ANALISIS PERHITUNGAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR (R_0) PADA MODEL MATEMATIKA DINAMIKA MALARIA ***HOST-VECTOR***

SKRIPSI

OLEH
NOVITA DWI SUSANTI
NIM. 11610014

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

ANALISIS PERHITUNGAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR (R_0) PADA MODEL MATEMATIKA DINAMIKA MALARIA *HOST-VECTOR*

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Novita Dwi Susanti
NIM. 11610014

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

ANALISIS PERHITUNGAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR (R_0)
PADA MODEL MATEMATIKA DINAMIKA MALARIA
HOST-VECTOR

SKRIPSI

Oleh
Novita Dwi Susanti
NIM. 11610014

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 15 Desember 2016

Pembimbing I,

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

Pembimbing II,

Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ANALISIS PERHITUNGAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR (R_0)
PADA MODEL MATEMATIKA DINAMIKA MALARIA
HOST-VECTOR

SKRIPSI

Oleh
Novita Dwi Susanti
NIM. 11610014

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 22 Desember 2016

Penguji Utama	: Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si	....
Ketua Penguji	: Mohammad Jamhuri, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Anggota Penguji	: Fachrur Rozi, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Novita Dwi Susanti
NIM	: 11610014
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Analisis Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) pada Model Matematika Dinamika Malaria *Host-Vector*.

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 14 Desember 2016
Yang membuat pernyataan,

Novita Dwi Susanti
NIM. 11610014

MOTO

"Allah dulu, Allah lagi, Allah terus"

(Yusuf Mansur)

"Belajarlah, karena seseorang tidak dilahirkan dalam keadaan pandai. Pemilik ilmu itu tidak sama dengan orang yang bodoh"

(Anonim)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'aalamin

Karya ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Suudi dan ibunda Sariati yang menjadi motivasi utama penulis menyelesaikan skripsi ini.

Kakak terbaik penulis, Mochammad Husen (Alm).

Adik-adik tersayang, Asmania dan Mochammad Yahya yang selalu memberikan motivasi dan keceriaan di setiap hari-hari penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Selanjutnya penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan membimbing penulis dalam penyelesaian skripsi ini. Ucapan terima kasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah sabar meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, nasihat, dan arahan yang terbaik kepada penulis selama penyelesaian skripsi ini.
5. Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan, bimbingan, dan nasihat yang terbaik kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

7. Orang tua, adik, serta keluarga besar yang selalu memberikan doa dan motivasi yang tiada henti kepada penulis.
8. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2011, khususnya Venny Riana Agustin dan Aminatus Zuria yang selalu mendampingi untuk meraih mimpi, terima kasih atas atas dukungan serta kenangan dan pengalaman yang tidak terlupakan.
9. Keluarga besar bapak Sunardi, keluarga besar bapak Miftahul Huda, serta keluarga besar Ciamis Dalam 21, terima kasih atas bantuannya yang tak ternilai kepada penulis.
10. Gunawan Triadmojo, terima kasih atas semua kebaikannya kepada penulis.
11. Semua pihak yang membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik secara moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Desember 2016

Penulis

DAFTAR ISI

BAB III PEMBAHASAN

BAB IV PENUTUP

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Susanti, Novita Dwi. 2017. **Analisis Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) pada Model Matematika Dinamika Malaria *Host-Vector***. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) Fachrur Rozi, M.Si.

Kata kunci: bilangan reproduksi dasar, malaria *host-vector*

Malaria merupakan salah satu penyakit kronis yang disebabkan oleh protozoa. Penyebaran penyakit ini melalui gigitan nyamuk (*vector*) pada manusia *(host)*. Model dinamika malaria *host-vector* terdiri dari lima persamaan diferensial biasa nonlinier yang disederhanakan menjadi tiga persamaan untuk memperoleh bilangan reproduksi dasarnya.

Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan bilangan reproduksi dasar dari model dinamika malaria *host-vector*, dan mengetahui tingkat infeksi yang terjadi pada manusia melalui interpretasi grafik yang dihasilkan. Bilangan reproduksi dasar (R_0) sering digunakan sebagai parameter ambang untuk menentukan batas antara kepunahan dan penyebaran suatu penyakit.

Bilangan reproduksi dasar merupakan nilai eigen dominan *(spectral radius)* dari matriks generasi mendatang *(next generation)* yang didefinisikan sebagai FV^{-1}. Dari penelitian ini diperoleh bilangan reproduksi dasar malaria *host-vector* adalah $R_0 = \frac{a^2bmc}{\lambda_v\,(v+r+\lambda_h+\delta)}$. Selanjutnya dilakukan simulasi untuk mengetahui tingkat infeksi terhadap manusia dan nyamuk. Berdasarkan hasil simulasi yang melibatkan laju gigitan nyamuk pada manusia (a) dan proporsi gigitan nyamuk pada manusia yang menghasilkan infeksi (b), maka didapatkan kesimpulan agar penyakit tidak menjadi wabah (bebas penyakit) maka dibutuhkan $a \in [(0,1),(0,7)]$ dan $b \in [(0,1),(0,7)]$ yang menghasilkan bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$. Sedangkan untuk $a \in [(0,8),(1)]$ dan $b \in [(0,8),(1)]$ dihasilkan $R_0 > 1$ yang berarti bilangan reproduksi dasar tersebut mengakibatkan endemik malaria.

Bagi penelitian selanjutnya dapat mencari bilangan reproduksi dasar pada model matematika yang lain dan dengan metode yang berbeda.

ABSTRACT

Susanti, Novita Dwi. 2017. **Analysis of the Basic Reproduction Number Calculations (R_0) on Model Dynamics Mathematical of Malaria Host-Vector.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisor: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) Fachrur Rozi, M.Si.

Keywords: basic reproduction number, malaria host-vector

Malaria is one of the chronic disease caused by protozoa. The spread of this disease through the bite of a mosquito (vector) on human (host). Model dynamics mathematical of malaria host-vector consists of five non-linear ordinary differential equations that are simplified into three equations to obtain its basic reproduction number.

The purpose of this research is to obtain the basic reproduction number of malaria dynamics model of host-vector, and determine the level of infection in humans. Basic reproduction number (R_0) is often used as a threshold parameter to determine the boundary between extinction and the spread of a disease.

Basic reproduction number is the dominant eigenvalue (the spectral radius) of the matrix next generation matrix is defined as FV^{-1}. This study obtained the basic reproduction number of host-vector malaria $R_0 = \frac{a^2bmc}{\lambda_v(v+r+\lambda_h+\delta)}$. Then simulations performed to determine the level of infection in humans and mosquitoes. Based on simulation results involving the rate of mosquito bites on humans (a) and the proportion of mosquito bites in humans that results in infection (b), it is concluded that the disease not to become epidemic (disease-free) required $a \in [(0,1),(0,7)]$ and $b \in [(0,1),(0,7)]$ generated numbers basic reproductive $R_0 < 1$. As for $a \in [(0,8),(1)]$ and $b \in [(0,8),(1)]$ generated $R_0 > 1$, which means the basic reproduction number is free of disease causing happen endemic malaria.

For further research it is expected to determine the basic reproduction number in other mathematical models and using different methods.

ملخص

سوسنتي، نو فيت دوي . ٢٠١٦. **تحليل الحسابات لعدد الاستنساخ الأساسية (R_0) على نموذج رياضي ديناميات الملاريا Host-Vector**.بحث جامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة ولاية الإسلامية الحكمية مولانا مالك إبراهيم مالانج.
المشرف: (I) الدكتور عثمان فغلي ، ماجستير (II) فحر الرازي، ماجستير

كلمات الرئيسية: عدد الاستنساخ الأساسي ، الملاريا

الملاريا هي واحدة من مرض مزمن تسببه الطفيليات. انتشار هذا المرض عن طريق لدغة بعوضة (ناقلات)على الإنسان (المضيف) . نموذج ديناميات الرياضية الملاريا Host-Vector تتكون على خمسة المعادلات التفاضلية العادية غير الخطية التي مبسطة إلى ثلاث معادلات للحصول على عدد الاستنساخ الأساسي .

والغرض من هذا البحث هو الحصول على عدد الاستنساخ الأساسي لنموذج ديناميات الملاريا من Host-Vector ، وتحديد مستوى العدوى بين البشر .وكثيرا ما يستخدم عدد الاستنساخ الأساسي (R_0) كمعلمة عتبة لتحديد الحدود بين الانقراض وانتشار المرض.

عدد الاستنساخ الأساسي هو تعريف القيمة الذاتية المهيمن (في دائرة نصف قطرها الطيفي) من مصفوفة الجيل القادم (الجيل القادم) كما FV^{-1}. حصلت على نتائج هذه الدراسة في عدد الاستنساخ الأساسي من الملاريا المضيف ناقلات هو $R_0 = \frac{a^2bmc}{\lambda_v\,(v+r+\lambda_h+\delta)}$. ثم أداء المحاكاة لتحديد مستوى الإصابة في الإنسان والبعوض. وبناء على نتائج المحاكاة التي تنطوي على نسبة من لدغات البعوض على البشر (a) ونسبة من لدغات البعوض في البشر التي تؤدي إلى الإصابة (b) ،خلص إلى أن هذا المرض لا تصبح وباء مطلوب ،خالية من الأمراض$a \in$ $[(0,1), (0,7)]$و$b \in [(0,1), (0,7)]$ ولدت أرقام الإنجابية الأساسية $R_0 < 1$. أما بالنسبة $a \in [(0,8), (1)]$و $b \in [(0,8), (1)]$ ولدت $R_0 > 1$ ، مما يعني أن عدد الاستنساخ الأساسي من خلوه من الأمراض المسببة تتوطن فيها الملاريا.

لمزيد من البحث ومن المتوقع أن يسعى عدد الاستنساخ الأساسي في النماذج الرياضية الأخرى وأساليب مختلفة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam surat asy-Syu'ara' ayat 80 Allah Swt. berfirman:

وَإِذَا مَرِضْتُ فَهُوَ يَشْفِينِ ﴿٨٠﴾

"*Dan apabila aku sakit, Allah Swt.-lah yang menyembuhkan aku"* (QS. Asy-Syu'ara' /26:80).

