

**ANALISIS DINAMIK PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM
BERDARAH DENGUE DENGAN STRUKTUR USIA**

SKRIPSI

**OLEH:
SITI FARIKHATUM MUFIDA
NIM. 19610109**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023**

**ANALISIS DINAMIK PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM
BERDARAH DENGUE DENGAN STRUKTUR USIA**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Siti Farikhatum Mufida
NIM. 19610109**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023**

ANALISIS DINAMIK PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE DENGAN STRUKTUR USIA

SKRIPSI

Oleh
Siti Farikhatum Mufida
NIM. 19610109

Telah Disetujui Untuk Diuji
Malang, 6 November 2023

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II



Dr. Usman Pagalay, M.Si.
NIP. 19650414 200312 1 001



Erna Herawati, M.Pd.
NIDT. 19760723 20180201 2 222

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Emy Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

ANALISIS DINAMIK PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE DENGAN STRUKTUR USIA

SKRIPSI

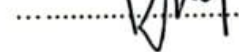
Oleh
Siti Farikhatum Mufida
NIM. 19610109

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 20 November 2023

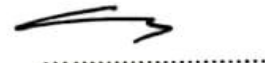
Ketua Penguji : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.



Anggota Penguji 1 : Juhari, M.Si.



Anggota Penguji 2 : Dr. Usman Pagalay, M.Si.



Anggota Penguji 3 : Erna Herawati, M.Pd.



Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Siti Farikhatum Mufida
NIM : 19610109
Program Studi : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Analisis Dinamik Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue dengan Struktur Usia

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perilaku tersebut.

Malang, 20 November 2023
Yang membuat pernyataan,



Siti Farikhatum Mufida
NIM. 19610109

MOTO

“Jadilah yang terbaik dimanapun berada. Berikan yang terbaik yang kamu bisa berikan”

(B. J. Habibie)

PERSEMBAHAN

Kedua orang tua penulis yaitu Ayahanda Syamsul Hadi dan Ibunda Siti Nurhayati, beserta semua keluarga dan teman-teman yang selalu memberi dukungan do'a, nasihat dan kasih sayang yang tak terhingga untuk penulis. Sehingga menjadikan penulis untuk selalu semangat dalam menulis skripsi ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas berkat, rahmat, nikmat serta hidayah-Nya, sehingga skripsi yang berjudul “Analisis Dinamik Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue dengan Struktur Usia” dapat diselesaikan oleh penulis. Salawat serta salam tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah membimbing umat manusia menuju jalan kebenaran yakni *ad-Din al-Islam*.

Penulis menyadari skripsi ini tidak bisa diselesaikan oleh penulis sendiri, tetapi banyak yang telah berkontribusi dengan memberikan waktu, pemikiran, dan tenaga mereka untuk membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, pada halaman persembahan ini dengan kerendahan hati serta ketulusan hati, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. Hj. Sri Harini, M.Si., selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc., selaku ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, nasihat, do'a dan motivasi kepada penulis.
5. Erna Herawati, M.Pd., selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, nasihat, do'a dan motivasi kepada penulis.
6. Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si., selaku dosen penguji skripsi yang senantiasa memberi arahan, nasehat, dan berbagai pelajaran yang berarti bagi penulis.
7. Juhari, M.Si., selaku dosen penguji skripsi yang senantiasa memberi arahan, nasehat, dan berbagai pelajaran yang berarti bagi penulis.
8. Dr. Heni Widayani, M.Si., yang senantiasa memberi arahan, nasehat, dan berbagai pelajaran yang berarti bagi penulis.

9. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim yang telah memberikan ilmu selama perkuliahan.
10. Ayahanda Syamsul Hadi dan Ibunda Siti Nurhayati yang telah memberikan do'a, semangat dan dukungan kepada penulis baik dari segi materi maupun batin selama menimba ilmu di bangku kuliah.
11. Kakak Lutvatus Sholikhatus Nisa' Fatmawati, Umi Faida Kusuma Wati, dan Mohammad Da'i Ariful Haqiqi yang menjadi motivasi sekaligus penyemangat bagi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
12. Teman-teman angkatan program studi matematika 2019 yang berbagi pengalaman selama menuntut ilmu di bangku perkuliahan.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata 'sempurna'. Oleh karena itu, penulis membutuhkan kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca sebagai pertimbangan penulis dalam memperbaiki kekurangan penulisan skripsi.

Malang, 20 November 2023

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTO	vi
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
مستخلص البحث	xviii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Manfaat Penelitian	6
1.5 Batasan Penelitian	7
1.6 Definisi Istilah	9
BAB II KAJIAN TEORI	10
2.1 Teori Pendukung	10
2.1.1 Persamaan Diferensial	10
2.1.2 Persamaan Diferensial Biasa Linier dan Non-Linier	11
2.1.3 Sistem Persamaan Diferensial	12
2.1.4 Sistem Persamaan Diferensial Linier dan Tak Linier	12
2.1.5 Titik Tetap	14
2.1.6 Linierisasi	14
2.1.7 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	15
2.2 Kriteria Routh Hurwitz	17
2.3 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	18
2.4 Model Epidemi SIR-SI	19
2.5 Kestabilan dalam Perspektif Islam	30
BAB III METODE PENELITIAN	32
3.1 Jenis Penelitian	32
3.2 Pra Penelitian	32
3.3 Tahapan Penelitian	32
3.3.1 Melakukan Analisis Dinamik Model SIR-SI pada Penyebaran Penyakit DBD dengan Struktur Usia	33
3.3.2 Melakukan Simulasi Model SIR-SI	33
BAB IV PEMBAHASAN	34
4.1 Analisis Dinamik	34

4.1.1 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	34
4.1.2 Titik Ekuilibrium Endemik	37
4.1.3 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	40
4.1.4 Analisis Kestabilan Ekuilibrium Bebas Penyakit.....	43
4.1.5 Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik	46
4.2 Simulasi Numerik	50
4.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung.....	52
BAB V PENUTUP	55
5.1 Kesimpulan	55
5.2 Saran	56
DAFTAR PUSTAKA	57
LAMPIRAN.....	59
RIWAYAT HIDUP	65

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Nilai Awal Model SIR-SI Penyebaran Penyakit DBD dengan Struktur Usia	28
Tabel 2.2	Nilai Parameter Model SIR-SI Penyebaran Penyakit DBD dengan Struktur Usia	29

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Model SIR-SI pada Penyebaran Penyakit DBD.....	20
Gambar 4.1 Dinamika Populasi Manusia Pra Dewasa dengan $S_{J0} = 3000$, $I_{J0} = 1500$, dan $R_{J0} = 1000$	51
Gambar 4.2 Dinamika Populasi Manusia Dewasa dengan $S_{A0} = 2000$, $I_{A0} = 1250$, dan $R_{A0} = 1250$	51

DAFTAR SIMBOL

S_J	: Manusia pra dewasa yang rentan
I_J	: Manusia pra dewasa yang terinfeksi
R_J	: Manusia pra dewasa yang sehat
S_A	: Manusia dewasa yang rentan
I_A	: Manusia dewasa yang terinfeksi
R_A	: Manusia dewasa yang sehat
S_V	: Nyamuk yang rentan
I_V	: Nyamuk yang terinfeksi
μ_H	: Laju kelahiran dan kematian manusia
μ_V	: Laju kelahiran dan kematian nyamuk
N_H	: Populasi manusia
N_V	: Populasi nyamuk
β_H	: Peluang penularan virus <i>dengue</i> oleh nyamuk ke manusia
b	: Jumlah gigitan nyamuk kepada manusia
γ_H	: Laju manusia yang sembuh atau pulih
α	: Kemungkinan penularan dari nyamuk ke manusia
β	: Laju kematian secara alami dari manusia
γ	: Laju interaksi antara tingkat gigitan nyamuk (vektor) dengan kemungkinan penularan dari manusia ke nyamuk
δ	: Laju kematian secara alami dari vektor yang terkena virus <i>dengue</i>

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Perhitungan Maple Untuk Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit dan Endemik	59
Lampiran 2. Perhitungan Maple Untuk Bilangan Reproduksi Dasar	60
Lampiran 3. Perhitungan Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit.....	61
Lampiran 4. Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik	61
Lampiran 5. Perhitungan Persamaan Karakteristik Bebas Penyakit.....	62
Lampiran 6. Perhitungan Persamaan Karakteristik Endemik	63
Lampiran 7. M-file Simulasi Numerik Pada Matlab.....	64

ABSTRAK

Mufida, Siti Farikhatum, 2023. **Analisis Dinamik Penyebaran Penyakit Demam Berdarah *Dengue* dengan Struktur Usia**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: I) Dr. Usman Pagalay, M.Si., II) Erna Herawati, M.Pd.

Kata kunci: Model Matematika SIR-SI, Bilangan Reproduksi Dasar, Struktur Usia, Bebas Penyakit, Endemik.

Pada penelitian ini membahas mengenai analisis dinamik penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* dengan struktur usia kemudian dilanjutkan simulasi numerik dengan struktur usia. Penelitian ini dilakukan untuk mempresentasikan penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* dengan struktur usia yang rentan terinfeksi, terinfeksi, dan sembuh. Model matematika SIR-SI membagi populasi menjadi delapan kelas yakni pra dewasa *Susceptible* (S_J), pra dewasa *Infected* (I_J) dan pra dewasa *Recovered* (R_J), dewasa *Susceptible* (S_A), pra dewasa *Infected* (I_A) dan pra dewasa *Recovered* (R_A), nyamuk *Susceptible* (S_V), dan nyamuk *Infected* (I_V). Analisis dinamik dilakukan dengan menentukan titik ekuilibrium, bilangan reproduksi dasar (R_0), analisis kestabilan titik ekuilibrium. Hasil dari penelitian ini diperoleh bilangan reproduksi dasar yang bernilai $R_0 > 1$. Titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat tidak stabil dan titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik lokal. Simulasi numerik dilakukan saat kondisi bebas penyakit dan kondisi endemik pada situasi $\beta_J, \beta_A, \beta_V$ sebagai struktur usia. Hasil simulasi numerik menunjukkan saat kondisi bebas penyakit tidak ada perbedaan grafik saat $\beta_J, \beta_A, \beta_V$ sebagai struktur usia. Sedangkan dalam kondisi endemik, grafik ketika situasi $\beta_J, \beta_A, \beta_V$ sebagai struktur usia berbeda sehingga diperoleh informasi bahwa terjadi kenaikan dan penurunan kasus.

ABSTRACT

Mufida, Siti Farikhatum, 2023. **Dynamic Analysis of the Spread of Dengue Hemorrhagic Fever with Age Structure**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisor: I) Dr. Usman Pagalay, M.Si., II) Erna Herawati, M.Pd.

Keywords: SIR-SI Mathematical Model, Basic Reproduction Number, Age Structure, Disease Free, Endemic.

This study discusses the dynamic analysis of the spread of dengue hemorrhagic fever with age structure then continued numerical simulation with age structure. This study was conducted to present the spread of dengue hemorrhagic fever with age structures that are susceptible to infection, infection, and recovery. The SIR-SI mathematical model divides the population into eight classes: pre-adult, Susceptible (S_J), Pre Adult Infected (I_J) and Pre Adult Recovered (R_J), Adults Susceptible (S_A), Adults Infected (I_A) and Adults Recovered (R_A), Susceptible mosquitoes (S_V), and Infected mosquitoes (I_V). Dynamic analysis is performed by determining the equilibrium point, the base reproduction number (R_0), Analysis of the stability of the equilibrium point. The results of this study obtained a valuable basic reproduction number $R_0 > 1$. The disease-free equilibrium point is unstable and the endemic equilibrium point is locally asymptotic stable. Numerical simulations are performed when the condition is disease-free and endemic to the situation $\beta_J, \beta_A, \beta_V$ as an age structure. The Numerical simulation results show that when the condition is disease-free, there is no difference in the current graph $\beta_J, \beta_A, \beta_V$ as an age structure. While in endemic conditions, graph when the situation $\beta_J, \beta_A, \beta_V$ as the age structure is different, information is obtained that there is an increase and decrease in cases.

مستخلص البحث

مفيدة، سيتي فريجاتوم. ٢٠٢٣. التحليل الديناميكي لانتشار حمى الضنك النزفية مع الهيكل العمري. البحث العلمي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) الدكتور، عثمان باجاليا، الماجستير (٢) إيرنا هيراواتي، الماجستير.

الكلمات الرئيسية: الشكل $SIR-SI$ ، رقم الاستنساخ الأساسي ، هيكل العمري ، خال من الأمراض ، المستوطنة.

تناقش هذه الدراسة ، عن التحليل الديناميكي لانتشار حمى الضنك النزفية مع الهيكل العمري ثم المحاكاة العددية المستمرة مع الهيكل العمري. أجريت هذه الدراسة لعرض انتشار حمى الضنك النزفية مع الهيكل العمري المعرضة للعدوى والعدوى والتعافي. يقسم النموذج الرياضي $SIR-SI$ السكان إلى ثنائي، فئات: هي قبل البالغين المعرضين (S_I) ، والمصابين قبل البالغين (R_I) وقبل البالغين المتعافين (I_I) ، والبالغين المعرضين (S_A) ، والمصابين قبل البالغين (I_A) وقبل البالغين المتعافين (R_A) ، والبعوض الحساس (I_V) ، والبعوض المصاب (S_V) . يتم إجراء التحليل الديناميكي عن طريق تحديد نقطة $ekuilibrium$ ، ورقم التكاثر الأساسي (R_0) ، وتحليل استقرار نقطة التوازن. حصلت نتائج هذه الدراسة على رقم استنساخ أساسي $R_0 > 1$. نقطة التوازن الخالية من الأمراض غير مستقرة ونقطة التوازن المتوطنة مستقرة مقاربا محليا. تم إجراء المحاكاة العددية عندما تكون الظروف الخالية من الأمراض والظروف المتوطنة في حالات β_I ، β_A ، β_V كهيكل عمرية. أظهرت نتائج المحاكاة العددية أنه عندما كانت الحالة خالية من الأمراض ، لم يكن هناك فرق في الرسم البياني الحالي β_I ، β_A ، β_V كهيكل عمري. وفي الوقت نفسه ، في الظروف المتوطنة ، يختلف الرسم البياني عندما β_I الوضع ، β_A ، β_V كهيكل عمري بحيث يتم الحصول على معلومات تفيد بوجود زيادة ونقصان في الحالات.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

DBD (Demam Berdarah *Dengue*) adalah penyakit yang terjadi dalam kehidupan masyarakat, yang dapat dijumpai pada pasien yang terinfeksi dalam beberapa instansi seperti rumah sakit, puskesmas, dan lain-lain. Penyakit DBD disebabkan virus *dengue* dan ditularkan melalui gigitan nyamuk penular (vektor) yakni *Aedes aegypti*, *Aedes albopictus* dan *Aedes scutellaris*. Nyamuk *Aedes aegypti* vektor utama penyakit DBD. Penyakit tersebut cenderung meningkat ketika musim hujan, sehingga Kementerian Kesehatan Republik Indonesia menghimbau kepada masyarakat agar aktif melakukan tindakan pencegahan terhadap penularan DBD dengan menjaga kebersihan lingkungan sekitar (Frsilia, 2022). Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) menginformasikan bahwa DBD memiliki empat tipe *serotype*, yaitu Den-1, Den-2, Den-3, serta Den-4. Salah satu dari empat tipe *serotype* tersebut dapat meningkatkan imunitas pada *serotype* yang terkait, akan tetapi tidak berpengaruh pada *serotype* yang lainnya. Cara penularan demam berdarah *dengue* bisa dengan dua cara yakni penularan dari manusia ke nyamuk dan penularan dari nyamuk ke manusia.

Demam Berdarah Dengue (DBD) adalah penyakit menular virus yang ditularkan oleh nyamuk yang mempengaruhi populasi yang tinggal di daerah tropis dan subtropis. Infeksi tersebut disebabkan oleh empat strain virus dengue yang unik (DENV-1 hingga DENV-4) yang termasuk dalam famili *Flaviviridae* dan ditularkan oleh nyamuk *Aedes Aegypti* dan *Aedes Albopictus* (Brady et al., 2020)

Virus *dengue* adalah virus yang ditularkan oleh nyamuk yang menginfeksi jutaan manusia setiap tahunnya. Virus ini ditularkan ke manusia melalui gigitan nyamuk *Aedes* yang terinfeksi terutama oleh nyamuk *Aedes Aegypti* dan *Aedes Albopictus*. Manusia yang terinfeksi adalah pembawa dan penyebar utama DENV, virus kemudian ditularkan ke nyamuk yang tidak terinfeksi untuk transmisi berikutnya (Almurdi et al., 2020). Kasus DBD ini terjadi pada dua usia yaitu usia di bawah 15 tahun dan di atas 15 tahun. Salah satu daerah yang terdapat kasus DBD pada kedua usia yaitu Palembang. Jumlah kasus DBD di Palembang rentangnya pada tahun 2015-2018. Pada tahun 2015 kasus DBD pada usia di bawah 15 tahun berjumlah 36 orang dan di atas 15 tahun berjumlah 6 orang, tahun 2016 usia di bawah 15 tahun berjumlah 17 orang dan di atas 15 tahun berjumlah 4 orang, tahun 2017 usia di bawah 15 tahun berjumlah 16 orang dan di atas 15 tahun berjumlah 2 orang, tahun 2018 usia di bawah 15 tahun berjumlah 12 orang dan di atas 15 tahun berjumlah 1 orang, tahun 2015-2018 usia di bawah 15 tahun berjumlah 81 orang dan di atas 15 tahun berjumlah 13 orang.

Usia di bawah 15 tahun yaitu pada tahun 2015 sebesar 85,7%, 2016 sebesar 81%, tahun 2017 sebesar 88,9%, 2018 sebesar 92,3% dan 2015-2018 sebesar 86,2%. Sedangkan usia di atas 15 tahun yaitu tahun 2015 sebesar 6,4%, 2016 sebesar 19%, tahun 2017 sebesar 11,1%, 2018 sebesar 7,7% dan 2015-2018 sebesar 13,8%. Dari struktur usia tersebut bahwa kelompok yang beresiko terkena DBD yaitu pada usia di bawah 15 tahun. Hal ini disebabkan karena daya tahan tubuh pada usia di bawah 15 tahun masih rendah dibandingkan usia di atas 15 tahun.

QS. Al-Baqarah/ 2:26 menjelaskan mengenai nyamuk sebagai berikut:

إِنَّ اللَّهَ لَا يَسْتَحْيِي أَنْ يَضْرِبَ مَثَلًا مَّا بَعُوضَةً فَمَا فَوْقَهَا فَأَمَّا الَّذِينَ ءَامَنُوا فَيَعْلَمُونَ أَنَّهُ الْحَقُّ مِنْ رَبِّهِمْ وَأَمَّا الَّذِينَ كَفَرُوا فَيَقُولُونَ مَاذَا أَرَادَ اللَّهُ بِهَذَا مَثَلًا يُضِلُّ بِهِ كَثِيرًا وَيَهْدِي بِهِ كَثِيرًا وَمَا يُضِلُّ بِهِ إِلَّا الْفَاسِقِينَ

“Sesungguhnya Allah tidak segan membuat perumpamaan seekor nyamuk atau yang lebih kecil dari itu. Adapun orang-orang yang beriman, mereka tahu bahwa itu kebenaran dari Tuhan. Tetapi mereka yang kafir berkata, “Apa maksud Allah dengan perumpamaan ini?” Dengan (perumpamaan) itu banyak orang yang dibiarkan-Nya sesat, dan dengan itu banyak (pula) orang yang diberi-Nya petunjuk. Tetapi tidak ada yang Dia sesatkan dengan (perumpamaan) itu selain orang-orang fasik.” (Asy-syukriyyah & Salim, 2021)

Dari ayat di atas mengindikasikan segala hal yang harus diperhatikan tentang nyamuk seperti penyakit, lingkungan hidup, siklus hidup, dan morfologi. Untuk itu, perlu adanya menjaga kebersihan air dan juga upaya pengendalian terhadap nyamuk.

