PENYELESAIAN NUMERIK DENGAN METODE *HEUN*
PADA PERSAMAAN *PREDATOR-PREY* DENGAN *PREY HARVESTING*

SKRIPSI

OLEH
RAMADHANI
NIM. 12610100

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

PENYELESAIAN NUMERIK DENGAN METODE *HEUN*
PADA PERSAMAAN *PREDATOR-PREY* DENGAN *PREY HARVESTING*

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Ramadhani
NIM. 12610100

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

PENYELESAIAN NUMERIK DENGAN METODE *HEUN*
PADA PERSAMAAN *PREDATOR PREY* DENGAN *PREY HARVESTING*

SKRIPSI

Oleh
Ramadhani
NIM. 12610100

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 31 Oktober 2016

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Usman Pagalay, M.Si	Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001	NIP. 19760318 200604 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PENYELESAIAN NUMERIK DENGAN METODE *HEUN* PADA PERSAMAAN *PREDATOR PREY* DENGAN *PREY HARVESTING*

SKRIPSI

Oleh
Ramadhani
NIM. 12610100

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 30 November 2016

Penguji Utama	: Mohammad Jamhuri, M.Si	....
Ketua Penguji	: Hairur Rahman, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Anggota Penguji	: Abdul Aziz, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ramadhani

NIM : 12610100

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Penyelesaian Numerik dengan Metode *Heun* pada Persamaan *Predator-Prey* dengan *Prey Harvesting*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 2 November 2016
Yang membuat pernyataan,

Ramadhani
NIM. 12610100

MOTO

اَلصَّبْرُيُعِيْنُ عَلى كُلِّ عَمَلٍ

"Kesabaran itu menolong segala pekerjaan"
(Muhafadzah Bahasa Arab)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ibunda Asna dan ayahanda Edi tercinta yang tak henti-hentinya dengan ikhlas dan sabar mendo'akan, memberi dukungan, motivasi, ridha dan mendengarkan keluh kesah penulis, saudara kembaran Ramayulis serta adik Mardiati semoga menjadi anak solihah, dan keluarga besar yang selalu memberikan do'a, dan motivasinya kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada nabi besar Muhammad Saw., yang telah menuntun umatnya dari zaman yang gelap ke zaman yang terang benderang yakni *ad-Diin al-Islam*.

Pada proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan, serta arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberikan doa, arahan, nasihat, dan motivasi dalam melakukan penelitian serta pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang senantiasa memberikan doa, saran, nasihat, dan motivasi dalam melakukan penelitian.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Orang tua yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis hingga saat ini.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2012, yang tiada hentinya membantu, mendukung, dan mendoakan dalam mewujudkan cita-cita, terima kasih atas kenangan-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai cita-cita.
9. Seluruh teman-teman Takmir Masjid at-Tarbiyah yang telah memberikan dukungan dan motivasi.
10. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah ikut memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat ditemukan sesuatu yang dapat memberikan manfaat dan wawasan yang lebih luas atau bahkan hikmah bagi penulis dan pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, November 2016

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Ramadhani. 2016. **Penyelesaian Numerik dengan Metode *Heun* pada Persamaan *Predator-Prey* dengan *Prey Harvesting*.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (2) Abdul Aziz, M.Si.

Kata Kunci: model matematika, model *predator-prey*, pemanenan *prey*, metode *Heun*

Model *predator-prey* dengan pemanenan *prey* adalah salah satu model interaksi dua populasi yaitu populasi mangsa dan pemangsa yang mana pada populasi *prey* terjadi pemanenan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui solusi numerik dengan metode *Heun* dari persamaan model *predator-prey* dengan pemanenan *prey*. Dengan menggunakan nilai pemanenan $G < \frac{1}{4}$, $G = \frac{1}{4}$, dan $G > \frac{1}{4}$.

Hasil simulasi numerik dengan nilai pemanenan $G < \frac{1}{4}$ menunjukkan bahwa populasi *prey* dan populasi *predator* dapat tumbuh dengan baik dan berakhir pada titik $x(44) = 0{,}00291$ dan $y(44) = 0{,}29666$. Ketika nilai pemanenan $G = \frac{1}{4}$ menunjukkan bahwa populasi *prey* dan populasi *predator* dapat tumbuh dengan baik dan berakhir pada titik $y(1{,}3) = 0{,}00879$ dan populasi *prey* tetap tumbuh atau pada waktu tertentu pertumbuhan kedua populasi konstan dengan nilai parameter yang berbeda. Ketika $G > \frac{1}{4}$ menunjukkan bahwa populasi *prey* dan populasi *predator* dapat tumbuh dengan baik dan berakhir pada titik $x(7{,}8) = 0{,}00392$ dan $y(9{,}0) = 0{,}02020$ atau pada waktu tertentu pertumbuhan kedua populasi konstan dengan nilai parameter yang berbeda.

ABSTRACT

Ramadhani. 2016. **Numerical Solution Using the Heun Method on Predator-Prey Equation with Prey Harvesting.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. advisors: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) Abdul Aziz, M.Si.

Keywords: mathematical model, predator-prey model, prey harvesting, Heun method

Predator-prey Model with prey harvesting is one of the model of two populations interaction, namelly prey and predator in which prey harvesting occurs in the prey population. The purpose of this study is to determine a solution numerical using Heun Method of the predator-prey equation model with prey. With the harvesting $G < \frac{1}{4}$, $G = \frac{1}{4}$, and $G > \frac{1}{4}$.

The numerical simulations with the harvesting $G < \frac{1}{4}$ show that prey and predators populations can grow well and ends at the point $x\ (44)\ =\ 0{,}00291$ and $y(44) =\ 0{,}29666$. When harvesting value $G = \frac{1}{4}$ it showed that the population of prey and predators can grow well and ends at the point $y(1{,}3) =\ 0{,}00879$ and prey populations keep growing, or at particular time the growth of the populations are constant with the different parameter values. When $G > \frac{1}{4}$ it showed that prey and predators population can grow well and ends at the point $x(7{,}8) = 0{,}00392$ and $y(9{,}0) = 0{,}02020$ or at a particular time the growth of populations are constan with the different parameter values.

ملخص

رمضاني. ٢٠١٦. **الحل العددي باستخدام طريقة Heun في معادلة فريس المفترس مع حصاد الفريسة**. بحث جامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) الدوكتور عثمان فاكالاي الماجستير (٢) عبد العزيز الماجستير.

الكلمات الرئيسية: نمذجة الرياضيات، نماذج فريس– المفترس، حصاد فريسة، طريقة *Heun*

نماذج فريسة–المفترس هي واحدة من نماذج للتفاعل بين النوعين اسمه فريسة و المفترس في أي فريسة الحصاد يحدث السكان فريسة. والغرض من هذه الدراسة هو تحليل تحديد العدادى باستخدام طريقة Heun من نماذج فريس المفترس مع الحصاد فريسة عددية مع فترة أساليب نموذج المعادلة فريسة الحيوانات المفترسة مع حصاد فريسة. باستخدام حصاده، $G < \frac{1}{4}$ ، $G = \frac{1}{4}$، و $G > \frac{1}{4}$.

تحليل العدادي باستخدام حصاده $G < \frac{1}{4}$ تبين أن السكان فريس و السكان المفترسة يمكن أن تنمو جيدا. وينتهي عند $x(44) = 0,00291$ و $y(44) = 0,2966$. عندما قيمة الحصاد $G = \frac{1}{4}$ أن سكان فريسة و الحيوانات المفترسة يمكن أن تنمو جيدا وينتهي في $y(1,3) = 0,00879$. وما زال ينمو السكان فريسة أو الوقت معين ثابت الثانية ونمو سكان مع المعلمة مختلفة. عندما $G > \frac{1}{4}$ تبين أن السكان فريسة و الحيوانات المفترسة السكان يمكن أن تنمو جيدا و ينتهي عند $(7,8) = 0,00392$ و $y(9,0) = 0,02020$ أو الوقت معين ثابت الثانية ونمو سكان مع المعلمة مختلفة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Widowati dan Sutimin (2007) mengatakan bahwa eksistensi matematika telah memberikan dampak yang sangat besar terhadap kemajuan pengetahuan dan teknologi dari tahun ke tahun. Model matematika merupakan salah satu bagian dari perkembangan tersebut. Model matematika adalah representasi matematika yang dihasilkan dari pemodelan matematika. Pemodelan matematika merupakan suatu proses merepresentasikan dan menjelaskan permasalahan pada dunia nyata ke dalam pernyataan matematis. Bell (1952) juga mengatakan bahwa hampir semua persoalan yang terjadi di dunia nyata dapat diformulasikan ke dalam model matematika. Tidak heran, jika matematika dijuluki "*mathematics is a queen, but also a servant of sciences"*, matematika sebagai ratu ilmu, tetapi juga sekaligus pelayan untuk ilmu-ilmu lain. Salah satu kajian matematika yang banyak digunakan dalam bidang lain adalah ekologi.