Surat asy-Syu'ara' ayat 80 di atas menjelaskan bahwa tidak seorangpun yang kuasa menyembuhkan segala macam penyakit sesuai dengan takdir-Nya dikarenakan oleh sebab yang menyampaikannya. Hal ini didukung dengan hadits Rasulullah yang berbunyi "*Setiap penyakit pasti ada obatnya. Apabila penyakit telah bertemu dengan obatnya, maka penyakit itu akan sembuh atas izin Allah Swt, Tuhan Yang Maha Perkasa dan Maha Agung*" (H.R. Muslim).

Malaria adalah satu dari sekian banyaknya penyakit yang ada di dunia, dan merupakan salah satu penyakit kronis yang disebabkan oleh protozoa. Seiring berjalannya waktu manusia yang terinfeksi penyakit malaria akan sembuh atau bahkan bertambah parah dan meninggal. Individu yang terinfeksi penyakit (I) akan bertambah seiring dengan bertambahnya laju gigitan nyamuk pada manusia (a) dan proporsi gigitan nyamuk pada manusia yang menghasilkan infeksi (b). Hal ini menyebabkan bertambahnya laju kematian manusia yang terinfeksi penyakit (δ). Sedangkan individu yang sembuh dari penyakit malaria (R) dikarenakan laju kekebalan yang diperoleh manusia meningkat (r) sehingga laju pemulihan manusia (v) bertambah (Tumwiine dkk, 2007b).

Pada tahun 1911, untuk pertama kalinya Ross menformulasikan model matematika pada malaria yang melibatkan interaksi antara manusia (*host*) dan nyamuk (*vector*). Persamaan Ross terdiri dari dua persamaan yaitu untuk populasi pada manusia (dX) dan populasi pada nyamuk (dZ) (Smith dkk, 2012). Tumwiine dkk (2007b), mengembangkan model SIR pada populasi manusia (*host*) dan SI pada populasi nyamuk (*vector*) pada penyakit malaria. Model malaria tersebut diperkenalkan dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinier dengan lima populasi, yaitu populasi banyaknya manusia yang rentan terkena penyakit (S_H), populasi banyaknya manusia yang terinfeksi penyakit (I_H), populasi banyaknya manusia yang sembuh dari penyakit (R_H), populasi banyaknya nyamuk yang rentan terkena penyakit (S_V) dan populasi banyaknya nyamuk yang terinfeksi penyakit (I_V).

Persamaan diferensial tersebut akan disederhanakan menjadi tiga persamaan yang selanjutnya akan dilakukan perhitungan bilangan reproduksi dasar. Bilangan reproduksi dasar (*basic reproduction number*) yang dinotasikan dengan R_0 merupakan parameter ambang untuk menentukan batas antara kepunahan dan penyebaran suatu wabah penyakit. Diasumsikan batas ambang $R_0 < 1$ maka suatu model akan mencapai titik kesetimbangan bebas penyakit dan mencapai kestabilan asimtotik secara umum sehingga penyakit akan menghilang, sedangkan $R_0 > 1$ akan mengakibatkan penyakit akan menjadi endemik.

Penelitian yang dilakukan Tumwiine dkk (2007a), memaparkan bagaimana kestabilan yang dihasilkan pada model matematika dinamika malaria *host-vector* dengan melihat bilangan reproduksi dasar yang sudah didefinisikan. Sedangkan pada penelitian ini, penulis akan melakukan langkah-langkah perhitungan bilangan reproduksi dasar yang akan diperoleh dari nilai eigen dominan matriks *next generation.* Nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) yang diperoleh akan dilakukan simulasi untuk melihat grafik hasil dari bilangan reproduksi dasar pada malaria *host-vector*.

Berdasarkan pemaparan tersebut, penulis memiliki gagasan melakukan penyusunan skripsi dengan judul "Analisis Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) pada Model Matematika Dinamika Malaria *Host-Vector*".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut, maka permasalahan penelitian ini adalah:

1. Bagaimana langkah-langkah perhitungan nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) pada model matematika dinamika malaria *host-vector*?
2. Bagaimana interpretasi grafik yang dihasilkan dari perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) pada model matematika dinamika malaria *host-vector*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui langkah-langkah perhitungan nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) pada model matematika dinamika malaria *host-vector*.
2. Untuk mengetahui interpretasi grafik yang dihasilkan dari perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) pada model matematika dinamika malaria *host-vector*.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan, antara lain:

1. Penulis

   Sebagai tambahan ilmu yang mengembangkan wawasan disiplin ilmu, khususnya mengenai pemodelan matematika dan bilangan reproduksi dasar.

2. Umum

   Sebagai tambahan wawasan dan informasi kajian lebih lanjut, khususnya di bidang kesehatan yang menyangkut penyakit malaria.

3. Jurusan Matematika

   Sebagai bahan informasi untuk pembelajaran mata kuliah pemodelan matematika.

1.5 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, penulis memberikan batasan masalah sebagai berikut:

a. Model matematika yang digunakan adalah model matematika yang dirujuk dari Tumwiine dkk (2007a), dengan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{ds_h(t)}{dt} = \lambda_h\big(1 - s_h(t)\big) - abms_h(t)i_v(t) + \upsilon i_h(t) + \gamma\big(1 - s_h(t) - i_h(t)\big) + \delta s_h(t)i_h(t)$$

$$\frac{di_h(t)}{dt} = abms_h(t)i_v(t) - (\nu + r + \lambda_h + \delta)\mathrm{i}_\mathrm{h}(t) + \delta\mathrm{i}_\mathrm{h}^2(t)$$

$$\frac{di_v(t)}{dt} = aci_h(t)(1 - i_v(t)) - \lambda_v i_v(t)$$

b. Parameter model dirujuk dari Tumwiine dkk (2007b).

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur dengan menelaah dan mempelajari buku, jurnal, dan referensi lain yang mendukung penelitian ini. Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Analisis model malaria yang dirujuk dari jurnal Tumwiine dkk (2007a).
2. Reduksi model malaria yang dirujuk dari jurnal Tumwiine dkk (2007a).
3. Menentukan titik tetap bebas penyakit.
4. Menghitung bilangan reproduksi dasar (R_0) dengan:
   a. Menentukan subpopulasi terinfeksi dari model yang didefinisikan sebagai matriks φ (laju infeksi yang mengakibatkan bertambahnya infeksi) dan matriks ψ (laju infeksi yang mengakibatkan berkurangnya infeksi).
   b. Membentuk matriks φ sebagai matriks Jacobian dari F dan matriks ψ sebagai matriks Jacobian dari V.
   c. Substitusi titik tetap bebas penyakit pada matriks F dan matriks V.
   d. Mencari invers dari matriks V.
   e. Mendapatkan bentuk matriks *next generation* yang didefinisikan sebagai:
   $$K = FV^{-1}.$$
   f. Mencari nilai eigen dari matriks *next generation*, dikarenakan bilangan reproduksi dasar merupakan nilai eigen dominan dari matriks *next generation*.
5. Melakukan simulasi grafik dengan menggunakan MATLAB dan menginterpretasikannya.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika yang digunakan dalam penulisan penelitian ini dibagi menjadi beberapa bagian, di antaranya adalah:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini dijelaskan tentang latar belakang penelitian, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini dijelaskan tentang gambaran umum dari teori yang mendasari pembahasan. Hal ini meliputi persamaan diferensial, persamaan diferensial linier, persamaan diferensial nonlinier, sistem persamaan linier dan nonlinier, matriks Jacobian, bilangan reproduksi dasar (R_0), malaria, dan perhitungan dalam Islam.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini dijelaskan langkah-langkah perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) yang diawali dengan analisis model malaria *host-vector*, reduksi model malaria *host-vector*, menentukan titik tetap bebas penyakit, dan akhirnya mendapat nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) dari model malaria *host-vector*, serta melakukan simulasi dan menginterpretasikannya.

Bab IV Penutup

Pada bab ini dijelaskan kesimpulan dari pembahasan penelitian dan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini

.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial

Menurut Pamuntjak dan Santoso (1990), persamaan diferensial adalah persamaan yang memiliki satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap satu peubah bebas atau lebih.

Tingkat (orde) persamaan diferensial adalah tingkat tertinggi turunan yang ada. Sedangkan derajat (pangkat) persamaan diferensial yang ditulis sebagai polinomial dalam turunan adalah derajat turunan tingkat tertinggi yang terjadi.

Bila peubah terikat dalam suatu persamaan diferensial adalah suatu fungsi yang terdiri dari satu peubah bebas maka turunannya dinamakan turunan biasa, dan persamaan itu dinamakan persamaan diferensial biasa. Bila peubah terikat suatu fungsi terdiri dari dua peubah atau lebih maka turunannya dinamakan turunan parsial dan persamaannya dinamakan persamaan diferensial parsial.

2.1.1 Persamaan Diferensial Linier

Suatu persamaan diferensial termasuk persamaan diferensial linier jika memenuhi dua hal berikut:

a. Tidak mengandung bentuk perkalian antara sebuah variabel terikat dengan variabel terikat lainnya, atau turunan yang satu dengan turunan lainnya, atau variabel terikat dengan sebuah turunan.

b. Variabel-variabel terikat dan turunannya paling tinggi berpangkat satu (Kusumah, 1989).

Menurut Finizio dan Ladas (1982) istilah linier berkaitan dengan kenyataan bahwa tiap suku dalam persamaan diferensial mempunyai peubah-peubah $y, y^1, \dots, y^n$ berderajat satu atau nol. Bentuk umum persamaan diferensial linier orde n adalah:

$$a_n(x)y_n + a_{n-1}(x)y^{n-1} + \cdots + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x)$$

Contoh: $\frac{ds_h(t)}{dt} = \lambda_h\big(1 - s_h(t)\big)$.

2.1.2 Persamaan Diferensial Nonlinier

Persamaan diferensial $F(x, y', \dots, y^m) = 0$ adalah persamaan diferensial nonlinier jika F memenuhi salah satu dari syarat berikut:

a. F tidak berbentuk polinom dalam $y, y', \dots, y^m$.

b. F tidak berbentuk polinom yang berpangkat lebih dari 2 dalam $y, y', \dots, y^m$. (Pamuntjak dan Santoso, 1990).

Contoh: $\frac{di_h(t)}{dt} = abms_h(t)i_v(t) - (\nu + r + \lambda_h + \delta)i_h(t) + \delta i_h^2(t)$.