Perkembangan ilmu matematika telah membantu menganalisis masalah yang muncul di berbagai bidang, salah satunya bidang kesehatan. Model matematika memberikan kerangka kerja secara eksplisit untuk mengembangkan dan mengkomunikasikan pemahaman terkait dinamika penularan penyakit yang menular. Model matematika bisa digunakan untuk memprediksi jumlah individu yang sehat, terinfeksi, atau yang melakukan vaksinasi dan pengobatan. Oleh karena itu, model matematika menjadi metode yang sangat penting dalam memahami terjadinya endemik atau epidemik (Windawati et al., 2020).

Model matematika yang digunakan dalam penelitian ini pada penyebaran DBD yaitu model epidemik *Susceptible, Infected, Recovered* (SIR). Model epidemik SIR diperkenalkan oleh A. G. McKendrick dan W.O Kermack di tahun 1927. Populasi dalam model epidemik SIR-SI terbagi ke dalam delapan kondisi yakni pra dewasa *Susceptible* (S_j), pra dewasa *Infected* (I_j) dan pra dewasa

Recovered (R_I), dewasa *Susceptible* (S_A), pra dewasa *Infected* (I_A) dan pra dewasa *Recovered* (R_A), nyamuk *Susceptible* (S_V), dan nyamuk *Infected* (I_V). Pra dewasa *Susceptible* merupakan populasi manusia pra dewasa yang rentan terinfeksi penyakit, pra dewasa *Infected* merupakan populasi manusia pra dewasa yang terinfeksi penyakit, dan pra dewasa *Recovered* merupakan populasi manusia pra dewasa yang sembuh dari penyakit, dewasa *Susceptible* merupakan populasi manusia dewasa yang rentan terinfeksi penyakit, dewasa *Infected* merupakan populasi manusia dewasa yang terinfeksi penyakit, dewasa *Recovered* merupakan populasi manusia dewasa yang sembuh dari penyakit, nyamuk *Susceptible* merupakan nyamuk yang rentan membawa *virus dengue*, dan nyamuk *Infected* merupakan nyamuk yang membawa *virus dengue* di dalam tubuhnya (Azirah Amri & Yuliani, 2020).

Pengembangan model SIR banyak dilakukan oleh para peneliti dalam mempelajari tersebarnya penyakit di berbagai kasus. Sebagaimana penelitian yang dilakukan oleh (Pongsumpun, 2017) menggunakan model SIR pada populasi manusia yang dikelompokkan ke dalam tiga kompartemen, yaitu rentan (S), terinfeksi (I) dan sembuh (R). Model ini kemudian dimodifikasi dengan menambahkan efek temperatur pada persamaan diferensial. Tiga kompartemen tersebut dapat menghasilkan dua titik tetap yaitu endemik dan bebas penyakit. Analisis kestabilan titik tetap yang ditetapkan menurut kriteria Routh-Hurwitz menghasilkan bilangan reproduksi dasar. Pada kondisi dikatakan bebas penyakit apabila titik tetap bersifat stabil sedangkan pada kondisi dikatakan endemik apabila titik tetap bersifat tidak stabil. Penyebaran penyakit DBD akan mudah menular seiring dengan besarnya nilai rata-rata gigitan nyamuk.

Penelitian sebelumnya oleh (Mohamed ElMoneam, 2019) menjelaskan mengenai analisis perilaku dinamis matematika model demam berdarah pada individu yang rentan, infeksi, dan pulih ketika mendapatkan perawatan di rumah sakit Jazanregion. Penelitian tersebut menjelaskan kestabilan tiga sistem persamaan hasil reduksi pada model penularan penyakit demam berdarah. Peneliti berikutnya oleh (Azirah Amri & Yuliani, 2020) yang menerangkan mengenai analisis model SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) dalam penyebaran penyakit kanker serviks di Kota Palopo. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh (Side et al., 2018) yang menjelaskan terkait modifikasi model epidemik SIR pada penyebaran penyakit DBD di Kabupaten Bone.

Pada penelitian sebelumnya yang berjudul penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) model SIR-SI dengan struktur usia dan penyemprotan hanya mengonstruksi model saja. Sedangkan penelitian ini mengambil model SIR-SI dari artikel Mey Novia Mardiyatin Nafiah dan menggunakan analisis dinamik terhadap struktur usia. Populasi yang dapat terinfeksi oleh DBD bisa diklasifikasikan menjadi dua kelompok, yakni pada usia anak (di bawah 15 tahun) dan usia dewasa (di atas 15 tahun). Pada usia anak individu lebih rentan terinfeksi penyakit DBD. Hal ini dikarenakan sistem imun anak belum sekuat orang dewasa sehingga kedua rentang usia tersebut memiliki cara penanganan yang berbeda, terutama dari segi vaksin. Cara penanganan untuk usia kurang dari 15 tahun berupa vaksin dengan dosis rendah dan bisa diberikan beberapa bulan. Sedangkan untuk usia lebih dari 15 tahun berupa vaksin satu dosis dalam rentang satu tahun.

Berdasarkan pemaparan di atas, penelitian ini membahas tentang “Analisis Dinamik Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue dengan Struktur Usia”.

Populasi manusia dalam penelitian ini terbagi dua kelas yakni kelas manusia pra dewasa dan kelas manusia. Pendekatan dalam penelitian tersebut menggunakan tinjauan secara deskriptif pada studi literatur.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjelasan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana analisis dinamik untuk penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* dengan struktur usia?
2. Bagaimana hasil simulasi numerik untuk penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* dengan struktur usia?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, proses penelitian ini mempunyai tujuan sebagai berikut:

1. Mengetahui analisis dinamik untuk penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* dengan struktur usia.
2. Mengetahui hasil simulasi numerik untuk penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* dengan struktur usia.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bisa bermanfaat untuk berbagai pihak sebagai berikut:

1. Dapat mengetahui analisis dinamik model SIR-SI pada penyebaran penyakit DBD dengan struktur usia, sehingga dapat digunakan sebagai referensi penelitian terkait wabah yang terjadi di suatu wilayah.

2. Dapat mengetahui hasil simulasi numerik model SIR-SI penyebaran penyakit DBD dengan struktur usia sehingga dapat digunakan sebagai acuan strategi pengendalian penyebaran penyakit DBD di suatu wilayah.

1.5 Batasan Penelitian

Supaya fokus penyelesaian masalah penelitian yang akan dicapai dengan maksimal, maka masalah penelitian dibatasi menjadi empat yaitu:

1. Menggunakan model SIR-SI penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* dengan struktur usia yakni usia manusia pra dewasa (J) < 15 tahun, dan usia manusia dewasa (A) ≥ 15 tahun.
2. Populasi manusia yang dikelompokkan ke dalam tiga kelas yakni kelas manusia *Susceptible* (S), kelas manusia *Infected* (I), dan kelas manusia *Recovered* (R).
3. Populasi nyamuk dikelompokkan ke dalam dua kelas yakni kelas nyamuk *Susceptible* (S_V) dan kelas nyamuk *Infected* (I_V).
4. Model akan dianalisis adalah model SIR-SI yang dikonstruksi oleh artikel dari (Rachmaniar, 2017) sebagai berikut:

$$\frac{dS_J}{dt} = \lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta) S_J$$

$$\frac{dI_J}{dt} = \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta + r) I_J$$

$$\frac{dR_J}{dt} = r I_J - (\mu_H + \delta) R_J$$

$$\frac{dS_A}{dt} = \delta S_J - \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V - \mu_H S_A$$

$$\frac{dI_A}{dt} = \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J - (\mu_H + r) I_A$$

$$\frac{dR_A}{dt} = rI_A + \delta R_J - \mu_H R_A$$

$$\frac{dS_V}{dt} = A - \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) S_V$$

$$\frac{dI_V}{dt} = \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) I_V$$

Keterangan, laju perubahan populasi pada:

$\frac{dS_J}{dt}$: Manusia pra dewasa yang rentan terinfeksi penyakit (*susceptible*)

dalam waktu t.

$\frac{dI_J}{dt}$: Manusia pra dewasa yang terinfeksi dari penyakit (*infected*) dalam

waktu t.

$\frac{dR_J}{dt}$: Manusia pra dewasa yang sembuh dari penyakit (*recovered*) dalam

waktu t.

$\frac{dS_A}{dt}$: Manusia dewasa yang rentan terinfeksi penyakit (*susceptible*) dalam

waktu t.

$\frac{dI_A}{dt}$: Manusia dewasa yang terinfeksi penyakit (*infected*) dalam waktu t.

$\frac{dR_A}{dt}$: Manusia dewasa yang sembuh dari penyakit (*recovered*) dalam waktu

t.

$\frac{dS_V}{dt}$: Nyamuk yang rentan membawa virus *dengue* (*susceptible*) dalam

waktu t.

$\frac{dI_V}{dt}$: Nyamuk yang membawa virus *dengue* di dalam tubuhnya (*infected*)

dalam waktu t.

1.6 Definisi Istilah

Terdapat definisi-definisi pada penelitian sebagai berikut:

1. Sistem dinamik yaitu formalisasi matematika dari aturan tetap yang menjelaskan ketergantungan posisi titik pada ruang tertentu di sekitar parameter. Sistem dinamik meliputi variabel yang merepresentasikan suatu aturan yang menentukan perubahan keadaan variabel berdasarkan waktu (keadaan sistem waktu berikutnya tergantung pada keadaan sistem waktu sebelumnya).
2. DBD yaitu penyakit yang disebabkan virus *dengue* dan ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* dan *Aedes albopictus*. DBD ditandai dengan gejala seperti demam selama dua hingga tujuh hari, nyeri otot atau sendi yang disertai leukopenia, limfadenopati, trombositopenia dan diatesis hemoragik, serta ruam.
3. Model epidemik SIR (*Susceptible Infected Recovered*) terbagi menjadi tiga keadaan. Model SIR yakni, *susceptible* (S) merupakan keadaan individu yang sehat namun bisa terkena infeksi suatu penyakit, *infected* (I) merupakan keadaan individu yang terkena infeksi dan bisa menularkan penyakit, *recovered* (R) adalah keadaan individu yang sembuh serta mempunyai kekebalan.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat satu atau lebih variabel tak bebas dan turunan-turunannya terhadap satu atau lebih variabel bebas dalam suatu fungsi (Side et al., 2018). Persamaan matematika tidak dapat terpisahkan pada kehidupan sehari-hari. Terdapat beberapa contohnya sebagai berikut:

1. $y' + xy = 2x$
2. $y'' - y' + 2y = 0$
3. $\frac{d^2y}{dx^2} + xy \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$
4. $\frac{d^4x}{dt^4} + 5 \frac{d^2x}{dt^2} + 3x = \sin t$ (2.1)
5. $\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial t} = v$

Persamaan diferensial dikelompokkan ke dalam dua kelompok, yakni PDB (Persamaan Diferensial Biasa) dan PDP (Persamaan Diferensial Parsial). PDB ialah persamaan yang terdiri dari satu variabel bebas. PDP ialah persamaan yang terdiri dari dua atau lebih variabel bebas. Contoh 1 dan 2 termasuk contoh dari PDB. Contoh 3, 4, dan 5 termasuk contoh dari PDP.

PDB orde n ditulis dalam bentuk

$$y^n = F(x, y, y', \dots, y^{n-1}) \quad (2.2)$$

Di mana $y, y', \dots, y^{n-1}$ dapat ditentukan dari nilainya oleh x . Orde yaitu turunan

tertinggi dalam fungsi yang tidak diketahui (peubah bebas) yang muncul pada suatu persamaan diferensial. Persamaan (2.1) contoh 1 termasuk persamaan diferensial orde 1 dan contoh 2 termasuk persamaan diferensial orde 2.

2.1.2 Persamaan Diferensial Biasa Linier dan Non-Linier

Persamaan diferensial biasa berupa $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$. Disebut linier apabila F merupakan linier pada variabel-variabel $x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}$. Persamaan diferensial biasa linier bisa dinyatakan sebagai berikut:

$$a_n(x)y^n + a_{n-1}(x)y^{n-1} + \dots + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x) \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) adalah persamaan diferensial orde ke- n . Persamaan (2.3) disebut linier apabila memenuhi tiga syarat dibawah ini (Yosephine, 2021):

1. Variabel terikat dan turunannya dengan derajat satu.
2. Tidak terdapat perkalian antara variabel terikat dengan turunannya.
3. Variabel terikat tidak berbentuk fungsi non-linier. Contoh fungsi eksponensial, sinus dan cosinus.

Sedangkan persamaan diferensial dapat dikatakan non-linier apabila salah satu sifat di bawah ini terpenuhi:

1. Variabel terikat memiliki turunan lebih dari satu
2. Mengandung bentuk perkalian antar variabel terikat dengan variabel terikat lainnya, atau turunan yang satu dengan turunan yang lainnya, atau variabel terikat terhadap suatu turunan.
3. Variabel terikat merupakan fungsi transenden.

2.1.3 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial merupakan suatu sistem persamaan yang meliputi satu atau dua atau lebih yang memaparkan sebuah fenomena (Rachmaniar, 2017). Secara umum sistem persamaan diferensial dapat di tulis di bawah ini:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}\tag{2.4}$$

Variabel terikatnya antara lain $x_1, x_2, \dots, x_n$ dan t merupakan variabel bebas maka $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$ dengan $\frac{dx_n}{dt}$ adalah turunan fungsi x_n pada t .

2.1.4 Sistem Persamaan Diferensial Linier dan Tak Linier

Sistem persamaan diferensial linier merupakan sistem persamaan yang mencakup n buah persamaan diferensial dengan n buah fungsi yang tak diketahui. Sistem dari dua persamaan diferensial yang fungsinya tidak diketahui berupa (Side et al., 2018):

$$\begin{aligned}x'_1 &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + f_1(t) \\ x'_2 &= a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + f_2(t)\end{aligned}\tag{2.5}$$

Dimana koefisien $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$, dan fungsi-fungsi f_1, f_2 adalah fungsi t yang kontinu dalam sebuah selang I dan x_1, x_2 merupakan fungsi t yang tidak

diketahui.

Secara umum berbentuk seperti berikut ini (Nurfadilah et al., 2021):

$$\begin{aligned}
 x'_1 &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \cdots + a_{1n}(t)x_n + f_1(t) \\
 x'_2 &= a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \cdots + a_{2n}(t)x_n + f_2(t) \\
 &\vdots \\
 x'_n &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \cdots + a_{nn}(t)x_n + f_n(t)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

atau disingkat

$$x'_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) x_j + f_i(t), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Sistem persamaan diferensial tak linier merupakan persamaan yang memuat lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Sistem dari dua persamaan diferensial tak linier terhadap dua fungsi yang tidak diketahui sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dt} &= F(x, y, t) \\
 \frac{dy}{dt} &= G(x, y, t)
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

dimana $F(x, y, t)$ dan $G(x, y, t)$ merupakan fungsi tak linier dari x dan y .

Bentuk dari sistem persamaan diferensial adalah model matematika penyebaran penyakit DBD pada populasi SIR, seperti berikut ini :

$$\frac{dS}{dt} = \delta - \mu S - \beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \mu I - \alpha I$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha I - \mu R$$

2.1.5 Titik Tetap

Titik tetap yaitu suatu titik yang tidak berubah terhadap waktu. Secara sistematis bisa ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y)\end{aligned}\tag{2.8}$$

f dan g merupakan fungsi kontinu dari x dan y . Titik kritis dari sistem persamaan (2.8) yakni titik (x^*, y^*) dari (x, y) sedemikian hingga $f(x^*, y^*) = g(x^*, y^*) = 0$. Titik tetap x^* dan y^* bisa didapatkan apabila $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$. Keadaan dapat dikatakan seimbang apabila $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$, sehingga titik kritis dapat disebut dengan titik tetap (Ihsan et al., 2021).

2.1.6 Linierisasi

Kestabilan titik tetap dari persamaan diferensial biasa non linier dapat ditentukan melalui tahapan awal berupa linierisasi di sekitar titik tetap. Linierisasi dapat dipahami sebagai pendekatan persamaan diferensial non linier terhadap persamaan diferensial linier (Rachmaniar, 2017). Linierisasi yaitu tahap pendekatan persamaan diferensial non linier terhadap persamaan linier. Salah satu metode yang digunakan dalam melakukan linierisasi ialah deret Taylor. Sistem $f(x, y)$ dan $g(x, y)$ merupakan sistem non-linier. Selanjutnya, mencari pendekatan sistem linier di sekitar titik tetap (x^*, y^*) melalui ekspansi deret Taylor di sekitar (x^*, y^*) dan meniadakan suku non-linier antara lain (Side et al.,

2018):

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x^*, y^*) + \frac{\partial f}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial f}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x^*, y^*) + \frac{\partial g}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial g}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*)\end{aligned}\quad (2.9)$$

Dapat dilakukan substitusi $(x - x^*) = u$ dan $(y - y^*) = v$, sehingga $\frac{dx}{dt} = \frac{du}{dt}$

dan $\frac{dy}{dt} = \frac{dv}{dt}$, dalam kondisi setimbang $f(x^*, y^*) = g(x^*, y^*) = 0$ dengan

demikian didapatkan persamaan linier antara lain:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}(x^*, y^*)u + \frac{\partial f}{\partial y}(x^*, y^*)v \quad (2.10)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial g}{\partial x}(x^*, y^*)u + \frac{\partial g}{\partial y}(x^*, y^*)v$$

Persamaan (2.10) bisa ditulis pada matriks jacobian sebagai berikut

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = A_0 \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \text{ dimana } A = \begin{bmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

dimana $A = A_0$ pada $x = x_0, y = y_0$.

2.1.7 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Misalkan A merupakan sebuah matriks yang berordo $n \times n$. Vektor $x \in R^n$ dan $x \neq 0$ dinamakan vektor eigen apabila terdapat λ bilangan real, sehingga dapat memenuhi persamaan berikut ini:

$$Ax = \lambda x$$

Definisi tersebut bisa dikatakan sebagai persyaratan pada vektor eigen atau nilai eigen. Nilai eigen adalah bilangan real, yang mencakup bilangan positif,

negatif, atau nol. Vektor eigen adalah bilangan anggota dari R^n pada matriks A yang berordo $n \times n$ dan x bukan vektor nol. Dengan demikian bisa ditulis $Ax = \lambda x$ menjadi $Ax = \lambda Ix$ atau secara ekuivalen yaitu (Rachmaniar, 2017):

$$(A - \lambda I)x = 0 \quad (2.12)$$

dimana I dinyatakan sebagai matriks identitas. Supaya λ bisa dikatakan nilai eigen, maka harus ada satu solusi nol dari suatu persamaan (2.12). Persamaan (2.12) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika

$$\det(A - \lambda I) = |A - \lambda I| = 0 \quad (2.13)$$

Persamaan (2.13) dapat menghasilkan persamaan polinomial pada variabel λ yang disebut dengan persamaan karakteristik dari A , dan skalar λ yang memenuhi persamaan karakteristik dapat disebut dengan nilai eigen dari suatu matriks A .

Menentukan kestabilan titik kesetimbangannya diperoleh dengan melihat nilai-nilai eigennya yakni $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$ didapat dari persamaan karakteristik dari A , adalah $(A - \lambda I)x = 0$

Pada umumnya, kestabilan titik kesetimbangan memiliki tiga perilaku antara lain (Ihsan et al., 2021):

1. Stabil, apabila
 - a. Tiap nilai eigen real bersifat negatif ($\lambda_i < 0$ pada setiap i).
 - b. Tiap komponen nilai eigen kompleks memiliki bagian real yang sama dengan atau lebih kecil dari nol, ($Re(\lambda_i) \leq 0$ pada setiap i).
2. Tidak stabil, apabila
 - a. Tiap nilai eigen real bersifat positif ($\lambda_i > 0$ pada setiap i).
 - b. Tiap komponen nilai eigen kompleks memiliki bagian real yang lebih

besar dari nol, ($Re(\lambda_i) > 0$ pada setiap i).