Ekologi merupakan cabang ilmu biologi yang mempelajari tentang interaksi antara makhluk hidup dengan lingkungannya. Interaksi yang terjadi antara individu dalam satu spesies atau interaksi antara individu dengan spesies yang berbeda terkadang saling menguntungkan bagi keduanya atau saling merugikan bagi keduanya. Jika saling menguntungkan bagi spesies yang satu sedangkan merugikan bagi spesies yang lainnya maka interaksi tersebut disebut mangsa-pemangsa.

Menurut Iswanto (2012:135), dalam model *predator-prey* terdapat dua jenis sistem interaksi. Pertama yaitu jenis sistem interaksi antara dua spesies yang salah satunya dimangsa. Kemudian jenis sistem interaksi kedua yaitu adanya persaingan dalam memperebutkan satu spesies mangsa. Fenomena ini erat kaitannya dengan firman Allah Swt. dalam surat ar-Rum/30:41, yaitu:

ظَهَرَ ٱلۡفَسَادُ فِي ٱلۡبَرِّ وَٱلۡبَحۡرِ بِمَا كَسَبَتۡ أَيۡدِي ٱلنَّاسِ لِيُذِيقَهُم بَعۡضَ ٱلَّذِي عَمِلُواْ لَعَلَّهُمۡ يَرۡجِعُونَ ٤١

"Telah nampak kerusakan di darat dan di laut disebabkan karena perbuatan tangan manusia, supaya Allah merasakan kepada mereka sebagian dari (akibat) perbuatan mereka, agar mereka kembali (ke jalan yang benar)" (QS. Ar-Rum/30:41).

Ditinjau dari *asbabun nuzul* surat ar-Rum ayat 41, Katsir (1994) menjelaskan bahwa berkurangnya hasil perikanan dan perkebunan disebabkan atas perbuatan maksiat oleh para penghuninya. Sama halnya dengan populasi *predator* dan populasi *prey*, dimana *prey* adalah semua makhluk hidup yang ada di lautan dan di daratan sedangkan *predator* adalah manusia. Akan tetapi yang terjadi manusia tidak dapat menjaga keseimbangan bagi makhluk hidup yang ada di lautan dan di daratan yang disebabkan keserakahan manusia sendiri. Maka sudah seharusnya manusia sebagai *predator* dan makhluk hidup yang ada di daratan dan di lautan sebagai *prey* untuk tetap selalu menjaga keseimbangan lingkungan di sekitarnya.

Menurut Chen, dkk, (2011), dalam penelitiannya memberikan solusi untuk mengatasi ketidakseimbangan agar populasi *predator* dan populasi *prey* tidak mengalami kepunahan yaitu dengan pemanenan pada *prey*. Pemanenan merupakan salah satu cara yang banyak dipakai oleh masyarakat. Dalam hal tertentu, jika tingkat pemanenan $h > \frac{1}{4}$ atau memenuhi parameter $\frac{1}{4} > h > 0$ dan $\varepsilon < a\gamma$, maka kepunahan dari kedua populasi akan terjadi. Menurut perspektif biologi, pemanenan yang berlebihan akan merusak sistem ekologi.

Finizio dan Ladas (1988) menyatakan bahwa model *predator-prey* diperkenalkan oleh Alfred J. Lotka dan Vito Volterra pada tahun 1920 yang memformulasikan model matematika tersebut ke dalam sistem persamaan diferensial. Sistem persamaan diferensial merupakan persamaan diferensial yang mempunyai lebih dari satu persamaan yang harus konsisten serta *trivial*. Sistem persamaan diferensial Lotka-Volterra secara eksplisit atau analitik tidak mudah diselesaikan atau tidak ada solusi analitiknya, akan tetapi dengan metode numerik sistem persamaan tersebut dapat diselesaikan dan menghasilkan solusi numerik.

Kajian tentang analisis model mangsa-pemangsa Michaelis-Menten telah banyak dikembangkan, di antaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Dwaradi (2011:15), yang membahas tentang analisis model mangsa-pemangsa Michaelis-Menten dengan pemanenan konstan pada populasi *prey* dan diperoleh nilai pemanenan maksimum sebesar $\frac{1}{4}$ dari populasi ikan *prey*. Jika pemanenan yang dilakukan melebihi nilai pemanenan maksimum maka hasil yang diperoleh tidak akan stabil.

Kemudian Chen, dkk, (2011), membahas tentang *Bifurcation in a Ratio Dependent Predator-Prey Model with Prey* Harvesting dan diperoleh hasil kestabilannya. Karena pada penelitian tersebut belum dibahas mengenai penyelesaian numeriknya, maka penulis tertarik untuk mencari penyelesaian numerik dari model tersebut menggunakan metode *Heun*.

Berdasarkan uraian di atas, maka penulis mengambil judul penelitian yaitu "Penyelesaian Numerik dengan Metode *Heun* pada Persamaan *Predator-Prey* dengan *Prey Harvesting"*.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah bagaimana penyelesaian numerik dengan metode *Heun* dari persamaan model *predator-prey* dengan pemanenan *prey*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui penyelesaian numerik dengan metode *Heun* pada persamaan *predator-prey* dengan pemanenan *prey*.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan mampu manambah wawasan peneliti tentang model *predator-prey* dengan pemanenan *prey*, metode *Heun* dan pengetahuan mengenai prosedur penyelesaian model *predator-prey* dengan pemanenan *prey*, serta penyelesaian numerik dengan menggunakan metode *Heun*.

1.5 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model *predator-prey* dengan pemanenan *prey*.

$$\frac{dx}{dt} = x(t) - \frac{\epsilon xy(t)}{\alpha x(t) + y(t)} - x(t)^2 - G$$

$$\frac{dy}{dt} = -\gamma y(t) + \frac{\epsilon x(t)y(t)}{\alpha x(t) + y(t)} - cy(t)^2$$

$$x(0) = x_0 > 0, y(0) = y_0 > 0$$

(Chen, dkk, 2011).

2. Metode numerik yang digunakan adalah metode *Heun* skema eksplisit.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah metode studi pustaka tentang model *predator-prey* dan metode *Heun*. Adapun secara sistematis, yang diimplementasikan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menyelesaikan model *predator-prey* dengan pemanenan *prey* menggunakan metode *Heun* skema eksplisit.
2. Melakukan simulasi program dengan bantuan MATLAB.
3. Menginterpretasi hasil simulasi.
4. Membuat kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam pembahasan skripsi ini adalah:

Bab I Pendahuluan

Bab ini membahas latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini terdiri dari metode numerik, persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, model *predator-prey*, model umum pemanenan, metode *Heun*, metode *Heun* untuk sistem, galat untuk metode *Heun*, serta kajian Islam mengenai sistem *predator-prey* dan metode *Heun*.

Bab III Pembahasan

Pembahasan terdiri dari model *predator-prey* dengan pemanenan *prey*, besaran parameter model, penyelesaian numerik dengan Metode *Heun* pada model *predator-prey* dengan pemanenan *prey*, simulasi program, dan anaslisis hasil simulasi.

Bab IV Penutup

Bab ini terdiri dari kesimpulan dari permasalahan yang ada di pembahasan serta saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Metode Numerik

2.1.1 Definisi Metode Numerik

Metode numerik merupakan suatu cabang atau bidang ilmu matematika, khususnya matematika rekayasa yang menggunakan bilangan untuk mengikuti contoh proses matematik. Proses matematik ini selanjutnya telah dirumuskan untuk menyamakan keadaan yang sebenarnya. Di dalam kegiatan rekayasa dan penelitian, setiap analisis diharapkan dapat menghasilkan bilangan yang diperlukan dalam perencanaan teknik ataupun penghayatan masalah (Djojodihardjo, 2000:1).

Sasaran akhir dari analisis numerik yang dilakukan dalam metode numerik adalah diperolehnya metode yang terbaik untuk memperoleh jawaban dari persoalan matematika dan untuk menarik informasi yang berguna dari berbagai jawaban yang dapat diperoleh (Djojodihardjo, 2000:2).

2.1.2 Penyelesaian Masalah Numerik

Banyak persoalan yang sering dijumpai, belum ada metode penyelesaian eksak. Dengan demikian, ada beberapa cara pendekatan:

1. Pendekatan dan penyederhanaan perumusan persoalan sehingga dapat dipecahkan secara eksak.
2. Mencari hasil pendekatan dari persoalan yang perumusannya eksak.
3. Gabungan dari kedua cara pemecahan di atas.

