$		9.	Mandelbrot Dilatasi (MDT)	
7.	MR_3T				

Keterangan:

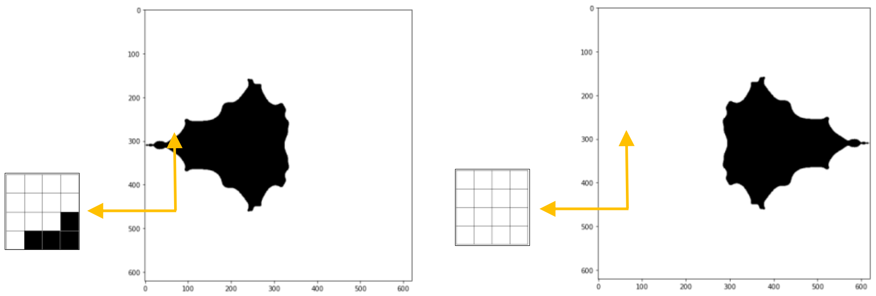
MT : Pola Mandelbrot yang telah dilakukan translasi

MDT : Pola Mandelbrot yang telah dilakukan rotasi $-90°$ kemudian didilatasi (diperkecil), dan translasi

MR_iT : Pola Mandelbrot yang telah dilakukan rotasi $\left(\frac{360}{8}i\right)^{\circ}$ dan translasi

$-i$: Tanda negatif indeks i menunjukkan pola dirotasikan searah jarum jam

Pola-pola Mandelbrot yang telah diperoleh akan diterapkan operasi logika AND, dengan pola tersebut akan direpresentasikan ke dalam bentuk matriks. Pola Mandelbrot yang diperoleh memiliki ukuran sebesar 620×620 yang artinya pola tersebut memiliki jumlah baris dan kolom sebanyak 620. Misalkan ambil posisi piksel dari pola MT dan pola MR_4T yaitu baris ke-266 hingga baris ke-269 dan kolom ke-89 hingga kolom ke-92.



Gambar 4.32 Posisi Piksel Pola MT & Pola MR_4T

Berdasarkan gambar 4.32 diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks pada pola MT, yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(266,89) & f(266,90) & f(266,91) & f(266,92) \\ f(267,89) & f(267,90) & f(267,91) & f(267,92) \\ f(268,89) & f(269,90) & f(268,91) & f(268,92) \\ f(269,89) & f(269,90) & f(269,91) & f(269,92) \end{bmatrix}$$

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (0,0,0) \\ (255,255,255) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \end{bmatrix}$$

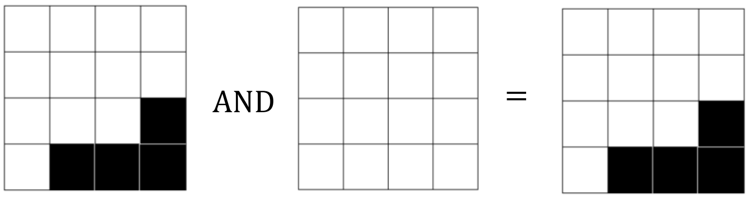
Berdasarkan gambar 4.32 diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks pada pola MR_4T, yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(266,89) & f(266,90) & f(266,91) & f(266,92) \\ f(267,89) & f(267,90) & f(267,91) & f(267,92) \\ f(268,89) & f(269,90) & f(268,91) & f(268,92) \\ f(269,89) & f(269,90) & f(269,91) & f(269,92) \end{bmatrix}$$

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \end{bmatrix}$$

Operasi logika AND berlaku hanya untuk dua buah citra sehingga berdasarkan gambar 4.32 dengan $(0{,}0{,}0)$ dinyatakan 0 dan $(255{,}255{,}255)$ dinyatakan 1, maka diperoleh:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{AND} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



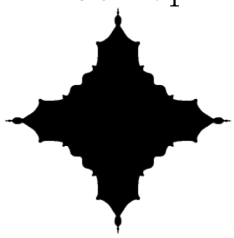
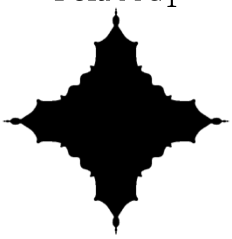
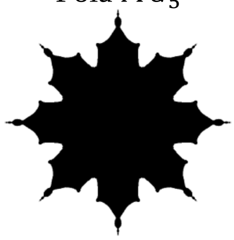
Gambar 4.33 Operasi Logika AND Pola MT & Pola MR_4T

maka dari pola-pola Mandelbrot pada tabel 4.3 dan 4.4 yang telah diterapkan operasi logika AND diperoleh hasil pola sebagai berikut:

Tabel 4.5 Operasi Logika Pola Mandelbrot (1)

No.	Pola Mandelbrot		Pola Hasil Operasi Logika AND $(\&)$
1.	Pola MT 	Pola MR_4T 	Pola MT & MR_4T 
2.	Pola $MR_{-2}T$ 	Pola MR_2T 	$MR_{-2}T$ & MR_2T 

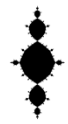
Tabel 4.6 Operasi Logika Pola Mandelbrot (2)

No.	Pola Mandelbrot		Pola Hasil Operasi Logika AND ($\&$)
3.	Pola MT & MR_4T 	Pola $MR_{-2}T$ & MR_2T 	Pola MG_1 
4.	Pola MG_1 	Pola $MR_{-1}T$ 	Pola MG_2 
5.	Pola MG_2 	Pola $MR_{-3}T$ 	Pola MG_3 
6.	Pola MG_3 	Pola MR_3T 	Pola MG_4 
7.	Pola MG_4 	Pola MR_1T 	Pola MG_5 