Persamaan $\frac{di_h(t)}{dt} = abms_h(t)i_v(t) - (\nu + r + \lambda_h + \delta)i_h(t) + \delta i_h^2(t)$ merupakan persamaan diferensial nonlinier karena persamaan tersebut mengandung polinom berpangkat dua dalam $i_h^2(t)$ dan perkalian antara $s_h(t)i_v(t)$.

2.2 Sistem Persamaan Diferensial Linier dan Nonlinier

Sistem persamaan diferensial adalah suatu persamaan diferensial berorde n dan telah dinyatakan sebagai suatu sistem dari n persamaan berorde satu (Conte dan Boor, 1993). Secara umum, suatu sistem n persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$y_1 = \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$y_2 = \frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$\vdots$$

$$y_n = \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n)$$

Sistem persamaan diferensial merupakan persamaan diferensial yang mempunyai lebih dari satu persamaan yang harus konsisten serta trivial. Sistem persamaan diferensial adalah gabungan dari n persamaan diferensial dengan n fungsi yang tidak diketahui. Dalam hal ini, n merupakan bilangan bulat positif ≥ 2. Bentuk umum dari suatu sistem persamaan diferensial linier orde satu dengan n fungsi yang tidak diketahui adalah:

$$\dot{x}_1 = a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \cdots + a_{1n}(t)x_n + f_1(t)$$

$$\dot{x}_2 = a_{22}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \cdots + a_{2n}(t)x_n + f_2(t)$$

$$\vdots$$

$$\dot{x}_n = a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_n + \cdots + a_{mn}(t)x_n + f_n(t)$$

Suatu sistem persamaan diferensial dikatakan linier apabila sistem tersebut terdiri dari lebih dari satu persamaan linier yang saling terkait. Sedangkan koefisiennya dapat berupa konstanta ataupun fungsi. Menurut Boyce dan DiPrima (2001), sistem persamaan diferensial dikatakan nonlinier apabila sistem tersebut terdiri dari dua atau lebih persamaan nonlinier yang saling terkait.

2.3 Matriks Jacobian

Menurut Soemartojo (1987), jika $F(u,v)$ dan $G(u,v)$ dapat didefinisikan di suatu daerah, maka determinan Jacobian dari F dan G terhadap u dan v adalah determinan fungsional orde kedua yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\frac{\partial(F,G)}{\partial(u,v)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial u} & \frac{\partial F}{\partial v} \\ \frac{\partial G}{\partial u} & \frac{\partial G}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_u & F_v \\ G_v & G_v \end{bmatrix}$$

Demikian juga determinan orde ketiga yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\frac{\partial(F,G,H)}{\partial(u,v,z)} = \begin{bmatrix} F_u & F_v & F_z \\ G_u & G_v & G_z \\ H_u & H_v & H_z \end{bmatrix}$$

2.4 Radius Spektral

Definisi: Diberikan A adalah matriks $n \times n$ dan $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_n$ adalah nilai eigen dari matriks A, maka radius spektral dari matriks A didefinisikan sebagai:

$$\rho(A) = \max_{i=1,2,\dots,n} \{|\gamma_i|\}$$

(Rahayu, 2005).

2.5 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Menurut Giesecke (2002), bilangan reproduksi dasar adalah rata-rata banyaknya individu rentan yang terinfeksi secara langsung oleh individu lain yang telah terinfeksi, dan masuk ke dalam populasi yang seluruhnya masih rentan. Kondisi yang timbul adalah salah satu di antara kemungkinan berikut:

a. Jika $R_0 < 1$ maka penyakit akan menghilang.

b. Jika $R_0 > 1$ maka penyakit akan meningkat menjadi wabah.

Misalkan terdapat n kelas terinfeksi dan m kelas tidak terinfeksi. Selanjutnya dimisalkan pula x menyatakan subpopulasi kelas terinfeksi dan y menyatakan subpopulasi kelas tidak terinfeksi (rentan atau sembuh), dan $x \epsilon \mathbb{R}^n$ dan $y \epsilon \mathbb{R}^m$, untuk $m, n \epsilon \mathbb{N}$, sehingga

$$\dot{x} = \varphi_i(x, y) - \psi_i(x, y) \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n$$

$$\dot{y} = \eta_j(x, y) \text{ dengan } j = 1, 2, 3, \dots, m$$

Dengan φ_i adalah laju infeksi sekunder yang menambah pada kelas terinfeksi dan ψ_i adalah laju perkembangan penyakit, kematian dan atau kesembuhan yang mengakibatkan berkurangnya populasi dari kelas terinfeksi.

Perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) berdasarkan linierisasi dari sistem persamaan diferensial yang didekati pada titik ekuilibrium bebas penyakit. Persamaan kompartemen terinfeksi yang telah dilinierisasi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (F - V)\boldsymbol{x}$$

Dengan F dan V adalah matriks berukuran $n \times n$ dan $F = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_j}(0, y_0)$ dan $V = \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j}(0, y_0)$. Selanjutnya didefinisikan matriks K sebagai berikut:

$$K = FV^{-1}$$

Dengan K disebut sebagai matriks *next generation*. Nilai dari infeksi sekunder pada populasi rentan adalah radius spektral (nilai eigen dominan) dari matriks K (Driessche dan Watmough, 2002) sehingga

$$R_0 = \rho(FV^{-1})$$

Contoh:

Diberikan model *host vector* yang ditulis oleh Feng dan Hernandez (1997). Model ini terdiri dari empat persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta_s S(t)V(t) - (b+\gamma)I(t)$$

$$\frac{V(t)}{dt} = \beta_m M(t)I(t) - cV(t)$$

$$\frac{S(t)}{dt} = b - bS(t) + \gamma I(t) - \beta_s S(t)V(t)$$

$$\frac{M(t)}{dt} = c - cM(t) - \beta_m M(t)I(t)$$

dengan:

$I(t)$ menyatakan populasi *host* yang terinfeksi pada saat t.

$V(t)$ menyatakan populasi *vector* yang terinfeksi pada saat t.

$S(t)$ menyatakan populasi *host* yang rentan terinfeksi pada saat t.

$M(t)$ menyatakan populasi *vector* yang rentan terinfeksi pada saat t.

Sistem persamaan ini mempunyai titik ekuilibrium bebas penyakit $E_0 = (1, 1, 0, 0)$. Matriks generasi mendatang dapat diperoleh dari $I(t)$ dan $V(t)$, sehingga didapatkan:

$$I(t) = \varphi\big((S, M), I\big) - \psi\big((S, M), I\big)$$

$$V(t) = \varphi\big((S, M), V\big) - \psi\big((S, M), V\big)$$

dengan:

$$\varphi = \begin{bmatrix} \beta_s S(t)V(t) \\ \beta_m M(t)I(t) \end{bmatrix}$$

$$\psi = \begin{bmatrix} (b+\gamma)I(t) \\ cV(t) \end{bmatrix}$$

Selanjutnya membentuk matriks Jacobian dari φ dan ψ masing-masing adalah:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \beta_s S(t) \\ \beta_m M(t) & 0 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} b+\gamma & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}$$

Dengan mensubstitusi titik ekuilibrium bebas penyakitnya pada matriks F dan matriks V, maka diperoleh:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \beta_s \\ \beta_m & 0 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} b+\gamma & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}$$

Dengan demikian, diperoleh matriks generasi mendatangnya sebagai berikut:

$$K = FV^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \beta_s \\ \beta_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{b+\gamma} & 0 \\ 0 & \frac{1}{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta_s}{c} \\ \frac{\beta_m}{b+\gamma} & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh $R_0 = \rho(K) = \frac{\beta_s \beta_m}{c(b+\gamma)}$, dengan ρ adalah nilai eigen dominan.

2.6 Malaria

Malaria merupakan penyakit endemik di daerah tropis dan subtropis terutama di negara yang berpenduduk padat. Misalnya Meksiko, Amerika Tengah dan Selatan, Afrika, Timur Tengah, India, Cina, dan pulau-pulau di Pasifik Selatan. Malaria disebabkan oleh protozoa intraseluler dari genus Plasmodium. Spesies Plasmodium bervariasi dalam bentuk dan mempunyai siklus hidup yang kompleks (Widoyono, 2011).

Menurut Tumwiine dkk (2007a), model dinamika malaria mempunyai lima persamaan diferensial yang membentuk sebuah sistem. Lima persamaan tersebut menjelaskan interaksi antara manusia (*host*) dan nyamuk (*vector*). Dalam hal ini, populasi manusia terdiri dari tiga persamaan yaitu banyaknya manusia yang rentan terinfeksi penyakit malaria (S_H), banyaknya manusia yang terinfeksi penyakit malaria (I_H), dan banyaknya manusia yang sembuh dari penyakit malaria (R_H). Sedangkan dua persamaan lainnya adalah mengenai populasi nyamuk yang rentan terinfeksi penyakit malaria (S_V) dan banyaknya nyamuk yang terinfeksi penyakit malaria (I_V). Pada nyamuk tidak ada populasi yang sembuh (R_V) dari penyakit malaria dikarenakan saat nyamuk terinfeksi maka nyamuk tersebut tidak akan pernah sembuh dari infeksi.

Untuk populasi pada manusia, tidak ada penularan vertikal pada semua awal kelahiran (bayi) dengan tingkat kelahiran manusia (λ_h). Individu yang kehilangan kekebalan tubuh mereka (γ), dan individu yang terinfeksi dan akhirnya sembuh (v). Individu-individu yang terinfeksi dan memperoleh kekebalan (r) dan mungkin mati karena penyakit (δ). Kematian alami manusia (μ_h) diasumsikan sama (konstan).

Untuk populasi nyamuk mempunyai (μ_v) dan (λ_v) sebagai laju kematian alami dan laju kelahirannya. Nyamuk yang menggigit manusia dengan tingkat a. Gigitan nyamuk yang berhasil menghasilkan infeksi pada manusia dengan tingkat b dan c adalah gigitan yang menginfeksi nyamuk ketika mereka menggigit manusia yang terinfeksi.

Bentuk standar dari kejadian tersebut adalah $\frac{abS_H(t)I_V(t)}{N_H(t)}$ yang menunjukkan tingkat di mana manusia (S_H) terinfeksi oleh nyamuk yang terinfeksi (I_V), dan $\frac{acS_V(t)I_H(t)}{N_H(t)}$ menunjukkan tingkat di mana nyamuk (S_V) terinfeksi oleh manusia terinfeksi (I_H) (Tumwiine dkk, 2007b).