Pada umumnya metode numerik tidak mengutamakan diperolehnya jawaban yang eksak (tepat), tetapi mengusahakan perumusan metode yang menghasilkan jawaban pendekatan yang berbeda dari jawaban eksak yang dapat diterima berdasarkan pertimbangan praktis (Djojodihardjo, 2000:3).

2.2 Persamaan Diferensial

2.2.1 Pengertian Persamaan Diferensial

Menurut Ross (1984:3) persamaan diferensial adalah persamaan yang menyangkut turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas. Hubungan antara variabel bebas dan terikat pada suatu persamaan diferensial dapat dianalogikan dengan hubungan orang tua dengan anaknya. Dalam hal ini, variabel bebas sebagai variabel yang mempengaruhi besarnya variabel terikat didefinisikan sebagai orang tua, yang mempunyai pengaruh sangat besar terhadap kehidupan anaknya (anak sebagai variabel terikat). Pengaruh tersebut berlaku pada semua segi kehidupan anak, terutama dalam memilih suatu agama. Sebagaimana nabi Muhammad Saw. bersabda:

عَنْ أَبِي هُرَيْرَةَ رَضِيَ اللّٰهُ عَنْهُ قَال: قَالَ النَّبِيُّ صَلَّى اللّٰهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ مَامِنْ مَوْلُوْدٍ إِلاَّ يُوْلَدُ عَلَى الْفِطْرَةِ فَأَبَوَاهُ يُهَوِّدَانِهِ أَوْيُنَصِّرَانِهِ أَوْ يُمَجِّسَانِهِ كَمَاتُنْتَجُ الْبَهِيْمَةُ بَهِيْمَةًجَمْعَاءَهَلْ تُحِسّوْنَ فِيْهَامِنْ جَدْعَاءٍ (رواه البخارى).

"*Dari Abi Hurairah ra berkata: nabi Muhammad Saw. bersabda: tidak ada seorang anak pun yang dilahirkan kecuali dalam keadaan suci bersih, maka kedua orang tuanya yang menjadikannya Yahudi, Nasrani, atau Majusi, sama halnya sebagai seekor hewan ternak. Maka ia akan melahirkan ternak pula dengan sempurna, tiada kamu dapati kekurangannya" (HR. Bukhari).*

Secara lebih luas, ilustrasi di atas dapat dijelaskan bahwa kehidupan anak akan baik (dalam segala aspek), jika pengaruh orang tua sebagai variabel yang mempengaruhi juga baik. Sebaliknya, kehidupan anak akan jelek (dalam segala aspek), jika pengaruh orang tua sebagai variabel yang mempengaruhi juga jelek (Urifah, 2008).

2.2.2 Persamaan Diferensial Berdasarkan Banyaknya Variabel Bebas

Berdasarkan banyaknya variabel bebas, persamaan diferensial dapat dibedakan menjadi 2 macam, yaitu:

1. Persamaan Diferensial Biasa (PDB)

Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang menyangkut turunan biasa dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas. Bentuk umum persamaan diferensial biasa adalah,

$$F(x, y, y', y'', y''', \dots, y^n) = 0 \qquad (2.1)$$

Persamaan (2.1) menggambarkan perubahan variabel tak bebas y terhadap perubahan hanya satu variabel bebas x. Seperti pada contoh berikut ini:

$$\frac{dy}{dx} + 3xy = \cos x \text{ (PDB linier orde satu)} \qquad (2.2)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + xy = x^2 \text{ (PDB linier orde dua)} \qquad (2.3)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y\frac{dy}{dx} + xy = x^2 \text{ (PDB nonlinier orde dua)} \qquad (2.4)$$

Suku $y\left(\frac{dy}{dx}\right)$ dalam persamaan (2.4) dinamakan suku nonlinier, maka persamaannya disebut persamaan diferensial nonlinier. Dari ketiga persamaan diferensial di atas adalah menentukan $y = f(x)$ yang memenuhi persamaan tersebut dan ini disebut persamaan diferensial. Dengan demikian, fenomena perubahan yang dimodelkan persamaan diferensial biasa hanyalah yang melibatkan persamaan perubahan pada satu variabel saja (Ross, 1984:4).

2. Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial yang menyangkut turunan parsial dari satu lebih variabel tak bebas terhadap lebih dari satu variabel bebas.

Contoh:

$$\frac{\partial v}{\partial s}+\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \tag{2.6}$$

Variabel bebas pada persamaan (2.5) adalah s dan t sedangkan variabel tak bebasnya adalah v. Selanjutnya pada persamaan (2.6), variabel $x, y,$ dan z adalah variabel bebas, sedangkan variabel u adalah variabel tak bebas (Ross, 1984:4).

2.2.3 Persamaan Diferensial Berdasarkan Bentuk Fungsi atau Pangkatnya

Persamaan diferensial berdasarkan bentuk fungsi atau pangkatnya ada dua macam, yaitu:

1. Persamaan Diferensial Linier

Menurut Kusumah (1998), suatu persamaan diferensial termasuk persamaan diferensial linier jika memenuhi dua hal berikut:

a. Variabel-variabel terikat dan turunannya paling tinggi berpangkat satu.
b. Tidak memuat bentuk perkalian antara suatu variabel terikat dengan variabel terikat lainnya, turunan satu dengan turunan lainnya, atau variabel terikat dengan suatu turunan.

2. Persamaan Diferensial Nonlinier

Jika persamaan diferensial biasa tidak dapat dinyatakan dalam bentuk umum persamaan diferensial biasa linier, maka persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial biasa nonlinier. Dengan demikian, persamaan diferensial $F\left(x, y', \ldots, y^{(m)}\right) = 0$ adalah persamaan diferensial nonlinier, jika salah satu dari pernyataan berikut dipenuhi oleh F:

a. F tidak berbentuk polinom dalam $y, y', \ldots, y^{(m)}$.

b. F tidak berbentuk polinom berpangkat lebih dari 2 dalam $y, y', \ldots, y^{(m)}$.

Contoh:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5\left(\frac{dy}{dx}\right) + 6y^2 = 0 \tag{2.7}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 6y = 0 \tag{2.8}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5y\left(\frac{dy}{dx}\right) + 6y = 0 \tag{2.9}$$

Persamaan (2.7) nonlinier, karena variabel terikat y berorde 2 yaitu $6y^2$. Persamaan (2.8) nonlinier, karena $5\left(\frac{dy}{dx}\right)^3$ turunan pertamanya dalam bentuk pangkat 3. Sedangkan persamaan (2.9) nonlinier, karena dalam $5y\left(\frac{dy}{dx}\right)$ terdapat perkalian antara variabel terikat y dengan turunan pertamanya (Ross, 1984:6).

2.3 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial merupakan persamaan diferensial yang mempunyai lebih dari satu persamaan yang harus konsisten serta *trivial*. Sistem persamaan diferensial adalah gabungan dari n suatu persamaan diferensial dengan n suatu fungsi tak diketahui. Dalam hal ini, n merupakan bilangan bulat positif $n \geq 2$. Sistem persamaan diferensial juga dibedakan menjadi dua, yaitu:

1. Sistem Persamaan Diferensial Linier

Sistem persamaan diferensial linier adalah Sistem persamaan yang terdiri dari n suatu persamaan diferensial linier dengan n suatu fungsi tak diketahui berbentuk:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \cdots + a_{1n}(t)x_n + f_2(t) \\
x_2 &= a_{21}(t)x_i + a_{22}(t)x_2 + \cdots + a_{2n}(t)x_n + f_2(t) \\
&\vdots \\
x_n &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \cdots + a_{nm}(t)x_n + f_n(t)
\end{aligned}
$$

(Finizio dan Ladas, 1988:132).

2. Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier

Sistem persamaan yang terdiri dari n suatu persamaan diferensial nonlinier dengan suatu n fungsi tak diketahui. Sistem ini disebut juga sistem diferensial nonlinier. Bentuk umum sistem persamaan diferensial nonlinier dapat ditulis:

$$\frac{dx}{dt} = f(x,y) \tag{2.10}$$

$$\frac{dy}{dt} = g(x,y) \tag{2.11}$$

f dan g mempunyai turunan parsial yang kontinu untuk semua (x, y), dengan:

$$\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{f(x,y)}{g(x,y)} \tag{2.12}$$

(Hariyanto, 1992:194).