4.1.6 Modifikasi Motif Fraktal Julia

Berikut merupakan hasil pola Julia yang diperoleh dari sub-bab 4.1.2 dan 4.1.4 yang akan dimodifikasi menggunakan operasi logika AND:

Tabel 4.7 Pola Julia

No.	Nama Pola	Pola	No.	Nama Pola	Pola
1.	Julia (JDT)		3.	JR_2DT	
2.	JR_1DT		4.	$JR_{-1}DT$	

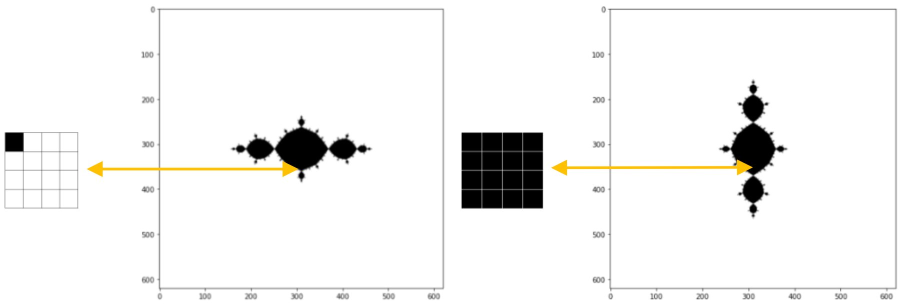
Keterangan:

JDT : Pola Julia yang telah dilakukan dilatasi dan translasi

JR_iDT : Pola Mandelbrot yang telah dilakukan rotasi $\left(\frac{360}{8}i\right)^{\circ}$, kemudian didilatasi dan translasi

$-i$: Tanda negatif pada indeks i menunjukkan pola dirotasikan searah jarum jam

Pola-pola Julia yang telah diperoleh akan diterapkan operasi logika AND, dengan pola tersebut akan direpresentasikan ke dalam bentuk matriks. Pola Julia yang diperoleh memiliki ukuran sebesar 620×620 yang artinya pola tersebut memiliki jumlah baris dan kolom sebanyak 620. Misalkan ambil beberapa posisi piksel dari pola Julia (JDT) Atas dan Pola JR_2DT yaitu baris ke-356 hingga baris ke-359 dan kolom ke-300 hingga kolom ke-303.



Gambar 4.34 Posisi Piksel Pola JDT & Pola JR_2DT

Berdasarkan gambar 4.34 diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks pada pola JDT, yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(356,300) & f(356,301) & f(356,302) & f(356,303) \\ f(357,300) & f(357,301) & f(357,302) & f(357,303) \\ f(358,300) & f(358,301) & f(358,302) & f(358,303) \\ f(359,300) & f(359,301) & f(359,302) & f(359,303) \end{bmatrix}$$

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} (0,0,0) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \end{bmatrix}$$

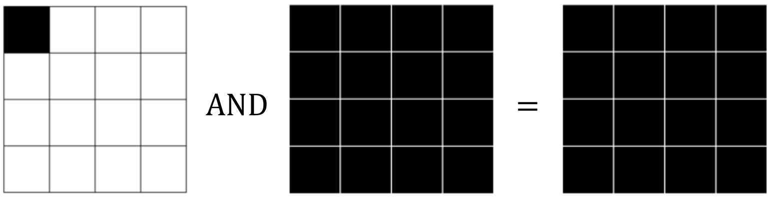
Berdasarkan gambar 4.34 diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks pada pola JR_2DT, yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(356,300) & f(356,301) & f(356,302) & f(356,303) \\ f(357,300) & f(357,301) & f(357,302) & f(357,303) \\ f(358,300) & f(358,301) & f(358,302) & f(358,303) \\ f(359,300) & f(359,301) & f(359,302) & f(359,303) \end{bmatrix}$$

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \\ (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \\ (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \\ (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \end{bmatrix}$$

Operasi logika AND berlaku hanya untuk dua buah citra sehingga berdasarkan gambar 4.34 dengan $(0,0,0)$ dinyatakan 0, maka diperoleh:

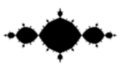
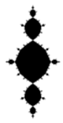
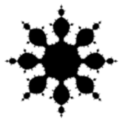
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ AND } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Gambar 4.35 Operasi Logika AND Pola JDT & Pola JR_2DT

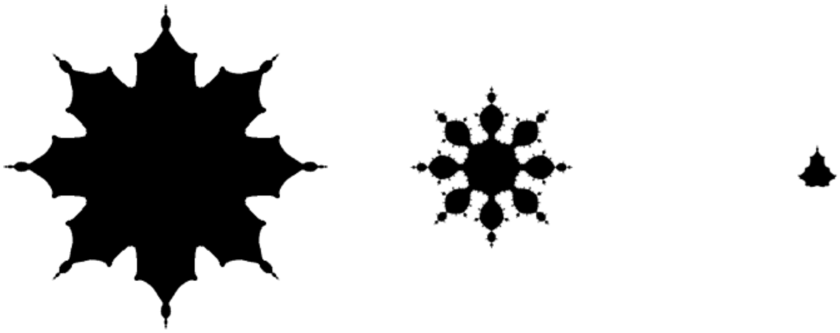
maka dari pola-pola Julia pada tabel 4.7 yang telah diterapkan operasi logika AND diperoleh hasil pola sebagai berikut:

Tabel 4.8 Operasi Logika Pola Julia

No.	Pola Julia		Pola Hasil Operasi Logika AND ($\&$)
1.	Pola JDT 	Pola JR_2DT 	Pola JDT & JR_2DT 
2.	Pola JR_1DT 	Pola $JR_{-1}DT$ 	Pola JR_1DT & $JR_{-1}DT$ 
3.	Pola JDT & JR_2DT 	Pola JR_1DT & $JR_{-1}DT$ 	Pola JG 

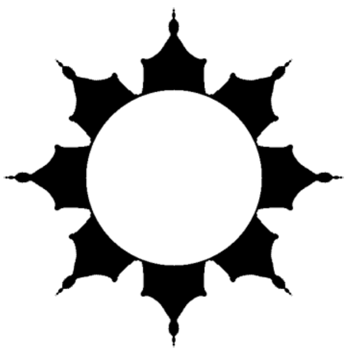
4.1.7 Modifikasi Motif Batik Mojokerto Surya Majapahit

Berdasarkan subbab 4.1.5 dan 4.1.6 diperoleh beberapa komponen pola-pola fraktal pembentuk motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit, yaitu pola MG_5, pola JG, dan pola MDT.



Gambar 4.36 Pola Pembentuk Motif

Pola MG_5 pada gambar 4.36 akan dibuat lingkaran bewarna putih di posisi tengah pola sebagai pemisah antara pola MG_5 dan pola JG yang akan diterapkan operasi logika AND, yaitu dengan menentukan titik pusat posisi piksel $(310{,}310)$ dan radius (jari-jari) sebesar 160 maka dengan persamaan lingkaran $(x - 310)^2 + (y - 310)^2 \leq 160^2$, artinya semua piksel yang berada kurang dari radius lingkaran atau berada di dalam lingkaran akan bewarna putih, sehingga pola MG_5 akan menjadi sebagai berikut:



Gambar 4.37 Pola (1)

Berdasarkan pola pada gambar 4.37 diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(309,309) & f(309,310) & f(309,311) & f(309,312) \\ f(310,309) & f(310,310) & f(310,311) & f(310,312) \\ f(311,309) & f(311,310) & f(311,311) & f(311,312) \\ f(312,309) & f(312,310) & f(312,311) & f(312,312) \end{bmatrix}$$

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \\ (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) \end{bmatrix}$$

Berdasarkan pola pada gambar 4.36 yaitu pola JG diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu

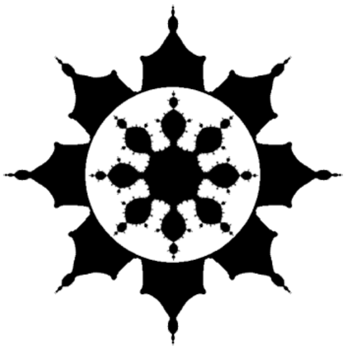
$$(x,y) = \begin{bmatrix} f(309,309) & f(309,310) & f(309,311) & f(309,312) \\ f(310,309) & f(310,310) & f(310,311) & f(310,312) \\ f(311,309) & f(311,310) & f(311,311) & f(311,312) \\ f(312,309) & f(312,310) & f(312,311) & f(312,312) \end{bmatrix}$$

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \\ (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \\ (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \\ (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) \end{bmatrix}$$

Pola pada gambar 4.37 dan pola JG pada gambar 4.36 akan diterapkan operasi logika AND dengan (0,0,0) dinyatakan 0 dan $(255,255,255)$ dinyatakan 1, maka diperoleh:

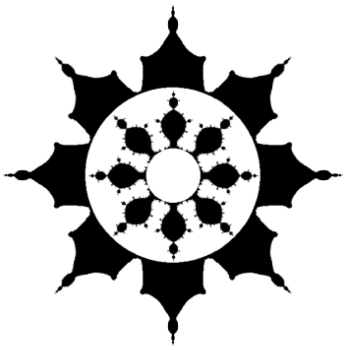
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{AND} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh pola sebagai berikut:



Gambar 4.38 Pola (2)

Pola pada gambar 4.38 akan dibuat lingkaran bewarna putih di posisi tengah pola dengan titik pusat posisi piksel $(310{,}310)$ dan radius (jari-jari) sebesar 50 maka dengan diperoleh persamaan lingkaran $(x-310)^2 + (y-310)^2 \leq 50^2$, artinya semua piksel yang berada kurang dari radius lingkaran atau berada di dalam lingkaran akan bewarna putih, sehingga, sehingga akan menjadi sebagai berikut:



Gambar 4.39 Pola (3)

Berdasarkan pola pada gambar 4.39 diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(309{,}309) & f(309{,}310) & f(309{,}311) & f(309{,}312) \\ f(310{,}309) & f(310{,}310) & f(310{,}311) & f(310{,}312) \\ f(311{,}309) & f(311{,}310) & f(311{,}311) & f(311{,}312) \\ f(312{,}309) & f(312{,}310) & f(312{,}311) & f(312{,}312) \end{bmatrix}$$

$$f(x,y)=\begin{bmatrix}(255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255)\\(255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255)\\(255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255)\\(255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255) & (255,255,255)\end{bmatrix}$$

Berdasarkan gambar 4.36 yaitu pola MDT diketahui beberapa posisi piksel yang dapat dinyatakan dalam bentuk matriks, yaitu