2.7 Perhitungan dalam Islam

Islam merupakan salah satu agama fitrah di dunia yang komplit dan menyeluruh. Sehingga tidak ada satupun urusan di dunia yang luput dari perhatian atau aturan dalam Islam. Pada surat al-An'am/6:38, Allah Swt. berfirman:

وَمَا مِن دَآبَّةٖ فِي ٱلۡأَرۡضِ وَلَا طَٰٓئِرٖ يَطِيرُ بِجَنَاحَيۡهِ إِلَّآ أُمَمٌ أَمۡثَالُكُمۚ مَّا فَرَّطۡنَا فِي ٱلۡكِتَٰبِ مِن شَيۡءٖۚ
ثُمَّ إِلَىٰ رَبِّهِمۡ يُحۡشَرُونَ ٣٨

"*Dan Tiadalah binatang-binatang yang ada di bumi dan burung-burung yang terbang dengan kedua sayapnya, melainkan umat (juga) seperti kamu. Tiadalah Kami alpakan sesuatupun dalam alkitab (al-Quran), kemudian kepada Tuhanlah mereka dihimpunkan*" (QS. Al-An'am/6:38).

Berdasarkan ayat di atas dijelaskan bahwa Islam adalah agama yang mengatur semua hal. Dalam tafsir Ibnu Katsir (2004), ayat tersebut juga ditegaskan dalam sebuah hadits *"Berkata Abu Dzar radhiyallahu'anhu: Rasulullah bersabda: tidaklah tertinggal sesuatupun yang mendekatkan ke surga dan menjauhkan dari neraka melainkan telah dijelaskan semua pada kalian."* (HR. Ath-Thabrani dan Ibnu Hasan).

Salah satu hal yang mungkin dianggap kurang penting karena sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari adalah mengenai perhitungan. Tanpa disadari, setiap hari perhitungan tidak pernah luput dari semua yang dilakukan. Dalam melakukan perhitunganpun dibutuhkan ketepatan untuk menghasilan sesuatu yang akurat. Ketepatan serta akurasi perhitungan yang dilakukan oleh para ahli matematika bukan saja untuk memperoleh informasi yang benar tapi juga dilakukan demi menjamin keadilan kepada semua orang. Seperti dalam QS. Hud/11:85 Allah Swt. berfirman:

وَيَٰقَوۡمِ أَوۡفُواْ ٱلۡمِكۡيَالَ وَٱلۡمِيزَانَ بِٱلۡقِسۡطِۖ وَلَا تَبۡخَسُواْ ٱلنَّاسَ أَشۡيَآءَهُمۡ وَلَا تَعۡثَوۡاْ فِي
ٱلۡأَرۡضِ مُفۡسِدِينَ ﴿٨٥﴾

"Dan Syu'aib berkata: Hai kaumku, cukupkanlah takaran dan timbangan dengan adil, dan janganlah kamu merugikan manusia terhadap hak-hak mereka dan janganlah kamu membuat kejahatan di muka bumi dengan membuat kerusakan" (QS. Hud/11:85).

Ayat tersebut menjelaskan tentang dasar keadilan (*mizan*). Bagi para ahli matematika, mereka harus melakukan perhitungan terhadap bilangan-bilangan dengan tepat agar semua pihak yang berkepentingan dapat merasakan keadilan. Semuanya harus dilakukan secara seksama dan akurat sehingga menghasilkan kebenaran yang shahih. Semangat inilah yang ditekankan dalam al-Quran. Dengan demikian, dapat dilihat bahwa al-Quran bukan saja telah mendorong mereka untuk menghitung bilangan-bilangan secara tepat berdasarkan data-data yang ada, melainkan juga mendorong mereka memelihara hubungan yang erat dengan Sang Pencipta melalui hasil perhitungan yang dilakukan.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Langkah-Langkah Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar ($\boldsymbol{R_0}$)

3.1.1 Analisis Model Malaria *Host-Vector* dan Identifikasi Parameter

Malaria merupakan penyakit infeksi yang disebabkan oleh protozoa parasit yang merupakan golongan plasmodium yang hidup dan berkembang biak dalam sel darah merah manusia. Penyakit ini secara alami ditularkan melalui gigitan nyamuk anopheles. Malaria merupakan salah satu penyakit yang tersebar di berbagai wilayah di dunia. Umumnya tempat-tempat yang rawan malaria terdapat pada negara-negara berkembang di mana tidak memiliki tempat penampungan atau pembuangan yang cukup, sehingga menyebabkan air menggenang dan dapat dijadikan sebagai tempat ideal nyamuk untuk bertelur.

Model matematika malaria merujuk pada Tumwiine dkk (2007a). Model yang menggambarkan persamaan dinamik malaria pada populasi manusia dan populasi nyamuk adalah sebagai berikut:

$$\frac{dS_H(t)}{dt} = \lambda_h N_H(t) - \frac{abS_H(t)I_V(t)}{N_H} + \nu I_H(t) + \gamma R_H(t) - \mu_H S_H(t) \tag{3.1}$$

$$\frac{dI_H(t)}{dt} = \frac{abS_H(t)I_V(t)}{N_H(t)} - \nu I_H(t) - rI_H(t) - \delta I_H(t) - \mu_h I_H(t) \tag{3.2}$$

$$\frac{dR_H(t)}{dt} = rI_H(t) - \gamma R_H(t) - \mu_h R_H(t) \tag{3.3}$$

$$\frac{dS_V(t)}{dt} = \lambda_v N_V(t) - \frac{acS_V(t)I_H(t)}{N_H(t)} - \mu_v S_V(t) \tag{3.4}$$

$$\frac{dI_V(t)}{dt} = \frac{acS_V(t)I_H(t)}{N_H(t)} - \mu_v I_V(t) \tag{3.5}$$

dengan total populasi:

$$\frac{dN_H(t)}{dt} = (\lambda_h - \mu_h)N_H(t) - \delta I_H(t)$$
$$\frac{dN_V(t)}{dt} = (\lambda_v - \mu_v)N_V(t) \tag{3.6}$$

Variabel dan parameter yang digunakan merujuk pada Tumwiine dkk (2007b), yang disajikan pada Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 sebagai berikut:

Tabel 3.1 Variabel yang Digunakan

Variabel	Penjelasan
$S_H(t)$	Banyaknya manusia yang rentan terkena penyakit malaria saat t
$I_H(t)$	Banyaknya manusia yang terinfeksi penyakit malaria saat t
$R_H(t)$	Banyaknya manusia yang sembuh dari penyakit malaria pada saat t
$S_V(t)$	Banyaknya nyamuk yang rentan terkena penyakit malaria saat t
$I_V(t)$	Banyaknya nyamuk yang terinfeksi penyakit malaria saat t

Tabel 3.2 Parameter yang Digunakan

Parameter	Penjelasan	Nilai
c	Peluang bahwa nyamuk menjadi infeksi	0,75
r	Laju saat manusia memperoleh kekebalan	$0{,}00019/hari$
δ	Laju kematian manusia yang terinfeksi penyakit malaria	0,333
ν	Laju pemulihan manusia dari penyakit malaria	$0{,}0022/hari$
λ_h	Laju kelahiran manusia	$0{,}0015875/hari$
λ_v	Laju kelahiran nyamuk	$0{,}071/hari$

3.1.2 Reduksi Model Malaria *Host-Vector*

Dengan menggunakan sistem persamaan (3.1) sampai persamaan (3.6), penyederhanaan dilakukan dengan skala populasi masing-masing kelas dengan total populasi spesies. Penyederhanaan persamaan diawali dengan melakukan transformasi untuk setiap kelas atau persamaan $S_H(t)$, $I_H(t)$, $R_H(t)$, $S_V(t)$, dan $I_V(t)$ sehingga transformasinya menjadi:

$$s_h(t) = \frac{S_H(t)}{N_H(t)}, i_h(t) = \frac{I_H(t)}{N_H(t)}, r_h(t) = \frac{R_H(t)}{N_H(t)}, s_v(t) = \frac{S_V(t)}{N_V(t)}, i_v(t) = \frac{I_V(t)}{N_V(t)}$$

dengan $m = \frac{N_V(t)}{N_H(t)}$

Selanjutnya menurunkan persamaan $s_h(t)$, $i_h(t)$, $r_h(t)$, $s_v(t)$, dan $i_v(t)$ yang bergantung terhadap t sebagai berikut:

$$\frac{ds_h(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{S_H(t)}{N_H(t)}\right)$$

$$= \frac{\frac{dS_H(t)}{dt}(N_H(t)) - \frac{dN_H(t)}{dt}(S_H(t))}{N_H(t)^2}$$

$$= \frac{dS_H(t)}{dt}\left(\frac{1}{N_H(t)}\right) - \frac{dN_H(t)}{dt}\left(\frac{S_H(t)}{NH^2}\right)$$

Sehingga hasil turunan persamaan $s_h(t)$ menjadi:

$$\frac{ds_h(t)}{dt} = \frac{1}{N_H(t)}\left[\frac{dS_H(t)}{dt} - s_h(t)\frac{dN_H(t)}{dt}\right] \tag{3.7}$$

Selanjutnya substitusi persamaan (3.1) dan persamaan (3.6) ke persamaan (3.7) sehingga persamaan (3.7) menjadi:

$$\frac{ds_h(t)}{dt} = \frac{1}{N_H(t)}\Big[\lambda_h N_H(t) - \frac{abS_H(t)I_V(t)}{N_H} + \nu I_H(t) + \gamma R_H(t) - \mu_H S_H(t) -$$

$$s_h(t)(\lambda_h - \mu_h)N_H(t) - \delta I_H(t)\Big]$$

$$= \lambda_h - abms_h(t)i_v(t) + \nu i_h(t) + \gamma r_h(t) - \mu_h s_h(t) - s_h(t)[(\lambda_h -$$

$$\mu_h) - \delta i_h(t)]$$

$$= \lambda_h\big(1 - s_h(t)\big) - abms_h(t)i_v(t) + \nu i_h(t) \quad + \gamma r_h(t) + \delta s_h(t)i_h(t)$$

