

**PROSES BERPIKIR ALJABAR PESERTA DIDIK SEKOLAH MENENGAH
ATAS MELALUI TEORI APOS DALAM MENYELESAIKAN SOAL
GENERALISASI POLA DITINJAU DARI TEORI RADFORD**

TESIS

OLEH
LALU AJIMULIARDI AKBAR
NIM. 200108210002



**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2023**

**PROSES BERPIKIR ALJABAR PESERTA DIDIK SEKOLAH
MENENGAH ATAS MELALUI TEORI APOS DALAM
MENYELESAIKAN SOAL GENERALISASI POLA DITINJAU DARI
TEORI RADFORD**

Tesis

Diajukan kepada
Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam menyelesaikan Program Magister
Pendidikan Matematika

OLEH

Lalu Ajimuliardi Akbar

NIM. 200108210002

**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2023**

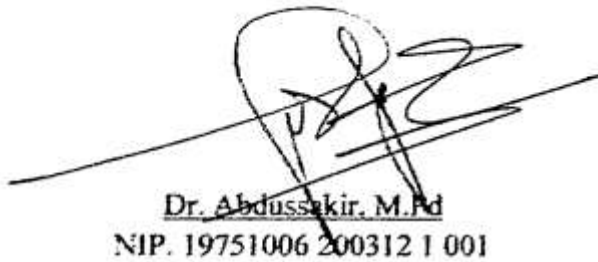
LEMBAR PERSETUJUAN

Tesis oleh

Nama : Lalu Ajimuliardi Akbar
NIM : 200108210002
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika
Judul Tesis : Proses Berpikir Aljabar Peserta Didik Sekolah Menengah Atas Melalui Teori APOS dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Ditinjau dari Teori Radford

setelah diperiksa dan dilakukan perbaikan, tesis dengan judul sebagaimana di atas disetujui untuk diajukan ke Sidang Ujian Tesis.

Pembimbing I,



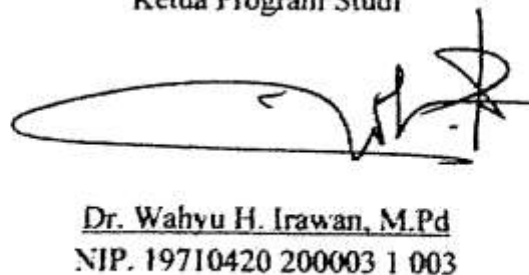
Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

Pembimbing II,



Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002

Mengetahui:
Ketua Program Studi

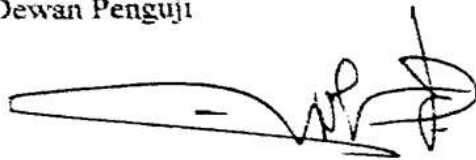


Dr. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

LEMBAR PENGESAHAN


Tesis dengan judul “Proses Berpikir Aljabar Peserta Didik Sekolah Menengah Atas Melalui Teori APOS dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Ditinjau dari Teori Radford” oleh Lalu Ajimuliardi Akbar ini telah dipertahankan di depan sidang penguji dan dinyatakan lulus pada tanggal 7 Juni 2023.

Dewan Penguji



Dr. Wahyu Henky Iriawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Penguji Utama




Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP. 19630502 198703 1 005

Ketua



Dr. Abdussakir, M.Ed
NIP. 19751006 2003121 001

Sekretaris



Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002

Anggota



Mengesahkan,
Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan,

Prof. Dr. N. Nur Ali, M.Pd
NIP. 19650403 199803 1 002

MOTO

“Syukuri apa yang telah diberikan, ikhlaskan apa yang telah diambil, dan jalani dengan penuh kesabaran, jika terasa berat berdoalah, karna sesungguhnya Allah selalu bersama-mu.”

“Bukankah kami telah melapangkan untukmu dadamu?

Dan kami telah menurunkan beban daripadamu

Yang memberatkan punggungmu?

Dan kami tinggikan bagimu sebutan (nama)mu

karena sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan

Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan

Dan apabila engkau sudah selesai (daripada sesuatu urusan) tetepilah bekerja

keras untuk urusan yang lain

Dan pada Tuhanmulah engkau berharap”

(Asy-Syarh (*kelapangan*) ayat 1-8)

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan rahmat Allah Yang Maha Pengasih dan Penyayang, tesis ini penulis
persembahkan kepada:

Kedua orang tua tercinta yang selalu menjadi motivator dalam kehidupan penulis
serta tidak bosan memberikan doa dan dukungan, sehingga penulis dapat
menyelesaikan studi dan tesis ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, penulis panjatkan ke hadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan tesis yang berjudul “Proses Berpikir Aljabar Peserta Didik Sekolah Menengah Atas Melalui Teori APOS dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Ditinjau dari Teori Radford”. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang di nantikan syafa'atnya di akhirat kelak.

Dalam kesempatan ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah mendukung dan membantu penyelesaian tesis ini, terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, MA, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. H. Nur Ali, M.Pd, selaku dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku ketua Program Studi Magister Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan arahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis.
5. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang selalu memberikan arahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis.

6. Kedua orang tua dan seluruh keluarga penulis yang selalu mendoakan keberhasilan penulis.
7. Seluruh Dosen Prodi Magister Pendidikan Matematika yang telah membina dan memberikan arahan kepada penulis dari awal masuk hingga selesainya studi.
8. Teman-teman mahasiswa Prodi Magister Pendidikan Matematika yang telah banyak menemani, memberikan dukungan, serta motivasi kepada penulis.

Semoga Allah Swt. senantiasa melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Adapun tesis ini, semoga memberikan manfaat bagi penulis dan pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 22 Mei 2022



Penulis

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Lalu Ajimuliardi Akbar
NIM : 200108210002
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika
Judul Tesis : Proses Berpikir Aljabar Peserta Didik Sekolah Menengah Atas Melalui Teori APOS dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Ditinjau dari Teori Radford

menyatakan dengan sebenarnya bahwa tesis ini merupakan karya saya sendiri, bukan plagiasi dari karya yang telah ditulis orang lain. Adapun pendapat atau temuan orang lain yang terdapat dalam tesis ini dikutip atau dirujuk sesuai dengan kode etik penulisan karya ilmiah dan dicantumkan dalam daftar rujukan. Apabila di kemudian hari ternyata tesis ini terbukti ada unsur-unsur plagiasi, maka saya bersedia untuk diproses sesuai peraturan yang berlaku.

demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan tanpa ada paksaan dari siapapun.



DAFTAR ISI

| | |
|--|-------|
| LEMBAR COVER | |
| LEMBAR HALAMAN | |
| LEMBAR PERSETUJUAN | |
| LEMBAR PENGESAHAN | |
| MOTO | |
| HALAMAN PERSEMBAHAN | |
| KATA PENGANTAR | |
| LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN | |
| DAFTAR ISI | ix |
| DAFTAR TABEL | xii |
| DAFTAR GAMBAR | xiii |
| DAFTAR LAMPIRAN | xvii |
| ABSTRAK | xviii |
| ABSTRACT | xix |
| نجریدی | xx |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| A. Latar Belakang Masalah | 1 |
| B. Rumusan Masalah | 8 |
| C. Tujuan Penelitian | 9 |
| D. Manfaat Penelitian | 9 |
| E. Definisi Istilah | 10 |
| BAB II KAJIAN PUSTAKA | 12 |
| A. Kajian Teori | 12 |
| 1. Berpikir Aljabar | 12 |
| 2. Teori APOS | 18 |
| 3. Generalisasi Pola | 26 |
| 4. Kaitan Proses Berpikir Aljabar dalam Generalisasi Pola dengan Teori APOS | 31 |
| B. Kajian Penelitian yang Relevan | 38 |
| C. Kerangka Konseptual | 42 |
| BAB III METODE PENELITIAN | 45 |
| A. Pendekatan dan Jenis Penelitian | 45 |
| B. Subjek Penelitian | 45 |
| C. Data dan Sumber Data | 48 |
| D. Instrumen Penelitian | 48 |
| 1. Lembar Tes Generalisasi Pola | 48 |
| 2. Recorder | 49 |
| 3. Wawancara Semi Terstruktur | 49 |

| | | |
|---|--|------------|
| E. | Teknik Pengumpulan Data | 50 |
| 1. | Tes | 50 |
| 2. | <i>Think Aloud</i> | 50 |
| 3. | Wawancara | 51 |
| F. | Pengecekan Keabsahan Data | 51 |
| G. | Analisis Data | 52 |
| 1. | <i>Data Reduction</i> (Reduksi Data) | 52 |
| 2. | <i>Data Display</i> (Penyajian Data) | 53 |
| 3. | Penarikan Kesimpulan dan Verifikasi | 53 |
| H. | Prosedur Penelitian | 53 |
| 1. | Tahap Persiapan Penelitian | 53 |
| 2. | Tahapan Pelaksanaan Penelitian | 54 |
| 3. | Tahap Pengolahan dan Analisis Data Penelitian | 55 |
| BAB IV PAPAN DATA HASIL PENELITIAN | | 58 |
| A. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar dalam Menggeneralisasi Pola Secara Faktual | 59 |
| 1. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Pertama (Su1) | 59 |
| 2. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Kedua (Su2) | 83 |
| B. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar dalam Menggeneralisasi Pola Secara kontekstual | 106 |
| 1. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Ketiga (Su3) | 106 |
| 2. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Keempat (Su4) | 130 |
| C. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar dalam Menggeneralisasi Pola Secara Simbolik | 145 |
| 1. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Kelima (Su5) | 145 |
| 2. | Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Keenam (Su6) | 166 |
| BAB V PEMBAHASAN | | 185 |
| A. | Proses Berpikir Aljabar dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Secara faktual Dilihat dari APOS | 185 |
| B. | Proses Berpikir Aljabar dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Secara Kontekstual Dilihat dari APOS | 188 |
| C. | Proses Berpikir Aljabar dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Secara Simbolik Dilihat dari APOS | 191 |
| BAB VI PENUTUP | | 194 |
| A. | Simpulan | 194 |
| B. | Saran | 196 |

| | |
|----------------|-----|
| DAFTAR RUJUKAN | 197 |
| LAMPIRAN | 168 |

DAFTAR TABEL

| | |
|--|-----|
| Tabel 2.1 Indikator Berpikir Aljabar | 17 |
| Tabel 2.2 Karakteristik Generalisasi Pola | 31 |
| Tabel 2.3 Indikator Proses Berpikir Aljabar dengan Teori APOS dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola | 34 |
| Tabel 4.1 Koding dan Keterangan Su1 | 80 |
| Tabel 4.2 Koding dan Keterangan Su2 | 103 |
| Tabel 4.3 Koding dan Keterangan Su3 | 127 |
| Tabel 4.4 Koding dan Keterangan Su4 | 143 |
| Tabel 4.5 Koding dan Keterangan Su5 | 163 |
| Tabel 4.6 Koding dan Keterangan Su6 | 181 |

DAFTAR GAMBAR

| | |
|---|-----|
| Gambar 2.1 Karakteristik APOS | 20 |
| Gambar 2.2 Bagan Kerangka Konseptual | 44 |
| Gambar 3.1 Bagan Pemilihan Subjek | 47 |
| Gambar 4.1 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Aksi | 59 |
| Gambar 4.2 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Aksi | 61 |
| Gambar 4.3 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Aksi | 63 |
| Gambar 4.4 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses | 66 |
| Gambar 4.5 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses | 68 |
| Gambar 4.6 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Proses | 69 |
| Gambar 4.7 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Objek | 73 |
| Gambar 4.8 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Objek | 74 |
| Gambar 4.9 Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Objek | 75 |
| Gambar 4.10 Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su1 .. | 780 |
| Gambar 4.11 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Aksi | 83 |
| Gambar 4.12 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Aksi | 85 |
| Gambar 4.13 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses | 87 |
| Gambar 4.14 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses | 89 |
| Gambar 4.15 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-c.1 dalam Tahapan Proses | 90 |
| Gambar 4.17 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-c.2 dalam Tahapan Proses | 96 |

| | |
|--|-----|
| Gambar 4.18 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Objek | 97 |
| Gambar 4.19 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-c.1 dalam Tahapan | |
| Objek | 98 |
| Gambar 4.20 Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-c.2 dalam Tahapan | |
| Objek | 99 |
| Gambar 4.21 Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su2 .. | 103 |
| Gambar 4.22 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Aksi | 106 |
| Gambar 4.23 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke- b dalam Tahapan | |
| Aksi | 108 |
| Gambar 4.24 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke- c dalam Tahapan | |
| Aksi | 109 |
| Gambar 4.25 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Proses | 112 |
| Gambar 4.26 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan | |
| Proses | 114 |
| Gambar 4.27 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan | |
| Proses | 115 |
| Gambar 4.28 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Objek | 120 |
| Gambar 4.29 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan | |
| Objek | 121 |
| Gambar 4.30 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan | |
| Objek..... | 122 |
| Gambar 4.31 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan | |
| Objek..... | 123 |
| Gambar 4.32 Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan | |
| Objek..... | 123 |
| Gambar 4.33 Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su3... | 127 |
| Gambar 4.34 Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Aksi | 130 |
| Gambar 4.35 Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Proses | 132 |
| Gambar 4.36 Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan | |
| Proses | 134 |

| | |
|--|-----|
| Gambar 4.37 Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Objek | 137 |
| Gambar 4.38 Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan | |
| Objek | 139 |
| Gambar 4.39 Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su4 .. | 143 |
| Gambar 4.40 Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Aksi | 146 |
| Gambar 4.41 Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke- c dalam Tahapan | |
| Aksi | 147 |
| Gambar 4.42 Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Proses | 149 |
| Gambar 4.43 Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan | |
| Proses | 151 |
| Gambar 4.44 Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan | |
| Proses | 153 |
| Gambar 4.45 Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Objek | 157 |
| Gambar 4.46 Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan | |
| Objek | 158 |
| Gambar 4.47 Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan | |
| Objek | 159 |
| Gambar 4.48 Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su5 .. | 163 |
| Gambar 4.49 Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Aksi | 167 |
| Gambar 4.50 Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Proses | 169 |
| Gambar 4.51 Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan | |
| Proses | 171 |
| Gambar 4.52 Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan | |
| Proses | 172 |
| Gambar 4.53 Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan | |
| Objek | 176 |
| Gambar 4.54 Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke- b dalam Tahapan | |
| Objek | 177 |
| Gambar 4.55 Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke- c dalam Tahapan | |
| Objek | 178 |

Gambar 4.56 Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su6 .. 181

DAFTAR LAMPIRAN

| | |
|--|-----|
| Lampiran 1. Foto-foto kegiatan penelitian | 202 |
| Lampiran 2. Lembar Tugas Generalisasi Pola | 204 |
| Lampiran 3. Pedoman Wawancara | 208 |
| Lampiran 4. Lembar Validasi Tes Generalisasi Pola | 211 |
| Lampiran 5. Lembar Validasi Pedoman Wawancara | 213 |

ABSTRAK

Lalu Ajimuliardi Akbar. 2023. *Proses Berpikir Aljabar Peserta Didik Sekolah Menengah Atas dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Dilihat dari Teori APOS*. Tesis. Program Studi Magister Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) Dr. Sri Harini M.Si

Kata Kunci: Proses berpikir Aljabar, Generalisasi Pola,, Teori APOS

Berpikir aljabar adalah proses pemecahan masalah matematika menggunakan huruf (variabel) dan melakukan aktivitas yang lebih dalam seperti, identifikasi masalah, merepresentasikan informasi secara simbolik, membuat model matematis simbolik, serta menafsirkan dan menerapkan temuan matematika. Berpikir aljabar melibatkan pengembangan cara berpikir dalam kegiatan mempelajari perubahan dan generalisasi. Generalisasi pola adalah proses menentukan aturan umum untuk memprediksi suku tertentu dari suatu pola. Namun berdasarkan hasil tes kemampuan awal kemampuan berpikir aljabar peserta didik menggunakan soal generalisasi pola yang dilakukan oleh peneliti diperoleh hasil bahwa peserta didik masih kurang mampu menyelesaikan soal dengan baik, namun ada beberapa peserta didik juga dapat menyelesaikan soal dengan cara yang berbeda-beda. Dalam penelitian ini, untuk melihat proses berpikir aljabar peserta didik menggunakan teori APOS. Teori APOS dapat digunakan untuk melihat proses atau gambaran pengembangan skema individu dalam topik tertentu seperti proses berpikir aljabar. Penelitian ini bertujuan mendeskripsikan (1) Untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual ditinjau dari teori APOS, (2) Untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara kontekstual ditinjau dari teori APOS, (3) Untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik ditinjau dari teori APOS.

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Data penelitian terdiri atas jawaban siswa, hasil *think aloud*, dan hasil wawancara semi terstruktur. Adapun teknik analisis data pada penelitian ini, antara lain reduksi data, penyajian data, dan pengambilan keputusan. Pengecekan keabsahan data menggunakan ketekunan pengamatan, serta triangulasi.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa (1) Peserta didik yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual cenderung terfokus pada tahapan Aksi dan tahapan Proses dan melakukan Tahap Objek dengan tepat, serta dominan memenuhi indikator berpikir aljabar dalam aktivitas generalisasi. (2) Peserta didik yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara kontekstual cenderung terfokus pada tahapan Aksi pada aktivitas meta global namun dalam tahapan Aksi dan Proses selanjutnya dominan memenuhi indikator berpikir aljabar dalam aktivitas generalisasi. (3) Peserta didik yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik cenderung terfokus pada tahapan Proses dan dominan memenuhi indikator berpikir aljabar dalam aktivitas Transformasi.

ABSTRACT

Then Ajimuliardi Akbar. 2023. *Algebraic Thinking Process of School Students Looks Up in Solving Pattern Generalization Problems Seen from APOS Theory*. Thesis. Master of Mathematics Education Study Program, Faculty of Tarbiyah and Teacher Training, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University Malang. Supervisor: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) Dr. Sri Harini M.Si

Keywords: *Proses thinking Algebra, Generalizing Patterns, Theory*

Algebraic thinking is the process of solving mathematical problems using letters (variables) and carrying out deeper activities such as, identifying problems, representing information symbiologically, creating symbolic mathematical models, and interpreting and applying mathematical findings. Algebraic thinking involves developing ways of thinking in the activities of studying change and generalization. Pattern generalization is the process of determining general rules for predicting certain terms of a pattern. However, based on the results of the initial ability test of students' thinking skills using pattern generalization questions conducted by researchers, it was found that students were still unable to solve problems well, but there were some students who could also solve problems in different ways. In this study, to see the algebraic thinking process of learners using APOS theory. APOS theory can be used to see the process or picture of the development of individual schemas in a specific topic such as the algebraic thinking process r. This study aims to describe (1) To describe the algebraic thinking process of high school students in solving pattern generalization problems factually in terms of APOS theory, (2) To describe the thinking process algebra of high school students in solving pattern generalization problems contextually in terms of APOS theory, (3) To describe the algebraic thinking process of high school students in solving pattern generalization problems in a symbic manner in terms of APOS theory.

This type of research is descriptive research with a qualitative approach. The research data consisted of student answers, *think aloud* results, and semi-structured interview results. The data analysis techniques in this study include data reduction, data presentation, and decision making. Checking the validity of data using observational persistence, as well as triangulation.

The results showed that (1) Students who solve pattern generalization problems factually tend to focus on the Action stage and Process stages and perform the Object Stage appropriately, and predominantly meet the indicators of algebraic thinking in generalization activities. (2) Students who solve pattern generalization problems contextually tend to focus on the Action stage in meta-global activities but in the next Action and Process stages predominantly meet the indicators of algebraic thinking in generalization activities. (3) Students who solve pattern generalization problems symbolically tend to focus on the stages of the Process and predominantly meet the indicators of algebraic thinking in Transformation activities.

تجريدي

ثم أجيومياردي أكبر. 2023. تبحث عملية التفكير الجبري لطلاب المدارس في حل مشاكل تعميم الأنماط التي شوهدت من نظرية APOS. أطروحة. برنامج دراسة ماجستير في تعليم الرياضيات ، كلية التربية وتدريب المعلمين ، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (I) الدكتور عبد الشاكر الماجستير. (II) الدكتور سري هاريني، الماجستير.

الكلمات المفتاحية: العلاقات العامة تفكر في الجبر ، تعميم الأنماط ، نظرية التفكير الجبري هو عملية حل المشكلات الرياضية باستخدام الحروف (المتغيرات) والقيام بأنشطة أعمق مثل تحديد المشكلات وتمثيل المعلومات بشكل تكافلي وإنشاء نماذج رياضية رمزية وتفسير وتطبيق النتائج الرياضية يتضمن التفكير الجبري تطوير طرق التفكير في أنشطة دراسة التغيير والتعميم. تعميم النمط هو عملية تحديد القواعد العامة للتنبؤ بمصطلحات معينة للنمط. ومع ذلك ، بناء على نتائج اختبار القدرة الأولى لمهارات التفكير لدى الطلاب باستخدام أسئلة تعميم الأنماط التي أجراها الباحثون ، وجد أن الطلاب ما زالوا غير قادرين على حل المشكلات بشكل جيد ، ولكن كان هناك بعض الطلاب الذين يمكنهم أيضا حل المشكلات بطرق مختلفة. في هذه الدراسة ، لمعرفة عملية التفكير الجبري للمتعلمين باستخدام نظرية APOS. يمكن استخدام نظرية APOS لرؤية عملية أو صورة تطور المخططات الفردية في موضوع معين مثل عملية التفكير الجبري r . تهدف هذه الدراسة إلى وصف (1) وصف عملية التفكير الجبري لطلاب المدارس الثانوية في حل مشاكل تعميم الأنماط بشكل واقعي من حيث نظرية APOS ، (2) لوصف عملية التفكير جبر طلاب المدارس الثانوية في حل مشاكل تعميم الأنماط سياقيا من حيث نظرية APOS ، (3) لوصف عملية التفكير الجبري لطلاب المدارس الثانوية في حل مشاكل تعميم الأنماط بطريقة تزاملية من حيث نظرية APOS.

هذا النوع من البحث هو بحث وصفي ذو نهج نوعي. تألفت بيانات البحث من إجابات الطلاب ، ونتائج التفكير بصوت عال ، ونتائج المقابلات شبه المنظمة. تشمل تقنيات تحليل البيانات في هذه الدراسة تقليل البيانات وعرض البيانات واتخاذ القرار. التحقق من صحة البيانات باستخدام استمرار الملاحظة ، وكذلك التثليث.

أظهرت النتائج أن (1) الطلاب الذين يحلون مسائل تعميم الأنماط يميلون بشكل واقعي إلى التركيز على مرحلة العمل ومراحل العملية وأداء مرحلة الكائن بشكل مناسب ، وتلبية مؤشرات التفكير الجبري في أنشطة التعميم. (2) يميل الطلاب الذين يحلون مشاكل تعميم الأنماط في السياق إلى التركيز على مرحلة العمل في الأنشطة الفوقية العالمية ولكن في مراحل العمل والعملية التالية يستوفون في الغالب مؤشرات التفكير الجبري في أنشطة التعميم. (3) يميل الطلاب الذين يحلون مشاكل تعميم الأنماط رمزيا إلى التركيز على مراحل العملية ويستوفون في الغالب مؤشرات التفكير الجبري في أنشطة التحول.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Berpikir aljabar sangat diperlukan dalam sebuah proses pembelajaran apalagi dalam pembelajaran matematika (Permatasari & Harta, 2018; Windsor, 2010). Dalam pembelajaran dan proses berpikir matematis, berpikir aljabar adalah salah satu elemen penting dan mendasar dari pemikiran matematis (Windsor, 2010). Permatasari dan Harta (2018) menyatakan bahwa berpikir aljabar adalah elemen yang penting dalam berpikir matematika dan penalaran matematika. Berpikir aljabar adalah keterampilan memahami pola-pola dan membuat generalisasinya (Andriani, 2015). Oleh sebab itu, sangat penting bagi guru untuk memperhatikan proses berpikir aljabar peserta didik (Kriegler, 2007; Napfiah, 2016).

Berpikir aljabar adalah proses pemecahan masalah matematika yang menggunakan huruf (variabel) dan melakukan aktivitas yang lebih dalam seperti, identifikasi masalah, merepresentasikan informasi secara simbolik, membuat model matematis simbolik, serta menafsirkan dan menerapkan temuan matematika (Naziroh dkk., 2018; Andriani, 2015). Berpikir aljabar tidak hanya mengubah angka ke dalam simbol-simbol ada karakteristik tersendiri dalam berpikir aljabar, seperti mengidentifikasi masalah, mengoneksi, menggeneralisasi, menyatakan ke dalam bentuk simbol. Badawi dkk. (2017) menyatakan bahwa pemahaman konsep dasar aljabar sangat penting karena

merupakan prasyarat utama saat peserta didik belajar materi yang melibatkan bentuk aljabar pada tahap-tahap berikutnya, seperti pada materi fungsi, persamaan garis, persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, persamaan lingkaran, persamaan trigonometri, dan materi lainnya yang membutuhkan operasi aljabar.

Peserta didik yang memiliki kemampuan berpikir aljabar yang baik akan lebih mahir dalam menyelesaikan masalah matematika dibandingkan dengan peserta didik yang memiliki kemampuan berpikir aljabar kurang baik (Sari & Persada, 2013). Selain itu, dalam hal menyelesaikan suatu masalah matematika, peserta didik yang memiliki kemampuan berpikir aljabarnya tinggi akan lebih cepat menyelesaikan masalah dari pada peserta didik yang menyelesaikan masalah dengan berpikir aritmetika (Rahmawati, 2018). Peserta didik yang melakukan proses berpikir aljabar dalam pembelajaran matematika biasanya ditandai dengan penggunaan simbol-simbol matematis yang merupakan representasi untuk menyelesaikan masalah matematis yang diberikan (Andriani, 2015).

Andriani (2015) dan Mirza dkk. (2020) menyatakan bahwa banyak peserta didik mengalami kesulitan dalam mempelajari aljabar yang membutuhkan kemampuan memahami simbol-simbol, operasi dan aturan-aturannya. Sukmawati (2015) menyatakan bahwa berpikir aljabar merupakan salah satu langkah paling sulit yang dialami peserta didik dalam belajar matematika. Faktanya, aljabar yang sepatutnya penting menjadi masalah tersendiri bagi peserta didik. Peserta didik mengalami kesulitan dalam belajar

aljabar terutama dalam mengidentifikasi koefisien, variabel, dan kesulitan dalam operasi aljabar (Nurhamsiah dkk., 2016).

Selain itu, hasil penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa kemampuan aljabar peserta didik masih rendah (Permatasari & Harta, 2018; Fauziah, 2020). Patton dan Santos (2012) menyebutkan bahwa beberapa peserta didik tidak mampu merepresentasikan bentuk numerik menjadi bentuk aljabar yang di dalamnya terdapat penggunaan huruf yang disebut variabel untuk mewakili sebuah bilangan. Menurut Bander (2018), salah satu kesulitan yang dialami peserta didik dalam pembelajaran matematika disebabkan karena peserta didik tidak memahami dengan baik arti simbol-simbol yang terdapat dalam aljabar. Salah satu solusi untuk meningkatkan kemampuan aljabar adalah dengan cara guru lebih memperhatikan dan menuntun peserta didik dalam berpikir aljabar (Utami dkk., 2020). Selain itu, untuk mengembangkan proses berpikir aljabar dapat dengan cara mengembangkan generalisasi dan guru harus bisa memberikan permasalahan terbuka (*open ended problem*) yang dapat mengasah kemampuan berpikir tingkat tinggi (*higher order thing skill*) peserta didik (Andraini, 2015).

Berpikir aljabar merupakan salah satu elemen yang penting dan harus diperhatikan oleh guru (Kriegler, 2007; Mirza dkk., 2020). Oleh sebab itu, guru harus bisa membantu peserta didik untuk meningkatkan kemampuan proses berpikir aljabar peserta didik (Nggaba & Ngaba, 2021; Warsitasari, 2015). Dengan guru mengetahui kemampuan proses berpikir aljabar peserta didik, guru dapat mengevaluasi dan mengidentifikasi kesalahan serta kesulitan yang dialami peserta didik dalam belajar matematika, serta dapat dijadikan landasan untuk

menyusun rencana strategi pembelajaran matematika di kelas guna meningkatkan proses berpikir aljabar peserta didik.

Ada beberapa penelitian terdahulu tentang berpikir aljabar. Namun, penelitian terdahulu fokus pada profil berpikir aljabar dan kemampuan berpikir aljabar peserta didik baik dalam memecahkan masalah atau menyelesaikan masalah matematika yang ditinjau dari gaya kognitif, kemampuan berpikir aljabar berbasis kearifan lokal (Arifani, 2017; Nggaba & Ngaba, 2021; Utami dkk., 2020; Warsitasari, 2015; Windsor, 2010). Penelitian yang dilakukan oleh Hardianti dan Kurniasari (2019), berfokus pada kemampuan berpikir aljabar, menyelesaikan masalah matematika yang ditinjau dari jenis kelamin. Sedangkan Napfiah (2016), hanya fokus pada kemampuan berpikir aljabar, menyelesaikan masalah berdasarkan taksonomi SOLO, dan ditinjau dari kemampuan matematika.

Adapun penelitian terdahulu yang meneliti proses berpikir aljabar namun dengan konteks yang berbeda seperti Hadi dan Faradillah (2019) yang berfokus pada proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal-soal HOTS ditinjau dari motivasi prestasi peserta didik. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Badriah (2017), Hardianti dan Kurniasari (2019), Malihatuddarajah dan Prahmana (2019), dan Purwanti dan Pujiastuti (2020), meneliti tentang berpikir aljabar yang berfokus pada menemukan masalah dan kesulitan peserta didik dalam menyelesaikan soal. Peserta didik kurang memahami atau kesulitan dalam memahami konsep matematika terutama pada masalah generalisasi pola dan operasi aljabar (Badriyah, 2017; Hardianti & Kurniasari, 2019; Malihatuddarajah

& Prahmana, 2019; Purwanti & Pujiastuti, 2020). Sedangkan, untuk proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola belum banyak yang meneliti.

Dalam penelitian ini, peneliti mendeskripsikan proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola dengan menggunakan teori berpikir aljabar menurut Kieran (2004). Alasan pemilihan teori komponen berpikir aljabar Kieran (2004), karena di dalamnya terdapat komponen untuk membentuk aturan umum dan membuat representasi lain dari soal generalisasi pola yang menjadi instrumen penelitian ini, sehingga memungkinkan peserta didik lebih beragam menggunakan strategi generalisasi pola. Sedangkan, untuk melihat proses berpikir aljabar peserta didik, peneliti menggunakan teori APOS.

Dalam penelitian ini, untuk melihat proses berpikir aljabar menggunakan teori APOS menurut Dubinsky (2001) yang menyatakan bahwa teori APOS terdiri atas kecenderungan individu untuk menghadapi situasi masalah matematika yang dirasakan dengan membangun mental Aksi, Proses, dan Objek dan mengaturnya dalam Skema untuk memahami situasi dan pemecahan masalah. Teori APOS telah banyak digunakan dalam menganalisis pembentukan konsep matematika di perguruan tinggi. Penelitian tersebut mengeksplorasi proses berpikir dalam pembuktian (Mulyono, 2011; Syamsuri & Marethi, 2018). Menurut Dubinsky (2001), pemahaman terhadap suatu konsep matematika merupakan hasil konstruksi dan rekonstruksi terhadap objek-objek matematika. Konstruksi dan rekonstruksi dilakukan melalui kegiatan Aksi, Proses, dan Objek matematika yang disusun dalam suatu Skema untuk memecahkan masalah

matematika. Hal ini dapat dianalisis melalui analisis dekomposisi genetik sebagai operasi dari teori APOS (*Action, Process, Object and Scheme*).

Pemahaman peserta didik terhadap suatu konsep matematika terutama dalam berpikir aljabar dan memecahkan masalah matematika dapat dianalisis menggunakan teori APOS. Paparan tersebut sesuai dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Safitri (2017) yang menyatakan bahwa teori APOS mampu mendeskripsikan bagaimana pengetahuan matematika terbentuk dalam diri seseorang dan selanjutnya dapat digunakan untuk melihat apakah suatu pemahaman peserta didik terhadap konsep matematika telah sampai pada tahap tertentu atau belum. Teori APOS dapat digunakan untuk melihat proses atau gambaran pengembangan skema individu dalam topik tertentu seperti proses berpikir aljabar (Dubinsky, 2001; Suwanto dkk., 2017; Syaiful, 2014).

Generalisasi merupakan salah satu bagian dari proses berpikir aljabar serta menjadi salah satu komponen belajar dalam kurikulum sekolah (Lew, 2004; Rofiki, 2015). Dalam berpikir aljabar dengan melakukan generalisasi, abstraksi, permodelan, menemukan nilai yang tidak diketahui (*unknown*), justifikasi, atau komunikasi matematis yang melibatkan aktivitas aljabar generasional dan transformasional (Sukmawati, 2015). Masih banyak kesalahan yang dilakukan oleh peserta didik dalam menggeneralisasi pola (Setiawan, 2020b). Hasil penelitian Ellis (2007, 2011) menunjukkan bahwa meskipun peserta didik melihat berbagai aturan dalam pola, tetapi peserta didik masih kesulitan untuk menggeneralisasi pola. Permasalahan peserta didik dalam menggeneralisasi pola disebabkan fokus pada data numerik yang mengakibatkan peserta didik terjebak

pada hubungan secara rekursif. Selain itu, masalah peserta didik dalam menggeneralisasi pola linier disebabkan karena pemrosesan selektif, yaitu hanya memperhatikan sebagian dari fitur-fitur pada pola linier (Lannin dkk., 2006; Rivera, 2010). Jadi, dapat dikatakan bahwa peserta didik masih memiliki masalah tentang generalisasi pola linier yang menyebabkan peserta didik gagal dalam menggeneralisasi pola linier. Penelitian yang telah dilakukan selama ini masih fokus pada strategi-strategi yang digunakan oleh peserta didik dalam menggeneralisasi pola linier (Lannin dkk., 2006; Setiawan, 2020b).

Peneliti melakukan observasi awal pada tanggal 6 Desember 2021 kepada sepuluh peserta didik SMA dengan memberikan tugas generalisasi pola. Peneliti mendapatkan hasil yaitu terdapat dua peserta didik belum memahami apa yang ditanyakan dalam soal, lima peserta didik yang kurang tepat dalam menyelesaikan soal terutama untuk menentukan pola ke- n , dan tiga peserta didik lainnya menjawab soal generalisasi pola dengan tepat dan menggunakan cara yang berbeda. Setiap peserta didik memiliki strategi atau cara berbeda-beda saat menyelesaikan suatu soal generalisasi pola. Perbedaan ini disebabkan oleh kemampuan dan pengalaman peserta didik dalam menghadapi dan menyelesaikan soal. Dalam proses menyelesaikan soal, terdapat aktivitas menggunakan keterampilan dan pengetahuan tertentu dari masing-masing peserta didik untuk menyelesaikan suatu permasalahan.

Dalam menggeneralisasi pola terdapat beberapa strategi yang dapat dilakukan. Radford (2007, 2006) menyatakan bahwa peserta didik melakukan generalisasi dengan tiga strategi yaitu generalisasi aljabar, generalisasi

aritmatika, dan *trial and error*. Dalam strategi generalisasi aljabar dirincikan menjadi tiga tahap generalisasi yaitu generalisasi faktual, generalisasi kontekstual, dan generalisasi simbolik. Dari hasil observasi awal yang telah dilakukan pada tanggal 6 Desember 2021 mengemukakan bahwa dalam menyelesaikan soal generalisasi pola, peserta didik melakukan strategi generalisasi aljabar. Peserta didik melakukan tahap generalisasi kontekstual yaitu peserta didik lebih dominan pada kegiatan Aksi, sedangkan dalam tahap Proses dan Objek masih kurang lengkap. Selain itu, hasil yang ditemukan adalah peserta didik melakukan generalisasi aljabar dengan tahap generalisasi tingkat jauh, yaitu aktivitas pembangkitan dari tahap Objek, sehingga pengorganisasian ke dalam Aksi, Proses, kemudian Skema dilakukan dengan baik.

Dari paparan tersebut, peneliti tertarik untuk meneliti proses berpikir aljabar peserta didik menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola. Penelitian ini meneliti proses berpikir aljabar peserta didik dengan menggunakan model berpikir aljabar Kieran (2004) dan teori APOS menurut Dubinsky (2001).

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual ditinjau dari teori APOS?

2. Bagaimana proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara kontekstual ditinjau dari teori APOS?
3. Bagaimana proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik ditinjau dari teori APOS?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual ditinjau dari teori APOS.
2. Mendeskripsikan proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara kontekstual ditinjau dari teori APOS.
3. Mendeskripsikan proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik ditinjau dari teori APOS.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian yang dilakukan diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut.

1. Manfaat teoritis

Penelitian ini dapat menambah wawasan tentang proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas melalui teori APOS dalam menyelesaikan soal generalisasi pola ditinjau dari teori Radford.

2. Manfaat praktis

Penelitian ini dapat dijadikan sebagai landasan untuk melakukan penelitian lebih lanjut tentang proses berpikir aljabar peserta didik sekolah pada jenjang yang lainnya menggunakan pendekatan tertentu. Lebih spesifik, manfaat penelitian ini bagi beberapa pihak diuraikan sebagai berikut:

a. Bagi Peneliti

Memperoleh pemahaman yang mendalam tentang proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas melalui teori APOS dalam menyelesaikan soal generalisasi pola ditinjau dari teori Radford.

b. Bagi guru

Penelitian ini diharapkan dapat sebagai acuan dalam merancang dan mengembangkan perangkat pembelajaran untuk meningkatkan kemampuan berpikir aljabar peserta didik.

c. Bagi lembaga

Khususnya magister pendidikan matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang dapat menjadi referensi dan perbandingan bagi peneliti lain dalam mengkaji lebih lanjut terkait proses berpikir aljabar, generalisasi pola, dan teori

E. Definisi Istilah

Untuk menghindari kesalahpahaman terhadap istilah-istilah dalam penelitian ini, adapun definisi istilah yang digunakan sebagai berikut.

1. Berpikir aljabar adalah aktivitas mental dalam proses menyelesaikan suatu masalah matematika menggunakan simbol-simbol matematika berupa huruf, tabel, gambar dan sebagainya.
2. Proses berpikir aljabar adalah alur alami mengenai aktivitas mental dalam proses menyelesaikan suatu masalah matematika yang menekankan aspek rasional umum menggunakan simbol-simbol matematika berupa huruf, tabel, gambar, dan sejenisnya.
3. Generalisasi pola adalah proses membuat atau menentukan aturan umum untuk memprediksi suku tertentu dari sebuah pola.
4. Aksi merupakan aktivitas prosedural dalam mentransformasikan suatu hal atau Objek yang dipelajari sebagai kebutuhan eksternal seorang individu.
5. Proses merupakan aktivitas aksi yang dilakukan berulang kali tanpa rangsangan eksternal.
6. Objek merupakan aktivitas mental terkait ketika seorang individu secara sadar merefleksikan secara totalitas operasi yang diterapkan untuk konsep tertentu sehingga dapat merangkum Proses menjadi Objek.
7. Skema adalah gabungan atau struktur dari Aksi, Proses, Objek, dan Skema lainnya sebagai pengetahuan baru yang membentuk kerangka kerja dalam pikiran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kajian Teori

1. Berpikir Aljabar

Istilah berpikir berasal dari kata pikir yang bermakna akal, ingatan atau angan-angan. Menurut King (2010), berpikir adalah kegiatan mental mengolah informasi seperti membentuk konsep abstrak, menyelesaikan masalah, mengambil keputusan, merefleksi secara kritis atau menghasilkan gagasan baru dari suatu informasi. Sedangkan, Santrock (2017) mendefinisikan berpikir sebagai kegiatan mengolah dan memanipulasi informasi yang ada di pikiran. Menurut Dewey (1965), berpikir merupakan suatu proses yang terjadi pada pikiran seseorang ketika dihadapkan dengan suatu masalah dan mencoba mencari penyelesaiannya. Selain itu, berpikir didefinisikan sebagai kegiatan yang mencakup proses menerima, mengolah serta mencari kesimpulan dari suatu informasi, kemudian kesimpulan yang diperoleh digunakan untuk menyelesaikan suatu soal atau masalah yang berkaitan (Wahyuniar dkk., 2018a; Yani dkk., 2016).

Berpikir aljabar adalah berpikir dengan melakukan generalisasi, abstraksi, pemodelan, menemukan nilai yang tidak diketahui (*unkown*), justifikasi, atau komunikasi matematis yang melibatkan aktivitas aljabar generasional dan transformasional (Sukmawati, 2015). Berpikir aljabar adalah elemen penting dan mendasar dari pemikiran. Berpikir aljabar awalnya melibatkan pengenalan pola dan hubungan matematika umum antara angka, benda dan bentuk geometris (Windsor, 2010). Berpikir aljabar merupakan istilah dalam pengajaran dan

pembelajaran matematika di sekolah yang bertujuan untuk mempersiapkan peserta didik lebih memahami konsep aljabar (Kriegler, 2007). Selain itu, Kriegler (2007) mengemukakan bahwa berpikir aljabar terdiri atas dua komponen utama, yaitu komponen aljabar sebagai pengembangan alat berpikir matematika dan komponen konsep dasar aljabar. Komponen alat berpikir matematika meliputi keterampilan pemecahan masalah, berpikir analitik, keterampilan penalaran, dan keterampilan representasi. Sedangkan, untuk komponen konsep dasar aljabar meliputi aljabar sebagai aritmetika, aljabar sebagai bahasa serta aljabar sebagai alat belajar fungsi dan pemodelan matematika.

Warren (2000) mengungkapkan bahwa berpikir aljabar mengacu pada transisi antara berpikir aritmetika dan berpikir aljabar yang berhubungan dengan; a) mencari, mengenali, menjelaskan, generalisasi, memperluas dan menciptakan pola; b) mencari, mengenali dan merepresentasikan hubungan; c) pemahaman sistem bilangan, bekerja dengan sifat operasi; d) menggunakan variabel dan struktur terbuka untuk merepresentasikan kuantitas dan mengungkapkan hubungan; e) aspek-aspek umum lain seperti membenarkan generalisasi atau kesimpulan, pengujian dugaan, menggunakan berbagai representasi, dan beroperasi pada kuantitas yang tidak diketahui.

Menurut Lew (2004), berpikir aljabar merupakan suatu cara berpikir yang meliputi enam kemampuan berpikir matematis yang terdiri atas

1. Generalisasi (*Generalization*) yaitu proses dalam menemukan suatu bentuk aljabar dimulai dengan pola yang diidentifikasi dalam objek yang diberikan.

2. Abstraksi (*Abstraction*) yaitu proses untuk memperoleh objek dan relasi matematika berdasarkan generalisasi.
3. Berpikir analitis (*Analytic thinking*) yaitu proses berpikir yang berkaitan dengan proses yang digunakan untuk menemukan nilai yang tidak diketahui yang diminta dalam ekspresi yang ditulis dalam hal nilai yang tidak diketahui, misalkan, kegiatan dalam menyelesaikan suatu persamaan dalam matematika.
4. Berpikir dinamis (*Dynamic thinking*) yaitu proses berpikir yang berkaitan dengan manipulasi yang dinamis dari objek matematika, yaitu dengan cara memecahkan masalah yang dihadapi dengan berbagai cara sesuai dengan kemampuan yang dimiliki.
5. Pemodelan (*Modeling*) merupakan proses untuk merepresentasikan situasi yang kompleks secara matematis untuk menyelidiki situasi dengan model, dan dapat memberi kesimpulan dari hasil kegiatan tersebut.
6. Organisasi (*Organization*) yaitu mengorganisasikan atau mereperentasikan situasi yang kompleks dan menyusun data yang diperoleh menggunakan tabel, gambar, diagram atau kata-kata untuk menyampaikan hasil.

Dari paparan tersebut, dapat dinyatakan bahwa jenis berpikir aljabar menurut Lew (2004) terdiri atas enam item, di antaranya proses generalisasi, abstraksi, berpikir analisis, berpikir dinamis, pemodelan, dan organisasi. Dari penjelasan tersebut dapat dinyatakan bahwa generalisasi pola merupakan salah satu komponen atau cara yang dapat digunakan untuk mengembangkan berpikir aljabar.

Menurut Driscoll (2001), komponen berpikir aljabar terdiri atas tujuh komponen yaitu menyusun informasi (*Organizing Information*), memotong informasi (*Chunking the Information*), memprediksi pola (*Predicting Patterns*), mendeskripsikan aturan (*Describing a Rule*), merepresentasi berbeda (*Different Representations*), mendeskripsikan perubahan (*Describing Change*), dan menjustifikasi aturan (*Justifying a Rule*).

Kieran (2004) mengategorikan model berpikir aljabar menjadi tiga bagian yaitu

1. Aktivitas generalisasi (*generation activities*) meliputi pembentukan ekspresi dan persamaan, termasuk pembentukan persamaan yang memuat suatu kuantitas yang tidak diketahui yang merepresentasikan situasi masalah, generalisasi ekspresi yang muncul dari pola-pola geometris atau barisan bilangan, dan ekspresi dari aturan yang mengatur hubungan numerik. Objek yang mendasari ekspresi dan persamaan adalah variabel dan faktor yang tidak diketahui, sehingga hal ini juga termasuk dalam kegiatan generasional aljabar, seperti tanda sama dengan dan pengertian solusi persamaan. Sebagian besar kegiatan membangun makna objek aljabar terjadi dalam aktivitas generasional aljabar.
2. Aktivitas transformasional (*transformational activities*) termasuk mengumpulkan suku sejenis, pemfaktoran, perluasan, mengganti, menambah dan mengalikan ekspresi polinomial, eksponensial dengan polinomial, memecahkan persamaan, menyederhanakan ekspresi, bekerja dengan ekspresi dan persamaan yang setara, dan sebagainya. Aktivitas ini banyak berkaitan

dengan mengubah bentuk ekspresi atau persamaan untuk mempertahankan kesetaraan.

3. Aktivitas matematis global tingkat-meta (*global, meta-level, mathematical activities*) merupakan aktivitas yang melibatkan aljabar sebagai suatu alat baik dalam memecahkan masalah aljabar maupun maupun lain di luar aljabar seperti pemodelan, memperhatikan struktur, mempelajari perubahan, generalisasi, menganalisis hubungan, membenarkan, membuktikan, dan memprediksi.

Dari paparan tersebut, dapat disimpulkan bahwa berpikir aljabar menurut Kieran (2004) melibatkan pengembangan cara berpikir dalam kegiatan menganalisis hubungan antara kuantitas, memperhatikan struktur, mempelajari perubahan, generalisasi, pemecahan masalah, pemodelan, membenarkan, membuktikan, dan memprediksi. Cara berpikir ini dapat menggunakan huruf atau simbol-simbol aljabar sebagai alat, ataupun tidak menggunakan sama sekali, namun tujuan akhirnya untuk mengantarkan peserta didik pada aljabar yang lebih formal serta dapat dikatakan pula bahwa generalisasi pola merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk meningkatkan proses berpikir aljabar pada tingkat pemula dalam belajar aljabar. Radford (2006) mengemukakan berpikir aljabar terdiri atas tiga karakteristik yaitu berhubungan dengan ketidakpastian (*indeterminacy*), objek tak tentu dalam penyelesaiannya memerlukan penyelesaian secara analitis, dan memiliki simbol untuk menunjuk benda.

Berdasarkan beberapa definisi tentang berpikir aljabar yang dinyatakan menurut Kieran (2004), peneliti dalam penelitian ini merumuskan karakteristik atau indikator berpikir aljabar sebagai berikut.

Tabel 2.1 Indikator Berpikir Aljabar

| Model berpikir aljabar (Kieran, 2004) | Indikator |
|--|---|
| Aktivitas Generalisasi | <ol style="list-style-type: none"> 1. Mampu merepresentasikan pembentukan persamaan yang memuat suatu kuantitas yang tidak diketahui. 2. Mampu memahami struktur struktur pada masalah generalisasi pola. |
| Aktivitas Meta Global | <ol style="list-style-type: none"> 1. Mampu mengidentifikasi perubahan pada masalah generalisasi pola. 2. Dapat merepresentasikan situasi masalah. 3. Mampu memprediksi hasil dari masalah generalisasi pola. 4. Mampu membenarkan dan membuktikan argumen yang dimiliki dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola. 5. Mampu mengoperasikan kuantitas yang tidak diketahui seolah-olah kuantitas tersebut diketahui. |
| Aktivitas Transformasi | Mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar. |

2. Teori APOS

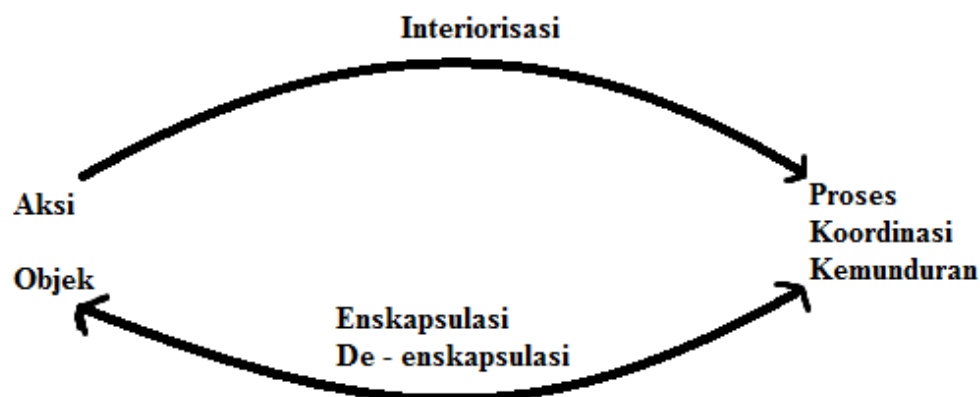
Teori APOS hadir diawali dengan hipotesis bahwa pengetahuan matematika terkandung dalam kecenderungan individu berkaitan dengan situasi permasalahan matematika yang dihadapi dengan mengonstruksi Aksi, Proses, dan Objek Mental dan mengorganisasikan mereka ini dalam Skema untuk memahami situasi itu dan memecahkan masalah tersebut. Konstruksi-konstruksi mental ini disebut teori APOS. Teori APOS muncul sebagai usaha untuk memahami mekanisme dari abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh Piaget untuk menggambarkan perkembangan berpikir logis pada anak-anak, dan mengembangkan ide ini ke dalam konsep matematika yang lebih lanjut (Mulyono, 2011).