3. Saddle, apabila

Perkalian dua nilai eigen real bersifat negatif ($\lambda_i \lambda_j < 0$ bagi setiap i dan j sembarang).

2.2 Kriteria Routh Hurwitz

Metode kriteria Routh Hurwitz merupakan metode yang bertujuan untuk mendapatkan kestabilan dengan cara mempertimbangkan koefisien dari persamaan karakteristik dengan tidak menghitung akar-akarnya. Diberikan sistem dari persamaan karakteristik orde ke- n yaitu:

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0 \quad (2.14)$$

Analisis kestabilan dapat diperoleh menggunakan determinan Hurwitz, sebagai berikut

$$\det(H) = \begin{pmatrix} a_1 & a_0 & \dots & 0 \\ a_1 & a_2 & \dots & 0 \\ a_1 & a_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{2n-1} & a_{2n-2} & \dots & a_n \end{pmatrix}$$

Analisis akan stabil jika

$$\Delta_k > 0, \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, n$$

Dimana

$$\Delta_1 = |a_1|$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix}$$

Untuk $k = n$, maka $\Delta_n = \det(H)$

Kriteria Hurwitz adalah metode yang digunakan untuk menentukan akar-akar persamaan karakteristik dari sistem persamaan kontinu yang memiliki tujuan bagian real negative. Karena seringkali dijumpai akar-akar dari persamaan karakteristik berupa parameter yang nilainya tidak mudah ditentukan maka diperlukan aturan yang menjamin bahwa akar-akar persamaan karakteristik bernilai negative atau ada persamaan yang bernilai positif. Aturan tersebut dikenal dengan aturan Routh Hurwitz.

2.3 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar merupakan bilangan yang menyebutkan nilai rata-rata individu efektif sekunder karena tertular dari individu infeksi primer yang terjadi pada populasi *Susceptible*. Bilangan reproduksi dasar bisa menetapkan kemungkinan infeksi dalam populasi (Ihsan et al., 2021). Umumnya dapat dinotasikan dengan R_0 . Pada dasarnya, kondisi yang memberi kemungkinan dari bilangan reproduksi dasar antara lain:

1. Jika $R_0 < 1$, maka banyaknya individu yang terinfeksi bisa mengalami penurunan pada tiap-tiap generasinya, dengan demikian penyakitnya bisa hilang.
2. Jika $R_0 > 1$, maka banyaknya individu yang terinfeksi bisa mengalami peningkatan terhadap tiap-tiap generasi, dengan demikian penyakitnya bisa mewabah dan meningkat.

Bilangan reproduksi dasar bisa ditetapkan dari matriks *Next Generation* yang dikonstruksi dari kelompok individu yang terinfeksi. Misalkan A merupakan

turunan dari $\frac{dI}{dt}$ terhadap I , yang mana $A = M - D$. Dengan demikian bisa diketahui $R_0 = MD^{-1}$ (Sitinjak, 2021).

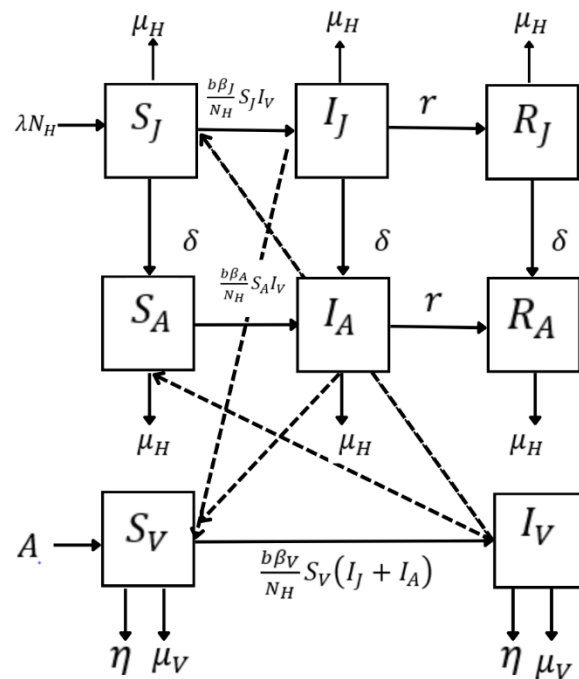
2.4 Model Epidemi SIR-SI

Penyebaran penyakit DBD dimodelkan dalam bentuk matematika dari fenomena yang berdasarkan asumsi yang digunakan atau dapat disebut dengan pemodelan matematika. Pemodelan matematika dalam penelitian ini ialah model epidemi yang sudah di perkenalkan pertama oleh Kermack dan McKendrick (1927) untuk menjelaskan penyebaran penyakit menular pada masa itu (Azirah Amri & Yuliani, 2020). Model epidemi secara umum fokus terhadap perubahan dari karakter antar individu dengan individu, populasi dengan populasi, daerah dengan daerah. Karakter ini berupa penyebaran penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD), tuberculosis, malaria , flu burung dan HIV.

Model epidemi adalah suatu fenomena yang mana penyakit muncul secara tiba-tiba pada suatu populasi dan menyebar dengan cepat sebelum penyakit itu hilang, dan hadir lagi dalam interval waktu yang teratur. Terbagi ke dalam delapan kondisi yakni pra dewasa *Susceptible* (S_J), pra dewasa *Infected* (I_J) dan pra dewasa *Recovered* (R_J), dewasa *Susceptible* (S_A), dewasa *Infected* (I_A) dan dewasa *Recovered* (R_A), nyamuk *Susceptible* (S_V), dan nyamuk *Infected* (I_V). Pra dewasa *Susceptible* merupakan populasi manusia pra dewasa yang rentan terinfeksi penyakit, pra dewasa *Infected* merupakan populasi manusia pra dewasa yang terinfeksi penyakit , dan pra dewasa *Recovered* merupakan populasi manusia pra dewasa yang sembuh dari penyakit, dewasa *Susceptible* merupakan populasi manusia dewasa yang rentan terinfeksi penyakit, dewasa *Infected* merupakan

populasi manusia dewasa yang terinfeksi penyakit, dewasa *Recovered* merupakan populasi manusia dewasa yang sembuh dari penyakit, nyamuk *Susceptible* merupakan nyamuk yang rentan membawa *virus dengue*, dan nyamuk *Infected* merupakan nyamuk yang membawa *virus dengue* di dalam tubuhnya (Azirah Amri & Yuliani, 2020).

Model SIR-SI pada penyebaran penyakit DBD berdasarkan asumsi-asumsi yang akan ditampilkan pada gambar 2.1 berikut ini :



Gambar 2.1 Model SIR-SI pada Penyebaran Penyakit DBD

Berdasarkan Gambar 2.1 dapat diketahui populasi individu terdiri dari delapan kompartemen yaitu manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J), manusia pra dewasa *Infected* (I_J), manusia pra dewasa *Recovered* (R_J), manusia dewasa *Susceptible* (S_A), manusia dewasa *Infected* (I_A), manusia dewasa *Recovered* (R_A), nyamuk *Susceptible* (S_V), dan nyamuk *Infected* (I_V). Pada setiap kompartemen terjadi perubahan jumlah individu pada masing-masing populasi,

hal ini dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu:

1. Laju perubahan populasi manusia pra dewasa *Susceptible* $\left(\frac{dS_J}{dt}\right)$.

Tingkat kelahiran populasi manusia sebesar (λ_H) masuk ke dalam populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) . Selain itu, pada populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) terdapat jumlah populasi manusia (N_H) . Sehingga jumlah kelahiran manusia disimbolkan dengan λN_H .

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) . Disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b) , peluang penyebaran virus pada populasi manusia pra dewasa yang terinfeksi (β_I) jumlah populasi manusia (N_H) , dan jumlah nyamuk yang terinfeksi menggigit populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) . Sehingga populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) berkurang sebesar $\frac{b\beta_I}{N_H} S_J I_V$.

Pengurangan manusia belum dewasa *Susceptible* (S_J) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) disimbolkan dengan $\mu_H S_J$. Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) juga disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) menjadi dewasa *Susceptible* (S_A) dengan tingkat perubahan sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan δS_J .

Maka diperoleh laju perubahan manusia belum dewasa *Susceptible* (S_J) sebagai berikut.

$$\frac{dS_J}{dt} = \lambda N_H - \frac{b\beta_I}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta) S_J \quad (2.15)$$

2. Laju perubahan populasi manusia pra dewasa *Infected* $\left(\frac{dI_J}{dt}\right)$

Penambahan populasi manusia pra dewasa *Infected* (I_J) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi manusia pra dewasa yang terinfeksi (β_I), jumlah populasi manusia (N_H), dan jumlah nyamuk yang terinfeksi menggigit populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J). Sehingga populasi manusia pra dewasa *Infected* (I_J) bertambah sebesar $\frac{b\beta_I}{N_H} S_J I_V$.

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Infected* (I_J) dikarenakan kematian dengan tingkat kematian sebesar μ_H . Sehingga jumlah kematiannya disimbolkan dengan $\mu_H I_J$. Pengurangan manusia pra dewasa *Infected* (I_J) disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa *Infected* (I_J) menjadi manusia dewasa *Infected* (I_A) dengan tingkat perubahan δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan δI_J .

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Infected* (I_J) disebabkan karena populasi manusia pra dewasa *Infected* (I_J) sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar r . Penyembuhan populasi manusia terinfeksi terjadi secara alami dan besar r sama, sehingga kesembuhannya disimbolkan dengan $r I_J$.

Maka diperoleh laju perubahan manusia pra dewasa *Infected* (I_J)

sebagai berikut

$$\frac{dI_J}{dt} = \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta + r) I_J \quad (2.16)$$

3. Laju perubahan populasi manusia pra dewasa *Recovered* $\left(\frac{dR_J}{dt}\right)$.

Penambahan populasi manusia pra dewasa *Recovered* (R_J) disebabkan karena populasi manusia pra dewasa *Infected* (I_J) sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar r . Penyembuhan populasi manusia pra dewasa terinfeksi terjadi secara alami dan besar r sama, sehingga kesembuhannya disimbolkan dengan rI_J .

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Recovered* (R_J) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia pra dewasa *Recovered* (R_J) disimbolkan dengan $\mu_H R_J$. Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Recovered* (R_J) juga disebabkan karena adanya perubahan populasi manusia pra dewasa *Recovered* (R_J) menjadi populasi dewasa *Recovered* (R_A) dengan tingkat perubahan sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan δR_A .

Maka diperoleh laju perubahan manusia pra dewasa *Recovered* (R_J) sebagai berikut

$$\frac{dR_J}{dt} = rI_J - (\mu_H + \delta) R_J \quad (2.17)$$

4. Laju perubahan populasi manusia dewasa *Susceptible* $\left(\frac{dS_A}{dt}\right)$

Penambahan populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A) disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) menjadi

manusia dewasa *Susceptible* (S_A) dengan tingkat perubahannya sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan δS_J .

Pengurangan populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi manusia dewasa yang terinfeksi (β_A), jumlah populasi manusia (N_H), dan jumlah nyamuk yang terinfeksi menggigit populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A). Sehingga populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A) berkurang $\frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V$.

Pengurangan populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A) disimbolkan dengan $\mu_H S_A$.

Maka diperoleh laju perubahan manusia dewasa *Susceptible* (S_A) sebagai berikut

$$\frac{dS_A}{dt} = \delta S_J - \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V - \mu_H S_A \quad (2.18)$$

5. Laju perubahan populasi manusia dewasa *Infected* ($\frac{dI_A}{dt}$)

Penambahan populasi manusia dewasa *Infected* (I_A) disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa (I_J) menjadi manusia dewasa *Infected* (I_A) dengan tingkat perubahan sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan δI_J .

Penambahan populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang

penyebaran virus pada populasi manusia dewasa yang terinfeksi (β_A), jumlah populasi manusia (N_H) dan jumlah nyamuk yang terinfeksi mengigit populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A). Sehingga populasi manusia dewasa *Susceptible* (S_A) bertambah sebesar $\frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V$.

Pengurangan populasi manusia dewasa *Infected* (I_A) dikarenakan kematian dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia dewasa *Infected* (I_A) disimbolkan dengan $\mu_H I_A$.

Pengurangan populasi manusia dewasa *Infected* (I_A) disebabkan karena populasi manusia dewasa *Infected* (I_A) sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar r . Penyembuhan populasi manusia dewasa terinfeksi terjadi secara alami dan besar r sama, sehingga kesembuhannya disimbolkan dengan $r I_A$.

Maka diperoleh laju perubahan populasi manusia dewasa *Infected* (I_A) sebagai berikut.

$$\frac{dI_A}{dt} = \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J - (\mu_H + r) I_A \quad (2.19)$$

6. Laju perubahan populasi manusia dewasa *Recovered* ($\frac{dR_A}{dt}$).

Penambahan populasi manusia dewasa *Infected* (I_A) disebabkan karena populasi manusia dewasa *Infected* (I_A) sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar r . Penyembuhan populasi manusia dewasa terinfeksi terjadi secara alami dan besar r sama, sehingga kesembuhannya disimbolkan dengan $r I_A$.

Penambahan populasi manusia dewasa *Recovered* (R_A) juga

disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa (R_J) menjadi manusia dewasa *Recovered* (R_A) dengan tingkat kesembuhannya sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan δR_J .

Pengurangan populasi manusia dewasa *Recovered* (R_A) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia dewasa *Recovered* (R_A) disimbolkan dengan $\mu_H R_A$.

Maka diperoleh laju perubahan manusia dewasa *Recovered* (R_A) sebagai berikut

$$\frac{dR_A}{dt} = rI_A + \delta R_J - \mu_H R_A \quad (2.20)$$

7. Laju perubahan populasi nyamuk *Susceptible* $\left(\frac{dS_V}{dt} \right)$

Tingkat rekrutmen nyamuk sebesar (A) masuk ke dalam populasi nyamuk *Susceptible* (S_V). Pengurangan populasi manusia dewasa nyamuk *Susceptible* (S_V) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi nyamuk yang terinfeksi (β_V), jumlah populasi manusia (N_H), jumlah nyamuk *Susceptible* (S_V) menggigit populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) dan manusia dewasa *Susceptible* (S_A). Sehingga populasi nyamuk *Susceptible* (S_V) berkurang sebesar $\frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A)$.

Pengurangan populasi nyamuk *Susceptible* (S_V) dikarenakan kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_V , sehingga jumlah kematian populasi nyamuk *Susceptible* (S_V) disimbolkan dengan $\mu_V S_V$.

Pengurangan populasi nyamuk *Susceptible* (S_V) karena adanya penyemprotan sebesar η , sehingga disimbolkan dengan ηS_V .

Maka diperoleh laju perubahan populasi nyamuk *Susceptible* (S_V) sebagai berikut.

$$\frac{dS_V}{dt} = A - \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) S_V \quad (2.21)$$

8. Laju perubahan populasi nyamuk *Infected* ($\frac{dI_V}{dt}$).

Penambahan populasi manusia dewasa nyamuk *Susceptible* (S_V) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi nyamuk yang terinfeksi (β_V), jumlah populasi manusia (N_H), jumlah nyamuk *Susceptible* (S_V) menggigit populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (S_J) dan manusia dewasa *Susceptible* (S_A). Sehingga populasi nyamuk *Susceptible* (S_V) bertambah sebesar $\frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A)$.

Pengurangan populasi nyamuk *Infected* (I_A) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_V , sehingga jumlah kematian populasi nyamuk *Infected* (I_A) disimbolkan dengan $\mu_H I_A$. Pengurangan populasi nyamuk *Infected* (I_V) karena adanya penyemprotan sebesar η , sehingga disimbolkan dengan ηI_V .

Maka diperoleh laju perubahan populasi nyamuk *Infected* (I_V) sebagai berikut.

$$\frac{dI_V}{dt} = \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) I_V \quad (2.22)$$

Berdasarkan faktor-faktor diatas maka diperoleh sistem persamaan diferensial untuk model matematika SIR-SI penyebaran penyakit DBD sebagai berikut:

$$\frac{dS_J}{dt} = \lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta) S_J$$

$$\frac{dI_J}{dt} = \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta + r) I_J$$

$$\frac{dR_J}{dt} = r I_J - (\mu_H + \delta) R_J$$

$$\frac{dS_A}{dt} = \delta S_J - \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V - \mu_H S_A$$

$$\frac{dI_A}{dt} = \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J - (\mu_H + r) I_A$$

$$\frac{dR_A}{dt} = r I_A + \delta R_J - \mu_H R_A$$

$$\frac{dS_V}{dt} = A - \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) S_V$$

$$\frac{dI_V}{dt} = \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) I_V$$

Parameter dan variabel yang digunakan dalam Model SIR-SI penyebaran penyakit DBD dengan struktur usia antara lain:

Tabel 2. 1 Nilai Awal Model SIR-SI Penyebaran Penyakit DBD dengan Struktur Usia

No.	Variabel	Keterangan	Nilai Awal
1.	$S_{J(0)}$	Populasi manusia pra dewasa <i>Susceptible</i>	3000 jiwa
2.	$I_{J(0)}$	Populasi manusia pra dewasa <i>Infected</i>	1500 jiwa
3.	$R_{J(0)}$	Populasi manusia pra dewasa <i>Recovered</i>	1000 jiwa
4.	$S_{A(0)}$	Populasi manusia dewasa <i>Susceptible</i>	2000 jiwa
5.	$I_{A(0)}$	Populasi manusia dewasa <i>Infected</i>	1250 jiwa
6.	$R_{A(0)}$	Populasi manusia dewasa <i>Recovered</i>	1250 jiwa

7.	$S_{V(0)}$	Nyamuk yang rentan membawa virus <i>dengue</i> (<i>Susceptible</i>)	10000 ekor
8.	$I_{V(0)}$	Nyamuk yang membawa virus <i>dengue</i> di dalam tubuhnya (<i>Infected</i>)	5000 ekor

Tabel 2.2 Nilai Parameter Model SIR-SI Penyebaran Penyakit DBD dengan Struktur Usia

No	Parameter	Keterangan	Nilai	Satuan	Sumber
1.	N_h	Populasi manusia	10000	Perhari	(Pongsumpun & Tang, 2003)
2.	λ	Laju kelahiran populasi manusia pra dewasa	152.1426	Perhari	(Khan & Fatmawati, 2021)
3.	μ_H	Laju kematian alami	0.0000456	Perhari	(Pongsumpun & Tang, 2003)
4.	δ	Laju perubahan manusia pra dewasa	0.000283	Perhari	(Pongsumpun & Tang, 2003)
5.	b	Rata-rata gigitan nyamuk per hari	0.3	Perhari	(Pongsumpun & Tang, 2003)
6.	β_A	Laju manusia dewasa yang terinfeksi	0.75	Perhari	(Matematika et al., 2023)
7.	r	Laju kesembuhan	0.0713	Perhari	(Pongsumpun & Tang, 2003)
8.	η	Tingkat <i>fogging</i>	0.5	Perhari	(Matematika et al., 2023)
9.	μ_V	Laju kematian nyamuk	0.23	Perhari	(Pongsumpun & Tang, 2003)
10.	β_V	Laju penularan virus <i>dengue</i> pada populasi nyamuk yang rentan	1.0	Perhari	(Pongsumpun & Tang, 2003)
11.	β_I	Laju penularan virus <i>dengue</i> pada populasi pra dewasa	0.75	Perhari	(Matematika et al., 2023)
12.	A	Tingkat rekrutmen nyamuk	200	Perhari	(Pongsumpun & Tang, 2003)

2.5 Kestabilan dalam Perspektif Islam

Makhluk hidup yang mencakup hewan, tumbuhan, manusia, amoeba, virus, dan lainnya banyak dibahas dalam ilmu biologi. Dalam disiplin ilmu biologi dipelajari terkait proses reproduksi, pertumbuhan, dan semua yang berhubungan terhadap makhluk hidup. Setiap makhluk hidup yang diciptakan memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing. Allah menciptakan hewan dalam berbagai bentuk dan ukuran, dari yang terbesar contohnya dinosaurus, jerapah, gajah, dan sejenisnya, sampai dengan yang terkecil contohnya nyamuk, lalat, semut dan sejenisnya. Semua makhluk hidup di bumi membawa keuntungan dan kerugian untuk lingkungan sekitar.