2.4 Model *Predator-Prey*

Model *predator-prey* yang banyak dikenal adalah model Lotka-Volterra. Model ini disusun berdasarkan asumsi-asumsi berikut:

1. Dalam keadaan tanpa pemangsa lingkungan hidup populasi mangsa sangat ideal sehingga perkembangannya tak terbatas.
2. Pertumbuhan pemangsa ideal, kecuali terdapat kendala makanan.
3. Laju pemangsaan proporsional dengan laju pertemuan antara mangsa dan pemangsa.
4. Laju kematian pemangsa adalah konstan, tidak terpengaruh terhadap kepadatan dan umur pemangsa.
5. Efisiensi penggunaan mangsa sebagai makanan pemangsa untuk berproduksi adalah konstan dan tidak tergantung umur dan kepadatan mangsa.
6. Gerakan dan kontak mangsa dan pemangsa berlangsung secara acak. Setiap individu mangsa memiliki peluang yang sama untuk dimangsa.
7. Waktu yang digunakan pemangsa untuk memangsa diabaikan.
8. Kepadatan mangsa tidak mempengaruhi peluang pemangsaaan.
9. Kepadatan pemangsa tidak mempengaruhi peluang pemangsa untuk memangsa.
10. Keadaan lingkungan adalah homogen (Dwaradi, 2011:15).

2.5 Model Umum Pemanenan

Misalkan dalam populasi terdapat x individu mangsa dan daya dukung lingkungan K terdapat model pertumbuhan per kapita. Sehingga kapasitas penampungan lingkungan yang tersisa adalah $K - x$ individu. Jadi masih ada $\frac{K-x}{K}$

bagian lingkungan yang masih dapat ditinggali. Bagian inilah yang sebanding dengan pertumbuhan populasi per kapita sebagai berikut:

$$\frac{dr}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) \tag{2.13}$$

Persamaan di atas merupakan persamaan pertumbuhan logistik. Konstanta r adalah laju pertumbuhan instrinsik, yaitu nilai yang menggambarkan daya tumbuh suatu populasi dan diasumsikan $r > 0$, karena setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak. Konstanta K adalah kapasitas tampung dari suatu ukuran maksimum suatu populasi yang dapat dibantu oleh suatu lingkungan. Persamaan tersebut menunjukkan bahwa model tersebut belum mengalami eksploitasi atau usaha pemanenan (Chakraborty, dkk, 2004).

2.6 Metode *Heun*

Pada metode *Heun*, solusi dari metode *Euler* dijadikan sebagai solusi perkiraan awal (prediktor). Selanjutnya solusi perkiraan awal ini diperbaiki dengan menggunakan metode *Heun* (korektor). Penyelesaian persamaan diferensial dengan menggunakan metode *Heun* merupakan suatu proses mencari nilai fungsi y pada titik t tertentu dari persamaan diferensial biasa $f(t, y)$. Diberikan suatu persamaan diferensial orde satu yang mempunyai syarat awal $y(t_0) = y_0$,

$$y'(t) = f\big(t, y(t)\big)dt \tag{2.14}$$

Persamaan di atas diintegralkan pada kedua sisinya dengan batasan dari t_i hingga t_{i+1} dengan $h = t_{i+1} - t_i$, maka diperoleh:

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} y'(t)dt = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t,y(t))dt$$

$$y(t)|_{t_i}^{t_{i+1}} = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t,y(t))dt$$

$$y(t_{i+1}) - y(t_i) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t,y(t))dt$$

$$y_{i+1} - y_i = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t,y(t))dt$$

$$y_{i+1} = y_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t,y(t))dt \tag{2.15}$$

Selanjutnya, integral ruas kanan yaitu $\int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t,y(t))dt$ dapat diselesaikan dengan menggunakan kaidah trapesium, yaitu:

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t,y(t))dt = \frac{[f(t_i,y_i) + f(t_{i+1},y_{i+1})]}{2}(t_{i+1} - t_i)$$

$$= \frac{h}{2}[f(t_i,y_i) + f(t_{i+1},y_{i+1})] \tag{2.16}$$

Persamaan di atas disubstitusikan ke persamaan sebelumnya, sehingga diperoleh suatu formula yang dinamakan metode *Heun*:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}[f(\,t_i,y_i) + f(t_{i+1},y_{i+1})] \tag{2.17}$$

dengan:

i $= 0,1,2,\dots,n$

y_{i+1} = hampiran sekarang

y_i = hampiran sebelumnya

h = ukuran langkah

Nilai dari y_{i+1} ini merupakan solusi perkiraan awal (prediktor) yang dihitung dengan metode *Euler*, persamaan metode *Heun* dapat ditulis:

$$\begin{aligned} &\text{Prediktor} \quad y_{i+1}^{0} = y_i + hf(t_i, y_i) \\ &\text{Korektor} \quad y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}[f(t_i, y_i) + f(t_{i+1}, y_{i+1}^{0})] \end{aligned} \tag{2.18}$$

Persamaan metode *Heun* dapat juga diselesaikan dengan menggunakan iterasi yaitu:

$$y_{i+1}^{(k)} = y_i + \frac{h}{2}\left[f(\, t_i, y_i) + f\left(t_{i+1}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right] \tag{2.19}$$

dengan:

k = 1, 2, 3, ...

i = 0, 1, 2, 3, ...

(Oktaviani, dkk, 2013).

2.7 Metode *Heun* untuk Sistem

Diberikan sistem persamaan diferensial orde satu dengan dua variabel tak bebas:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= f(x, y, t) \quad = f(t, x, y) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= g(x, yt) \quad = f(t, x, y) \end{aligned} \tag{2.20}$$

Algoritma metode *Heun* yang sesuai dengan (2.18) untuk persamaan (2.20) adalah

Prediktor:

$$x_{i+1}^{(0)} = x_i + hf(t_i, x_i, y_i)$$
$$y_{i+1}^{(0)} = y_i + hg(t_i, x_i, y_i) \qquad (2.21)$$

Korektor:

$$x_{i+1}^{(k)} = x_i + \frac{h}{2}\left[f(t_i, x_i, y_i) + f\left(t_{i+1}, x_{i+1}^{(k-1)}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right]$$
$$y_{i+1}^{(0)} = y_i + \frac{h}{2}\left[g(t_i, x_i, y_i) + g\left(t_{i+1}, x_{i+1}^{(k-1)}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right] \qquad (2.22)$$

untuk $k = 1$

(Urifah, 2008:62).

2.8 Galat untuk Metode *Heun*

Penyelesaian numerik memberikan hasil dengan perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian eksak, sehingga terdapat kesalahan (galat) terhadap nilai eksaknya. Galat adalah perbedaan antara nilai eksak dengan nilai hampiran. Akan tetapi dalam metode numerik, nilai eksak biasanya tidak diketahui. Oleh karena itu, galat dapat juga dinyatakan berdasarkan solusi hampirannya, sehingga galat relatifnya dinamakan galat relatif hampiran:

$$\varepsilon_{RH} = \frac{\varepsilon}{y_n} \qquad (2.23)$$

dengan:

ε = galat terhadap nilai eksak

y_n = nilai hampiran

Pada perhitungan numerik sering dilakukan pendekatan secara iterasi, dengan kesalahan numeriknya ialah:

$$\varepsilon_{RH} = \frac{y_n^{r+1} - y_n^r}{y_n^{r+1}} \tag{2.24}$$

dengan:

r = iterasi untuk mencari *corrector* yang lebih baik

y_n^r = nilai hampiran pada iterasi r

y_n^{r+1} = nilai hampiran pada iterasi ke $r+1$

Proses iterasi dihentikan apabila $|\varepsilon_{RH}| < \varepsilon_s$, ε_s adalah nilai galat yang diinginkan. Nilai dari ε_s menentukan ketelitian suatu masalah. Semakin kecil nilai ε_s maka semakin teliti solusinya, tetapi semakin banyak proses iterasi (Oktaviani, dkk, 2013).

2.9 Kajian Islam Mengenai Sistem *Predator-Prey* dan Metode *Heun*

Ekologi diartikan sebagai ilmu yang mempelajari baik interaksi antar makhluk hidup maupun antar makhluk hidup dan lingkungannya. Interaksi yang terjadi antar makhluk hidup dalam suatu lingkungan hidup, antara lain berupa simbiosis mutualisme, kompetisi, dan predasi. Predasi merupakan hubungan antara mangsa dan pemangsa. Model matematika yang menggambarkan hubungan predasi dinamakan model *predator-prey* (Edwards dan Penney, 2008).