Teori APOS adalah teori konstruktivis tentang bagaimana belajar konsep matematika mungkin terjadi (Dubinsky, 2001). Menurut Dubinsky dan McDonald (2001), teori APOS ini sangat berguna untuk mencoba mengerti pembelajaran mahasiswa dalam topik aljabar. Teori APOS juga dapat meningkatkan pengetahuan dan pemahaman matematika melalui konstruksi mental berupa Aksi, Proses, Objek, dan Skema (Suwanto dkk., 2017). Teori APOS merupakan teori yang mempelajari bagaimana individu belajar konsep matematika. Teori APOS mengemukakan bahwa dalam membangun sebuah konsep matematika, individu melewati beberapa tahap yaitu tahap Aksi, Proses, Objek, dan Skema (Dubinsky, 2001). Untuk mengetahui bagaimana individu bekerja dan berpikir ketika berada pada tahap Aksi, Proses, Objek, dan Skema perlu dilakukan wawancara yang mendalam kepada seorang individu (Mulyono, 2011).

Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema) adalah alat untuk menganalisis secara lebih lanjut konstruksi pada abstraksi reflektif peserta didik. Apabila penyelesaian peserta didik melakukan struktur dari APOS dan memuat konstruksi abstraksi reflektif secara lengkap dan benar oleh sebab itu, dapat dikatakan bahwa peserta didik telah memahami permasalahan dan mampu menyelesaikannya. Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema) merupakan suatu teori kecenderungan belajar matematika yang berpusat pada berpikir secara matematis (Putri, 2018). Teori APOS merupakan kerangka kerja yang menjelaskan bagaimana peserta didik secara mental membangun pemahaman konsep matematika sehingga dengan konsep ini peserta didik dapat menyelesaikan permasalahan matematika yang relevan (Safitri, 2021).

Menurut Dubinsky dan McDonald (2001), penerapan teori APOS dalam pembelajaran terdiri atas beberapa asumsi di antaranya, (1) Asumsi pengetahuan matematika, yaitu pengetahuan matematika seorang individu adalah kecenderungan untuk merespon dan memecahkan masalah matematika dan menemukan solusi untuk masalah dengan berpikir refleksi., (2) Hipotesis belajar, yaitu seseorang tidak mempelajari konsep matematika secara langsung. Seorang individu akan membentuk struktur mental yang berkaitan dengan konsep tersebut. Pembelajaran akan berlangsung dengan baik jika dalam pikiran peserta didik terbentuk struktur mental yang sesuai dengan konsep matematika yang diberikan. Jika struktur mental yang diharapkan tidak terbentuk, maka belajar tentang konsep tidak akan berhasil.

Kerangka teori APOS dalam pembelajaran matematika mengacu pada fisik dan aktivitas mental (Suwanto dkk., 2017). Asiala dkk. (1997) menggambarkan alur proses karakteristik mental dari pembangun APOS struktur berdasarkan Aksi, Proses, Objek, dan Skema dan mekanisme seperti interiorisasi, enkapsulasi, koordinasi, pembalikan, de-enskapsulasi, skematisasi, dan generalisasi dari kegiatan melalui diagram berikut.



Gambar 2.1 Proses APOS

Konsep APOS pertama-tama dipahami sebagai Aksi, yaitu sebagai transformasi yang diarahkan secara eksternal dari Objek atau Objek yang dipahami sebelumnya. Suatu Aksi bersifat eksternal dalam arti bahwa setiap langkah transformasi harus dilakukan secara eksplisit dan dipandu oleh instruksi eksternal. Selain itu, setiap langkah menantang langkah berikutnya, yaitu langkah-langkah tindakan belum dapat dibayangkan atau dilewati. Proses dibangun menggunakan salah satu dari dua mekanisme mental, yaitu internalisasi

atau koordinasi. Masing-masing mekanisme ini memunculkan proses baru. Enkapsulasi terjadi ketika seorang individu menerapkan Aksi ke Proses, yaitu melihat struktur dinamis (Proses) sebagai struktur statis yang tindakan dapat diterapkan. Setelah Proses telah dienkapsulasi dalam Objek mental, tidak dapat dienkapsulasi, ketika diperlukan, kembali ke Proses dasar. Dengan kata lain, dengan menerapkan mekanisme dekapsulasi, seorang individu dapat kembali ke Proses yang memunculkan Objek. Mekanisme koordinasi sangat diperlukan dalam konstruksi berbagai Objek. Dua Objek tidak dapat dienkapsulasi, tahapan Objek yang terkoordinasi ke dalam Proses yang dienkapsulasi untuk membentuk Objek baru. Konsistensi suatu skema ditentukan oleh kemampuan individu untuk menentukan apakah skema tersebut dapat digunakan untuk menghadapi situasi matematika tertentu. Setelah Skema dibangun sebagai kumpulan struktur yang koheren (Aksi, Proses, Objek, dan Skema lainnya) dan koneksi antara struktur tersebut dibuat, kemudian dapat diubah menjadi struktur statis (Objek) dan digunakan sebagai struktur dinamis yang berasimilasi Objek atau Skema terkait lainnya (Suwanto dkk., 2017).

Menurut Dubinsky (2001), pemahaman konsep matematika dimulai dengan memanipulasi konstruksi mental yang ada atau memanipulasi objek fisik untuk membentuk tindakan. Tindakan kemudian diinternalisasikan (direnungkan) untuk membentuk proses yang kemudian dienkapsulasi (mengkristal) untuk membentuk objek. Benda tersebut dapat diuraikan lagi menjadi proses. Akhirnya, tindakan, proses, dan objek dapat diatur dalam skema. Berikut uraian singkat masing-masing konstruksi mental APOS.

Tindakan atau Aksi adalah transformasi yang dialami terjadi dalam pemikiran individu sebagai akibat rangsangan dari luar. Rangsangan tersebut misalnya berupa pelaksanaan tahapan instruksional untuk suatu operasi. Aksi ini merupakan aktivitas dalam bentuk fisik pengulangan atau manipulasi mental yang mendasarkan algoritma secara eksplisit. Aksi bisa dimaksudkan sebagai transformasi fisik atau mental dari suatu objek untuk memperoleh objek lain. Ketika suatu Aksi dilakukan berulang kali, dan individu merenungkannya, maka Aksi tersebut diinternalisasi menjadi proses, yaitu konstruksi internal yang dibuat dengan melakukan Aksi, tetapi sekarang tidak diarahkan oleh stimulus dari luar. Individu yang memiliki konstruksi “Proses konsep” dapat menguraikan atau bahkan membalikkan langkah dari transformasi tanpa benar-benar melakukannya.

Objek dibangun dari Proses ketika individu merefleksikan operasi yang diterapkan pada proses untuk konsep tertentu, menjadi sadar terhadap Proses sebagai totalitas dan benar-benar dapat mengkonstruksi transformasi itu, sehingga individu merangkum Proses menjadi Objek. Syaiful (2014) mengungkapkan bahwa kumpulan Aksi, Proses, Objek, dan Skema lain yang terhubung integral dan terorganisir secara struktural dalam pemikiran individu disebut Skema. Konstruksi yang menghubungkan suatu Aksi, Proses, Objek yang terpisah yang menghasilkan Skema tertentu disebut tematisasi. Skema ini dapat diandalkan dalam menangani masalah dalam matematika. Skema individu adalah seluruh pengetahuan yang dia hubungkan secara sadar maupun tidak sadar dengan konsep matematika tertentu. Individu dapat memiliki Skema untuk fungsi, skema pada turunan dan lain-lain.

Dari berbagai paparan tentang teori APOS. Adapun beberapa karakteristik dari teori APOS yang dipaparkan menurut beberapa ahli di antaranya karakteristik teori APOS menurut Dubinsky (2001) adalah sebagai berikut.

- 1) Mendukung prediksi, kekuatan prediksi Teori APOS terletak pada pernyataan bahwa jika peserta didik membuat konstruksi mental tertentu, maka dia akan belajar topik matematika tertentu.
- 2) Memiliki kekuatan penjas, Teori APOS menawarkan penjelasan tentang keberhasilan dan kegagalan peserta didik.
- 3) Berlaku untuk berbagai fenomena. Teori APOS dapat diterapkan dalam berbagai fenomena dalam pembelajaran matematika.
- 4) Menggunakan Teori APOS untuk mengembangkan dekomposisi genetik konsep matematika adalah salah satu cara untuk mengorganisasikan pemikiran seseorang tentang bagaimana peserta didik dapat mempelajari konsep tersebut.
- 5) Berfungsi sebagai alat untuk menganalisis data.
- 6) Menyediakan bahasa untuk komunikasi tentang belajar.

Dalam menyelesaikan masalah matematika peserta didik cenderung memiliki cara atau proses berpikir berbeda dengan peserta didik lainnya. Dari karakteristik teori APOS dapat diuraikan bagaimana proses berpikir peserta didik yang satu dengan peserta didik yang lainnya. Dalam penelitian ini untuk melihat proses berpikir aljabar peserta didik menggunakan teori APOS yang diadopsi dari teori APOS menurut Dubinsky (2001).

Adapun tahapan teori APOS untuk melihat proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola adalah sebagai berikut.

1) Aksi

Aksi merupakan transformasi terhadap suatu hal atau objek yang diterapkan oleh seorang individu sebagai kebutuhan eksternal baik secara eksplisit maupun dari ingatan dan dilakukan bertahap sebagai petunjuk dalam melaksanakan operasi (Dubinsky & McDonald, 2001). Aktivitas pada tahap Aksi merupakan aktivitas prosedural. Pada tahap Aksi peserta didik dapat melihat dan mengerti akan masalah atau soal yang dihadapi, serta mengetahui apa yang diinginkan soal tersebut. Selain itu, pada tahap Aksi peserta didik dapat mengetahui dan menyelesaikan langkah – langkah Aksi dari suatu permasalahan namun tidak mampu untuk memikirkan secara keseluruhan dan tidak dapat memprediksi hasilnya.

Berdasarkan paparan tentang Aksi tersebut, dalam penelitian ini dapat diberikan indikator tahap Aksi untuk melihat proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola sebagai berikut.

- a. Memahami apa yang diketahui dan yang diinginkan soal
- b. Menentukan beda atau selisih barisan dan deret yang terbentuk dari pola.
- c. Membuat gambar pola urutan berikutnya.

2) Proses

Apabila Aksi dilakukan berulang kali dan individu dapat merefleksikannya atau diinternalisasi, oleh sebab itu tindakan tersebut disebut Proses. Proses merupakan kontruksi internal yang dibuat dengan melakukan tindakan tapi tidak

dipengaruhi oleh stimulus dari luar (Dubinsky & McDonald, 2001; Dubinsky 2001). Pada tahap Proses peserta didik dapat berpikir untuk melakukan aksi atau tindakan tidak membutuhkan rangsangan eksternal. Peserta didik mampu mengkonstruksi bentuk Proses tanpa melakukan secara konkrit sehingga dapat menguraikan atau bahkan membalikan langkah dari transformasi serta mampu menyusun kembali dan mengaitkan dengan bentuk proses lainnya.

Berdasarkan batasan Proses tersebut, dalam penelitian ini diberikan indikator tahap proses dalam melihat proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola sebagai berikut.

- a. Menentukan barisan dan deret bilangan yang terbentuk dari pola.
- b. Menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau.
- c. Menentukan atauran banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau.

3) Objek

Suatu Objek dikonstruksikan atau dibangun dari proses ketika individu merefleksikan secara totalitas operasi yang diterapkan untuk konsep tertentu (Dubinsky & McDonald, 2001; Dubinsky 2001). Pada tahap Objek, peserta didik secara sadar peserta didik menjadi sadar terhadap Proses sebagai totalitas dan benar-benar dapat membangun transformasi dari suatu Objek sehingga peserta didik merangkum proses menjadi Objek.

Dari paparan tersebut tentang Objek dan batasannya, dalam melihat proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola dalam penelitian ini indikator dari tahapan Objek adalah sebagai berikut.

- a. Menentukan rumus pola dan menuliskannya dalam bentuk simbol, baik berupa angka, huruf ataupun gambar.
- b. Melakukan substitusi nilai yang diperoleh dari tahap berikutnya
- c. Menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek (menentukan rumus ke-n).

4) Skema

Tahap Skema merupakan kumpulan dari Aksi, Proses, Objek dan Skema yang terhubung oleh beberapa prinsip yang terorganisir secara terstruktur dalam pemikiran individu yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah yang melibatkan konsep (Dubinsky, 2001; Dubinsky & McDonald, 2001). Dari paparan tahapan Skema tersebut dan berdasarkan batasannya dalam penelitian ini indikator tahap Skema untuk melihat proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola adalah sebagai berikut.

- a. Menentukan rumus umum aturan pola yang telah diberikan kemudian mengaitkan dengan Aksi, Proses Objek dan Skema lainnya dalam operasi aljabar
- b. Mengevaluasi kembali rumus umum aturan pola atau jawaban yang diselesaikan.

3. **Generalisasi Pola**

Dalam pembelajaran matematika Generalisasi merupakan salah satu kemampuan penting (Rofiki, 2015). Menurut Soekadijo (2001), generalisasi adalah penalaran untuk membuat kesimpulan umum dari premis-premis khusus

dalam bentuk pernyataan matematis. Sedangkan dasar dari generalisasi adalah mencari kesamaan dan hubungan dari suatu pola yang bekerja (Lannin dkk., 2006; Tanişlf & Özdaş, 2009). Generalisasi merupakan salah satu aktivitas fundamental dalam pembelajaran matematika. Perkembangan matematika bergantung pada penerapan generalisasi (Hashemi, dkk, 2013). Menurut Tall (2011), generalisasi dalam sudut pandang matematika adalah “mencari gambar yang lebih besar”, memperhatikan kelompok kecil untuk mencari kelompok yang lebih besar, memperluas konsep dalam area yang lebih besar. Tall (2002) juga menyebutkan bahwa strategi generalisasi digunakan dalam matematika untuk menunjukkan proses dalam konteks yang lebih luas dan membantu seseorang dalam mengetahui hasil dari suatu pemecahan masalah. Generalisasi membantu seseorang menggabungkan pengalaman dan pengetahuan mereka untuk menyelesaikan masalah dalam kondisi baru. Tall (2012) mencoba mendorong peserta didik dalam generalisasi dengan menggunakan aplikasi masalah sehari-hari.

Materi pola menjadi salah satu materi pelajaran matematika yang dapat membantu meningkatkan kemampuan generalisasi peserta didik (Setiawan, 2020a). Pola merupakan barisan geometrik atau numerik yang suku-sukunya dapat diprediksi karena memiliki aturan dan hubungan tertentu (Bishop, 2000). Pola adalah susunan atau struktur objek yang memiliki keteraturan maupun sifat-sifat yang memungkinkan untuk digeneralisasi. Pola merupakan salah satu konsep utama yang berkontribusi untuk memahami konsep-konsep matematika, mengenali hubungan matematika dan menafsirkannya dengan benar. Oleh karena

itu, penting untuk mengetahui strategi yang digunakan peserta didik dalam menggeneralisasi pola dan bagaimana proses berpikir peserta didik (Fadiana, 2016).

Generalisasi pola adalah proses menentukan aturan umum untuk memprediksi suku tertentu dari suatu pola (Beatty & Bruce, 2012). Generalisasi pola adalah kemampuan dalam menemukan struktur dari suku-suku dalam pola bilangan, sehingga dapat memprediksi rumus umum suku ke- n (Setiawan, 2020b). Selain itu, generalisasi pola merupakan suatu proses menemukan pola menuju bentuk aturan umum (Mulligan & Mitchelmore, 2009). Berdasarkan penjabaran tersebut, peneliti mendefinisikan soal generalisasi pola sebagai soal yang ditujukan untuk menemukan aturan umum dari suatu pola. Pemberian soal generalisasi pola membantu meningkatkan kemampuan generalisasi (Sutarto & Hastuti, 2015).

Generalisasi pola dapat meningkatkan berpikir aljabar peserta didik dan membangun konsep variabel dan fungsi (Lesley & Freiman, 2004). Oleh karena itu generalisasi memfasilitasi untuk mengembangkan dari berpikir secara aritmetika ke aljabar formal. Tugas berupa pola memungkinkan individu untuk mengamati dan menggeneralisasi sendiri dan menerjemahkannya secara simbolik. Mencari pola merupakan langkah mendasar untuk membuat generalisasi dan sekaligus acara untuk mendekati aljabar (Orton & Orton, 1999). Oleh karena itu, generalisasi banyak digunakan oleh peneliti sebagai aktivitas pra-aljabar (Mason, 1996). Dengan demikian pola memiliki peran penting

sebagai jembatan yang menghubungkan berpikir aritmetika dengan berpikir secara aljabar formal.

Masih banyak kesalahan yang dilakukan oleh peserta didik dalam menggeneralisasi pola linier yang disebabkan fokus pada data numerik. Peserta didik yang mengalami kesalahan ini penting diberikan kesempatan kembali untuk memperbaiki kesalahan dalam menggeneralisasi pola linier (Setiawan, 2020b). Hasil penelitian Ellis (2007, 2011) menunjukkan bahwa meskipun peserta didik melihat berbagai aturan dalam pola, tetapi peserta didik masih kesulitan untuk menggeneralisasi pola. Permasalahan peserta didik dalam menggeneralisasi pola disebabkan fokus pada data numerik yang mengakibatkan peserta didik terjebak pada hubungan secara rekursif. Selain itu, dengan peserta didik hanya memperhatikan sebagian dari keseluruhan fitur-fitur pola linier merupakan salah satu masalah peserta didik dalam menggeneralisasi pola linier (Lannin dkk., 2006; Rivera, 2010). Dari paparan tersebut dapat disimpulkan bahwa peserta didik masih kesulitan dalam menggeneralisasi pola. Beberapa penelitian yang telah dilakukan sejauh ini masih fokus pada strategi-strategi yang digunakan oleh peserta didik dalam menggeneralisasi pola (Lannin dkk., 2006; Setiawan, 2020b).

Generalisasi pola merupakan suatu aktivitas yang subjektif dan konstruktif sehingga diperlukan kesimpulan dari persepsi dan simbolik (Rivera, 2010). Generalisasi pola mengandung urutan objek yang terstruktur sehingga dapat diajarkan melalui suatu pola geometris dan urutan gambar (Ferrara & Sinclair, 2016). Hal ini menyebabkan generalisasi pola tidak hanya berfokus terhadap

permasalahan yang diberikan namun lebih berfokus kepada prosedur dan hubungan-hubungan yang terdapat dalam suatu permasalahan yang diberikan. Generalisasi pola bertujuan untuk membedakan keteraturan, kesetaraan dan fungsi serta membedakan suatu objek yang menghubungkan antara variabel dengan rumus (Ferrara & Ferrari, 2017).

Kaput (1999) mendefinisikan generalisasi merupakan jangkauan dari penalaran dan komunikasi yang diperluas melampaui beberapa kasus yang fokusnya tidak lagi berada pada kasus itu sendiri melainkan pada pola, prosedur, struktur, dan hubungan diantara kasus-kasus tersebut. Dalam kaitannya dengan konteks pola, Beatty dan Bruce (2012) mendefinisikan generalisasi pola adalah penentuan aturan yang memungkinkan untuk menjadi sebuah prediksi suku tertentu pada suatu barisan bilangan.

Dalam menggeneralisasi pola terdapat beberapa strategi yang dapat dilakukan. Radford (2007, 2006) menyatakan bahwa peserta didik melakukan generalisasi dengan tiga strategi yaitu generalisasi aljabar, generalisasi aritmatika, dan *trial and error*. Dalam strategi generalisasi aljabar dirincikan menjadi tiga tahap generalisasi yaitu generalisasi faktual, generalisasi kontekstual, dan generalisasi simbolik. Generalisasi faktual merupakan proses generalisasi pola yang dilakukan peserta didik dengan cara menyatakan generalisasi dalam bentuk kalimat, tidak menggunakan variable. Generalisasi kontekstual merupakan proses generalisasi pola yang dilakukan peserta didik yang objek-objek umum diberi nama melalui deskripsi yang diwujudkan dan ditempatkan dengan menggunakan gambar berikutnya, baris atas, baris bawah

dan sebagainya. generalisasi simbolik merupakan proses generalisasi pola yang dilakukan peserta didik cenderung menggunakan simbol-simbol dalam melakukan generalisasi.

Dalam penelitian ini untuk melihat karakteristik generalisasi pola menggunakan teori Radford (2006). Adapun karakteristik generalisasi pola pada Tabel 2.2 berikut.

Tabel 2.2 Karakteristik Generalisasi Pola

| Karakteristik | Definisi |
|----------------------|--|
| Faktual | Peserta didik menyatakan generalisasi dalam bentuk kalimat, tidak menggunakan variable |
| Kontekstual | Peserta didik menyatakan generalisasi dengan objek-objek umum diberi nama melalui deskripsi yang diwujudkan dan ditempatkan dengan menggunakan gambar berikutnya, baris atas, baris bawah dan sebagainya |
| Simbolik | Peserta didik cenderung menggunakan simbol-simbol dalam melakukan generalisasi. |

4. Kaitan Proses Berpikir Aljabar dalam Generalisasi Pola dengan Teori

APOS

Hampir semua objek atau konsep aljabar adalah hasil dari proses generalisasi (Lew, 2004). Berpikir aljabar adalah berpikir dengan melakukan generalisasi, abstraksi, pemodelan, menemukan nilai yang tidak diketahui (*unkown*), justifikasi, atau komunikasi matematis yang melibatkan aktivitas aljabar generasional dan transformasional (Sukmawati, 2015). Warren (2000)

mengungkapkan bahwa berpikir aljabar di kelas dasar mengacu pada transisi antara berpikir aritmetika dan berpikir aljabar yang berhubungan dengan mencari, mengenali, menjelaskan, generalisasi, memperluas dan menciptakan pola. Menurut Lew (2004), berpikir aljabar merupakan suatu cara berpikir, yang meliputi enam kemampuan berpikir matematis yang salah satunya terdiri atas menggeneralisasi.

Untuk melihat proses berpikir aljabar dalam menggeneralisasi pola dapat dilakukan dengan berbagai cara dan teori, salah satunya adalah teori APOS. Teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam analisis data oleh seorang peneliti. Teori APOS merupakan kerangka kerja yang menjelaskan bagaimana peserta didik secara mental membangun pemahaman konsep matematika sehingga dengan konsep ini peserta didik dapat menyelesaikan permasalahan matematika yang relevan (Safitri, 2021). Teori APOS dapat digunakan untuk melihat proses atau gambaran pengembangan skema individu dalam topik tertentu seperti proses berpikir aljabar (Dubinsky, 2001; Suwanto dkk., 2017; Syaiful, 2014). Menurut Safitri (2017), Teori APOS mampu mendeskripsikan bagaimana pengetahuan matematika terbentuk dalam diri seseorang dan selanjutnya dapat digunakan untuk melihat apakah suatu pemahaman peserta didik terhadap konsep matematika telah sampai pada tahap tertentu atau belum. Pemahaman peserta didik terhadap suatu konsep matematika dalam memecahkan suatu permasalahan matematika dapat dianalisis melalui teori APOS.

Dari hasil penelitian sebelumnya, ada beberapa jenis proses berpikir yang telah ditemukan di antaranya, generalisasi tingkat jauh merupakan aktivitas pembangkitan dari tahap Objek, hingga pengorganisasian ke dalam Aksi, Proses,

kemudian Skema dilakukan dengan baik (Radford, 2007). Selain generalisasi tingkat jauh, adapun generalisasi simbolik. Radford (2007) mengatakan bahwa generalisasi simbolik merupakan proses peserta didik cenderung menggunakan simbol-simbol dalam melakukan generalisasi. Inganah (2013) memaparkan bahwa generalisasi berpikir aljabar lompat tinggi simbolik terjadi ketika aktivitas pembangkitan dari tahap Aksi, Proses, dan Objek hingga pengorganisasian ke dalam Skema dilakukan dengan sempurna. Selain itu, ada juga peserta didik menyelesaikan soal generalisasi pola dengan cara kontekstual. Generalisasi kontekstual merupakan ketika dalam menggeneralisasi pola dominan menggunakan gambar, tidak menggunakan kalimat dan variable (Radford, 2007).

Dalam penelitian ini untuk melihat proses berpikir aljabar peserta didik menggunakan teori berpikir aljabar yang diadopsi dari teori Kieran (2004), beserta karakteristik berpikir aljabar yang dipaparkan oleh Radford (2006), serta dikombinasikan dengan teori APOS menurut Dubinsky (2001), yang tertera pada Tabel 2.3 berikut.

Tabel 2.3 Indikator Proses Berpikir Aljabar dengan Teori APOS dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola

| APOS dan Aktivitas Berpikir Aljabar | Aktivitas Generalisasi | Kode | Aktivitas Transformasi | Kode | Aktivitas Meta Global | Kode |
|-------------------------------------|--|--|--|--|--|--|
| Aksi | <ol style="list-style-type: none"> 1. Mengetahui dan menunjukkan apa yang diketahui dan yang diinginkan soal. 2. Menentukan beda atau selisih barisan dan deret yang terbentuk dari pola. 3. Membuat gambar pola urutan berikutnya yang plaing dekat. | <ol style="list-style-type: none"> 1. AG1 2. AG2 3. AG3 | <ol style="list-style-type: none"> 1. Mengumpulkan informasi dari soal generalisasi pola (mengetahui apa yang di ketahui dan yang ditanyakan pada soal, mengetahui kesamaan dan perbedaan soal) | <ol style="list-style-type: none"> 1. AT 1 | <ol style="list-style-type: none"> 2. Memahami permasalahan (mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang ditanyakan dalam soal) 3. Memperhatikan struktur (mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang diketahui dalam soal) 4. Mempelajari perubahan generalisasi (mampu menentukan perbedaan dan kesamaan dalam soal) | <ol style="list-style-type: none"> 1. AMG 1 2. AMG 2 3. AMG 3 |
| Proses | <ol style="list-style-type: none"> 1. Menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih | <ol style="list-style-type: none"> 1. PG1 2. PG2 | <ol style="list-style-type: none"> 1. Melakukan oprasi aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola | <ol style="list-style-type: none"> 1. PT 1 2. PT 2 | <ol style="list-style-type: none"> 1. Memprediksi rumus pola dan menuliskannya dalam bentuk simbol, baik | <ol style="list-style-type: none"> 1. PM G1 2. PM G2 |

| | | | | | | |
|-------|--|-----------------------------|--|------------|---|---|
| | <p>terjangkau (pola gambar ke-4 sampai ke-5).</p> <p>2. Menentukan aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau (pola gambar ke-13).</p> | | <p>(mencari banyak persegi pada gambar ke-5 sampai ke-13)</p> <p>2. Melakukan substitusi nilai yang diperoleh dari tahap sebelumnya untuk memperoleh hasil berikutnya (menentukan banyak persegi pada gambar ke-n dari informasi yang diperoleh sebelumnya)</p> <p>3. Mempresentasikan masalah dengan menggunakan angka, symbol gambar dan sebagainya.</p> | 3. PT 3 | <p>berupa angka, huruf ataupun gambar (mampu menemukan banyak persegi pada gambar ke-5 sampai ke-13).</p> <p>2. Menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek (menentukan rumus ke-n)</p> | |
| Objek | <p>1. Dapat menemukan nilai dari objek terdekat (gambar ke-5 sampai ke-13)</p> <p>2. Dapat menemukan nilai dari objek pola urutan tak terjangkau (gambar ke-n)</p> | <p>1. OG1</p> <p>2. OG2</p> | <p>1. Mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar</p> | 1. OT1 | <p>1. Peserta didik mampu memprediksi hasil dari masalah generalisasi pola (dapat mengetahui banyak persegi pada gambar ke-5 dan ke-13).</p> <p>2. Peserta didik mampu</p> | <p>1. OM G1</p> <p>2. OM G2</p> <p>3. OM G3</p> |

| | | | | | | |
|-------|--|--------|--|--------------------|---|------------|
| | | | (dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke-3, ke-13, dan ke-n). | | mengoperasikan kuantitas yang tidak diketahui seolah – olah kuantitas tersebut diketahui (mampu menemukan rumus umum suku ke-n). 3. Melakukamelibatkan aljabar sebagai alat pemecahan masalah baik dalam masalah aljabar atau diluar aljabar (mampu menggunakan rumus umum aturan ke-n dalam menyelesaikan masalah diluar aljabar) | |
| Skema | 1. Menentukan rumus umum aturan pola yang telah diberikan dengan mengaitkan dengan Aksi, Proses Objek dan Skema lainnya dalam menyelesaikan soal generalisasi pola | 1. SK1 | 1. Menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek (menentukan rumus ke – n) 2. Mengevaluasi kembali rumus umum aturan pola atau jawaban yang diselesaikan. | 1. SK 1 2. SK 2 | 1. Peserta didik mampu membenarkan dan membuktikan argumen yang dimiliki dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola. | 1. SO MG 1 |

B. Kajian Penelitian yang Relevan

Pada penelitian ini, kajian literatur terhadap penelitian terdahulu dilakukan oleh peneliti sebagai bahan rujukan dalam memperjelas status topik permasalahan yang akan diteliti dan untuk menentukan orisinalitas penelitian. Adapun beberapa penelitian terdahulu memiliki perbedaan dan persamaan pada konteks ke dalaman, permasalahan dan pembahasan, seperti yang dipaparkan berikut ini.

Penelitian yang dilakukan oleh Naziroh dkk. (2018) mengungkapkan bahwa peserta didik dengan kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah baik laki-laki maupun perempuan mampu berpikir aljabar pada setiap tahap pemecahan masalah untuk soal dengan ranah kognitif C5. Peserta didik melakukan empat aktifitas berpikir aljabar dalam setiap pemecahan masalah yaitu menggeneralisasi, mengabstraksi, memodelkan, dan melakukan berpikir dinamis. Namun peserta didik dengan kemampuan matematika rendah untuk jenis kelamin perempuan hanya mampu melibatkan dua aktifitas berpikir aljabar dalam pemecahan masalah yaitu generalisasi dan abstraksi.

Penelitian tersebut melihat proses berpikir dalam memecahkan masalah berdasarkan kemampuan aljabar yang ditinjau dari gender. Sedangkan dalam penelitian ini hanya melihat proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola. Dalam penelitian ini teori yang digunakan untuk melihat proses berpikir peserta didik menggunakan teori APOS.

Penelitian yang dilakukan oleh Nurcholifah dkk., (2021) menyebutkan bahwa terdapat tiga proses dalam berpikir aljabar ketika peserta didik dihadapkan pada masalah berbasis *open-ended* meliputi memahami pola, merepresentasikan,

dan menyelesaikan. Fokus dari penelitian Nurcholifah dkk. (2021) adalah proses berpikir aljabar, menyelesaikan masalah, dan *Open – Ended*. Dalam penelitian ini hanya fokus pada proses berpikir aljabar, menyelesaikan soal, dan generalisasi pola. Teori berpikir aljabar yang digunakan dalam penelitian ini adalah teori Kieran (2004). Sedangkan untuk melihat proses berpikir peserta didik menggunakan teori APOS.

Suwanto dkk. (2017) memaparkan bahwa berpikir aljabar adalah kemampuan untuk memecahkan berbagai masalah matematika atau bidang pengetahuan lain yang terkait dengan merepresentasikannya dalam simbol-simbol aljabar. Salah satu teori yang mendukung kemampuan berpikir aljabar peserta didik adalah APOS. Perbedaan penelitian tersebut dengan penelitian ini adalah dalam menentukan proses berpikir aljabar. Dalam penelitian ini melihat proses berpikir aljabar peserta didik selain dari model menurut Kieran (2004), penelitian ini menggunakan soal generalisasi pola.

Windsor (2010) meneliti tentang berpikir aljabar dan pemecahan masalah dimana dalam penelitian tersebut menyimpulkan bahwa menggunakan pendekatan pemecahan masalah untuk mengembangkan pemikiran aljabar dan memberikan perspektif aljabar matematika dapat meningkatkan lintasan belajar jangka panjang dari sebagian besar siswa. Persamaan penelitian tersebut dengan penelitian ini adalah membahas tentang berpikir aljabar namun, dalam penelitian ini lebih fokus meneliti proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.

Penelitian yang dilakukan oleh Syamsuri & Marethi (2018) menemukan dua jenis proses kognitif dalam pembuktian matematis. Tipe pertama adalah jenis proses berpikir deduktif-holistik yang merupakan rangkaian kegiatan untuk membangun bukti bahwa menggunakan penalaran deduktif yang tepat dalam struktur bukti dan konsep matematika. Tipe kedua adalah induktif-parsial jenis proses berpikir yang merupakan rangkaian kegiatan dalam pembuktian yang menggunakan induktif pemikiran.

Persamaan penelitian ini dengan penelitian Syamsuri & Marethi (2018) adalah melihat proses berpikir peserta didik menggunakan teori APOS. Adapun perbedaan dalam penelitian tersebut yaitu dalam penelitian tersebut melihat proses berpikir kognitif dalam pembuktian matematika. Sedangkan dalam penelitian ini melihat bagaimana proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.

Sekar sakti dkk., (2021) dalam penelitian tersebut menyimpulkan bahwa dalam menyelesaikan masalah matematika, siswa menyelesaikan soal dengan cara yang berbeda-beda. Siswa memiliki perbedaan dalam melakukan tahapan Aksi dan Proses. Pada tahapan Aksi, beberapa peserta didik memerlukan contoh keberlakuan pada kasus dengan jumlah kecil, namun ada juga yang langsung mengidentifikasi apa yang diketahui dari masalah tersebut. Selain itu, pada tahapan proses peserta didik juga mengalami perbedaan dalam menyelesaikan soal. Ada yang memerlukan bimbingan dan ada juga siswa yang langsung dapat memecahkan masalah sesuai proses berpikir yang dipahami.

Penelitian tersebut berfokus pada proses berpikir peserta didik dalam memecahkan masalah matematis. Untuk melihat proses berpikir peserta didik dalam penelitian tersebut menggunakan teori APOS yang menjadi kemiripan dalam penelitian ini. Selain itu, dalam penelitian ini berfokus pada proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.

Penelitian yang dilakukan oleh Ellis (2007) menyatakan bahwa terdapat tiga kategori dalam menggeneralisasi, yaitu (a) berkaitan, dimana seseorang membentuk asosiasi antara dua atau lebih masalah atau objek, (b) mencari, dimana seseorang mengulangi tindakan untuk menemukan elemen kesamaan, dan (c) memperluas, dimana memperluas pola atau hubungan ke dalam struktur yang lebih umum. Penelitian tersebut meneliti bagaimana tindakan generalisasi dan generalisasi refleksi peserta didik kelas tujuh sekolah menengah pertama. Persamaan penelitian tersebut dengan penelitian ini adalah meneliti tentang generalisasi pola. Terdapat beberapa perbedaan di antaranya dalam penelitian ini fokus penelitian pada proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola serta untuk melihat proses berpikir menggunakan teori APOS.

C. Kerangka Konseptual

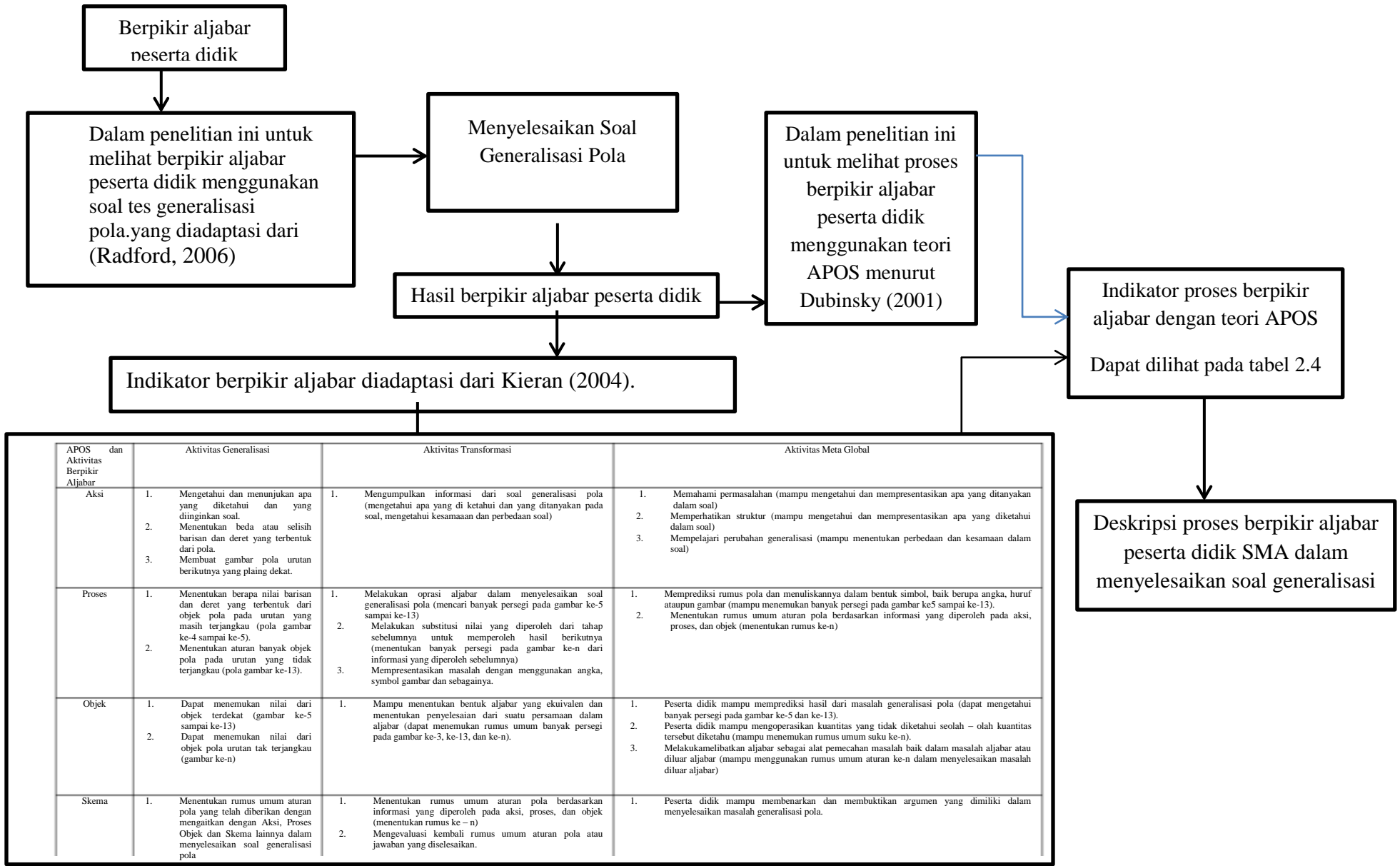
Dalam penelitian ini peserta didik akan diberikan soal generalisasi pola baris dan deret aritmatika. Soal generalisasi pola diadaptasi dari penelitian Radford (2006). Indikator berpikir aljabar dalam penelitian ini diadaptasi dari teori berpikir aljabar (Kieran, 2004). Kieran (2004) menyebutkan bahwa indikator kemampuan berpikir aljabar terdiri atas tiga indikator yaitu aktivitas generasi, aktivitas transformasional, dan aktivitas meta-level global.

Aktivitas generalisasi meliputi pembentukan ekspresi objek aljabar dan masalah persamaan. Ekspresi objek aljabar dapat berupa pola barisan numerik, pola geometris, dan penggunaan rumus yang terkait dengan solusi numerik, sedangkan masalah persamaan dapat berupa penggunaan dan makna tanda sama dengan, solusi dari persamaan. Aktivitas transformasional (*transformational activities*) merupakan perubahan ekspresi atau persamaan aljabar seperti mengumpulkan suku sejenis, pemfaktoran, perluasan, mengganti, menambah dan mengalikan ekspresi polinomial, memecahkan persamaan, menyederhanakan ekspresi, dan sebagainya untuk mempertahankan kesetaraan. Aktivitas meta-level global adalah kegiatan untuk memecahkan masalah aljabar dan masalah di luar aljabar menggunakan aljabar itu sendiri. Kegiatan tersebut meliputi menganalisis hubungan dan perubahan, pemodelan matematika, pemecahan masalah, pemecahan masalah dan pemecahan masalah sains menggunakan aljabar.

Untuk melihat proses berpikir aljabar siswa dalam penelitian ini menggunakan teori APOS menurut Dubinsky (2001). Teori APOS terdiri atas Aksi, Proses, Objek, dan Skema. Aksi merupakan kegiatan transformasi seorang individu

terhadap suatu objek sebagai kebutuhan eksternal baik secara eksplisit maupun dari ingatan dan dilakukan secara bertahap sebagai petunjuk dalam melaksanakan operasi. Proses merupakan tindakan pengulangan tahap Aksi oleh individu dan dapat merefleksikan atau diinternalisasi serta tidak dipengaruhi oleh stimulus dari luar. Objek merupakan tindakan yang mengkonstruksi suatu objek yang dibangun dari Proses ketika individu merefleksikan secara totalitas menerapkan operasi untuk konsep tertentu. Skema merupakan gabungan dari Aksi, Proses, Objek, dan skema yang terhubung oleh beberapa prinsip yang terorganisir secara sistematis dalam pemikiran individu yang digunakan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan konsep.

Adapun kerangka teori dalam penelitian ini dijelaskan pada Gambar 2.2 berikut.



Gambar 2.2 Bagan Kerangka Konseptual

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Pendekatan dan Jenis Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kualitatif. Pendekatan kualitatif dipilih karena data dalam penelitian ini berupa kata-kata atau narasi. Selain itu, penelitian ini menghasilkan data deskriptif dari hasil analisis lembar jawaban tugas generalisasi pola, analisis hasil *think aloud* dan hasil transkrip wawancara. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian deskriptif bertujuan mendeskripsikan suatu hal. Sesuai dengan penelitian ini yang bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola. Penelitian ini akan melihat proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.

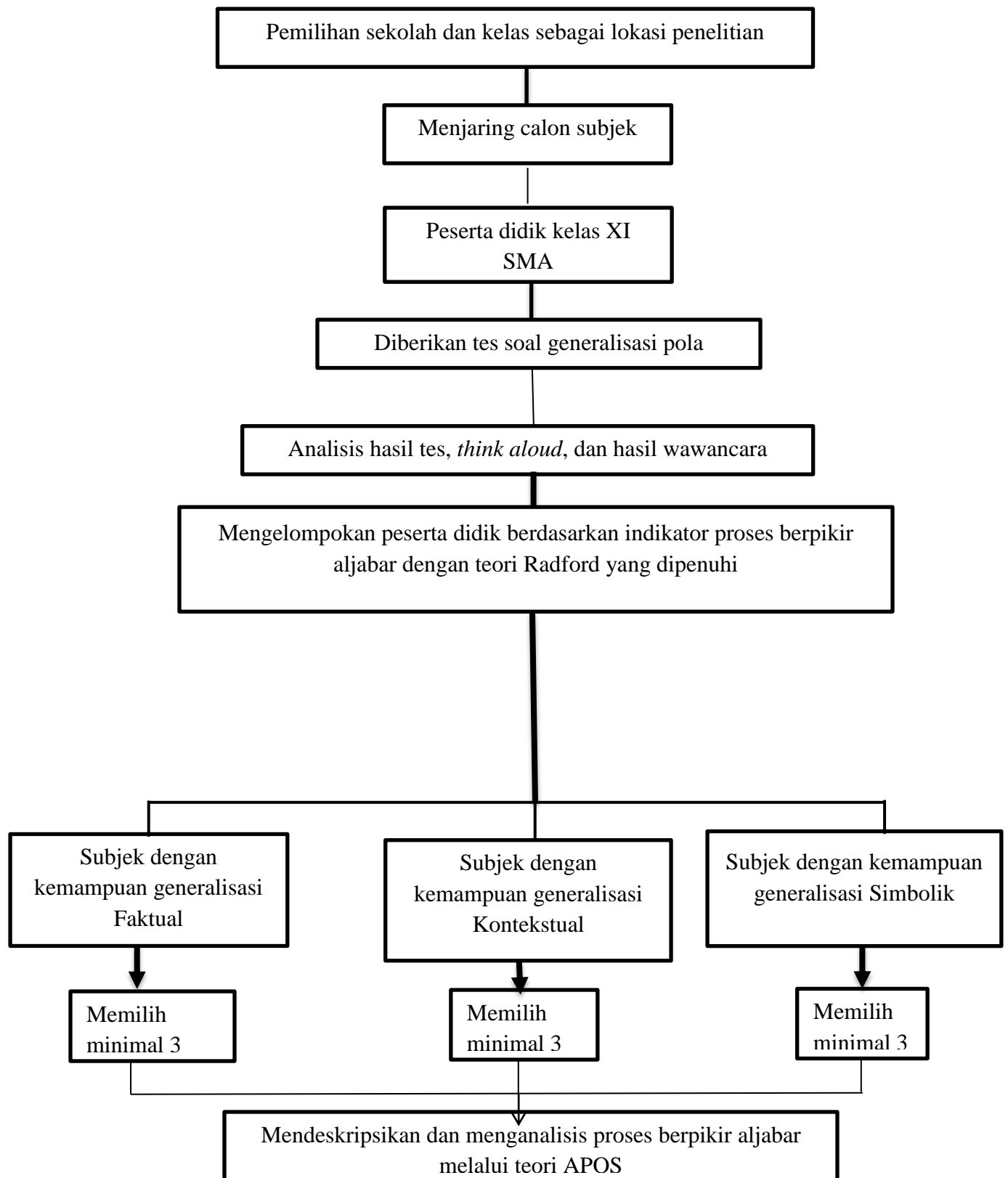
B. Subjek Penelitian

Penelitian ini dilakukan di kelas XI SMA Negeri 1 Praya Timur tahun ajaran 2021/2022 yang berlokasi di jalan raya Mujur Sengkrang Kecamatan Praya Timur, Kabupaten Lombok Tengah. Terdapat beberapa alasan peneliti memilih sekolah tersebut sebagai lokasi penelitian yaitu sebagai berikut.

1. Alasan peneliti mengambil lokasi penelitian tersebut karena peneliti sudah melaksanakan studi awal di SMAN 1 Praya Timur pada tanggal 1 Februari 2022. Peneliti melakukan observasi pada sepuluh peserta didik, dimana hasil observasi menunjukkan bahwa beberapa peserta didik belum mampu menyelesaikan soal generalisasi pola dengan tepat. Peserta didik dalam

menyelesaikan soal generalisasi pola dengan beragam untuk mendapatkan pola ke- n dari soal yang telah diberikan. Peneliti juga sudah mengenal guru matematika dan mengetahui situasi sekolah tempat lokasi penelitian.

2. Peserta didik SMA kelas XI telah diajarkan tentang konsep aljabar dan materi pola bilangan baris dan deret sehingga sesuai untuk meneliti proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.
3. SMA Negeri 1 Praya Timur merupakan salah satu sekolah unggulan di Praya Timur yang memungkinkan peneliti memperoleh subjek penelitian yang diinginkan. Subjek penelitian ini terdiri atas tiga peserta didik dari masing-masing kategori. Kategori ditentukan nanti ketika telah mendapatkan hasil proses berpikir aljabar peserta didik yang didapat dari hasil menyelesaikan soal generalisasi pola, *think aloud*, dan proses wawancara. Teknik pemilihan subjek menggunakan teknik *snowball*. Subjek dipilih dengan rekomendasi dari guru matematika kelas XI SMA Negeri Praya Timur dengan memilih peserta didik yang memiliki kemampuan komunikasi yang baik. Selain itu, subjek dipilih dengan rekomendasi dari subjek sebelumnya. Hal ini diharapkan dapat memudahkan peneliti untuk mendapatkan data yang mendalam mengenai proses berpikir aljabar peserta didik ketika proses *think aloud* dan wawancara dengan subjek. Adapun proses pemilihan subjek disajikan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Bagan Proses Pemilihan Subjek

C. Data dan Sumber Data

Data penelitian ini berupa hasil jawaban tugas generalisasi pola pada materi barisan dan deret, hasil *think aloud*, dan hasil wawancara dengan subjek penelitian. Sedangkan sumber data penelitian ini adalah peserta didik kelas XI. Sumber data berjumlah 31 peserta didik, namun akan diambil dua dari masing-masing kategori untuk dideskripsikan. Dua peserta didik yang diambil diseleksi dari hasil jawaban dengan nilai tertinggi dari masing-masing kategori. Data dan sumber data tersebut digunakan untuk melakukan analisis proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.

D. Instrumen Penelitian

Instrumen dalam penelitian ini terdiri atas instrumen utama dan instrumen pendukung. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri. Hal ini disebabkan peneliti bertindak sebagai perencana, pengumpul data, penganalisis data, dan pelapor hasil penelitian. Instrumen pendukung dalam penelitian ini terdiri atas lembar tugas generalisasi pola, *recorder*, dan wawancara semi terstruktur. Instrumen tersebut dijelaskan sebagai berikut.

1. Lembar Tes Generalisasi Pola

Soal yang digunakan peneliti sebagai instrumen tes untuk mengetahui proses berpikir aljabar peserta didik adalah soal generalisasi pola berbentuk esay yang diadaptasi dari teori Radford. Soal generalisasi pola akan diberikan kepada peserta didik kelas XI. Instrumen tes soal generalisasi pola sebanyak satu soal

generalisasi pola. Adapun lembar tes soal sebelum digunakan, terlebih dahulu dilakukan validasi kepada ahli materi, kemudian dilanjutkan dengan uji keterbacaan sehingga layak dijadikan sebagai instrumen penelitian. Adapun validator lembar tes generalisasi pola adalah Prof. Dr. Turmudi M.Si., ph.D., Dr. Habibi Ratu Perwira Negara, M.Pd., dan Syamsul Hadi S.Pd.

2. Recorder

Recorder digunakan untuk merekam proses *think aloud* peserta didik saat menyelesaikan soal generalisasi pola. Melalui hasil rekaman *think aloud* tersebut, peneliti memperoleh informasi terkait proses berpikir peserta didik dalam menyelesaikan soal. Selain itu, *recorder* digunakan untuk merekam proses wawancara dengan peserta didik. Alat *recorder* yang digunakan berupa *smart phone*.