Dengan menggunakan cara yang sama, yaitu dengan melakukan turunan pada persamaan $i_h(t)$, $r_h(t)$, $s_v(t)$, dan $i_v(t)$ maka persamaan selanjutnya menjadi:

$$\frac{di_h(t)}{dt} = \frac{1}{N_H(t)}\left[\frac{dI_H(t)}{dt} - i_h(t)\frac{dN_H(t)}{dt}\right] \tag{3.8}$$

$$\frac{dr_h(t)}{dt} = \frac{1}{N_H(t)}\left[\frac{dR_H(t)}{dt} - r_h(t)\frac{dN_H(t)}{dt}\right] \tag{3.9}$$

$$\frac{ds_v(t)}{dt} = \frac{1}{N_V(t)}\left[\frac{dS_V(t)}{dt} - s_v(t)\frac{dN_V(t)}{dt}\right] \tag{3.10}$$

$$\frac{di_v(t)}{dt} = \frac{1}{N_V(t)}\left[\frac{dS_V(t)}{dt} - i_v(t)\frac{dN_V(t)}{dt}\right] \tag{3.11}$$

Selanjutnya mensubstitusikan persamaan (3.2) sampai persamaan (3.5) berturut-turut ke persamaan (3.8) sampai persamaan (3.11), sehingga persamaan persamaan (3.8) sampai persamaan (3.11) menjadi:

$$\frac{ds_h(t)}{dt} = \lambda_h(1 - s_h(t)) - abms_h(t)i_v(t) + vi_h(t) + \gamma r_h(t) + \delta s_h(t)i_h(t) \tag{3.12}$$

$$\frac{di_h(t)}{dt} = abms_h(t)i_v(t) - (\nu + r + \lambda_h + \delta)\mathrm{i_h}(t) + \delta\mathrm{i}_\mathrm{h}^2(t) \tag{3.13}$$

$$\frac{dr_h(t)}{dt} = ri_h(t) - (\gamma + \lambda_h)r_h(t) + \delta i_h r_h(t) \tag{3.14}$$

$$\frac{ds_v(t)}{dt} = \lambda_v(1 - s_v(t)) - aci_h(t)s_v(t) \tag{3.15}$$

$$\frac{di_v(t)}{dt} = acs_v(t)i_h(t) - \lambda_v i_v(t) \tag{3.16}$$

Menurut Tumwiine dkk (2007a), pada sistem persamaan (3.12) sampai persamaan (3.16) dilakukan pembatasan topik dengan mengabaikan populasi kesembuhan pada manusia dan populasi rentan pada nyamuk, karena saat nyamuk sudah terinfeksi maka tidak akan pernah sembuh, sehingga:

$$s_h(t) + i_h(t) + r_h(t) = 1 \quad \Rightarrow \quad r_h(t) = 1 - s_h(t) - i_h(t) \tag{3.17}$$

$$s_v(t) + i_v(t) = 1 \quad \Rightarrow \quad s_v(t) = 1 - i_v(t) \tag{3.18}$$

Maka dengan mensubstitusikan persamaan (3.17) sampai persamaan (3.18) ke persaman (3.12) sampai persamaan (3.16), maka diperoleh:

$$\frac{ds_h(t)}{dt} = \lambda_h(1 - s_h(t)) - abms_h(t)i_v(t) + vi_h(t) + \gamma(1 - s_h(t) - i_h(t)) + \delta s_h(t)i_h(t).$$

$$\frac{di_h(t)}{dt} = abms_h(t)i_v(t) - (v + r + \lambda_h + \delta)i_h(t) + \delta i_h^2(t). \tag{3.19}$$

$$\frac{di_v(t)}{dt} = aci_h(t)(1 - i_v(t)) - \lambda_v i_v(t).$$

3.1.3 Menentukan Titik Tetap Bebas Penyakit

Perhitungan titik tetap bebas penyakit menggunakan sistem persamaan (3.19) dengan syarat $\frac{ds_h(t)}{dt} = 0, \frac{di_h(t)}{dt} = 0, \frac{di_v(t)}{dt} = 0$ sehingga sistem persamaan (3.19) menjadi:

$$\lambda_h(1 - s_h(t)) - abms_h(t)i_v(t) + vi_h(t) + \gamma\big(1 - s_h(t) - i_h(t)\big) + \delta s_h(t)i_h(t) = 0 \tag{3.20}$$

$$abms_h(t)i_v(t) - (v + r + \lambda_h + \delta)i_h(t) + \delta i_h^2(t) = 0 \tag{3.21}$$

$$aci_h(t)\big(1 - i_v(t)\big) - \lambda_v i_v(t) = 0 \tag{3.22}$$

Diasumsikan bahwa tidak ada manusia atau individu yang terinfeksi penyakit, sehingga $i_h = 0$, maka akan diperoleh titik tetap bebas penyakitnya secara berturut-turut untuk persamaan (3.22) dan persamaan (3.20) adalah:

$$\begin{aligned} aci_h - aci_h(t)i_v(t) - \lambda_v i_v(t) &= 0 \\ aci_h - aci_h(t)i_v(t) &= \lambda_v i_v(t) \\ \lambda_v i_v(t) &= 0 \\ i_v(t) &= 0 \end{aligned}$$

dengan $i_v(t) = 0$, maka:

$$\lambda_h - \lambda_h s_h(t) - abms_h(t)i_v(t) + \upsilon i_h(t) + \gamma - \gamma s_h(t) - \gamma s_h + \delta s_h(t)i_h(t) = 0$$

$$\lambda_h + \gamma - \lambda_h s_h(t) - \gamma s_h(t) = 0$$

$$\lambda_h + \gamma = 0$$

$$\lambda_h + \gamma = 0$$

$$s_h(t) = 0$$

Berdasarkan perhitungan di atas, maka diperoleh titik tetap bebas penyakit (E_0) adalah sebagai berikut:

$$E_0 = (1, 0, 0)$$

3.1.4 Menghitung Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar (R_0) adalah nilai harapan banyaknya kasus sekunder yang timbul akibat dari satu kasus primer dalam suatu populasi rentan. Bilangan R_0 merupakan kondisi ambang batas untuk menentukan apakah suatu populasi terjadi endemik atau bebas akan penyakit. Dalam menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0) persamaan yang digunakan adalah sistem persamaan (3.19) dengan titik ekuilibrium bebas penyakit $E_0 = (1, 0, 0)$.

Bilangan reproduksi dasar akan dicari dengan menggunakan metode matriks generasi mendatang (*next generation*). Pada model ini sistem persamaan (3.19) yang merupakan subpopulasi kelas terinfeksi adalah:

$$\frac{di_h(t)}{dt} = abms_h(t)i_v(t) - (\nu + r + \lambda_h + \delta)\mathrm{i_h}(t) + \delta\mathrm{i_h^2}(t)$$

$$\frac{di_v(t)}{dt} = aci_h(t)(1 - i_v(t)) - \lambda_v i_v(t)$$

Sesuai dengan teori yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya, maka diperoleh matriks φ sebagai laju infeksi yang mengakibatkan bertambahnya infeksi dan matriks ψ sebagai laju infeksi yang mengakibatkan berkurangnya infeksi sebagai berikut:

$$\varphi = \begin{bmatrix} abms_h(t)i_v(t) + \delta i_h^2(t) \\ aci_h(t) \end{bmatrix}, \psi = \begin{bmatrix} (\nu + r + \lambda_h + \delta)i_h(t) \\ aci_h(t)i_v(t) + \lambda_v i_v(t) \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

Selanjutnya dibentuk matriks Jacobian untuk persamaan (3.23), sehingga hasil matriks Jacobiannya adalah:

$$J(F) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi i_h}{\partial i_h} & \frac{\partial \varphi i_h}{\partial i_v} \\ \frac{\partial \varphi i_v}{\partial i_h} & \frac{\partial \varphi i_v}{\partial i_v} \end{bmatrix} \text{ dan } J(V) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi i_h}{\partial i_h} & \frac{\partial \psi i_h}{\partial i_v} \\ \frac{\partial \psi i_v}{\partial i_h} & \frac{\partial \psi i_v}{\partial i_v} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 2\delta i_h & abms_h \\ ac & 0 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} \nu + r + \lambda_h + \delta & 0 \\ aci_v & aci_h + \lambda_v \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

Kemudian dilakukan substitusi persamaan (3.24) di titik tetap bebas penyakitnya $(E_0) = (1,0,0)$. Sehingga persamaan (3.24) menjadi:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & abm \\ ac & 0 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} \nu + r + \lambda_h + \delta & 0 \\ 0 & \lambda_v \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

Mencari nilai V^{-1}, sehingga diperoleh:

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\nu + r + \lambda_h + \delta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_v} \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

Dari persamaan (3.25) dan persamaan (3.26) diperoleh bentuk matriks *next generation* sebagai berikut:

$$K = FV^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & abm \\ ac & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\nu + r + \lambda_h + \delta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_v} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{abm}{\lambda_v} \\ \frac{ac}{\nu + r + \lambda_h + \delta} & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen yang dihasilkan adalah:

$$\mu_1 = \frac{a\sqrt{(\nu + r + \lambda_h + \delta)\lambda_v bmc}}{(\nu + r + \lambda_h + \delta)\lambda_v}$$

$$\mu_2 = -\frac{a\sqrt{(\nu + r + \lambda_h + \delta)\lambda_v bmc}}{(\nu + r + \lambda_h + \delta)\lambda_v}$$

Menurut Diekmann dan Heesterbeek (2000), bilangan reproduksi dasar didefinisikan sebagai radius spektral (nilai eigen dominan) dari matriks *next generation*. Maka sesuai dengan definisi dari radius spektral nilai eigen yang dihasilkan pada persamaaan ini jika dihargamutlakkan tidak memperoleh hasil yang dominan, sehingga dilakukan perkalian antara $|\mu_1|$ dan $|\mu_2|$, maka diperoleh:

$$R_0 = |\mu_1||\mu_2|$$

$$R_0 = \left|\frac{a\sqrt{(\nu + r + \lambda_h + \delta)\lambda_v bmc}}{(\nu + r + \lambda_h + \delta)\lambda_v}\right|\left|\frac{a\sqrt{(\nu + r + \lambda_h + \delta)\lambda_v bmc}}{(\nu + r + \lambda_h + \delta)\lambda_v}\right|$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, bilangan reproduksi dasar dari sistem persamaan (3.19) adalah:

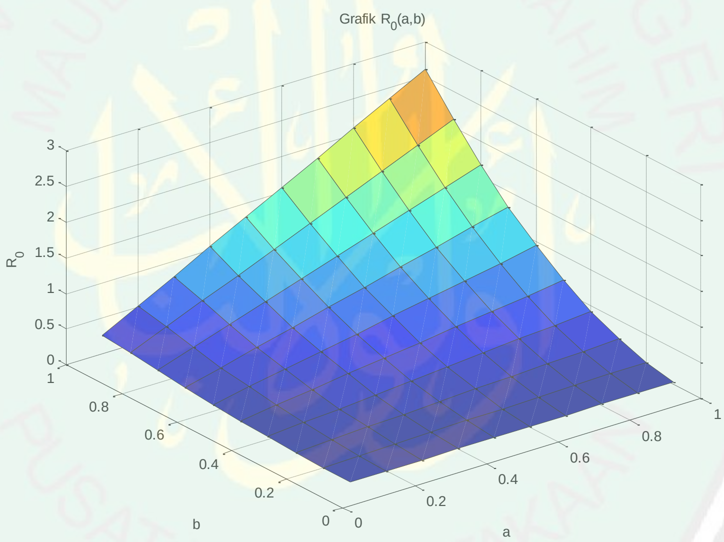
$$R_0 = \frac{a^2 bmc}{\lambda_v (\nu + r + \lambda_h + \delta)}$$

3.2 Simulasi Model

Pada subbab ini akan dibahas mengenai simulasi yang dihasilkan untuk memberikan gambaran yang jelas mengenai model malaria *host-vector*, khususnya mengenai bilangan reproduksi dasar (R_0). Simulasi dilakukan dengan memasukkan nilai parameter. Hasil simulasi ini juga akan dilihat bagaimana tingkat infeksi pada nyamuk dan manusia saat $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$.

3.2.1 Simulasi $\boldsymbol{R_0(a,b)}$

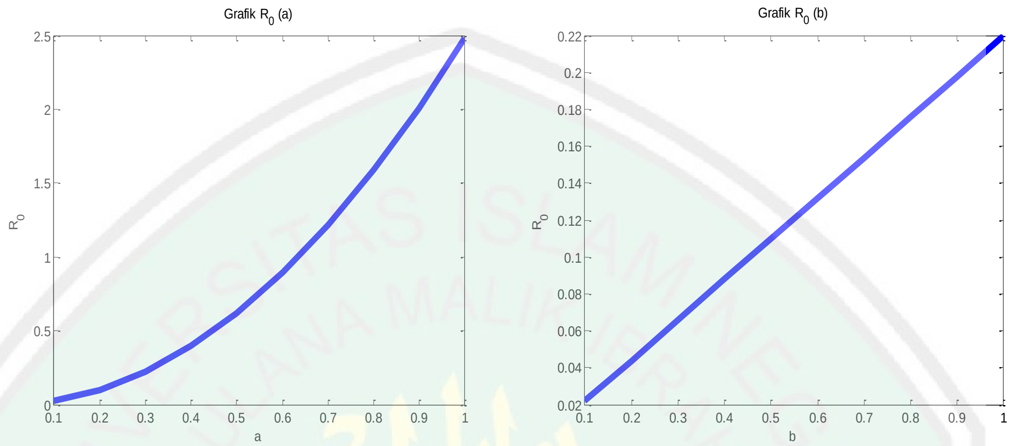
Simulasi nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) dilakukan terhadap laju gigitan nyamuk pada manusia (a) dan proporsi gigitan nyamuk pada manusia yang menghasilkan infeksi (b), sehingga dengan mensubstitusikan nilai parameter-parameter yang sudah ada maka didapatkan simulasi dari $R_0(a,b) = \frac{a^2 b\left(\frac{1}{12}\right)(0{,}75)}{0{,}071(0{,}0022+0{,}00019+0{,}0015875+0{,}333)} = \frac{a^2 b(0{,}0625)}{0{,}0253}$ maka $R_0(a,b) = 2{,}612\, \boldsymbol{a^2 b}$ dengan $a \in [(0,1),(1)]$ dan $b \in [(0,1),(1)]$. Simulasi yang dihasilkan dapat dilihat dalam grafik berikut:



Gambar 3.1 Grafik 3D $R_0(a,b) = 2{,}612\ a^2 b$

Gambar 3.1 diperoleh dengan memasukkan nilai parameter pada Tabel 3.2. Berdasarkan grafik yang diperoleh dapat dilihat hasil dari nilai R_0 yang dipengaruhi nilai laju gigitan nyamuk pada manusia (a) dan proporsi gigitan nyamuk pada manusia yang menghasilkan infeksi (b). Misalnya pada saat $a = 0{,}1$ dan $b = 0{,}1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 0{,}002612$, selanjutnya saat $a = 0{,}1$ dan $b = 0{,}2$ maka diperoleh nilai $R_0 = 0{,}01045$ atau pada saat $a = 1$ dan $b = 1$ maka diperoleh nilai $R_0 = 2{,}612$. Oleh karena itu, $R_0 = 0{,}002612$

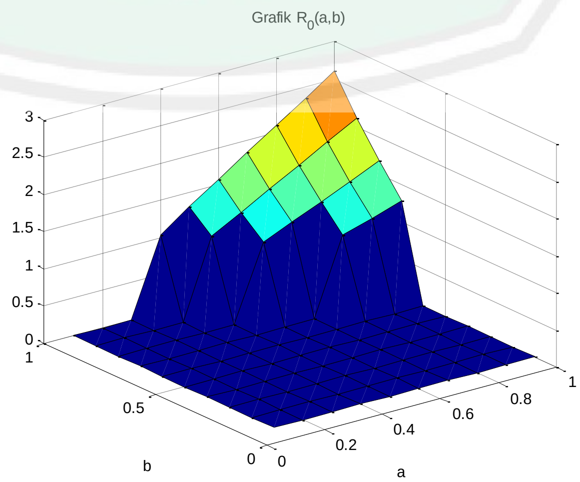
sebagai nilai minimum, dan $R_0 = 2{,}612$ sebagai nilai maksimumnya. Sehingga nilai $R_0 = 0{,}002612$ dalam penelitian ini disebut bilangan reproduksi dasar bebas penyakit dan $R_0 = 2{,}612$ disebut bilangan reproduksi dasar endemik.



Gambar 3.2 Grafik 2D $R_0(a) = 2{,}482a^2$ dan $R_0(b) = 0{,}2197b$

Berdasarkan Gambar 3.2 menjelaskan nilai bilangan reproduksi dasar yang dihasilkan oleh (a) dan (b). Dapat dilihat dari grafik (a) dan grafik (b) semakin lama semakin meningkat dan menuju ke titik yang paling tinggi yaitu 1. Hal ini mengakibatkan nilai bilangan dasarnya menjadi besar, dan nilai yang dihasilkan menjadi nilai maksimum.

Simulasi untuk beberapa nilai a dan b dapat disajikan dalam grafik berikut:



Gambar 3.3 Grafik 3D $R_0(a, b) = 2{,}612a^2b$ saat $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$

Simulasi yang diperoleh menjelaskan bahwa syarat agar tidak terjadi endemik adalah $R_0 < 1$. Nilai $R_0 < 1$ diperoleh ketika $a \in [(0,1),(0,7)]$ dan $b \in [(0,1),(0,7)]$. Sedangkan $a \in [(0,8),(1)]$ dan $b \in [(0,8),(1)]$ menyebabkan $R_0 > 1$ yang artinya terjadi endemik malaria. Berikut Tabel 3.3 yang menjelaskan pernyataan tersebut.

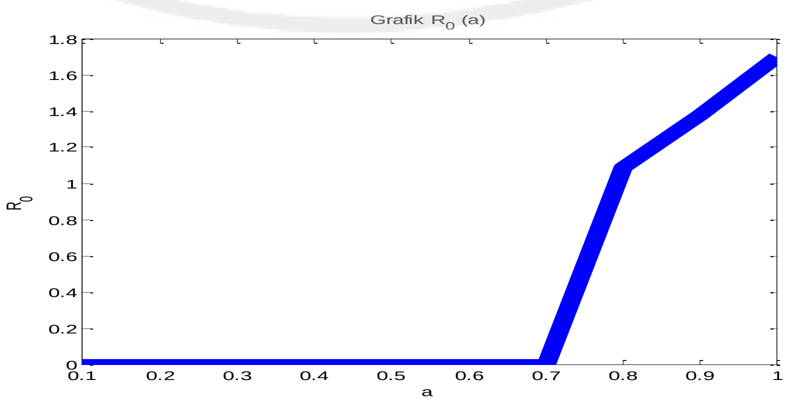
Tabel 3.3 Nilai R_0 yang Bebas Penyakit

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,1	0,0026	Bebas Penyakit
0,2	0,2	0,0209	Bebas Penyakit
0,3	0,3	0,0705	Bebas Penyakit
0,4	0,4	0,1672	Bebas Penyakit
0,5	0,5	0,3265	Bebas Penyakit
0,6	0,6	0,5463	Bebas Penyakit
0,7	0,7	0,8960	Bebas Penyakit

Tabel 3.4 Nilai R_0 yang Endemik

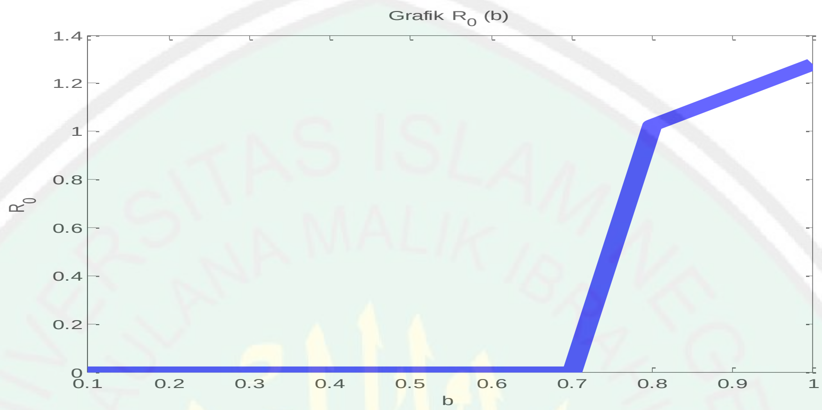
a	b	R_0	Identifikasi
0,8	0,8	1,337	Endemik
0,9	0,9	1,904	Endemik
1	1	2,612	Endemik

Tabel 3.3 akan ditunjukkan dalam bentuk simulasi, sehingga diperoleh simulasi berikut ini:



Gambar 3.4 Plot 2D untuk $a \in [(0,1),(1)]$ dan $b = 0,65$

Gambar 3.4 menunjukkan bahwa pada saat $a \in [(0,1),(0,7)]$ dengan $b = 0{,}65$ diperoleh $R_0 < 1$ yang berarti penyakit malaria akan menghilang. Sedangkan saat $a \in [(0,8),(1)]$ dengan $b = 0{,}65$ diperoleh $R_0 > 1$ yang berarti penyakit malaria akan menjadi endemik.