Adapun relevansi model *predator-prey* terdapat pada al-Quran surat ar-Rum ayat 41, yaitu:

ظَهَرَ ٱلْفَسَادُ فِى ٱلْبَرِّ وَٱلْبَحْرِ بِمَا كَسَبَتْ أَيْدِى ٱلنَّاسِ لِيُذِيقَهُم بَعْضَ ٱلَّذِى عَمِلُوا۟ لَعَلَّهُمْ يَرْجِعُونَ ﴿٤١﴾

"Telah nampak kerusakan di darat dan di laut disebabkan karena perbuatan tangan manusia, supaya Allah Swt. merasakan kepada mereka sebagian dari

(akibat) perbuatan mereka, agar mereka kembali (ke jalan yang benar)" (QS. ar-Rum/30:41).

Al-Maragi (1974), dalam *Tafsir al-Maragi* memberi komentar terhadap surat ar-Rum ayat 41, bahwa ayat itu menjadi isyarat bahwa telah muncul berbagai kerusakan di dunia ini sebagai akibat dari peperangan dan penyerbuan pasukan-pasukan, pesawat-pesawat terbang, kapal-kapal perang dan kapal-kapal selam. Hal itu tiada lain karena akibat dari apa yang dilakukan oleh umat manusia berupa kezaliman yang lupa dari pengawasan Yang Maha Pencipta. Mereka melupakan hari hisab, hawa nafsu terlepas bebas dari kalangan sehingga menimbulkan berbagai macam kerusakan di muka bumi. Karena tidak ada lagi kesadaran yang timbul dari dalam diri mereka dan agama tidak dapat berfungsi lagi untuk mengekang kebinalan hawa nafsunya serta mencegah keliarannya. Sebagaimana Allah Swt. telah berfirman dalam al-Quran surat Hud ayat 116:

فَلَوْلَا كَانَ مِنَ ٱلْقُرُونِ مِن قَبْلِكُمْ أُو۟لُوا۟ بَقِيَّةٍ يَنْهَوْنَ عَنِ ٱلْفَسَادِ فِى ٱلْأَرْضِ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّنْ أَنجَيْنَا مِنْهُمْ ۗ وَٱتَّبَعَ ٱلَّذِينَ ظَلَمُوا۟ مَآ أُتْرِفُوا۟ فِيهِ وَكَانُوا۟ مُجْرِمِينَ ١١٦

"*Maka mengapa tidak ada dari umat-umat yang sebelum kamu orang-orang yang mempunyai keutamaan yang melarang dari pada (mengerjakan) kerusakan di muka bumi, kecuali sebagian kecil di antara orang-orang yang telah Kami selamatkan di antara mereka, dan orang-orang yang zalim hanya mementingkan kenikmatan yang mewah yang ada pada mereka, dan mereka adalah orang-orang yang berdosa"* (QS. Hud/11:116).

Hal ini yang telah terjadi di saat ini, orang-orang kecil berusaha untuk melestarikan atau menjaga lingkungan di sekitarnya, dengan melakukan reboisasi, tidak buang sampah sembarangan, atau tidak membuat rumah kaca dan sebagainya. Akan tetapi, mereka adalah orang-orang yang hanya menurti hawa nafsunya, tanpa memikirkan sebab dan akibat yang akan terjadi, dan demi mengambil keuntungan sebesar-besarnya hanya merusak lingkungan di sekitar, sampai tidak bertanggung jawab dengan apa yang mereka lakukan. Seperti halnya pembuangan limbah pabrik dengan sembarangan, sehingga membuat air tercemar dan makhluk hidup di sekitarnya banyak yang mati, penebangan liar demi melakukan investasinya sendiri, ditambah dengan pemanasan global yang menyebabkan udara di sekitarnya tercemar bahkan lapisan ozon bumi semakin menipis sehingga bumi semakin panas. Padahal di akhir ayat telah dijelaskan, bahwasannya Allah Swt. telah memberikan peringatan bagi orang-orang zalim, yang hanya mementingkan hawa nafsunya dan kemewahannya sendiri dan Allah Swt. akan mengazab bagi yang melanggarnya.

Katsir (1994) menyatakan bahwa telah tampak kerusakan di darat dan di laut disebabkan oleh tangan manusia. Sesungguhnya kekurangan tanaman pangan dan buah-buahan itu disebabkan oleh kemaksiatan yang mereka lakukan. Abu Aliyah berkata: *"Barang siapa yang durhaka pada Allah Swt. di muka bumi ini, berarti dia berbuat kerusakan di bumi"*. Hal itu karena kedamaian bumi dan langit adalah dengan ketaatan.

Melihat dari beberapa pendapat para ahli tafsir di atas, maka disimpulkan bahwa timbulnya kerusakan alam atau lingkungan hidup adalah akibat dari perbuatan manusia itu sendiri. Karena manusia yang diberi tanggung jawab sebagai khalifah di bumi banyak yang tidak melaksanakan dengan baik. Padahal manusia mempunyai daya inisatif dan kreatif, sedangkan makhluk-makhluk lain tidak memilikinya. Jika semua manusia bersikap baik atau memperbaiki kesalahannya terhadap lingkungan hidup di sekitarnya dapat dipastikan bahwa manusia tidak akan ditimpa malapetaka akibat ulahnya sendiri.

Hal ini seperti yang di ajarkan dalam matematika yaitu metode *Heun*. Setiap kesalahan yang dilakukan manusia, sebaiknya untuk memperbaiki kesalahannya. Sebagaimana yang telah tercantum dalam al-Quran surat al-A'raf ayat 56:

وَلَا تُفْسِدُوا۟ فِى ٱلْأَرْضِ بَعْدَ إِصْلَٰحِهَا وَٱدْعُوهُ خَوْفًا وَطَمَعًا ۚ إِنَّ رَحْمَتَ ٱللَّهِ قَرِيبٌ مِّنَ ٱلْمُحْسِنِينَ ﴿٥٦﴾

"Dan janganlah kamu membuat kerusakan di muka bumi, sesudah memperbaiki dan berdoalah kepadanya dengan rasa takut dan harapan. Sesungguhnya rahmat Allah amat dekat kepada orang-orang yang berbuat baik" (QS. al-A'raf/7:56).

Ayat di atas, menjelaskan tentang perintah kepada manusia untuk terus berbenah diri dari kesalahan yang dilakukan, sebagaimana yang telah dijelaskan pada hadits berikut:

كُلُّ بَنِي آدَمَ خَطَّاءٌ وَخَيْرُ الْخَطَّائِيْنَ التَّوَّابُونَ

"Setiap bani Adam berbuat dosa dan sebaik-baik orang yang berbuat dosa adalah yang bertaubat" (hadits dari sahabat Anas bin Malik RA dan dinyatakan Hasan oleh as-Syaikh al Bani dalam Shahih Sunan at-Tarmidzi).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *prey*

Menurut Chen, dkk, (2011), Model *predator-prey* klasik dianggap sebagai fungsi kelimpahan mangsa. Kunci elemen dalam model *predator-prey* adalah respon fungsional yang menggambarkan jumlah *prey* yang dikonsumsi oleh *predator* per satuan waktu. Respon fungsional yang paling umum adalah Michaelis-Menten atau fungsi Holling tipe II dari bentuk:

$$p(x) = \frac{bx}{1 + Ax} \tag{3.1}$$

dengan $\frac{b}{A} > 0$ adalah laju pertumbuhan maksimal *predator*, dan $\frac{1}{A} > 0$ adalah konstan setengah saturasi. Banyak penelitian yang telah dipublikasikan untuk mendapatkan pemahaman yang lebih baik tentang dinamika model mangsa klasik. Di sisi lain, ada bukti biologis eksplisit yang berkembang bahwa fungsi tanggapan atas skala waktu yang khas tergantung pada kepadatan *prey* dan *predator*, terutama ketika *predator* mencari makanan dan karena harus berbagi atau bersaing untuk makan. Fungsi respon tersebut adalah fungsi respon rasional ketergantungan. Berdasarkan Michaelis-Menten atau fungsi Holling tipe II dari bentuk:

$$p\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{bx}{y + Ax} \tag{3.2}$$

telah ditemukan bahwa rasio tergantung pada model *predator-prey* adalah interaksi *predator-prey*. Model (3.1) ini dimodifikasi oleh Haque ke dalam model

Bayzkin Klasik untuk model (3.2) dan diperoleh sistem sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - \frac{bxy}{y + Ax} - ex^2 \\ \frac{dy}{dt} &= -cy + \frac{dxy}{y + Ax} - fy^2\end{aligned} \qquad (3.3)$$

$x(0) = x_0 > 0, y(0) = y_0 > 0,$

dengan x dan y adalah skala kepadatan populasi *prey* dan *predator*. Parameter $a > 0$ adalah laju pertumbuhan alami *prey*, $\frac{b}{A}$ adalah laju konsumsi maksimal *prey* oleh *predator*, $\frac{d}{A}$ adalah laju pertumbuhan *predator*, $\frac{1}{A} > 0$ adalah konstan setengah saturasi pada predator, $e > 0$ dan $f > 0$ adalah laju kompetisi intraspesies *predator-prey*, dan $c > 0$ adalah kematian alami oleh *predator*.