3. Wawancara Semi Terstruktur

Peneliti menggunakan wawancara semi terstruktur sebagai landasan dalam menggali informasi secara lebih mendalam untuk mengetahui apa yang dipikirkan peserta didik ketika mengambil satu langkah menyelesaikan soal aljabar. Adapun langkah-langkah yang dilakukan peneliti untuk mengumpulkan data bertujuan agar memperoleh kejenuhan dan kevalidan data, sehingga peneliti dapat memperoleh informasi jelas terkait proses berpikir aljabar peserta didik SMA dalam menyelesaikan soal generalisasi pola. Instrumen tes soal generalisasi pola sebanyak satu soal generalisasi pola. Adapun lembar pedoman wawancara sebelum digunakan, terlebih dahulu dilakukan validasi kepada ahli materi,

kemudian dilanjutkan dengan uji keterbacaan sehingga layak dijadikan sebagai instrumen penelitian. Adapun validator pedoman wawancara generalisasi pola adalah Prof. Dr. Turmudi M. Si., ph.D., Dr. Habibi Ratu Perwira Negara, M.Pd., dan Syamsul Hadi S.Pd.

E. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Tes

Jenis tes yang akan dilakukan yaitu tes tertulis dengan soal berbentuk esai berjumlah satu nomor. Pada teknik ini peserta didik diberi soal tes matematika dengan materi generalisasi pola. Tes bertujuan untuk mengetahui proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola. Tes dilakukan kepada 31 peserta didik kelas XI dengan teknik *snowball*. Peserta didik yang sudah dites sebelumnya akan menunjukan satu temannya untuk dibrikan tes lagi begitu seterusnya sampai menemukan data jenuh. Tes dilaksanakan pada bulan April 2022 di SMAN 1 Praya Timur.

2. Think Aloud

Think aloud digunakan untuk menggali informasi terkait proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola. Subjek penelitian diberi tugas generalisasi pola yang disertai perintah untuk melakukan *think aloud*. Subjek penelitian diminta menyuarakan dengan keras apa yang dipikirkan ketika menyelesaikan tugas yang diberikan. Selama proses *think aloud*,

peneliti berada di dekat subjek penelitian agar memastikan subjek untuk menyuarakan apa dipikirkan serta merekam dengan bantuan alat perekam suara.

3. Wawancara

Wawancara digunakan sebagai teknik pengumpulan untuk memperoleh informasi dari responden terkait kemampuan dan proses berpikir peserta didik. Wawancara dilakukan dengan guru untuk mengetahui sejauh mana kemampuan proses berpikir aljabar peserta didik dan wawancara juga dilakukan dengan peserta didik setelah peserta didik selesai mengerjakan soal generalisaasi pola.

Wawancara semi terstruktur dilakukan kepada subjek penelitian melalui media *recording*. Wawancara dilakukan guna memperdalam dan mengklarifikasi informasi yang diperoleh dari hasil penyelesaian soal generalisasi pola beserta *think aloud* subjek, agar data proses berpikir aljabar peserta didik menjadi lebih valid.

F. Pengecekan Keabsahan Data

Untuk mengecek keabsahan data dalam penelitian ini, peneliti menggunakan triangulasi. Triangulasi yaitu teknik pengumpulan data yang bersifat menggabungkan dari berbagai sumber data yang telah ada. Triangulasi digunakan dalam pengumpulan untuk mengecek kredibilitas data dengan berbagai teknik pengumpulan data dan berbagai sumber data.

Jenis triangulasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah triangulasi metode. Peneliti menggunakan triangulasi metode yaitu pada lembar hasil jawaban tes subjek terkait soal generalisasi pola, *recorder* hasil *think aloud*, dan

wawancara. Data diambil secara terus menerus pada subjek penelitian yang memenuhi kriteria sehingga diperoleh kejenuhan data. Untuk mengecek kevalidan data, dalam penelitian ini menggunakan teori Creswell (2015), dimana hasil tes nanti akan diperkuat dengan hasil *think aloud* dan hasil wawancara, jika ketiga data tersebut sesuai maka hasil tes generalisasi pola dinyatakan valid.

G. Analisis Data

Data pada penelitian ini berupa hasil jawaban peserta didik dari tes proses berpikir aljabar dengan menggunakan soal generalisasi pola, *think aloud*, dan hasil wawancara. Melalui data-data tersebut, proses berpikir aljabar peserta didik akan dilihat berdasarkan indikator proses berpikir aljabar dengan menggunakan teori APOS. Teknik analisis data menggunakan teori Creswell (2015), adapun teknik analisis data yang dilakukan yaitu kegiatan mereduksi data, menyajikan data, dan menarik kesimpulan. Adapun penjelasannya sebagai berikut.

1. *Data Reduction* (Reduksi Data)

Mereduksi data berarti merangkum, memilih hal-hal yang pokok, serta memfokuskan pada hal-hal yang penting, mencari tema dan pokoknya. Dengan demikian, data yang telah direduksi akan memberikan gambaran yang lebih jelas, dan mempermudah peneliti untuk melakukan pengumpulan data selanjutnya, dan mencarinya bila diperlukan. Data yang akan direduksi dalam penelitian ini berupa. a) Hasil tes tertulis generalisasi pola, b) *Recording* hasil *think aloud* dan wawancara peserta didik.

2. Data Display (Penyajian Data)

Setelah data direduksi, langkah selanjutnya yang dilakukan oleh peneliti adalah menyajikan data. Penyajian data bisa dilakukan dalam bentuk uraian singkat, bagan, dan hubungan antar kategori. Dalam penelitian ini peneliti menyajikan data hasil proses berpikir aljabar peserta didik menggunakan deskripsi atau uraian terkait hasil proses berpikir aljabar peserta didik. Penyajian data dilakukan dengan memaparkan data penelitian yang telah direduksi dan disajikan dalam bentuk rangkaian skema dari awal menyelesaikan masalah hingga menemukan kesimpulan hasil yang diinginkan. Data yang sudah disajikan kemudian dianalisis. Agar penelitian ini lebih efektif dan memudahkan peneliti dalam mengolah dan menganalisis data, oleh sebab itu digunakan pengkodean terhadap data-data yang sudah di transkrip.

3. Penarikan Kesimpulan dan Verifikasi

Langkah ketiga dalam analisis data kualitatif adalah penarikan kesimpulan dan verifikasi. Dalam hal ini, kesimpulan akhir yang diperoleh dalam penelitian ini berupa deskripsi proses berpikir aljabar peserta didik yang ditinjau dari APOS.

H. Prosedur Penelitian

Penelitian ini dilakukan melalui tiga tahap antara lain.

1. Tahap Persiapan Penelitian

Peneliti melakukan observasi awal di SMAN 1 Praya Timur bertujuan untuk mendapatkan informasi di lapangan, apakah benar terdapat permasalahan

yang sesuai dengan kajian teoretis yang telah dijelaskan pada latar belakang penelitian.

Dengan mengetahui adanya permasalahan yang terjadi, tahap persiapan berikutnya adalah mempersiapkan instrumen penelitian. Instrumen disusun untuk mengetahui secara mendalam terkait komponen kesalahan yang terjadi ketika peserta didik menyelesaikan soal. Setelah peneliti menyusun instrumen penelitian, peneliti melakukan validasi instrumen kepada ahli materi dan dilanjutkan dengan uji keterbacaan sehingga layak dijadikan sebagai instrumen penelitian.

2. Tahapan Pelaksanaan Penelitian

Setelah menyelesaikan tahapan persiapan, selanjutnya peneliti akan melakukan eksperimen untuk mendapatkan data melalui tahap pelaksanaan sebagai berikut.

- a. Memberikan lembar tes soal generalisasi pola, bertujuan untuk mengetahui terkait proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola terhadap subjek penelitian.
- b. Melakukan analisis terhadap hasil tes awal peserta didik untuk mengetahui kesalahan peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola. Hal tersebut dilakukan untuk memproleh informasi terhadap calon subjek penelitian terkait proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.
- c. Melakukan wawancara semi struktur jika terdapat data yang belum jelas guna untuk memperdalam informasi terhadap calon subjek penelitian terkait tentang proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.

- d. Menentukan subjek penelitian.
- e. Memaparkan dan menganalisis data hasil penelitian dari subjek penelitian.

3. Tahap Pengolahan dan Analisis Data Penelitian

Pada tahap ini peneliti melakukan pengolahan dengan memilih data-data yang dibutuhkan kemudian dianalisis dengan tahapan sebagai berikut:

- a. Mempersiapkan data yang diperoleh, mentranskrip data rekaman *think aloud* dan wawancara yang telah terkumpul.
- b. Membaca keseluruhan data dengan menelaah data hasil jawaban subjek, hasil transkrip *think aloud* dan hasil transkrip wawancara.
- c. Mereduksi data yang akan digunakan untuk dipaparkan.
- d. Memaparkan data yang telah direduksi.
- e. Membuat kesimpulan hasil penelitian.

BAB IV

PAPARAN DATA HASIL PENELITIAN

Adapun yang dijelaskan pada bab ini yaitu tentang paparan, validasi dan analisis data hasil penelitian proses berpikir aljabar dalam menggeneralisasi pola yang dilihat dari teori APOS yang dibahas secara kualitatif. Dalam proses pengambilan data sampai jenuh, diperoleh subjek sebanyak 31 (tiga puluh satu) yang memenuhi indikator berpikir aljabar dan dapat menyelesaikan soal tes generalisasi pola. Dari 31 subjek tersebut dipaparkan dalam tiga kelompok subjek yang memiliki kriteria berbeda yaitu subjek dengan kemampuan generalisasi pola secara faktual, subjek dengan kemampuan generalisasi pola secara kontekstual, dan subjek dengan kemampuan generalisasi pola secara simbolik. Masing-masing kriteria dipaparkan sebanyak dua subjek untuk memenuhi kriteria konsistensi.

Mekanisme pengumpulan data dalam penelitian ini dimulai dengan pemberian soal tes generalisasi pola kepada subjek yang dimana subjek menyelesaikan tes generalisasi pola dengan cara *think aloud*. Pertama subjek diminta menyelesaikan tes generalisasi pola yang mudah, yaitu menentukan banyak persegi pada gambar ke-5. Kemudian subjek menyelesaikan tugas generalisasi pola bagian ke-b dengan mencari banyak persegi pada gambar ke-13. Setelah itu subjek diminta untuk mencari jumlah persegi pada gambar ke- n dari pola yang telah diberikan. Setelah subjek menyelesaikan soal tes generalisasi pola yang telah diberikan, subjek kemudian diwawancara untuk mencari informasi yang dibutuhkan dalam proses paparan data.

Agar penelitian ini lebih efektif dan memudahkan peneliti dalam mengolah dan menganalisis data, oleh sebab itu digunakan pengkodean terhadap data-data yang sudah di transkrip. Adapun kode dalam penyajian data dalam paparan dan validasi data adalah digit pertama dan kedua berupa huruf (Su) melambangkan subjek penelitian, digit ketiga berupa angka melambangkan urutan subjek, digit keempat dan kelima berupa hasil, seperti HJ (hasil jawaban), HT (Hasil *think aloud*), HW (hasil wawancara). Digit keenam berupa huruf capital A,P,O,S untuk (Aksi, Proses,Objek, Skema). Digit ketujuh berupa huruf kecil seperti a,b,c pada gambar untuk urutan soal. Digit terakhir berupa huruf untuk urutan hasil wawancara atau *think aloud*.

Sedangkan kode dalam penyajian data dalam analisis data adalah digit pertama dan kedua berupa huruf (Su) melambangkan subjek penelitian, digit ketiga berupa angka melambangkan urutan subjek, digit keempat berupa huruf capital A,P,O,S untuk (Aksi, Proses,Objek, Skema), digit kelima berupa huruf capital G, T, MG, untuk aktivitas (generalisasi, tranformasi, meta global. Digit keenam berupa angka seperti 1,2,3 untuk urutan indicator masing-masing aktifitas berpikir aljabar.

A. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar dalam Menggeneralisasi Pola Secara Faktual

Peserta didik yang menjadi subjek pada katagori berpikir aljabar secara faktual adalah Su1 dan Su2

1. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Pertama (Su1)

a. Tahapan Aksi dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Pertama (Su1)

Langkah awal yang dilakukan Su1 dalam menyelesaikan soal adalah dengan menghitung terlebih dahulu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Dalam melakukan Aksi Su1 menulis diketahui gambar ke-1 = 8, gambar ke-2= 12, gambar ke-3 = 16, beda = 4, ditanya gambar ke-5 =...? (Su1-HJ-A-a). Adapun hasil jawaban Su1 sebagai berikut.

| | |
|---|------------|
| <p>a. Dik :</p> <p>gambar 1 = 8 gambar 2 = 12 gambar 3 = 16</p> <p>beda = 4</p> <p>Ditanya gambar 5 =</p> <p>....</p> | Su1-HJ-A-a |
| Gambar 4.1. Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian Ke-a dalam Tahapan Aksi | |

Adapun paparan tersebut di perkuat dari hasil *think aloud* Su1 (Su1-HT-1) sebagai berikut.

Su1-HT- “Gambar satu banyak persegi ada delapan, gambar dua ada dua belas,

1 : *gambar tiga ada enam belas. Setiap gambar bertambah empat persegi, satu di kiri, satu di kanan dan dua di bawah, jadi bedanya empat.”*

Dilihat dari hasil think aloud dalam menghadapi soal bagian ke-a, Su1 mulai dengan melakukan Aksi, yaitu mengetahui dan menulis banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3 serta mengetahui selisih atau beda. Hal ini diperkuat dari hasil wawancara yang dilakukan peneliti dengan Su1 (Su1HW1) berikut.

| | |
|------------|---|
| P : | <i>Dalam menyelesaikan soal ke-a apa saja informasi yang kamu dapatkan ?</i> |
| Su1-HW-1 : | <i>Pertama adalah saya melihat gambar pertama, kedua dan ketiga, kemudian menghitung banyak persegi pada gambar pertama, kedua dan ketiga.</i> |
| P : | <i>Setelah itu apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su1-HW-2: | <i>Yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah perseginya ada delapan, gambar yang kedua ada dua belas persegi, digambar ketiga ada enam belas persegi, beda dari masing-masing persegi adalah empat persegi.</i> |

Dari hasil wawancara (Su1-HW-1) dapat dilihat bahwa Subjek pertama dalam menyelesaikan soal tes generalisasi pola telah menyadari bahwa gambar ke-1, ke-2 dan ke-3 pada soal tersebut membentuk suatu pola dan mampu memahami permasalahan yaitu mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang ditanyakan dalam soal. Selain itu subjek pertama juga mampu mempelajari perubahan generalisasi yaitu menentukan perbedaan dan kesamaan dalam soal dengan cara menghitung terlebih dahulu jumlah persegi pada gambar pertama, kedua dan ketiga

kemudian mencari selisih dari masing-masing gambar (Su1-HW-2).

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data (Su1-HJ-A-a), (Su1-HT-1), dan (Su1-HW-1) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HJ-A-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b adapun jawaban hasil tes sebagai berikut.,

b. Gambar 13 =

$$13 + 11 = 24$$

$$24 + 9 = 33$$

$$33 + 7 = 40$$

$$40 + 5 = 45$$

$$45 + 3 = 48$$

$$48 + 1 = 49$$

Su1-HJ-A-b

Gambar 4.2. Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Aksi

Su1 kembali melakukan Aksi terlebih dahulu, yaitu Su1 menulis kembali banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3 (Su1-HJ-A-b). Su1 mencoba mencari gambar ke-13 dengan cara menambahkan banyak persegi bagian kiri, bagian kanan dan bagian ke-bawah. Dari gambar ke-1, pada gambar persegi bagian kiri dan kanan terdapat dua persegi sedangkan bagian ke-bawah terdapat empat persegi, sehingga jumlah persegi pada gambar ke-1 adalah delapan persegi. Sedangkan pada gambar ke-2 terdapat 12 persegi yang dimana terdapat 3 persegi disebelah kiri dan

kanan, dan 6 persegi dibagian ke-bawah. Pada gambar ke-3 terdapat 16 persegi, 4 dibagian kiri dan kanan, 8 dibagian ke-bawah, sehingga untuk mencari persegi digambar berikutnya Su1 tinggal menambah satu persegi dibagian kiri dan kanan dan menabhakan 2 dibagian ke-bawah. Adapun kutipan *think aloud* dari Su1 dalam menyelesaikan sola bagian ke-b (Su1-HT-2) sebagai berikut.

Su1HT2 “Gamabar 1 sebelah kiri $1+1$, bagian kanan $1+1$, $2+2+4=8$, gambar 2 : sebelah kiri $2+1$, bagian kanan $2+1$, $3+3+6=12$, gambar 3 sebelah kiri $3+1$, bagian kanan $3+1$, $4+4+8=16$ ”

Paparan tersebut sesuai dengan hasil wawancara sebagai berikut.

| | |
|-----------|---|
| P : | <i>Bagaimana cara kamu menyelesaikan soal ke-b ?</i> |
| Su1-HW-3: | <i>Yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah persegi sama dengan dua, bagian kanan dan kiri masing-masing jumlah persegi sama dengan 2 bawah ada 4 jadi sama dengan 8, setiap gambar ditambah satu, gambar kedua bagian kanan dan kiri $2+1$, bagian bawah 6 jadi berjumlah 14 gambar 3 sebelah kiri $3+1$, bagian kanan $3+1$, gamabar dibawah sama dengan 8 jadi gambar 3 sama dengan 16</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, mengacu pada paparan data (Su1-HJ-A-b), (Su1-HT-2), dan (Su1-HW-3) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HJ-A-b) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c adapun hasil tes Su1 dalam melakukan tahapan Aksi sebagai berikut.

| |
|---|
| <p>Persegi bagian kiri</p> <p>gambar 1 = 2 gambar 2 = 3 gambar 3 = 4</p> <p>gambar 1 = 4 gambar 2 = 6 gambar 3 = 8</p> <p style="text-align: right;">Su1-HJ-A-c</p> |
| Gambar 4.3. Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Aksi |

Su1 memulai dengan tahap Aksi, yaitu Su1 menulis kembali banyak persegi pada bagian kiri dan bagian ke-bawah gambar ke-1, ke2, dan ke-3 (Su-HJ-A-c). Su1 menulis jumlah persegi pada bagian kiri , gambar 1 = 2, gambar 2= 3, gambar 3= 4. Sedangkan pada gambar kebawah gambar satu =4, gambar 2 = 6 gambar 3 = 8.. Paparan tersebut diperkuat dari hasil *think aloud* (Su1-HT-3) dari Su1 dalam melakukan tahapan Aksi dalam menyelesaikan soal bagian ke-3 sebagai berikut.

Su1-HT-3 : *“Persegi bagian kiri gambar satu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gamabr dua perseginya sama dengan tiga, gamabr tiga perseginya sama dengan empat”*.

Dari hasil *think aloud* (Su1-HT-3) dapat dilihat bahwa Su1 dalam menyelesaikan soal bagian ke-c dimulai dari tahap Aksi yaitu mengitung dan menuliskan kembali jumlah persegi pada lembar jawaban. Paparan tersebut sesuai dengan hasil wawancara Su1 (Su1-HW-4) sebagai berrikut.

| | |
|------------|---|
| P : | <i>Dalam menyelesaikan soal-soal berikutnya apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su1-HW-4 : | <i>Yang saya lakukan adalah menulis kembali jumlah persegi pada soal, kemudian karna sudah tau selisihnya jadi tinggal lanjutin</i> |

| | |
|--|------------------------------------|
| | <i>saja sampe menemukan rumus.</i> |
|--|------------------------------------|

Dari hasil wawancara (Su1-HW4-) dapat dilihat bahwa Su1 melakukan aksi dengan cara menulis kembali informasi yang ditemukan terlebih dahulu sebelum melanjutkan ketahapan seterusnya.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c, mengacu pada paparan data (Su1-HJ-A-c,) (Su1-HT-3), dan (Su1-HW-4) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HW-A-c) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Pertama (Su1)

Dalam menghadapi soal bagian ke-a, Su1 mulai dengan melakukan Aksi yang dimediasi secara dominan menggunakan kata-kata, yaitu menulis banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3 serta menulis apa yang diinginkan oleh soal beserta selisih atau beda. Dalam melakukan Aksi Su1 menulis diketahui gambar ke-1 = 8, gambar ke-2 = 12, gambar ke-3 = 16, beda = 4, ditanya gambar ke-5 = ...?. Paparan tersebut dapat dilihat pada (Su1-HJ-A-a). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su1 dapat memahami permasalahan, yaitu mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang ditanyakan dalam soal (Su1-AMG-1), memperhatikan struktur, yaitu mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang diketahui dalam soal (Su1-AMG-2), dan mempelajari perubahan generalisasi, yaitu mampu menentukan perbedaan dan kesamaan dalam soal (Su1-AMG-3).*

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, Su1 kembali melakukan Aksi terlebih dahulu, yaitu Su1 menulis kembali banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Su1 mencoba mencari gambar ke-13 dengan cara menambahkan banyak persegi bagian kiri, bagian kanan dan bagian ke-bawah. Dari gambar ke-1, pada gambar persegi bagian kiri dan kanan terdapat dua persegi sedangkan bagian ke-bawah terdapat empat persegi, sehingga jumlah persegi pada gambar ke-1 adalah delapan persegi. Sedangkan pada gambar ke-2 terdapat 12 persegi yang dimana terdapat 3 persegi disebelah kiri dan kanan, dan 6 persegi dibagian ke-bawah. Pada gambar ke-3 terdapat 16 persegi, 4 dibagian kiri dan kanan, 8 dibagian ke-bawah, sehingga untuk mencari persegi digambar berikutnya Su1 tinggal menambah satu persegi dibagian kiri dan kanan dan menambahkan 2 dibagian ke-bawah. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su1 dapat Membuat gambar pola urutan berikutnya yang plaing dekat (Su1-AG-3).*

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c, Su1 memulai dengan tahap Aksi, yaitu Su1 menulis kembali banyak persegi pada bagian kiri dan bagian ke-bawah gambar ke-1, ke2, dan ketiga. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang diketahui dalam soal (Su1-AMG-2).* Su1 kemudian mempresentasikan suatu masalah dengan menemukan banyak persegi di bagian kiri, bagian kanan dan bagian bawah pada masing-masing gambar. Su1 menemukan kesamaan dan perbedaan yang ada pada fakta, yaitu pada bagian kiri dan kanan persegi masing-masing selalu bertambah satu persegi, sedangkan pada bagian ke-bawah selalu bertambah dua persegi. dari paparan tersebut peneliti berasumsi

bahwa *su1* dapat mempelajari perubahan generalisasi, yaitu mampu menentukan perbedaan dan kesamaan dalam soal (*Su1-AMG-3*).

b. Tahapan Proses dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Pertama (*Su1*)

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola bagian ke-a, *Su1* melakukan tindakan Proses, paparan tersebut dapat dilihat dari hasil jawaban *Su1* sebagai berikut

| |
|---|
| <p>a. Dik :</p> <p>gambar 1 = 8 gambar 2 = 12 gambar 3 = 16</p> <p>beda = 4</p> <p>Ditanya gambar 5 =</p> <p>Karena gambar 4 = $16 + 4 = 20$ maka gambar 5 = $20 + 4 = 24$</p> <p>b. gambar 13 =</p> <p style="text-align: right;">Su1-HJ-P-a</p> |
| Gambar 4.4. Hasil Jawaban <i>Su1</i> pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses |

Dari paparan tersebut dapat dinyatakan bahwa, dalam menyelesaikan soal bagian ke-a dimulai dari menulis apa yang diketahui dan yang ditanyakan seperti pada gambar 1 = 8, gambar 2 = 12, gambar 3 = 16, beda = 4, ditanya gambar 5 = ?. dalam hasil tes *Su1* menjawab karna gambar 4 sama dengan $16 + 4$ yaitu 20, maka gambar = $20 + 4 = 24$. Adapun hasil thinkaloud *S1* sebagai berikut

Su1-HT-4 : “Gambar satu banyak persegi ada delapan, gambar dua ada dua belas, gambar tiga ada enam belas. Setiap gambar bertambah empat persegi, satu di kiri, satu di kanan dan dua di bawah, jadi bedanya

empt, jadi gambar lima 16 tambah 4 sama dengan 20, maka gambar 5 sama dengan 20 tambah 4 sama dengan 24. ”.

Dari hasil Su1-HT-5, Su1 mulai melakukan proses ketika dapat menemukan banyak persegi pada gambar ke-4 yaitu dengan menambahkan gambar ke-3 dengan beda yang telah didapatkan. Adapun hasil wawancara dari Su1 sebagai berikut.


| | | |
|----------|---|---|
| P | : | <i>Setelah itu apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su1-HW-5 | : | <i>Yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah perseginya ada delapan, gambar yang kedua ada dua belas persegi, digambar ketiga ada enam belas persegi, beda dari masing-masing persegi adalah empat persegi. Jadi pada gambar keempat enam belas ditambah empat sama dengan dua puluh, maka gambar kelima dua puluh ditambah empat sama dengan dua empat</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data S(u1-HJ-P-a), (Su1-HT-4), dan (Su1-HW-5) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HJ-P-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b dalam tahap Proses, adapun hasil kerja Su1 pada bagian ke-b sebagai berikut.

b. Gambar 13 =

$13+1 + 13+1 = 28$ $= 28+15 = 56$

d.  $g_1 = +3$ $g_2 = +9$
 $g_2 = +4$ $g_3 = +10$
 $g_3 = +5$ $g_4 = +11$
 $g_4 = +6$ $g_5 = +12$
 $g_5 = +7$ $g_6 = +13$
 $g_6 = +8$ $g_7 = +14$
 $g_{13} = +15$

Su1-HJ-P-b

Gambar 4.5. Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses

Adapun paparan tersebut diperkuat dari kutipan *think aloud* Su1 sebagai berikut.

Su1- HT-5 : “Gamabar 1 sebelah kiri 1+1, bagian kanan 1+1, 2+2+4 =8, gambar 2 sebelah kiri 2+1, bagian kanan 2+1, 3+3+6=12, gambar 3 sebelah kiri 3+1, bagian kanan 3+1, 4+4+8=16. Gambar 13 berarti sebelah kiri 13+1, bagian kanan 13+1 sama dengan 28. Sedangkan untuk gambar bawah gambar 1 samadengan 1 ditambah 3, gamabr 2 sama dengan 2 ditambah 4, gambar tiga sama dengan 3 ditambah 5, gambar 4 sama dengan 4 ditambah 6, gambar 5 sama dengan 5 tambah 7, jadi gambar 13 sama dengan 13 ditambah 15.. jadi gambar 13 sama dengan 28 + 15 = 56”

Adapun hasil wawancara sebagai berikut

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | Bagaimana cara kamu menyelesaikan soal ke-b ? |
| Su1-HW-6 | : | Yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah persegi sama dengan dua, bagian kanan dan kiri masing-masing jumlah persegi sama dengan 2 bawah ada 4 jadi sama dengan 8, setiap gambar ditambah satu, gambar kedua bagian kanan dan kiri 2+1,bagian bawah 6 jadi berjumlah 14 gambar 3 sebelah kiri 3+1, bagian kanan 3+1, gamabar dibawah |

| | | |
|--|--|---|
| | | sama dengan 8 jadi gambar 3 sama dengan 1. Gambar 13 berarti sebelah kiri $13+1$, bagian kanan $13+1$ sama dengan 28 ditambah bagian bawah 15 persegi jadi sama dengan 56 kak. |
|--|--|---|

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data (Su1-HJ-P-a), (Su1-HT-6), dan (Su1-HW-5) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HJ-P-a) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis..

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c, Su1 memulai dengan tahap Proses adapun hasil jawaban Su1 dalam menemukan banyak persegi pada gambar ke-n sebagai berikut.

| | | |
|---|--|------------|
| <p>Persegi bagian kiri</p> <p>gambar 1 = 2 gambar 2 = 3 gambar 3 = 4 gambar 4 = 5 gambar 5 = 6 gambar 6 = 7 gambar 7 = 8 gambar 8 = 9 gambar 9 = 10 gambar 10 = 11</p> <p>gambar n = n+1 Persegi bagian kanan gambar n = n+1 gambar</p> | <p>gambar 1 = 4 gambar 2 = 6 gambar 3 = 8 gambar 4 = 10 gambar 5 = 12 gambar 6 = 14</p> <p>Jadi gambar n = $2+2n$</p> <p>Jadi gambar n = $n+1 + n+1 + 2+2n$ = $4n+4$</p> | Su1-HJ-P-c |
| <p>Gambar 4.6. Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Proses</p> | | |

Adapun petikan hasil *think aloud* dari Su1 sebagai berikut.

Su1-HT-5 : *“Persegi bagian kiri gambar satu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gambar dua perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalau gambar kelima berarti lima ditambah satu sehingga gambar ke-n menjadi n ditambah satu. bagian kanan juga sama. Karena $n+1$, $n+1$ jadi ruas kiri dan kanan sama dengan $2n+2$. Persegi bagian ke-bawah atau bagian tengah, gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gambar dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bisa didapat dengan mengkalikan n dengan dua dan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”*

Berdasarkan hasil *think aloud* tersebut, juga terlihat dari kesamaan dan perbedaan pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3, dalam menemukan gambar ke-n. Selain itu dalam menemukan gambar ke-n Su1 menggunakan kalimat tanpa menggunakan variable *n*. Hal ini dipertegas dengan hasil wawancara Su1 berikut.

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su1-HW-6 | : | <i>Pada gambar persegi bagian kiri gambar satu itu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gambar dua perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalau gambar kelima berarti lima ditambah satu sehingga gambar ke-n menjadi n ditambah satu. Berlaku juga untuk bagian kanan. Karena $n+1$, $n+1$ jadi ruas kiri dan kanan kita rumuskan dengan $2n+2$. Sedangkan dengan persegi bagian ke-bawah atau bagian tengah jika kita amati gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gambar dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bias didapat dengan mengkalikan n dengan duadan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah</i> |

| | | |
|--|--|-------------------------------|
| | | <i>empat n tambah empat.”</i> |
|--|--|-------------------------------|

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c, mengacu pada paparan data (Su1-HJ-P-c), (Su1-HT-5), dan (Su1-HW-6) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HJ-P-c) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Pertama (Su1)

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola bagian ke-a, Su1 mulai melakukan proses ketika dapat menemukan banyak persegi pada gambar ke-4 yaitu dengan menambahkan gambar ke-3 dengan beda yang telah didapatkan (lihat Su1-HJ-P-a). Selain itu Su1 juga menentukan banyak persegi pada gambar ke-5 dengan cara yang sama yaitu menambah banyak persegi pada gambar ke-4. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su1 dapat menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau pola gambar ke-4 sampai ke-5 (Su1-PG- 1).*

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, Su1 mencari gambar ke-13 dengan cara menambahkan banyak persegi bagian kiri, bagian kanan dan bagian ke-bawah. Dari gambar ke-1, pada gambar persegi bagian kiri dan kanan terdapat dua persegi sedangkan bagian ke-bawah terdapat empat persegi, sehingga jumlah persegi pada gambar ke-1 adalah delapan persegi. Sedangkan pada gambar ke-2 terdapat 12 persegi yang dimana terdapat 3 persegi disebelah kiri dan kanan, dan 6 persegi dibagian ke-bawah. Pada gambar 3 terdapat 16 persegi, 4 dibagian kiri dan kanan, 8

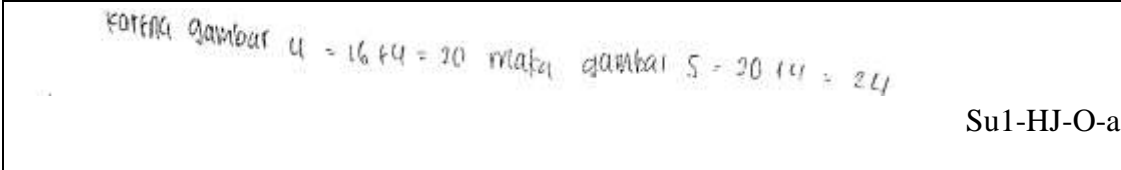
dibagian ke-bawah, sehingga untuk mencari persegi digambar berikutnya Su1 tinggal menambah satu persegi dibagian kiri dan kanan dan menabahkan 2 dibagian ke-bawah. Dalam menemukan gambar ke-13 Su1 menulis gambar ke-13 sama dengan 13 ditambah 13 ditambah 15. jadi gambar 13 sama dengan $28 + 15 = 56$. Adapun hasil kerja Su1 pada bagian ke-b dapat dilihat pada (Su1-HJ-P-b). dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su1 menentukan aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau yaitu pola gambar ke-13 (Su1-PG2)*.

Su1 menginteriorisasi Aksi ke dalam Proses dengan cara menentukan barisan bilangan yang terbentuk dari pola tersebut. Untuk menemukan banyak persegi pada gambar ke- n Su1 pertama menemukan banyak persegi di bagian kiri, bagian kanan dan bagian bawah pada masing-masing gambar. Su1 menemukan kesamaan dan perbedaan yang ada pada fakta, yaitu pada bagian kiri dan kanan persegi masing-masing selalu bertambah satu persegi, sedangkan pada bagian ke-bawah selalu bertambah dua persegi sehingga Su1 menemukan rumus suku ke- n pada bagian kiri yaitu gambar $n = n + 1$, karna pola persegi bagian kanan sama dengan bagian kiri maka berlaku juga rumus tersebut. Untuk persegi bagian ke-bawah, setiap gambar selalu bertambah dua, sehingga Su1 menemukan rumus gambar ke- $n = 2+2n$. Adapun hasil jawaban Su1 dalam tahapan Proses untuk menemukan banyak persegi pada gambar ke- n dapat dilihat pada (Su1-HJ-P-c). dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su2 dapat menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada Aksi dan Proses (Su1-PMG2)*.

c. Tahapan Objek dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Pertama (Su1)

Adapun dalam melakukan tahapan Objek, Su1 kembali cenderung menggunakan kalimat. Paparan tersebut juga diperkuat dari hasil jawaban Su1 sebagai berikut.

| |
|--|
|  |
| <p>Gambar 4.7. Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Objek</p> |

Adapun kutipan dari hasil thinkaloud Su1 sebagai berikut.

Su1-HT-6 : *“Gambar satu banyak persegi ada delapan, gambar dua ada dua belas, gambar tiga ada enam belas. Setiap gambar bertambah empat persegi, satu di kiri, satu di kanan dan dua di bawah, jadi bedanya empat. Yang ditanya gambar kelima, karna gambar empat sama dengan enam belas maka enam belas ditambah empat sama dengan dua puluh. Maka gambar lima sama dengan dua puluh tambah empat sama dengan dua puluh empat.”*

Berdasarkan hasil *think aloud* tersebut, juga terlihat dari kesamaan dari hasil wawancara Su1 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | Setelah itu apa yang kamu lakukan ? |
| Su1-HW-7 | : | Yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah perseginya ada delapan, gambar yang kedua ada dua belas persegi, digambar ketiga ada enam belas persegi, beda dari masing-masing persegi adalah empat persegi. Jadi pada gambar keempat enam belas ditambah empat |

| | | |
|--|--|--|
| | | sama dengan dua puluh, maka gambar kelima dua puluh ditambah empat sama dua empat. |
|--|--|--|

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a pada tahapan Objek, mengacu pada paparan data (Su1-HJ-O-a), (Su1-HT-6), dan (Su1-HW-7) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HJ-O-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Hal ini terlihat pada hasil jawaban Su1 sebagai berikut.

b. Gambar 13 =

| | | | |
|--------------|--------------|------------|----------------|
| 1 | 2 | $q_1 = +3$ | $q_7 = +9$ |
| | | $q_2 = +4$ | $q_8 = +10$ |
| | | $q_3 = +5$ | $q_9 = +11$ |
| | | $q_4 = +6$ | $q_{10} = +12$ |
| | | $q_5 = +7$ | $q_{11} = +13$ |
| | | $q_6 = +8$ | $q_{12} = +14$ |
| | | | $q_{13} = +15$ |

$13 + 1 + 13 + 1 = 28 = 28 + 15 = 56$

Su1-HJ-O-b

Gambar 4.8. Hasil Jawaban Su1 Pada Soal Bagian ke-b Dalam Tahapan Objek

Berikut merupakan kutipan *think aloud* dari Su1.

Su1- “jadi gambar 13 sama dengan 13 ditambah 15.. jadi gambar 13 sama
HT-7 dengan $28 + 15 = 56$ ”

:

Apun hasil wawancara sebagai berikut

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | Bagaimana cara kamu menyelesaikan soal ke-b ? |
| Su1-HW-8 | : | Gambar 13 berarti sebelah kiri $13+1$, bagian kanan $13+1$ sama dengan 28 ditambah bagian bawah 15 persegi jadi sama dengan 56 kak. |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b pada tahapan Objek, mengacu pada paparan data (Su1-HJ-O-a), (Su1-HT-7), dan (Su1-HW-8) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HJ-O-b), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Adapun hasil Su1 dalam menemukan rumus gambar ke- n dari soal generalisasi pola sebagai berikut.

Persegi bagian kiri

| | |
|----------------|---------------|
| gambar 1 = 2 | gambar 1 = 4 |
| gambar 2 = 3 | gambar 2 = 6 |
| gambar 3 = 4 | gambar 3 = 8 |
| gambar 4 = 5 | gambar 4 = 10 |
| gambar 5 = 6 | gambar 5 = 12 |
| gambar 6 = 7 | gambar 6 = 14 |
| gambar 7 = 8 | |
| gambar 8 = 9 | |
| gambar 9 = 10 | |
| gambar 10 = 11 | |

Jadi gambar $n = 2 + 2n$

| | |
|----------------------|----------------------|
| gambar $n = n+1$ | jadi gambar n |
| Persegi bagian kanan | $= n+1 + n+1 + 2+2n$ |
| gambar $n = n+1$ | $= 4n + 4$ |
| gambar | |

SU1-HJ-O-c

Gambar 4.9. Hasil Jawaban Su1 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Objek

Berikut merupakan petikan hasil *think aloud* dari Su1.

Su1-HT-8 : *“Persegi bagian kiri gambar satu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gamabr dua perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalao gambar kelima berarti lima ditambah satu sehingga gamabr ke-n menjadi n ditambah satu. bagian kanan juga sama. Karna $n+1$, $n+1$ jadi ruas kiri dan kanan sama dengan $2n+2$. SPersegi bagian ke-bawah atau bagian tengah, gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gambar dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bisa didapat dengan mengkalikan n dengan dua dan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditaambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”*

Adapun hasil wawancara sebagai berikut

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su1-HW-9 | : | <i>Pada gambar persegi bagian kiri gambar satu itu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gamabr dua perseginya sama dengan tiga, gamabr tiga perseginya sama dengan empat, kalao gamabr kelima berarti lima ditambah satu sehingga gamabr ke-n menjadi n ditambah satu. Berlaku juga untuk bagian kanan. Karna $n+1$, $n+1$ jadi ruas kiri dan kanan kita rumuskan dengan $2n+2$. Sedangkan dengan persegi bagian ke-bawah atau bagian tengah jika kita amati gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gamabr dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bias didapat dengan mengkalikan n dengan duadan juga</i> |

| | |
|--|--|
| | <p><i>menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”</i></p> |
|--|--|

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c pada tahapan Objek, mengacu pada paparan data (Su1-HJ-O-c), (Su1-HT-8), dan (Su1-HW-9) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su1-HJ-O-c), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Pertama (Su1)

Dari paparan data (Su1-HJ-O-a) dapat dilihat bahwa Su1 melakukan tahap Objek, yaitu Su1 dapat menemukan pola gambar ke-5 dengan menambahkan gambar sebelumnya dengan beda, sehingga ditemukan hasil bahwa gambar ke-5 berjumlah 24 persegi. Adapun dalam melakukan tahapan Objek, Su1 kembali cenderung menggunakan kalimat. Paparan tersebut juga diperkuat dari hasil jawaban (Su1-HJ-O-a). dari paparan tersebut *Su1 berasumsi bahwa Su1 dapat menemukan nilai dari objek terdekat yaitu gambar ke-5 (Su1-OG1).*

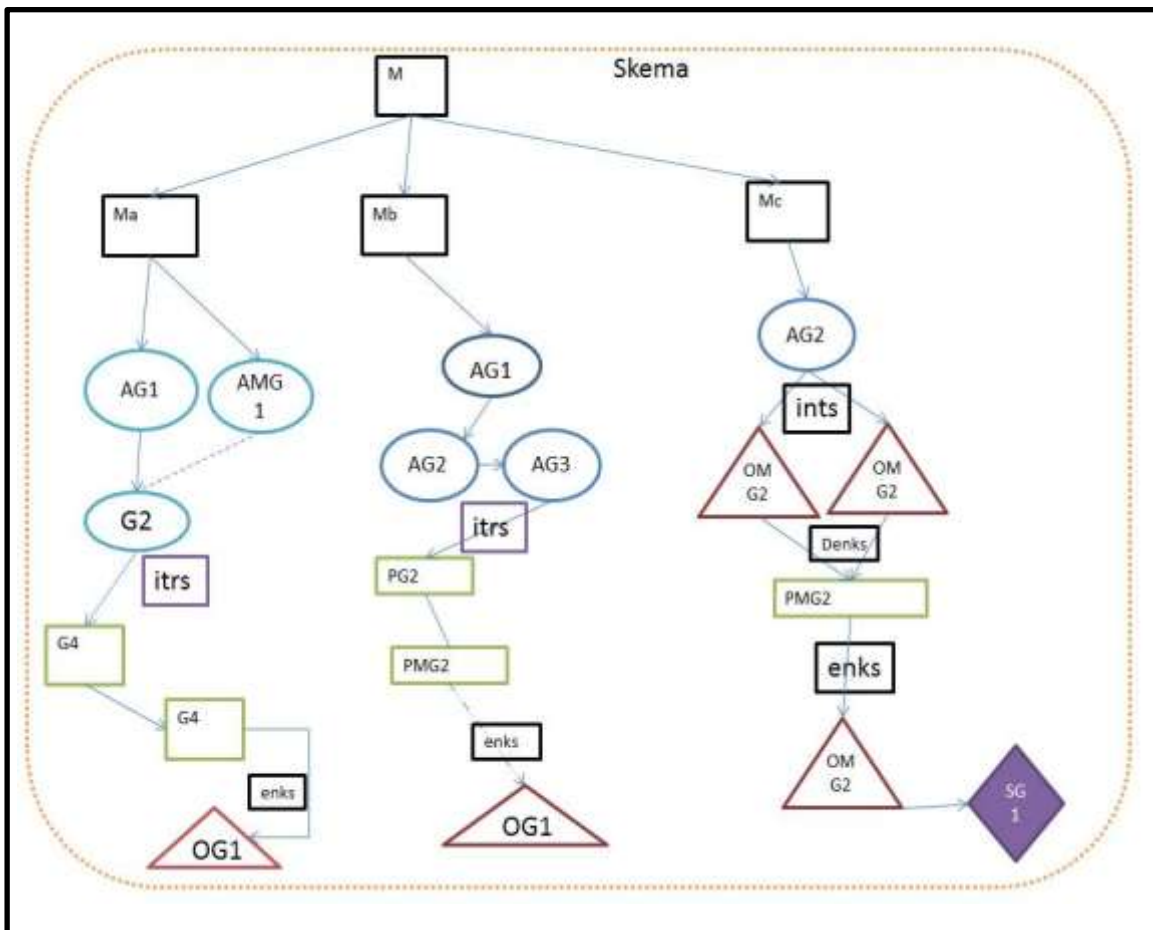
Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, Su1 kembali melakukan Aksi terlebih dahulu, yaitu Su1 menulis kembali banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Setelah melakukan Aksi Su1 menginteriorisasi Aksi ke dalam tahapan Proses dengan mengidentifikasi serta mempresentasikan situasi soal dimana, Su1 menentukan barisan dan deret bilangan yang terbentuk dari pola pada urutan yang masih terjangkau dan pada urutan yang tidak terjangkau. Su1 mempresentasikannya

dengan menulis banyak persegi pada gambar ke-1 sampai banyak persegi pada gambar ke-13. Setelah melakukan proses yang panjang Su1 mengenkapsulasi tahap proses ke dalam Objek dengan menemukan banyak persegi pada gambar ke-13 yaitu 56 persegi. Hal ini terlihat pada hasil jawaban (Su1-HJ-O-b). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su1 mampu memprediksi hasil dari masalah generalisasi pola yaitu dapat mengetahui banyak persegi pada gambar ke-5 dan ke-13 (Su1-OG2)*.

Untuk menemukan banyak persegi pada gambar ke- n Su1 pertama menemukan banyak persegi di bagian kiri, bagian kanan dan bagian bawah pada masing-masing gambar. Su1 menemukan kesamaan dan perbedaan yang ada pada fakta, yaitu pada bagian kiri dan kanan persegi masing-masing selalu bertambah satu persegi, sedangkan pada bagian ke-bawah selalu bertambah dua persegi sehingga Su1 menemukan rumus suku ke- n pada bagian kiri yaitu gambar $n = n + 1$, karna pola persegi bagian kanan sama dengan bagian kiri maka berlaku juga rumus tersebut. Untuk persegi bagian ke-bawah, setiap gambar selalu bertambah dua, sehingga Su1 menemukan rumus gambar ke- $n = 2 + 2n$. Dari tahapan Proses yang panjang Su1 mengenkapsulasi kan tahapan Proses ke dalam Objek dengan menjumlahkan rumus-rumus yang didapatkan yaitu $n = 2 + 2n + 2 + 2n$ sehingga menemukan hasil bahwa rumus untuk mencari gambar ke- $n = 4n + 4$. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su1 mampu mengoperasikan kuantitas yang tidak diketahui seolah – olah kuantitas tersebut diketahui (mampu menemukan rumus umum suku ke- n) (Su1-OMG-2)*.

d. Tahapan Skema dalam Berpikir Aljabar



Dalam menggeneralisasi pola, Su1 pertama melakukan pengamatan pada soal tersebut dan menyadari bahwa gambar ke-1, ke-2, dan ke-3 membentuk suatu pola, setelah itu Su1 menghitung banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3. Setelah menghitung banyaknya persegi, Su1 menganalisis kesamaan dan perbedaan dari masing-masing gambar tersebut. Berdasarkan kesamaan dan perbedaan gambar tersebut Su1 menggunakan informasi tersebut untuk menentukan gambar berikutnya seperti menemukan gambar ke-5. Setelah menemukan gambar ke-5 sampai gambar ke-13. Setelah menemukan gambar ke-13, Su1 mencoba menemukan gambar ke- n . beberapa prinsip langkah aktivitas berpikir digunakan Su1 untuk menggeneralisasi banyak persegi dalam menemukan gambar ke- n sampai pada akhirnya Su1 mampu menemukan gambar ke- n (AG1). setruktur berpikir Su1 dapat digambarkan sebagai berikut.








Gambar 4.10. Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su1

Keterangan.

Tabel 4.1 Koding dan Keterangan Su1

| KODE | KETERANGAN |
|---|---------------------------------|
| M | Masalah/soal |
| Ma,Mb,Mc | Masalah bagian ke-a, ke-b, ke-c |
|  | Aksi |
|  | Proses |

| | |
|---|---|
|  | Objek |
| Skem/  | Skema |
| Intrs | Interiorisasi |
| Enks | Enkapsulasi |
| Dnkp | De-enkapsulasi |
|  | Urutan aktivitas satu arah, koordinasi |
|  | Saling hubung (ditambah) |
|  | Garis keterhubungan tidak lansung |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a Su1 terlebih dahulu melakukan Aksi kemudian menginteriorisasikannya ke dalam tahapan Proses dan kemudian mengenkapsulasikan Proses ke dalam Objek. Dari hasil jawaban Su1 pada bagian ke-a, menunjukkan bahwa terjadi suatu Skema kecil. Terbentuknya Skema dari soal bagian ke-a dapat dilihat dari adanya tahapan Aksi, Proses dan terdapatnya tahapan Objek pada saat Su1 menyelesaikan soal generalisasi pola.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, Su1 kembali melakukan tahapan Aksi, kemudian di interiorisasi ke dalam Proses secara lengkap dan mampu mengenkapsulasi Proses ke dalam tahapan Objek. Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b Su1 cenderung menggunakan simbol. Su1 memberikan generalisasi secara sederhana, yaitu hanya berdasarkan aturan yang ada yang secara nyata terlihat pada pola. Aturan yang diberikan oleh Su1 dapat digunakan untuk banyak persegi pada urutan gambar berikutnya atau pada suatu gambar tertentu yang ingin dicari. Dari

hasil jawaban Su1 pada bagian ke-a, menunjukkan bahwa terjadi suatu Skema kecil. Terbentuknya Skema dari soal bagian ke-a dapat dilihat dari adanya tahapan Aksi, Proses dan terdapatnya tahapan Objek pada saat Su1 menyelesaikan soal generalisasi pola.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c, Su1 memulai dengan tahap Aksi, yaitu Su1 menulis kembali banyak persegi pada bagian kiri dan bagian ke-bawah gambar ke-1, ke-2, dan ketiga. Su1 menginteriorisasi Aksi ke dalam Proses dengan cara menentukan barisan bilangan yang terbentuk dari pola tersebut. Dalam hal ini Su1 menulis pola barisan bilangan yang terbentuk dari pola gambar ke-1 sampai pola gambar ke-10. Dari Proses tersebut Su1 mengenskapsulasikan Proses ke dalam tahapan Objek, yaitu dengan menemukan aturan pola bilangan yang terjadi dalam soal generalisasi pola tersebut. Selain hal tersebut Su1 dapat menemukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh dari tahap Aksi dan Proses sehingga membentuk tahap Objek. Dari gambar tersebut terlihat bahwa Su1 memberikan generalisasi secara sederhana, yaitu hanya berdasarkan aturan yang ada yang secara nyata terlihat pada pola. Aturan yang diberikan oleh Su1 dapat digunakan untuk banyak persegi pada urutan gambar berikutnya atau pada suatu gambar tertentu yang ingin dicari. Dari hasil kerja Su1 dan paparan tersebut tercipta tahapan Aksi, Proses dan Objek yang membentuk suatu Skema Proses berpikir aljabar yang dimana dalam Proses berpikir aljabar tersebut Su1 cenderung menjawab menggunakan kata-kata dan kalimat. Dari paparan tersebut dapat disimpulkan bahwa Su1 telah melakukan proses berpikir melalui APOS dengan memenuhi beberapa indikator. Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola Su1 telah melakukan tahapan APOS dengan lengkap, yaitu

dimulai dengan tahapan Aksi, yang diinterisasi ke dalam tahap Proses dan dienkapsulasi ke dalam Objek sehingga membentuk suatu Skema proses berpikir aljabar. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su1 dapat menentukan rumus umum aturan pola yang telah diberikan dengan mengaitkan dengan Aksi, Proses Objek dan Skema lainnya dalam menyelesaikan soal generalisasi pola (Su1-Sk-1)*

2. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Kedua (Su2)

a. Tahapan Aksi dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Pertama (Su2)

Dalam menghadapi soal bagian ke-a, Su2 mulai dengan melakukan Aksi dengan cara menghitung terlebih dahulu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Hal tersebut juga dapat dilihat dari hasil tes tulis Su2 pada soal bagian ke-a sebagai berikut.