Diantara makhluk hidup yang membawa keuntungan dan kerugian untuk lingkungan sekitar adalah nyamuk. Nyamuk merupakan hewan sejenis serangga yang tinggal di tempat lembab yang berkembang biak dengan bertelur. Beberapa nyamuk berbahaya bagi kehidupan di sekitarnya seperti nyamuk *Aedes Sp* dapat menularkan penyakit ke dalam tubuh manusia. Nyamuk ini dapat menularkan berupa virus *dengue* dengan gigitannya ke tubuh manusia. Virus *dengue* menjadi penyebab terjangkitnya demam berdarah.

Makhluk yang mampu menghisap darah manusia adalah nyamuk. Kehidupan seekor nyamuk tidak hanya tentang menghisap darah. Hanya nyamuk betina yang membutuhkan darah pada dietnya. Pada proses akhir pembentukan sel telur nyamuk betina membutuhkan protein dari darah. Dengan kata lain, untuk menjamin kelangsungan hidup spesiesnya nyamuk betina menghisap darah.

Perkembangan nyamuk melalui berbagai tahapan, yakni hewan tersebut berubah dari larva menjadi nyamuk. Nyamuk betina meletakkan telurnya di daun

maupun di tempat lembab pada sekitar genangan air. Nyamuk betina akan mengamati daerah tersebut sebelum meletakkan telurnya dengan menggunakan organ perutnya. Organ tersebut dapat mendeteksi kelembapan dan suhu. Setelah memperoleh tempat yang tepat, nyamuk betina akan meletakkan telur miliknya. Telur yang panjangnya kurang dari satu milimeter, diletakkan atau satuan berkelompok. Sejumlah jenis nyamuk dirangkai hingga 300 telur dan diletakkan di permukaan genangan air.

Kata “*صحة*” berasal dari bahasa arab yang artinya sehat. Istilah ini dapat dipahami sebagai konsep yang dinamik mengenai kesehatan yaitu keadaan jasmani yang mengharuskan semua anggota tubuh berfungsi secara baik. Manusia diperintahkan untuk menjaga kesehatan yang dapat diperoleh dengan hidup bersih. Hal ini dikarenakan kebersihan memegang peranan penting dalam kesehatan. Dalil yang berkaitan dengan hidup bersih dijelaskan pada QS. Al Muddassir ayat 4

وَتِيَابَكَ فَطَهِّرْ

“Dan pakaianmu bersihkanlah”

Ayat tersebut menerangkan Islam menganjurkan untuk menjaga kebersihan diri, lingkungan dan sekitarnya. Lingkungan yang dimaksud seperti tempat pembuangan limbah dan penampungan air. Tempat-tempat ini umumnya menjadi sarang nyamuk yang menyebabkan terjadinya penyakit DBD (Dr. Azhari Akmal Tarigan, 2022).

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan jenis penelitian kualitatif. Penelitian kualitatif dilakukan melalui pengumpulan berbagai informasi tentang peristiwa secara berlangsung selama penelitian (Prof.Dr.Sugiyono, 2017). Penelitian ini memiliki tujuan yaitu menjelaskan suatu peristiwa yang sedang berlangsung dan disajikan dengan sistematis, objektif, dan akurat bersumber dari peristiwa nyata yang telah diteliti.

3.2 Pra Penelitian

Pra penelitian adalah tahap awal sebelum penulis melakukan penelitian, berikut ini adalah tahapan pra penelitian yang dilakukan oleh penulis:

1. Menentukan topik permasalahan yang akan diangkat.
2. Melakukan kajian literasi berdasarkan topik yang diangkat yaitu kajian terhadap model matematika SIR-SI dengan asumsi-asumsi tertentu.
3. Mencari data sekunder berdasarkan daftar parameter dengan modifikasi-modifikasi tertentu berdasarkan topik penelitian yang telah ditetapkan.
4. Melakukan perhitungan data sekunder untuk menentukan nilai parameter tertentu.

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian yang berkaitan dengan model SIR-SI terdiri dari beberapa tahap. Tahapan-tahapan penelitian ini akan dijabarkan di bawah ini:

3.3.1 Melakukan Analisis Dinamik Model SIR-SI pada Penyebaran

Penyakit DBD dengan Struktur Usia

1. Menentukan titik ekuilibrium bebas penyakit. Pada tahap ini model penyebaran penyakit DBD dalam kondisi setimbang. Oleh karena itu, konstan sehingga diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit.
2. Menentukan titik ekuilibrium endemik. Untuk menentukan titik ekuilibrium endemik, model penyebaran penyakit DBD dalam kondisi terdapat penyakit dalam populasi. Oleh karena itu, $S_J = S_J \neq 0$; $I_J = I_J \neq 0$; $R_J = R_J \neq 0$; $S_A = S_A \neq 0$; $I_A = I_A \neq 0$; $R_A = R_A \neq 0$.
3. Menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0) pada model matematika SIR-SI dan melakukan analisis kestabilan titik kesetimbangan berdasarkan nilai eigen yang diperoleh dari metode linierisasi.

3.3.2 Melakukan Simulasi Model SIR-SI

Melakukan simulasi numerik pada penyebaran penyakit DBD dengan struktur usia. Simulasi ini menggunakan *software* Matlab.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Analisis Dinamik

4.1.1 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit merupakan titik ekuilibrium pada saat tidak ada penyakit dalam populasi sehingga $I_J, R_J, I_A, R_A, I_V = 0$ atau konstan.

$$\frac{dS_J}{dt} = \lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta) S_J$$

$$\frac{dI_J}{dt} = \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta + r) I_J$$

$$\frac{dR_J}{dt} = r I_J - (\mu_H + \delta) R_J$$

$$\frac{dS_A}{dt} = \delta S_J - \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V - \mu_H S_A$$

$$\frac{dI_A}{dt} = \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J - (\mu_H + r) I_A$$

$$\frac{dR_A}{dt} = r I_A + \delta R_J - \mu_H R_A$$

$$\frac{dS_V}{dt} = A - \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) S_V$$

$$\frac{dI_V}{dt} = \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) I_V$$

Dalam penentuan titik ekuilibrium bebas penyakit langkah-langkah akan dipaparkan di bawah ini:

$$\frac{dS_J}{dt} = \lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta) S_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda N_H - 0 - (\mu_H + \delta) S_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda N_H - (\mu_H + \delta) S_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda N_H = (\mu_H + \delta) S_J$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda N_H}{(\mu_H + \delta)} = S_{J0}$$

Kemudian susbstitusikan $S_J = \frac{\lambda N_H}{(\mu_H + \delta)}$ ke persamaan ini, sehingga diperoleh:

$$\frac{dI_J}{dt} = \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta + r) I_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{b\beta_J}{N_H} \cdot \frac{\lambda N_H}{(\mu_H + \delta)} I_V - (\mu_H + \delta + r) I_J = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 \cdot \frac{\lambda N_H}{(\mu_H + \delta)} I_V - (\mu_H + \delta + r) I_J = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 - (\mu_H + \delta + r) I_J = 0$$

$$\Leftrightarrow I_J = \frac{0}{(\mu_H + \delta + r)}$$

$$\Leftrightarrow I_{J0} = 0$$

Kemudian substitusikan $I_J = 0$ ke persamaan ini sehingga diperoleh:

$$\frac{dR_J}{dt} = r I_J - (\mu_H + \delta) R_J = 0$$

$$\Leftrightarrow r \cdot 0 - (\mu_H + \delta) R_J = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 - (\mu_H + \delta) R_J = 0$$

$$\Leftrightarrow R_J (\mu_H + \delta) = 0$$

$$\Leftrightarrow R_J = \frac{0}{(\mu_H + \delta)}$$

$$\Leftrightarrow R_{J0} = 0$$

Kemudian substitusikan $I_J = 0$ dan $R_J = 0$ ke persamaan ini sehingga diperoleh:

$$\frac{dS_A}{dt} = \delta S_J - \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V - \mu_H S_A = 0$$

$$\Leftrightarrow \delta S_J - 0 - \mu_H S_A = 0$$

$$\Leftrightarrow \delta S_J - \mu_H S_A = 0$$

$$\Leftrightarrow -\mu_H S_A = -\delta S_J$$

$$\Leftrightarrow \mu_H S_A = \delta \frac{\lambda N_H}{(\mu_H + \delta)}$$

$$\Leftrightarrow S_{A0} = \frac{\delta \lambda N_H}{\mu_H (\mu_H + \delta)}$$

Kemudian substitusikan $I_J = 0$ ke persamaan ini sehingga diperoleh:

$$\frac{dI_A}{dt} = \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J - (\mu_H + r) I_A = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 + 0 - (\mu_H + r) I_A = 0$$

$$\Leftrightarrow (\mu_H + r) I_A = 0$$

$$\Leftrightarrow I_A = \frac{0}{(\mu_H + r)}$$

$$\Leftrightarrow I_{A0} = 0$$

Kemudian substitusikan $I_J = 0$ dan $R_J = 0$ ke persamaan ini sehingga diperoleh:

$$\frac{dR_A}{dt} = r I_A + \delta R_J - \mu_H R_A = 0$$

$$\Leftrightarrow r \cdot 0 + \delta \cdot 0 - \mu_H R_A = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 + 0 - \mu_H R_A = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 - \mu_H R_A = 0$$

$$\Leftrightarrow \mu_H R_A = 0$$

$$\Leftrightarrow R_A = \frac{0}{\mu_H}$$

$$\Leftrightarrow R_{A0} = 0$$

Kemudian substitusikan $I_J = 0$ dan $I_A = 0$ ke persamaan ini sehingga diperoleh:

$$\frac{dS_V}{dt} = A - \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) S_V = 0$$

$$\Leftrightarrow A - 0 - (\eta + \mu_V) S_V = 0$$

$$\Leftrightarrow A - (\eta + \mu_V) S_V = 0$$

$$\Leftrightarrow A = (\eta + \mu_V) S_V$$

$$\Leftrightarrow S_{V0} = \frac{A}{(\eta + \mu_V)}$$

Kemudian substitusikan $I_J = 0$ dan $I_A = 0$ dan ke persamaan ini sehingga diperoleh:

$$\frac{dI_V}{dt} = \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) I_V = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 - (\eta + \mu_V) I_V = 0$$

$$\Leftrightarrow (\eta + \mu_V) I_V = 0$$

$$\Leftrightarrow I_V = \frac{0}{(\eta + \mu_V)}$$

$$\Leftrightarrow I_{V0} = 0$$

Sehingga diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit yaitu

$$X_0 = (S_J, I_J, R_J, S_A, I_A, R_A, S_V, I_V) = \left(\frac{\lambda N_H}{(\mu_H + \delta)}, 0, 0, \frac{\delta \lambda N_H}{\mu_H (\mu_H + \delta)}, 0, 0, \frac{A}{(\eta + \mu_V)}, 0 \right)$$

4.1.2 Titik Ekuilibrium Endemik

Titik ekuilibrium endemik yaitu titik ekuilibrium disaat adanya penyebaran penyakit dalam populasi. Langkah pertama yaitu,

$$\lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta) S_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V - \mu_H S_J - \delta S_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda N_H - \left(\frac{b\beta_J}{N_H} I_V + \mu_H + \delta \right) S_J = 0$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{b\beta_J}{N_H}I_V + \mu_H + \delta\right)S_J = -\lambda N_H$$

$$\Leftrightarrow S_J = \frac{-\lambda N_H}{-\left(\frac{b\beta_J}{N_H}I_V + \mu_H + \delta\right)}$$

$$\Leftrightarrow S_J^* = \frac{\lambda N_H}{\left(\frac{b\beta_J}{N_H}I_V + \mu_H + \delta\right)}$$

Selanjutnya dari persamaaan ini diperoleh,

$$\frac{b\beta_J}{N_H}S_J I_V - (\mu_H + \delta + r)I_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{b\beta_J}{N_H}S_J I_V - \mu_H I_J - \delta I_J - r I_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{b\beta_J}{N_H}S_J I_V - (\mu_H + \delta + r)I_J = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{b\beta_J}{N_H}S_J I_V = (\mu_H + \delta + r)I_J$$

$$\Leftrightarrow I_J^* = \frac{\frac{b\beta_J}{N_H}S_J I_V}{(\mu_H + \delta + r)}$$

Selanjutnya dari persamaaan ini diperoleh,

$$rI_J - (\mu_H + \delta)R_J = 0$$

$$\Leftrightarrow rI_J - (\mu_H + \delta)R_J = 0$$

$$\Leftrightarrow rI_J = (\mu_H + \delta)R_J$$

$$\Leftrightarrow (\mu_H + \delta)R_J = rI_J$$

$$\Leftrightarrow R_J^* = \frac{rI_J}{(\mu_H + \delta)}$$

Selanjutnya dari persamaan ini diperoleh

$$\delta S_J - \frac{b\beta_A}{N_H}S_A I_V - \mu_H S_A = 0$$

$$\Leftrightarrow \delta S_J - \left(\frac{b\beta_A}{N_H} I_V + \mu_H \right) S_A = 0$$

$$\Leftrightarrow \delta S_J = \left(\frac{b\beta_A}{N_H} I_V + \mu_H \right) S_A$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{b\beta_A}{N_H} I_V + \mu_H \right) S_A = \delta S_J$$

$$\Leftrightarrow S_A^* = \frac{\delta S_J}{\left(\frac{b\beta_A}{N_H} I_V + \mu_H \right)}$$

Selanjutnya dari persamaan ini diperoleh

$$\frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J - (\mu_H + r) I_A = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J = (\mu_H + r) I_A$$

$$\Leftrightarrow (\mu_H + r) I_A = \frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J$$

$$\Leftrightarrow I_A^* = \frac{\frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J}{(\mu_H + r)}$$

Selanjutnya dari persamaan ini diperoleh

$$r I_A + \delta R_J - \mu_H R_A = 0$$

$$\Leftrightarrow r I_A + \delta R_J = \mu_H R_A$$

$$\Leftrightarrow \mu_H R_A = r I_A + \delta R_J$$

$$\Leftrightarrow R_A^* = \frac{r I_A + \delta R_J}{\mu_H}$$

Selanjutnya dari persamaan ini diperoleh

$$A - \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) S_V = 0$$

$$\Leftrightarrow A - \left(\frac{b\beta_V}{N_H} (I_J + I_A) + (\eta + \mu_V) \right) S_V = 0$$

$$\Leftrightarrow A = \left(\frac{b\beta_V}{N_H} (I_J + I_A) + (\eta + \mu_V) \right) S_V$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{b\beta_V}{N_H} (I_J + I_A) + (\eta + \mu_V) \right) S_V = A$$

$$\Leftrightarrow S_V^* = \frac{A}{\left(\frac{b\beta_V}{N_H} (I_J + I_A) + (\eta + \mu_V) \right)}$$

Selanjutnya dari persamaan ini diperoleh

$$\frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) I_V = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) = (\eta + \mu_V) I_V$$

$$\Leftrightarrow (\eta + \mu_V) I_V = \frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A)$$

$$\Leftrightarrow I_V^* = \frac{\frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A)}{(\eta + \mu_V)}$$

Sehingga diperoleh titik ekuilibrium endemik yaitu $X_0^* = (S_J^*, I_J^*, R_J^*, S_A^*,$

$$I_A^*, R_A^*, S_V^*, I_V^*) = \left(\frac{\lambda N_H}{\left(\frac{b\beta_I}{N_H} I_V + \mu_H + \delta \right)}, \frac{\frac{b\beta_I}{N_H} S_J I_V}{(\mu_H + \delta + r)}, \frac{r I_J}{(\mu_H + \delta)}, \frac{\delta S_J}{\left(\frac{b\beta_A}{N_H} I_V + \mu_H \right)}, \frac{\frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J}{(\mu_H + r)}, \frac{r I_A + \delta R_I}{\mu_H}, \frac{A}{\left(\frac{b\beta_V}{N_H} (I_J + I_A) + (\eta + \mu_V) \right)}, \frac{\frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A)}{(\eta + \mu_V)} \right).$$

4.1.3 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Setelah menentukan titik ekuilibrium bebas penyakit, langkah berikutnya adalah menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0) dengan menentukan nilai eigen maksimum yang diperoleh dari Matriks Generasi Selanjutnya. Langkah-langkah penentuan bilangan reproduksi dasar sistem antara lain:

1. Menentukan persamaan yang menunjukkan terjadinya penyebaran penyakit DBD pada kelas pra dewasa dan dewasa.

2. Menentukan linierisasi terhadap susbsitem penyebaran penyakit DBD yang direpresentasikan dengan Matriks Jacobi (J) sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{dI_J}{dI_J} & \frac{dI_J}{dI_A} & \frac{dI_J}{dI_V} \\ \frac{dI_A}{dI_J} & \frac{dI_A}{dI_A} & \frac{dI_A}{dI_V} \\ \frac{dI_V}{dI_J} & \frac{dI_V}{dI_A} & \frac{dI_V}{dI_V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\mu_H + \delta + r) & 0 & \frac{b\beta_J}{N_H} S_J \\ \delta & -(\mu_H + r) & \frac{b\beta_A}{N_H} S_A \\ \frac{b\beta_V}{N_H} S_V & \frac{b\beta_V}{N_H} S_V & -(\eta + \mu_V) \end{bmatrix}$$

3. Melakukan dekomposisi matriks Jacobi (J) menjadi, dengan F adalah matriks Transmisi dan V adalah matriks Transisi.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{b\beta_J\lambda}{\mu_H + \delta} \\ 0 & 0 & \frac{b\beta_A\delta\lambda}{\mu_H(\mu_H + \delta)} \\ \frac{b\beta_V A}{N_H(\eta + \mu_V)} & \frac{b\beta_V A}{N_H(\eta + \mu_V)} & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} (\mu_H + \delta + r) & 0 & 0 \\ -\delta & (\mu_H + r) & 0 \\ 0 & 0 & (\eta + \mu_V) \end{bmatrix}$$

dengan $\mu_H = \delta + r, \mu_H = r, \mu_V = -\eta$ Lalu menentukan V^{-1}

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_H + \delta + r} & 0 & 0 \\ \frac{\delta}{(\mu_H + \delta + r)(\mu_H + r)} & \frac{1}{(\mu_H + r)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(\eta + \mu_V)} \end{bmatrix}$$

4. Menghitung R_0 dengan menentukan $R_0 = \rho(FV^{-1})$

$$(FV^{-1}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & P \\ 0 & 0 & Q \\ R & S & 0 \end{bmatrix}$$