Pemanenan dan pemangsaan adalah proses di mana anggota populasi dihapus oleh lembaga eksternal, untuk manajemen populasi dan untuk kemaslahatan orang yang memanen dari sudut pandang kebutuhan manusia. Oleh karena itu, eksploitasi sumber daya hayati dan populasi pemanenan banyak di praktikkan dalam pengelolaan perikanan, kehutanan, dan satwa liar yang berhubungan untuk pengelolaan optimal sumber daya terbarukan (Chen, dkk, 2011:295).

Menurut Chen, dkk, (2011), menganggap bahwa populasi mangsa terkena pemanenan pada tingkat yang konstan seperti pada model (3.3) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - \frac{bxy}{y + Ax} - ex^2 - H \\ \frac{dy}{dt} &= -cy + \frac{dxy}{y + Ax} - fy^2\end{aligned} \qquad (3.4)$$

$x(0) = x_0 > 0, y(0) = y_0 > 0,$

dengan $H > 0$ adalah laju pemanenan konstan. untuk lebih sederhana, kembali kepada skala variabel dan waktu model (3.4) sebagai berikut:

$$\bar{t} = at, \quad \bar{x} = \left(\frac{e}{a}\right), \qquad \bar{y} = \left(\frac{be}{ad}\right)y.$$

Sehingga menjadi sistem sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x - \frac{\epsilon xy}{ax+y} - x^2 - h \\ \dot{y} &= -\gamma y + \frac{\epsilon xy}{ax+y} - \delta y^2 , \end{aligned} \tag{3.5}$$

$$x(0) = x_0 > 0, y(0) = y_0 > 0,$$

dengan $\gamma = \frac{c}{a}$, $\alpha = \frac{Ab}{d}$, $\varepsilon = \frac{b}{a}$, $\delta = \frac{fd}{be}$, dan $h = \frac{He}{a^2}$. Karena sistem (3.5) tidak dapat didefinisikan dengan baik di $(0,0)$, maka dapat disimpulkam bahwa sistem (3.5) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x - \frac{\epsilon xy}{ax+y} - x^2 - h \\ \dot{y} &= -\gamma y + \frac{\epsilon xy}{ax+y} - \delta y^2 , \end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\dot{x} = -h, \dot{y} = 0, \text{ketika } (x,y) = (0,0),$$

dengan $\gamma, \alpha, \varepsilon, \delta$, dan h adalah parameter positif.

Berdasarkan proses di atas, maka agar penelitian ini mudah dipahami, penulis mengganti variabel $h = G$, $-\gamma = -b$, dan $\delta = c$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x(t) - \frac{\epsilon x(t)y(t)}{ax(t)+y(t)} - x(t)^2 - G \\ \frac{dy}{dt} &= -by(t) + \frac{\epsilon x(t)y(t)}{ax(t)+y(t)} - cy(t)^2 \end{aligned} \tag{3.4}$$

dengan $\epsilon, a, b, c,$ dan $G > 0$. Adapun variabel-variabel yang digunakann pada model *predator-prey* dengan pemanenan *prey* adalah sebagai berikut:

ϵ = Laju konsumsi maksimal mangsa (*prey*) oleh pemangsa (*predator)*

α = Laju pertumbuhan alami mangsa (*prey*)

b = Laju kematian pemangsa (*predator)* secara alami

c = Laju persaingan dalam satu *spesies*

G = Laju pemanenan konstan

$x(t)$ = Banyaknya populasi mangsa (*prey*) terhadap waktu

$y(t)$ = Banyaknya populasi pemangsa (*predator)* terhadap waktu

3.2 Besaran Parameter Model

Nilai parameter yang dipakai pada model *predator-prey* dengan pemanenan *prey* menggunakan parameter dari penelitian Chen, dkk, (2011:314), yaitu:

Tabel 3.1 Nilai Parameter yang Digunakan
pada Persamaan *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*

Variabel parameter	Nilai
ϵ	0,9
α	2
b	0,25
c	$\frac{15}{364}$
G	$\frac{6279}{62500}$
$x(0)$	0,4
$y(0)$	0,2

3.3 Penyelesaian Numerik dengan Metode *Heun* pada Persamaan *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*

Pada subbab ini terlebih dahulu dilakukan diskritisasi dari sistem persamaan (3.4) ke bentuk metode numerik yaitu metode *Heun*. Sistem persamaan (3.4) disubstitusikan pada persamaan metode *Heun*, sehingga diperoleh sebagai berikut:

untuk variabel $x(t)$

Prediktor
$$x_{i+1}^{(0)} = x_i + hf(t_i, x_i, y_i)$$
$$x_{i+1}^{(0)} = x_i + h\left(x - \frac{\epsilon xy}{ax+y} - x^2 - G\right)$$

dan

Korektor
$$x_{i+1}^{(0)} = x_i + \frac{h}{2}\left[f(t_i, x_i, y_i) + f\left(t_{i+1}, x_{i+1}^{(k-1)}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right]$$
$$x_{i+1}^{(0)} = x_i + \frac{h}{2}\left[\left(x - \frac{\epsilon xy}{ax+y} - x^2 - G\right) + \left(x_{i+1}^{(k-1)} - \frac{\epsilon x_{i+1}^{(k-1)} y_{i+1}^{(k-1)}}{a x_{i+1}^{(k-1)} + y_{i+1}^{(k-1)}} - x_{i+1}^{(k-1)^2} - G\right)\right]$$

untuk variabel $y(t)$

Prediktor
$$y_{i+1}^{(0)} = y_i + hf(t_i, x_i, y_i)$$
$$y_{i+1}^{(0)} = y_i + h\left(-by + \frac{\epsilon xy}{ax+y} - cy^2\right)$$

dan

Korektor
$$y_{i+1}^{(0)} = y_i + \frac{h}{2}\left[f(t_i, x_i, y_i) + f\left(t_{i+1}, x_{i+1}^{(k-1)}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right]$$
$$x_{i+1}^{(0)} = x_i + \frac{h}{2}\left[\left(-by + \frac{\epsilon xy}{ax+y} - cy^2\right) + \left(-by_{i+1}^{(k-1)} + \frac{\epsilon x_{i+1}^{(k-1)} y_{i+1}^{(\boldsymbol{k-1})}}{a x_{i+1}^{(k-1)} + y_{i+1}^{(\boldsymbol{k-1})}} - cy_{i+1}^{(k-1)^2}\right)\right]$$

Selanjutnya mencari solusi numerik dengan metode *Heun* pada persamaan *predator-prey* dengan pemanenan *prey*, dengan iterasi yang pertama $t_0 = 0$ dan $h = 0{,}1$, dengan nilai awal $x_0 = 0{,}4$ dan $y_0 = 0{,}2$ adalah sebagai berikut:

1. Menghitung prediktor pada x_1 dan y_1

$$x_1^0 = x_0 + hf(x_0, y_0)$$
$$= 0{,}4 + 0{,}1\left(0{,}4 - \frac{0{,}9(0{,}4)(0{,}2)}{2(0{,}4) + (0{,}2)} - (0{,}4)^2 - \frac{6279}{62500}\right)$$

$$= \quad 0{,}4067536$$

$$y_1^0 = y_0 + hg(x_0, y_0)$$

$$= 0{,}2 + 0{,}1\left(-(0{,}25)(0{,}2) + \frac{0{,}9(0{,}4)(0{,}2)}{2(0{,}4)+(0{,}2)} - \frac{15}{364}(0{,}2)^2\right)$$

$$= 0{,}2020351648$$

Menghitung korektor pada x_1 dan y_1

$$x_1^1 = x_0 + \frac{0.1}{2}[f(x_0, y_0) + f(x_1^0, y_1^0)]$$

$$= 0{,}4 + \frac{0{,}1}{2}\left[\left(0{,}4 - \frac{0{,}9(0{,}4)(0{,}2)}{2(0{,}4)+(0{,}2)} - (0{,}4)^2 - \frac{6279}{62500}\right) + \left(0{,}4067536 - \frac{0{,}9(0{,}4067536)(0{,}2020351648)}{2(0{,}4067536)+(0{,}2020351648)} - (0{,}4067536)^2 - \frac{6279}{62500}\right)\right]$$