Jawaban

1. 2. Suku ke 1 : 8
 $- 2 = 12$
 $- 3 = 16$
 $- 4 = 20$
 $- 5 = 24$

8 12 16 20

$\underbrace{\quad\quad}_4$
 $\underbrace{\quad\quad}_4$
 $\underbrace{\quad\quad}_4$

Su2-HJ-A-a

Gambar 4.11. Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Aksi

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a Su2 menulis apa yang diketahui soal secara lengkap seperti banyak persegi pada gambar pertama, kedua dan ketiga. Selain itu Su2 juga menemukan selisih atau beda pada masing-masing gambar. Pernyataan tersebut diperkuat dari hasil *think aloud* Su2, berikut merupakan petikan *think aloud* dari Su2.

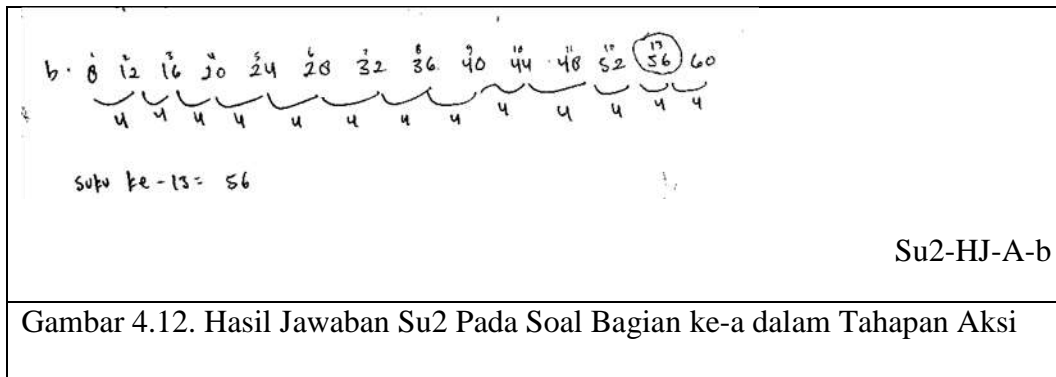
Su2-HT-1 Banyak kolom pada gambar satu sama dengan delapan, gambar dua sama dengan dua belas, gambar tiga sama dengan enam belas, hmm...
: jadi bedanya sama dengan empat

Hal tersebut juga dipertegas dalam wawancara dengan Su2. Adapun hasil wawancara sebagai berikut.

| | | |
|-----------------|---|---|
| <i>P</i> | : | <i>Apa saja yang kamu pahami dari soal ini</i> |
| <i>Su2-HW-1</i> | : | <i>Pertama saya menghitung banyak kolom pada gambar. Kemudian menemukan masing-masing beda dari semua kolom</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, tahap Aksi berikutnya yang dilakukan Su2 yaitu menemukan selisih atau beda dari soal tersebut, dimana setiap gambar selalu bertambah empat persegi. Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c, mengacu pada paparan data (Su2-HJ-A-a), (Su2-HT-1), dan (Su2-HW-1) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil *think aloud* dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su2-HJ-A-a) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal generalisas pola bagian ke-b, aapun hasil jawaban Su2 sebagai berikut.



Gambar 4.12. Hasil Jawaban Su2 Pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Aksi

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b Su2 melakukan aksi dengan cara menulis kembali apa yang diketahui yaitu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Serta menemukan beda bahwa setiap persegi pada gambar selalu bertambah 4 persegi. Sehingga untuk menentukan banyak persegi pada gambar berikutnya hanya ditambah dengan 4 persegi. Hal tersebut juga dapat dilihat dari hasil *think aloud* Su2 sebagai berikut.

Su2-HT-2 : *Gambar satu ada 8 kolom, gambar dua ada 12 kolom, gambar 3 ada 16 kolom, mmm.. oh ya berarti ini bertambah 4 kolom. Berarti gambar empat bertambah 4, gambar lima bertambah 4*

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, adapun kutipan wawancara dari Su2 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu menemukan banyak persegi pada gambar ke-13?</i> |
| Su2-HW-2 | : | <i>Kan bedanya sama dengan empat,. Jadi saya tulis dari gambar pertama dulu, ada delapan, terus kedua ada dua belas gambar sampai tiga belas.</i> |

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Bagaiman langkah kamu menemukan rumus tersebut</i> |
| Su2-HW-3 | : | <i>Pertama kan bedanya sama dengan empat, kemudian untuk mencari n maka n dikali beda ditambah beda. Rumus ini untuk menentukan hasil dari suku. Bukan sukunya, dgn kata lain selisih dan sukunya sudah diketahui.</i> |

Dari paparan tersebut menunjukkan bahwa Su2 telah melakukan tahapan Aksi dengan menulis apa yang diketahui soal dan apa yang ditanyakan dan dapat menemukan beda atau selisih dari pola yang ada. Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c Su2 tidak melakukan tahap Aksi. Mengacu pada paparan data (Su2-HJ-A-b,) (Su2-HT-2), (Su2-HW-2) dan (Su2-HW-3) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su2-HW-A-b) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) *Analisis Data Subjek Kedua (Su2)*

Dalam menghadapi soal bagian ke-a, Su2 mulai dengan melakukan Aksi dengan cara menghitung terlebih dahulu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Yait gambar ke-1 = 8, gambar ke-2 =12, dan gambar ke-3 =16. Hal tersebut juga dapat dilihat pada (Su2-HJ-A-a,) (Su2-HT-1), dan (Su2-HW-1). Dari paparan tersebut peneliti dapat menginterpretasi bahwa Su1 *dapat mengetahui dan menunjukkan apa yang diketahui dan yang diinginkan soal (Su2-AG-1).*

Setelah menghitung banyak persegi dimasing-masing gambar Su2 kemudian menemukan beda dari pola pada masing-masing gambar dan menulisnya dalam lembar jawaban yaitu beda = 4. Papran tersebut dapat dilihat pada (Su2-HJ-A-b,) (Su2-HT-2), dan (Su2-HW-2). Dari paparan ini peneliti berasumsi bahwa Su2 *dapat*

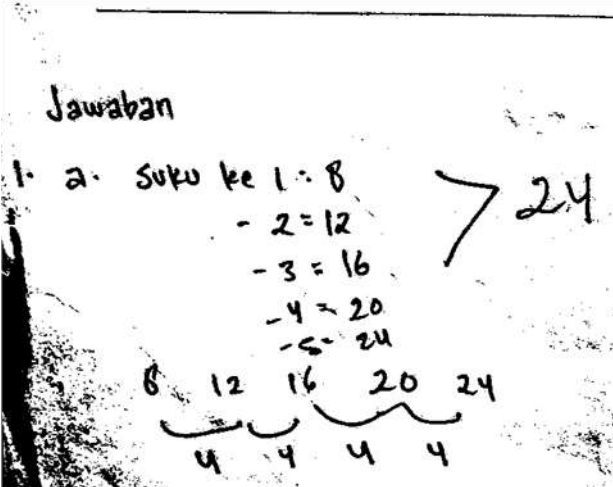
menentukan beda atau selisih barisan dan deret yang terbentuk dari pola (Su2-AG-2).

Dalam menentukan soal bagian ke-c Su2 tidak melakukan tahapan Aksi, melainkan mengambil informasi dari Aksi sebelumnya yaitu dalam menyelesaikan soal bagian ke-a dan ke-b. Adapun paparan tersebut dapat dilihat pada (Su2-HW-3).

b. Tahapan Proses dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek kedua (Su2)

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a adapun hasil jawaban Su2 dalam tahap Proses yaitu sebagai berikut.



The image shows handwritten mathematical work. At the top, it says "Jawaban". Below that, it lists a sequence of numbers: 8, 12, 16, 20, 24. To the right of this sequence, there is a large arrow pointing to the number 24. Below the sequence, there are four brackets, each spanning the difference between two consecutive numbers, and each bracket is labeled with the number 4. To the left of the sequence, there are some calculations: "1. 2. Suku ke 1: 8", "- 2 = 12", "- 3 = 16", "- 4 = 20", "- 5 = 24".

Su2-HJ-P-a

Gambar 4.13. Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola bagian ke-a, Su2 mempresentasikannya dengan menulis banyak persegi pada gambar ke-1 hingga pada gambar ke-3. Setelah mengidentifikasi soal Su2 menemukan beda bahwa setiap persegi pada gambar selalu bertambah 4 persegi. Sehingga untuk menentukan banyak persegi pada gambar berikutnya hanya ditambah dengan 4 persegi. Cara ini dilakukan oleh Su2 untuk menemukan banyak persegi pada gambar berikutnya (Su2-HJ-P-a). paparan tersebut diperjelas dari hasil *think aloud* sebagai berikut.

Su2-HT-3 : Banyak kolom pada gambar satu sama dengan delapan, gambar dua sama dengan dua belas, gambar tiga sama dengan enam belas, hmm... jadi bedanya sama dengan empat, untuk yang a banyak kolom pada gambar kelima, berarti enam belas tambah empat, dua puluh, duapuluh tambah empat dua empat.

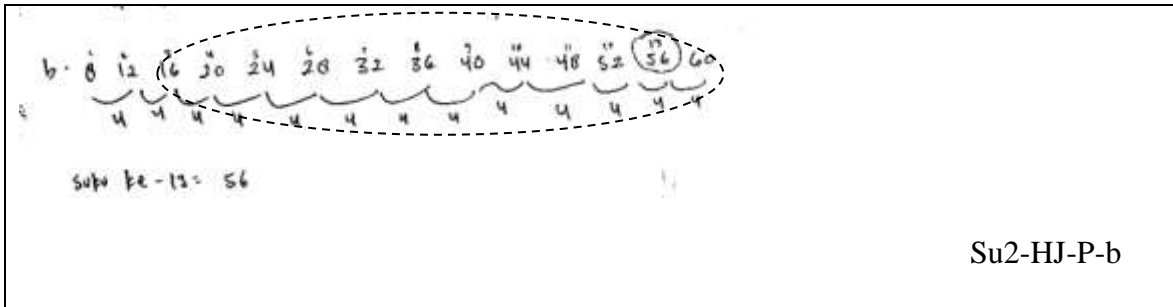
Hal tersebut juga dipertegas dalam wawancara dengan Su2. Adapun hasil wawancara sebagai berikut.

| | | |
|-----------------|---|---|
| <i>P</i> | : | <i>Bagaimana cara kamu menyelesaikan soal pertama ?</i> |
| <i>Su2-HW-4</i> | : | <i>Pertama saya menghitung banyak kolom pada gambar. Kemudian menemukan masing-masing beda dari semua kolom. Setelah menemukan bedanya tinggal ditambah sama bedanya sampe gambar kelima.</i> |

Dari paparan tersebut dilihat bahwa Su2 menyelesaikan soal bagian ke-a dengan menemukan banyak persegi pada gambar ke-5. Su2 menemukan gambar ke-5 dengan cara menabahkan beda yaitu 4 dengan banyak persegi pada gambar berikutnya. Mengacu pada paparan data (Su2-HJ-P-a), (Su2-HT-3), dan (Su2-HW-4) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil *think aloud* dan hasil wawancara

sehingga dapat dinyatakan bahwa data (*Su2-HJ-P-a*) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola bagian ke-b, adapun hasil tes Su2 sebagai berikut.



Su2-HJ-P-b

Gambar 4.14. Hasil Jawaban Su2 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola soal ke-b Su2 menentukan banyak persegi dengan cara menulis banyak persegi dari gambar ke-1 hingga gambar ke-14. Adapun hasil *think aloud* yang diperoleh dari Su2 sebagai berikut.

Su2-HT-4 : *Gambar satu ada 8 kolom, gambar dua ada 12 kolom, gambar 3 ada 16 kolom, mmm.. oh ya berarti ini bertambah 4 kolom. Berarti gambar empat bertambah 4 = 20, gambar lima bertambah 4 = 24, gambar enam = 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60*

Dari hasil *think aloud* Su2-HT-2 dapat dilihat bahwa Su2 mulai menyelesaikan soal dengan menulis kembali informasi yang didapatkan yaitu jumlah persegi pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3. Setelah itu Su2 mencari persegi pada gambar berikutnya dengan cara menambahkan nilai beda yaitu 4 dengan banyak persegi pada gambar sebelumnya. Paparan tersebut juga diperjelas dari hasil wawancara sebagai berikut

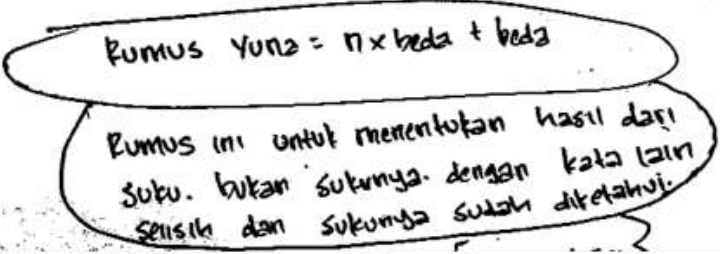
| | | |
|----------|---|---|
| P | : | <i>Dari bagian ke- a, bagaimana cara kamu menemukan banyak persegi pada gambar berikutnya</i> |
| Su2-HW-5 | : | <i>Kan pada gambar 1 ada 8 kolom, gambar 2, ada 12 kolom,</i> |

| | |
|--|---|
| | <p>gambar 3 ada 16 kolom, bedanya ada 4, jadi 16 ditambah 4, sama dengan 20 terus ditambah 4 sama dengan 24, begitu seterusnya sampai gambar ke-13.</p> |
|--|---|

Dari hasil wawancara Su2-HW-2, dapat diketahui bahwa dari informasi yang didapat sebelumnya Su2 melakukan generalisasi secara sederhana yaitu dengan menjumlahkan banyak persegi sebelumnya dengan beda yaitu 4, dan dilakukan secara terus menerus sampai menemukan banyak persegi pada gambar yang diinginkan yaitu gambar ke tiga belas.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, mengacu pada paparan data (Su2-HJ-P-a), (Su2-HT-4), dan (Su2-HW-5) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su2-HJ-P-b), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal ke-c berikut hasil tes dari Su2.



Su2-HJ- P-c.1

Gambar 4.15. Hasil Jawaban Su2 Pada Soal Bagian Ke-c.1 Dalam Tahapan Proses

Dari Gambar4.14 dilihat bahwa Su2 menemukan rumus umum gambar ke- n yaitu n dikali beda ditambah beda. Hasil tes tersebut diperkuat dari petikan hasil think aloud dari Su2 sebagai berikut.

Su2-HT-4 : *Ini kan bedanya ada 4, jadi seterusnya ditambah 4, jadi untuk n maka n dikali beda ditambah beda.*

Dari hasil think aloud Su2-HT-3, dapat dilihat Su2 menentukan rumus suku ke- n dengan informasi yang didapatkan sebelumnya yaitu beda. Su2 meyakini jika beda =4 maka untuk gambar seterusnya selalu ditambah 4. Jadi untuk gambar ke- n maka berlaku n dikali dengan beda ditambah beda. Dalam menyelesaikan soal bagiab ke-c Su2 menggunakan dua cara salah satunya dengan menggunakan rumun barisan aritmateka, adapun jawaban Su2 sebagai berikut.

C. $U_n = 8 + (n-1)4$

Rumus umum = $U_n = a + (n-1)b$

$$= 8 + (5-1)4$$

$$= 8 + (4)4$$

$$= 8 + 16$$

$$= 24$$

Rumus ke n = gambar $1 + (\text{gambar} - 1) \times \text{beda}$

$$= 8 + (5-1) \times 4$$

$$= 8 + (4) \times 4$$

$$= 8 + 16$$

$$= 24$$

Su2-HJ-P-c.2

Gambar 4.16. Hasil Jawaban Su2 Pada Soal Bagian ke-c.2 dalam Tahapan Proses

Dari hasil tes Su2-HJ-P-c.2 mencoba mencari banyak persegi pada gambar ke- n dengan mengalikan ke- n dengan beda kemudian ditambah dengan beda lagi. Selain

itu, Su2 juga menggunakan rumus umum untuk mencari gambar ke- n dengan cara melakukan substitusi nilai yang diperoleh dari tahap sebelumnya ke dalam rumus yang telah diketahui. Paparan tersebut diperkuat dari petikan think aloud sebagai berikut.

Su2-HT-5 : *Untuk cari n , maka U_n sama dengan a dalam kurung n kurang satu tambah beda, berarti delapan, tambah n kurang satu kali empat. Berarti gambar ke n samadengan gambar ke-1 ditambah gambar Kurang satu kali beda*

Berdasarkan *think aloud* dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke- n , Su2 juga mencari gambar ke- n dengan menggunakan rumus umum baris dan deret aritmatika sebagai bahan evaluasi dari soal yang dikerjakan. Pada saat menyelesaikan soal Su2 cenderung menulis hasil jawabannya dengan menggunakan kalimat (Su2-HJ-c.2).

Su2 mencoba menyelesaikan soal bagian ke-c dengan cara menganalisis aturan pola yang terjadi. Dalam Proses menyelesaikan soal bagian ke-c Su2 menemukan rumus yang dimana ditulis dalam bentuk kalimat (Su2-HJ-c.1). Rumus yang didapatkan Su2 adalah untuk mencari gambar ke- n maka rumus yang digunakan $n = beda + beda$. Dalam penjelasannya rumus tersebut digunakan untuk menentukan hasil dari mencari suku tertentu. Hal ini dapat dilihat dari hasil wawancara dengan Su2 sebagai berikut.

| | | |
|---|---|---|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu menemukan gambar ke-n</i> |
|---|---|---|

| | | |
|----------|---|--|
| Su2-HW-6 | : | <i>Dengan menggunakan rumus yang saya buat sendiri kak</i> |
| P | : | <i>Bagaiman langkah kamu menemukan rumus tersebut</i> |
| Su2-HW-7 | : | <i>Pertama kan bedanya sama dengan empat, kemudian untuk mencari n maka n dikali beda ditambah beda. Rumus ini untuk menentukan hasil dari suku. Bukan sukunya, dgn kata lain selisih dan sukunya sudah diketahui.</i> |

Dari hasil wawancara Su2 menentukan aturan umum suku ke- n dengan rumus yang dibuat sendiri (Su2-HW-6). Dalam menrmukan rumus suku ke- n Su2 mulai dengan informasi sebelumnya yaitu beda dari masing-masing gambar, kmudian beda dikali dengan n kemudian ditambahkan lagi dengan beda (Su2-HW-7).

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-B, mengacu pada paparan data (Su2-HJ-P-c.1), (Su2-HJ-P-c.2), (Su2-HT-4), (Su2-HT-5), dan (Su2-HW-6) dan (Su2-HW-7) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su2-HJ-P-c.1) dan (Su2-HJ-P-c.2), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Kedua (Su2)

Dalam meyelesaikan soal generaisas pola bagian ke-a, Su2 mempresentasikannya dengan menulis banyak persegi pada gambar ke-1 hingga pada gambar ke-3. Setelah mengidentifikasi soal Su2 menemukan beda bahwa setiap persegi pada gambar selalu bertambah 4 persegi. Sehingga untuk menentukan banyak persegi pada gambar berikutnya hanya ditambah denan 4 persegi. Su2 dalam lembat jawaban menulis suku

ke-1 =8, ke-2 =12, ke-3=16 ke-4 = 20, ke-5=24. Cara ini dapat dilihat pada (Su2-HJ-P-a). dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa Su2 *dapat Menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau yaitu pola gambar ke-4 sampai ke-5 (Su1-PG-1)*

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola soal bagian ke-b Su2 menentukan barisan dan deret bilangan yang terbentuk dari pola pada urutan yang masih terjangkau dan pada urutan yang tidak terjangkau dengan menulis banyak persegi pada gambar ke-1 sampai banyak persegi pada gambar ke-14. Su2 dalam lembar jawabannya menulis gambar 1 = 8, gambar 2, =12, gambar 3 =16, beda=4, jadi gambar 4 = 16 +4= 20, gambar 5 = 20+4=24, , gambar enam =28, 32,36,40,44,48,53,56,60. Baru setelah sampai pada gambar ke-14 dengan hasil 60, Su2 menyimpulkan bahwa banyak persegi pada gambar k-13 = 56 persegi. Dari paparan tersebut peneliti beransumsi bahwa Su2 *dapat Menentukan aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau yaitu pola gambar ke-13 (Su1-PG-2)*

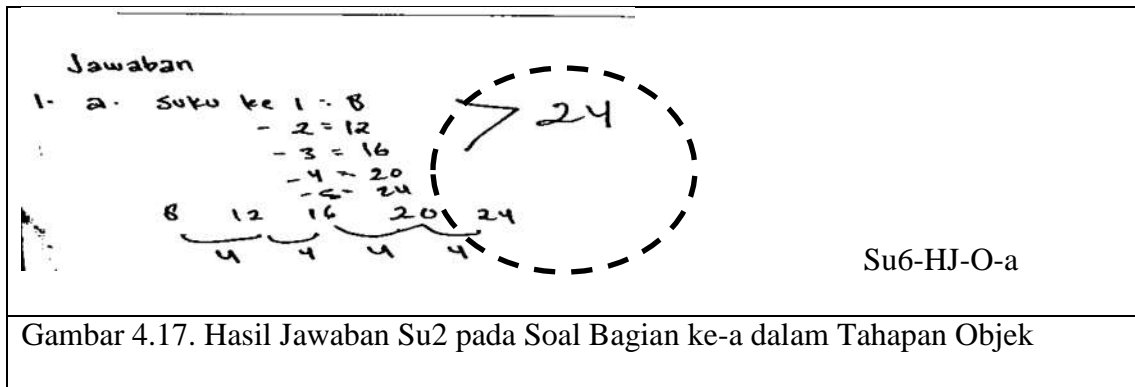
Selain hal tersebut Su2 mencoba menyelesaikan soal bagian ke-b dengan mensubstitusi nilai yang diketahui kedalam rumus aritmateka yang dapat dilihat pada (Su2-HJ-P-a). dimana Su2 menulis $un = a + (n - 1) \times b, = 8 + (5 - 1)4 = 8 + (4)4 = 8 + 16 = 24$. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa Su2 *melakukan substitusi nilai dari rumus yang sudah diketahui untuk mencari banyak persegi yang diinginkan soal (Su2-PT-2). Serta dapat mempresentasikan masalah dengan menggunakan symbol matematika.(Su2-PT-3).*

Dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke- n Su2 pertama mencari persamaan dan peredaan yang terjadi pada gambar. Setelah mengetahui persamaan dan perbedaan yang ada pada fakta, yaitu setiap gambar bertambah empat persegi, Su2 mencoba menentukan rumus untuk mencari banyak persegi pada gambar ke- n dengan informasi yang telah didapatkan sebelumnya sehingga Su2 berhasil menemukan rumus umum untuk mencari gambar ke- n yaitu $n \times \text{beda} + \text{beda}$. Paparan tersebut dapat dilihat pada (Su2-HJ-P-c.1). dari papran tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su2 dapat menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek yaitu menentukan rumus ke- n (Su2-PMG-2)*. Dalam mencari gambar ke- n Su2 juga menggunakan rumus umum aritmateka yaitu $u_n = a + (n - 1) \times b$. Paparan tersebut dapat dilihat pada (Su2-HJ-P-c.2). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su2 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar yaitu dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke- n (Su2-PT-1)*.

c. Tahapan Objek dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek kedua (Su2)

Dalam melakukan tahap Objek Su2 dapat menemukan pola gambar ke-5 dengan menambahkan gambar sebelumnya dengan beda, sehingga ditemukan hasil bahwa gambar ke-5 berjumlah 24 persegi. Berikut merupakan hasil jawaban Su2 dalam menyelesaikan soal generalisasi bagian ke-a.



paparan tersebut diperjelas dari hasil *think aloud* sebagai berikut.

Su2-HT-6 : Banyak kolom pada gambar satu sama dengan delapan, gambar dua sama dengan dua belas, gambar tiga sama dengan enam belas, hmm... jadi bedanya sama dengan empat, untuk yang a banyak kolom pada gambar kelima, berarti enam belas tambah empat, dua puluh, duapuluh tambah empat dua empat.

Hal tersebut juga dipertegas dalam wawancara dengan Su2. Adapun hasil wawancara sebagai berikut.

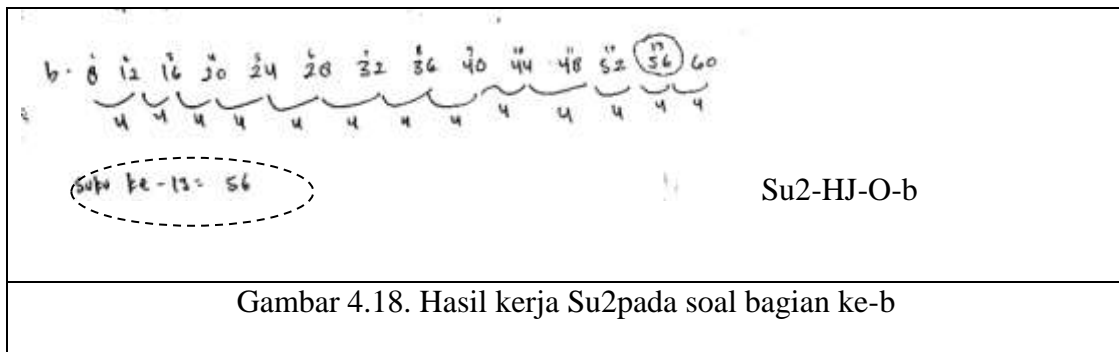
P : Bagaimana cara kamu menyelesaikan soal pertama ?

Su2- HW-8 : Pertama saya menghitung banyak kolom pada gambar. Kemudian menemukan masing-masing beda dari semua kolom. Setelah menemukan bedanya tinggal ditambah sama bedanya sampe gambar kelima.

Dari paparan tersebut dilihat bahwa Su2 menyelesaikan soal bagian ke-a dengan menemukan banyak persegi pada gambar ke-5. Su2 menemukan gambar ke-5 dengan cara menabahkan beda yaitu 4 dengan banyak persegi pada gambar berikutnya. Mengacu pada paparan data (Su2-HJ-P-a), (Su2-HT-6), dan (Su2-HW-8) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara

sehingga dapat dinyatakan bahwa data (*Su2-HJ-O-a*) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola bagian ke-b, adapun hasil tes *Su2* sebagai berikut.



Gambar 4.18. Hasil kerja *Su2* pada soal bagian ke-b

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola soal b *Su2* menentukan banyak persegi dengan cara menulis banyak persegi dari gambar ke-1 hingga gambar ke-14. Baru setelah hal tersebut *Su2* menyimpulkan bahwa banyak persegi pada gambar ke-13 = 56 persegi. Adapun hasil *think aloud* yang diperoleh dari *Su2* sebagai berikut.

Su2-HT-7 : *Gambar satu ada 8 kolom, gambar dua ada 12 kolom, gambar 3 ada 16 kolom, mmm.. oh ya berarti ini bertambah 4 kolom. Berarti gambar empat bertambah 4 = 20, gambar lima bertambah 4 = 24, gambar enam = 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60. Berarti gambar ke-13 sama dengan 56.*

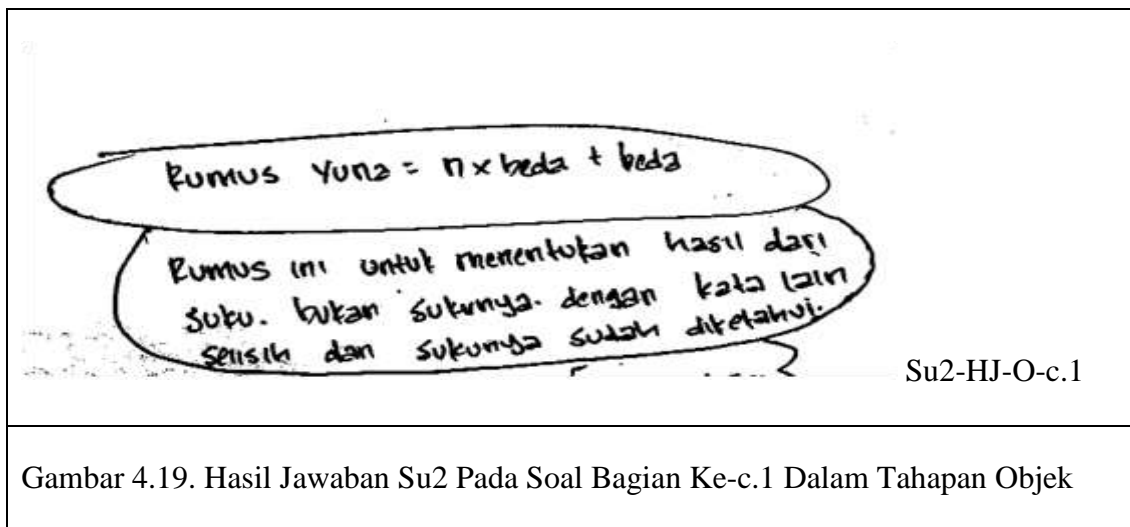
Paparan tersebut juga diperjelas dari hasil wawancara sebagai berikut

P : *Dari bagian ke- a, bagaimana cara kamu menemukan banyak persegi pada gambar berikutnya*

Su2-HW-9 : *Kan pada gambar 1 ada 8 kolom, gambar 2, ada 12 kolom, gambar 3 ada 16 kolom, bedanyakan ada 4, jadi 16 ditambah 4, sama dengan 20 terus ditambah 4 sama dengan 24, begitu seterusnya sampai gambar ke-13.*

Mengacu pada paparan data (Su2-HJ-O-b,) (Su2-HT-7), dan (Su2-HW-9) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su2-HJ-O-b) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal ke-c berikut hasil tes dari Su2.



Gambar 4.19. Hasil Jawaban Su2 Pada Soal Bagian Ke-c.1 Dalam Tahapan Objek

Dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke- n Su2 berspekulasi bahwa rumus ke- n adalah dikali beda ditambah dengan beda paparan tersebut searas dengan hasil *think aloud* sebagai berikut.

Su2-HT-8 : *Ini kan bedanya ada 4, jadi seterusnya ditambah 4, jadi untuk n maka n dikali beda ditambah beda.*

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c Su2 menggunakan dua cara salah satunya dengan menggunakan rumun barisan aritmateka, adapun jawaban Su2 sebagai berikut.

C. $U_n = 8 + (n-1)4$

Rumus umum $= U_n = a + (n-1)b$

$$= 8 + (5-1)4$$

$$= 8 + (4)4$$

$$= 8 + 16$$

$$= 24$$

Rumus ke $n = \text{gambar } 1 + (\text{gambar } - 1) \times \text{beda}$

$$= 8 + (5-1) \times 4$$

$$= 8 + (4) \times 4$$

$$= 8 + 16$$

$$= 24$$

Su2-HJ-O-c.2

Gambar 4.20. Hasil Jawaban Su2 Pada Soal Bagian ke-c.2 dalam Tahapan Proses

Dari hasil tes Su2-HJ-c.2 mencoba mencari banyak persegi pada gambar ke- n dengan mengalikan ke- n dengan beda kemudian ditambah dengan beda lagi. Selain itu, Su2 juga menggunakan rumus umum untuk mencari gambar ke- n dengan cara melakukan substitusi nilai yang diperoleh dari tahap sebelumnya ke dalam rumus yang telah diketahui. Paparan tersebut diperkuat dari petikan think aloud sebagai berikut.

Su2-HT-9 : Untuk cari n , maka U_n sama dengan a dalam kurung n kurang satu tambah beda, berarti delapan, tambah n kurang satu kali empat. Berarti gambar ke n samadengan gambar ke-1 ditambah gambar Kurang satu kali beda

Berdasarkan *think aloud* dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke- n , Su2 juga mencari gambar ke- n dengan menggunakan rumus umum baris dan deret aritmatika sebagai bahan evaluasi dari soal yang dikerjakan. Pada saat menyelesaikan

soal Su2 cenderung menulis hasil jawabannya dengan menggunakan kalimat (Su2-HJ-O-c.2). Hal ini dapat dilihat dari hasil wawancara dengan Su2 sebagai berikut.

| | | |
|-----------|---|--|
| P | : | <i>Bagaiman langkah kamu menemukan rumus tersebut</i> |
| Su2-HW-10 | : | <i>Pertama kan bedanya sama dengan empat, kemudian untuk mencari n maka n dikali beda ditambah beda. Rumus ini untuk menentukan hasil dari suku. Bukan sukunya, dgn kata lain selisih dan sukunya sudah diketahui.</i> |

Dari paparan tersebut dapat dilihat su2 menemukan rumus umum dari pola yang telah diberikan. Dalam menyelesaikan soal bagian ke-B, mengacu pada paparan data (Su2-HJ-O-c.1), (Su2-HJ-O-c.2), (Su2-HT-4), (Su2-HW-10), diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su2-HJ-O-c.1) dan (Su2-HJ-O-c.2), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Kedua (Su2)

Dalam melakukan tahap Objek Su2 dapat menemukan pola gambar ke-5 dengan menambahkan gambar sebelumnya dengan beda, sehingga ditemukan hasil bahwa gambar ke-5 berjumlah 24 persegi yang dapat dilihat pada (Su2-HJ-P-a,) (Su2-HT-6), dan (Su2-HW-8). dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa Su2 dapat menemukan nilai dari objek terdekat yaitu gambar ke-5 (Su2-OG-1)

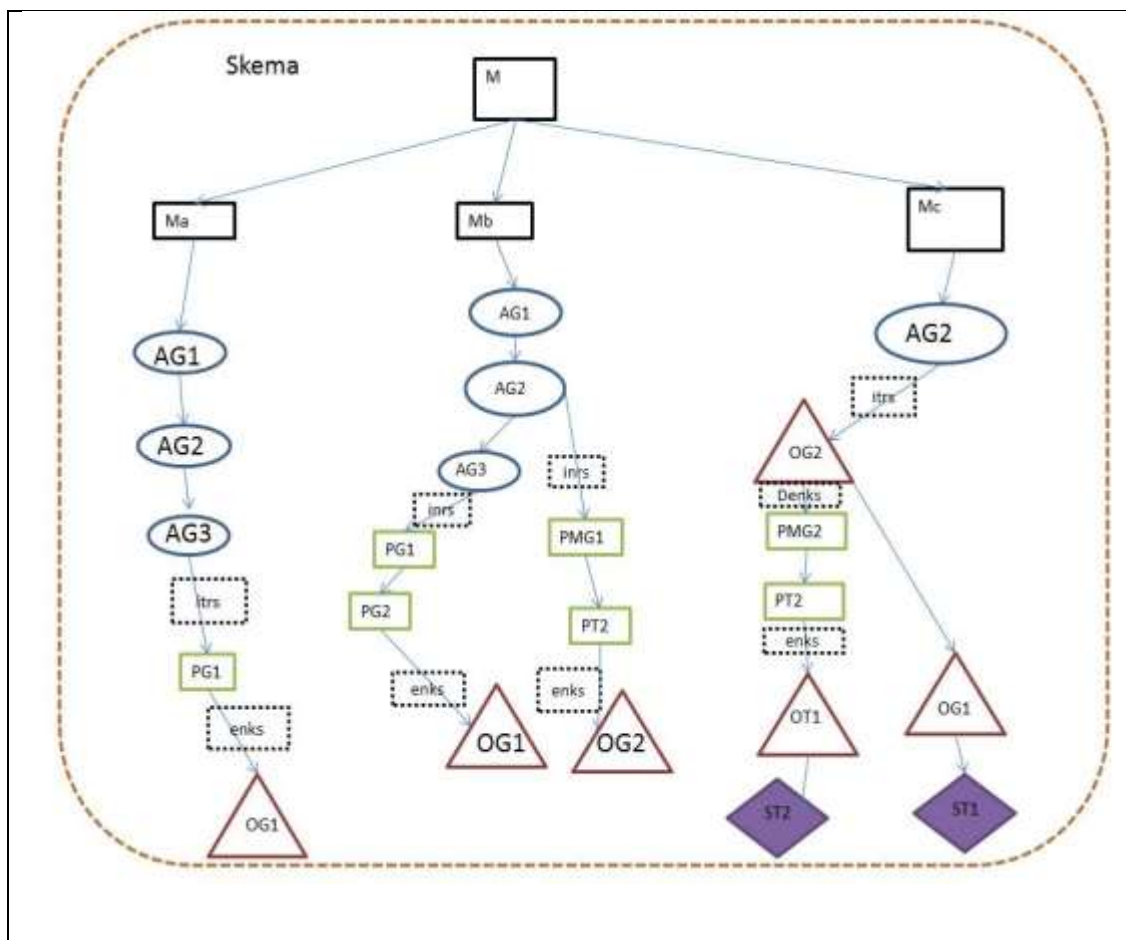
Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola soal b Su2 menentukan banyak persegi dengan cara menulis banyak persegi dari gambar ke-1 hingga gambar ke-14. Baru setelah hal tersebut Su2 menyimpulkan bahwa banyak persegi pada gambar ke-

13 = 56 persegi paparan tersebut mengacu pada data (Su2-HJ-O-b,) (Su2-HT-7), dan (Su2-HW-9). dari papran tersebut peneliti berasumsi bahwa Su2 *Su2 dapat menemukan nilai dari objek terdekat yaitu gambar ke13 (Su2-OG-1)*. Selain hal tersebut Su2 mencoba menyelesaikan soal bagian ke-b dengan mensubstitusi nilai yang diketahui kedalam rumus aritmateka yang dapat dilihat pada (Su2-HJ-P-a). dimana Su2 menulis $un = gambar\ 1 + (gambar - 1) \times beda, = 8 + (5 - 1)4 = 8 + (4)4 = 8 + 16 = 24$. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su2 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar yaitu dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke-13 (Su2-OT-1)*.

Dalam mengerjakan soal bagian ke-c Su2 berhasil menemukan rumus umum untuk mencari gambar *ke-n* yaitu $n \times beda + beda$. Paparan tersebut dapat dilihat pada (Su2-HJ-P-c.1). dari papran tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su2 dapat menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek yaitu menentukan rumus ke-n (Su2-OMG-2)*. Dalam mencari gambar ke-n Su2 juga menggunakan rumus umum aritmateka yaitu $un = a + (n - 1) \times b$. Paparan tersebut dapat dilihat pada (Su2-HJ-P-c.2). *Su2 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar yaitu dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke-n (Su2-OT-1)*.

d. Tahapan Skema dalam Berpikir Aljabar

Dalam menggeneralisasi pola, Su2 pertama melakukan pengamatan pada soal tersebut dan menyadari bahwa gambar ke-1, ke-2, dan ke-3 membentuk sebuah pola, setelah itu Su2 menghitung banyak persegi pada gambar Ke-1, Ke-2, dan Ke-3. Setelah menghitung banyaknya persegi, Su2 menganalisis kesamaan dan perbedaan dari masing-masing gambar tersebut. Dari hasil analisis yang telah dilakukan, Su2 menemukan hasil bahwa setiap gambar selalu bertambah 4 persegi. Berdasarkan kesamaan dan perbedaan gambar tersebut Su2 menggunakan informasi tersebut untuk menentukan gambar berikutnya seperti menemukan gambar ke-5. Dari informasi yang telah didapatkan Su2 melakukan generalisasi dengan sederhana yaitu menambah gambar sebelumnya dengan beda sampai gambar ke-14. Setelah menemukan gambar ke-13, Su2 mencoba menemukan gambar $ke-n$ dengan beberapa cara salah satunya yaitu dengan menggunakan rumus umum barisan dan deret matematika yang telah diketahui sebelumnya. Beberapa prinsip langkah aktivitas berpikir digunakan Su2 untuk menggeneralisasi banyak persegi dalam menemukan gambar $ke-n$ sampai pada akhirnya Su2 mampu menemukan gambar $ke-n$. Struktur berpikir Su2 dapat digambarkan sebagai berikut.










Gambar 4.21. Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su2

Keterangan.

Tabel 4.2 Koding dan Keterangan Su2

| KODE | KETERANGAN |
|----------|---------------------------------|
| M | Masalah/soal |
| Ma,Mb,Mc | Masalah bagian ke-a, ke-b, ke-c |

| | |
|---|---|
|  | Aksi |
|  | Proses |
|  | Objek |
| Skem/  | Skema |
| Intrs | Interiorisasi |
| Enks | Enkapsulasi |
| Dnkp | De-enkapsulasi |
|  | Urutan aktivitas satu arah, koordinasi |
|  | Saling hubung (ditambah) |
|  | Garis keterhubungan tidak lansung |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, Su2 memulai dengan tahap aksi yaitu mengumpulkan informasi dari soal. Su2 menulis apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal kemudian menentukan persamaan dan perbedaan dari pola yang diberikan. Setelah melakukan aksi dalam menyelesaikan soal bagian ke-a Su2 menginteriorisasi aksi ke dalam tahapan Proses dengan menentukan beberapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola yang terdekat sehingga dapat menemukan objek yaitu banyak persegi pada gambar ke-5.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, untuk mengetahui banyaknya persegi pada gambar ke-13 Su2 melakukan generalisasi sederhana yaitu menambah jumlah persegi pada gambar sebelumnya dengan beda yang telah diketahui sampai menemukan banyak persegi yang ingin dicari. Dari Proses penyelesaian soal

generalisasi bagian ke-b, terdapat tahap Aksi, Proses dan Objek. Yang dimana tahapan Objek tercipta Saat Su2 melakukan Proses kemudian menemukan aturan pola yang terdapat pada soal generalisasi tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat Skema kecil dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c Su2 tidak melakukan Aksi lagi, Su2 mengambil informasi dari Aksi sebelumnya untuk diinteriorisasi ke dalam tahapan Proses yang dimana dari tahapan Proses tersebut Su2 mengkapsulasikannya ke dalam tahapan Objek. Objek terbentuk dari tahapan operasi yang panjang dimana selain menggunakan rumus yang dibuat sendiri, Su2 mencoba mencari gambar ke-n menggunakan rumus umum barisan dan deret aritmatika sebagai bahan evaluasi. Setelah itu Su2 melakukan substitusi nilai yang diperoleh dari tahapan berikutnya dengan memasukkan nilai yang sudah diketahui ke dalam rumus umum barisan dan deret aritmatika sampai menemukan hasil yang diinginkan. Dari paparan tersebut dari Proses menyelesaikan soal generalisasi bagian ke-c terdapat pula beberapa tahapan seperti Proses dan Objek sehingga membentuk Skema kecil yang kurang lengkap.

Dari paparan dan analisis tersebut dapat dinyatakan bahwa Su2 telah melakukan semua tahapan proses berpikir APOS. Su2 terlebih dahulu memulai tahapan Aksi, yang kemudian diinteriorisasi ke dalam tahapan Proses dan dienkapsulasikannya menjadi sebuah Objek yang dari keseluruhan tahapan tersebut membentuk sebuah skema proses berpikir. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su2 dapat menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada Aksi, Proses, dan Objek. (Su1-ST-1) serta dapat mengevaluasi kembali rumus umum aturan pola atau jawaban yang diselesaikan (Su1-ST-2).*

B. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar dalam Menggeneralisasi Pola Secara kontekstual

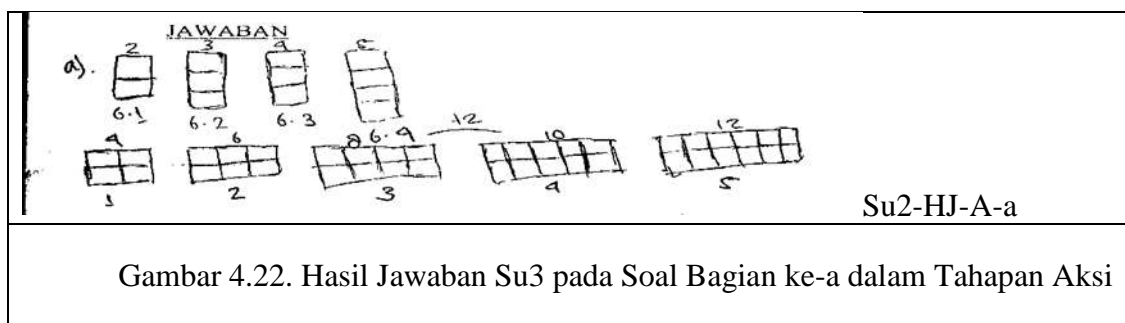
Peserta didik yang menjadi subjek pada katagori berpikir aljabar secara faktual adalah Su3 dan Su4

1. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Ketiga (Su3)

a. Tahapan Aksi dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Ketiga (Su3)

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, Su3 menulis apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal. paparan tersebut dapat dilihat dari hasil tes Su3 sebagai berikut.



Gambar 4.22. Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Aksi

Dalam menghadapi soal bagian ke-a, Su3 pertama melakukan Aksi yang dimediasi dominan menggunakan gambar, yaitu Su3 menggambar persegi dalam lembar jawabannya. Su3 membagi gambar ke-1 ke dalam tiga bagian, yaitu persegi bagian kiri, persegi bagian kanan dan persegi bagian bawah. Hal tersebut dilakukan

oleh Su3 untuk memudahkannya mencari persamaan dan perbedaan dari pola pada gambar tersebut. Hal tersebut dapat diperkuat dari hasil *think aloud* Su3.

Su3-HT-1 : *“Gambar satu, sebelah kiri ada dua, kakan dua, bawah ada empat. Gambar dua, sebelah kiri ada tiga, kakan tiga, bawah ada enam. Gambar tiga, sebelah kiri ada empat, kakan empat, bawah ada delapan.”*

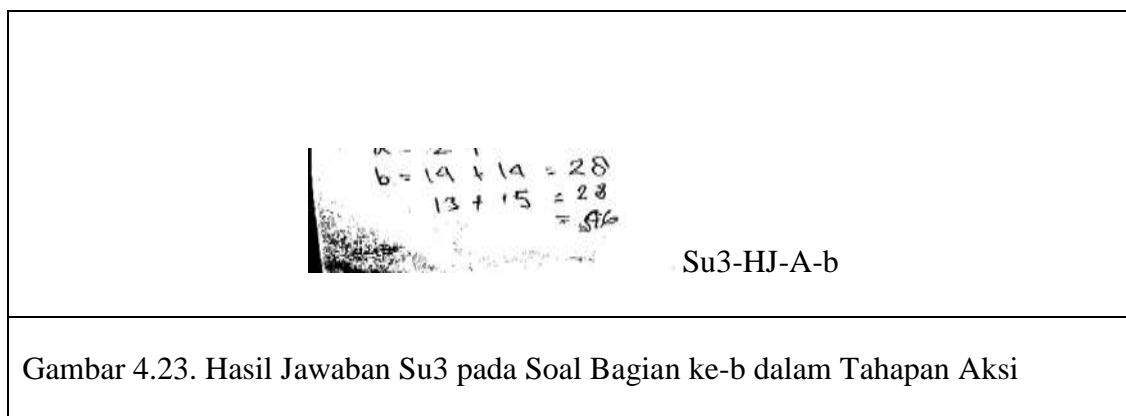
Hal ini dipertegas dari hasil wawancara yang dilakukan peneliti dengan Su3 berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Dalam menyelesaikan soal ini apa saja yang pertama kali kamu lakukan ?</i> |
| Su3-HW-1 | : | <i>Pertama saya melihat kalau gambar satu sampai tiga ada gambar kotak</i> |
| P | : | <i>Setelah itu apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su3-HW-2 | : | <i>Yang saya lakukan adalah menulis jumlah persegi, digambar pertama jumlah perseginya ada delapan, gambar yang kedua ada dua belas persegi, digambar ketiga ada enam belas persegi.</i> |
| P | : | <i>Apakah kamu tau maksud dari soal ini?</i> |
| Su3-Hw-3 | : | <i>Ya kak, soal a. menentukan gambar ke-5, soal b, menentukan gambar ke-13, soal c menentukan gambar ke-n</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a Su3 menulis apa yang diketahui dan yang ditanyakan dalam soal, secara utuh, paparan tersebut dapat dilihat pada (Su3-HW-2) dan (Su3-HW-3). Merujuk dari hasil jawaban Su3 (Su3-HJ-A-a), yang diperjelas dengan (Su3-HT-1), dan hasil (Su3-HW-1), (Su3-HW-2), dan (Su3-HW-3),

memiliki kemiripan data. Dari paparan tersebut dapat dinyatakan data (Su3-HJ-A-a) valid. Kemudian data valid layak untuk dilakukan analisis.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b Su3 tidak menulis lagi apa yang diketahui dari soal. Adapun jawaban Su3 pada soal bagian ke-c sebagai berikut.



Gambar 4.23. Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Aksi

Dalam menyelesaikan soal ke-b Su3 mengambil informasi dari tahapan Aksi pada soal bagian ke-a. Hal ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* sebagai berikut.

Su3-HT-2 : “Gambar ke-3 kiri ada empat, kanan ada empat, bawah ada delapan, gambar ke-4 kiri ada lima, kanan ada lima, bawah ada sepuluh, gambar ke-4 kiri ada lima, kanan ada lima, bawah ada dua belas, jadi gambar ke-13 kiri ada empat belas, kanan empat belas sama dengan dua delapan, kalau bagian ke-bawah, gambar 1 empat, 2=6, 3=8, 4=10, 5= 12, 6=14, jadi 13 = 28. Jadi gambar 13 $28+28 = 46$. ”

Adapun hasil wawancara dengan Su3 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | Bagaimana cara kamu mengerjakan soal ke-b ? |
| Su3-HW-4 | : | Karna pada gambar satu ada 2 kotak di sebelah kiri, 2 kotak sebelah kanan, gambar dua ada 3 kotak, gambar tiga ada 4 kota, jadi kalau gambra tiga belas ada 14 kotak dikanan dan kiri, tinggal |

| | | |
|--|--|---|
| | | <i>ditambah kak, $14+14=28$, bawahnya ada 28 sama dengan 56.</i> |
|--|--|---|

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b Su3 tidak menulis apa yang diketahui dan yang ditanyakan dalam soal, paparan tersebut dapat dilihat pada (Su3-HW-2) dan (Su3-HW-3). Merujuk dari hasil jawaban Su3 (Su3-HJ-A-B), yang diperjelas dengan (Su3-HT-2), dan hasil (Su3-HW-4), memiliki kemiripan data. Dari paparan tersebut dapat dinyatakan data (Su3-HJ-A-b) valid. Kemudian data valid layak untuk dilakukan analisis.