Dengan

$$P = \frac{b\beta_J\lambda}{(\mu_H + \delta)(\eta + \mu_V)}$$

$$Q = \frac{b\beta_A\delta\lambda}{\mu_H(\mu_H + \delta)(\eta + \mu_V)}$$

$$R = \frac{b\beta_V A}{N_H(\eta + \mu_V)(\mu_H + \delta + r)} + \frac{b\beta_V A\delta}{N_H(\eta + \mu_V)(\mu_H + \delta + r)((\mu_H + r))}$$

$$S = \frac{b\beta_V A}{N_H(\eta + \mu_V)(\mu_H + r)}$$

Selanjutnya menentukan nilai eigen matriks (FV^{-1}) yang diperoleh dari persamaan berikut ini

$$\det(FV^{-1} - \lambda I) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{bmatrix} 0 & 0 & P \\ 0 & 0 & Q \\ R & S & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \right|$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & P \\ 0 & -\lambda & Q \\ R & S & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Dengan

$$P = \frac{b\beta_J\lambda}{(\mu_H + \delta)(\eta + \mu_V)}$$

$$Q = \frac{b\beta_A\delta\lambda}{\mu_H(\mu_H + \delta)(\eta + \mu_V)}$$

$$R = \frac{b\beta_V A}{N_H(\eta + \mu_V)(\mu_H + \delta + r)} + \frac{b\beta_V A\delta}{N_H(\eta + \mu_V)(\mu_H + \delta + r)((\mu_H + r))}$$

$$S = \frac{b\beta_V A}{N_H(\eta + \mu_V)(\mu_H + r)}$$

Sehingga diperoleh

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{N_H\mu_H(\delta r + \delta\mu_H + r\mu_H + \mu_H^2)A\lambda\beta_V(\delta\beta_A + \beta_J\mu_H)b}}{N_H\mu_H(\delta r + \delta\mu_H + r\mu_H + \mu_H^2)(\eta + \mu_V)}$$

$$\lambda_2 = -\frac{\sqrt{N_H\mu_H(\delta r + \delta\mu_H + r\mu_H + \mu_H^2)A\lambda\beta_V(\delta\beta_A + \beta_J\mu_H)b}}{N_H\mu_H(\delta r + \delta\mu_H + r\mu_H + \mu_H^2)(\eta + \mu_V)}$$

$$\lambda_3 = 0$$

Dengan

$$R_0 = \rho^{(K)}$$

$$\rho = \max[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]$$

$$\rho = \lambda_1$$

Dengan

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{N_H \mu_H (\delta r + \delta \mu_H + r \mu_H + \mu_H^2) A \lambda \beta_V (\delta \beta_A + \beta_J \mu_H) b}}{N_H \mu_H (\delta r + \delta \mu_H + r \mu_H + \mu_H^2) (\eta + \mu_V)}$$

$$\lambda_2 = -\frac{\sqrt{N_H \mu_H (\delta r + \delta \mu_H + r \mu_H + \mu_H^2) A \lambda \beta_V (\delta \beta_A + \beta_J \mu_H) b}}{N_H \mu_H (\delta r + \delta \mu_H + r \mu_H + \mu_H^2) (\eta + \mu_V)}$$

$$\lambda_3 = 0$$

$$\text{Sehingga } R_0 = \frac{\sqrt{N_H \mu_H (\delta r + \delta \mu_H + r \mu_H + \mu_H^2) A \lambda \beta_V (\delta \beta_A + \beta_J \mu_H) b}}{N_H \mu_H (\delta r + \delta \mu_H + r \mu_H + \mu_H^2) (\eta + \mu_V)}$$

4.1.4 Analisis Kestabilan Ekuilibrium Bebas Penyakit

Analisis kestabilan titik ekuilibrium dilakukan berdasarkan nilai eigen yang diperoleh dari matriks Jacobi dengan metode linierisasi di sekitar titik ekuilibriumnya. Matrik Jacobi hasil linierisasi dari model matematika SIR-SI di sekitar titik ekuilibrium bebas penyakit $X_0 (S_{J_0}, I_{J_0}, R_{J_0}, S_{A_0}, I_{A_0}, R_{A_0}, S_{V_0}, I_{V_0}) = (\frac{\lambda N_H}{(\mu_H + \delta)}, 0, 0, \frac{\delta \lambda N_H}{\mu_H (\mu_H + \delta)}, 0, 0, \frac{A}{(\eta + \mu_V)}, 0)$ adalah

Nilai eigen matriks $J_{(x_0)}$ diperoleh dari persamaan berikut $\det |J_{(x_0)} - \lambda I| = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -0.0003286 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.04430031910^6 \\ 0 & -0.0716286 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.04430031910^6 \\ 0 & 0.0713 & -0.0003286 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.000283 & 0 & 0 & -0.0000456 & 0 & 0 & 0 & -6.48107435210^6 \\ 0 & 0.000283 & 0 & 0 & -0.0713456 & 0 & 0 & 6.48107435210^6 \\ 0 & 0 & 0.000283 & 0 & 0.0713 & -0.0000456 & 0 & 0 \\ 0 & -0.008219178081 & 0 & 0 & -0.008219178081 & 0 & -0.73 & 0 \\ 0 & 0.008219178081 & 0 & 0 & 0.008219178081 & 0 & 0 & -0.73 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan dari matriks tersebut diperoleh nilai eigen berikut

$$\lambda_1 = -0.0000456$$

$$\lambda_2 = -0.0003286$$

$$\lambda_3 = -0.0000456$$

$$\lambda_4 = -0.0003286$$

$$\lambda_5 = -0.7300000$$

$$\lambda_6 = -0.0716286$$

$$\lambda_7 = 249.1023073$$

$$\lambda_8 = 248.3009617$$

Untuk memperoleh persamaan karakteristik dari matriks Jacobi diperlukan bantuan software Maple agar persamaan karakteristik yang diperoleh itu valid, adapun persamaan karakteristik yang diperoleh yakni sebagai berikut:

$$a_0\lambda_8 + a_1\lambda_7 + a_2\lambda_6 + a_3\lambda_5 + a_4\lambda_4 + a_5\lambda_3 + a_6\lambda_2 + a_7\lambda_1 + a_8 = 0$$

dengan nilai $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ dan a_8 terdapat pada lampiran 3.

Substitusi nilai parameter Tabel 2.2 ke dalam persamaan yang terdapat pada lampiran 3 diperoleh

$$a_0 = 0.9992559524$$

$$a_1 = 1.626587306$$

$$a_2 = -61851.93402$$

$$a_3 = -49626.95572$$

$$a_4 = -3278.3515$$

$$a_5 = 12.0684$$

$$a_6 = -15.103$$

$$a_7 = 6.0155$$

$$a_8 = -7.26156582010^{-13}$$

Untuk menentukan persamaan karakteristik diatas dilakukan dengan bantuan software Maple yang dapat dilihat pada lampiran. Pada kriteria Routh-Hurwitz untuk $n = 8$, nilai akar-akar persamaan karakteristik tersebut dapat dianalisis kestabilannya jika memenuhi syarat berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz berikut:

$$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8 > 0$$

Berdasarkan nilai eigen yang diperoleh dapat diketahui bahwa $\lambda_6, \lambda_5, \lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1 < 0$ sedangkan λ_7 dan $\lambda_8 > 0$. Disisi lain syarat dari kriteria Routh-Hurwitz tidak terpenuhi karena $a_2, a_3, a_4, a_6, a_8 < 0$. Dengan demikian, titik ekuilibrium bebas penyakit tidak stabil asimtotik lokal.

4.1.5 Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik

Analisis kestabilan titik ekuilibrium dilakukan berdasarkan nilai eigen yang diperoleh dari matriks Jacobi dengan metode linierisasi di sekitar titik ekuilibriumnya. Matrik Jacobi hasil linieritas dari model matematika SIR-SI disekitar titik ekuilibrium endemik $X^* = (S_J^*, I_J^*, R_J^*, S_A^*, I_A^*, R_A^*, S_V^*, I_V^*)$

$$J_{(x^*)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_J}{\partial \bar{S}_J} & \frac{\partial S_J}{\partial I_J} & \frac{\partial S_J}{\partial \bar{R}_A} & \frac{\partial S_J}{\partial S_A} & \frac{\partial S_J}{\partial I_A} & \frac{\partial S_J}{\partial R_A} & \frac{\partial S_J}{\partial S_V} & \frac{\partial S_J}{\partial I_V} \\ \frac{\partial I_J}{\partial \bar{S}_J} & \frac{\partial I_J}{\partial I_J} & \frac{\partial I_J}{\partial \bar{R}_J} & \frac{\partial I_J}{\partial S_A} & \frac{\partial I_J}{\partial I_A} & \frac{\partial I_J}{\partial R_A} & \frac{\partial I_J}{\partial S_V} & \frac{\partial I_J}{\partial I_V} \\ \frac{\partial R_J}{\partial \bar{S}_J} & \frac{\partial R_J}{\partial I_J} & \frac{\partial R_J}{\partial \bar{R}_J} & \frac{\partial R_J}{\partial S_A} & \frac{\partial R_J}{\partial I_A} & \frac{\partial R_J}{\partial R_A} & \frac{\partial R_J}{\partial S_V} & \frac{\partial R_J}{\partial I_V} \\ \frac{\partial S_A}{\partial \bar{S}_J} & \frac{\partial S_A}{\partial I_J} & \frac{\partial S_A}{\partial \bar{R}_J} & \frac{\partial S_A}{\partial S_A} & \frac{\partial S_A}{\partial I_A} & \frac{\partial S_A}{\partial R_A} & \frac{\partial S_A}{\partial S_V} & \frac{\partial S_A}{\partial I_V} \\ \frac{\partial I_A}{\partial \bar{S}_J} & \frac{\partial I_A}{\partial I_J} & \frac{\partial I_A}{\partial \bar{R}_J} & \frac{\partial I_A}{\partial S_A} & \frac{\partial I_A}{\partial I_A} & \frac{\partial I_A}{\partial R_A} & \frac{\partial I_A}{\partial S_V} & \frac{\partial I_A}{\partial I_V} \\ \frac{\partial R_A}{\partial \bar{S}_J} & \frac{\partial R_A}{\partial I_J} & \frac{\partial R_A}{\partial \bar{R}_J} & \frac{\partial R_A}{\partial S_A} & \frac{\partial R_A}{\partial I_A} & \frac{\partial R_A}{\partial R_A} & \frac{\partial R_A}{\partial S_V} & \frac{\partial R_A}{\partial I_V} \\ \frac{\partial S_V}{\partial \bar{S}_J} & \frac{\partial S_V}{\partial I_J} & \frac{\partial S_V}{\partial \bar{R}_J} & \frac{\partial S_V}{\partial S_A} & \frac{\partial S_V}{\partial I_A} & \frac{\partial S_V}{\partial R_A} & \frac{\partial S_V}{\partial S_V} & \frac{\partial S_V}{\partial I_V} \\ \frac{\partial I_V}{\partial \bar{S}_J} & \frac{\partial I_V}{\partial I_J} & \frac{\partial I_V}{\partial \bar{R}_J} & \frac{\partial I_V}{\partial S_A} & \frac{\partial I_V}{\partial I_A} & \frac{\partial I_V}{\partial R_A} & \frac{\partial I_V}{\partial S_V} & \frac{\partial I_V}{\partial I_V} \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh

$$J_{(x)} = \begin{pmatrix} -\frac{b\beta_I}{N_H} I_V - (\mu_H + \delta) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{b\beta_I}{N_H} S_J \\ \frac{b\beta_I}{N_H} I_V & -(\mu_H + \delta + r) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b\beta_I}{N_H} S_J \\ 0 & r & -(\mu_H + \delta) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta & 0 & 0 & -\frac{b\beta_A}{N_H} I_V - \mu_H & 0 & 0 & 0 & -\frac{b\beta_A}{N_H} S_A \\ 0 & \delta & 0 & \frac{b\beta_A}{N_H} I_V & -(\mu_H + r) & 0 & 0 & \frac{b\beta_A}{N_H} S_A \\ 0 & 0 & \delta & 0 & r & -\mu_H & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b\beta_V}{N_H} S_V & 0 & 0 & -\frac{b\beta_V}{N_H} S_V & 0 & -\frac{b\beta_V}{N_H} (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) & 0 \\ 0 & \frac{b\beta_V}{N_H} S_V & 0 & 0 & \frac{b\beta_V}{N_H} S_V & 0 & \frac{b\beta_V}{N_H} (I_J + I_A) & -(\eta + \mu_V) \end{pmatrix}$$

Kemudian substitusikan nilai titik ekuilibrium bebas penyakit yaitu $X =$

$(S_J^*, I_J^*, R_J^*, S_A^*, I_A^*, R_A^*, S_V^*, I_V^*)$ sehingga diperoleh

$$J_{(x^*)} = \begin{pmatrix} -\frac{b\beta_I}{N_H} I_V^* - (\mu_H + \delta) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{b\beta_I}{N_H} S_J^* \\ \frac{b\beta_I}{N_H} I_V^* & -(\mu_H + \delta + r) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b\beta_I}{N_H} S_J^* \\ 0 & r & -(\mu_H + \delta) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta & 0 & 0 & -\frac{b\beta_A}{N_H} I_V^* - \mu_H & 0 & 0 & 0 & -\frac{b\beta_A}{N_H} S_A^* \\ 0 & \delta & 0 & \frac{b\beta_A}{N_H} I_V^* & -(\mu_H + r) & 0 & 0 & \frac{b\beta_A}{N_H} S_A^* \\ 0 & 0 & \delta & 0 & r & -\mu_H & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b\beta_V}{N_H} S_V^* & 0 & 0 & -\frac{b\beta_V}{N_H} S_V^* & 0 & -\frac{b\beta_V}{N_H} (I_J^* + I_A^*) - (\eta + \mu_V) & 0 \\ 0 & \frac{b\beta_V}{N_H} S_V^* & 0 & 0 & \frac{b\beta_V}{N_H} S_V^* & 0 & \frac{b\beta_V}{N_H} (I_J^* + I_A^*) & -(\eta + \mu_V) \end{pmatrix}$$

Nilai eigen matriks $J_{(x^*)}$ diperoleh dari persamaan berikut $\det(J_{(x^*)} - \lambda I) = 0$

Berdasarkan dari matriks tersebut diperoleh nilai eigen berikut

$$\lambda_1 = -0.0000456$$

$$\lambda_2 = -0.0713452$$

$$\lambda_3 = -6366.6818503$$

$$\lambda_4 = -0.7300000$$

Untuk memperoleh persamaan karakteristik dari matriks Jacobi diperlukan bantuan software Maple agar persamaan karakteristik yang diperoleh itu valid, adapun persamaan karakteristik yang diperoleh yakni sebagai berikut:

$$a_0\lambda_4 + a_1\lambda_3 + a_2\lambda_2 + a_3\lambda_1 + a_4\lambda_0 = 0$$

dengan nilai a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 terdapat pada lampiran 4.

Substitusi nilai parameter Tabel 2.2 ke dalam persamaan yang terdapat pada lampiran 4 diperoleh

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 6367.483241$$

$$a_2 = 5102.252657$$

$$a_3 = 331.8223499$$

$$a_4 = 0.01512049034$$

Untuk menentukan persamaan karakteristik diatas dilakukan dengan bantuan software Maple yang dapat dilihat pada lampiran. Pada kriteria Routh-Hurwitz untuk $n = 4$, nilai akar-akar persamaan karakteristik tersebut dapat dianalisis kestabilannya jika memenuhi syarat berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz berikut:

$$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 > 0$$

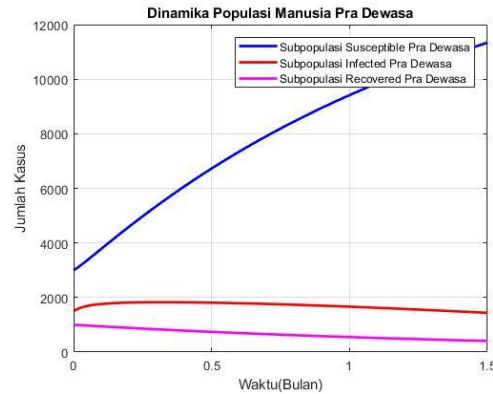
Berdasarkan nilai eigen yang diperoleh $\lambda_4, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0$. Disisi lain syarat dari kriteria Routh-Hurwitz terpenuhi karena $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 > 0$. Berdasarkan perhitungan bilangan reproduksi dasar diperoleh $R_0 = 1089.76594317280 > 1$ yang artinya penyakit DBD dalam populasi tersebut menjadi wabah dan nilai $R_0 > 1$ menunjukkan bahwa titik ekuilibrium endemik stabil. Dengan demikian, titik ekuilibrium endemik stabil asimtotik lokal.

4.2 Simulasi Numerik

Berdasarkan nilai parameter pada tabel 2.2 diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $X_0 = (S_J, I_J, R_J, S_A, I_A, R_A, S_V, I_V) = (4.64133475310^{10}, 0, 0, 2.88047749010^{11}, 0, 0, 273.9726027, 0)$.

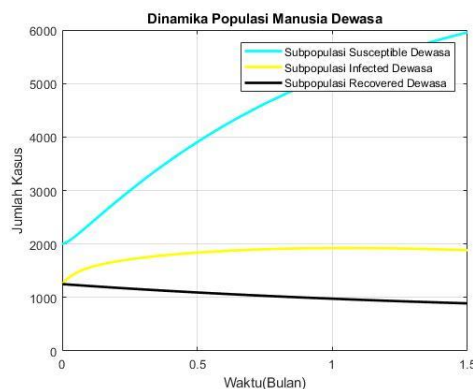
Selanjutnya titik kesetimbangan endemik yaitu $X_0^* = (S_J^*, I_J^*, R_J^*, S_A^*, I_A^*, R_A^*, S_V^*, I_V^*) = (2.34916448710^9, 2.02146775910^8, 4.38620362710^{10}, 1.07067791610^8, 1.00516191110^7, 2.87930629510^{11}, 0.03141353765, 273.9411892)$.

Berdasarkan simulasi menggunakan software Matlab, hasil simulasi dari analisis dinamik pada model SIR-SI penyebaran penyakit DBD dengan struktur usia dapat diilustrasikan pada Gambar 4.1 dan 4.2. Simulasi dilakukan dengan kondisi awal $S_J(0) = S_{J0} = 3000$, $I_J(0) = I_{J0} = 1500$, $R_J(0) = R_{J0} = 1000$, $S_A(0) = S_{A0} = 2000$, $I_A(0) = I_{A0} = 1250$, $R_A(0) = R_{A0} = 1250$, $S_V(0) = S_{V0} = 10000$, $I_V(0) = I_{V0} = 5000$. Dengan nilai parameter pada tabel 2.2.



Gambar 4.1 Dinamika Populasi Manusia Pra Dewasa dengan $S_{J0} = 3000$, $I_{J0} = 1500$, dan $R_{J0} = 1000$

Pada grafik 4.1 menunjukkan jumlah perubahan manusia pra dewasa *Susceptible*, *Infected*, dan *Recovered* selama 1.5 bulan dengan nilai parameter yang telah dicantumkan pada Tabel 2.2 dan nilai awal pada Tabel 2.1. Pada grafik pra dewasa *Susceptible* terlihat kenaikan kasus jumlah populasi pra dewasa *Susceptible* di bulan pertama mendekati 10.000 kasus dan terus bertambah. Pada grafik pra dewasa *Infected* terlihat di awal bulan sebanyak 1.900 kasus dan mengalami penurunan pada pertengahan bulan pertama. Populasi grafik pra dewasa *Infected* akan terus menurun hingga berada dalam kondisi yang setimbang atau konstan. Hal tersebut dikarenakan tidak adanya interaksi langsung antara populasi pra dewasa *Infected* dengan pra dewasa *Susceptible*. Pada grafik pra dewasa *Recovered* tidak terjadi kenaikan kasus.



Gambar 4.2 Dinamika Populasi Manusia Dewasa dengan $S_{A0} = 2000$, $I_{A0} = 1250$, dan $R_{A0} = 1250$

Pada grafik 4.2 menunjukkan jumlah perubahan manusia dewasa *Susceptible*, *Infected*, dan *Recovered* selama 1.5 bulan dengan nilai parameter yang telah dicantumkan pada Tabel 2.2 dan nilai awal pada Tabel 2.1. Pada grafik dewasa *Susceptible* terlihat kenaikan kasus jumlah populasi dewasa *Susceptible* di pertengahan bulan pertama mendekati 4.000 kasus dan terus bertambah. Populasi grafik dewasa *Susceptible* mempengaruhi populasi dewasa *Infected* di bulan pertama dan mengalami penurunan di bulan selanjutnya. Pada grafik dewasa *Recovered* tidak terjadi kenaikan kasus.

4.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

DBD menjadi salah satu permasalahan kesehatan di masyarakat yang relatif meningkat dengan penyebaran yang semakin luas. Penyakit DBD dapat dijumpai di semua negara, terutama negara tropis dan subtropis. DBD yaitu penyakit menular yang disebabkan virus *dengue*. Virus dengue termasuk ke dalam kelompok flavivirus yang terdiri dari empat *serotype* DEN-1, DEN-2, DEN-3, dan DEN-4. Penyebab kasus DBD di Indonesia mengacu pada virus dengue serotype DEN-2. Virus *dengue* dapat ditularkan melalui tiga jenis nyamuk yaitu nyamuk *Aedes aegypti*, *Aedes albopictus*, serta *Aedes scutellaris*. Namun, nyamuk *Aedes aegypti* menjadi vektor utama penyebaran penyakit DBD.