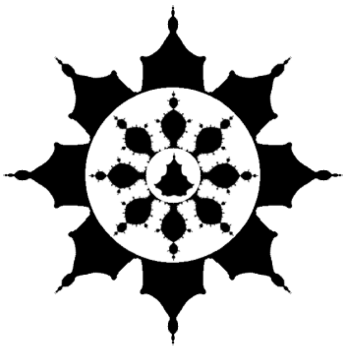
$$(x,y)=\begin{bmatrix}f(309,309) & f(309,310) & f(309,311) & f(309,312)\\f(310,309) & f(310,310) & f(310,311) & f(310,312)\\f(311,309) & f(311,310) & f(311,311) & f(311,312)\\f(312,309) & f(312,310) & f(312,311) & f(312,312)\end{bmatrix}$$

$$f(x,y)=\begin{bmatrix}(0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0)\\(0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0)\\(0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0)\\(0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0) & (0,0,0)\end{bmatrix}$$

Pola pada gambar 4.39 dan pola MDT pada gambar 4.36 akan diterapkan operasi logika AND dengan (0,0,0) dinyatakan 0 dan $(255,255,255)$ dinyatakan 1, maka diperoleh:

$$\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\text{ AND }\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh pola sebagai berikut, yaitu merupakan bentuk dari motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit:

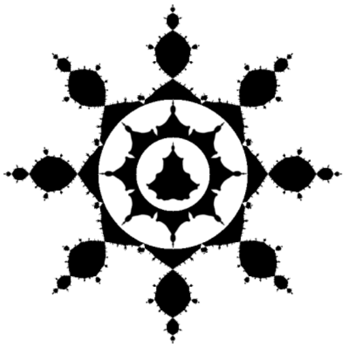


Gambar 4.40 Motif Batik Surya Majapahit 1

Berdasarkan langkah-langkah pada 4.1.3 hingga 4.1.7 dapat diperoleh motif-motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit lainnya, yaitu

Motif batik 2 pada gambar 4.41 diperoleh dengan proses sebagai berikut, yaitu pola Mandelbrot iterasi ke-7 pada gambar 4.7 dirotasikan sebesar 45°, $-45°$, $90°$, $-90°$, $135°$, $-135°$, dan 180°, sehingga menghasilkan pola M, MR_{-1}, MR_1, MR_{-2}, M MR_2, MR_{-3}, MR_3, dan MR_4. Masing-masing pola yang telah dirotasi tersebut akan didilatasi (diperkecil) sebesar $\frac{451}{1000}$, untuk MR_{-2} sebesar $\frac{318}{1000}$. Selanjutnya, pola-pola tersebut akan ditranslasi berturut-turut searah sumbu x dan sumbu y sebesar $(175,170)$, $(175,165)$, $(175,175)$, $(170,165)$, $(170,175)$, $(165,165)$, $(165,175)$, $(165,170)$, dan $(224,252)$ untuk pola Mandelbrot Dilatasi (MD).

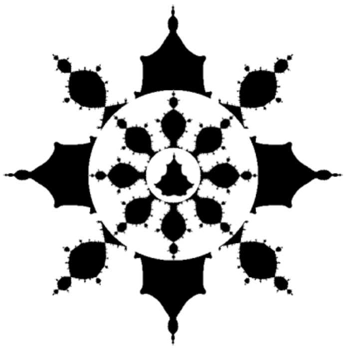
Pola Julia iterasi ke-100 pada gambar 4.25 dirotasikan sebesar $45°$, $-45°$, dan 90°, sehingga menghasilkan pola J, JR_{-1}, JR_1, dan JR_2. Masing-masing pola akan ditranslasikan searah sumbu x dan sumbu y berturut-turut sebesar $J1$ (130,40), $J2$ $(-50{,}40)$, $JR_2 1$ (40,130), $JR_2 2$ $(40,-50)$, $JR_{-1}1$ $(104{,}104)$, $JR_{-1}2$ $(-25,-25)$, $JR_1 1$ $(-25{,}104)$, $JR_1 2$ $(104,-25)$. Pola-pola Mandelbrot dan Julia tersebut masing-masing akan dimodifikasi menggunakan operasi logika AND dengan pemisah antara Mandelbrot dan Julia adalah lingkaran berjari-jari 136 dan 67 dengan titik pusat $(310{,}310)$.



Gambar 4.41 Motif Batik Surya Majapahit 2

Motif batik 3 pada gambar 4.42 diperoleh dengan proses sebagai berikut, pola Mandelbrot iterasi ke-7 pada gambar 4.7 dirotasikan sebesar 90°, $-90°$, dan 180°, sehingga menghasilkan pola M, MR_{-2}, MR_2, dan MR_4. Pola MR_{-2} akan didilatasi (diperkecil) sebesar $\frac{24}{100}$. Selanjutnya, pola-pola tersebut akan ditranslasi berturut-turut searah sumbu x dan sumbu y sebesar $(0,40)$, $(0,40)$, $(80,40)$, $(80,40)$, dan $(237,257)$ untuk pola Mandelbrot Dilatasi (MD).

Pola Julia iterasi ke-100 pada gambar 4.25 dirotasikan sebesar 45°, $-45°$, dan 90°, sehingga menghasilkan pola J, JR_{-1}, JR_1, JR_2. Masing-masing pola yang telah dirotasi tersebut akan didilatasi (diperkecil) sebesar $\frac{706}{1000}$, dan pola-pola tersebut akan ditranslasikan searah sumbu x dan sumbu y berturut-turut sebesar $(120,120)$. Pola $JR_{-1}1, JR_{-1}2, JR_11, JR_12$ berurut-turut ditranslasi searah sumbu x dan sumbu y sebesar $(104,104)$, $(-25,-25)$, $(-25,104)$, dan $(104,-25)$. Pola-pola Mandelbrot dan Julia tersebut masing-masing akan dimodifikasi menggunakan operasi logika AND dengan pemisah antara Mandelbrot dan Julia adalah lingkaran berjari-jari 155 dan 50 dengan titik pusat $(310,310)$.