Dalam Proses menyelesaikan soal bagian ke-c, Su3 memulai menggunakan Aksi, yaitu menulis kembali banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2, dan ke3. Adapun hasil jawaban Su3 sebagai berikut.

| | | |
|--|---|------------|
| $ \begin{array}{l} c). \quad 6 \cdot 1 = 2 \\ \quad \quad 6 \cdot 2 = 3 \\ \quad \quad 6 \cdot 3 = 4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 6 \cdot 1 = 2 \\ 6 \cdot 2 = 3 \\ 6 \cdot 3 = 4 \end{array}} \right) + 1 $ | $ \begin{array}{l} \text{bawah} = 6 \cdot 1 = 1 \\ \quad \quad 6 \cdot 2 = 6 \\ \quad \quad 6 \cdot 3 = 8 \\ \quad \quad 6 \cdot 4 = 10 \\ \quad \quad 6 \cdot 5 = 12 \end{array} $ | Su3-HJ-A-a |
| Gambar 4.24. Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Aksi | | |

Tahap Aksi dilakukan supaya memudahkan Su3 dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke-n. tahapan Aksi diambil dari informasi sebelumnya yaitu pada hasil gambaran pola yang telah dibuat. Dalam menemukan gambar ke-n Su3 mengubah tahap Aksi ke tahap Proses dengan cara menemukan selisish dari banyak persegi bagian kiri dan kanan. adapun hasil *think aloud* sebagai berikut.

Su3-HT-3 : “*persegi bagian kiri gambar satu ditambah dengan satu jadinya*

perseginya sama dengan dua. Gamabr dua perseginya sama dengan tiga, gamabr tiga perseginya sama dengan empat.

Adapun hasil wawancara Su3 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | <i>Kamu tau makna dari gambar ke-n</i> |
| Su3-HW-4 | : | <i>Ya kak, yaitu menyari gambar yang diinginkan</i> |
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su3-HW-6 | : | <i>Pada gambar persegi bagian kiri gambar satu itu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gamabr dua perseginya sama dengan tiga, gamabr tiga perseginya sama dengan empat, kalao gamabr kelima berarti lima ditambah satu”</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c Su3 menulis apa yang diketahui dalam soal, paparan tersebut dapat dilihat pada (Su3-HJ-A-c), dan (Su3-HW-6). Merujuk dari hasil jawaban Su3 (Su3-HJ-A-c), yang diperjelas dengan (Su3-HT-3), dan hasil (Su3-HW-4), memiliki kemiripan data. Dari paparan tersebut dapat dinyatakan data (Su3-HJ-A-c) valid. Kemudian data valid layak untuk dilakukan analisis.

2) Analisis Data Subjek Ketiga (Su3)

Dalam menghadapi soal bagian ke-a, Su3 pertama melakukan Aksi yang dimediasi dominan menggunakan gambar (lihat Su3-HJ-A-a), dimana Su3 menggambar persegi dalam lembar jawabannya. Su3 membagi masing –masing gambar ke dalam tiga bagian, yaitu persegi bagian kiri, persegi bagian kanan dan persegi bagian bawah. Pada gambar ke-1, sebelah kiri terdapat 2 persegi, sebelah kanan terdapat 2 persegi, an bagian , bawah ada 4 persegi. Gambar ke-2, sebelah kiri ada 3 persegi, bagian kakan 3 persegi, bawah ada 6 persegi. Gambar ke-3 sebelah kiri ada 4 persegi,bagian kakan 4persegi,bagian bawah ada 8 persegi. Hal tersebut dilakukan oleh Su3 untuk memudahkannya mencari persamaan dan perbedaan dari

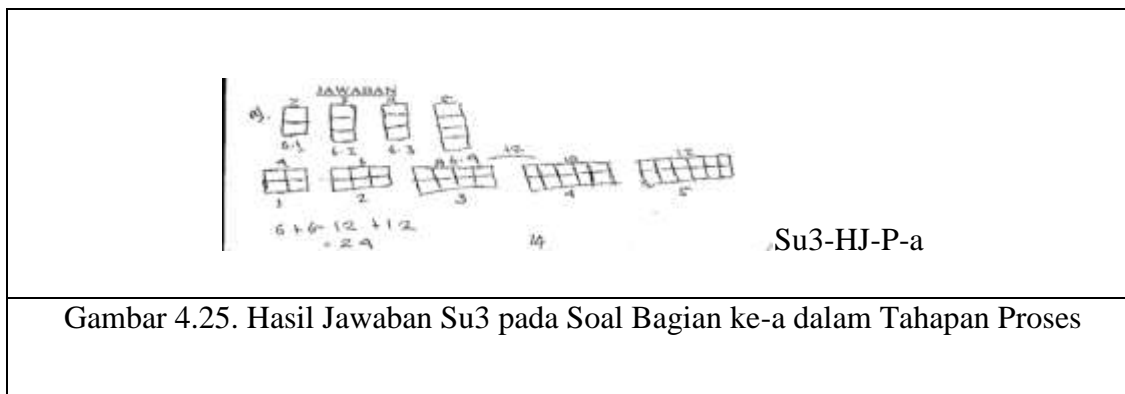
pola pada gambar tersebut. paparan tersebut dapat dilihat pada (Su3-HT-1, Su3-HW-2). Dari papran tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su3 dapat memperhatikan struktur (mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang diketahui dalam soal) (Su3-AMG-2) dan mampu mempelajari perubahan generalisasi (mampu menentukan perbedaan dan kesamaan dalam soal) (Su3-AMG-2).*

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b Su3 tidak melakukan tahapan Aksi, melainkan mengambil informasi dari tahapan Aksi sebelumnya (lihat Su3-HJ-A-b). Dalam Proses menyelesaikan soal bagian ke-c, Su3 memulai menggunakan Aksi, yaitu menulis kembali banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2, dan ke3 (lihat Su3-HJ-A-c). Tahap Aksi selanjutnya, Su3 menemukan selisih dari pola yang telah dibuat, yaitu satu untuk bagian kiri dan kanan, dua untuk bagian bawah. Untuk mencari gambar berikutnya Su3 tinggal menambah banyak persegi bagian kiri dan kanan kemudian ditambah dengan banyak persegi bagian bawah. Dimana bea yang diperoleh adalah 4. Paparan tersebut dilihat dari hasil jawaban Su3 pada (Su3-HJ-A-c). Selain itu Su3 juga mengetahui apa yang ditanyakan dalam soal tersebut yaitu mencari gambar ke-n dari generalisasi pola. Papran tersebut dapat dilihat pada (Su3-HW-4). Dari papran tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su3 mengetahui dan menunjukkan apa yang diketahui dan yang diinginkan soal (Su3-AG-1), menentukan beda atau selisih barisan dan deret yang terbentuk dari pola (Su3-AG-2), membuat gambar pola urutan berikutnya yang paling dekat (Su3-AG-3).*

b. Tahapan Proses dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Ketiga (Su3)

Dalam tahap Proses Su3 terlebih dahulu mengerjakan soal bagian ke-a adapun hasil jawaban Su3 sebagai berikut.



Gambar 4.25. Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses

Su3 mencari gambar ke-5 dengan menambah banyak persegi bagian kiri dengan banyak persegi bagian kanan dan banyak persegi bagian bawah yaitu $6 + 6 = 12$, $12 + 12 = 24$. Adapun kutipan *think aloud* Su3 dalam menyelesaikan soal bagian ke-a sebagai berikut.

Su3-HT-4 : *Gambar tiga kiri ada 4 kana nada 4, bawah ada 8, kiri ditambah satu, bawaah ditambah 2, jadinya 5 dan bawah 10 gambar lima kiri 6, kanan juga 6, bawah 10 ditambah dua, jadinya $6+6=12$, $12+12=24$*

Adapun hasil wawancara Su3 sebagai berikut

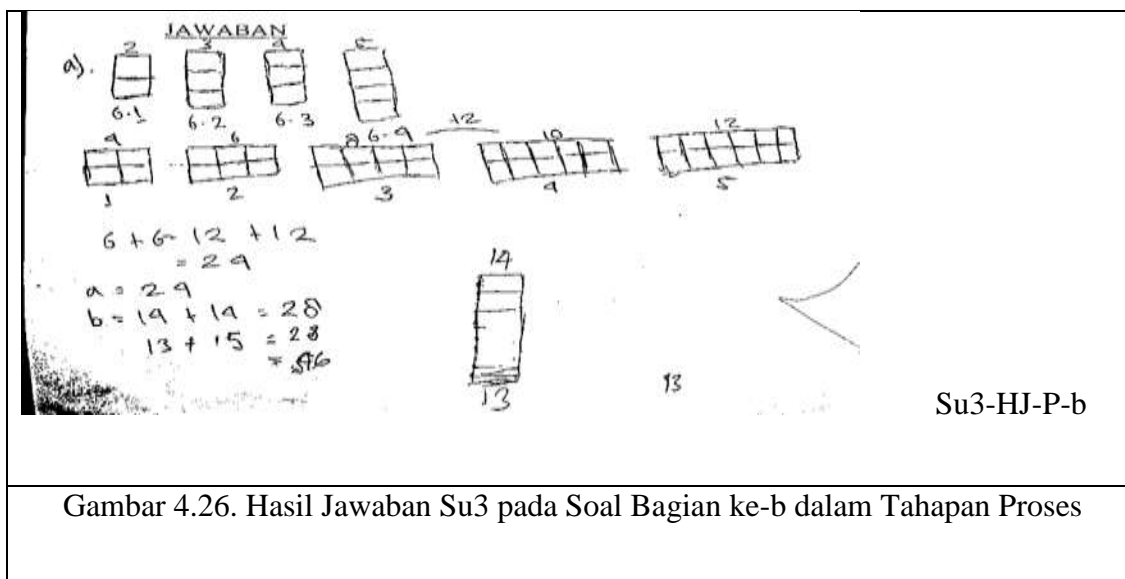
| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Setelah menulis soal, apa yang kamu lakukan?</i> |
| Su3-HW-7 | : | <i>Menjawab soal a dulu, kak, karna pada gambar ke- 1, ke-2 dan ke-3 sudah diketahui jadi selisihnya ada 4, kemudian gambar ke-3 saya tambah 4 sampe seterusnya.</i> |

Dari beberapa informasi yang telah didapatkan, Su3 mencoba mencari gambar ke-13 dengan cara menambahkan banyak persegi bagian kiri, bagian kanan dan bagian ke-bawah. Dari gambar ke-1, pada gambar persegi bagian kiri dan kanan terdapat dua persegi sedangkan bagian ke-bawah terdapat empat persegi, sehingga jumlah persegi pada gambar ke-1 adalah delapan persegi. Sedangkan pada gambar ke-2 terdapat 12 persegi yang dimana terdapat 3 persegi disebelah kiri dan kanan, dan 6 persegi dibagian ke-bawah. Pada gambar ke-3 terdapat 16 persegi, 4 dibagian kiri dan kanan, 8 dibagian ke-bawah, sehingga untuk mencari persegi digambar berikutnya Su3 tinggal menambah satu persegi di bagian kiri dan kanan dan menambahkan 2 di bagian ke-bawah.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a dalam tahapan Proses Su3 mengerjakan dengan baik, paparan tersebut dapat dilihat pada (Su3-HJ-P-a), dan (Su3-HT-4). Merujuk dari hasil jawaban Su3 (Su3-HJ-P-a), yang diperjelas dengan (Su3-HT-4), dan hasil (Su3-HW-7), memiliki kemiripan data. Dari paparan tersebut dapat dinyatakan data (*Su3-HJ-A-c*) valid. Kemudian data valid layak untuk dilakukan analisis.

Dalam mengerjakan soal ke-b Su3 mengambil informasi dari hasil gambar yang telah dibuat sebelumnya dalam mencari gambar ke-5 dan sedikit mensketsa gambar untuk menemukan gambar ke-13 (PG2).

Adapun hasil kerja Su3 pada bagian ke-b sebagai berikut.



Gambar 4.26. Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses

Berikut merupakan kutipan *think aloud* dari Su3.

Su3-HT-5 : “Gambar ke-3 kiri ada empat, kanan ada empat, bawah ada delapan, gambar ke-4 kiri ada lima, kanan ada lima, bawah ada sepuluh, gambar ke-4 kiri ada lima, kanan ada lima, bawah ada dua belas, jadi gambar ke-13 kiri ada empat belas, kanan empat belas sama dengan dua delapan, kalau bagian ke-bawah, gambar1 empat, 2=6,3=8,4=10, 5= 12, 6=14, jadi 13 = 28. Jadi gambar 13 28+28 = 56. ”

Adapun hasil wawancara Su3 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | Bagaimana cara kamu mengerjakan soal ke-b ? |
| Su3-HW-8 | : | “Karna pada gambar satu ada 2 kotak di sebelah kiri, 2 kotak sebelah kanan, gambar dua ada 3 kotak, gambar tiga ada 4 kota, jadi kalau gambra tiga belas ada 14 kotak dikanan dan kiri, tinggal ditambah kak, 14+14 =28, bawahnya ada 28 sama dengan 56.” |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b dalam tahapan Proses Su3 mengerjakan dengan baik, paparan tersebut dapat dilihat pada (Su3-HJ-P-b), dan

(Su3-HT-5). Merujuk dari hasil jawaban Su3 (Su3-HJ-P-b), yang diperjelas dengan (Su3-HT-5), dan hasil (Su3-HW-7), memiliki kemiripan data. Dari paparan tersebut dapat dinyatakan data (Su3-HJ-P-b) valid. Kemudian data valid layak untuk dilakukan analisis.

Untuk menemukan banyak peregi pada gambar ke- n Su3 pertama menemukan banyak persegi di bagian kiri, bagian kanan dan bagian ke-bawah pada masing-masing gambar. Adapun hasil kerja Su3 pada soal bagian Ke-c sebagai berikut

c). $6 \cdot 1 = 2$
 $6 \cdot 2 = 3$
 $6 \cdot 3 = 4$) $+ 1$

$6n = n + 1 + n + 1$
 $6n = 2n + 2$

$6n = 2n + 2$
 $2n + 2$

 $4n + 4$

bawah = $6 \cdot 1 = 1$
 $6 \cdot 2 = 6$
 $6 \cdot 3 = 8$
 $6 \cdot 4 = 10$
 $6 \cdot 5 = 12$

$6n = 2n + 2$

Su3-HJ-P-c

Gambar 4.27. Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Proses

Su3 menemukan kesamaan dan perbedaan yang ada pada fakta, yaitu pada bagian kiri dan kanan persegi masing-masing selalu bertambah satu persegi, sedangkan pada bagian ke-bawah selalu bertambah dua persegi sehingga Su3 menemukan rumus suku ke- n pada bagian kiri yaitu gambar $n = n + 1$, karna pola persegi bagian kanan sama dengan bagian kiri maka berlaku juga rumus tersebut.

Untuk persegi bagian ke-bawah, setiap gambar selalu bertambah dua, sehingga Su3 menemukan rumus gambar ke- $n = 2+2n$. dalam mengambil kesimpulan untuk menemukan rumus gambar ke- n Su3 selanjutnya menjumlahkan rumus-rumus yang didapatkan sehingga menemukan hasil bahwa rumus untuk mencari gambar ke- $n = 4n+n$.

Berikut merupakan petikan hasil *think aloud* dari Su3 dalam menyelesaikan soal bagian ke-c.

Su3-HT-6 : *“Persegi bagian kiri gambar satu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gamabr dua perseginya sama dengan tiga, gamabr tiga perseginya sama dengan empat, kalao gamabr kelima berarti lima ditambah satu sehingga gamabr ke-n menjadi n ditambah satu. bagian kanan juga sama. Karna n ditambah satu, n ditambah satu jadi ruas kiri dan kanan sama dengan $2n+2$. Persegi bagian ke-bawah atau bagian tengah, gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gamabr dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bisa didapat dengan mengkalikan n dengan dua dan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditaambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”*

Berdasarkan hasil think aloud tersebut, juga terlihat dari kesamaan dan perbedaan pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3, dalam menemukan gambar ke- n . Namun dalam menyelesaikan soal bagian ke-c, Su3 mengalami sedikit kesulitan. Selain itu dalam menemukan gambar ke- n Su3 dimediasi menggunakan simbol yang diperoleh dari hasil gambaran sebelumnya. Hal ini dipertegas dengan hasil wawancara Su3 berikut.

| | | |
|-----------|---|--|
| P | : | <i>Kamu tau makna dari gambar ke-n</i> |
| Su3-HW-9 | : | <i>Ya kak, yaitu menyari gambar yang diinginkan</i> |
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su3-HW-10 | : | <i>Pada gambar persegi bagian kiri gambar satu itu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gambar dua perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalo gambar kelima berarti lima ditambah satu sehingga gambar ke-n menjadi n ditambah satu. Berlaku juga untuk bagian kanan. Karna $n+1$, $n+1$ jadi ruas kiri dan kanan kita rumuskan dengan $2n+2$. Sedangkan dengan persegi bagian ke-bawah atau bagian tengah jika kita amati gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gambar dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bias didapat dengan mengkalikan n dengan duadan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”</i> |

Dari paparan tersebut dapat dilihat su3 menemukan rumus umum dari pola yang telah diberikan. Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c, mengacu pada paparan data (Su2-HJ-P-c), (Su2-HT-6), (Su2-HW-10), diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil *think aloud* dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su3-HJ-P-c), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Ketiga (Su3)

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, Su3 mencari gambar ke-5 dengan menambah banyak persegi bagian kiri dengan banyak persegi bagian kanan dan banyak persegi bagian bawah yaitu $6 + 6 = 12$, $12 + 12 = 24$ (lihat Su3-HJ-P-a).

Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su3 menginteriorisasi tahap Aksi ketahap Proses dengan menentukan barisan bilangan yang terbentuk dari pola sebelumnya pada urutan barisan pola yang masih terjangkau yaitu banyak persegi pada gambar ke-5 (Su1-PG-1).*

Dari beberapa informasi yang telah didapatkan, Su3 mencoba mencari gambar ke-13 dengan cara menambahkan banyak persegi bagian kiri, bagian kanan dan bagian ke-bawah. Dari gambar ke-1, pada gambar persegi bagian kiri dan kanan terdapat dua persegi sedangkan bagian ke-bawah terdapat empat persegi, sehingga jumlah persegi pada gambar ke-1 adalah delapan persegi. Sedangkan pada gambar ke-2 terdapat 12 persegi yang dimana terdapat 3 persegi disebelah kiri dan kanan, dan 6 persegi dibagian ke-bawah. Pada gambar ke-3 terdapat 16 persegi, 4 dibagian kiri dan kanan, 8 dibagian ke-bawah, sehingga untuk mencari persegi digambar berikutnya Su3 tinggal menambah satu persegi di bagian kiri dan kanan dan menambahkan 2 di bagian ke-bawah (lihat Su3-HJ-P-b). Dalam mengerjakan soal ke-b Su3 mengambil informasi dari hasil gambar yang telah dibuat sebelumnya dalam mencari gambar ke-5 dan sedikit mensketsa gambar untuk menemukan gambar ke-13. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su3 menentukan aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau pola gambar ke-13 dan seterusnya (Su3-PG-2).*

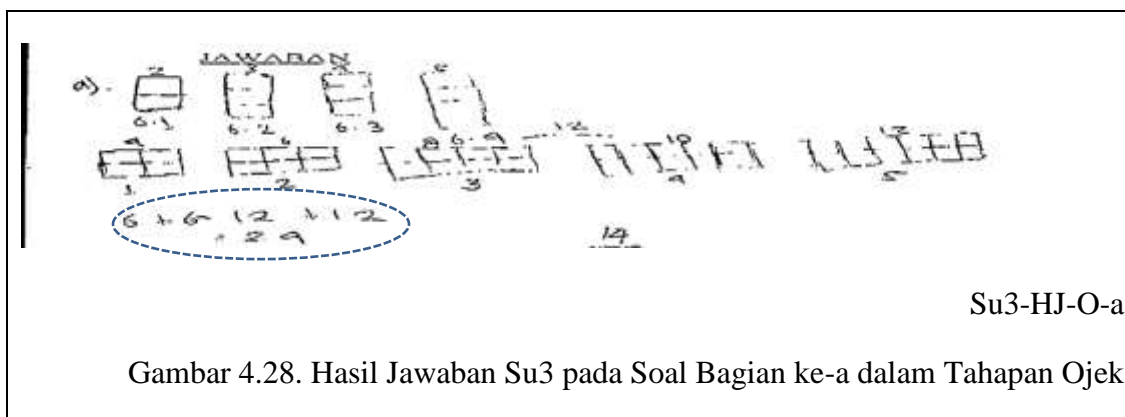
Untuk menemukan banyak persegi pada gambar ke- n Su3 pertama menemukan banyak persegi di bagian kiri, bagian kanan dan bagian ke-bawah pada masing-masing gambar. Su3 menemukan kesamaan dan perbedaan yang ada pada fakta, yaitu

pada bagian kiri dan kanan persegi masing-masing selalu bertambah satu persegi, sedangkan pada bagian ke-bawah selalu bertambah dua persegi sehingga Su3 menemukan rumus suku ke- n pada bagian kiri yaitu gambar $n = n+1$, karna pola persegi bagian kanan sama dengan bagian kiri maka berlaku juga rumus tersebut. Untuk persegi bagian ke-bawah, setiap gambar selalu bertambah dua, sehingga Su3 menemukan rumus gambar ke- $n = 2+2n$. dalam mengambil kesimpulan untuk menemukan rumus gambar ke- n Su3 selanjutnya menjumlahkan rumus-rumus yang didapatkan sehingga menemukan hasil bahwa rumus untuk mencari gambar ke- $n = 4n+n$ (lihat Su3-HJ-P-c). Dalam melakukan tahapan Proses peneliti berasumsi bahwa *Su3 mampu menentukan aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau pola gambar ke- n (Su3-PG-1).*

c. Tahapan Objek dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Ketiga (Su3)

Su3 mencari gambar ke-5 dengan menambah banyak persegi bagian kiri dengan banyak persegi bagian kanan dan banyak persegi bagian bawah yaitu $6 + 6 = 12$, $12 + 12 = 24$. Hal tersebut dapat dilihat dari hasil jawaban Su3 sebagai berikut.



Adapun kutipan *think aloud* Su3 dalam menyelesaikan soal bagian ke-a sebagai berikut.

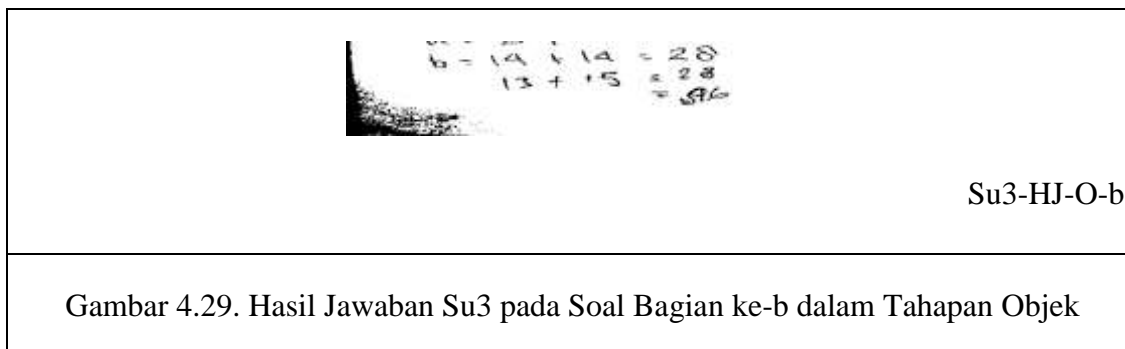
Su3-HT-7 : “Gambar tiga kiri ada 4 kana nada 4, bawah ada 8, kiri ditambah satu, bawaah ditambah 2, jadinya 5 dan bawah 10 gambar lima kiri 6, kanan juga 6, bawah 10 ditambah dua, jadinya $6+6 = 12$, $12+12=24$ ”.

Adapun hasil wawancara Su3 sebagai berikut

| | | |
|-----------|---|--|
| P | : | Setelah menulis soal, apa yang kamu lakukan? |
| Su3-HW-11 | : | Menjawab soal a dulu, kak, karna pada gambar ke- 1, ke-2 dan ke-3 sudah diketahui jadi selisihnya ada 4, kemudian gamar ke-3 saya tambah 4 sampe seterusnya. |

Dari paparan data (Su1-HJ-O-a) terlihat bahwa Su3 menemukan hasil dari banyak persegi ke-5 yaitu 24. Paparan tersebut sesuai dengan (Su3-HT-7) dan (Su3-HW-11) mengacu pada papran tersebut dapat dikatakan bahwa (Su3-HJ-O-a) valid. Data yang sudah valid layak untuk dilakukan analisis.

Dalam menyelesaikan soal ke-b Su3 dapat menemukan banyak persegi pada gambar ke-13 yaitu 56 persegi (OG1). Hal tersebut dapat dilihat dari hasil jawaban Su3 sebagai berikut.



Adapun hasil *think aloud* Su3 sebagai berikut.

Su3-HT-8 : *Gambar satu, ada 2 gambar dua ada 3, gambar tiga ada 4, gambar empat ada 5, berarti gambar tiga belas ada 14 kiri dan 14 kanan, sama dengan 28. Bawah satu ada empat, dua enam, tiga delapan, $1+3=8$, $2+4=6$, $3+5=8$, $4+6=10$, $5+7=12$, berarti kalau $13+15=28$. Jadi $28+28=56$.*

Adapun petikan wawancara dengan Su3 sebagai berikut.

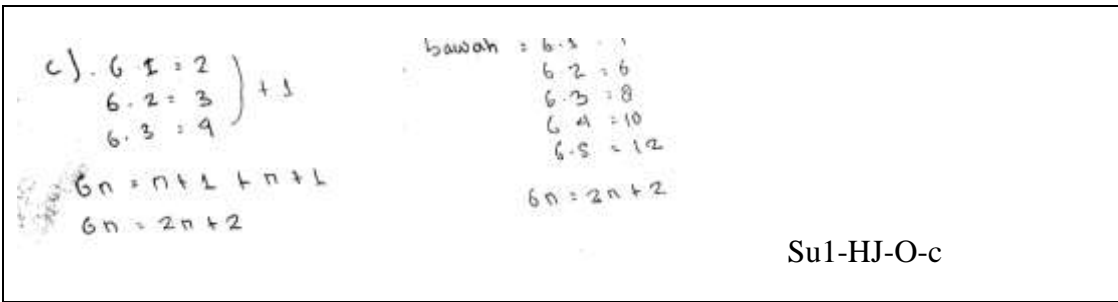
| | | |
|-----------|---|--|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mengerjakan soal ke-b ?</i> |
| Su3-HW-12 | : | <i>Karna pada gambar satu ada 2 kotak di sebelah kiri, 2 kotak sebelah kanan, gambar dua ada 3 kotak, gambar tiga ada 4 kota, jadi kalau gambra tiga belas ada 14 kotak dikanan dan kiri, tinggal ditambah kak, $14+14=28$, bawahnya ada 28 sama dengan 56.</i> |

Dari paparan data (Su3-HJ-O-b) terlihat bahwa Su3 menemukan hasil dari banyak persegi ke-13 yaitu 56. Paparan tersebut sesuai dengan (Su3-HT-8) dan (Su3-

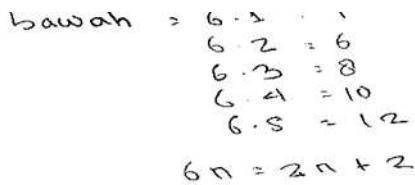
HW-12) mengacu pada papran tersebut dapat dikatakan bahwa (*Su3-HJ-O-b*) valid.

Data yang sudah valid layak untuk dilakukan analisis.

Dalam menemukan gambar ke- n Su3 menemukan rumus ke- n dari pola yang ada. Dalam Proses penyelesaiannya Su3 menemukan jumlah persegi ke- n pada bagian kiri yaitu $G_n = n+1$ begitu juga pada bagian kanan. Sehingga rumus untuk mencari banyak persegi pada bagian kiri dan kanan adalah $(n + 1) + (n + 1) = 2n + 2$ (OG2). Hal tersebut dapat dilihat dari hasil jawaban Su3 sebagai berikut.

| |
|--|
|  <p style="text-align: right;">Su1-HJ-O-c</p> |
| Gambar 4.30. Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Objek |

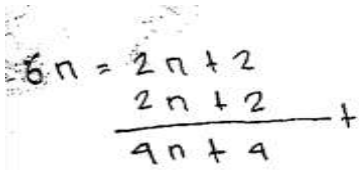
Adapun untuk menemukan rumus gambar ke- n pada bagian bawah, Su3 memulai dengan menulis banyak persegi pada bagian bawah gambar ke-1, sampai gambar ke-5. Dari informs yang telah didapat Su3 melakukan analisis sehingga menemukan hasil untuk gambar ke- n maka dapat dicari dengan rumus $G_n = 2n = 2$. Paparan tersebut diperoleh dari hasil jawaban Su3 sebagai berikut.



Su1-HJ-O-c.1

Gambar 4.31. Hasil Jawaban Su3 pada Soal Bagian ke-c.1 dalam Tahapan Objek

Dari beberapa paparan tersebut, dalam tahapan Proses Su3 menambah banyak persegi pada gambar ke- n bagian kiri dan kanan, dengan banyak persegi pada gambar ke- n bagian bawah, yaitu $(2n + 2) + (2n + 2) = 4n + 4$. Paparan tersebut dapat dilihat dari hasil kerja Su3 berikut.



Su1-HJ-O-c.2

Gambar 4.32. Hasil Jawaban Akhir Su3 pada Soal Bagian ke-c.2 dalam Tahapan Objek

Berikut merupakan petikan hasil *think aloud* dari Su3 dalam menyelesaikan soal bagian ke-c.

Su3-HT-9 : *“Persegi bagian kiri gambar satu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gambar dua perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalo gambar kelima berarti lima ditambah satu sehingga gambar ke- n menjadi n ditambah satu. bagian kanan juga sama. Karna n ditambah satu, n ditambah satu jadi ruas kiri dan kanan sama dengan $2n+2$. Persegi bagian ke-bawah atau bagian tengah, gambar bagian satu perseginya*

sama dengan empat, gambar dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bisa didapat dengan mengkalikan n dengan dua dan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”

Hal ini dipertegas dengan hasil wawancara Su3 berikut.

| | | |
|-----------|---|--|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su3-HW-13 | : | <i>Pada gambar persegi bagian kiri gambar satu itu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gambar dua perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalau gambar kelima berarti lima ditambah satu sehingga gambar ke-n menjadi n ditambah satu. Berlaku juga untuk bagian kanan. Karna $n+1$, $n+1$ jadi ruas kiri dan kanan kita rumuskan dengan $2n+2$. Sedangkan dengan persegi bagian bawah atau bagian tengah jika kita amati gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gambar dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bias didapat dengan mengkalikan n dengan duadan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”</i> |

Dari paparan data (Su3-HJ-O-b) terlihat bahwa Su3 menemukan rumus banyak persegi pada gambar ke- n . Paparan tersebut sesuai dengan (Su3-HT-9) dan (Su3-HW-13) mengacu pada papran tersebut dapat dikatakan bahwa (Su3-HJ-O-b) valid. Data yang sudah valid layak untuk dilakukan analisis.

2) Analisis Data Subjek Ketiga (Su3)

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, Su3 mencari gambar ke-5 dengan menambah banyak persegi bagian kiri dengan banyak persegi bagian kanan dan banyak persegi bagian bawah yaitu $6 + 6 = 12$, $12 + 12 = 24$. Paparan tersebut dapat terlihat pada (Su3-HJ-P-a.). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su3 mampu menentukan barisan bilangan yang terbentuk dari pola sebelumnya pada urutan barisan pola yang tidak terjangkau yaitu mencari gambar ke-5 (Su3-OG-1).*

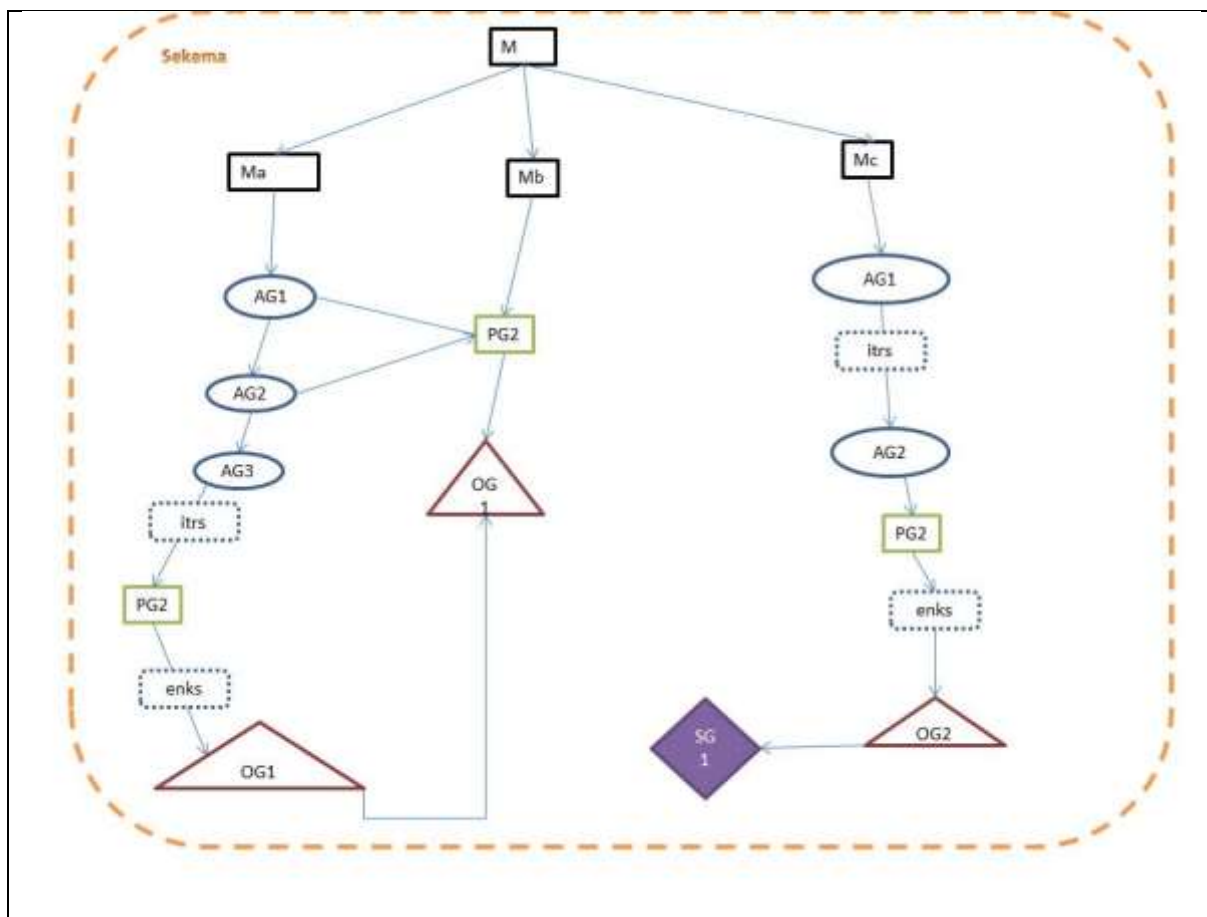
Dalam menentukan soal bagian ke-b. Su3 dapat menemukan banyak persegi pada gambar ke-13 yaitu 56 persegi. Hal tersebut dapat dilihat dari hasil jawaban Su3 (Su3-HJ-P-b). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su3 dapat menentukan barisan bilangan yang terbentuk dari pola sebelumnya pada urutan barisan pola yang tidak terjangkau yaitu mencari gambar ke-13 (Su3-OG-1).*

Dalam Proses penyelesaiannya Su3 menemukan jumlah persegi ke- n pada bagian kiri yaitu $G_n = n + 1$ begitu juga pada bagian kanan. Sehingga rumus untuk mencari banyak persegi pada bagian kiri dan kanan adalah $(n + 1) + (n + 1) = 2n + 2$. Adapun untuk menemukan rumus gambar ke- n pada bagian bawah, Su3 memulai dengan menulis banyak persegi pada bagian bawah gambar ke-1, sampai gambar ke-5. Dari informs yang telah didapat Su3 melakukan analisis sehingga menemukan hasil untuk gambar ke- n maka dapat dicari dengan rumus $G_n = 2n = 2$. Paparan tersebut diperoleh dari hasil jawaban Su3. , dalam tahapan Proses Su3 menambah banyak persegi pada gambar ke- n bagian kiri dan kanan, dengan banyak persegi pada gambar ke- n bagian bawah, yaitu $(2n + 2) + (2n + 2) = 4n + 4$. Dari

paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su3 dapat menemukan nilai dari objek pola urutan tak terjangkau yaitu rumus umum gambar ke- n (Su3-OG-2).*

d. Tahapan Skema dalam Berpikir Aljabar




Dalam menggeneralisasi pola, Su3 terlebih dahulu memahami soal. Su3 mencoba mempresentasikan suatu soal dengan cara membagi gambar soal generalisasi pola menjadi tiga kelompok. Setelah itu untuk menentukan banya persegi pada gambar selanjutnya Su3 terlebih dahulu mencari beda dari masing masing gambar. Setelah menemukan beda maka Su3 terlebih dahulu mencaari gambar ke-5 dengan cara menggambar persegi bagian kiri, kanan dan bawah. Maka dari itu, Su3 dapat menyelesaikan soal ke-a dengan benar. Dalam menyelesaikan soal ke-b, Su3 mengambil informasi dari cara penyelesaian bagian ke-a. Su3 mencoba memproses informasi tersebut sehingga dapat menyelesaikan soal ke-b. untuk mencari gambar ke- n , Su3 sudah memiliki informasi sebelumnya, dimana soal generalisasi pola tersebut setiap gambar persegi bagian kiri selalu brtambah satu persegi begitupun bagian kanan. Pada bagian ke-bawah persegi selalu bertambah dua. Sehingga rumus untuk persegi bagian kiri dan kanan adalah $2n+2$, sedangkan rumus umum persegi bagian ke-bawah juga $2n+2$. Sehingga Su3 menemukan hasil bahwa rumus umum ke- n dari soal generalisasi pola tersebut adalah $4n+4$. Berikut merupakan gambar dari struktur berpikir Su3.







Gambar 4.33. Setruktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su3

Keterangan.

Tabel 4.3 Koding dan Keterangan Su3

| KODE | KETERANGAN |
|---|---------------------------------|
| M | Masalah/soal |
| Ma,Mb,Mc | Masalah bagian ke-a, ke-b, ke-c |
|  | Aksi |
|  | Proses |
|  | Objek |

| | |
|---|---|
| Skem/  | Skema |
| Intrs | Interiorisasi |
| Enks | Enkapsulasi |
| Dnkp | De-enkapsulasi |
|  | Urutan aktivitas satu arah, koordinasi |
|  | Saling hubung (ditambah) |
|  | Garis keterhubungan tidak lansung |

Proses berpikir Su3 dimulai dengan beberapa Aksi yang dimediasi oleh gambar. Su3 menginteriorisasi beberapa Aksi ke Proses yang secara dominan dimediasi oleh gambar dan simbol. Su3 mengenkapsulasi Proses menjadi Objek lebih dominan menggunakan gambar dan simbol, selanjutnya berada pada Skema sebagai hasil menggeneralisasi. Semua tahap APOS dimiliki oleh Su3 dalam menggeneralisasi pola. Penyajian terjadinya APOS dalam berpikir aljabar Su2 dapat dilihat seperti Gambar 4.31.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a Su3 cenderung melakukan aksi, yaitu Memahami permasalahan yaitu mengetahui dan mempresentasikan apa yang ditanyakan dalam soal, kemudian memperhatikan struktur dimana Su3 mengetahui dan mempresentasikan apa yang diketahui dalam soal, dan mempelajari perubahan generalisasi yaitu mampu menentukan perbedaan dan kesamaan dalam soal. Namun hal itu tidak dilakukan dalam menyelesaikan soal bagian ke-b. namun dilakukan kembali saat menentukan soal bagian ke-c yaitu mencari banyak persegi pada gambar

Ke-n. Setelah melakukan aksi yang panjang, Su3 menginteriorisasi ke dalam tahapan Proses dengan baik. Su3 dapat menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau yaitu pola gambar ke-4 sampai ke-5. Dari tahapan Proses yang lengkap Su3 sehingga dapat menemukan Objek. Kemudian untuk Menentukan aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau yaitu pola gambar ke-13, Su3 menggunakan Skema yang sama sebelumnya seperti saat menemukan banyak persegi pada gambar ke-5. Dari proses tersebut Su3 dapat menemukan banyak persegi pada gambar ke-13.

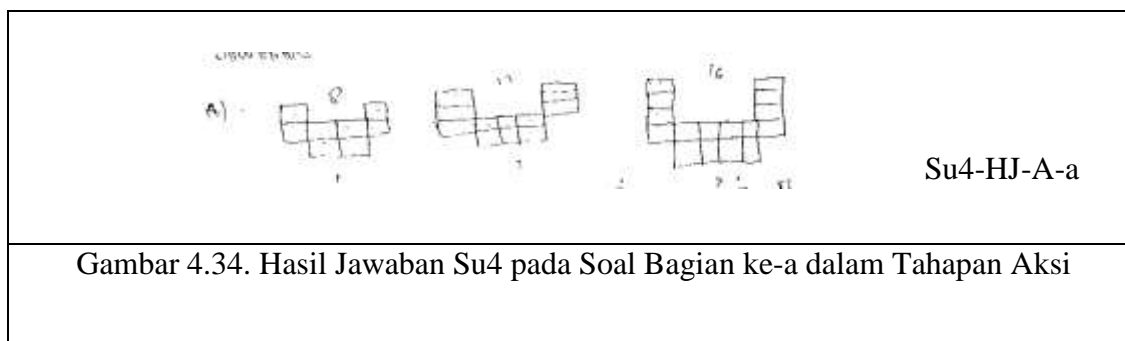
Dalam menemukan banyak gambar atau rumus umum gambar ke-n. Su3 kembali melakukan aksi sederhana, yaitu memnulis kembali apa yang diketahui, dan menganalisis perbedaan soal. Dari hal tersebut Su3 mengoprasikan informasi yang diperoleh ke dalam bentuk aljabar. Bebrapa aktifitas berpikir dilakukan oleh Su3 sehingga dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke-n yang dimanani hal tersebut dapat dikatakan sebagai tahapan Objek. Dari beberapa paparan tersebut Su3 melakukan tahapan berpikir APOS secara lengkap yang dimana Su3 cenderung dominan melakukan tahap Aksi. Dalam aktivitas berpikir aljabar, Su3 memenuhi beberapa indikator aktivitas berpikir aljabar yang dominan pada aktivitas generalisasi. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su3 dapat menentukan rumus umum aturan pola yang telah diberikan dengan mengaitkan dengan Aksi, Proses Objek dan Skema lainnya dalam menyelesaikan soal generalisasi pola.*

2. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Keempat (Su4)

a. Tahapan Aksi dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek keempat (Su4)

Dalam menyelesaikan soal bagian ke- a dalam tahapan Aksi, adapun jawaban tes Su4 sebagai berikut.



Gambar 4.34. Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Aksi

Adapun paparan tersebut diperjelas dari hasil *think aloud* Su4 sebagai berikut.

Su4-HT-1 : *Gamabarsatu seperti ini, gambar dua sama, gambar tiga juga sama, ohh ya Cuma beda kotaknya saja ya(sembari menggambar), ohh bagian sini ada kotak satu keatas, disini ada empat, enam delapan berarti nambah dua, berarti selanjutnya disisni sepuluh.*

Adapun petikan hasil wawancara peneliti dengan Su4 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Dalam menyelesaikan soal ini apa saja informasi yang kamu dapatkan ?</i> |
| Su4-HW-1 | : | <i>Pertama adalah saya melihat gambar pertama, kedua dan ketiga, kemudian menghitung banyak persegi pada gambar pertama, kedua dan ketiga.</i> |

| | | |
|----------|---|--|
| P : | : | <i>Setelah itu apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su4-HW-2 | : | <i>yang saya lakukan adalah menggambar ulang soalnya kak, dan melanjutkan gambarnya sampai gambar ke 5</i> |

Dari paparan data (Su4-HJ-A-a) terlihat bahwa Su3 menulis apa yang diketahui dan yang ditanyakan dalam soal. Paparan tersebut sesuai dengan (Su3-HT-1) dan (Su3-HW-2), mengacu pada papran tersebut dapat dikatakan bahwa (Su3-HJ-A-a) memiliki kemiripan data dengan (Su3-HT-1) dan (Su3-HW-2), maka dapat dinyatakan bahwa (Su3-HJ-A-a) valid. Data yang sudah valid layak untuk dilakukan analisis.

2) Analisis Data Subjek Keempat (Su4)

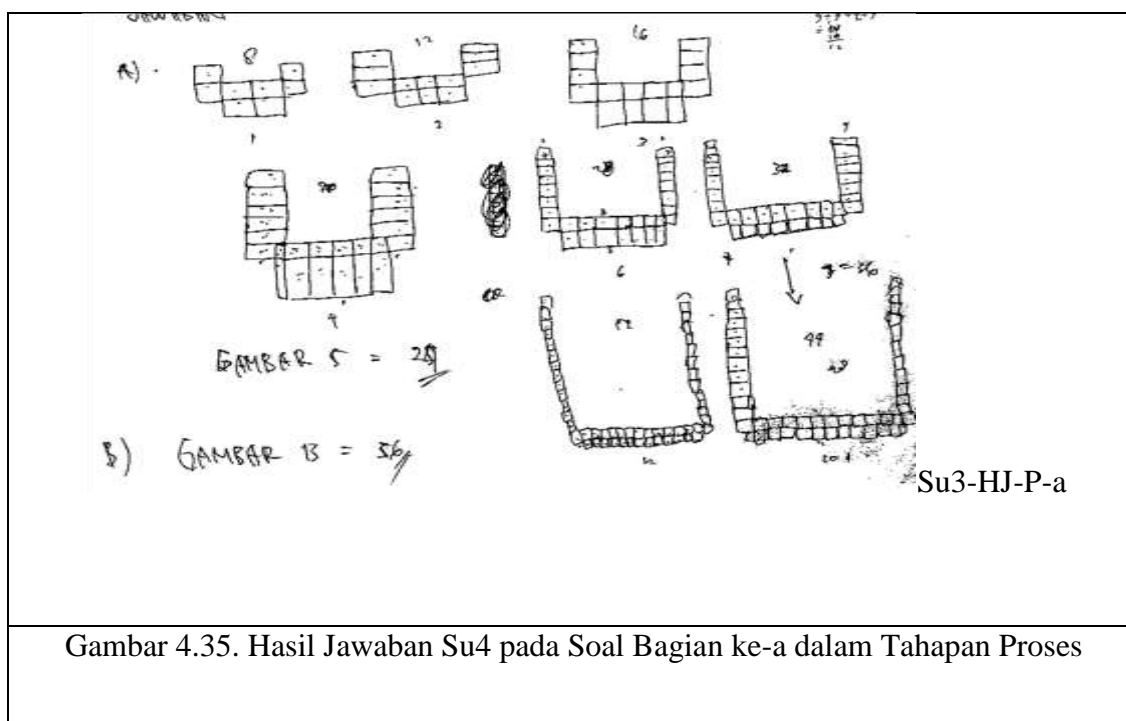
Proses berpikir aljabar yang dimiliki oleh Su4 diawali dengan proses Aksi, yaitu dalam menyelesaikan soal bagian ke-a Su4 mencoba memahami masalah generalisasi pola dengan cara mengamati dan menganalisis gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Setelah melakukan analisis Su4 menulis apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal yaitu banyak persegi pada gambar ke-1 = 8, gambar ke-2 = 12, gambar ke-3 = 16. Dan yang ditanya gambar ke-5 (lihat Su4-HJ-A-a). dilihat dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa Su4 dapat mengetahui dan menunjukkan apa yang diketahui dan yang diinginkan soal (Su4-AG-1). Dilihat dari (Su4-HJ-A-a) Su4 dapat menentukan beda dari soal generalisasi pola yaitu 4. Dari hal ini peneliti berpendapat bahwa Su4 menentukan beda atau selisih barisan dan deret yang terbentuk dari pola (Su4-AG-2).

Dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke-13, Su4 tidak melakukan tahapan aksi. Su4 hanya melakukan tahapan Aksi pada awal mengerjakan soal generalisasi pola dimana Aksi yang pertama dilakukan digunakan sebagai informasi selanjutnya dalam melakukan proses menyelesaikan soal generalisasi pola.

b. Tahapan Proses dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek keempat (Su4)

Langkah awal yang dilakukan Su4 dalam menyelesaikan soal ke-b adalah dengan menggambar persegi banyak persegi dari gambar pertama sampai ke lima. Adapun hasil kerja Su4 pada bagian ke-a



Gambar 4.35. Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses

Pernyataan tersebut diperjelas dari hasil *think aloud* Su4, berikut merupakan petikan *think aloud* dari Su4.