Penyakit demam berdarah diawali dengan gejala yang mencakup demam disertai ruam, nyeri pada otot dan sendi, dan sakit kepala yang berat. Ruam pada demam berdarah ditandai dengan warna merah terang dan umumnya timbul di bagian bawah tubuh yang kemudian tersebar hampir ke seluruh tubuh. Individu yang terjangkit penyakit DBD mengalami sakit perut yang disertai diare atau rasa

mual. Penyebab penyakit demam berdarah ditunjukkan dengan trombositopenia, demam yang lebih tinggi, pendarahan, dan hemokonsentrasi.

Ditinjau dari sudut pandang Agama Islam, perilaku manusia yang kurang memperhatikan kebersihan lingkungan merupakan suatu pelanggaran terhadap aturan hukum Agama seperti yang telah diungkapkan dalam H.R Al Bazzar yang artinya “Maka bersihkanlah pekaranganmu dan ruang tempat tinggalmu dan janganlah kamu seperti orang Yahudi yang menumpuk sampah di rumahnya”. Karena salah satu faktor penyebab terjadinya penularan DBD adalah lingkungan kurang sehat yang dapat meningkatkan kepadatan nyamuk *Aedes aegypti*. Bagi para pelaku pelanggaran yang ternyata tidak atau belum terkena penyakit tersebut bukan berarti mereka lepas dari konsekuensi pelanggarannya, melainkan sekedar suatu penundaan yang sekaligus peluang bagi mereka untuk bertobat.

Asbabun Nuzul Q.S Al Mudassir ayat 4 terjadi ketika al-Walid bin al-Mughirah membuat jamuan makanan kepada orang-orang Quraisy dan berkata “apa yang kalian katakan mengenai laki-laki itu?” yang dimaksud di sini adalah Nabi Muhammad SAW. Sebagian mereka yang hadir dalam jamuan tersebut memberi sebutan dengan mengatakan bahwa Nabi Muhammad SAW adalah tukang sihir, juru ramal, dan penyair. Sebutan-sebutan itu terdengar sampai kepada Nabi Muhammad SAW, sehingga membuat sedih Nabi dan menundukkan kepalanya kemudian berselimut. Selanjutnya, Allah menurunkan ayat ini sebagai penenang Rasulullah SAW.

Menurut Quraish Shihab tafsir dari Q.S Al Mudassir ayat 4 adalah sebagai berikut:

1. Membersihkan pakaian dari segala macam kotoran, serta tidak memakainya

dalam keadaan bersih, karena ketika memakai pakaian yang bersih akan menghasilkan rasa nyaman dan enak dipandang.

2. Menyucikan pakaian dengan cara yang halal seperti menutup aurat. Tidak memakai pakaian yang pendek dan tidak menyentuh tanah yang mengakibatkan pakaian menjadi kotor.

Menurut al-Zuhaili sesungguhnya mensucikan diri dari najis adalah wajib ketika akan menunaikan salat dan menghindarinya. Implementasi dari ayat tersebut dalam pencegahan penyakit DBD diantaranya:

1. Melakukan 3M, diantaranya membersihkan bak mandi setidaknya seminggu sekali, menutup rapat pada tempat penampungan air, dan mendaur ulang barang bekas.
2. Memeriksa jentik-jentik di setiap tempat dengan teratur oleh pihak kesehatan masyarakat yang bertujuan untuk meminimalisir kepadatan jentik nyamuk *Aedes aegypti*.
3. Melakukan pengolahan sampah kembali agar kondisi sekitar tetap terjaga.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan tujuan dan hasil pembahasan pada bab sebelumnya, maka diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Berdasarkan analisis dinamik model matematika SIR-SI penyebaran penyakit DBD dengan struktur usia diperoleh:

- a. Titik ekuilibrium bebas penyakit model matematika SIR-SI adalah

$$\begin{aligned} X_0 &= (S_J, I_J, R_J, S_A, I_A, R_A, S_V, I_V) \\ &= \left(\frac{\lambda N_H}{(\mu_H + \delta)}, 0, 0, \frac{\delta \lambda N_H}{\mu_H (\mu_H + \delta)}, 0, 0, \frac{A}{(\eta + \mu_V)}, 0 \right) \end{aligned}$$

Titik ekuilibrium bebas penyakit ini bersifat tidak stabil berdasarkan hasil perhitungan kriteria Routh-Hurwitz dan nilai eigennya.

- b. Titik ekuilibrium endemik model matematika SIR-SI adalah:

$$X^* = (S_J^*, I_J^*, R_J^*, S_A^*, I_A^*, R_A^*, S_V^*, I_V^*)$$

$$S_J^* = \frac{\lambda N_H}{\left(\frac{b\beta_J}{N_H} I_V + \mu_H + \delta \right)}$$

$$I_J^* = \frac{\frac{b\beta_J}{N_H} S_J I_V}{(\mu_H + \delta + r)}$$

$$R_J^* = \frac{r I_J}{(\mu_H + \delta)}$$

$$S_A^* = \frac{\delta S_J}{\left(\frac{b\beta_A}{N_H} I_V + \mu_H \right)}$$

$$I_A^* = \frac{\frac{b\beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta I_J}{(\mu_H + r)}$$

$$R_A^* = \frac{r I_A + \delta R_J}{\mu_H}$$

$$S_V^* = \frac{A}{\left(\frac{b\beta_V}{N_H} (I_J + I_A) + (\eta + \mu_V) \right)}$$

$$I_V^* = \frac{\frac{b\beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A)}{(\eta + \mu_V)}$$

Titik ekuilibrium endemik ini bersifat stabil asimtotik lokal berdasarkan hasil perhitungan kriteria Routh-Hurwitz dan nilai eigennya.

2. Berdasarkan hasil simulasi numerik model SIR-SI saat $R_0 > 1$ menunjukkan bahwa jumlah subpopulasi S_J (Manusia pra dewasa *Susceptible*), I_J (Manusia pra dewasa *Infected*), R_J (Manusia pra dewasa *Recovered*), S_A (Manusia dewasa *Susceptible*), I_A (Manusia dewasa *Infected*), R_A (Manusia dewasa *Recovered*) pada pertengahan bulan kedua telah menuju kondisi endemik yang setimbang.

5.2 Saran

Pada penelitian ini telah membahas model matematika SIR-SI penyebaran penyakit DBD dengan struktur usia. Saran untuk penelitian selanjutnya yakni melakukan analisis kestabilan global pada titik kesetimbangan dan menambahkan kontrol pengobatan pada model SIR-SI.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Hikmah (2011), Departemen. RI (n.d). *Al-Quran dan Terjemahannya. Bandung: Diponegoro.*
- Almurdi, A., Nasrul, E., Efrida, E., & Irawati, N. (2020). Detection of multiple dengue infections by rt-qpcr in west sumatera, indonesia. *Open Access Macedonian Journal of Medical Sciences*, 8(A), 311–316. <https://doi.org/10.3889/oamjms.2020.4343>
- Asy-syukriyyah, J., & Salim, A. A. (2021). *Jurnal Asy-Syukriyyah*. 22, 191–210.
- Azirah Amri, N., & Yuliani, Y. (2020). Analisis Model SIR (Susceptible Infected Recovered) Dalam Penyebaran Penyakit Kanker Serviks Di Kota Palopo. *Infinity: Jurnal Matematika Dan Aplikasinya*, 1(1), 22–28. <https://doi.org/10.30605/27458326-17>
- Brady, O. J., Kharisma, D. D., Wilastonegoro, N. N., O'reilly, K. M., Hendrickx, E., Bastos, L. S., Yakob, L., & Shepard, D. S. (2020). The cost-effectiveness of controlling dengue in Indonesia using wMel Wolbachia released at scale: a modelling study. *BMC Medicine*, 18(1), 1–13. <https://doi.org/10.1186/s12916-020-01638-2>
- Dr. Azhari Akmal Tarigan, M. A. (2022). *Al-Quran dan Ilmu Kesehatan Masyarakat Perspektif Integratif.*
- Frsilia, M. (2022). *Hubungan Motivasi Terhadap Perilaku Pemberantasan Sarang Nyamuk Demam Berdarah Dengue (DBD) Relationship Of Motivation To Conduct The Suppression Of Dengue Mosquito Nest Dengue (DBD).*
- Ihsan, H., Side, S., & Pagga, M. (2021). Pemodelan Matematika SEIRS Pada Penyebaran Penyakit Malaria di Kabupaten Mimika. *Journal of Mathematics Computations and Statistics*, 4(1), 21. <https://doi.org/10.35580/jmathcos.v4i1.20446>
- Khan, M. A., & Fatmawati. (2021). Dengue infection modeling and its optimal control analysis in East Java, Indonesia. *Heliyon*, 7(1), e06023. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06023>
- Matematika, J. I., Dengue, B., Pengaruh, D., & Dan, T. (2023). *MATH unesa*. 11(03), 318–327.
- Mohamed ElMoneam. (2019). *Pada Analisis Perilaku Dinamis Matematika Model*

Demam Berdarah. 0–18.

- Nurfadilah, Hikmah, & Fardinah. (2021). Analisis Model Matematika Penyebaran Penyakit Ispa. *Journal of Mathematics : Theory and Application*, 3(1), 14–22. <https://doi.org/10.31605/jomta.v3i1.1373>
- Pongsumpun, P. (2017). Simple Model for Respiratory Diseases. *International Journal of Bioscience, Biochemistry and Bioinformatics*, 7(2), 118–124. <https://doi.org/10.17706/ijbbb.2017.7.2.118-124>
- Pongsumpun, P., & Tang, I. M. (2003). Transmission of dengue hemorrhagic fever in an age structured population. *Mathematical and Computer Modelling*, 37(9–10), 949–961. [https://doi.org/10.1016/S0895-7177\(03\)00111-0](https://doi.org/10.1016/S0895-7177(03)00111-0)
- Prof.Dr.Sugiyono. (2017). *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D*.
- Rachmaniar, N. N. S. (2017). MATH unesa. *Stabilitas Sistem Dinamik Pertumbuhan Sel Kanker Dengan Terapi Radiasi*, 3(6), 80–86.
- Side, S., Alimuddin, & Bani, A. (2018). Modifikasi Model SIR pada Penyebaran Penyakit Demam Berdarah. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, 1(2), 169–182.
- Sitinjak, A. A. (2021). Penentuan Rumus Bilangan Reproduksi Dasar Pada Model Matematika Covid-19 Dari Model Sir Yang Dimodifikasi. *EduMatSains : Jurnal Pendidikan, Matematika Dan Sains*, 5(2), 203–210. <https://doi.org/10.33541/edumatsains.v5i2.2222>
- Windawati, S., Shodiqin, A., & Aini, A. N. (2020). Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Pengaruh Fogging. *Square : Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 2(1), 1. <https://doi.org/10.21580/square.2020.2.1.5149>
- Yosephine, E. E. (2021). *Bentuk Dasar Persamaan Diferensial*.

LAMPIRAN

Lampiran 1: Perhitungan Maple Untuk Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit dan Endemik

```

> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(γ) :
>
> dSJ := λ · NH -  $\frac{b \cdot \beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta) \cdot S_J$ ;
dSJ := λ NH -  $\frac{b \beta_J S_J I_V}{N_H} - (\mu_H + \delta) S_J$ 

> dIJ :=  $\frac{b \cdot \beta_J}{N_H} S_J I_V - (\mu_H + \delta + r) \cdot I_J$ ;
dIJ :=  $\frac{b \beta_J S_J I_V}{N_H} - (\mu_H + \delta + r) I_J$ 

> dRJ := r · IJ - (μH + δ) · RJ;
dRJ := r IJ - (μH + δ) RJ

> dSA := δ · SJ -  $\frac{b \cdot \beta_A}{N_H} S_A I_V - \mu_H \cdot S_A$ ;
dSA := δ SJ -  $\frac{b \beta_A S_A I_V}{N_H} - \mu_H S_A$ 

> dIA :=  $\frac{b \cdot \beta_A}{N_H} S_A I_V + \delta \cdot I_J - (\mu_H + r) \cdot I_A$ ;
dIA :=  $\frac{b \beta_A S_A I_V}{N_H} + \delta I_J - (\mu_H + r) I_A$ 

> dRA := r · IA + δ · RJ - μH · RA;
dRA := δ RJ + r IA - RA μH

> dSV := a -  $\frac{b \cdot \beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) \cdot S_V$ ;
dSV := a -  $\frac{b \beta_V S_V (I_J + I_A)}{N_H} - (\eta + \mu_V) S_V$ 

> dIV :=  $\frac{b \cdot \beta_V}{N_H} S_V (I_J + I_A) - (\eta + \mu_V) \cdot I_V$ ;
dIV :=  $\frac{b \beta_V S_V (I_J + I_A)}{N_H} - (\eta + \mu_V) I_V$ 

> NH := 10000; λ := 1525.1426; μH := 0.0000456; δ := 0.000283; r := 0.0713; b := 0.3; βA := 0.75; η := 0.5; μV := 0.23; βV := 1.0; βJ := 0.75; a := 200;
NH := 10000
λ := 1525.1426
μH := 0.0000456
δ := 0.000283
r := 0.0713
b := 1.0
βA := 0.75
η := 0.5
μV := 0.23
βV := 1.0
βJ := 0.75
a := 200

```

```

> fixpoint := solve( { dSJ, dIJ, dRJ, dSA, dIA, dRA, dSIJ, dIIJ }, { SJ, IJ, RJ, SA, IA, RA, SIJ, IIJ } ) :
> fixpoint1 := fixpoint[1];
      fixpoint1 := { IA = 0., IJ = 0., IIJ = 0., RA = 0., RJ = 0., SA = 2.880477490 1011, SJ = 4.641334753 1010, SIJ = 273.9726027 }
> fixpoint2 := fixpoint[2];
      fixpoint2 := { IA = 1.005161911 107, IJ = 2.021467759 108, IIJ = 273.9411892, RA = 2.879306295 1011, RJ = 4.386203627 1010, SA = 1.070677916 108, SJ = 2.349164487 108, SIJ
      = 0.03141353765 }

```

Lampiran 2: Perhitungan Maple Untuk Bilangan Reproduksi Dasar

```

> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(γ) :
> NH := 10000; λ := 1525.1426; μH := 0.0000456; δ := 0.000283; r := 0.0713; b := 0.3; βA := 0.75; η := 0.5; μIJ := 0.23; βIJ := 1.0; βJ := 0.75; a := 200;
      NH := 10000
      λ := 1525.1426
      μH := 0.0000456
      δ := 0.000283
      r := 0.0713
      b := 1.0
      βA := 0.75
      η := 0.5
      μIJ := 0.23
      βIJ := 1.0
      a := 200
> F :=
      0      0       $\frac{b\beta_J\lambda}{\mu_H + \delta}$ 
      0      0       $\frac{b\beta_A\delta\lambda}{\mu_H(\mu_H + \delta)}$ 
       $\frac{b\beta_{I_J}a}{N_H(\eta + \mu_{I_J})}$    $\frac{b\beta_{I_J}a}{N_H(\eta + \mu_{I_J})}$   0
> F :=
      0      0      1.044300320 106
      0      0      6.481074352 106
      0.008219178082  0.008219178082  0
> v :=
       $\begin{bmatrix} \mu_H + \delta + r & 0 & 0 \\ -\delta & \mu_H + r & 0 \\ 0 & 0 & \eta + \mu_{I_J} \end{bmatrix}$ ;
      v :=
      0.0716286      0      0
      -0.000283  0.0713456  0
      0      0      0.73
> Z := inverse(v);
      Z :=
      13.96090389      0.      0.
      0.05537742761  14.01628131  0.
      0.      0.      1.369863014
> K1 := evalm(F&*Z);
      K1 :=
      0.      0.      1.430548384 106
      0.      0.      8.878184046 106
      0.1152023122  0.1152023121  0.
> K2 := eigenvalues(K1);
      K2 := 0., 1089.76594317280, -1089.76594317280

```

Lampiran 3: Perhitungan Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

```

> M := subs(fixpoint1, evalm(Jacobian));
M := 
[ -0.0003286  0  0  0  0  0  0  -1.044300319 106
  0  -0.0716286  0  0  0  0  0  1.044300319 106
  0  0.0713  -0.0003286  0  0  0  0  0
  0.000283  0  0  -0.0000456  0  0  0  -6.481074352 106
  0  0.000283  0  0  -0.0713456  0  0  6.481074352 106
  0  0  0.000283  0  0.0713  -0.0000456  0  0
  0  -0.008219178081  0  0  -0.008219178081  0  -0.73  0
  0  0.008219178081  0  0  0.008219178081  0  0  -0.73 ]

> K := collect(charpoly(M, c), c);
K := 0.9992559524 c8 + 1.626587306 c7 - 61851.93402 c6 - 49626.95572 c5 - 3278.3515 c4 + 12.0684 c3 - 15.103 c2 + 6.0155 c - 7.261565820 10-13

> milaiEigen2 := eigenvals(M);
milaiEigen2 := -0.000045600000000000, -0.000328600000000000, -0.000045600000000000, -0.000328600000000000, -0.7300000000000000, -0.0716286000000001,
-249.102307301264, 248.300961701264

> a0 := factor(coeff(K, c, 8));
a0 := 0.9992559524

> a1 := factor(coeff(K, c, 7));
a1 := 1.626587306

> a2 := factor(coeff(K, c, 6));
a2 := -61851.93402

> a3 := factor(coeff(K, c, 5));
a3 := -49626.95572

> a4 := factor(coeff(K, c, 4));
a4 := -3278.3515

> a5 := factor(coeff(K, c, 3));
a5 := 12.0684

> a6 := factor(coeff(K, c, 2));
a6 := -15.103

> a7 := factor(coeff(K, c, 1));
a7 := 6.0155

> a8 := factor(coeff(K, c, 0));
a8 := -7.261565820 10-13

```

Lampiran 4: Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik

```

> M4 := 
[ -(μH + r)  0  0  0
  r  -μH  0  0
  -bβV/NH SV  0  -bβV/NH (IJ + IA) - (η + μV)  0
  bβV/NH SV  0  bβV/NH (IJ + IA)  -(η + μV) ]

M4 := 
[ -0.0713456  0  0  0.00002250000000 SA
  0.0713  -0.0000456  0  0
  -0.00003000000000 SV  0  -0.00003000000000 IJ - 0.00003000000000 IA - 0.73  0
  0.00003000000000 SV  0  0.00003000000000 IJ + 0.00003000000000 IA  -0.73 ]

> M5 := subs(fixpoint2, evalm(M4));
M5 := 
[ -0.0713456  0  0  2409.025311
  0.0713  -0.0000456  0  0
  -9.424061295 10-7  0  -6366.681850
  9.424061295 10-7  0  6365.951850 -0.73 ]

> L := collect(charpoly(M5, c), c);
L := c4 + 6367.483241 c3 + 5102.252657 c2 + 331.8223499 c + 0.01512049034

> milaiEigen2 := eigenvals(M5);
milaiEigen2 := -0.000045600000000000, -0.0713452434083592, -6366.68185035659, -0.7300000000000000

> b0 := factor(coeff(L, c, 4));
b0 := 1

> b1 := factor(coeff(L, c, 3));
b1 := 6367.483241

> b2 := factor(coeff(L, c, 2));
b2 := 5102.252657

> b3 := factor(coeff(L, c, 1));
b3 := 331.8223499

> b4 := factor(coeff(L, c, 0));
b4 := 0.01512049034