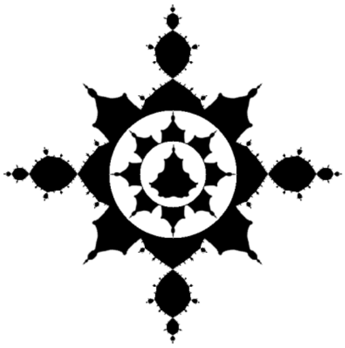


Gambar 4.42 Motif Batik Surya Majapahit 3

Motif batik 4 pada gambar 4.43 diperoleh dengan proses sebagai berikut, yaitu pola Mandelbrot iterasi ke-7 pada gambar 4.7 dirotasikan sebesar $45°$, $-45°$, $90°$, $-90°$, $135°$, $-135°$, dan $180°$, sehingga menghasilkan pola M, MR_{-1}, MR_1, MR_{-2}, M MR_2, MR_{-3}, MR_3, dan MR_4.

Pola MR_{-1}, MR_1, MR_{-3}, dan MR_3 akan didilatasi (diperkecil) sebesar $\frac{706}{1000}$, kemudian ditranslasikan searah sumbu x dan sumbu y berturut-turut $(90,150)$, $(90,90)$, $(147,150)$, dan $(147,90)$. Pola M, MR_{-1}, MR_1, MR_{-2}, M MR_2, MR_{-3}, MR_3, dan MR_4 masing-masing pola yang telah dirotasi tersebut akan didilatasi (diperkecil) sebesar $\frac{451}{1000}$, untuk pola MR_{-2} diperkecil sebesar $\frac{318}{1000}$. Selanjutnya, masing-masing pola tersebut akan ditranslasi sebesar $(195,195)$, untuk pola Mandelbrot Dilatasi (MD) akan ditranslasi sebesar $(224,252)$.

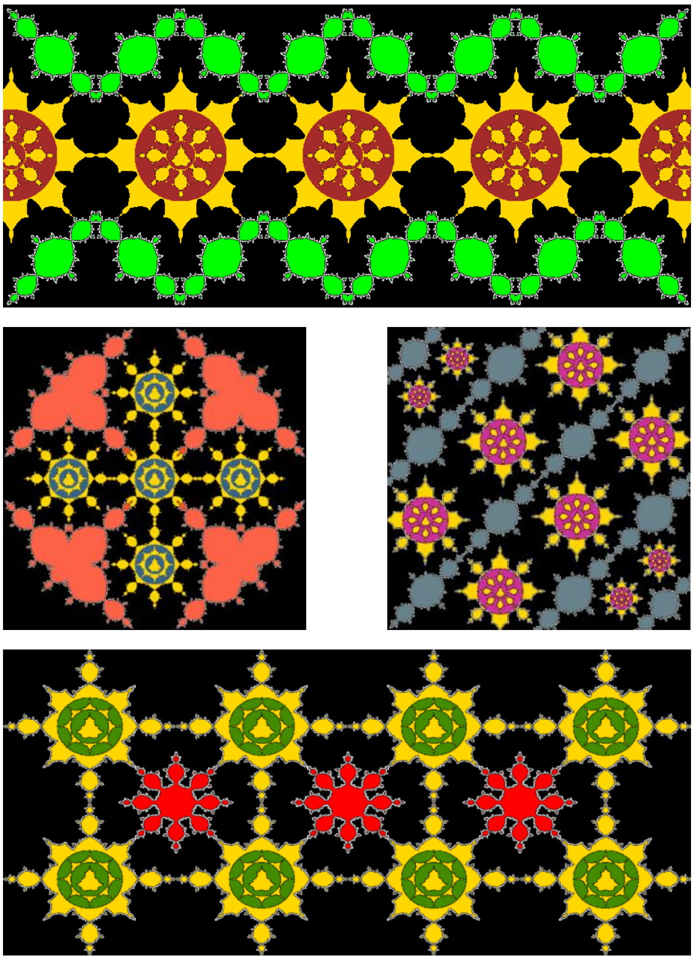
Pola Julia iterasi ke-100 pada gambar 4.25 dirotasikan sebesar $90°$, sehingga menghasilkan pola J dan JR_2, masing-masing pola akan ditranslasikan searah sumbu x dan sumbu y berturut-turut sebesar pola $J1\,(130,40)$, $J2\,(-50,40)$, $JR_2\,1\,(40,130)$, dan $JR_2\,2\,(40,-50)$. Pola-pola Mandelbrot dan Julia tersebut masing-masing akan dimodifikasi menggunakan operasi logika AND dengan pemisah antara Mandelbrot dan Julia adalah lingkaran berjari-jari 116 dan 60 dengan titik pusat $(310,310)$.