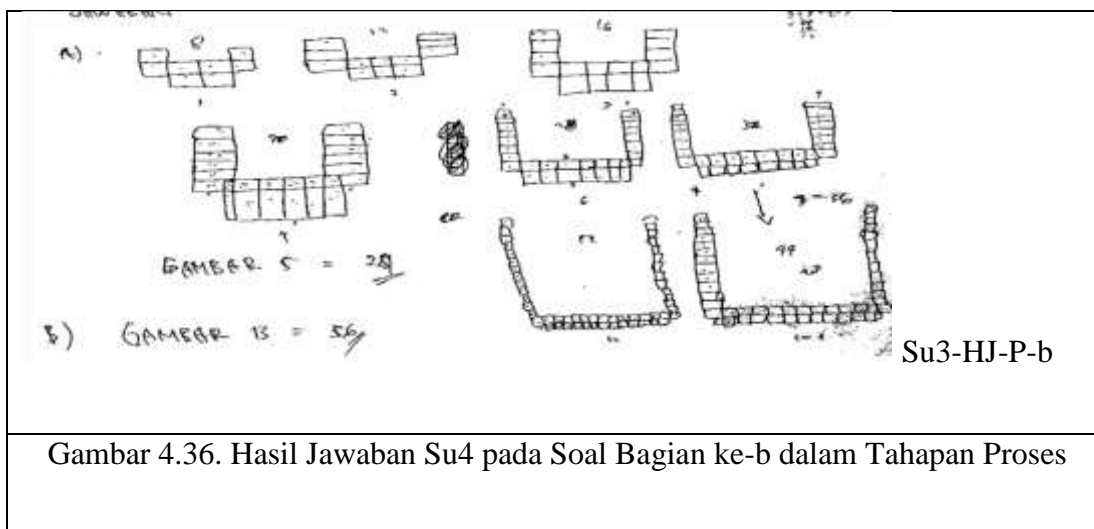
Su4-HT-2 : *“Gamabar satu seperti ini, gambar dua sama, gambar tiga juga sama, ohh ya Cuma beda kotaknya saja ya(sembari menggambar), ohh bagian sini ada kotak satu keatas, disini ada empat, enam delapan berarti nambah dua, berarti selanjutnya disini sepuluh..”*

Hal ini dipertegas dari hasil wawancara yang dilakukan peneliti dengan Su4 berikut.

| | | |
|---------|---|--|
| P | : | <i>Setelah itu apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su4HW-3 | : | <i>yang saya lakukan adalah menggambar ulang soalnya kak, dan melanjutkan gambarnya sampai gambar ke 5</i> |

Penambahan banyak persegi pada gambar yang telah ditemukan tersebut, digunakan oleh Su4 sebagai acuan untuk mencari jumlah persegi pada gambar berikutnya, terutama gambar yang dekat seperti gambar ke-5. Dari paparan data (Su4-HJ-P-a) terlihat bahwa Su3 dalam menemukan banyak persegi pada gambar ke lima melakukan generalisasi secara sederhana. Paparan tersebut sesuai dengan (Su3-HT-2) dan (Su3-HW-3), mengacu pada paparan tersebut dapat dikatakan bahwa (Su3-HJ-P-a) memiliki kemiripan data dengan (Su3-HT-2) dan (Su3-HW-3), maka dapat dinyatakan bahwa (*Su3-HJ-P-a*) valid. Data yang sudah valid layak untuk dilakukan analisis.

Dalam menyelesaikan soal ke-b, Su4 melanjutkan gambar dari gambar ke-5 sampai gambar ke-8. Adapun hasil kerja Su4 pada bagian 1b sebagai berikut.



Gambar 4.36. Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses

Berikut merupakan kutipan *think aloud* dari Su4

Su4-HT-3 : “gambar ke-5, gambar ke-6, kemudian gambar ke-7, (sambil menggambar) gambar kedelapan disini bertambah satu, disini bertambah satu, disamping bertambah dua, jadinya bertambah empat, jadi gambar selanjutnya bertambah empat.”

Adapun hasil petikan wawancara dengan Su4 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Apa kesulitan yang kamu alami dalam menyelesaikan soal ini ?</i> |
| Su4-HW-4 | : | <i>Bagian ke-b kak, gambarnya terlalu banyak jadi lama-lama pusing jadi saya tulis pake angka.</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b Su4 mengalami kesulitan. Dalam menyelesaikan soal ke-b, Su4 melanjutkan gambar dari gambar ke-5 sampai gambar ke-8. Su4 menulis banyak persegi pada gambar ke-5 kemudian Su4 baru menulis menggunakan angka. Dimana masing masing gambar ditambah dengan empat persegi sehingga Su4 dapat menemukan gambar ke-13. Untuk menemukan banyak persegi pada gambar ke- n Su4 mengalami kesulitan. Su4 tidak bisa menyelesaikan masalah generalisasi bagian ke-c. Su4 mengaku tidak mengerti maksud dari soal yang dihadapi

dan tidak bisa melanjutkan untuk pekerjaannya untuk mencari gambar *ke-n*. adapun hasil *think aloud* Su4 sebagai berikut

Su4-HT-4 : *“Tentukan gambar ke-n?, ini maksudnya apa kak? Saya kurang mengerti maksudnya,*

Adapun hasil petkan wawancara dengan Su4 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Apa kesulitan yang kamu alami dalam menyelesaikan soal ini</i> |
| Su4-HW-5 | : | <i>Bagian ke-b kak, gamabrnya terlalu banyak jadi lama-lama pusing jadi saya tulis pake angka.</i> |
| P | : | <i>Selain itu</i> |
| Su4-HW-6 | : | <i>Dibagian ke-c saya tidak mengerti maksud dari gambar ke-n. dan saya tidak bisa mencarinya, bingung kak.</i> |

Dalam tahapan Proses dari (Su4-HJ-P-b) dapat dilihat bahwa Su4 menyelesaikan soal dengan cara menggambar persegi sesuai dengan banyaknya. Namun Su4 kesulitan menemukan banyak persegi pada gambar ke-13 dan tidak dapat menemukan rumus suku ke-n, paparan ini sesuai dengan (Su4-HT-4) dan (Su4-HW-5), (Su4-HW-6). Mengacu pada paparan tersebut bahwa terdapat kesamaan data antara (Su4-HJ-P-b), (Su4-HT-4) dan (Su4-HW-4) maka dapat dikatakan bahwa (*Su4-HJ-P-b*) valid. Maka data valid layak untuk dilakukan analisis.

2) Analisis Data Subjek Keempat (Su4)

Subjek Su4 dalam menyelesaikan soal tes generalisasi pola mencoba memahami soal generalisasi pola dengan melihat bentuk gambar ke-1, ke-2 dan ke-3 dari soal tersebut dengan teliti (lihat Su4-HT-1). Su4 menyelesaikan soal bagian ke-a

cara menghitung terlebih dahulu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Dari hasil jawaban (Su4-HJ-P-a) dapat dilihat bahwa Su4 menyelesaikan soalbagian ke-a dengan benar. Untuk mencari gambar keempat, Su4 menambah banyak persegi pada gambar ketiga dengan beda. Pada gambar ke tiga terdapat 16 peregi ditambah dengan beda yaitu 4. Maka pada gambar ke-4 banyak persegi $16 + 4 = 20$. Hal tersebut berlaku untuk mencari gambar kelima yaitu gambar ke-4 ditambah beda yaitu 4. Gambar ke-5 = $20+4=24$. Su4 mencoba mempresentasikan pemahamannya dengan bentuk gambar, dimana Su4 menggambar kembali soal ke dalam lembar jawaban lalu melanjutkan gambar tersebut untuk menemukan gambar berikutnya. Adapun hasil kerja Su4 pada (Su4-HJ-P-a). Penambahan banyak persegi pada gambar yang telah ditemukan tersebut, digunakan oleh Su4 sebagai acuan untuk mencari jumlah persegi pada gambar berikutnya, terutama gambar yang dekat seperti gambar ke-5. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su4 dapat menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau yaitu pola gambar ke-4 sampai ke-5 (Su1-PG-1)*.

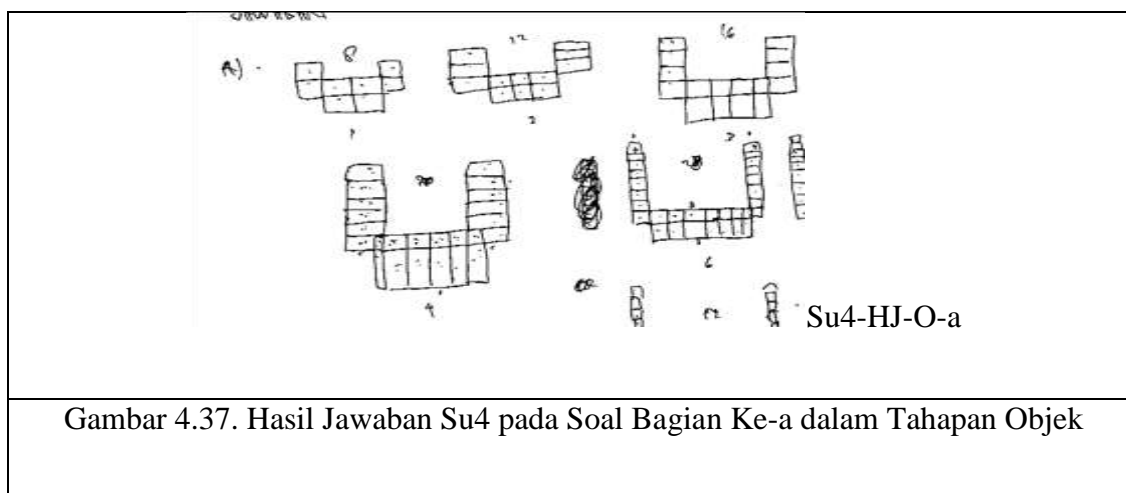
Dari beberapa informaasi yang telah didapatkan, su4 mengalami kesulitan dalam mencari gambar ke-13. Su4 melanjutkan gambar dari gambar ke-5 sampai gamar ke-8 menggunakan gambar (lihat Su4-HJ-P-a), kemudian su4 baru menulis menggunakan angka setelah mengetahui pola yang tercipta dari gambar tersebut (lihat Su4-HW-4). Dimana masing masing gambar ditambah dengan empat persegi sehingga Su4 dapat menemukan gambar ke-13. Adapun hasil kerja Su4 pada (Su4-HJ-P-b). dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su4 dapat menentukan*

aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau yaitu pola gambar ke-13 (Su4-PG-2). Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c yaitu menentukan banyak persegi pada gambar ke-n Su4 tidak bias menyelesaikan persoalan tersebut. Paparan ini dapat dilihat pada (Su4-HT-4) dan (Su4-HW-6).

c. Tahapan Objek dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek keempat (Su4)

Adapun hasil jawaban Su4 dalam menemukan Objek pada soal bagian ke-a sebagai berikut.



Gambar 4.37. Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian Ke-a dalam Tahapan Objek

Pernyataan tersebut diperjelas dari hasil *think aloud* Su4, berikut merupakan petikan *think aloud* dari Su4.

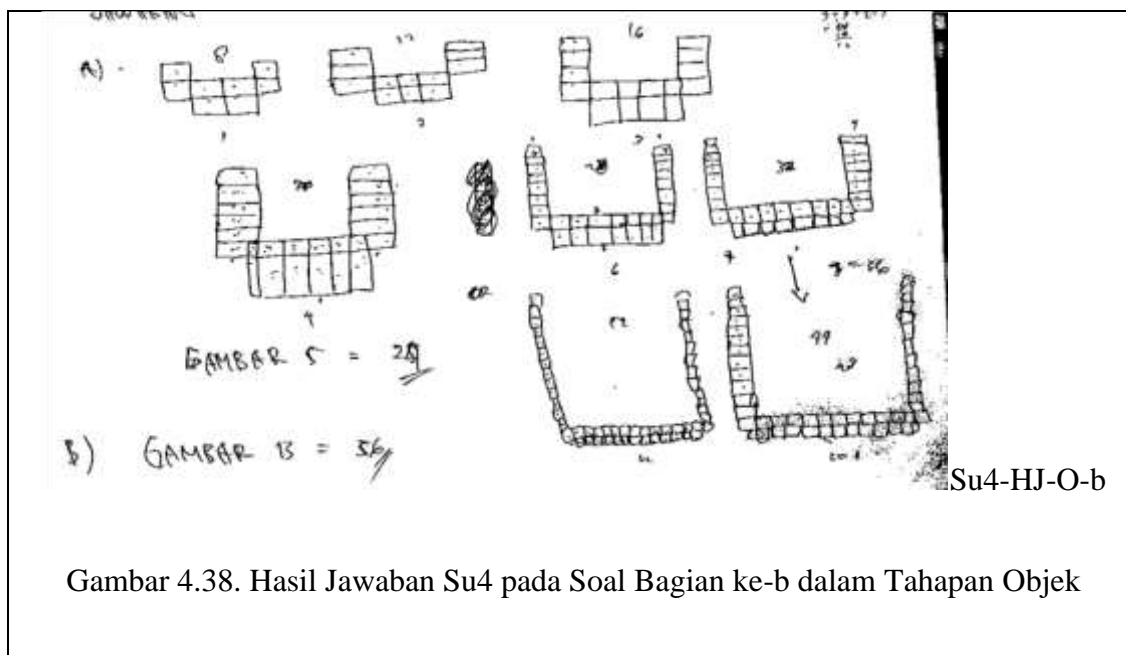
Su4-HT-5 : *“Gamabar satu seperti ini, gambar dua sama, gambar tiga juga sama, ohh ya Cuma beda kotaknya saja ya(sembari menggambar), ohh bagian sini ada kotak satu keatas, disini ada empat, enam delapan berarti nambah dua, berarti selanjutnya disini sepuluh..”*

Hal ini dipertegas dari hasil wawancara yang dilakukan peneliti dengan Su4 berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Setelah itu apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su4-HW-7 | : | <i>yang saya lakukan adalah menggambar ulang soalnya kak, dan melanjutkan gambarnya sampai gambar ke 5</i> |

Dari paparan data (Su4-HJ-O-a) terlihat bahwa Su4 menemukan jawaban banyak persegi pada gambar kelima yaitu 24.. Paparan tersebut sesuai dengan (Su4-HT-5) dan (Su4-HW-7), mengacu pada papran tersebut dapat dikatakan bahwa (Su4-HJ-O-b) memiliki kemiripan data dengan (Su4-HT-5) dan (Su4-HW-7), maka dapat dinyatakan bahwa (Su4-HJ-O-a) valid. Data yang sudah valid layak untuk dilakukan analisis.

Dalam menentukan soal bagian ke-b, Su4 dapat mengenkapsulasi tahapan Proses ke dalam objek dengan menemukan banyak persegi pada gambar ke-13. Adapun hasil jawaban Su4 dalam menyelesaikan soal bagian ke-b adalah sebagai berikut.



Gambar 4.38. Hasil Jawaban Su4 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Objek

Berikut merupakan kutipan think aloud dari Su4

Su4-HT-6: *“gambar ke-5, gamabr ke-6, kemudian gambar ke-7, (sambil menggambar) gamabr kedelapan disinibertambah satu, disini bertambah satu, disamping bertambah dua, jadinya bertambah empat, jadi gambar selanjutnya bertambah empat.”*

Adapun hasil petikan wawancara dengan Su4 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Apa kesulitan yang kamu alami dalam menyelesaikan soal ini</i> |
| Su4-HW-8 | : | <i>Bagian ke-b kak, gamabrnya terlalu banyak jadi lama-lama pusing jadi saya tulis pake angka.</i> |
| P | : | <i>Berapa hasil dari soal ke-b</i> |
| Su4-HW-9 | : | <i>56 kak</i> |

Dari paparan data (Su4-HJ-O-b) terlihat bahwa Su4 menemukan jawaban banyak persegi pada gambar ke-13 yaitu 56. Paparan tersebut sesuai dengan (Su4-HT-7), (Su4-HW-8) dan (Su4-HW-9), mengacu pada papran tersebut dapat dikatakan bahwa (Su4-HJ-O-b) memiliki kemiripan data dengan (Su4-HT-7) dan (Su4-HW-8),

dan (Su4-HW-9), maka dapat dinyatakan bahwa (*Su4-HJ-O-b*) valid. Data yang sudah valid layak untuk dilakukan analisis.

Untuk menemukan banyak peregi pada gambar ke-*n* Su4 mengalami kesulitan. Su4 tidak bisa menyelesaikan masalah generalisasi bagian ke-*c*. su4 mengaku tidak mengerti maksud dari sola yang dihadapi dan tidak bisa melanjutkan untuk pekerjaanya untuk mencari gambar ke-*n*. adapun hasil *think aloud* Su4 sebagai berikut.

Su4-HT-7 : *“Tentukan gambar Ke-n?, ini maksudnya apa kak? Saya kurang mengerti maksudnya,*

Adapun hasil petkan wawancara dengan Su4 sebagi berikut.

| | | |
|-----------|---|--|
| P | : | <i>Apa kesulitan yang kamu alami dalam menyelesaikan soal ini</i> |
| Su4-HW-9 | : | <i>Bagian ke-b kak, gambarnya terlalu banyak jadi lama-lama pusing jadi saya tulis pake angka.</i> |
| P | : | <i>Selain itu</i> |
| Su4-HW-10 | : | <i>Dibagian ke-c saya tidak mengerti maksud dari gambar ke-n. dan saya tidak bisa mencarinya, bingung kak.</i> |

Dari paparan tersebut dapat dapat dinyatakan Su4 belum dapat menemukan Objek dalam menyelesaikan soal bagian ke-*c*.

2) Analisis Data Subjek Keempat (Su4)

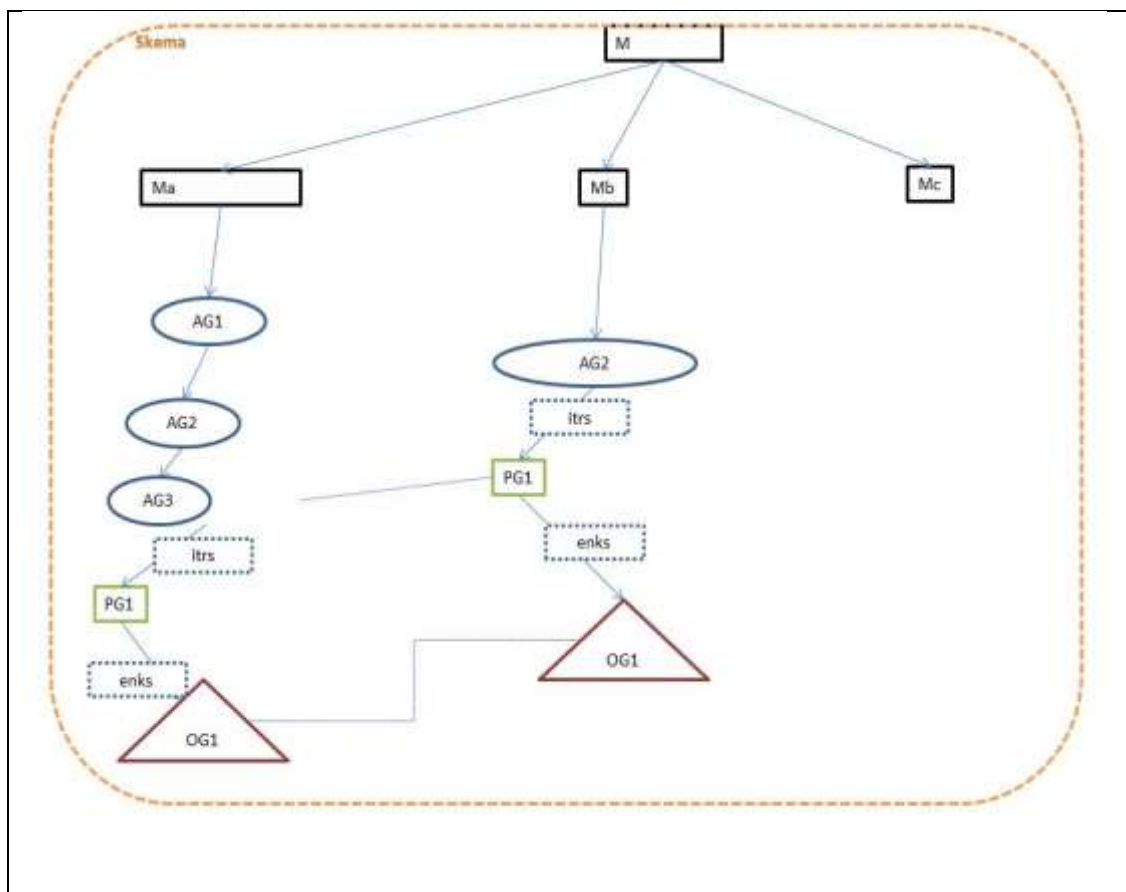
Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola bagian ke-*a* Su4 melakukan aksi dengan baik, namun kesulitan dalam menemukan objek pola pada urutan yang tidak terjangkau yang mengakibatkan Su4 kesulitan mengenkapsulasi tahapan Proses ke

dalam Objek (lihat Su4-HW-5). Su4 menyelesaikan soal bagian ke-a cara menghitung terlebih dahulu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Dari hasil jawaban (Su4-HJ-P-a) dapat dilihat bahwa Su4 menyelesaikan soal bagian ke-a dengan benar. Untuk mencari gambar keempat, Su4 menambah banyak persegi pada gambar ketiga dengan beda. Pada gambar ke tiga terdapat 16 persegi ditambah dengan beda yaitu 4. Maka pada gambar ke-4 banyak persegi $16 + 4 = 20$. Hal tersebut berlaku untuk mencari gambar kelima yaitu gambar ke-4 ditambah beda yaitu 4. Gambar ke-5 = $20+4=24$ (lihat Su4-HJ-O-a). dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su4 dalam menyelesaikan soal bagian ke-a dapat mengenkapsulasi tahapan Proses ke dalam Objek dengan menentukan banyak nilai dari objek terdekat seperti banyak persegi pada gambar ke-5 (Su4-OG-1).*

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, su4 mengalami kesulitan. Namun Su4 dapat menemukan banyak persegi pada gambar ke-5 dengan tepat (lihat Su4-HJ-O-b). Su4 menyelesaikan soal bagian ke-b dengan melanjutkan gambar dari gambar ke-5 sampai gambar ke-8 menggunakan gambar (lihat Su4-HJ-O-a), kemudian su4 baru menulis menggunakan angka setelah mengetahui pola yang tercipta dari gambar tersebut (lihat Su4-HW-4). Dimana masing masing gambar ditambah dengan empat persegi sehingga Su4 dapat menemukan gambar ke-13. Adapun hasil kerja Su4 pada (Su4-HJ-O-b). dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su4 dalam menyelesaikan soal bagian ke-a dapat mengenkapsulasi tahapan Proses ke dalam Objek dengan menentukan banyak nilai dari objek terdekat seperti banyak persegi pada gambar ke-5 (Su4-OG-1).*

d. Tahapan Skema dalam Berpikir Aljabar





Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola. Su4 pertama mencoba memahami masalah dengan mengidentifikasi persamaan dan perbedaan. Setelah itu Su4 mencoba mempresentasikan masalah dengan menulis ulang soal yang diberikan ke dalam lembar jawaban. Setelah menulis ulang soal dengan cara menggambar ulang soal generalisasi pola, su4 mencoba mengidentifikasi perubahan pada soal generalisasi pola kemudian su4 dapat menentukan pola berikutnya dari informasi yang telah didapatkan. untuk menentukan aturan banyak Objek pola pada urutan yang tidak terjangkau Su4 mengalami kesulitan namun mampu menyelesaikan soal dengan tepat. Sedangkan untuk menentukan rumus umum aturan pola, Su4 tidak mampu menyelesaikannya. Su4 mengalami kebingungan dan memutuskan untuk tidak melanjutkan menyelesaikan soal generalisasi pola. Adpaun struktur berpikir Su4 dapat dilihat sebagai berikut.






Gambar 4.39. Setruktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su4.

Keterangan.

Tabel 4.4 Koding dan Keterangan Su4

| KODE | KETERANGAN |
|--|---------------------------------|
| M | Masalah/soal |
| Ma,Mb,Mc | Masalah bagian ke-a, ke-b, ke-c |
|  | Aksi |
|  | Proses |
|  | Objek |
| Skm/  | Skema |

| | |
|---|---|
| Intrs | Interiorisasi |
| Enks | Enkapsulasi |
| Dnkp | De-enkapsulasi |
|  | Urutan aktivitas satu arah, koordinasi |
|  | Saling hubung (ditambah) |
|  | Garis keterhubungan tidak lansung |

Proses berpikir Su4 dimulai dengan beberapa Aksi yang dimediasi oleh gambar. Su4 menginteriorisasi beberapa Aksi ke Proses yang secara dominan dimediasi oleh gambar dan simbol. Dalam menyelesaikan soal bagaian ke-a Su4, melakukan aksi dengan sempurna yaitu dengan mempresentasikan apa yang diketahui dan di tanyakan dalam soal (AG1). Selain itu Su4 dapat menemukan selisih atau perbedaan dan kesamaan yang terbentuk dari pola (AG2). Selanjutnya Su4 dapat menentukan banyak persegi pada gambar terdekat yaitu menentukan banyak persegi pada gambar Ke-4 (AG3). Dari pparan tersebut Su4 dapat disimpulkan Su4 melakukan tahapan aksi dengan sempurna namun tahapan aksi hanya dilakukan sekali yaitu hanya dalam menentukan banyak persegi pada gambar yang dekat. Dalam menentukan banyak persegi pada gambar yang tak terjangkau Su4 mengambil informasi dari tahapan aksi sebelumnya. Dalam mengenkapsulasi Proses menjadi Objek lebih dominan menggunakan gambar dan simbol, Su4 hanya dapat menemukan objek pada soal bagian ke-a dan ke-b yaitu menemukan pola pada urutan yang terdekat sehingga tahapan objek tidak sempurna. selanjutnya berada pada

Skema sebagai hasil menggeneralisasi. Dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola semua tahap APOS. Dalam menyelesaikan masalah bagian ke-c Su4 tidak dapat menjawab dengan sempurna. Dari paparan tersebut dapat disimpulkan proses berpikir aljabar Su4 dalam menyelesaikan soal generalisasi pola cenderung pada aktivitas generalisasi. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su4 dapat menentukan rumus umum aturan pola yang telah diberikan dengan mengaitkan dengan Aksi, Proses Objek dan Skema lainnya dalam menyelesaikan soal generalisasi pola (Su4-SG-1)*. Namun masih belum dapat memenuhi semua indikator proses berpikir aljabar jika dilihat dari APOS. Su4 hanya memenuhi beberapa indikator, hal ini dikarenakan Su4 tidak bisa menyelesaikan soal generalisasi dengan baik.

C. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar dalam Menggeneralisasi Pola Secara Simbolik

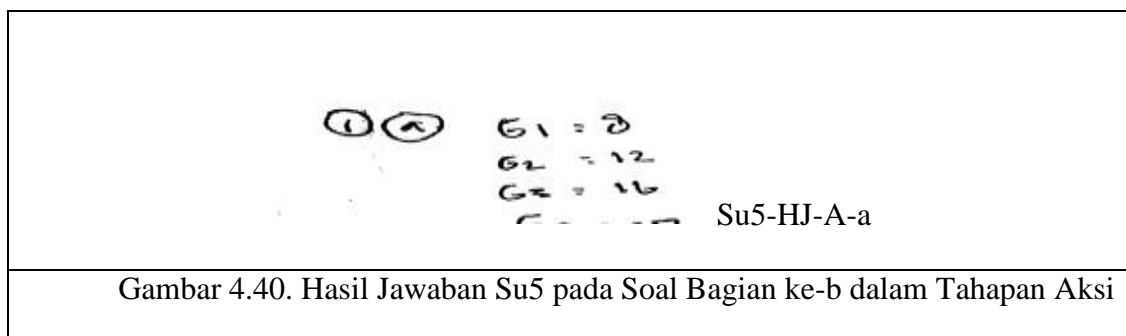
Peserta didik yang menjadi subjek pada katagori berpikir aljabar secara faktual adalah Su5 dan Su6

1. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Kelima (Su5)

a. Tahapan Aksi dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek kelima (Su5)

Langkah awal yang dilakukan Su5 dalam menyelesaikan soal adalah dengan menghitung dan menulis terlebih banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Pernyataan tersebut diperoleh dari hasil tes berikut.



Gambar 4.40. Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Aksi

Pernyataan tersebut diperoleh dari hasil *think aloud* Su5, berikut merupakan petikan *think aloud* dari Su5.

Su5-HT-1 : “Gambar satu banyak persegi ada delapan, gambar dua ada dua belas, gambar tiga ada enam belas. Setiap gambar bertambah empat persegi, satu di kiri, satu di kanan dan dua di bawah, jadi bedanya empat.”

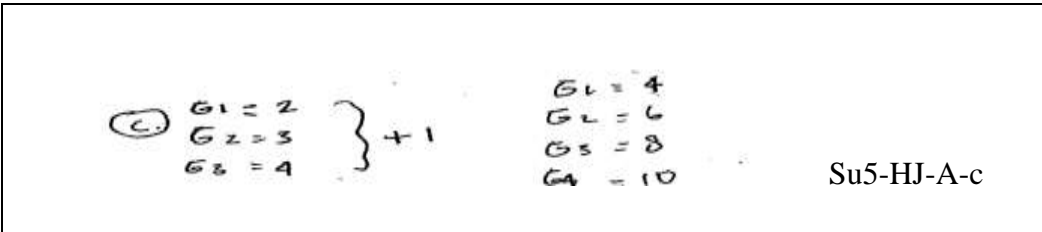
Dalam menyelesaikan soal ke-a Su5 menemukan beda dari pola yaitu jumlah persegi pada setiap gambar selalu bertambah empat. Hal ini dipertegas dari hasil wawancara yang dilakukan peneliti dengan Su5 berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Dalam menyelesaikan soal ini apa saja informasi yang kamu dapatkan ?</i> |
| Su5-HW-1 | : | <i>Pertama adalah saya menghitung banyak persegi pada gambar pertama, kedua dan ketiga. Dan menemukan perbedaannya</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data (Su5-HJ-A-a), (Su5-HT-1) dan (Su5-HW-1) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil

think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su5-HJ-A-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b Su5 tidak melakukan tahapan Aksi yang lengkap hanya menulis yang ditanyakan yaitu suku ke 13 ?. Namun Su5 kembali melakukan tahapan Aksi pada soal bagian ke-c. adapun hasil Su5 dalam menyelesaikan soal bagian ke-c dalam tahapan Aksi sebagai berikut.

| |
|--|
|  |
| Gambar 4.41. Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Aksi |

Berikut petikan hasil *think aloud* dari Su5.

Su5HT-2 : “Gambar satu banyak persegi ada delapan, gambar dua ada dua belas, gambar tiga ada enam belas. Setiap gambar bertambah empat persegi, jadi bedanya empat. Yang ditanya gambar kelima.

Dari hasil jawaban (Su5-HJ-A-c) dan *think aloud* (Su5-HT-2) dapat dilihat bahwa Su5 menulis apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal. Yaitu jumlah persegi pada masing-masing gambar dan yang ditanyakan berupa jumlah persegi pada gambar ke-5. Selain itu Su5 juga menemukan beda dari masing-masing gambar. Paparan tersebut diperjelas dari hasil wawancara sebagai berikut.

| | | |
|---|---|-------------------------------------|
| P | : | Setelah itu apa yang kamu lakukan ? |
|---|---|-------------------------------------|

| | | |
|----------|---|---|
| Su5-HW-2 | : | <i>Yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah perseginya ada delapan, gambar yang kedua ada dua belas persegi, digambar ketiga ada enam belas persegi, beda dari masing-masing persegi adalah empat persegi.</i> |
|----------|---|---|

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data (Su5-HJ-A-c), (Su5-HT-2) dan (Su5-HW-2) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su5-HJ-A-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Kelima (Su5)

Langkah awal yang dilakukan Su5 dalam menyelesaikan soal adalah dengan menghitung terlebih dahulu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Dalam melakukan Aksi Su1 menulis diketahui gambar ke-1 = 8, gambar ke-2 = 12, gambar ke-3 = 16, (lihat Su5-HJ-A-a, Su5-HT-1, Su4-HW-2). Penambahan banyak persegi pada gambar yang telah ditemukan tersebut, digunakan oleh Su5 sebagai acuan untuk mengidentifikasi perubahan pada soal generalisasi pola yang diberikan sekaligus sebagai acuan mencari jumlah persegi pada gambar berikutnya, terutama gambar yang dekat seperti gambar ke-5. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su5 memahami permasalahan (mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang ditanyakan dalam soal) (Su5-AMG-1). dan dapat memperhatikan struktur (mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang diketahui dalam soal) (Su5-AMG-2).*

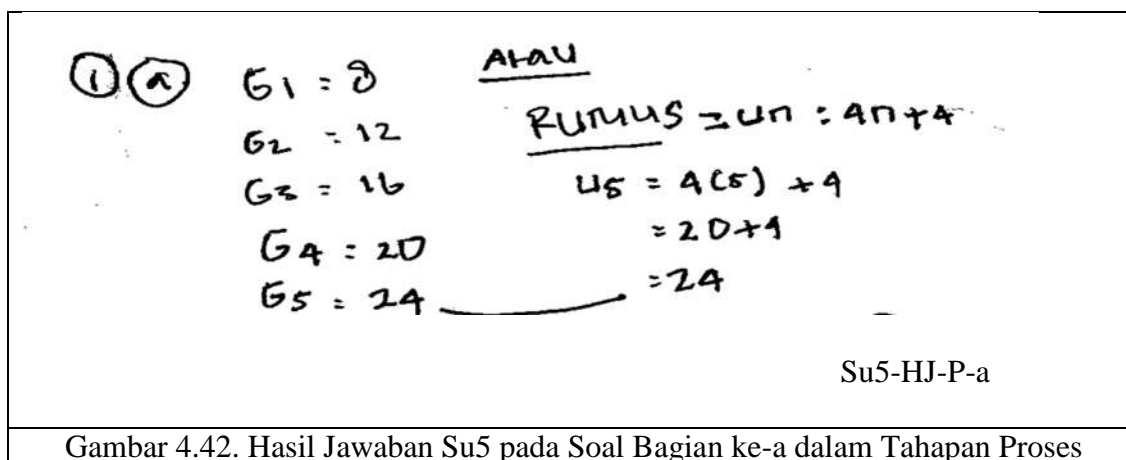
Sebelum menyelesaikan soal bagian ke-b, Su5 terlebih dahulu mencari banyak gambar ke-n untuk memudahkannya nanti dalam menemukan banyak persegi pada

gambar yang tidak terjangkau. Su5 melakukan Aksi yaitu dengan mempelajari perubahan generalisasi yaitu menentukan perbedaan banyak persegi pada bagian kiri dan kanan persegi gambar ke-1, ke-2, dan ke-3. Dimana Su5 menulis persegi gambar ke-1 atau $g_1=2$, $g_2 = 3$, dan $g_3 = 4$. Setelah itu Su5 menentukan banyak persegi pada bagian bawah gambar ke-1, ke-2, dan ke-3, yaitu $g_1=4$, $g_2=6$, $g_3=8$ (lihat pada Su5-HJ-A-a). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su5 dapat memperhatikan struktur (mampu mengetahui dan mempresentasikan apa yang diketahui dalam soal) (Su5-AMG-2).*

b. Tahapan Proses dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek keempat (Su4)

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, Su5 menginteriorisasi tahapan Aksi ke Proses dengan melakukan operasi aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola yaitu menentukan banyak persegi pada gambar ke-4 dan ke-5, Adapun hasil tes Su5 pada lembar jawaban sebagai berikut.



The image shows handwritten mathematical work. On the left, there are two circled numbers, 1 and 2. To their right, a sequence of terms is listed: $G_1 = 2$, $G_2 = 12$, $G_3 = 16$, $G_4 = 20$, and $G_5 = 24$. To the right of this list, the word "ATAU" is written above the formula $RUMUS = U_n = 4n + 4$. Below this, the calculation for the 5th term is shown: $U_5 = 4(5) + 4$, which simplifies to $= 20 + 4$, resulting in $= 24$. A horizontal line is drawn under the final result, 24. In the bottom right corner of the work area, the text "Su5-HJ-P-a" is written.

Gambar 4.42. Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses

Adapun hasil *think aloud* dari Su5 sebagai berikut.

Su5-HT-3 : *“Gambar satu banyak persegi ada delapan, gambar dua ada dua belas, gambar tiga ada enam belas. Setiap gambar bertambah empat persegi, satu di kiri, satu di kanan dan dua di bawah, jadi bedanya empat.”*

Adapun hasil petikan wawancara dengan Su5 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | <i>Setelah itu apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su5-HW-3 | : | <i>“yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah perseginya ada delapan, gambar yang kedua ada dua belas persegi, digambar ketiga ada enam belas persegi, beda dari masing-masing persegi adalah empat persegi. sehingga untuk gambar empat ada dua puluh, gambar lima ada dua puluh empat.”</i> |

Dalam menentukan nilai barisan dan deret pada urutan yang dekat yaitu menentukan banyak persegi pada gambar ke-5, Su5 melakukan generalisasi sederhana seperti terlihat pada (Su5-HJ-P-a). Selain hal tersebut Su5 menentukan banyak persegi pada gambar ke-5 menggunakan rumus gambar ke-n yang telah dicari sebelumnya sebagai bahan evaluasi. Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a Su5 melakukan substitusi nilai yang telah diketahui sebelumnya ke dalam rumus untuk menentukan banyak persegi pada gambar yang diinginkan. Mengacu pada paparan data (Su5-HJ-P-a), (Su5-HT-3) dan (Su5-HW-3) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su5-HJ-P-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Su5 memulai aktivitas berpikir aljabar dalam menemukan banyak persegi pada gambar ke-n dimulai dengan tahapan Aksi. Su5 melakukan Aksi yaitu dengan

menentukan banyak persegi pada bagian kiri dan kanan persegi gambar ke-1, ke-2, dan ke-3. Setelah itu Su5 menentukan banyak persegi pada bagian bawah gambar ke-1, ke-2, dan ke-3. Adapun hasil jawaban Su5 pada lembar jawaban sebagai berikut.

Handwritten work by Su5 showing the derivation of a formula for the number of squares in a figure. The work includes a list of values for G_1 through G_5 , a general formula $G_n = 2n + 2$, and a verification of the formula for $n=4$.

$$\begin{array}{l} \text{c. } G_1 = 2 \\ G_2 = 3 \\ G_3 = 4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{array}} \right\} + 1$$

$$* G_n = n + 1 + n + 1 = 2n + 2$$

$$* G_n = 2n + 2$$

$$\begin{array}{r} * G_n = 2n + 2 \\ 2n + 2 \\ \hline 4n + 4 \end{array}$$

Su5-HJ-P-c

Gambar 4.43. Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses

Paparan tersebut dipetik dari hasil *think aloud* Su5 sebagai berikut.

Su5-HT-4 : “Persegi kiri gambar satu ditambah satu jadinya persegiunya sama dengan dua. ini persegiunya sama dengan tiga, gambar tiga persegiunya sama dengan empat, kalo gambar kelima berarti lima ditambah satu jadi gambar ke- n menjadi n ditambah satu. inikan sma. $n+1$, $n+1$ jadi kiri, kanan sama dengan $2n+2$. persegi bawah, ada dengan empat, gambar dua ada enam, gambar tiga persegiunya ada delapan jadi gambar empat persegiunya ada sepuluh ohh yaa.. itu jikan mengkalikan n dengan dua dan juga menambahkan dengan jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambahkan n tambah satu ditambah dua n tambah dua. Ini ditambah jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”

Berdasarkan hasil *think aloud* tersebut, juga terlihat dari kesamaan dan perbedaan pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3. Dalam mengerjakan soal generalisasi

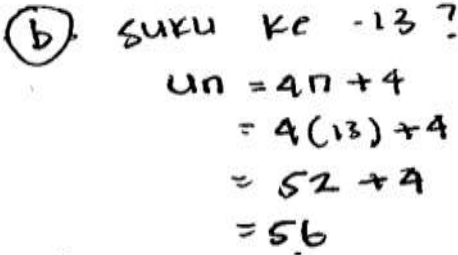
pola, Su5 terlebih dahulu mencari gambar ke- n untuk memudahkannya dalam menemukan gambar ke-5 dan gambar ke-13. Paparan tersebut dikutip dari hasil wawancara dengan Su5 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su5-HW-4 | : | <i>Pada gambar persegi bagian kiri gambar satu itu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gambar dua perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalau gambar kelima berarti lima ditambah satu sehingga gambar ke-n menjadi n ditambah satu. Berlaku juga untuk bagian kanan. Karena $n+1$, $n+1$ jadi ruas kiri dan kanan kita rumuskan dengan $2n+2$. Sedangkan dengan persegi bagian ke-bawah atau bagian tengah jika gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gambar dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bias didapat dengan mengkalikan n dengan duaduan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambah n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”</i> |
| P | : | <i>Tadi saya lihat kamu terlebih dahulu mencari gambar ke-n</i> |
| Su5-HW-5 | : | <i>Iya kak,</i> |
| P | : | <i>Kenapa kamu melakukan itu?</i> |
| Su5-HW-6 | : | <i>Untuk memudahkan saya dalam mencari gambar ke-13 kak</i> |

Su5 menginteriorisasikan Aksi ke dalam tahapan Proses dengan melakukan operasi aljabar dalam menyelesaikan soal bagian ke-c yaitu menemukan aturan pola yang tidak terjangkau dengan menemukan rumus aturan umum banyak persegi pada gambar ke- n pada banyak persegi bagian kanan dan kiri. Setelah itu Su5 menemukan pula rumus umum banyak persegi pada banyak persegi bagian bawah, kemudian menambahkan kedua aturam umum tersebut sehingga menemukan hasil banyak persegi pada gambar ke- n adalah $G_n = 4n+4$.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c Su5 melakukan tahapan Proses yang begitu panjang yang dapat dilihat pada (Su5-HJ-P-c) dimana paparan tersebut sesuai dengan (Su5-HT-4) dan (Su5-HW-4). Mengacu pada paparan data (Su5-HJ-P-c), (Su5-HT-4) dan (Su5-HW-4) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su5-HJ-P-v) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan masalah ke-b, Su5 menggunakan rumus gambar ke-n yang telah didaptkannya terlebih dahulu. Su5 mengoprasikan rumus yang telah ditemukan dengan cara mensubtitusikan banyak persegi yang ingin dicari ke dalam rumus. Su5 mencari banyak persegi pada gambar ke-13 dengan cara memasukan nilai yang telah diketahui ke dalam rumus. Adapun hasil jawaban tertulis Su5 sebagai berikut.

| |
|--|
|  <p style="text-align: right;">Su5-HJ-P-b</p> |
| Gambar 4.44. Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses |

Hal ini dapat dilihat dari hasil *think aloud* Su5 sebagai berikut.

Su5-HT-4 : “ suku ke tiga belas, rumus sama dengan, Un sama dengan empat dikali n ditambah empat. Un sama dengan empat dikali tigabelas

ditambah empat, sama dengan lima enam.”

Hal ini dapat dilihat dari hasil wawancara Su5 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu menyelesaikan soal ke-b</i> |
| Su5-HW-7 | : | <i>“ saya menggunakan rumus Un kak.”</i> |
| P | : | <i>Bias dijelaskan bagaimana caranya</i> |
| Su5-HW-8 | : | <i>Kan rumus Un sudah diketahui kak, tinggal masukan saja nilai nya. , Un sama dengan $4n+4$. Un sama dengan empat dikali tigabelas ditambah empat, sama dengan 56.”</i> |

Mengacu pada paparan data (Su5-HJ-P-b), (Su5-HT-5) dan (Su5-HW-8) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su5-HJ-P-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek kelima (Su5)

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, Su5 menginteriorisasi tahapan Aksi ke Proses dengan melakukan operasi aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola yaitu menentukan banyak persegi pada gambar ke-4 dan ke-5, yang dimana untuk mendapatkan gambar ke-4 Su5 menambahkan banyak persegi pada gambar ke-3 yaitu 16 dengan beda yang telah diketahui yaitu 4. Sehingga banyak persegi pada gambar ke-4 = $16+4=20$. Hal yang sama dilakukan Su5 untuk mencari banyak gambar ke-5, yaitu menambahkan banyak persegi pada gambar ke-4 yaitu 20 dengan beda yakni 4, sehingga gambar ke-5 = $20+4 = 24$. Adapun hasil jawaban Su5 pada (Su5-HJ-P-a). Dari paparan ini peneliti berasumsi bahwa Su5 dapat menentukan

berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau pola gambar ke-4 sampai ke-5 (Su5-PG- 1).

Selain hal tersebut Su5 menentukan banyak persegi pada gambar ke-5 menggunakan rumus gambar ke-n yang telah dicari sebelumnya sebagai bahan evaluasi. Dimana dalam menyelesaikan soal bagian ke-a su5 menulis *rumus* $= Un = a + (n - 1)b, Un = 8 + (5 - 1)4, Un = 8 + (4)4, = 24 \text{ kotak.}$ Su5 mempresentasikan jawabanya dominan menggunakan angka dan simbol yang dapat dilihat dari hasil jawaban pada gambar (Su5-HJ-P-a). dari paparan ini peneliti berasumsi bahwa *Su5 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar yaitu dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke-n (Su5-PT-1).*

Sebelum menyelesaikan soal bagian ke-b, Su5 terlebih dahulu mencari banyak gambar ke-n. Untuk menemukan banyak peregi pada gambar ke-n Su1 pertama menemukan banyak persegi di bagian kiri, bagian kanan dan bagian bawah pada masing-masing gambar. Su5 menemukan kesamaan dan pebedaan yang ada pada fakta, yaitu pada bagian kiri dan kanan persegi masing-masing selalu bertambah satu persegi, sedangkan pada bagian ke-bawah selalu bertambah dua persegi sehingga Su1 menemukan rumus suku ke-n pada bagian kiri yaitu gambar $n = n + 1$, karna pola persegi bagian kanan sama dengan bagian kiri maka berlaku juga rumus tersebut. Untuk persegi bagian ke-bawah, setiap gambar selalu bertambah dua, sehingga Su1 menemukan rumus gambar ke-n $= 2+2n$. Dari tahapan Proses yang panjang Su1 mengenkapsulasi kan tahapan Proses ke dalam Objek dengan menjumlahkan rumus-

rumus yang didapatkan yaitu $n = 2 + 2n + 2 + 2n$ sehingga menemukan hasil bahwa rumus untuk mencari gambar ke- $n = 4n+4$ (lihat Su5-HJ-P-c). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su5 mampu mengoperasikan kuantitas yang tidak diketahui seolah – olah kuantitas tersebut diketahui (mampu menemukan rumus umum suku ke- n) (Su1-PMG-2).*

Su5 dalam menyelesaikan soal bagian ke-b tidak melakukan Aksi melainkan langsung melakukan Proses. Dalam menyelesaikan masalah ke-b, Su5 menggunakan rumus gambar ke- n yang telah didaptkannya terlebih dahulu. Su5 mengoperasikan rumus yang telah ditemukan dengan cara mensubstitusikan banyak persegi yang ingin dicari ke dalam rumus. Su5 mencari banyak persegi pada gambar ke-13 dengan cara memasukan nilai yang telah diketahui ke dalam rumus. Dimana dalam menyelesaikan soal bagian ke-a su5 menulis $Un = 4n + 4, Un = 4(13) + 4, Un = 52 + 4, = 56$. (lihat Su5-HJ-P-b).). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su5 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar (dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke-3, ke-13, dan ke- n) (Su5-OT-1).*

c. Tahapan Objek dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Kelima (Su5)

Dalam menentukan soal bagian ke-a Su5 melakukan tahapan Proses yang baik kemudian dienkapsulasi ke dalam tahapan Objek. Dalam hal ini Su5 menemukan

Objek pada soal bagian ke-a dengan menemukan banyak persegi pada gambar yang terjangkau yaitu gambar ke-5 adapun jawaban Su5 sebagai berikut.

① ② $G_1 = 8$ ATAU
 $G_2 = 12$ RUMUS UMUM : $4n + 4$
 $G_3 = 16$ $U_5 = 4(5) + 4$
 $G_4 = 20$ $= 20 + 4$
 $G_5 = 24$ $= 24$
 SAMA
 Jadi suku ke-5 adalah **24**

Su5-HJ-O-a

Gambar 4.45. Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Objek

Su5 dapat mencari banyak persegi pada gambar ke-5 dengan cara mensubstitusikan nilai yang diketahui sebelumnya ke dalam rumus umum gambar ke-n sehingga mendapatkan objek yaitu banyak persegi pada gambar ke-5 sebanyak 24 persegi.

Adapun hasil *think aloud* dari Su5 sebagai berikut.

Su5-HT-5 : “Gambar satu banyak persegi ada delapan, gambar dua ada dua belas, gambar tiga ada enam belas. Setiap gambar bertambah empat persegi, satu di kiri, satu di kanan dan dua di bawah, jadi bedanya empat.”

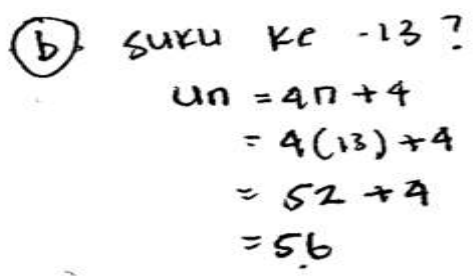
Adapun hasil petikan wawancara dengan Su5 sebagai berikut.

| | | |
|-----|---|-------------------------------------|
| P : | : | Setelah itu apa yang kamu lakukan ? |
|-----|---|-------------------------------------|

| | | |
|----------|---|---|
| Su5-HW-9 | : | yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah perseginya ada delapan, gambar yang kedua ada dua belas persegi, digambar ketiga ada enam belas persegi, beda dari masing-masing persegi adalah empat persegi. sehingga untuk gambar empat ada dua puluh, gambar lima ada du puluh empat. |
|----------|---|---|

Mengacu pada paparan data (Su5-HJ-O-b), (Su5-HT-5) dan (Su5-HW-9) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su5-HJ-O-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Untuk menentukan gambar ke-13 atau soal bagian ke-b, Su5 kembali menggunakan rumus yang telah diketahui sebelumnya. Su5 mendistribusikan nilai yang telah diketahui ke dalam rumus. Dimana dalam menyelesaikan soal bagian ke-b su5 menulis yang ditanyakan oleh soal yaitu suku ke-13. Selanjutnya Su5 mencoba mempresentasikan soal dengan menulis $U_n = 4n + 4$, $U_n = 4(13) + 4$, $U_n = 52 + 4$, $= 56$ jadi suku ke-13 adalah 56. Paparan tersebut diperjelas dengan hasil tes generalisasi pola Su5 sebagai berikut.

| |
|--|
|  <p style="text-align: right;">Su5-HJ-O-b</p> |
| Gambar 4.46. Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Objek |

Hal ini dapat dilihat dari hasil *think aloud* Su5 sebagai berikut.