```

Lampiran 5: Perhitungan Persamaan Karakteristik Bebas Penyakit

```

> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect( $\gamma$ ) :
> a1 := factor(coeff(K, c, 7));
a1 := 2\eta + 2\mu_r + 6\mu_H + 2r + 3\delta
> a2 := factor(coeff(K, c, 6));
a2 := -\frac{1}{N_H(\eta + \mu_r)\mu_H(\mu_H + \delta)} \left( a\delta^2\delta\lambda\beta_A\beta_r + a\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H - 3\delta^3\eta N_H\mu_H - 3\delta^3 N_H\mu_H\mu_r - 6\delta^2\eta^2 N_H\mu_H - 5\delta^2\eta r N_H\mu_H - 18\delta^2\eta N_H\mu_H^2 - 12\delta^2\eta N_H\mu_H\mu_r \right.
- 5\delta^2 r N_H\mu_H\mu_r - 18\delta^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 6\delta^2 N_H\mu_H\mu_r^2 - \delta\eta^3 N_H\mu_H - 4\delta\eta^2 r N_H\mu_H - 18\delta\eta^2 N_H\mu_H^2 - 3\delta\eta^2 N_H\mu_H\mu_r - \delta\eta r^2 N_H\mu_H - 15\delta\eta r N_H\mu_H^2 - 8\delta\eta r N_H\mu_H\mu_r
- 30\delta\eta N_H\mu_H^3 - 36\delta\eta N_H\mu_H^2\mu_r - 3\delta\eta N_H\mu_H\mu_r^2 - \delta r^2 N_H\mu_H\mu_r - 15\delta r N_H\mu_H^2\mu_r - 4\delta r N_H\mu_H\mu_r^2 - 30\delta N_H\mu_H^3\mu_r - 18\delta N_H\mu_H^2\mu_r^2 - \delta N_H\mu_H\mu_r^3 - \eta^3 N_H\mu_H^2
- 4\eta^2 r N_H\mu_H^2 - 12\eta^2 N_H\mu_H^3 - 3\eta^2 N_H\mu_H^2\mu_r - \eta r^2 N_H\mu_H^2 - 10\eta r N_H\mu_H^3 - 8\eta r N_H\mu_H^2\mu_r - 15\eta N_H\mu_H^4 - 24\eta N_H\mu_H^3\mu_r - 3\eta N_H\mu_H^2\mu_r^2 - r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 10 r N_H
\mu_H\mu_r - 4 r N_H\mu_H^2\mu_r - 15 N_H\mu_H^4\mu_r - 12 N_H\mu_H^3\mu_r^2 - N_H\mu_H\mu_r^3 \Big)
> a3 := factor(coeff(K, c, 5));
a3 := -\frac{1}{N_H(\eta + \mu_r)\mu_H(\mu_H + \delta)} \left( 3a\delta^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_r + a\delta^2\delta\eta\lambda\beta_A\beta_r + a\delta^2\delta\lambda r\beta_A\beta_r + 5a\delta^2\delta\lambda\beta_A\beta_r\mu_r + a\delta^2\delta\lambda\beta_A\beta_r\mu_H + 3a\delta^2\delta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H + a\delta^2\eta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H \right.
+ a\delta^2\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H + 5a\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^2 + a\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H\mu_r - \delta^4\eta N_H\mu_H - \delta^4 N_H\mu_H\mu_r - 6\delta^3\eta^2 N_H\mu_H - 4\delta^3\eta r N_H\mu_H - 13\delta^3\eta N_H\mu_H^2 - 12\delta^3\eta N_H\mu_H\mu_r
- 4\delta^3 r N_H\mu_H\mu_r - 13\delta^3 N_H\mu_H^2\mu_r - 6\delta^3 N_H\mu_H\mu_r^2 - 3\delta^3\eta^3 N_H\mu_H - 10\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H - 36\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^2 - 9\delta^3\eta^2 N_H\mu_H\mu_r - 2\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H - 24\delta^3\eta r N_H\mu_H^2
- 20\delta^3\eta r N_H\mu_H\mu_r - 42\delta^3\eta N_H\mu_H^3 - 72\delta^3\eta N_H\mu_H^2\mu_r - 9\delta^3\eta N_H\mu_H\mu_r^2 - 2\delta^3 r^2 N_H\mu_H\mu_r - 24\delta^3 r N_H\mu_H^2\mu_r - 10\delta^3 r N_H\mu_H\mu_r^2 - 42\delta^3 N_H\mu_H^3\mu_r - 36\delta^3 N_H\mu_H^2\mu_r^2
- 3\delta^3 N_H\mu_H\mu_r^3 - 2\delta\eta^3 r N_H\mu_H - 9\delta\eta^3 N_H\mu_H^2 - 2\delta\eta^3 r^2 N_H\mu_H - 30\delta\eta^2 r N_H\mu_H^2 - 6\delta\eta^2 r N_H\mu_H\mu_r - 60\delta\eta^2 N_H\mu_H^3 - 27\delta\eta^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 6\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2
- 4\delta\eta r^2 N_H\mu_H\mu_r - 40\delta\eta r N_H\mu_H^3 - 60\delta\eta r N_H\mu_H^2\mu_r - 6\delta\eta r N_H\mu_H\mu_r^2 - 50\delta\eta N_H\mu_H^4 - 120\delta\eta N_H\mu_H^3\mu_r - 27\delta\eta N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 6\delta\eta^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 2\delta r^2 N_H\mu_H\mu_r^2
- 40\delta r N_H\mu_H^3\mu_r - 30\delta r N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 2\delta r N_H\mu_H\mu_r^3 - 50\delta N_H\mu_H^4\mu_r - 60\delta N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 9\delta N_H\mu_H^2\mu_r^3 - 2\eta^3 r N_H\mu_H^2 - 6\eta^3 r N_H\mu_H^3 - 2\eta^3 r^2 N_H\mu_H^2 - 20\eta^2 r N_H\mu_H^3
- 6\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_r - 30\eta^2 N_H\mu_H^4 - 18\eta^2 N_H\mu_H^3\mu_r - 4\eta^2 r N_H\mu_H^3 - 4\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_r - 20\eta r N_H\mu_H^4 - 40\eta r N_H\mu_H^3\mu_r - 6\eta r N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 20\eta N_H\mu_H^5 - 60\eta N_H\mu_H^4\mu_r
- 18\eta N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 4 r^2 N_H\mu_H^3\mu_r - 2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 20 r N_H\mu_H^4\mu_r - 20 r N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 2 r N_H\mu_H^2\mu_r^3 - 20 N_H\mu_H^5\mu_r - 30 N_H\mu_H^4\mu_r^2 - 6 N_H\mu_H^3\mu_r^3 \Big)
> a4 := factor(coeff(K, c, 4));
a4 := -\frac{1}{N_H(\eta + \mu_r)\mu_H(\mu_H + \delta)} \left( 3a\delta^2\delta^3\lambda\beta_A\beta_r + 3a\delta^2\delta^2\eta\lambda\beta_A\beta_r + 2a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_r + 12a\delta^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_r\mu_H + 3a\delta^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_r\mu_r + 3a\delta^2\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H \right.
+ a\delta^2\delta\eta\lambda\beta_A\beta_r + 5a\delta^2\delta\eta\lambda\beta_A\beta_r\mu_H + 3a\delta^2\delta\eta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H + 4a\delta^2\delta\lambda r\beta_A\beta_r\mu_H + a\delta^2\delta\lambda r\beta_A\beta_r\mu_r + 2a\delta^2\delta\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H + 10a\delta^2\delta\lambda\beta_A\beta_r\mu_H^2
+ 5a\delta^2\delta\lambda\beta_A\beta_r\mu_H\mu_r + 12a\delta^2\delta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^2 + 3a\delta^2\delta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H\mu_r + a\delta^2\eta\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H + 5a\delta^2\eta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^2 + 4a\delta^2\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H^2 + a\delta^2\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H\mu_r
+ 10a\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^3 + 5a\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^2\mu_r - 2\delta^4\eta^2 N_H\mu_H - \delta^4\eta r N_H\mu_H - 3\delta^4\eta N_H\mu_H^2 - 4\delta^4\eta N_H\mu_H\mu_r - \delta^4 r N_H\mu_H\mu_r - 3\delta^4 N_H\mu_H^2\mu_r - 2\delta^4 N_H\mu_H\mu_r^2
- 3\delta^3\eta^3 N_H\mu_H - 8\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H - 26\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^2 - 9\delta^3\eta^2 N_H\mu_H\mu_r - \delta^3\eta r^2 N_H\mu_H - 13\delta^3\eta r N_H\mu_H^2 - 16\delta^3\eta r N_H\mu_H\mu_r - 21\delta^3\eta N_H\mu_H^3 - 52\delta^3\eta N_H\mu_H^2\mu_r
- 9\delta^3\eta N_H\mu_H\mu_r^2 - \delta^3 r^2 N_H\mu_H\mu_r - 13\delta^3 r N_H\mu_H^2\mu_r - 8\delta^3 r N_H\mu_H\mu_r^2 - 21\delta^3 N_H\mu_H^3\mu_r - 26\delta^3 N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 3\delta^3 N_H\mu_H\mu_r^3 - 5\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H - 18\delta^2\eta^3 N_H\mu_H^2
- 4\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H - 48\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^2 - 15\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_r - 84\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^3 - 54\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 7\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2 - 8\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_r - 42\delta^2\eta r N_H\mu_H^3 - 96\delta^2\eta r N_H
\mu_H\mu_r - 15\delta^2\eta r N_H\mu_H^2\mu_r - 48\delta^2\eta N_H\mu_H^4 - 168\delta^2\eta N_H\mu_H^3\mu_r - 54\delta^2\eta N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 7\delta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 4\delta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_r^2 - 42\delta^2 r N_H\mu_H^3\mu_r - 48\delta^2 r N_H\mu_H^2\mu_r^2
- 5\delta^2 r N_H\mu_H\mu_r^3 - 48\delta^2 N_H\mu_H^4\mu_r - 84\delta^2 N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 18\delta^2 N_H\mu_H^2\mu_r^3 - \delta\eta^3 r^2 N_H\mu_H - 15\delta\eta^3 r N_H\mu_H^2 - 30\delta\eta^3 N_H\mu_H^3 - 12\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2 - 3\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_r
- 80\delta\eta^2 r N_H\mu_H^3 - 45\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 100\delta\eta^2 N_H\mu_H^4 - 90\delta\eta^2 N_H\mu_H^3\mu_r - 12\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3 - 24\delta\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_r - 3\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 50\delta\eta r N_H\mu_H^4 - 160\delta\eta r N_H
\mu_H\mu_r - 45\delta\eta r N_H\mu_H^3\mu_r - 45\delta\eta N_H\mu_H^5 - 200\delta\eta N_H\mu_H^4\mu_r - 90\delta\eta N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 12\delta\eta^2 N_H\mu_H^3\mu_r - 12\delta\eta^2 N_H\mu_H^2\mu_r^2 - \delta r^2 N_H\mu_H^3\mu_r - 50\delta r N_H\mu_H^4\mu_r - 80\delta r N_H\mu_H^3\mu_r^2
- 15\delta r N_H\mu_H^2\mu_r^3 - 45\delta N_H\mu_H^5\mu_r - 100\delta N_H\mu_H^4\mu_r^2 - 30\delta N_H\mu_H^3\mu_r^3 - \eta^3 r^2 N_H\mu_H^2 - 10\eta^3 r N_H\mu_H^3 - 15\eta^3 N_H\mu_H^4 - 8\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3 - 3\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 40\eta^2 r N_H\mu_H^4
- 30\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_r - 40\eta^2 N_H\mu_H^5 - 45\eta^2 N_H\mu_H^4\mu_r - 6\eta^2 r N_H\mu_H^4 - 16\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_r - 3\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 20\eta r N_H\mu_H^5 - 80\eta r N_H\mu_H^4\mu_r - 30\eta r N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 15\eta N_H
\mu_H^6 - 80\eta N_H\mu_H^5\mu_r - 45\eta N_H\mu_H^4\mu_r^2 - 6 r^2 N_H\mu_H^4\mu_r - 8 r^2 N_H\mu_H^3\mu_r^2 - r^2 N_H\mu_H^2\mu_r^3 - 20 r N_H\mu_H^5\mu_r - 40 r N_H\mu_H^4\mu_r^2 - 10 r N_H\mu_H^3\mu_r^3 - 15 N_H\mu_H^6\mu_r - 40 N_H\mu_H^5\mu_r^2
- 15 N_H\mu_H^4\mu_r^3 \Big)
> a5 := factor(coeff(K, c, 3));
a5 := -\frac{1}{N_H(\eta + \mu_r)\mu_H(\mu_H + \delta)} \left( a\delta^2\delta^4\lambda\beta_A\beta_r + 3a\delta^2\delta^3\eta\lambda\beta_A\beta_r + a\delta^2\delta^3\lambda r\beta_A\beta_r + 9a\delta^2\delta^3\lambda\beta_A\beta_r\mu_H + 3a\delta^2\delta^3\lambda\beta_A\beta_r\mu_r + a\delta^2\delta^3\lambda\beta_j\beta_r\mu_H \right.
+ 2a\delta^2\delta^2\eta\lambda r\beta_A\beta_r + 12a\delta^2\delta^2\eta\lambda\beta_A\beta_r\mu_H + 3a\delta^2\delta^2\eta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H + 6a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_r\mu_H + 2a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_r\mu_r + a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H + 18a\delta^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_r\mu_H^2
+ 12a\delta^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_r\mu_H\mu_r + 9a\delta^2\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^2 + 3a\delta^2\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H\mu_r + 4a\delta^2\delta^2\eta\lambda r\beta_A\beta_r\mu_H + 2a\delta^2\delta^2\eta\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H + 10a\delta^2\delta^2\eta\lambda\beta_A\beta_r\mu_H^2 + 12a\delta^2\delta^2\eta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^2
+ 6a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_r\mu_H^2 + 4a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_r\mu_H\mu_r + 6a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H^2 + 2a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H\mu_r + 10a\delta^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_r\mu_H^3 + 10a\delta^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_r\mu_H^2\mu_r + 18a\delta^2\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^3
+ 12a\delta^2\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^2\mu_r + 4a\delta^2\delta^2\eta\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H^2 + 10a\delta^2\delta^2\eta\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^3 + 6a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H^3 + 4a\delta^2\delta^2\lambda r\beta_j\beta_r\mu_H^2\mu_r + 10a\delta^2\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^4 + 10a\delta^2\delta^2\lambda\beta_j\beta_r\mu_H^3\mu_r
- \delta^4\eta^3 N_H\mu_H - 2\delta^4\eta^2 r N_H\mu_H - 6\delta^4\eta^2 N_H\mu_H^2 - 3\delta^4\eta^2 N_H\mu_H\mu_r - 2\delta^4\eta r N_H\mu_H^2 - 4\delta^4\eta r N_H\mu_H\mu_r - 3\delta^4\eta N_H\mu_H^3 - 12\delta^4\eta N_H\mu_H^2\mu_r - 3\delta^4\eta N_H\mu_H\mu_r^2 - 2\delta^4 r N_H
\mu_H\mu_r - 2\delta^4 r N_H\mu_H^2\mu_r - 3\delta^4 N_H\mu_H^3\mu_r - 6\delta^4 N_H\mu_H^2\mu_r^2 - \delta^4 N_H\mu_H\mu_r^3 - 4\delta^3\eta^3 r N_H\mu_H - 13\delta^3\eta^3 N_H\mu_H^2 - 2\delta^3\eta^3 r^2 N_H\mu_H - 26\delta^3\eta^3 r N_H\mu_H^2 - 12\delta^3\eta^3 r N_H\mu_H\mu_r
- 42\delta^3\eta^3 N_H\mu_H^3 - 39\delta^3\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_r - 2\delta^3\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2 - 4\delta^3\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_r - 14\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^3 - 52\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_r - 12\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H\mu_r^2 - 15\delta^3\eta N_H\mu_H^4 - 84\delta^3\eta N_H
\mu_H\mu_r - 39\delta^3\eta N_H\mu_H^3\mu_r - 2\delta^3 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 2\delta^3 r^2 N_H\mu_H\mu_r^2 - 14\delta^3 r N_H\mu_H^3\mu_r - 26\delta^3 r N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 4\delta^3 r N_H\mu_H\mu_r^3 - 15\delta^3 N_H\mu_H^4\mu_r - 42\delta^3 N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 13\delta^3 N_H\mu_H^2
\mu_r^3 - 2\delta^2\eta^3 r^2 N_H\mu_H - 24\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H^2 - 42\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H^3 - 14\delta^2\eta^3 r^2 N_H\mu_H^2 - 6\delta^2\eta^3 r^2 N_H\mu_H\mu_r - 84\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H^3 - 72\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H^2\mu_r - 96\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H\mu_r^2
- 126\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H\mu_r^2 - 8\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3 - 28\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 6\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_r^2 - 32\delta^2\eta r N_H\mu_H^4 - 168\delta^2\eta r N_H\mu_H^3\mu_r - 72\delta^2\eta r N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 27\delta^2\eta N_H\mu_H^5
- 192\delta^2\eta N_H\mu_H^4\mu_r - 126\delta^2\eta N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 8\delta^2 r^2 N_H\mu_H^3\mu_r - 14\delta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 2\delta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_r^3 - 32\delta^2 r N_H\mu_H^4\mu_r - 84\delta^2 r N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 24\delta^2 r N_H\mu_H^2\mu_r^3 - 27\delta^2 N_H
\mu_H^5\mu_r - 96\delta^2 N_H\mu_H^4\mu_r^2 - 42\delta^2 N_H\mu_H^3\mu_r^3 - 6\delta\eta^3 r^2 N_H\mu_H^2 - 40\delta\eta^3 r N_H\mu_H^3 - 50\delta\eta^3 N_H\mu_H^4 - 24\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3 - 18\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r - 100\delta\eta^2 r N_H\mu_H^4 - 120\delta\eta^2 r N_H
\mu_H\mu_r - 90\delta\eta^2 N_H\mu_H^5 - 150\delta\eta^2 N_H\mu_H^4\mu_r - 10\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^4 - 48\delta\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_r - 18\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_r^2 - 30\delta\eta r N_H\mu_H^5 - 200\delta\eta r N_H\mu_H^4\mu_r - 120\delta\eta r N_H\mu_H^3\mu_r^2
- 21\delta\eta N_H\mu_H^6 - 180\delta\eta N_H\mu_H^5\mu_r - 150\delta\eta N_H\mu_H^4\mu_r^2 - 10\delta r^2 N_H\mu_H^4\mu_r - 24\delta r^2 N_H\mu_H^3\mu_r^2 - 6\delta r^2 N_H\mu_H^2\mu_r^3 - 30\delta r N_H\mu_H^5\mu_r - 100\delta r N_H\mu_H^4\mu_r^2 - 40\delta r N_H\mu_H^3\mu_r^3