$$= \; = 0{,}4067774181$$

$$y_1^1 = y_0 + \frac{h}{2}[g(x_0, y_0) + g(x_1^0, y_1^0)]$$

$$= 0{,}2 + \frac{0{,}1}{2}\left[\left(-(0{,}25)(0{,}2) + \frac{0{,}9(0{,}4)(0{,}2)}{2(0{,}4)+(0{,}2)} - \frac{15}{364}(0{,}2)^2\right) + \left(-(0{,}25)(0{,}2020351648) + \frac{0{,}9(0{,}4067536)(0{,}2020351648)}{2(0{,}4067536)+(0{,}2020351648)} - \frac{15}{364}(0{,}2020351648)^2\right)\right]$$

$$= 0{,}2020494767$$

Menghitung *error* pada x_1 dan y_1

$$\varepsilon_{1x} = \frac{|x_1^{(1)} - x_1^{(0)}|}{|x_1^{(1)}|}$$

$$= \frac{|0{,}4067774181 - 0{,}4067536|}{|0{,}4067774181|}$$

$$= 0{,}00005855315202$$

$$\varepsilon_{1y} = \frac{|y_1^{(1)} - y_1^{(0)}|}{|y_1^{(1)}|}$$

$$= \frac{|0{,}2020494767 - 0{,}2020351648|}{|0{,}2020494767|}$$

$$= 0{,}00007083364052$$

Selanjutnya yaitu $h = 0{,}1$ dengan nilai iterasi sebelumnya yaitu $x_1 = 0{,}4067774181$ dan $y_1 = 0{,}2020494767$ sebagai berikut:

2. Menghitung prediktor pada x_2 dan y_2

$x_2^0 \;=\; x_1 + hf(x_1, y_1)$

$= 0{,}4067774181 +$

$0{,}1\left(0{,}4067774181 - \frac{0{,}9(0{,}4067774181)(0{,}2020494767)}{2(0{,}4067774181)+(0{,}2020494767)} - (0{,}4067774181)^2 - \frac{6279}{62500}\right)$

$= 0{,}4135786004$

$y_2^0 \;=\; y_1 + hg(x_1, y_1)$

$= 0{,}2020494767 \;+ 0{,}1\left(-(0{,}25)(0{,}2020494767\,) + \frac{0{,}9(0{,}4067774181)(0{,}2020494767)}{2(0{,}4067774181)+(0{,}2020494767)} - \right.$

$\left.\frac{15}{364}(0{,}2020494767)^2\right)$

$= 0{,}2041133818$

Menghitung korektor pada x_2 dan y_2

$x_2^1 \;=\; x_1 + \frac{0{,}1}{2}[f(x_1, y_1) + f(x_2^0, y_2^0)]$

$= 0{,}4067774181 +$

$\frac{0{,}1}{2}\left[\left(0{,}4067774181 - \frac{0{,}9(0{,}4067774181)(0{,}2020494767)}{2(0{,}4067774181)+(0{,}2020494767)} - (0{,}4067774181)^2 - \frac{6279}{62500}\right) + \right.$

$\left.\left(0{,}4135786004 - \frac{0{,}9(0{,}4135786004)(0{,}2041133818)}{2(0{,}4135786004)+(0{,}2041133818)} - (0{,}4135786004)^2 - \frac{6279}{62500}\right)\right]$

$= 0{,}4135978021$

$y_2^1 \;=\; y_1 + \frac{h}{2}[g(x_1, y_1) + g(x_2^0, y_2^0)]$

$= 0{,}2020494767 + \frac{0{,}1}{2}\left[\left(-(0{,}25)(0{,}2020494767\,) + \frac{0{,}9(0{,}4067774181)(0{,}2020494767)}{2(0{,}4067774181)+(0{,}2020494767)} - \right.\right.$

$\left.\frac{15}{364}(0{,}2020494767)^2\right) + \left(-(0{,}25)(0.2041133818) + \frac{0{,}9(0{,}4135786004)(0{,}2041133818)}{2(0{,}4135786004)+(0{,}2041133818)} - \right.$

$\left.\left.\frac{15}{364}(0{,}2041133818)^2\right)\right]$

$= 0{,}2041277436$

Menghitung *error* pada x_2 dan y_2

$\varepsilon_{2x} \;=\; \frac{|x_2^{(1)} - x_2^{(0)}|}{|x_2^{(1)}|}$

$= \frac{|0{,}4135978021 - 0{,}4135786004|}{|0{,}4135978021|}$

$= 0{,}00004642602041$

$\varepsilon_{2y} \;=\; \frac{|y_2^{(1)} - y_2^{(0)}|}{|y_2^{(1)}|}$

$= \frac{|0{,}2041277436 - 0{,}2041133818|}{|0{,}2041277436|}$

$= 0{,}00007035692330$

Selanjutnya yaitu $h = 0{,}1$, dengan nilai iterasi sebelumnya yaitu: $x_1 = 0{,}4135978021$ dan $y_1 = 0{,}2041277436$ sebagai berikut:

3. Menghitung prediktor pada x_3 dan y_3

$$
\begin{aligned}
x_3^0 &= x_2 + hf(x_2, y_2) \\
&= 0{,}4135978021 + \\
&\quad 0{,}1\left(0{,}4067774181 - \frac{0{,}9(0{,}4135978021\,)(0{,}2041277436)}{2(0{,}4135978021\,)+(0{,}2041277436)} - (0{,}4135978021\,)^2 - \frac{6279}{62500}\right) \\
&= 0{,}4197551979 \\
y_3^0 &= y_2 + hg(x_2, y_2) \\
&= 0{,}2041277436 \; + 0{,}1\left(-(0{,}25)(0{,}2041277436\,) + \frac{0{,}9(0{,}4135978021)(0{,}2041277436)}{2(0{,}4135978021)+(0{,}2041277436)} - \right. \\
&\quad \left. \frac{15}{364}(0{,}2041277436)^2\right) \\
&= 0{,}2062204725
\end{aligned}
$$

Menghitung korektor pada x_3 dan y_3

$$
\begin{aligned}
x_3^1 &= x_2 + \frac{0{,}1}{2}[f(x_2, y_2) + f(x_3^0, y_3^0)] \\
&= 0{,}4135978021 + \\
&\quad \frac{0{,}1}{2}\left[\left(0{,}4067774181 - \frac{0{,}9(0{,}4135978021\,)(0{,}2041277436)}{2(0{,}4135978021\,)+(0{,}2041277436)} - (0{,}4135978021\,)^2 - \frac{6279}{62500}\right) + \right. \\
&\quad \left. \left(0{,}4197551979 - \frac{0{,}9(0{,}4197551979)(0.2062204725)}{2(0{,}4197551979)+(0.2062204725)} - (0{,}4135786004)^2 - \frac{6279}{62500}\right)\right] \\
&= 0{,}4203637470 \\
y_3^1 &= y_2 + \frac{h}{2}[g(x_2, y_2) + g(x_3^0, y_3^0)] \\
&= 0{,}2041277436 + \frac{0{,}1}{2}\left[\left(-(0{,}25)(0{,}2041277436\,) + \frac{0{,}9(0{,}4135978021)(0{,}2041277436)}{2(0{,}4135978021)+(0{,}2041277436)} - \right.\right. \\
&\quad \left. \frac{15}{364}(0{,}2041277436)^2\right) + \left(-(0{,}25)(0{,}2062204725) + \frac{0{,}9(0{,}4197551979)(0{,}2062204725)}{2(0{,}4197551979)+(0{,}2062204725)} - \right. \\
&\quad \left.\left. \frac{15}{364}(0{,}2062204725)^2\right)\right] \\
&= 0{,}2062336781
\end{aligned}
$$