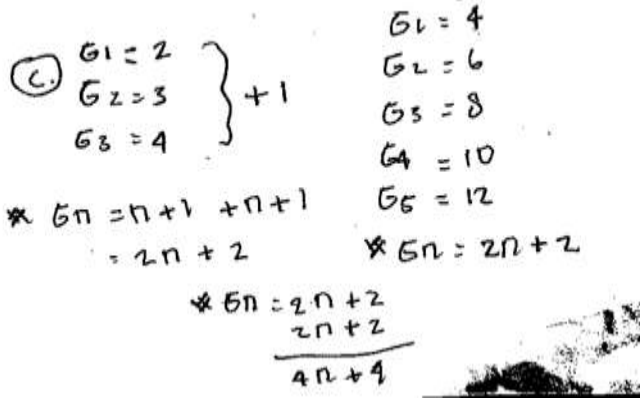
Su5-HT-6: “ *suku ke tiga belas, rumus sama dengan, Un sama dengan empat dikali n ditambah empat. Un sama dengan empat dikali tigabelas ditambah empat, sama dengan lima enam.* ”

Paparan tersebut diperkuat dari hasil *wawancara* Su5 sebagai berikut.

| | | |
|-----------|---|---|
| P | : | <i>Bias dijelaskan bagaimana caranya ?</i> |
| Su5-HW-10 | : | <i>Kan rumus Un sudah diketahui kak, tinggal masukan saja nilainya. , Un sama dengan $4n+4$. Un sama dengan empat dikali tigabelas ditambah empat, sama dengan 56.</i> |

Mengacu pada paparan data (Su5-HJ-O-b), (Su5-HT-6) dan (Su5-HW-10) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil *think aloud* dan hasil *wawancara* sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su5-HJ-O-b), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c adapun hasil jawaban Su5 pada lembar jawaban sebagai berikut.



Su5-HJ-O-c

Gambar 4.47. Hasil Jawaban Su5 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Objek

Paparan tersebut dipetik dari hasil *think aloud* Su5 sebagai berikut.

Su5-HT-7 : *“persegi kiri gambar satu ditambah satu jadinya perseginya sama dengan dua. ini perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalo gambar kelima berarti lima ditambah satu jadi gambar ke-n menjadi n ditambah satu. inikan sma. $n+1$, $n+1$ jadi kiri, kanan sama dengan $2n+2$. persegi bawah, ada dengan empat, gambar dua ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh ohh yaa.. itu jikan mengkalikan n dengan dua dan juga menambahkan dengan jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambahkan n tambah satu ditambah dua n tambah dua. Ini ditambah jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”*

Paparan tersebut diperjelas dari hasil wawancara sebagai berikut.

| | | |
|-----------|---|---|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su5-HW-11 | : | <i>Pada gambar persegi bagian kiri gambar satu itu ditambah dengan satu jadinya perseginya sama dengan dua. Gambar dua perseginya sama dengan tiga, gambar tiga perseginya sama dengan empat, kalo gambar kelima berarti lima ditambah satu sehingga gambar ke-n menjadi n ditambah satu. Berlaku juga untuk bagian kanan. Karna $n+1$, $n+1$ jadi ruas kiri dan kanan kita rumuskan dengan $2n+2$. Sedangkan dengan persegi bagian ke-bawah atau bagian tengah jika gambar bagian satu perseginya sama dengan empat, gambar dua perseginya ada enam, gambar tiga perseginya ada delapan jadi gambar empat perseginya ada sepuluh jadi dapat disimpulkan bahwa itu bias didapat dengan mengkalikan n dengan duadan juga menambahkan dengan dua yaitu dua n ditambah dua jadi gambar n biasa didapat dengan n tambah satu ditambahkan n tambah satu ditambah dua n tambah dua jadi rumus n adalah empat n tambah empat.”</i> |

Dari paparan tersebut terlihat bahwa Su5 menemukan hasil banyak persegi pada gambar ke-n adalah $G_n = 4n+4$ yang dapat dilihat pada (Su5-HJ-O-c). Mengacu

pada paparan data (Su5-HJ-O-c), (Su5-HT-6) dan (Su5-HW-11) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su5-HJ-O-c), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek kelima (Su5)

Dalam menentukan soal bagian ke-a Su5 melakukan tahapan Proses yang baik kemudian dienkapsulasi ke dalam tahapan Objek. Dalam hal ini Su5 menemukan Objek pada soal bagian ke-a dengan menemukan banyak persegi pada gambar yang terjangkau yaitu gambar ke-5 adapun jawaban Su5 dilihat pada (Su5-O-a.1). Selain dengan menggeneralisasi secara sederhana Su5 dapat mencari banyak persegi pada gambar ke-5 dengan cara mensubstitusikan nilai yang diketahui sebelumnya ke dalam rumus umum gambar ke-n sehingga mendapatkan objek yaitu banyak persegi pada gambar ke-5 sebanyak 24 persegi, paparan ini dapat dilihat pada (Su5-O-a.2). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su5 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar (Su1-OT-1)*.

Untuk menentukan gambar ke-13 atau soal bagian ke-b, Su5 kembali menggunakan rumus yang telah diketahui sebelumnya. Su5 mendistribusikan nilai yang telah diketahui ke dalam rumus. Dimana dalam menyelesaikan soal bagian ke-b su5 menulis yang ditanyakan oleh soal yaitu suku ke-13. Selanjutnya Su5 mencoba mempresentasikan soal dengan menulis $Un = 4n + 4$, $Un = 4(13) + 4$, $Un = 52 + 4$, $= 56$ jadi suku ke-13 adalah 56. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa

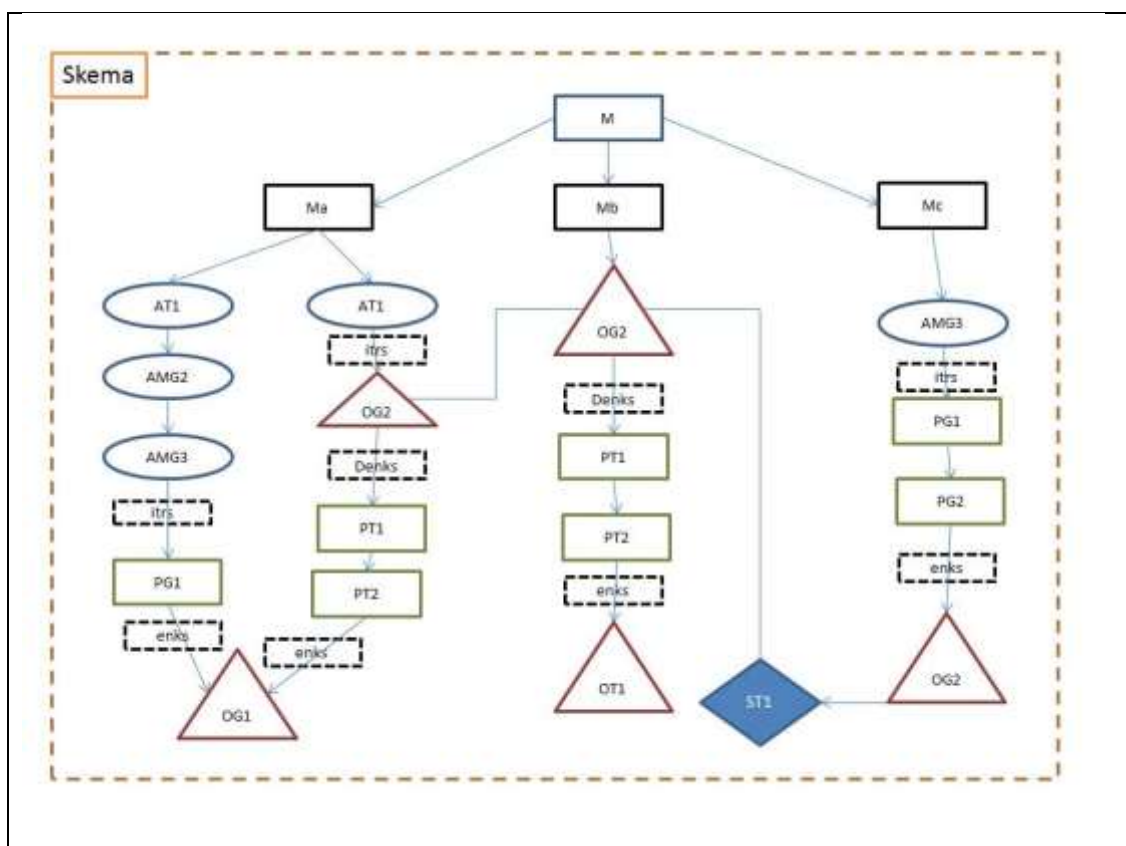
Su5 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar dan ke-13 (Su1-OT-1).

Dalam menentukan rumus umum untuk mencari gambar ke-n Su5 dapat menemukan rumus aturan umum banyak persegi pada gambar ke-n pada banyak persegi bagian kanan yaitu $n+1$ dan kiri $n+1$. Setelah itu Su5 menemukan pula rumus umum banyak persegi pada banyak persegi bagian bawah yaitu $2+2n$, kemudian menambahkan kedua aturan umum tersebut sehingga menemukan hasil banyak persegi pada gambar ke-n adalah $G_n = 4n+4$. Paparan tersebut dapat dilihat pada (Su5-HJ-O-c). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su5 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar dan ke-n (Su1-OT-1).*

d. Tahapan Skema dalam Berpikir Aljabar

Dalam menggeneralisasi pola, Su5 pertama melakukan pengamatan pada soal tersebut. Su5 mencoba memahami struktur pada soal generalisasi pola yang dihadapi dan menyadari bahwa gambar ke-1, ke-2, dan ke-3 membentuk sebuah pola, setelah itu Su5 mempresentasikan masalah yang dihadapi dengan menghitung banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3 dan menuliskannya dilembar jawaban. Setelah menghitung banyaknya persegi, Su5 menganalisis kesamaan dan perbedaan dari masing-masing gambar tersebut. Berdasarkan kesamaan dan perbedaan gambar tersebut Su5 menggunakan informasi tersebut untuk menentukan gambar berikutnya

seperti menemukan gambar ke-5. Sebelum mencari gambar ke-13 su5 terlebih dahulu mencari gambar ke- n untuk memudahkannya dalam menemukan gambar ke-13. beberapa prinsip langkah aktivitas berpikir digunakan Su5 untuk menggeneralisasi banyak persegi dalam menemukan gambar ke- n sampai pada akhirnya Su5 mampu menemukan gambar ke- n . struktur berpikir Su5 dapat digambarkan sebagai berikut.










Gambar 4.48. Setruktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su5

Keterangan.

Tabel 4.5 Koding dan Keterangan Su5

| KODE | KETERANGAN |
|------|------------|
|------|------------|

| | |
|--|--|
| M | Masalah/soal |
| Ma,Mb,Mc | Masalah bagian ke-a, ke-b, ke-c |
|  | Aksi |
|  | Proses |
|  | Objek |
| Skm/  | Skema |
| Intrs | Interiorisasi |
| Enks | Enkapsulasi |
| Dnkp | De-enkapsulasi |
|  | Urutan aktivitas satu arah, koordinasi |
|  | Saling hubung (ditambah) |
|  | Garis keterhubungan tidak langsung |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, Su5 memulai aktivitas berpikir aljabar melalui tahapan Aksi yang sempurna, dimana Su5 mencoba memahami soal dengan mengetahui apa yang diinginkan dan ditanyakan dalam soal. Kemudian Su5 mencoba memperhatikan struktur soal generalisasi dengan menentukan perbedaan dan kesamaan pola. Setelah melakukan aksi Su5 terlebih dahulu menginteriorisasi Aksi ke dalam tahapan Proses dengan melakukan generalisasi secara sederhana, yaitu menambah banyak persegi dengan selisish yang telah ditemukan. Sehingga Su5 dapat menemukan banyak persegi pada urutan terdekat (PG1). Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a Su5 juga melakukan substitusi nilai yang diperoleh untuk menemukan

banyak persegi yang diinginkan dengan memasukan nilai yang diketahui ke dalam rumus suku ke-n untuk menemukan banyak persegi pada gambar ke-5 (PT2). Dari paparan tersebut dapat dinyatakan bahwa Su5 telah mengenkapsulasi Proses ke dalam objek dan kemudian dari objek yang telah ditemukan Su5 kembali melakukan de-enkapsulasi keproses untuk menemukan objek baru lagi.

Untuk menentukan banyak persegi pada gambar yang tak terjangkau, tahap proses berpikir dimulai dari tahapan Objek. Dimana Objek yang diketahui sebelumnya dide-enkapsulasi ke dalam tahap Proses kemudian dari tahap proses tersebut menemukan Objek baru, dalam hal ini, untuk mencari banyak persegi pada gambar ke-13, Su5 mendistribusikan nilai yang diketahui ke dalam rumus yang telah didapatkan sehingga menemukan objek baru sehingga dapat dikatakan Su5 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu permasalahan aljabar.

Dalam menentukan rumus umum gambar ke-n Su5 telah melakukan berbagai jenis aktivitas berpikir. Su5 menemukan rumus umum gambar ke-n dengan cara melakukan aksi terlebih dahulu, kemudian diinteriorisasi ke dalam proses yang panjang dan dienkapsulasi ke dalam objek. Dalam hal ini Su5 terlebih dahulu mencari aturan umum pada banyak persegi bagian kiri dan kanan, kemudian Su5 mencari aturan umum pada banyak persegi bagian bawah kemudian melakukan operasi kepada objek yang ditemukan sehingga mendapat objek baru yaitu rumus umum banyak persegi pada gambar ke-n. setelah menemukan banyak persegi pada gambar ke-n Su5 melakukan evaluasi kembali kepada rumus tersebut dengan memasukan nilai yang telah diketahui untuk mencari banyak persegi yang ingin ditentukan. Dalam hal ini


Su5 melakukan hal tersebut dalam mencari banyak persegi pada gambar ke-5 (ST1, ST2). dari paparan tersebut dapat disimpulkan Su5 telah melakukan aktifitas proses berpikir aljabar. Su5 memenuhi tahapan berpikir APOS dengan lengkap dan memenuhi beberapa indikator. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su5 dapat menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek (menentukan rumus ke – n) (Su5-ST-1) dan mampu mengevaluasi kembali rumus umum aturan pola atau jawaban yang diselesaikan (Su5-ST-2)*. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi Su5 lebih dominan melakukan aktivitas berpikir secara Transformasi. Hal ini dikatakan karena Su5 lebih banyak memenuhi indikator aktifitas transformasi, dan hanya memenuhi beberapa aktivitas generalisasi dan meta global.

2. Paparan Data, Validasi dan Analisis Proses Berpikir Aljabar Subjek Keenam (Su6)

a. Tahapan Aksi dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek keenam (Su6)

Langkah awal yang dilakukan Su6 dalam menyelesaikan soal adalah dengan menghitung terlebih dahulu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3 dan menemukan perbedaan dari masing masing gambar yaitu 4. Adapun hasil jawaban Su6 sebagai berikut.

| |
|---|
|  <p style="text-align: center;">Su6-HJ-A-a</p> |
| Gambar 4.49. Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Aksi |

Pernyataan tersebut diprjelas dari hasil *think aloud* Su6, berikut merupakan petikan *think aloud* dari Su6.

Su6-HT-1 : “gambar satu banyak persegi ada delapan, gambar dua ada dua belas, gamabar tiga ada enam belas. Setiap gambar bertambah empat persegi, Yang ditanaya gambar kelima.

Hal ini dipertegas dari hasil wawancara yang dilakukan peneliti dengan Su6 berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Dalam menyelesaikan soal ini apa saja informasi yang kamu dapatkan ?</i> |
| Su6-HW-1 | : | <i>Pertama adalah saya menghitung banyak persegi pada gambar pertama, kedua dan ketiga.</i> |
| P | : | <i>Setelah itu apa yang kamu lakukan ?</i> |
| Su6-HW-2 | : | <i>yang saya lakukan adalah menghitung jumlah persegi, digambar pertama jumlah perseginya ada delapan, gamabar yang kedua ada dua belas persegi, digambar ketiga ada enam belas persegi, bedanya ada empat</i> |

Dapat dilihat dari (Su6-HJ-A-a), bahwa Su6 menulis apa yang diketahui pada soal tersebut yaitu banyak persegi pada gambar pertama ada 8, gambar ke-2 ada 12, gambar ke-3 ada 16 serta mengetahui apa yang ditanyakan. Paparan ini sesuai dengan (Su6-HT-1) dan (Su6-HW-2). Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data (Su6-HJ-A-a), (Su6-HT-1), (Su1-HW-1) dan (Su1-HW-2) diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su6-HJ-A-a), valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Keenam (Su6)

Langkah awal yang dilakukan Su5 dalam menyelesaikan soal adalah dengan menghitung terlebih dahulu banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2 dan ke-3. Dalam melakukan Aksi Su1 menulis diketahui gambar ke-1 = 8, gambar ke-2 = 12, gambar ke-3 = 16, dan menemukan perbedaan dari masing masing gambar yaitu 4. Penambahan banyak persegi pada gambar yang telah ditemukan tersebut, digunakan oleh Su6 sebagai acuan untuk mengidentifikasi perubahan pada soal generalisasi pola yang diberikan sekaligus sebagai acuan mencari jumlah persegi pada gambar berikutnya. Dimana Su4 menulis banyak persegi pada gambar berikutnya yaitu gambar ke-4 banyak persegi pada gambar tersebut berjumlah 20 persegi. Paparan ini sesuai dengan (Su6-HT-1) dan (Su6-HW-2). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su6 dapat mengetahui dan menunjukkan apa yang diketahui dan yang diinginkan soal (Su6-AG-1), menentukan beda atau selisih barisan dan deret yang*

terbentuk dari pola (Su6-AG-2), dan dapat membuat gambar pola urutan berikutnya yang paling dekat (Su6-AG-3).

Dalam mengerjakan soal bagian ke-b dan ke-c, Su6 tidak melakukan tahapan Aksi, Su6 mengambil informasi dari tahapan Aksi yang telah dilakukan sebelumnya saat menyelesaikan soal bagian ke-a.

b. Tahapan Proses dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Keenam (Su6)

Adapun hasil kerja Su6 pada soal bagian ke-a dalam tahapan Proses adalah sebagai berikut.

Su6-HJ-P-a

Gambar 4.50. Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses

Su6 mencoba mempresentasikan situasi masalah dengan mencari gambar ke-5 yaitu dengan menambahkan banyak persegi dengan beda yang telah diketahui terlebih dahulu. Dimana Su6 dalam mengerjakan soal bagian ke-a, menulis $g_1=8$ $g_2=12$, $g_3=16$, $g_4=20$, $g_5=24$ (PG1). Selain dengan cara tersebut, Su6 menyelesaikan soal bagian ke-a dengan menggunakan rumus. Rumus yang digunakan dalam menyelesaikan soal yang dihadapi didapatkan dari rumus umum suku $ke-n$ barisan

dan deret aritmatika. Dalam mengerjakan soal bagian ke-a, Su5 mensubstitusikan nilai yang telah diketahui ke dalam rumus. Dimana dalam menyelesaikan soal bagian ke-a su5 menulis $rumus = Un = a + (n - 1)b, Un = 8 + (5 - 1)4, Un = 8 + (4)4, = 24$ kotak. Adapun paparan ini didukung dari hasil *think aloud* Su5 sebagai berikut.

Su6-HT-2 : “, *Un sama dengan empat dikali n ditambah empat. Un sama dengan empat dikali lima ditambah empat, sama dengan dua puluh tambah empat sama dengan dua puluh empat. Ini sama (membandingkan dengan pekerjaan sebelumnya). Jadi suku ke lima adalah dua puluh empat.*”

Adapun hasil wawancara peneliti dengan Su6 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-5</i> |
| Su6-HW-3 | : | <i>Karna bedanya sama dengan 4 maka setiap gambar saya tambah dengan 4 jadi banyak persegi pada gambar ke-5 adalah 24</i> |
| P | : | <i>Saya lihat tadi kamu juga menggunakan rumus, bisa dijelaskan darimana kamu mendapatkan rumus tersebut</i> |
| Su6-HW-4 | : | <i>Nggeh kak, saya menggunakan rumus Un. Dulu sempat belajar saat SMP jadi saya masih ingat. Makanya untuk memastikan hasilna saya menggunakan rumus juga.</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data Su6-HJ-P-a, Su6-HT-4, dan Su6-HW-5 diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil *think aloud* dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data Su6-HJ-P-a, valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk dianalisis.

Selanjutnya dalam menyelesaikan soal ke-b, Su6 mencoba mempresentasikan jawaban dengan menulis $Un = 4n + 4, Un = 4(13) + 4, Un = 52 + 4, = 56$. jadi

suku ke-13 adalah 56. Paparan tersebut dapat dilihat pada hasil tes generalisasi pola Su5 sebagai berikut.

| | |
|---|------------|
| $ \begin{aligned} u_n &= a + (n-1)b \\ &= 8 + (13-1)4 \\ &= 8 + (12)4 \\ &= 56 \text{ kotak} \end{aligned} $ | Su6-HJ-P-b |
| Gambar 4.51. Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses | |

Paparan tersebut diperjelas dari hasil *think aloud* sebagai berikut.

Su6-HT-6 : “*Un sama dengan a dalam kurung n dikurangi satu b. jadi delapan ditambah dalam kurung tiga belas kurangi satu dikali empat delapan ditambah dalam kurung dua belas kurangi satu dikali empat, lima enam*”

Adapun kutipan hasil wawancara yang diperoleh dari Su6 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|---|
| P | : | <i>Dalam menyelesaikan soal ke-b saya lihat tadi kamu juga menggunakan rumus, bisa dijelaskan.</i> |
| Su6-HW-5 | : | <i>Yang b caranya sama seperti tadi kak, tinggal dimasukin nilai a = 8, b = 4 dan n = 13, karna rumusnya $U_n = a + (n - 1)b$, maka $U_n = 8 + (13 - 1)4$ $U_n = 8 + (12)4$, = 56 kotak.</i> |

Untuk menentukan gambar ke-13 atau soal bagian ke-b, Su6 kembali menggunakan rumus yang telah diketahui sebelumnya. Su6 mensubstitusi nilai yang diketahui kedalam rumus umum deret aritmateka. Su6 menulis nilai $a = 8$, $b = 4$ dan $n = 13$, karna rumusnya $U_n = a + (n - 1)b$, maka $U_n = 8 + (13 - 1)4$ $U_n = 8 + (12)4$, = 56 kotak.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, mengacu pada paparan data Su6-HJ-P-b, Su6-HT-4, dan Su6-HW-5 diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su6-HJ-P-b) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

Untuk menemukan banyak pegeri pada gambar ke-n Su6 dengan melakukannya dengan cukup mudah, yaitu memasukan nilai yang telah diketahui sebelumnya ke dalam rumus suku ke-n aritmatika. Artinya Su6 mengambil kembali informasi yang dia ketahui sebelumnya berupa Objek lama. Kemudian dienkapsulasi ke dalam tahapan proses. Su6 mempresentasikan soal bagian ke-c dengan menulis $Un = a + (n - 1)b, = Un = 8 + (n - 1)4$ (PT3). Adapun hasil kerja Su5 pada soal c sebagai berikut.

| |
|--|
| $ \begin{aligned} u_n &= a + (n-1)b \\ &= 8 + (n-1)4 \end{aligned} $ <p style="text-align: right; margin-top: 10px;">Su6-HJ-P-c</p> |
| <p>Gambar 4.52. Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Proses</p> |

Paparan tersebut diperkuat dari petikan *think aloud* sebagai berikut.

Su6-HT-4: “*Un sama dengan a dalam kurung n dikurangi satu b. jadi delapan ditambah dalam kurung n kurangi satu dikali empat*”

Dalam mengerjakan soal generalisasi pola, Su5 terlebih dahulu mencari gambar ke- n untuk memudahkannya dalam menemukan gambar ke-5 dan gambar ke-13. Paparan tersebut dikutip dari hasil wawancara dengan Su5 sebagai berikut.

| | | |
|----------|---|--|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su6-HW-6 | : | <i>Dari rumus yang saya sudah tau sebelumnya tinggal masukan angkanya saja kak."</i> |
| P | : | <i>Coba jeaskan contohnya</i> |
| Su6-HW-7 | : | <i>Rumus Un kan sama dengan a dalam kurung n dikurangi satu b. jadi delapan ditambah dalam kurung n kurangi satu dikali empat</i> |
| P | : | <i>Tadi saya lihat kamu terlebih dahulu mencari gambar ke-n</i> |
| Su6-HW-8 | : | <i>Iya kak,</i> |
| P | : | <i>Kenapa kamu melakukan itu?</i> |
| Su6-HW-9 | : | <i>Untuk memudahkan saya dalam mencari gambar ke-13 kak</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-b, mengacu pada paparan data Su6-HJ-P-b, Su6-HT-4, dan Su6-HW-5 diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data (Su6-HJ-P-b) valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk di analisis.

2) Analisis Data Subjek Keenam (Su6)

Dalam tahapan Proses, Su6 memulai tahapan Proses ketika menginteriorisasi tahapan Aksi ke dalam tahapan Proses dengan menyelesaikan soal bagian ke-a. Su6 mencoba mempresentasikan situasi masalah dengan mencari gambar ke-5 yaitu dengan menambahkan banyak persegi dengan beda yang telah diketahui terlebih dahulu. Dimana Su6 dalam mengerjakan soal bagian ke-a, menulis $g.1=8$ $g.2=12$,

$g_3 = 16$, $g_4 = 20$, $g_5 = 24$. Paparan tersebut dapat dilihat pada (Su6-P-A-a). dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa Su6 menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau yaitu pola gambar ke-4 sampai ke-5 (Su6-PG-1). Selain dengan cara tersebut, Su6 menyelesaikan soal bagian ke-a dengan menggunakan rumus. Rumus yang digunakan dalam menyelesaikan soal yang dihadapi didapatkan dari rumus umum suku ke- n barisan dan deret aritmatika. Dalam mengerjakan soal bagian ke-a, Su5 mensubstitusikan nilai yang telah diketahui ke dalam rumus. Dimana dalam menyelesaikan soal bagian ke-a su5 menulis $rumus = Un = a + (n - 1)b$, $Un = 8 + (5 - 1)4$, $Un = 8 + (4)4$, $= 24$ kotak jadi suku ke 5 adalah 24 (PT2). Adapun hasil kerja Su6 dapat dilihat pada (Su6-HJ-P-a). Proses peneliti berasumsi bahwa Su6 dapat melakukan operasi aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola yaitu mencari banyak persegi pada gambar ke-5 sampai ke-13 (Su6-PT-1)

Untuk menentukan gambar ke-13 atau soal bagian ke-b, Su6 kembali menggunakan rumus yang telah diketahui sebelumnya. Su5 melakukan operasi aljabar untuk menyelesaikan soal bagian ke-b. Su6 mencoba melakukan substitusi nilai yang telah diketahui ke dalam rumus untuk menentukan banyak persegi pada gambar ke-13. Dimana dalam menyelesaikan soal bagian ke-b su6 menulis, yang ditanyakan oleh soal yaitu suku Ke-13. Selanjutnya Su6 mencoba mempresentasikan jawaban dengan menulis $Un = 4n + 4$, $Un = 4(13) + 4$, $Un = 52 + 4$, $= 56$. jadi suku ke-13 adalah 56 (PT3). Dalam paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa bahwa Su6, melakukan de-enkapsulasi dari Objek yang telah ditemukan ke dalam tahapan Operasi untuk

menemukan Objek baru. Paparan tersebut diperjelas dengan hasil tes generalisasi pola Su5 (Su6-HJ-P-b). Dalam tahapan Proses peneliti berasumsi *bahwa Su6 dapat melakukan oprasi aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola yaitu mencari banyak persegi pada gambar ke-5 sampai ke-13 (Su6-PT-1)*

Untuk menemukan banyak peregi pada gambar *ke-n* Su6 dengan melakukannya dengan cukup mudah, yaitu memasukan nilai yang telah diketahui sebelumnya ke dalam rumus suku ke-*n* aritmatika. Artinya Su6 mengambil kembali informasi yang dia ketahui sebelumnya berupa Objek lama. Kemudian dienkapsulasi ke dalam tahapan proses. Su6 mempresentasikan soal bagian ke-c dengan menulis $Un = a + (n - 1)b, = Un = 8 + (n - 1)4$ (PT3). Adapun hasil kerja Su5 pada soal c dapat dilihat pada (Su6-HJ-P-c). dalam menyelesaikan soal bagian ke-c dalam tahapan Proses peneliti berasumsi *bahwa Su6 melakukan substitusi nilai yang diperoleh dari tahap sebelumnya untuk memperoleh hasil berikutnya yaitu menentukan banyak persegi pada gambar ke-n dari informasi yang diperoleh sebelumnya (SU6-PT-2.) Serta dapat empresentasikan masalah dengan menggunakan angka, symbol gambar dan sebagainya (Su6-PT-3).*

c. Tahapan Objek dalam Berpikir Aljabar

1) Paparan dan Validasi Data Subjek Kelima (Su5)

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a dalam tahapan Objek adapun hasil kerja Su6 pada soal bagian ke-a sebagai berikut.

① 6 10 14 18 22
 } +4
 } +4
 } +4
 } +4
 } +4

② Gambar ke n = gambar 1 + (gambar n - 1) x 4

$$u_n = a + (n-1)b$$

$$= 6 + (5-1)4$$

$$= 6 + (4)4$$

$$= 22 \text{ kata}$$

Su6-HJ-O-a

Gambar 4.53. Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-a dalam Tahapan Proses

Adapun hasil *think aloud* Su5 sebagai berikut.

Su6-HT-5 : “, *Un sama dengan empat dikali n ditambah empat. Un sama dengan empat dikali lima ditambah empat, sama dengan dua puluh tambah empat sama dengan dua puluh empat. Ini sama (membandingkan dengan pekerjaan sebelumnya). Jadi suku ke lima adalah dua puluh empat.*”

Adapun hasil wawancara peneliti dengan Su6 sebagai berikut.

| | | |
|-----------|---|---|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-5</i> |
| Su6-HW-10 | : | <i>Karna bedanya sama dengan 4 maka setiap gambar saya tambah dengan 4 jadi banyak persegi pada gambar ke-5 adalah 24</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data Su6-HJ-P-a, Su6-HT-4, dan Su6-HW-5 diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil *think aloud* dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data Su6-HJ-P-a, valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk dianalisis.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-3 adapun hasil tes generalisasi pola Su5 sebagai berikut.

| | |
|---|-----------|
| $ \begin{aligned} u_n &= a + (n-1)b \\ &= 8 + (13-1)4 \\ &= 8 + (12)4 \\ &= 56 \text{ kotak} \end{aligned} $ | Su6-HJ-Ob |
| Gambar 4.54. Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-b dalam Tahapan Proses | |

Paparan tersebut didukung oleh hasil think aloud sebagai berikut.

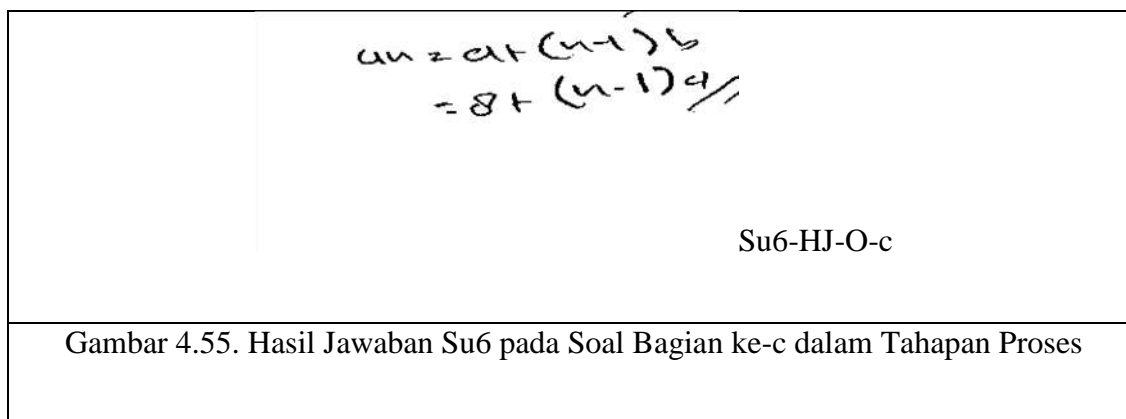
Su6-HT-6 : *“Un sama dengan a dalam kurung n dikurangi satu b. jadi delapan ditambah dalam kurung tiga belas kurangi satu dikali empat delapan ditambah dalam kurung dua belas kurangi satu dikali empat, lima enam”*

Adapun kutipan hasil wawancara yang diperoleh dari Su6 sebagai berikut.

| | | |
|-----------|---|---|
| P | : | <i>Dalam menyelesaikan soal ke-b saya lihat tadi kamu juga menggunakan rumus, bisa dijelaskan.</i> |
| Su6-HW-11 | : | <i>Yang b caranya sama seperti tadi kak, tinggal dimasukin nilai $a = 8$, $b = 4$ dan $n = 13$, karna rumusnya $Un = a + (n - 1)b$, maka $Un = 8 + (13 - 1)4$ $Un = 8 + (12)4$, = 56 kotak.</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data Su6-HJ-P-a, Su6-HT-4, dan Su6-HW-5 diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data Su6-HJ-P-a, valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk dianalisis.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c adapun hasil kerja Su5 pada soal c sebagai berikut.



Gambar 4.55. Hasil Jawaban Su6 pada Soal Bagian ke-c dalam Tahapan Proses

Paparan tersebut diperkuat dari petikan *think aloud* sebagai berikut.

Su6-HT-7 : “Un sama dengan a dalam kurung n dikurangi satu b. jadi delapan ditambah dalam kurung n kurangi satu dikali empat”

Dalam mengerjakan soal generalisasi pola, Su5 terlebih dahulu mencari gambar ke-n untuk memudahkannya dalam menemukan gambar ke-5 dan gambar ke-13.

Paparan tersebut dikutip dari hasil wawancara dengan Su5 sebagai berikut.

| | | |
|-----------|---|---|
| P | : | <i>Bagaimana cara kamu mencari gambar ke-n ?</i> |
| Su6-HW-12 | : | <i>Dari rumus yang saya sudah tau sebelumnya tinggal masukan angkanya saja kak.”</i> |
| P | : | <i>Coba jeaskan contohnya</i> |
| Su6-HW-13 | : | <i>Rumus Un kan sama dengan a dalam kurung n dikurangi satu b. jadi delapan ditambah dalam kurung n kurangi satu dikali empat</i> |

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, mengacu pada paparan data Su6-HJ-P-a, Su6-HT-4, dan Su6-HW-5 diperoleh ada kesamaan data dari hasil tes, hasil think aloud dan hasil wawancara sehingga dapat dinyatakan bahwa data Su6-HJ-P-a, valid. Kemudian data valid sudah dianggap layak untuk dianalisis.

2) Analisis Data Subjek Keenam (Su6)

Dalam tahapan Objek, Su6 dapat dengan mudah menemukan objek-objek baru. Langkah yang dia gunakan adalah dengan mengambil informasi terdahulu dari ingatannya berupa Objek yaitu rumus umum barisan dan deret mateka. Dalam menyelesaikan soal bagian ke-a su6 mampu menmukan banyak persegi pada gambar yang terdekat yaitu banyak persegi pada gambar ke-5. Dimana dalam menyelesaikan soal bagian Ke-a su5 menulis $rumus = Un = a + (n - 1)b, Un = 8 + (5 - 1)4, Un = 8 + (4)4, = 24 kotak$. Adapun hasil kerja Su5 pada (Su6-HJ-O-a). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su6 selain menentukan banyak nilai pada urutan tedekat menggunakan generalisasi sederhana, Su6 juga mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar (Su6-OT-1).*

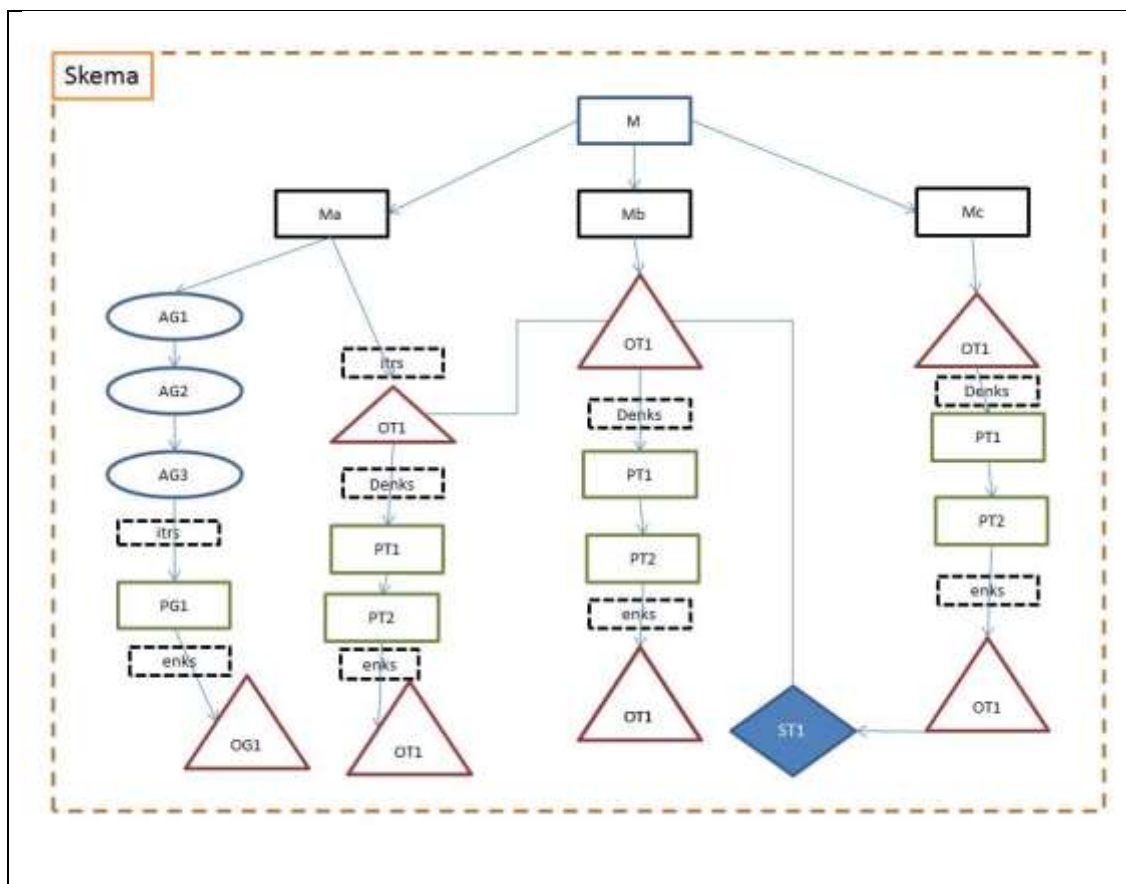
Tahapan objek selanjutnya dilakukan saat Su6 menentukan banyak persegi pada gambar ke-13. Dalam hal ini Su6 dapat dengan sempurna menemukan objek baru. Su6 terlebih dahulu menulis Objek yang diketahui sebelumnya, kemudian melakukan de-enkapsulasi ke dalam proses baru menemukan Objek baru yaitu banyak persegi pada gambar ke-13. Su6 mencoba mempresentasikan jawaban dengan menulis $Un = 4n + 4, Un = 4(13) + 4, Un = 52 + 4, = 56$. jadi suku ke-13 adalah 56. Adapun hasil kerja Su5 pada (Su6-HJ-P-b). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su6 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar (dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke-13. (Su6-OT-1).*

Untuk menemukan banyak peregi pada gambar *ke-n* Su6 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar. Su6 memasukan nilai yang telah diketahui sebelumnya ke dalam rumus suku ke-*n* aritmatika. Su6 mempresentasikan soal bagian ke-c dengan menulis $Un = a + (n - 1)b, = Un = 8 + (n - 1)4$. Adapun hasil kerja Su5 pada (Su6-HJ-P-c). Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su6 mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar (dapat menemukan rumus umum banyak persegi pada gambar ke-n. (Su6-OT-1).*

d. Tahapan Skema dalam Berpikir Aljabar

Dalam menggeneralisasi pola, Su6 pertama melakukan pengamatan pada soal tersebut. Su6 mencoba memahami struktur pada soal generalisasi pola yang dihadapi dan menyadari bahwa gambar ke-1, ke-2, dan ke-3 membentuk sebuah pola, setelah itu Su6 mempresentasikan masalah yang dihadapi dengan menghitung banyak persegi pada gambar ke-1, ke-2, dan ke-3 dan menuliskannya dilembar jawaban. Setelah menghitung banyaknya persegi, Su6 menganalisis kesamaan dan perbedaan dari masing-masing gambar tersebut. Berdasarkan kesamaan dan perbedaan gambar tersebut Su6 menggunakan informasi tersebut untuk menentukan gambar berikutnya seperti menemukan gambar ke-5. Sebelum mencari gambar ke-13 su6 terlebih dahulu mencari gambar *ke-n* untuk memudahkannya dalam menemukan gambar ke-13. Su6 menemukan rumus gambar ke-*n* dengan cara yang mudah. Dimana Su6 terlebih dahulu mengetahui rumus umum suku ke-*n* baris dan deret aritmatika sehingga


dengan mudah menemukan gambar ke-n dari soal yang telah diberikan. Adapun gambaran struktur berpikir Su6 sebagai berikut.









Gambar 4.56. Struktur Berpikir Aljabar dan Proses Terjadinya APOS Su6

Keterangan.

Tabel 4.6. Koding dan Keterangan Su6

| KODE | KETERANGAN |
|---|---------------------------------|
| M | Masalah/soal |
| Ma,Mb,Mc | Masalah bagian ke-a, ke-b, ke-c |
|  | Aksi |

| | |
|---|---|
|  | Proses |
|  | Objek |
| Skem/  | Skema |
| Intrs | Interiorisasi |
| Enks | Enkapsulasi |
| Dnkp | De-enkapsulasi |
|  | Urutan aktivitas satu arah, koordinasi |
|  | Saling hubung (ditambah) |
|  | Garis keterhubungan tidak lansung |

Proses berpikir Su6 dimulai dengan beberapa Aksi yang dimediasi oleh gambar. Su5 menginteriorisasi beberapa Aksi ke Proses yang secara dominan dimediasi oleh rumus dan simbol. Su6 mengenkapsulasi Proses menjadi Objek juga dimediasi lebih dominan menggunakan rumus dan simbol, selanjutnya Su6 berada pada tahap Skema sebagai hasil menggeneralisasi. Semua tahap APOS dimiliki oleh Su6 dalam menggeneralisasi pola. Penyajian terjadinya APOS dalam berpikir aljabar Su6 dapat dilihat seperti Gambar 4.26.

Su6 dalam menyelesaikan soal bagian ke-a, terlebih dahulu melakukan tahapan Aksi yaitu dengan mengumpulkan informasi dari soal generalisasi yang dihadapi. Tahap aksi hanya dilakukan sekali yaitu pada saat menentukan awal menyelesaikan soal. Selanjutnya dari tahap Aksi, Su6 melakukan Tahapan proses dengan mengambil informasi yang telah ada berupa Objek. Dari Objek tersebut Su6

melakukan de-enkapsulasi, yaitu mengubah tahapan Objek menjadi Skema. Dalam tahapan Operasi, Su6 melakukan operasi aljabar yaitu, dengan mensubstitusi nilai yang diketahui sebelumnya yang didapatkan dari tahapan Aksi untuk menemukan banyak persegi yang ingin ditentukan.

Dalam menyelesaikan soal bagian ke-c yaitu menentukan rumus umum gambar ke-n, Su6 berangkat dari objek yang diketahui sebelumnya yaitu rumus umum barisan dan deret aritmetika. Selanjutnya Su6 melakukan de-enkapsulasi dari objek tersebut ke dalam tahapan Proses. Setelah melakukan tahapan Proses Su6 menemukan objek baru yaitu rumus umum aturan pola gambar ke-n (ST1). Setelah menemukan Objek baru Su6 mencoba melakukan evaluasi terhadap Objek yang telah ditentukan, yaitu dengan memasukan nilai untuk mencari banyak persegi pada gambar ke-5 .

Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola Su6 telah melewati beberapa aktivitas berpikir yang telah disusun dalam indikator berpikir aljabar dalam penelitian ini. Su6 mampu memenuhi beberapa indikator seperti mengumpulkan informasi (AT1), membuat gambar pola urutan berikutnya yang paling dekat. Menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau (pola gambar ke-4 sampai ke-5, menentukan aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau (pola gambar ke-13), melakukan operasi aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola, melakukan substitusi nilai yang diperoleh dari tahap sebelumnya untuk memperoleh hasil berikutnya (menentukan banyak persegi pada gambar ke-n dari informasi yang diperoleh sebelumnya), mempresentasikan

masalah dengan menggunakan angka, simbol gambar dan sebagainya, mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar, menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek (menentukan rumus ke $-n$), mengevaluasi kembali rumus umum aturan pola atau jawaban yang diselesaikan. Dari paparan tersebut disimpulkan bahwa Su6 telah melakukan tahapan APOS dengan lengkap serta dalam menyelesaikan soal generalisasi pola Su6 cenderung memenuhi indikator APOS dalam berpikir aljabar dengan katagori aktivitas transformasi. Dari paparan tersebut peneliti berasumsi bahwa *Su6 dapat menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek yaitu menentukan rumus ke $-n$ (Su6-ST-1), dan mengevaluasi kembali rumus umum aturan pola atau jawaban yang diselesaikan (Su6-ST-2).*

BAB V

PEMBAHASAN

Pada BAB ini dipaparkan tentang pembahasan dari temuan-temuan hasil penelitian terkait tentang Proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi pola yang dilihat dari teori APOS.

A. Proses Berpikir Aljabar dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Secara Faktual Dilihat dari APOS

Proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi secara faktual, berpikirnya lebih didominasi pada tahap Aksi dan Proses. Dalam menyelesaikan soal generalisasi peserta didik lebih dominan melakukan tahap Aksi terlebih dahulu sebelum melakukan tahap Proses. Tahap Aksi yang dilakukan adalah dengan mengamati terlebih dahulu soal generalisasi pola kemudian menganalisis dengan teliti baru dapat menentukan kesamaan dan perbedaan dari soal generalisasi pola yang diberikan.

Proses berpikir aljabar peserta didik dalam tahap Proses lebih dominan menentukan banyak Objek pada gambar berikutnya yang masih terjangkau seperti dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke-5 dan ke-13, dan cenderung melakukan generalisasi secara sederhana yaitu dengan menambahkan perbedaan banyak Objek pada barisan bilangan yang telah ditentukan ke dalam banyak Objek yang telah diketahui sebelumnya. Hal ini dapat disimpulkan bahwa peserta didik yang menggeneralisasi secara faktual lebih dominan menentukan banyak persegi pada

gambar yang ditentukan secara konkrit tanpa memerlukan ransangan dari luar. Proses berpikir aljabar pada tahap Proses cenderung lengkap. Kelengkapan tahap Proses tersebut menyebabkan tahapan berikutnya yaitu tahapan Objek menjadi sempurna. Proses berpikir secara faktual mengenkapsulasi aturan pola pada gambar ke- n berdasarkan perbedaan pola. Paparan tersebut sesuai dengan yang dinyatakan oleh Inganah (2015), yaitu Subjek yang berpikir aljabar secara faktual lebih dominan pada tahapan Proses, subjek lebih banyak menentukan banyak Objek pola pada gambar berikutnya yang masih terjangkau secara konkrit tanpa memerlukan ransangan eksternal. Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola peserta didik cenderung menggunakan kata-kata dan kalimat. Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Radford (2006), bahwa dalam melakukan generalisasi subjek cenderung dimediasi oleh kata dan kalimat dan tidak menggunakan simbol alfanumerik.

Hasil generalisasi yang diberikan dari kategori ini berupa banyak persegi pada gambar ke-5, ke-13 dan gambar ke- n . dalam menentukan gambar ke- n , produk yang generalisasi yang diberikan berupa aturan umum dalam menentukan gambar ke- n . Peserta didik dalam menemukan aturan umum terlebih dahulu membagi gambar generalisasi menjadi tiga bagian, yaitu bagian kiri, kanan, dan bawah. Dari hasil analisis yang telah dilakukan peserta didik berhasil menemukan aturan umum dari banyak persegi bagian kiri, yang dimana hal tersebut berlaku juga untuk banyak persegi bagian kanan karna pola dan banyak persegi dari bagian kanan dan kiri itu sama. Rumus umum yang ditemukan Su1 untuk bagian kiri adalah $n + 1$, sedangkan bagian kanan juga sama yaitu $n + 1$, untuk banyak persegi bagian bawah peserta

didik menemukan aturan umum yaitu $n + 2$. Sehingga untuk mencari banyak persegi pada gambar ke- n adalah dengan menambah ketiga aturan tersebut sehingga mendapatkan hasil $4n + 4$. Kemudian memberikan aturan umum banyak persegi pada gambar ke- n berdasarkan perbedaan pola. Dalam menentukan gambar ke- n menggunakan aturan umum $n \times \text{beda} + \text{beda}$, yang kemudian setelah hasil evaluasi mencoba mencari aturan umum gambar ke- n dengan menggunakan rumus umum barisan dan deret aritmatika sehingga mendapatkan hasil yaitu $un = 8(n - 1) + 4$ serta menyimpulkan bahwa untuk menentukan gambar ke- n dapat dicari menggunakan rumus aturan umum yaitu $\text{gambar } 1 + (\text{gambar} - 1)\text{beda}$. Dalam melakukan generalisasi subjek cenderung menyatakannya dengan menggunakan variabel, sehingga symbol standard aljabar tidak mempunyai peranan yang cukup penting dalam tahap Objek. Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Kaput (1999), yaitu mengungkapkan generalisasi dapat dilakukan dalam beberapa cara dan bahasa, baik dalam bahasa formal, intonasi, dan gerak tubuh.

Dari paparan tersebut dapat disimpulkan bahwa peserta didik yang menyelesaikan soal generalisasi pola cenderung menyelesaikan masalah berangkat dari tahapan Aksi pada aktivitas meta global, kemudian dilanjutkan pada tahapan Aksi pada aktivitas generalisasi. Setelah melakukan Aksi peserta didik dengan kemampuan menggeneralisasi secara faktual lebih dominan menginteriorisasi tahapan Aksi ke dalam tahapan Proses melalui aktivitas generalisasi. Namun ada pula yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual menginteriorisasi tahapan Aksi ke Tahapan Proses melalui aktivitas transformasi. Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola

secara faktual mengenkapsulasi tahapan Proses hingga membentuk Objek melewati aktivitas generalisasi sehingga subjek membentuk Skema aktivitas berpikir aljabar generalisasi. Paparan tersebut juga sesuai dengan pernyataan Inganah (2015), yaitu berpikir aljabar secara faktual cenderung pada tahap Proses, dan produk generalisasinya dinyatakan berdasarkan aturan umum tingkat dasar. Jadi dapat disimpulkan bahwa subjek yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual lebih dominan memenuhi indikator APOS pada aktivitas berpikir aljabar generalisasi.