Gambar 4.43 Motif Batik Surya Majapahit 4

Pengembangan motif batik Surya Majapahit dapat dilakukan dengan menerapkan geometri fraktal jenis Mandelbrot dan Julia, yaitu masing-masing fraktal tersebut akan dibangkitkan dengan jumlah iterasi yang berbeda. Setelah diperoleh pola fraktal, langkah selanjutnya adalah menerapkan transformasi geometri, pada penelitian ini digunakan urutan transformasi geometri yaitu rotasi, dilatasi, dan translasi. Urutan transformasi geometri lainnya juga dapat dilakukan seperti dimulai dari rotasi, translasi, kemudian didilatasi. Namun, dikarenakan komponen pola pembentuk motif memiliki delapan sudut yang membentuk arah mata angin, maka langkah pertama yang perlu dilakukan adalah merotasi pola. Motif 1 dan motif 3 dapat dilakukan dengan mengubah urutan tranformasi geometri yaitu rotasi, translasi, dan dilatasi dengan menggunakan nilai masukan yang sama pada sub-bab 4.1.3 dan 4.1.4. Pengembangan motif Surya Majapahit lainnya seperti motif 2 dan 4 tidak menerapkan transformasi geometri yang sama pada kedua pola fraktal, misalkan motif 2 diterapkan rotasi, dua skala dilatasi yang berbeda, dan translasi pada pola Mandelbrot, namun pola Julia tidak diterapkan dilatasi, sedangkan motif 4 diterapkan rotasi, dilatasi dengan 3 skala berbeda, dan translasi, sedangkan pola Julia hanya diterapkan rotasi dan translasi.

Berikut merupakan kombinasi motif-motif batik jika diberikan warna-warna tertentu:



Gambar 4.44 Kombinasi Motif Batik Bewarna

4.2 Integrasi Al-Qur'an

Batik merupakan salah satu aset nasional yang perlu dilestarikan. Keunikan batik terletak pada bentuk motif yang bervariasi, salah satunya yaitu motif batik Mojokerto Surya Majapahit. Pada perkembangan zaman, batik tidak hanya dikenal sebagai suatu karya seni bergambar saja, melainkan pola-pola batik dapat dibentuk berdasarkan keilmuan matematika yang disebut dengan batik fraktal. Batik fraktal dengan kata lain merupakan suatu batik yang menerapkan ilmu geometri fraktal yang diperoleh dari proses iterasi yang berulang-ulang.

Allah Swt. menunjukkan bukti kekuasaan-Nya dalam firman-firman Al-Qur'an untuk menjadikan manusia lebih beriman dan menjadikan Al-Qur'an sebagai pedoman hidup, sebagaimana yang telah dijelaskan dalam firman Allah Swt. pada pada Q.S Al-Qamar [54] ayat 49, yang menjelaskan bahwa Allah Swt. mempertimbangkan segala sesuatu berdasarkan ukurannya, seperti halnya bentuk-bentuk fraktal alam, yaitu daun pakis yang memiliki ukuran tertentu dan sifat serupa dengan dirinya sendiri, sehingga dapat dikatakan bahwa fraktal merupakan salah satu bentuk kekuasaan Allah Swt. atas penciptaan bumi agar manusia dapat mempelajari bukti kekuasaan tersebut dan menjadikkannya suatu ilmu pengetahuan yang memiliki manfaat, salah satunya adalah batik fraktal yang merupakan pemanfaatan fraktal dalam pengembangan motif batik.

Sama halnya dengan penerapan geometri fraktal pada pengembangan motif batik yang menyerupai Surya Majapahit, yaitu masing-masing keempat motif memiliki pola-pola dengan keteraturan dan besaran tertentu. Keempat motif diperoleh dengan memberikan besaran ukuran yang berbeda, yaitu pada rotasi, dilatasi dan translasi yang dilakukan sesaui dengan kebutuhan motif-motif tersebut. Hal tersebut dapat menegaskan bahwa segala sesuatu ilmu dipelajari berdasarkan penciptaan Allah Swt. yang telah mempertimbangkan segala sesuatu memiliki ukurannya masing-masing sehingga manusia dapat mempelajarinya.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan dari penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa pengembangan motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit dapat dilakukan dengan menerapkan geometri fraktal menggunakan transformasi geometri dengan bantuan program *Python*, yaitu dengan menggunakan hasil pembangkitkan fraktal Mandelbrot iterasi ke-7 dan fraktal Julia iterasi ke-100 sehingga diperoleh 4 jenis pengembangan motif batik Mojokerto yang menyerupai Surya Majapahit. Motif 1 diperoleh dengan menerapkan rotasi, dilatasi, dan translasi pada pola Mandelbrot dan Julia. Motif 2 diperoleh dengan pola Mandelbrot diterapkan rotasi, dilatasi dengan dua skala berbeda, dan translasi, sedangkan pola Julia diterapkan rotasi dan translasi. Motif 3 diperoleh dengan menerapkan rotasi, translasi, dan dilatasi pada pola Mandelbrot dan Julia. Motif 4 diperoleh dengan pola Mandelbrot diterapkan rotasi, dilatasi dengan tiga skala berbeda, dan translasi, sedangkan pola Julia diterapkan rotasi dan translasi. Proses modifikasi atau penggabungan pola-pola dilakukan dengan menggunakan operasi logika AND pada aplikasi *Python* dengan bentuk lingkaran di tengah sebagai pemisah antara kedua jenis fraktal.

5.2 Saran

Penelitian ini hanya menerapkan dua jenis fraktal yang digunakan yaitu Mandelbrot dan Julia menggunakan rotasi, dilatasi, dan translasi dengan bantuan program *Python*, maka dari itu diharapkan pada penelitian berikutnya dapat menerapkan berbagai macam jenis fraktal lainnya seperti Koch Snowflake, Fern, Kurva Naga, dan Hilbert, serta metode pembangkitan dapat dilakukan dengan *L-system* atau IFS (*Iterated Function System*) sehingga dapat membentuk motif-motif batik nusantara lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Abdurrahman bin Nashir as-Sa'di, Syaikh. (2015). *Tafsir Al-Qur'an.* Jakarta: Darul Haq.