Gambar 3.5 Plot 2D untuk $b \in [(0,1),(1)]$ dan $a = 0{,}7$

Gambar 3.5 menunjukkan bahwa pada saat $b \in [(0,1),(0,7)]$ dengan $a = 0{,}7$ diperoleh $R_0 < 1$ yang berarti penyakit malaria akan menghilang. Sedangkan saat $b \in [(0,8),(1)]$ dengan $a = 0{,}7$ diperoleh $R_0 > 1$ yang berarti penyakit malaria akan menjadi endemik.

Seluruh nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) dengan $a \in [(0,1),(1)]$ dan $b \in [(0,1),(1)]$ dapat dilihat pada Lampiran 5.

3.3 Penyelesaian Masalah dengan Menggunakan Perhitungan dalam Islam

Kehidupan manusia di dunia tidak pernah lepas dari sebuah masalah Dengan berbagai macam masalah yang ada, setiap orang pasti mempunyai masalah yang berbeda-beda. Untuk dapat mengetahui bagaimana menyelesaikan sebuah masalah, maka seharusnya yang dilakukan adalah mencari pokok permasalahan tersebut. Allah Swt. berfirman:

إِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝٦

"*Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan*"(QS. Al-Insyirah/94:06).

Berdasarkan ayat tersebut Allah Swt. menegaskan bahwa tidak ada suatu masalah yang tidak mempunyai solusi. Semua tergantung bagaimana usaha manusia untuk menyelesaikan masalah tersebut. Oleh karena itu, manusia tidak boleh berputus asa dan selalu optimis dalam menghadapai berbagai macam masalah. Begitu juga menyelesaikan persoalan dalam matematika pasti akan mendapatkan solusi meskipun harus melalui beberapa tahapan untuk mendapatkan penyelesaian.

Mengenai matematika, matematika bukan hanya sekedar segala sesuatu yang berhubungan dengan angka dan bilangan. Seiring dengan berjalannya waktu dan perubahan zaman, para pakar mengemukakan pengertian matematika sesuai dengan pengetahuan dan pengalaman masing-masing. Salah satunya adalah mencakup perhitungan, seperti tambah, kurang, kali, dan bagi.

Perhitungan tidak hanya dilakukan dalam menyelesaikan persoalan matematika. Dalam memecahkan suatu masalahpun juga dibutuhkan perhitungan yang tepat agar masalah itu juga dapat diselesaikan dengan baik. Selain itu, penyelesaian suatu masalah harus dikerjakan dengan sabar, sungguh-sungguh, teliti, dan tidak putus asa.

Ketelitian perhitungan dalam menyelesaikan apapun sangat berpengaruh terhadap hasil yang akan diperoleh. Seperti dalam matematika, perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) pada sebuah model matematika yang dalam hal ini adalah model penyakit malaria. Perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) ini mempunyai beberapa proses agar dapat dihasilkan. Oleh karena itu, dibutuhkan ketelitian perhitungan akurat. Dengan bersikap teliti terhadap perhitungan yang dilakukan, maka akan mengurangi kesalahan dan akan lebih mempersingkat waktu yang dilakukan untuk perhitungan tersebut. Dalam hal ini, peneliti menggunakan alat bantu komputer dengan *software* MATLAB yang mempunyai ketelitian dalam melakukan sebuah perhitungan dengan cepat.

Dalam melakukan sebuah perhitungan manusia mempunyai keterbatasan. Bahkan sebuah program komputer mempunyai batasan dalam melakukan perhitungan yang cepat dan tepat. Oleh karena itu, semua hal harus dikembalikan lagi kepada Allah Swt., karena Dialah Penguasa yang sesungguhnya dan Allah Swt. sangat cepat dan teliti dalam perhitungan-Nya. Allah Swt. berfirman dalam al-Quran surat al-An’am/06:62:

ثُمَّ رُدُّوٓاْ إِلَى ٱللَّهِ مَوۡلَىٰهُمُ ٱلۡحَقِّۚ أَلَا لَهُ ٱلۡحُكۡمُ وَهُوَ أَسۡرَعُ ٱلۡحَٰسِبِينَ ٦٢

“Kemudian mereka (hamba Allah Swt.) dikembalikan kepada Allah Swt., Penguasa mereka yang sebenarnya. Ketahuilah bahwa segala hukum (pada hari itu) kepunyaan-Nya. dan Dia-lah pembuat perhitungan yang paling cepat” (QS. Al-An’am/06:62).

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Penelitian ini membahas tentang perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) pada model matematika dinamika malaria *host-vector*. Berdasarkan pembahasan yang telah diuraikan diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Langkah-langkah perhitungan bilangan reproduksi dasar adalah:
   a. Analisis model matematika dinamika malaria *host-vector* dan identifikasi parameter.
   b. Reduksi model matematika dinamika malaria *host-vector*.
   c. Menentukan titik tetap bebas penyakit (E_0).
   d. Menghitung nilai bilangan reproduksi dasar dengan menentukan nilai eigen dari matriks *next generation* yang didefinisikan sebagai FV^{-1}, sehingga diperoleh:

$$R_0 = \frac{a^2bmc}{\lambda_v\,(\nu + r + \lambda_h + \delta)}$$

2. Simulasi dilakukan terhadap laju gigitan nyamuk pada manusia (a) dan proporsi gigitan nyamuk pada manusia yang menghasilkan infeksi (b), dengan $a \in [(0,1),(1)]$ dan $b \in [(0,1),(1)]$. Berdasarkan simulasi yang dihasilkan, bilangan reproduksi dasar (R_0) akan menjadikan malaria menjadi bebas penyakit apabila $R_0 < 1$. Syarat untuk memenuhi nilai $R_0 < 1$ maka $a \in [(0,1),(0,7)]$ dan $b \in [(0,1),(0,7)]$. Sedangkan malaria akan menjadi endemik

3. jika $R_0 > 1$ dan syarat nilai $R_0 > 1$ adalah $a \in [(0,8),(1)]$ dan $b \in [(0,8),(1)]$.

4.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat mencari bilangan reproduksi dasar pada model matematika yang lain dan metode yang berbeda.

DAFTAR RUJUKAN

Bin Muhammad, A. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid I.* Jakarta: Pustaka Imam asy-Syafi'i.

Boyce, W.E. dan DiPrima, R.C. 2001. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. New York: John Willey & Sons, Inc.

Conte, S. dan Boor, C. 1993. *Dasar-Dasar Analisis Numerik Suatu Pendekatan Algoritma*. Jakarta: Erlangga.

Diekmann, O., Heesterbeek, J.A.P., Metz, J.A.J. 1990. On The Definition and The Computation of The Basic Reproduction Ratio in Models for Infectious Diseases in Heterogeneous Populations. *J Math Biol*. 28: 365-382.

Diekmann, O. dan Heesterbeek, J.A.P. 2000. *Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases: Model Building, Analysis and Interpretation*. New York: Wiley

Driessche, P dan Watmough, J. 2002. Reproduction Numbers and Sub-threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*. 180: 29–48.

Feng, Z. dan Hernandez, J.X.V. 1997. Competitive Exclusion in A Vector Host Model for The Dengue Fever. *J. Math Biol*. 5: 23.

Finizio, N dan Ladas, G. 1982. *An Introduction to Differential Equation With Difference Equation, Fourier Analysis and Partial Differential Equations*. California: Wadsworth.

Giesecke, J. 2002. *Modern Infectious Disease Epidemiology, Second Edition*. Florida: CRC Press.

Kusumah, Y. 1989. *Persamaan Differensial*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

Pamuntjak, R J. dan Santoso, W. 1990. *Persamaan Diferensial Biasa*. Bandung: ITB.

Rahayu, W. 2005. *Analisa Dinamik dan Proses Markov dari Model Penyebaran Ebola*. Skripsi tidak dipublikasikan. Depok: Universitas Indonesia.

Smith, D.L., Battle, K.E., Hay, S.I., Barker, C.M., Scott, T.W., dan McKenzie, F.E. 2012. *Ross, Macdonald, and a Theory for the Dynamics and Control of Mosquito Transmitted-Pathogens*. (Online), (http://journals.plos.org/plospathogens/article?id= 10.1371), diakses 20 Desember 2016.

Soemartojo, N. 1987. *Kalkulus Lanjutan 1*. Jakarta: Karunika Universitas Terbuka.

Tumwiine, J., Mugisha, J.Y.T., dan Luboobi, L.S. 2007a. A Mathematical Model for the Dynamics of Malaria Human Host and Mosquito Vector with Temporary Immunity. *Applied Mathematics and Computation*. 361: 139–149.

Tumwiine, J., Mugisha, J.Y.T., dan Luboobi, L.S. 2007b. On Oscillatory Pattern of Malaria Dynamics in A Population With Temporary Immunity. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*. 361: 191-203.

Widoyono. 2011. *Penyakit Tropis Epidemiologi, Penularan, Pencegahan dan Pemberantasannya Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga.