B. Proses Berpikir Aljabar dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Secara Kontekstual Dilihat dari APOS

Proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi secara kontekstual lebih dominan pada tahapan Aksi. Tahap Aksi yang dilakukan adalah dengan mengamati terlebih dahulu soal generalisasi pola kemudian menganalisis dengan teliti untuk menentukan kesamaan dan perbedaan dari pola barisan bilangan soal generalisasi pola. Dalam menyatakan hasil dari soal generalisasi pola yang diberikan dominan dimediasi menggunakan gambar.

Proses berpikir peserta didik dalam tahap Proses lebih dominan menentukan banyak Objek pada gambar berikutnya yang masih terjangkau seperti dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke-5 dan ke-13. Dalam menyelesaikan soal generalisasi untuk menentukan banyak persegi pada gambar ke-5 dan ke-13 melakukan generalisasi dengan sederhana dan hanya melakukan satu Aksi yang dilanjutkan dengan tahap Proses yaitu menambah banyak persegi pada gambar yang ditentukan dengan perbedaan yang telah diketahui. Hal ini dapat disimpulkan bahwa kategori ini

lebih dominan menentukan banyak persegi pada gambar yang ditentukan secara konkrit tanpa memerlukan ransangan dari luar. Proses berpikir pada tahap Proses cenderung kurang lengkap lengkap. Ketidak lengkapan tahap Proses tersebut menyebabkan tahapan berikutnya yaitu tahapan Objek menjadi kurang sempurna. Kategori ini mengenkapsulasi aturan pola pada gambar ke-13 berdasarkan perbedaan pola. Namun kecenderungan menggeneralisasi secara kontekstual kesulitan dalam menentukan aturan banyak Objek pola pada urutan yang tidak terjangkau. Hal ini sesuai dengan yang dinyatakan Inganah (2015), yaitu berpikir aljabar secara kontekstual terjadi ketika siswa menggeneralisasi pola proses berpikirnya didominasi pada tahap Aksi.

Hasil generalisasi yang diberikan berupa banyak persegi pada gambar ke-5, ke-13 dan rumus umum gambar ke- n . Dalam menentukan gambar ke- n , produk yang generalisasi yang diberikan berupa aturan umum dalam menentukan gambar ke- n . Su3 dalam menemukan aturan umum terlebih dahulu membagi gambar generalisasi menjadi tiga bagian, yaitu bagian kiri, kanan, dan bawah dan menyajikannya dalam bentuk gambar. Dari hasil analisis yang telah dilakukan berhasil menemukan aturan umum dari banyak persegi bagian kiri, yang dimana hal tersebut berlaku juga untuk banyak persegi bagian kanan karna pola dan banyak persegi dari bagian kanan dan kiri sama. Rumus umum yang ditemukan untuk bagian kiri adalah $n + 1$, sedangkan bagian kanan juga sama yaitu $n + 1$, untuk banyak persegi bagian bawah Su3 menemukan aturan umum yaitu $n + 2$. Sehingga untuk mencari banyak persegi pada gambar ke- n adalah dengan menambah ketiga aturan tersebut sehingga mendapatkan

hasil $4n + 4$. Peserta didik yang melakukan generalisasi secara kontekstual tidak dapat menentukan aturan umum dalam menentukan banyak persegi pada gambar ke- n , peserta didik hanya cenderung melakukan generalisasi pada tahapan Aksi. Dalam tahapan Proses peserta didik tidak melakukan generalisasi dengan sempurna mengakibatkan tidak dapat mengenkapsulasikannya ke dalam tahapan Objek. Skema yang terbentuk dalam menyelesaikan soal generalisasi pola menjadi kurang sempurna. Hal ini sesuai dengan yang dinyatakan Ellis (2007, 2011) menyatakan bahwa meskipun peserta didik melihat berbagai aturan dalam pola, tetapi peserta didik masih kesulitan dalam menggeneralisasi pola. Dapat disimpulkan bahwa peserta didik yang melakukan generalisasi secara kontekstual hanya hanya terfokus pada tahapan Aksi dan kurang lengkap pada tahapan proses yang mengakibatkan tahapan Objek menjadi kurang sempurna. Dalam melakukan generalisasi peserta didik cenderung dimediasi oleh gambar dan tidak menggunakan simbol alfanumerik hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Radford (2006).

Dari paparan tersebut dapat dilihat bahwa kategori yang berpikir aljabar secara kontekstual dalam menyelesaikan soal generalisasi pola cenderung menyelesaikan masalah berangkat dari tahapan Aksi pada aktivitas meta global, yaitu memahami secara mendalam masalah generalisasi pola yang diberikan. Paparan tersebut sesuai seperti yang dinyatakan Warren (2000) mengungkapkan bahwa berpikir aljabar mengacu pada transisi antara berpikir aritmetika dan berpikir aljabar yang berhubungan dengan mencari, mengenali, dan menciptakan pola. Setelah melakukan tahap Aksi pada aktivitas meta global, selanjutnya melakukan tahapan

Aksi pada aktivitas generalisasi. Setelah melakukan Aksi subjek dengan kemampuan menggeneralisasi secara kontekstual lebih dominan menginteriorisasi tahapan Aksi ke dalam tahapan Proses melalui aktivitas generalisasi, serta mengenkapsulasi tahapan Proses hingga membentuk Objek melewati aktivitas generalisasi sehingga membentuk sebuah Skema aktivitas berpikir aljabar generalisasi. Jadi dapat disimpulkan bawa subjek yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual lebih dominan memenuhi indikator APOS pada aktivitas berpikir aljabar generalisasi.

C. Proses Berpikir Aljabar dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Pola Secara Simbolik Dilihat dari APOS

Proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan soal generalisasi secara simbolik cenderung dimediasi oleh simbol-simbol matematika yang dimiliki. Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola lebih dominan dimulai dengan sedikit tahapan Aksi kemudian dilanjutkan dengan tahap Objek. Tahap Aksi yang dilakukan adalah dengan mengamati dan menganalisis soal generalisasi pola untuk menentukan kesamaan dan perbedaan pola. Proses berpikir dalam menggeneralisasi pola secara simbolik dominan pada tahap menghasilkan Objek. Kemudian dari tahapan Objek di de-enkapsulasikan ketahapan Proses. Tahap Objek cenderung didapatkan dari informasi yang terlebih dahulu dimiliki subjek yaitu aturan rumus umum barisan aritmateka $un = a + (n - 1)b$.

Tahapan Proses yang dilakukan diawali dengan tahap Objek yang dide-enkapsulasi ke dalam Proses yaitu, menentukan banyak persegi dari pola pada aturan yang masih terjangkau dengan mendistribusikan nilai yang ditentukan ke dalam

rumus yang telah diketahui. Dalam hal ini subjek mencari banyak persegi pada gambar ke-5 dan ke-13 dengan menulis rumus terlebih dahulu $un = a + (n - 1)b$, kemudian memasukan nilai banyak persegi pada gambar yang ditentukan seperti $un = 8 + (13 - 1)b$, setelah itu melakukan tahapan Proses dengan melanjutkan oprasi tersebut seperti $un = 8 + (12)4$, $un = 8 + 48 = 56$. Peserta didik cenderung melakukan hal yang sama dalam menentukan banyak persegi pada urtan yang masih terjangkau maupun pada urutan yang tidak terjangkau. Dalam menyelesaikan soal generalisasi subjek menggunakan beberapa symbol, yaitu Un untuk menyatakan banyak persegi pada gambar ke-n, menyatakn selisih atau beda dengan huruf B, dan lain sebagainya. Papran tersebut sesuai dengan yang dinyatakan oleh Steinbring (Botzer & Yerushalmy, 2008), bahwa tanda atau symbol matematika merupakan alat untuk menggambarkan pengetahuan matematika serta untuk mengkomunikasikan pengetahuan matematika.

Produk generalisasi yang diberikan subjek berupa banyak persegi pada gambar ke-5, ke-13 dan aturan umum untuk menentukan gambar ke-n. Dalam menentukan gambar ke-n, produk generalisasi yang diberikan berupa aturan umum dalam menentukan gambar ke-n. peserta didik dengan menggeneralisasi secara simbolik cenderung melakukan hal yang sama seperti saat menentukan banyak persegi pada gambar yang tidak terjangkau, yaitu dengan mendistribusikan informasi yang diketahui ke dalam rumus aturan umum barisan dan deret aritmatika. Peserta didik yang cenderung menggeneralisasi menggunakan simbol cenderung memikirkan bagaimana langkah mudah untuk menentukan apa yang diinginkan soal yaitu dengan

mencari rumus aturam umum dari soal generalisasi yang diberikan terlebih dahulu baru menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari Objek pola pada urutan yang masih terjangkau dan yang tidak terjangkau.

Dari paparan tersebut dapat dilihat bahwa dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik cenderung menyelesaikan masalah berangkat dari tahapan Aksi pada aktivitas meta global, yaitu memahami secara mendalam masalah generalisasi pola yang diberikan. Kategori menyelesaikan soal generalisasi secara simbolik tidak sering melakukan tahapan Aksi. Setelah melakukan Aksi peserta didik dengan kemampuan menggeneralisasi secara simbolik lebih dominan menginteriorisasi tahapan Aksi ke dalam tahapan Proses melalui aktivitas transformasi, serta mengenkapsulasi tahapan Proses hingga membentuk Objek melewati aktivitas transformasi sehingga membentuk sebuah Skema aktivitas berpikir aljabar transformasi. Dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik lebih dominan melakukan aktivitas de-enkapsulasi, yaitu berangkat dari Objek kemudian di de-enkapsulasi ke dalam tahapan Proses melalui aktivitas transformasi kemudian mengenkapsulasi tahapan Proses ke dalam Objek baru. Jadi dapat disimpulkan bahwa peserta didik yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual lebih dominan memenuhi indikator APOS pada aktivitas berpikir aljabar transformasi secara lengkap. Hal ini sesuai dengan pernyataan Inganah (2015), bahwa berpikir aljabar secara *symbolic short jumping* terjadi ketika siswa menggeneralisasi pola pada tahap Aksi, Proses, Objek dan Skema dilakukan dengan sempurna.

BAB VI

PENUTUP

A. Simpulan

Berdasarkan hasil analisis tentang Proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola ditinjau dari teori APOS dapat diberikan kesimpulan berikut.

1. Proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual ditinjau dari APOS lebih dominan dalam tahap Aksi dan Proses. Kategori ini dominan menyelesaikan soal generalisasi pola melakukan Aksi terlebih dahulu sebelum menginteriorisasi pola ke dalam Proses. Proses dilakukan subjek cenderung lengkap mengakibatkan dalam mengenkapsulasikan ke dalam Objek menjadi lengkap dan sempurna. Dari paparan tersebut dapat dikatakan bahwa Skema yang dibentuk oleh peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual lengkap mulai dari tahap Aksi, Proses dan Objek. Dari paparan tersebut dapat disimpulkan bahwa dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara faktual cenderung terfokus pada tahapan Aksi dan tahapan Proses serta dominan memenuhi indikator berpikir aljabar dalam aktivitas generalisasi.
2. Proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara kontekstual ditinjau dari APOS lebih dominan dalam tahap Aksi. Tahap Aksi yang dilakukan peserta didik dalam

menggeneralisasi pola secara kontekstual cenderung lengkap namun, dalam tahap Proses masih kurang lengkap. Peserta didik yang menggeneralisasi pola secara kontekstual mengenkapsulasi aturan umum banyak persegi pada gambar ke-n berdasarkan istilah secara nyata dalam pola dan dinyatakan dalam bentuk gambar. Dari paparan tersebut dinyatakan bahwa proses berpikir aljabar peserta didik dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara kontekstual melalui tahap APOS. Peserta didik cenderung melakukan tahap Aksi, kemudian Proses sampai menemukan Objek walaupun Skema yang dibentuk dalam proses berpikirnya kurang lengkap pada tahapan Objek. Dari paparan tersebut dapat disimpulkan bahwa subjek yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara kontekstual cenderung terfokus pada tahapan Aksi dan dominan memenuhi indikator berpikir aljabar dalam aktivitas generalisasi.

3. Proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik ditinjau dari APOS diawali dengan sedikit tahapan Aksi namun didominasi oleh tahapan Objek. Proses berpikir aljabar peserta didik sekolah menengah atas dalam menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik lebih dominan melakukan tahap Objek kemudian dide-enkapsulasi ke dalam tahapan Proses untuk mendapatkan Objek baru. Peserta didik melakukan proses berpikir melalui APOS dengan lengkap dan sempurna. Dari paparan tersebut dapat disimpulkan bahwa subjek yang menyelesaikan soal generalisasi pola secara simbolik cenderung terfokus pada

tahapan Proses dan dominan memenuhi indikator berpikir aljabar dalam aktivitas Transformasi.

B. Saran

Berdasarkan temuan hasil penelitian yang telah dipaparkan pada kesimpulan dapat diberikan saran.

1. Kajian penelitian ini masih terbatas pada menggeneralisasi pola linier yang mengarah kepada barisan bilangan aritmetika, sehingga masih ada peluang untuk meneliti terkait menggeneralisasi pola dengan barisan barisan geometri.
2. Proses pembelajaran yang terkait dengan pola sangat perlu didesain sesederhana mungkin untuk memudahkan peserta didik melakukan tahapan APOS dengan lengkap dan sempurna sehingga terbentuknya proses berpikir aljabar yang baik dalam menggeneralisasi pola.
3. Diharapkan adanya bahan ajar terkait tentang generalisasi pola yang dapat digunakan sebagai pedoman pembelajaran bagi guru dalam memahami Proses berpikir aljabar peserta didik.

DAFTAR RUJUKAN

- Andriani, P. (2015). Penalaran aljabar dalam pembelajaran matematika. *Beta Jurnal Tadris Matematika*, 8(1), 1–13.
- Arifani, N. H. (2017). Proses berpikir siswa kelas VIII dalam menyelesaikan soal matematika timss materi besar sudut dalam bentuk geometris. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 2(7), 946–954.
- Asiala, M., Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas., K. (1997). A Framework for reserarch and curriculum development in undergranduate mathematics education. *Maa Notes*, 40, 37–54.
- Badawi, A., Agoestanto, A., Matematika, J., & Semarang, U. N. (2017). Analisis kemampuan berpikir aljabar dalam matematika pada siswa SMP kelas VIII. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 5(3), 182–189. <https://doi.org/10.15294/ujme.v5i3.13100>
- Badriyah, L. (2017). Proses berpikir aljabar siswa dalam menyelesaikan masalah matematika sistem persamaan linear dua variabel. *Jurnal Simki-Techsain*, 01(04), 1–9.
- Barbosa, A., Value, I., & Palhares, P. (2009). Exploring generalization with visual petterns: task developed with pre-algebra students. In *Meeting on Patterns, Maio de 2009, Viana do Castelo* (pp. 1–175).
- Bishop, J. (2000). Linear geometric number patterns: Middle school students' strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 107–126. <https://doi.org/10.1007/>
- Creswell, john W. 2015, *Penelitian Kualitatif & Desain Riset*, Yogyakarta : Pustaka Pelajar.
- Dubinsky, E. (2001). Using a theory of learning in college mathematics courses. *MSOR Connections*, 1(2), 10–15. <https://doi.org/10.11120/msor.2001.01020010>
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). A constructivist theory of learning in undergraduate education research. *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level*, 7(3), 275–282. <http://www.springerlink.com/content/v213717886v31357/>
- Ellis, A. B. (2007). A taxonomy for categorizing generalizations: Generalizing actions and reflection generalizations. *Journal of the Learning Sciences*, 16(2), 221–262. <https://doi.org/10.1080/10508400701193705>
- Ellis, A. B. (2011). Algebra in the middle school: developing functional relationships through quantitative reasoning. *Journal of the Learning Sciences*, 215–238. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_13
- Hadi, W., & Faradillah, A. (2019). The algebraic thinking process in solving hots questions reviewed from student achievement motivation. *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(2), 327–337. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v10i2.5331>
- Hardianti, A., & Kurniasari, I. (2019). Kemampuan berpikir aljabar siswa smp dalam menyelesaikan masalah matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 1(5), 59–66.
- Inganah, S. & S. (2013). Semiotik dalam proses generalisasi pola. *Himpunan Matematika*

- Indonesia*, 2006, 431–438.
- Irmu Afin Naziroh, Suharto, Erfan Yudianto, Hobri, R. P. M. (2018). Proses berpikir aljabar siswa dalam memecahkan permasalahan matematika berdasarkan kemampuan aljabar dan gender. *Kadikma*, 9(2), 136–144.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139–151.
- Kriegler, S. (2007). Just what is algebraic thinking. Introduction to algebra. *Centre for Mathematics and Teaching Press*, 1–11.
- Lannin, J. K., Barker, D. D., & Townsend, B. E. (2006). Algebraic generalisation strategies: factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3–28. <https://doi.org/10.1007/BF03217440>
- Lew, H.-C. (2004). Developing algebraic thinking in early grades: case study of korean elementary school mathematics. *The Mathematics Educator*, 8(1), 107–130. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-17735-4_3
- Malihatuddarajah, D., & Prahmana, R. C. I. (2019). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan permasalahan operasi bentuk aljabar. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(1), 1–8. <https://doi.org/10.22342/jpm.13.1.6668.1-8>
- Mirza, A., Kanza, A., & Kusuma, G. (2020). How to develop the algebraic thinking of students in mathematics learning. In PRISMA (Ed.), *Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 3, pp. 310–316). Mathematics Department, Universitas Negeri Semarang.
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development . Mathematics Education Research ... Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ883867.pdf>
- Mulyono, M. (2011). Teori APOS dan implementasinya dalam pembelajaran. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 1(1), 37–45. <https://doi.org/10.20961/jmme.v1i1.9924>
- Napfiah, S. (2016). Berpikir aljabar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan taksonomi SOLO ditinjau dari kemampuan matematika. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 171–182. <https://doi.org/10.22236/kalamatika.vol1no2.2016pp171-182>
- Nggaba, M. E., & Ngaba, A. L. (2021). Kemampuan berpikir aljabar siswa dalam menyelesaikan masalah matematika berbasis kearifan lokal. *Satya Widya*, 36(2), 97–104.
- Nurcholifah, S., Purwoko, R., & Kurniawan, H. (2021). Proses berpikir aljabar dalam menyelesaikan masalah matematika berbasis open-ended. *EKSAKTA: Jurnal Penelitian Dan Pembelajaran MIPA*, 6(1), 19–28. <http://jurnal.um-tapsel.ac.id/index.php/eksakta/article/view/1817/pdf>
- Permatasari, D., & Harta, I. (2018). The gap between the beginning and the end of algebraic thinking transition period. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 2(1), 79–88. <https://doi.org/10.12928/ijeme.v2i1.8655>

- Purwanti, N. D., & Pujiastuti, H. (2020). Analisis kesulitan belajar aljabar ditinjau dari motivasi belajar siswa. *Jurnal Analisa*, 6(2), 122–131. <https://doi.org/10.15575/ja.v6i2.8396>
- Radford, L. (2007). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 40(1), 83–96. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0>
- Radford, L. (2006). Algebraic Thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In S. Alatorre, J. L. C. M. Sáiz, & A. Méndez (Eds.), *28th Annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 2–21).
- Rahmawati, Y. (2017). Deskripsi kemampuan berpikir aljabar siswa SMP dalam menyelesaikan soal persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel. *Occupational Medicine*, 53(4), 130–151.
- Rivera, F. D. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics*, 73(3), 297–328. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9222-0>
- Rofiki, I. (2015). Penalaran imitatif siswa dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola. In & J. B. Purwanto, C. Sa’dijah, T. Nusantara, A. R. As’ari, A. Qohar, E. Hidayanto, Sukoriyanto, I. N. Hidayah (Ed.), *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya 2015* (Vol. 1, pp. 511–520).
- Safitri, A. I. (2021). Kontruksi konsep fungsi matematis bagi siswa SMA berdasarkan teori APOS. *Wilangan: Jurnal Inovasi Dan Riset Pendidikan Matematika Pembelajaran*, 2(3), 149–165.
- Sakti, T. S., Syamsuri, Yuyu, & Sukirwan. (2021). Analisis berpikir siswa SMK dalam menyelesaikan masalah matematis berdasarkan Teori APOS. *Buana Pendidikan: Jurnal Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan*, 17(1), 21–32. <https://doi.org/10.36456/bp.vol17.no1.a3093>
- Sari, W., & Persada, A. R. (2013). Pengaruh kemampuan berpikir aljabar terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika (Studi Kasus di Kelas VIII SMP Negeri 1 Kaliwedi Kabupaten Cirebon). *Eduma: Mathematics Education Learning and Teaching*, 2(2). <https://doi.org/10.24235/eduma.v2i2.45>
- Setiawan, Y. E. (2020a). Analisis kesalahan siswa dalam menggeneralisasi pola linier. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 4(2), 180–194. <https://doi.org/10.33603/jnpm.v4i2.3386>
- Setiawan, Y. E. (2020b). Proses berpikir siswa dalam memperbaiki kesalahan generalisasi pola linier. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(September), 371–382.
- Sukmawati. (2015). Berpikir aljabar dalam menyelesaikan masalah matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 89–95.
- Suwanto, F. R., Aprisal, Putra, W. D. P., & Sari, R. H. Y. (2017). APOS theory towards algebraic thinking Skill. *Proceedings of Ahmad Dahlan International Conference, October*, 52–58.
- Syaiful. (2014). Student comprehension about line and row from APOS theory point of view. In

- F. of Nur Hadi W [et.al] – Yogyakarta, Yogyakarta & 2014 Mathematics and Natural Science Yogyakarta State University (Eds.), *International Seminar on Innovation in Mathematics and Mathematics Education 1st ISIM-MED 2014* (pp. 563–570). <http://eprints.uny.ac.id/view/subjects/prosiding.html>
- Syamsuri, & Marethi, I. (2018). APOS analysis on cognitive process in mathematical proving activities. *International Journal on Teaching and Learning Mathematics*, 1(1), 1–12. <https://doi.org/10.18860/ijtlm.v1i1.5613>
- Tall, D. (2002). The psychology of advanced mathematical thinking. *Advanced Mathematical Thinking*, 21, 3–21. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_1
- Tall, D. (2011). Looking for the bigger picture. *For the Learning of Mathematics*, 31(2), 17–18.
- Tanişlıf, D., & Özdaş, A. (2009). The strategies of using the generalizing patterns of the primary school 5th grade students. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 9(3), 1485–1497.
- Utami, R. E., Ekawati, C., & Handayanto, A. (2020). Profil kemampuan berpikir aljabar dalam memecahkan masalah matematika ditinjau dari gaya kognitif reflektif siswa SMP. *JIPMat*, 5(1), 13–24. <https://doi.org/10.26877/jipmat.v5i1.5502>
- Warsitasari, W. D. (2015). Berpikir aljabar dalam pemecahan masalah matematika. *APOTEMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 1(1), 1–17. <https://doi.org/10.31597/ja.v1i1.161>
- Windsor, W. (2010). Algebraic Thinking : A problem solving approach. In C. H. L. Sparrow, B. Kissane (Ed.), *Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 33, pp. 665–672). https://research-repository.griffith.edu.au/bitstream/handle/10072/36557/67823_1.pdf?sequence=1&isAllowed=y

LAMPIRAN

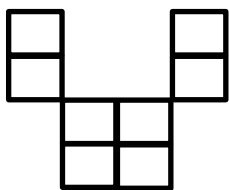
1. Foto –Foto Kegiatan Penelitian



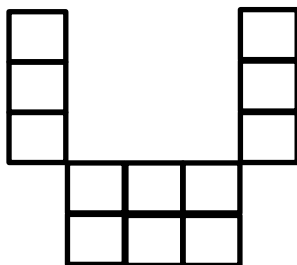


LEMBAR TUGAS GENERALISASI POLA

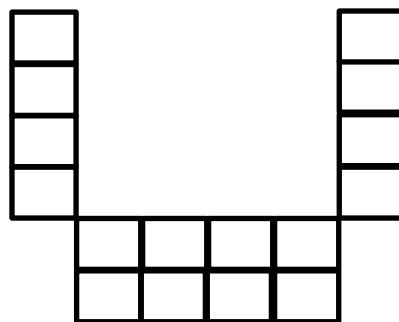
1. Perhatikan gambar berikut



Gambar ke-1



Gambar ke-2



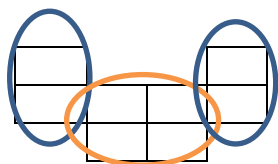
Gambar ke-3

Berdasarkan pola pada gambar tersebut, tentukan

- Banyak persegi pada gambar ke-5.
- Banyak persegi pada gambar ke-13.
- Tentukan banyak persegi pada gambar ke- n .

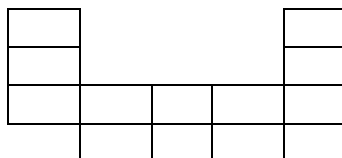
Cara 1

Dilihat dari gambar 1 banyak persegi di garis horizontal berjumlah 2 persegi di sebelah kiri dan 2 disebelah kanan, sedangkan di bawah berjumlah 4



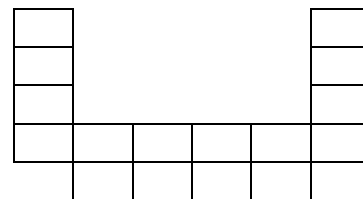
Gambar 1

Dilihat dari gambar 2 banyak persegi di garis horizontal berjumlah 3 persegi di sebelah kiri dan 3 disebelah kanan, sedangkan di bawah berjumlah 6



Gambar 2

Dilihat dari gambar 3 banyak persegi di garis horizontal berjumlah 3 persegi di sebelah kiri dan 3 disebelah kanan, sedangkan di bawah berjumlah 8



Gambar 3

Dilihat dari gambar 1 banyak persegi di garis horizontal berjumlah 2 persegi di sebelah kiri dan 2 disebelah kanan, sedangkan di bawah berjumlah 4. Sedangkan pada gambar 2 jumlah persegi di bagian kanan ada 3, kiri, 3 dan bawah ada 6 persegi, pada gambar 3 disebelah kanan selalu bertambah satu persegi begitupun disebelah kiri, sedangkan disebelah bawah selalu bertambah 2 persegi.

| Gambar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Kiri | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Kanan | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Bawah | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| Jumlah persegi | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 38 |

Dari urutan kiri dapat diperoleh rumus untuk gambar ke n sebagai berikut

Karena selisih atau bedanya 1 maka

$$\text{Gambar ke } n = 1 + n$$

Sedangkan untuk persegi yang sebelahkanan rumus gambar ke n

$$\text{Gambar ke } n = 1 + n$$

Sedangkan untuk persegi yang bagian bawah memiliki selisih 2 maka rumus gambar ke n

$$\text{Gambar ke } n = 2 + n$$

Sehingga dari ketiga rumus tersebut diperoleh rumus ke n

$$\begin{aligned}
 \text{Gambar ke } n &= (1 + n) + (1 + n) + (2 + 2n) \\
 &= (2 + 2n) + (2 + 2n) \\
 &= 4 + 4n
 \end{aligned}$$

Cara 2

Generalisasi Factual

Generalisasi Factual merupakan sebuah cara menyelesaikan soal generalisasi pola dimana peserta didik lebih dominan menggunakan kalimat

Dari gambar tersebut diperoleh

Banyak persegi pada gambar 1 sebanyak 8

Banyak persegi pada gambar 2 sebanyak 12

Banyak persegi pada gambar 3 sebanyak 16

Dari gambar tersebut diperoleh beda sebanyak 4 persegi

Jadi untuk gambar 4, banyak persegi berjumlah $16 + 4 = 20$

untuk gambar 5, banyak persegi berjumlah $20 + 4 = 24$

untuk gambar 6, banyak persegi berjumlah $24 + 4 = 28$

untuk gambar 7, banyak persegi berjumlah $28 + 4 = 32$

untuk gambar 8, banyak persegi berjumlah $32 + 4 = 36$

untuk gambar 9, banyak persegi berjumlah $36 + 4 = 40$

untuk gambar 10, banyak persegi berjumlah $40 + 4 = 44$

untuk gambar 11, banyak persegi berjumlah $44 + 4 = 48$

untuk gambar 12, banyak persegi berjumlah $48 + 4 = 52$

untuk gambar 13, banyak persegi berjumlah $52 + 4 = 56$

dari pembahasan tersebut diperoleh untuk mencari gambar ke n maka dapat dicari dengan cara

gambar ke $n = 4 + (\text{gambar } n \times \text{beda})$

cara 3

generalisasi simbolik

generalisasi simbolik merupakan peserta didik cenderung menggunakan simbol simbol matematika dalam menyelesaikan soal generalisasi pola

$$\text{gambar 1} = u_1/a$$

$$\text{gambar 2} = u_2$$

$$\text{gambar 3} = u_3$$

dari soal diperoleh sebuah deret aritmtika sebagai berikut

$$8, 12, 16, \dots$$

Dik.

$$a = 8, \quad g_2 = 12, \quad u_3 = 16$$

$$b = 4$$

dit.

Jumlah persegi pada Gambar ke 5...?

Jumlah persegi pada Gambar ke 13...?

Rumus umum suku ke n dari gambar terebut

Jawaban

Gambar ke 5

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_5 = 8 + (5-1)4$$

$$U_5 = 8 + (4)4$$

$$U_5 = 8 + 16$$

$$U_5 = 24$$

Gambar ke 13

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_{13} = 8 + (13-1)4$$

$$U_{13} = 8 + (12)4$$

$$U_{13} = 8 + 48$$

$$U_{13} = 56$$

Rumus gambar ke n

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_n = 8 + (n-1)4$$

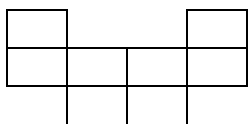
$$U_n = 8 + (4n - 4)$$

$$U_n = 4 + 4n$$

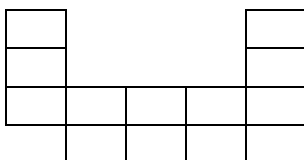
Cara 4

Generalisasi kontekstual

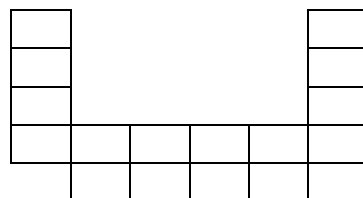
Untuk mencari jumlah persegi pada gambar selanjutnya salah satu cara adalah dengan cara melanjutkan gambar dengan pola yang telah diketahui seperti pada gambar tersebut disebut generalisasi kontekstual



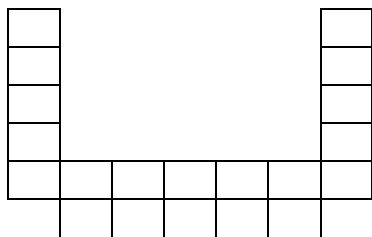
Gambar 1



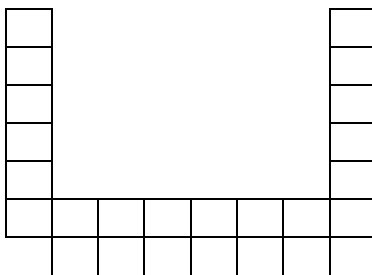
Gambar 2



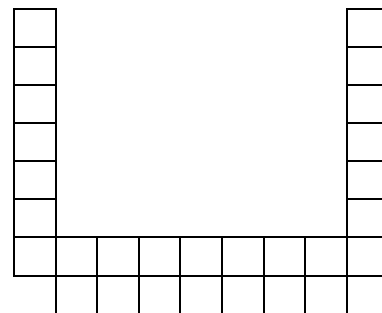
Gambar 3



Gambar 4



Gambar 5



Gambar 6

PEDOMAN WAWANCARA

Tujuan Wawancara

Wawancara ini dilakukan untuk:

1. Mengonfirmasi hasil pengerjaan tugas oleh subjek.
2. Mengetahui hal-hal secara lebih mendalam tentang proses berpikir aljabar subjek dalam menyelesaikan tugas generalisasi pola.
3. Melengkapi data tertulis, bukan untuk mengubah jawaban subjek menjadi benar.

Metode Wawancara

Metode wawancara yang digunakan pada penelitian ini adalah wawancara semi terstruktur dengan ketentuan:

1. Pertanyaan wawancara yang diajukan disesuaikan dengan jawaban yang dituliskan.
2. Pertanyaan yang diajukan tidak harus sama, namun memuat tujuan yang sama yaitu mengetahui proses berpikir aljabar peserta didik.
3. Apabila peserta didik mengalami kesulitan dalam memahami pertanyaan, maka peserta didik akan diberikan pertanyaan yang lebih sederhana tanpa menghilangkan tujuan wawancara.

Pelaksanaan

1. Peserta didik diberi lembar tugas untuk mengetahui bagaimana proses berpikir aljabarnya.
2. Peserta didik diminta untuk menyelesaikan tugas generalisasi polasambil mengungkapkan ide-ide yang dipikirkan.
3. Setelah menyelesaikan tugas, siswa kembali diberi pertanyaan prihal penyelesaiannya dalam mengerjakan tugas generalisasi pola

4. Apabila terdapat jawaban hasil wawancara yang kurang jelas, peneliti akan melakukan klarifikasi jawaban tersebut kepada peserta didik.

Berikut merupakan beberapa pertanyaan kunci yang telah disusun oleh peneliti.

| Karakteristik APOS | Berpikir Aljabar | Indikator | Contoh pertanyaan kunci |
|--------------------|--|---|---|
| Aksi | <ol style="list-style-type: none"> 1. Merepresentasikan pembentukan persamaan yang memuat suatu kuantitas yang tidak diketahui. 2. Memahami struktur struktur pada masalah generalisasi pola | <ol style="list-style-type: none"> 1. Mengetahui dan menunjukkan apa yang diketahui dan yang diinginkan soal 2. Menentukan beda atau selisih barisan dan deret yang terbentuk dari pola. 3. Membuat gambar pola urutan berikutnya | <ol style="list-style-type: none"> 1. Coba sebutkan apa saja yang kamu pahami dari soal ini! 2. Bagaimana cara kamu mengetahui informasi dari soal ini! 3. Mengapa hal tersebut kamu anggap penting dari soal ini 4. Coba kamu ungkapkan maksud dari tugas ini dengan bahasa kamu sendiri! 5. Apa inti permasalahan dari soal ini? |
| Proses | <ol style="list-style-type: none"> 3. Peserta didik mampu mengidentifikasi perubahan pada masalah generalisasi pola. 4. Peserta didik mampu merepresentasikan situasi masalah. | <ol style="list-style-type: none"> 1. Menentukan barisan dan deret bilangan yang terbentuk dari pola. 2. Menentukan berapa nilai barisan dan deret yang terbentuk dari objek pola pada urutan yang masih terjangkau. 3. Menentukan aturan banyak objek pola pada urutan yang tidak terjangkau. | <ol style="list-style-type: none"> 1. Menurut kamu, bagaimana pola yang terbentuk selanjutnya? 2. Berapa banyak bola pada gambar ke 5 dan ke 13 3. Bagaimana cara kamu menemukan banyak bola itu? Jelaskan! 4. Mengapa kamu menggunakan cara tersebut! |
| Objek | <ol style="list-style-type: none"> 5. Peserta didik mampu memprediksi hasil dari masalah generalisasi pola. 6. Peserta didik mampu mengoperasikan kuantitas yang tidak diketahui seolah – olah kuantitas tersebut diketahui. | <ol style="list-style-type: none"> 1. Menentukan rumus pola dan menuliskannya dalam bentuk simbol, baik berupa angka, huruf ataupun gambar. 2. Melakukan substitusi nilai yang diperoleh dari tahap berikutnya 3. Menentukan rumus umum aturan pola berdasarkan informasi yang diperoleh pada aksi, proses, dan objek (menentukan rumus ke – n) | <ol style="list-style-type: none"> 1. Bagaimana langkah-langkah kamu menyelesaikan soal ini. 2. Bagaimana langkah kamu dalam menemukan pola umum rangkaian ke-n dari tugas ini! 3. Mengapa kamu menggunakan langkah – langkah tersebut! 4. Jelaskan apa makna dari formula ke-n tersebut! |

| | | | |
|-------|--|---|---|
| Skema | <p>7. Mampu menentukan bentuk aljabar yang ekuivalen dan menentukan penyelesaian dari suatu persamaan dalam aljabar</p> <p>8. Peserta didik mampu membenarkan dan membuktikan argumen yang dimiliki dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola.</p> | <p>1. Menentukan rumus umum aturan pola yang telah diberikan dengan mengaitkan dengan Aksi, Proses Objek dan S kema lainnya dalam oprasi aljabar.</p> <p>2. Mengevaluasi kembali rumus umum aturan pola atau jawaban yang diselesaikan.</p> | <p>1. Coba jelaskan secara keseluruhan tentang jawaban kamu ini ?</p> <p>2. Apasaja kesulitan yang kamu alami dalam menyelesaikan soal ini</p> <p>3. Apakah kamu yakin dengan jawaban kamu ini!</p> |
|-------|--|---|---|

LEMBAR VALIDASI TES GENERALISASI POLA

LEMBAR VALIDASI TUGAS GENERALISASI POLA

Nama Validator : Prof. Dr. Turmudi M.Si
 Bidang Keahlian : Ahli Materi
 Unit Kerja : UIN MAULANA MALIK IBRAHIM MACANG

Petunjuk:

- Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (✓) pada kolom yang tersedia. Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, TS = Tidak Setuju.
- Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan, komentar/saran perbaikan atau pada lembar tugas matematika.

A. Penilaian Materi

| No | Kriteria penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Soal sesuai untuk menjawab permasalahan penelitian | ✓ | | | |
| 2 | Soal menuntut peserta didik untuk melakukan proses berpikir aljabar | ✓ | | | |
| 3 | Soal sesuai untuk peserta didik yang akan dijadikan subjek penelitian | ✓ | | | |

B. Penilaian Konstruksi Soal

| No | Kriteria Penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|--|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Kalimat soal tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |
| 2 | Informasi yang diberikan cukup untuk menyelesaikan soal | ✓ | | | |
| 3 | Rumusan soal menggunakan kalimat pertanyaan yang menuntut jawaban uraian | ✓ | | | |
| 4 | Batasan yang diberikan jelas | ✓ | | | |

C. Penilaian Bahasa Soal

| No | Kriteria Penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Menggunakan kaidah Bahasa Indonesia yang baik dan benar | ✓ | | | |
| 2 | Rumusan soal menggunakan kata-kata atau kalimat sederhana yang dipahami oleh subjek | ✓ | | | |
| 3 | Rumusan soal komunikatif | ✓ | | | |
| 4 | Rumusan soal tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |

D. Penilaian Umum

Kesimpulan penilaian secara umum terhadap instrumen Tugas Matematika adalah *):

- a. Layak digunakan tanpa perbaikan
- b. Layak digunakan dengan perbaikan
- c. Tidak layak digunakan

*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/ Saran Perbaikan:

..... Perbaiki penemuan halaya.

.....

.....

.....

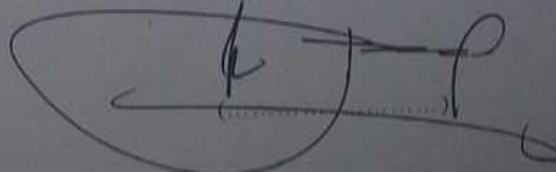
.....

.....

Malang,

2022

Validator



LEMBAR VALIDASI TUGAS GENERALISASI POLA

Nama Validator : Dr. Habibi Ratu Perwira Megara, M.Pd.
 Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika
 Unit Kerja : UIN Mataram

Petunjuk:

- Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (✓) pada kolom yang tersedia. Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, TS = Tidak Setuju.
- Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan, komentar/saran perbaikan atau pada lembar tugas matematika.

A. Penilaian Materi

| No | Kriteria penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Soal sesuai untuk menjawab permasalahan penelitian | ✓ | | | |
| 2 | Soal menuntut peserta didik untuk melakukan proses berpikir aljabar | ✓ | | | |
| 3 | Soal sesuai untuk peserta didik yang akan dijadikan subjek penelitian | ✓ | | | |

B. Penilaian Konstruksi Soal

| No | Kriteria Penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|--|-----------------|----|----|------------------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Kalimat soal tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |
| 2 | Informasi yang diberikan cukup untuk menyelesaikan soal | ✓ | | | Ubah Narasi "Gambar" menjadi pola. |
| 3 | Rumusan soal menggunakan kalimat pertanyaan yang menuntut jawaban uraian | ✓ | | | |
| 4 | Batasan yang diberikan jelas | ✓ | | | |

C. Penilaian Bahasa Soal

| No | Kriteria Penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Menggunakan kaidah Bahasa Indonesia yang baik dan benar | ✓ | | | |
| 2 | Rumusan soal menggunakan kata-kata atau kalimat sederhana yang dipahami oleh subjek | ✓ | | | |
| 3 | Rumusan soal komunikatif | ✓ | | | |
| 4 | Rumusan soal tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |

D. Penilaian Umum

Kesimpulan penilaian secara umum terhadap instrumen Tugas Matematika adalah *):

- a. Layak digunakan tanpa perbaikan
- b. Layak digunakan dengan perbaikan
- c. Tidak layak digunakan

*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/ Saran Perbaikan:

.....

.....

.....

.....

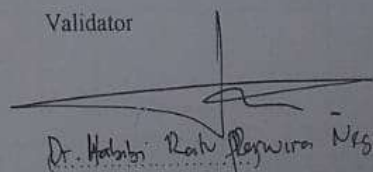
.....

.....

.....

Mataram, 31 oktober 2022

Validator



Dr. Habibi Ratu Perwira Negara, M.Pd.

**LEMBAR VALIDASI TUGAS GENERALISASI
POLA**

Nama Validator : *Syamsul Hadi S.Pd*
 Bidang Keahlian : *Gur*
 Unit Kerja : *GUR SMA N 1 PRAYA TIMUR*

Petunjuk:

- Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (✓) pada kolom yang tersedia. Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, TS = Tidak Setuju.
- Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan, komentar/saran perbaikan atau pada lembar tugas matematika.

A. Penilaian Materi

| No | Kriteria penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Soal sesuai untuk menjawab permasalahan penelitian | ✓ | | | |
| 2 | Soal menuntut peserta didik untuk melakukan proses berpikir aljabar | ✓ | | | |
| 3 | Soal sesuai untuk peserta didik yang akan dijadikan subjek penelitian | ✓ | | | |

B. Penilaian Konstruksi Soal

| No | Kriteria Penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|--|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Kalimat soal tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |
| 2 | Informasi yang diberikan cukup untuk menyelesaikan soal | ✓ | | | |
| 3 | Rumusan soal menggunakan kalimat pertanyaan yang menuntut jawaban uraian | ✓ | | | |
| 4 | Batasan yang diberikan jelas | ✓ | | | |

C. Penilaian Bahasa Soal

| No | Kriteria Penilaian | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Menggunakan kaidah Bahasa Indonesia yang baik dan benar | ✓ | | | |
| 2 | Rumusan soal menggunakan kata-kata atau kalimat sederhana yang dipahami oleh subjek | ✓ | | | |
| 3 | Rumusan soal komunikatif | ✓ | | | |
| 4 | Rumusan soal tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |

D. Penilaian Umum

Kesimpulan penilaian secara umum terhadap instrumen Tugas Matematika adalah *):

- Layak digunakan tanpa perbaikan
- Layak digunakan dengan perbaikan
- Tidak layak digunakan

*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/ Saran Perbaikan:

.....

.....

.....

.....

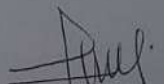
.....

.....

.....

Praya,
Validator

2022


(Syarif Hadi)

LEMBAR VALIDASI PEDOMAN WAWANCARA

LEMBAR VALIDASI PEDOMAN WAWANCARA

Nama Validator : Prof. Dr. Esmudi M.Si
 Bidang Keahlian : Ahli Materi
 Unit Kerja : UIN MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG

Petunjuk:

1. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (✓) pada kolom yang tersedia. Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, TS = Tidak Setuju.
2. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan, komentar/saran perbaikan atau pada lembar tugas matematika.

| No | Kriteria Pedoman Wawancara | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Pertanyaan tidak menyebut langsung indikator berpikir aljabar | ✓ | | | |
| 2 | Pertanyaan dapat mengungkap proses berpikir aljabar peserta didik | ✓ | | | |
| 3 | Pertanyaan suruhan terbuka | ✓ | | | |
| 4 | Sesuai dengan tingkat kognitif siswa | ✓ | | | |
| 5 | Bersifat menggali dan tidak bersifat menuntun | ✓ | | | |
| 6 | Tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |

Berdasarkan penilaian dari kriteria pedoman wawancara, pedoman wawancara ini dinyatakan *):

- a. Layak digunakan tanpa perbaikan
- b. Layak digunakan dengan perbaikan
- c. Tidak layak digunakan

*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Tbu

Komentar/ Saran Perbaikan:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

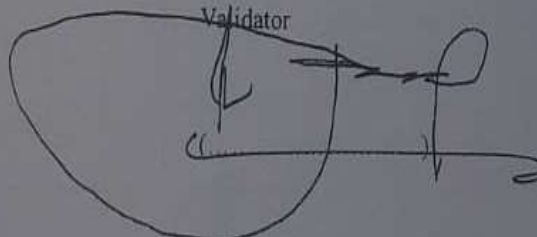
.....

.....

.....

Malang, 2022

Validator



LEMBAR VALIDASI PEDOMAN WAWANCARA

Nama Validator : Dr. Habibi Runtu Perwira Megawa, Pa. Pd.
 Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika
 Unit Kerja : UIN Mataram

Petunjuk:

1. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (☐) pada kolom yang tersedia. Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, TS = Tidak Setuju.
2. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan, komentar/saran perbaikan atau pada lembar tugas matematika.

| No | Kriteria Pedoman Wawancara | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Pertanyaan tidak menyebut langsung indikator berpikir aljabar | ✓ | | | |
| 2 | Pertanyaan dapat mengungkap proses berpikir aljabar peserta didik | ✓ | | | |
| 3 | Pertanyaan suruhan terbuka | ✓ | | | |
| 4 | Sesuai dengan tingkat kognitif siswa | ✓ | | | |
| 5 | Bersifat menggali dan tidak bersifat menuntun | ✓ | | | |
| 6 | Tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |

Berdasarkan penilaian dari kriteria pedoman wawancara, pedoman wawancara ini dinyatakan *);

- a. Layak digunakan tanpa perbaikan
- b. Layak digunakan dengan perbaikan
- c. Tidak layak digunakan

*); Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/ Saran Perbaikan:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

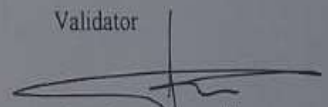
.....

.....

.....

Mataram, 31 Oktober 2022

Validator



(Dr. Habibi Ratu Parwira Ngono)

LEMBAR VALIDASI PEDOMAN WAWANCARA

Nama Validator : SYABUL HADI S.Pd
 Bidang Keahlian : Guru MTK
 Unit Kerja : Guru SMA N 1 PRAYA TIMUR

Petunjuk:

1. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (H) pada kolom yang tersedia. Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, TS = Tidak Setuju.
2. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan, komentar/saran perbaikan atau pada lembar tugas matematika.

| No | Kriteria Pedoman Wawancara | Skala Penilaian | | | Keterangan/ Saran Perbaikan |
|----|---|-----------------|----|----|-----------------------------|
| | | S | KS | TS | |
| 1 | Pertanyaan tidak menyebut langsung indikator berpikir aljabar | ✓ | | | |
| 2 | Pertanyaan dapat mengungkap proses berpikir aljabar peserta didik | ✓ | | | |
| 3 | Pertanyaan suruhan terbuka | ✓ | | | |
| 4 | Sesuai dengan tingkat kognitif siswa | ✓ | | | |
| 5 | Bersifat menggali dan tidak bersifat menuntun | ✓ | | | |
| 6 | Tidak menimbulkan penafsiran ganda | ✓ | | | |

Berdasarkan penilaian dari kriteria pedoman wawancara, pedoman wawancara ini dinyatakan *):

- a. Layak digunakan tanpa perbaikan
- b. Layak digunakan dengan perbaikan
- c. Tidak layak digunakan

*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/ Saran Perbaikan:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

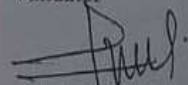
.....

.....

Praya,

2022

Validator


(Syamsul Hadi)



PEMERINTAH PROVINSI NUSA TENGGARA BARAT
DINAS PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
SMA NEGERI 1 PRAYA TIMUR
AKREDITASI A



Jln. Praya Timur-Mujur- Lombok Tengah-NTB-Kp (83581)
email : smansa_pratim@yahoo.co.id web. www.sman1prayatimur.sch.id
VISI : Beriman, berakhlak, berilmu, terampil, dan berbudaya

SURAT KETERANGAN

Nomor : 423,4/122/SMANIPRATIM/2022

Yang bertanda tangan di bawah ini Kepala SMA Negeri 1 Praya Timur Kabupaten Lombok Tengah Provinsi Nusa Tenggara Barat menerangkan bahwa:

| | |
|----------------------|---|
| Nama Mahasiswa | : LALU AJIMULIARDI AKBAR |
| NIM | : 200108210002 |
| Fakultas | : FITK UIN Maulana Malik Ibrahim Malang |
| Jurusan/Program | : Magister Pendidikan Matematika /S2 |
| Tempat/Tanggal Lahir | : Penyabukan, 11 April 1997 |
| Jenis Kelamin | : Laki-Laki |
| A g a m a | : Islam |
| Pekerjaan | : Mahasiswa |
| A l a m a t | : Dusun Penyabukan Desa Marong Kec. Praya Timur Kab. Lombok Tengah |

Bahwa berdasarkan surat izin penelitian dari Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang Nomor : 641/Un.03.1/TL.00.1/03/2022 tanggal 08 April 2022. Yang tersebut namanya di atas telah melaksanakan penelitian di SMA Negeri 1 Praya Timur Kabupaten Lombok Tengah dengan judul “ **PROSES BERPIKIR ALJABAR PESERTA DIDIK SEKOLAH MENENGAH ATAS DALAM MENYELESAIKAN SOAL GENERALISASI POLA DITINJAU DARI TEORI APOS**”.

Demikian Surat Keterangan ini dibuat untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Mujur, 2 September 2022

Kepala Sekolah,