Al-Asyqar, Muhammad Sulaiman 'Abdillah. (2013). *Zubdatut Tafsir min Fathil Qadir*. Oman: Daar an-Nafais.

Anton, H., & Rorres, C. (2008). *Elementary Linear Algebra with Applications Version*. New York: John Wiley & Sons.

Devaney, R. L. (1959). *A First Course in Chaotic Dynamical Systems: Theory and Experiment*. New York: CRC Press.

Febrianti, T. S., & Afifi, F. C. (2022). Batik Jlamprang with Koch Snowflake and Koch Anti Snowflake Fractal Geometry using Desmos. *Ethnomathematics Journal*, *3*(1), 40–50.

Gonzalez, R., & Woods, R. (2002). *Digital Image Processing*. New York: Addison-Wesley.

Herwanto, P. (2019). Membangkitkan Fraktal. *Jurnal Informan's: Jurnal Ilmu-Ilmu Manajemen dan Informatika STMIK*, *11*(2), 50–57.

Juhari, J. (2019). The Study Geometry Fractals Designed on Batik Motives. *CAUCHY: Jurnal Matematika Murni Dan Aplikasi*, *6*(1), 34–39.

Kadir. (2016). *Fungsi Peubah Kompleks*. Jakarta: UIN Jakarta Press.

Kementerian Agama. (2023). Qur'an Kemenag. Jakarta: LPMQ. Diakses di https://quran.kemenag.go.id/surah/54 pada 15 Februari 2023.

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi. (2014). Surya Majapahit. Diakses di https://kebudayaan.kemdikbud.go.id/bpcbjatim/surya-majapahit/ pada tanggal 15 Februari 2023.

Kementerian Perindustrian. (2021, Oktober 6). Serap 200 Ribu Tenaga Kerja, Ekspor Industri Batik Tembus USD-533-Juta. Diakses di https://www.kemenperin.go.id/artikel/22830/Serap-200-Ribu-Tenaga-Kerja,-Ekspor-Industri-Batik-Tembus-USD-533-Juta pada tanggal 15 Februari 2023.

Kurniasih, M. D., & Handayani, I. (2013). Tangkas Geometri Transformasi. *Journal of Chemical Information and Modeling*, *53*(9), 1689–1699.

Kusno. (2010). *Geometri Rancang Bangun Studi Tentang Desain dan Pemodelan Benda dengan Kurva dan Permukaan Berbantu Komputer*. Jember University Press.

Maltbie, W. H. (1906). *Analytic Geometry*. Baltimor: The Sun Job Printing.

Marleny, F. D. (2021). *Pengolahan Citra Digital Menggunakan Python*. Banyumas: Pena Persada.

Solar, F., Titaley, J., & Rindengan, A. (2021). Penerapan Geometri Fraktal dalam Membuat Variasi Motif Batik Nusantara Berbasis Julia Set. *D'Cartesian*, *9*(2), 189-193.

Sulistiyanti, S. R., Setyawan, A., & Komarudin, M. (2020). *Pengolahan Citra Dasar dan Contoh Penerapannya*. Yogyakarta: Teknosain.

Sunaryo, W. N. P., & Fanani, A. (2020). Penggabungan Geometri Fraktal dengan Batik Sendang. *Jurnal Mahasiswa Matematika Algebra*, *1*(1), 109–117.

Syahrudin, A. N., & Kurniawan, T. (2018). Input dan Output pada Bahasa Pemrograman Python. *Jurnal Dasar Pemrograman Python STMIK Sumedang*, 1(3), 1–7.

Syarifuddin, Mikrayanti, & Muslim. (2016). *Aljabar Linear*. Mataram: LPP Mandala.

Wulandari, E. Y., Purnomo, K. D., & Kamsyakawuni, A. (2017). Pengembangan Desain Batik Labako dengan Menggabungkan Geometri Fraktal Kurva Naga dan Corak Daun Tembakau. *Jurnal Ilmu Dasar*, *18*(2), 125–132.

LAMPIRAN

Lampiran 1: Kode Program Pembangkitan Fraktal Mandelbrot

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.cm as cm
m=1000
iterasi_maksimum=6
min_x, min_y = -2 , -2
max_x, max_y = 2  , 2
nilai_x = np.linspace(min_x, max_x, m)
nilai_y = np.linspace(min_y, max_y, m)
x = len(nilai_x)
y = len(nilai_y)
M = np.empty((x,y))
for ix in range(x):
    for iy in range(y):
        z=0
        cx = xvalues[ix]
        cy = yvalues[iy]
        c = complex(cx, cy)
        for i in range(iterasi_maksimum):
            z=z**2+c
            if abs(z)>2.0:
                M[iy,ix]=1
                break
plt.rcParams['figure.figsize'] = [7.5, 7.5]
fig, ax = plt.subplots()
ax.imshow(M, interpolation='nearest', cmap=cm.gist_gray)
plt.show()
```

Lampiran 2: Kode Program Pembangkitan Fraktal Julia

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.cm as cm
j=1000
iterasi_maksimum=100
min_x, min_y = -2 , -2
max_x, max_y = 2  , 2
nilai_x = np.linspace(min_x, max_x, j)
nilai_y = np.linspace(min_y, max_y, j)
x = len(nilai_x)
y = len(nilai_y)
J = np.empty((x,y))
for ix in range(x):
    for iy in range(y):
        c = complex(-1.002,0)
        zx = yvalues[ix]
        zy = yvalues[iy]
        z = complex(zx, zy)
```

```
        for i in range(iterasi_maksimum):
            z=z**2+c
            if abs(z)>2.0:
                J[iy,ix]=1
                break
plt.rcParams['figure.figsize'] = [7.5, 7.5]
fig, ax = plt.subplots()
ax.imshow(J, interpolation='nearest', cmap=cm.gist_gray)
plt.show()
```