```

```

> a6 := factor(coeff(K, c, 2));
a6 := -  $\frac{1}{N_H(\eta + \mu_V)\mu_H(\mu_H + \delta)}$   $\left( 2a^2\delta^4\eta\lambda\beta_A\beta_V + 2a^2\delta^4\lambda\beta_A\beta_V\mu_H + a^2\delta^4\lambda\beta_A\beta_V\mu_V + a^2\delta^3\eta\lambda r\beta_A\beta_V + 9a^2\delta^3\eta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H + a^2\delta^3\eta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H \right.$ 
 $+ 2a^2\delta^3\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H + a^2\delta^3\lambda r\beta_A\beta_V\mu_V + 9a^2\delta^3\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^2 + 9a^2\delta^3\lambda\beta_A\beta_V\mu_H\mu_V + 2a^2\delta^3\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^2 + a^2\delta^3\lambda\beta_V\beta_V\mu_H\mu_V + 6a^2\delta^2\eta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H + 6a^2\delta^2\eta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_V$ 
 $+ a^2\delta^2\eta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^2 + 18a^2\delta^2\eta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^2 + 9a^2\delta^2\eta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^2 + 6a^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H^2 + 6a^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H\mu_V + 2a^2\delta^2\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^2 + a^2\delta^2\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H\mu_V$ 
 $+ 12a^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^3 + 18a^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^2\mu_V + 9a^2\delta^2\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^3 + 9a^2\delta^2\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^2\mu_V + 6a^2\delta\eta\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H^2 + 6a^2\delta\eta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^2 + 10a^2\delta\eta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^3$ 
 $+ 18a^2\delta\eta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^3 + 4a^2\delta\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H^3 + 6a^2\delta\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H^2\mu_V + 6a^2\delta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^3 + 6a^2\delta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^2\mu_V + 5a^2\delta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^4 + 10a^2\delta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^3\mu_V$ 
 $+ 12a^2\delta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^4 + 18a^2\delta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^3\mu_V + 6a^2\delta\eta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^3 + 10a^2\eta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^4 + 4a^2\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^4 + 6a^2\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^3\mu_V + 5a^2\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^5$ 
 $+ 10a^2\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^4\mu_V - \delta^4\eta^3 r N_H\mu_H - 3\delta^4\eta^3 N_H\mu_H^2 - 4\delta^4\eta^2 r N_H\mu_H^2 - 3\delta^4\eta^2 r N_H\mu_H\mu_V - 6\delta^4\eta^2 N_H\mu_H - 9\delta^4\eta^2 N_H\mu_H^2\mu_V - \delta^4\eta r N_H\mu_H^3 - 8\delta^4\eta r N_H\mu_H^2\mu_V$ 
 $- 3\delta^4\eta r N_H\mu_H\mu_V^2 - \delta^4\eta N_H\mu_H^4 - 12\delta^4\eta N_H\mu_H^3\mu_V - 9\delta^4\eta N_H\mu_H^2\mu_V^2 - \delta^4 r N_H\mu_H^3\mu_V - 4\delta^4 r N_H\mu_H^2\mu_V^2 - \delta^4 r N_H\mu_H\mu_V^3 - \delta^4 N_H\mu_H^4\mu_V - 6\delta^4 N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 3\delta^4 N_H\mu_H^2\mu_V^3$ 
 $- \delta^3\eta^3 r^2 N_H\mu_H - 13\delta^3\eta^3 r N_H\mu_H^2 - 21\delta^3\eta^3 N_H\mu_H^3 - 4\delta^3\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2 - 3\delta^3\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_V - 28\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^3 - 39\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_V - 30\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^4 - 63\delta^3\eta^2 N_H$ 
 $\mu_H\mu_V - \delta^3\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3 - 8\delta^3\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V - 3\delta^3\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_V^2 - 5\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^4 - 56\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V - 39\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_V^2 - 4\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^5 - 60\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^4\mu_V$ 
 $- 63\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^3\mu_V^2 - \delta^3 r^2 N_H\mu_H^3\mu_V - 4\delta^3 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V^2 - \delta^3 r^2 N_H\mu_H\mu_V^3 - 5\delta^3 r N_H\mu_H^4\mu_V - 28\delta^3 r N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 13\delta^3 r N_H\mu_H^2\mu_V^3 - 4\delta^3 N_H\mu_H^5\mu_V - 30\delta^3 N_H\mu_H^4\mu_V^2$ 
 $- 21\delta^3 N_H\mu_H^3\mu_V^3 - 7\delta^2\eta^3 r^2 N_H\mu_H^2 - 42\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H^3 - 48\delta^2\eta^3 N_H\mu_H^4 - 16\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3 - 21\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V - 64\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^4 - 126\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V$ 
 $- 54\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^5 - 144\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^4\mu_V - 3\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^4 - 32\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3\mu_V - 21\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V^2 - 9\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^5 - 128\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V - 126\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V^2$ 
 $- 6\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^6 - 108\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^5\mu_V - 144\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^4\mu_V^2 - 3\delta^2 r^2 N_H\mu_H^4\mu_V - 16\delta^2 r^2 N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 7\delta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V^3 - 9\delta^2 r N_H\mu_H^5\mu_V - 64\delta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V^2 - 42\delta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V^3$ 
 $- 150\delta\eta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V - 42\delta\eta^2 N_H\mu_H^6 - 135\delta\eta^2 N_H\mu_H^5\mu_V - 3\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^5 - 40\delta\eta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V - 36\delta\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 7\delta\eta^2 r N_H\mu_H^6 - 120\delta\eta^2 r N_H\mu_H^5\mu_V$ 
 $- 150\delta\eta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V^2 - 4\delta\eta^2 N_H\mu_H^7 - 84\delta\eta^2 N_H\mu_H^6\mu_V - 135\delta\eta^2 N_H\mu_H^5\mu_V^2 - 3\delta\eta^2 r N_H\mu_H^5\mu_V^2 - 20\delta\eta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V^2 - 12\delta\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V^3 - 7\delta\eta^2 r N_H\mu_H^6\mu_V - 60\delta\eta^2 r N_H\mu_H^5\mu_V^2$ 
 $- 50\delta\eta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V^3 - 4\delta N_H\mu_H^7\mu_V - 42\delta N_H\mu_H^6\mu_V^2 - 45\delta N_H\mu_H^5\mu_V^3 - 6\eta^2 r^2 N_H\mu_H^4 - 20\eta^3 r N_H\mu_H^5 - 15\eta^3 N_H\mu_H^6 - 8\eta^2 r^2 N_H\mu_H^5 - 18\eta^2 r^2 N_H\mu_H^4\mu_V - 20\eta^2 r^2 N_H\mu_H^6$ 
 $- 60\eta^2 r^2 N_H\mu_H^5\mu_V - 12\eta^2 N_H\mu_H^7 - 45\eta^2 N_H\mu_H^6\mu_V - \eta^2 r^2 N_H\mu_H^6 - 16\eta^2 r^2 N_H\mu_H^5\mu_V - 18\eta^2 r^2 N_H\mu_H^4\mu_V^2 - 2\eta r N_H\mu_H^7 - 40\eta r N_H\mu_H^6\mu_V - 60\eta r N_H\mu_H^5\mu_V^2 - \eta N_H\mu_H^8$ 
 $- 24\eta N_H\mu_H^7\mu_V - 45\eta N_H\mu_H^6\mu_V^2 - r^2 N_H\mu_H^6\mu_V - 8r^2 N_H\mu_H^5\mu_V^2 - 6r^2 N_H\mu_H^4\mu_V^3 - 2r N_H\mu_H^7\mu_V - 20r N_H\mu_H^6\mu_V^2 - 20r N_H\mu_H^5\mu_V^3 - N_H\mu_H^8\mu_V - 12N_H\mu_H^7\mu_V^2 - 15N_H\mu_H^6\mu_V^3$ 
 $\mu_V \Big)$ 
> a7 := factor(coeff(K, c, 1));
a7 := -  $\frac{1}{N_H(\eta + \mu_V)}$   $\left( 2a^2\delta^3\eta\lambda\beta_A\beta_V + a^2\delta^3\lambda\beta_A\beta_V\mu_H + 2a^2\delta^3\lambda\beta_A\beta_V\mu_V + 2a^2\delta^2\eta\lambda r\beta_A\beta_V + 7a^2\delta^2\eta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H + 2a^2\delta^2\eta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H + a^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H \right.$ 
 $+ 2a^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_V\mu_V + 2a^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^2 + 7a^2\delta^2\lambda\beta_A\beta_V\mu_H\mu_V + a^2\delta^2\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^2 + 2a^2\delta^2\lambda\beta_V\beta_V\mu_H\mu_V + 4a^2\delta^2\eta\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H + 2a^2\delta^2\eta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H$ 
 $+ 5a^2\delta^2\eta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^2 + 7a^2\delta^2\eta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^2 + a^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H^2 + 4a^2\delta^2\lambda r\beta_A\beta_V\mu_H\mu_V + a^2\delta^2\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^2 + 2a^2\delta^2\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H\mu_V + a^2\delta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^3$ 
 $+ 5a^2\delta\lambda\beta_A\beta_V\mu_H^2\mu_V + 2a^2\delta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^3 + 7a^2\delta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^2\mu_V + 4a^2\delta\eta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^2 + 5a^2\delta\eta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^3 + 4a^2\delta\lambda r\beta_V\beta_V\mu_H^2\mu_V + a^2\delta\lambda\beta_V\beta_V$ 
 $\mu_H^4 + 5a^2\delta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H^3\mu_V - 2\delta^3\eta^3 r N_H\mu_H - 3\delta^3\eta^3 N_H\mu_H^2 - 2\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^2 - 6\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H\mu_V - 2\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^3 - 9\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^2\mu_V - 4\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_V - 6\delta^3\eta^2 r N_H\mu_H$ 
 $\mu_V^2 - 4\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^3\mu_V - 9\delta^3\eta^2 N_H\mu_H^2\mu_V^2 - 2\delta^3 r N_H\mu_H^2\mu_V^2 - 2\delta^3 r N_H\mu_H\mu_V^3 - 2\delta^3 N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 3\delta^3 N_H\mu_H^2\mu_V^3 - 2\delta^2\eta^3 r^2 N_H\mu_H - 12\delta^2\eta^3 r N_H\mu_H^2 - 12\delta^2\eta^3 N_H\mu_H^3$ 
 $- 2\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2 - 6\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_V - 8\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^3 - 36\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_V - 6\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^4 - 36\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^3\mu_V - 4\delta^2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V - 6\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^5$ 
 $- 16\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V - 36\delta^2\eta^2 r N_H\mu_H^2\mu_V^2 - 12\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^4\mu_V - 36\delta^2\eta^2 N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 2\delta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V^2 - 2\delta^2 r^2 N_H\mu_H\mu_V^3 - 8\delta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 12\delta^2 r N_H\mu_H^2\mu_V^3 - 6\delta^2 N_H\mu_H^4$ 
 $\mu_V^2 - 12\delta^2 N_H\mu_H^3\mu_V^3 - 6\delta\eta^3 r^2 N_H\mu_H^2 - 20\delta\eta^3 r N_H\mu_H^3 - 15\delta\eta^3 N_H\mu_H^4 - 4\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3 - 18\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V - 10\delta\eta^2 r N_H\mu_H^4 - 60\delta\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V - 6\delta\eta^2 N_H\mu_H^5$ 
 $- 45\delta\eta^2 N_H\mu_H^4\mu_V - 8\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3\mu_V - 18\delta\eta^2 r^2 N_H\mu_H^2\mu_V^2 - 20\delta\eta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V - 60\delta\eta^2 r N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 12\delta\eta^2 N_H\mu_H^5\mu_V - 45\delta\eta^2 N_H\mu_H^4\mu_V^2 - 4\delta r^2 N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 6\delta r^2 N_H$ 
 $\mu_H^2\mu_V^3 - 10\delta r N_H\mu_H^4\mu_V^2 - 20\delta r N_H\mu_H^3\mu_V^3 - 6\delta N_H\mu_H^5\mu_V^2 - 15\delta N_H\mu_H^4\mu_V^3 - 4\eta^3 r^2 N_H\mu_H^3 - 10\eta^3 r N_H\mu_H^4 - 6\eta^3 N_H\mu_H^5 - 2\eta^2 r^2 N_H\mu_H^4 - 12\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3\mu_V - 4\eta^2 r^2 N_H$ 
 $\mu_H^5 - 30\eta^2 r^2 N_H\mu_H^4\mu_V - 2\eta^2 N_H\mu_H^6 - 18\eta^2 N_H\mu_H^5\mu_V - 4\eta^2 r^2 N_H\mu_H^4\mu_V - 12\eta^2 r^2 N_H\mu_H^3\mu_V^2 - 8\eta^2 r N_H\mu_H^5\mu_V - 30\eta^2 r N_H\mu_H^4\mu_V^2 - 4\eta^2 N_H\mu_H^6\mu_V - 18\eta^2 N_H\mu_H^5\mu_V^2 - 2r^2 N_H$ 
 $\mu_H^4\mu_V^2 - 4r^2 N_H\mu_H^3\mu_V^3 - 4r N_H\mu_H^5\mu_V^2 - 10r N_H\mu_H^4\mu_V^3 - 2N_H\mu_H^6\mu_V - 6N_H\mu_H^5\mu_V^3 \Big)$ 
> a8 := factor(coeff(K, c, 0));
a8 := -  $\frac{1}{N_H}$   $\left( \mu_H(\mu_H + \delta) \left( a^2\delta\lambda\beta_A\beta_V + a^2\delta\lambda\beta_V\beta_V\mu_H - \delta\eta^2 r N_H\mu_H - \delta\eta^2 N_H\mu_H^2 - 2\delta\eta r N_H\mu_H\mu_V - 2\delta\eta N_H\mu_H^2\mu_V - \delta r N_H\mu_H\mu_V^2 - \delta N_H\mu_H^2\mu_V^2 \right. \right.$ 
 $\left. \left. - \eta^2 r N_H\mu_H^2 - \eta^2 N_H\mu_H^3 - 2\eta r N_H\mu_H^2\mu_V - 2\eta N_H\mu_H^3\mu_V - r N_H\mu_H^2\mu_V^2 - N_H\mu_H^3\mu_V^2 \right) \right)$ 

```

Lampiran 6: Perhitungan Persamaan Karakteristik Endemik

```

> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(γ) :
> b0 := factor(coeff(L, c, 4))
b0 := 1
> b1 := factor(coeff(L, c, 3))
[Length of output exceeds limit of 1000000]
> b2 := factor(coeff(L, c, 2))
[Length of output exceeds limit of 1000000]
> b3 := factor(coeff(L, c, 1))
[Length of output exceeds limit of 1000000]
> b4 := factor(coeff(L, c, 0))
[Length of output exceeds limit of 1000000]

```

Lampiran 7: m-file Simulasi Numerik Pada Matlab

```

1 - function udot=modell(t,u)
2 - global lambda delta b muh r betaA betaJ betaV NH eta muv A
3 - Sdash=u(1); Idash=u(2); Rdash=u(3); Sash=u(4); Iash=u(5); Rash=u(6); Ssh=u(7); Ish=u(8);
4 - Sdash = lambda*NH-(b*betaJ*Sdash*Ish)/NH-(muh+delta)*Sdash;
5 - Idash = (b*betaJ*Sdash*Ish)/NH-(muh+delta+r)*Idash ;
6 - Rdash = r*Idash-(muh+delta)*Rdash;
7 - Sash = delta*Sdash-b*betaA*Sash*Ish/NH-muh*Sash;
8 - Iash = (b*betaA*Sash*Ish/NH+delta*Idash)-(muh+r)*Iash;
9 - Rash = r*Iash+delta*Rdash-muh*Rash;
10 - Ssh =A-((b*betaV*Ssh)*(Idash+Iash))/NH-(eta+muv)*Ssh ;
11 - Ish = ((b*betaV*Ssh)*(Idash+Iash))/NH-(eta+muv)*Ish;
12 - udot = [Sdash; Idash;Rdash; Sash; Iash; Rash; Ssh; Ish];
13 - end

1 - clc; clear all;
2 - global lambda delta b muh r betaA betaJ betaV NH eta muv A
3 - lambda=1525.1426;
4 - delta=0.000283;
5 - b=0.3;
6 - muh=0.0000456;
7 - r=0.0713;
8 - betaA=0.75;
9 - betaJ=0.75;
10 - betaV=1.0;
11 - NH=10000;
12 - eta=0.5;
13 - muv=0.23;
14 - A=200;
15 - tn=1.5;
16 - u0=[3000; 1500; 1000; 2000; 1250; 1250; 10000; 5000];
17
18 - [tsol,usol]=ode45(@modell,[0 tn],u0);
19 - Sdashsol= usol(:,1); Idashsol=usol(:,2); Rdashsol=usol(:,3); Sashsol=usol(:,4); Iashsol= usol(:,5);
20 - Rashol=usol(:,6); Shol=usol(7); Ishol=usol(8);
21
22 - figure(3);
23
24 - %plot(tsol,Sdashsol,'b','linewidth',2);hold on
25 - %plot(tsol,Idashsol,'r','linewidth',2);
26 - %plot(tsol,Rdashsol,'m','linewidth',2);
27 - %plot(tsol,Sashsol,'c','linewidth',2);hold on
28 - %plot(tsol,Iashsol,'y','linewidth',2);
29 - %plot(tsol,Rashol,'k','linewidth',2);
30 - %plot(tsol,Shol,'b','linewidth',2);hold on
31 - %plot(tsol,Ishol,'r','linewidth',2);
32
33
34
35 - hold off;
36 - grid on;
37 - %title('Dinamika Populasi Manusia Pra Dewasa');
38 - %legend('Subpopulasi Susceptible Pra Dewasa','Subpopulasi Infected Pra Dewasa','Subpopulasi Recovered Pra Dewasa')
39 - %title('Dinamika Populasi Manusia Dewasa');
40 - %legend('Subpopulasi Susceptible Dewasa','Subpopulasi Infected Dewasa','Subpopulasi Recovered Dewasa')
41 - xlabel('Waktu(Bulan)'); ylabel('Jumlah Kasus');

```

RIWAYAT HIDUP



Siti Farikhatum Mufida, lahir di Bojonegoro pada 18 Februari 2001. Penulis merupakan anak terakhir dari empat bersaudara dari pasangan Bapak Syamsul Hadi dan Ibu Siti Nurhayati. Penulis telah menempuh Pendidikan dari RA Irsyadusy Syubban dan lulus pada tahun 2007, dilanjutkan menempuh Pendidikan sekolah dasar di MI Irsyadussy Syubban dan lulus pada tahun 2013. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan sekolah menengah pertama di MTSN 2 Bojonegoro dan lulus pada tahun 2016. Selanjutnya menempuh Pendidikan sekolah menengah atas di MAN 1 Bojonegoro dan lulus pada tahun 2019. Pada tahun yang sama, penulis melanjutkan pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Selama menempuh Pendidikan di perguruan tinggi, penulis aktif mengikuti beberapa kegiatan baik di dalam lingkup kampus maupun di luar kampus. Penulis bergabung dalam organisasi mahasiswa yaitu Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) “Integral” Matematika selama satu periode sebagai anggota dan koordinator pada divisi Penalaran. Penulis juga bergabung dalam kepanitian Kompetisi Matematika (KOMET) selama satu periode. Selain itu, penulis juga mengikuti kegiatan di luar kampus seperti aktivitas relawan, pelatihan, dan seminar.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Siti Farikhatum Mufida
NIM : 19610109
Fakultas / Program Studi : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Analisis Dinamik Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue dengan Struktur Usia
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si.
Pembimbing II : Erna Herawati, M.Pd.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	16 Desember 2022	Konsultasi Bab I	1.
2.	28 Desember 2022	Revisi Bab I	2.
3.	11 Januari 2023	Konsultasi Bab II dan III	3.
4.	7 Februari 2023	Revisi Bab II dan III	4.
5.	8 Februari 2023	Konsultasi Kajian Agama	5.
6.	16 Februari 2023	Revisi Kajian Agama	6.
7.	17 Februari 2023	Revisi Kajian Agama	7.
8.	2 Maret 2023	ACC Bab I,II, dan III	8.
9.	21 Maret 2023	ACC Untuk Seminar Proposal	9.
10.	23 Mei 2023	Konsultasi Bab IV	10.
11.	30 Mei 2023	Revisi Bab IV	11.
12.	21 Juni 2023	Konsultasi Bab IV	12.
13.	12 Juli 2023	Konsultasi Kajian Agama	13.
14.	14 Agustus 2023	Revisi Kajian Agama	14.
15.	15 Agustus 2023	Revisi Bab IV	15.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	22 Agustus 2023	Konsultasi Bab IV dan V	16. →
17.	29 Agustus 2023	Revisi Bab IV dan V	17. →
18.	30 Agustus 2023	Konsultasi Kajian Agama	18. →
19.	31 Agustus 2023	Revisi Kajian Agama	19. →
20.	4 September 2023	ACC Bab IV dan V	20. →
21.	8 September 2023	ACC Untuk Seminar Hasil	21. →
22.	16 Oktober 2023	Revisi Matriks Seminar Hasil	22. →
23.	17 Oktober 2023	Revisi Kajian Agama	23. →
24.	18 Oktober 2023	Revisi Kajian Agama	24. →
25.	20 Oktober 2023	ACC Matriks Revisi Seminar Hasil	25. →
26.	23 Oktober 2023	ACC Untuk Sidang Skripsi	26. →
27.	20 November 2023	ACC Keseluruhan	27. →

Malang, 20 November 2023

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Ily Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005