Lampiran 1. Program MATLAB untuk Grafik 3D $R_0(ab)$

```
clc,clear all
clf

a=0.1:0.1:1;
b=0.1:0.1:1;
m=1/12;
c=0.75;
r=0.00019;
v=0.0022;
lamda_v=0.071;
lamda_h=0.001587;
delta=0.333;
RO=zeros(length(a),length(b));


for i=1:length(a)
    for j=1:length(b)
       RO(i,j)=(a(i)^2*b(j)*m*c)/(lamda_v*(v+r+lamda_h+delta))
    end
end

figure (1)
surf(a,b,RO)
title('Grafik R_0(a,b)')
xlabel('a')
ylabel('b')
```

Lampiran 2. Program MATLAB untuk Grafik 3D $R_0(ab) < 1$ dan $R_0(ab) > 1$

```
clc,clear all
clf

a=0.1:0.1:1;
b=0.1:0.1:1;
m=1/12;
c=0.75;
r=0.00019;
v=0.0022;
lamda_v=0.071;
lamda_h=0.001587;
delta=0.333;
RO=zeros(length(a),length(b));


for i=1:length(a)
    for j=1:length(b)
       RO(i,j)=(a(i)^2*b(j)*m*c)/(lamda_v*(v+r+lamda_h+delta))
       if RO(i,j) < 1
           RO(i,j)=0;
       elseif RO(i,j) > 1
          RO(i,j)=RO(i,j);
       end
    end
end


figure (1)
surf(a,b,RO)
colormap([0  1  1;1  1  0])
colorbar
title('Grafik R_0(a,b)')
xlabel('a')
ylabel('b')


figure(4)
subplot(2,1,1)
plot(a,RO(length(a),:),'LineWidth',7)
legend('a')

subplot(2,1,2)
plot(b,RO (:,length(b)),'LineWidth',7)
legend('b')
```

Lampiran 3. Program MATLAB untuk Grafik 2D untuk $a \in [(0,1),(1)]$ dan $b = 0,65$

```
clc,clear all
clf

a=0.1:0.1:1;
b=0.65;
m=1/12;
c=0.75;
r=0.00019;
v=0.0022;
lamdav=0.071;
lamdah=0.001587;
delta=0.333;
RO=zeros(length(a));


for i=1:length(a)
       RO(i)=(a(i)^2*b*m*c)/(lamdav*(v+r+lamdah+delta))
       if RO(i) < 1
           RO(i)=0;
       elseif RO(i) > 1
          RO(i)=RO(i);
       end
end


figure (1)
plot(a,RO (:,1),'LineWidth',9)
title('Grafik R_0 (a)')
xlabel('a')
ylabel('R_0')
```

Lampiran 4. Program MATLAB untuk Grafik 2D untuk $b \in [(0,1),(1)]$ dan $a = 0,7$

```
clc,clear all
clf

a=0.7;
b=0.1:0.1:1;
m=1/12;
c=0.75;
r=0.00019;
v=0.0022;
lamdav=0.071;
lamdah=0.001587;
delta=0.333;
RO=zeros(length(b));


for i=1:length(b)
       RO(i)=(a^2*b(i)*m*c)/(lamdav*(v+r+lamdah+delta))
       if RO(i) < 1
           RO(i)=0;
       elseif RO(i) > 1
          RO(i)=RO(i);
       end
end


figure (1)
plot(b,RO (:,1),'LineWidth',9)
title('Grafik R_0 (b)')
xlabel('b')
ylabel('R_0')
```

Lampiran 5. Tabel Nilai (R_0)

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,1	0,0026	Bebas Penyakit
0,2	0,1	0,0104	Bebas Penyakit
0,3	0,1	0,0235	Bebas Penyakit
0,4	0,1	0,0418	Bebas Penyakit
0,5	0,1	0,0653	Bebas Penyakit
0,6	0,1	0,0940	Bebas Penyakit
0,7	0,1	0,1280	Bebas Penyakit
0,8	0,1	0,1672	Bebas Penyakit
0,9	0,1	0,2116	Bebas Penyakit
1	0,1	0,2612	Bebas Penyakit

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,2	0,0052	Bebas Penyakit
0,2	0,2	0,0209	Bebas Penyakit
0,3	0,2	0,0470	Bebas Penyakit
0,4	0,2	0,0836	Bebas Penyakit
0,5	0,2	0,1306	Bebas Penyakit
0,6	0,2	0,1881	Bebas Penyakit
0,7	0,2	0,2560	Bebas Penyakit
0,8	0,2	0,3344	Bebas Penyakit
0,9	0,2	0,4232	Bebas Penyakit
1	0,2	0,5225	Bebas Penyakit

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,3	0,0078	Bebas Penyakit
0,2	0,3	0,0313	Bebas Penyakit
0,3	0,3	0,0705	Bebas Penyakit
0,4	0,3	0,1254	Bebas Penyakit
0,5	0,3	0,1959	Bebas Penyakit
0,6	0,3	0,2821	Bebas Penyakit
0,7	0,3	0,3840	Bebas Penyakit
0,8	0,3	0,5016	Bebas Penyakit
0,9	0,3	0,6348	Bebas Penyakit
1	0,3	0,7837	Bebas Penyakit

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,4	0,0104	Bebas Penyakit
0,2	0,4	0,0418	Bebas Penyakit
0,3	0,4	0,0940	Bebas Penyakit
0,4	0,4	0,1672	Bebas Penyakit
0,5	0,4	0,2612	Bebas Penyakit
0,6	0,4	0,3762	Bebas Penyakit
0,7	0,4	0,5120	Bebas Penyakit
0,8	0,4	0,6687	Bebas Penyakit
0,9	0,4	0,8464	Bebas Penyakit
1	0,4	1,0449	Endemik

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,5	0,0131	Bebas Penyakit
0,2	0,5	0,0522	Bebas Penyakit
0,3	0,5	0,1176	Bebas Penyakit
0,4	0,5	0,2090	Bebas Penyakit
0,5	0,5	0,3265	Bebas Penyakit
0,6	0,5	0,4702	Bebas Penyakit
0,7	0,5	0,6400	Bebas Penyakit
0,8	0,5	0,8359	Bebas Penyakit
0,9	0,5	1,0580	Endemik
1	0,5	1,3061	Endemik

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,6	0,0157	Bebas Penyakit
0,2	0,6	0,0627	Bebas Penyakit
0,3	0,6	0,1411	Bebas Penyakit
0,4	0,6	0,2508	Bebas Penyakit
0,5	0,6	0,3918	Bebas Penyakit
0,6	0,6	0,5643	Bebas Penyakit
0,7	0,6	0,7680	Bebas Penyakit
0,8	0,6	1,0031	Endemik
0,9	0,6	1,2696	Endemik
1	0,6	1,5674	Endemik

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,7	0,0183	Bebas Penyakit
0,2	0,7	0,0731	Bebas Penyakit
0,3	0,7	0,1646	Bebas Penyakit
0,4	0,7	0,2926	Bebas Penyakit
0,5	0,7	0,4572	Bebas Penyakit
0,6	0,7	0,6583	Bebas Penyakit
0,7	0,7	0,8960	Bebas Penyakit
0,8	0,7	1,1703	Endemik
0,9	0,7	1,4812	Endemik
1	0,7	1,8286	Endemik

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,8	0,0209	Bebas Penyakit
0,2	0,8	0,0836	Bebas Penyakit
0,3	0,8	0,1881	Bebas Penyakit
0,4	0,8	0,3344	Bebas Penyakit
0,5	0,8	0,5225	Bebas Penyakit
0,6	0,8	0,7523	Bebas Penyakit
0,7	0,8	1,0240	Endemik
0,8	0,8	1,3375	Endemik
0,9	0,8	1,6928	Endemik
1	0,8	2,0898	Endemik

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	0,9	0,0235	Bebas Penyakit
0,2	0,9	0,0940	Bebas Penyakit
0,3	0,9	0,2116	Bebas Penyakit
0,4	0,9	0,3762	Bebas Penyakit
0,5	0,9	0,5878	Bebas Penyakit
0,6	0,9	0,8464	Bebas Penyakit
0,7	0,9	1,1520	Endemik
0,8	0,9	1,5047	Endemik
0,9	0,9	1,9044	Endemik
1	0,9	2,3511	Endemik

a	b	R_0	Identifikasi
0,1	1	0,0261	Bebas Penyakit
0,2	1	0,1045	Bebas Penyakit
0,3	1	0,2351	Bebas Penyakit
0,4	1	0,4180	Bebas Penyakit
0,5	1	0,6531	Bebas Penyakit
0,6	1	0,9404	Bebas Penyakit
0,7	1	1,2800	Endemik
0,8	1	1,6719	Endemik
0,9	1	2,1160	Endemik
1	1	2,6123	Endemik

RIWAYAT HIDUP

Novita Dwi Susanti, biasa dipanggil Novita, lahir di Pasuruan pada 15 November 1992 oleh pasangan suami istri Suudi dan Sariati. Anak pertama dari tiga bersaudara ini tinggal bersama kedua orang tuanya di jalan Imam Bonjol GG.V RT/08, RW/04, Bugul Lor, Panggungrejo, Kota Pasuruan.

Pendidikan dasar ditempuh di MIN Mandaran Rejo Pasuruan dan lulus pada tahun 2005. Setelah itu melanjutkan ke MTsN Pasuruan dan lulus pada tahun 2008. Kemudian melanjutkan di MAN Pasuruan dan lulus pada tahun 2011. Pada tahun 2011 melanjutkan ke jenjang perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan mengambil Jurusan Matematika.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	: Novita Dwi Susanti
NIM	: 11610014
Fakultas/Jurusan	: Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skipsi	: Analisis Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) pada Model Matematika Dinamika Malaria *Host-Vector*
Pembimbing I	: Dr. Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II	: Fachrur Rozi, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	10 Januari 2016	Konsultasi Judul dan Bab I	1.
2.	11 Januari 2016	Revisi Bab I dan Konsultasi Bab II	2.
3.	06 Maret 2016	Konsultasi Agama Bab I	3.
4.	11 April 2016	Konsultasi Bab III	4.
5.	17 Mei 2016	Revisi Bab I	5.
6.	10 Juni 2016	Konsultasi Seminar Proposal	6.
7.	04 Juli 2016	Revisi Bab II dan Bab III	7.
8.	03 Juli 2016	ACC Bab II	8.
9.	12 September 2016	Konsultasi Agama Bab II dan Bab III	9.
10.	30 September 2016	Revisi Agama Bab II dan III	10
11.	31 Oktober 2016	Konsultasi Bab IV	11.
12.	15 November 2016	ACC Bab IV	12.
13.	14 Desember 2016	ACC Keseluruhan Kajian Agama	13.
14.	14 Desember 2016	ACC Keseluruhan	14.

Malang, 15 Desember 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001