Lampiran 3: Kode Program Rotasi (Perputaran)

```
from PIL import Image
import matplotlib.pyplot as plt
gambar = Image.open('mandelbrot_kiri.png')
rotasi = gambar.rotate(180, fillcolor='white')
fig, ax = plt.subplots()
ax.set_xticks([])
ax.set_yticks([])
plt.rcParams['figure.figsize'] = [7.5, 7.5]
plt.axis('off')
plt.imshow(rotated)
plt.show()
rotasi.save('mandelbrot_kanan.png', 'PNG', quality=100)
```

Lampiran 4: Kode Program Translasi (Pergeseran)

```
from PIL import Image, ImageDraw, ImageFilter
import matplotlib.pyplot as plt
gambar1 = Image.open('background.png')
gambar2 = Image.open('nama.png')
otuput_gambar = gambar1.copy()
output_gambar.paste(gambar2, (120,131))
plt.rcParams['figure.figsize'] = [7.5, 7.5]
plt.axis('on')
plt.imshow(output_gambar)
plt.show()
```

Lampiran 5: Kode Program Dilatas (Perkalian)

```
import numpy as np
import cv2
import matplotlib.pyplot as plt
gambar = cv2.imread('julia_atas.png')
plt.rcParams['figure.figsize'] = [5.3,5.3]
fig, ax = plt.subplots()
plt.axis('off')
plt.imshow(gambar)
plt.subplots_adjust(top = 1, bottom = 0, right = 1, left =
0,  hspace = 0, wspace = 0)
plt.margins(0,0)
plt.gca().xaxis.set_major_locator(plt.NullLocator())
plt.gca().yaxis.set_major_locator(plt.NullLocator())
```

```
plt.savefig('julia_atas(1).png', bbox_inches = 'tight' ,
pad_inches = 0)
plt.show()
```

Lampiran 6: Kode Program Modifikasi Motif Surya Majahapahit

```
#Operasi Logika AND
import numpy as np
import cv2
import matplotlib.pyplot as plt
gambar1 = cv2.imread('nama_1.png')  #Pola A
gambar2\2 = cv2.imread('nama_2.png') #Pola B
bitwiseAnd = cv2.bitwise_and(gambar1,gambar2)
plt.imshow(bitwiseAnd)
plt.show()

#Lingkaran
import cv2
from PIL import Image, ImageDraw
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
gambar = Image.open("nama.png")
array_gambar = np.array(gambar)
center = (310, 310)
radius = 160
color = (255,255,255)
thickness = -1
img_arr=cv2.circle(array_gambar, center, radius, color,
thickness)
output = Image.fromarray(array_gambar)
plt.imshow(output)
plt.show()
```

RIWAYAT HIDUP

Alfrista Anggraini Pratiwi, putri tunggal dari Bapak Moh. Soemadi dan Ibu Ninik Alfiyah. Lahir di Kabupaten Mojokerto pada tanggal 17 Agustus 1998 dengan nama panggilan Fita atau Frista. Pendidikan yang telah ditempuh mulai dari taman kanak-kanak di ‘Aisyiyah Bustanul Athfal Mojokerto dan lulus pada tahun 2005. Kemudian melanjutkan pendidikan dasar di SDN Windurejo 1 dan lulus pada tahun 2011. Lalu menempuh pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 1 Kutorejo dan lulus pada tahun 2014. Setelah itu, menempuh pendidikan menengah atas di SMA Negeri 1 Kutorejo dan lulus pada tahun 2017. Selanjutnya menempuh pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengambil Program Studi Matematika. Pembaca dapat menghubungi penulis melalui email di alfristaanggraini@gmail.com.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp/Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Alfrista Anggraini Pratiwi
NIM : 17610057
Fakultas/ Program Studi : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Penerapan Geometri Fraktal Pada Pengembangan Motif Batik Surya Majapahit
Pembimbing I : Juhari, M.Si
Pembimbing II : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	24 Februari 2023	Konsultasi Bab I, II, dan III	1.
2	24 Februari 2023	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3	06 Maret 2023	Revisi Bab I, II, dan III	3.
4	06 Maret 2023	Revisi Bab I, II, dan III	4.
5	08 Mei 2023	ACC Seminar Proposal	5.
6	08 Mei 2023	ACC Seminar Proposal	6.
7	16 Agustus 2023	Konsultasi Bab IV dan V	7.
8	25 Agustus 2023	Konsultasi Bab IV dan V	8.
9	05 September 2023	ACC Seminar Hasil	9.
10	05 September 2023	ACC Seminar Hasil	10.
11	20 September 2023	Revisi Bab IV	11.
12	20 September 2023	Revisi Bab IV	12.
13	27 September 2023	ACC Sidang Skripsi	13.
14	27 September 2023	ACC Sidang Skripsi	14.
15	21 November 2023	ACC Keseluruhan	15.
16	21 November 2023	ACC Keseluruhan	16.

Malang, 21 November 2023
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005