Menghitung *error* pada x_3 dan y_3

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_{3x} &= \frac{|x_3^{(1)} - x_3^{(0)}|}{|x_3^{(1)}|} \\
&= \frac{|0{,}4203637470 - 0{,}4197551979|}{|0{,}4203637470|} \\
&= 0{,}001447672651
\end{aligned}
$$

$$\varepsilon_{3y} = \frac{|y_3^{(1)} - y_3^{(0)}|}{|y_3^{(1)}|}$$

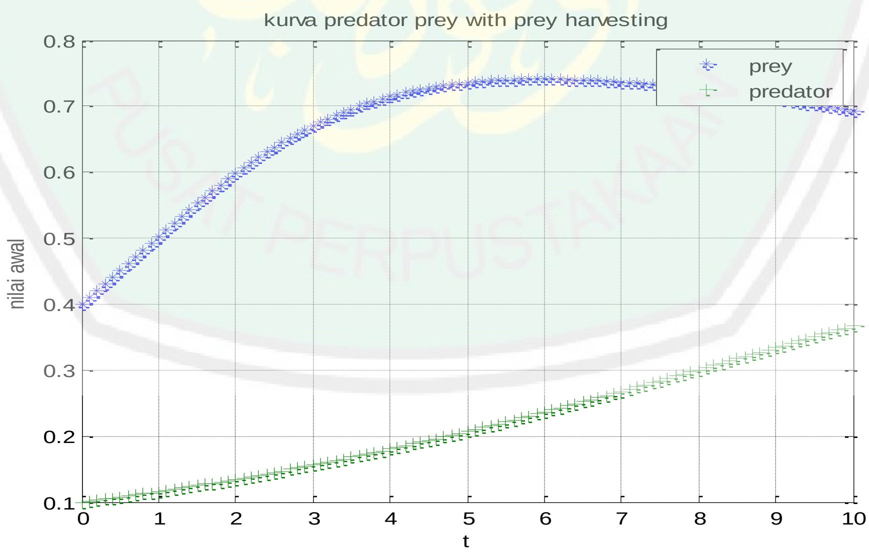
$$= \frac{|0,2062336781 - 0,2062204725|}{|0,2062336781|}$$

$$= 0,00006403221880$$

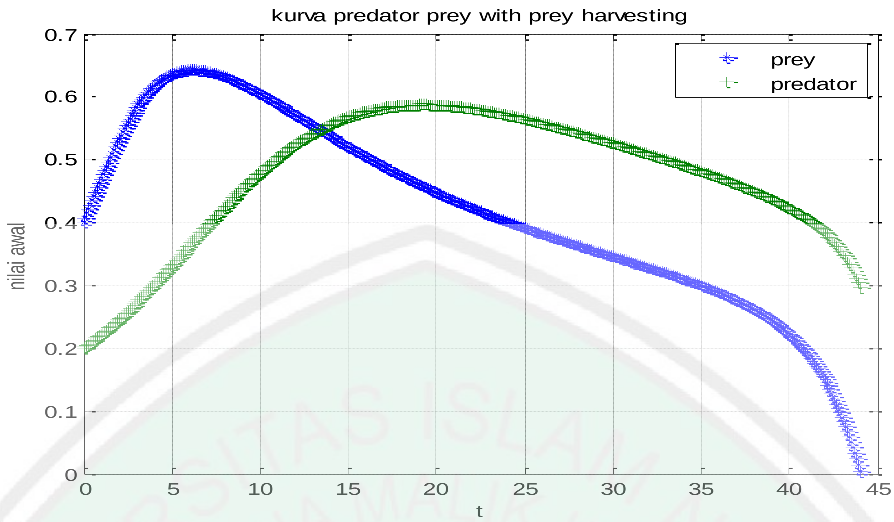
3.4 Simulasi Program

Pada subbab ini diberikan simulasi serta interpretasi dari persamaan (3.4) dengan nilai parameter yang diberikan oleh Chen, dkk, (2011:314) yang dibatasi $\frac{1}{4} > G > 0$. Simulasi ini dilakukan dengan diberikan tiga kondisi yaitu kondisi pertama adalah $G < \frac{1}{4}$, kondisi kedua $G = \frac{1}{4}$, dan kondisi ketiga $G > \frac{1}{4}$ menggunakan bantuan MATLAB R2013a sebagai berikut

1. Kondisi ketika $G < \frac{1}{4}$, $G = \frac{6279}{62500}$ yang telah diberikan oleh Chen, dkk (2011:314),

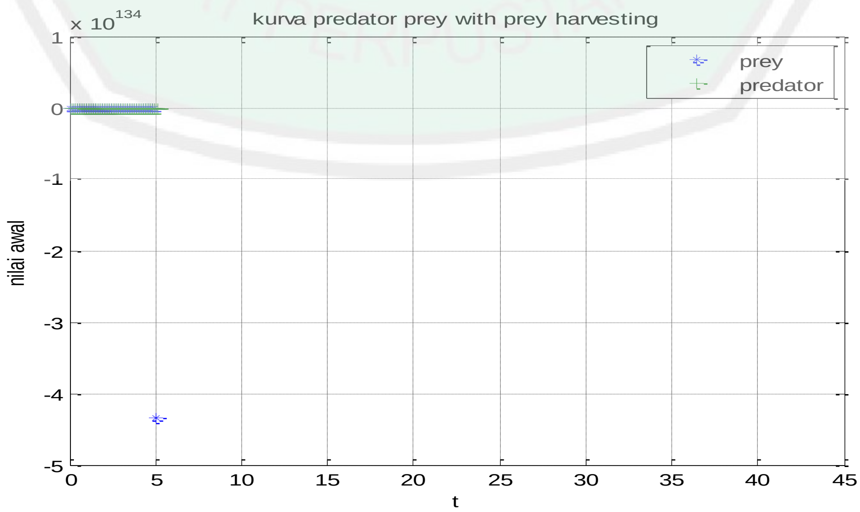


Gambar 3.1 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 0,4$, $y(0) = 0,2$, $t = 10$, $e = 0,9$, $a = 2$, $b = 0,25$, dan $c = 0,041$



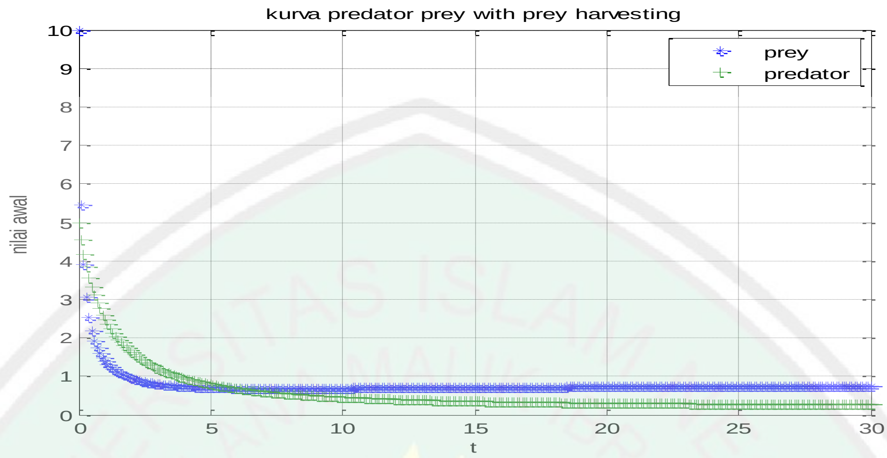
Gambar 3.2 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 0{,}4$, $y(0) = 0{,}2$, $t = 44$, $e = 0{,}9$, $a = 2$, $b = 0{,}25$, dan $c = 0{,}041$

Gambar 3.1 dan Gambar 3.2, kedua populasi mengalami peningkatan yang cukup signifikan dengan $t = 10$. Akan tetapi, ketika $t = 30$ terlihat kedua populasi mengalami penurunan. Populasi *prey* mengalami kepunahan ketika $x(44) = 0{,}002910$ dan populasi *predator* masih ada yaitu $y(44) = 0{,}296$. Perlu diketahui, bahwa saat nilai awal $x > 1$ dan $y > 0{,}21$ dengan parameter yang sama, maka kedua populasi akan bersifat konstan. Seperti gambar yang ada di bawah ini:

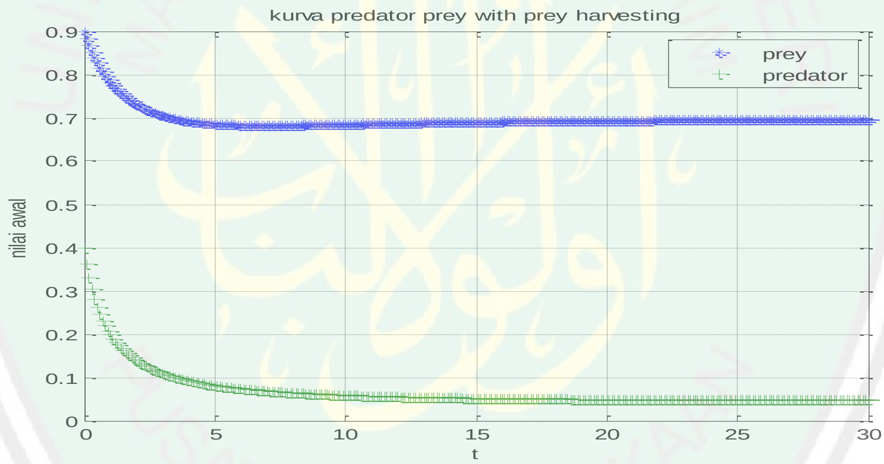


Gambar 3.3 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 0{,}4$, $y(0) = 0{,}2$, dan $t = 44$

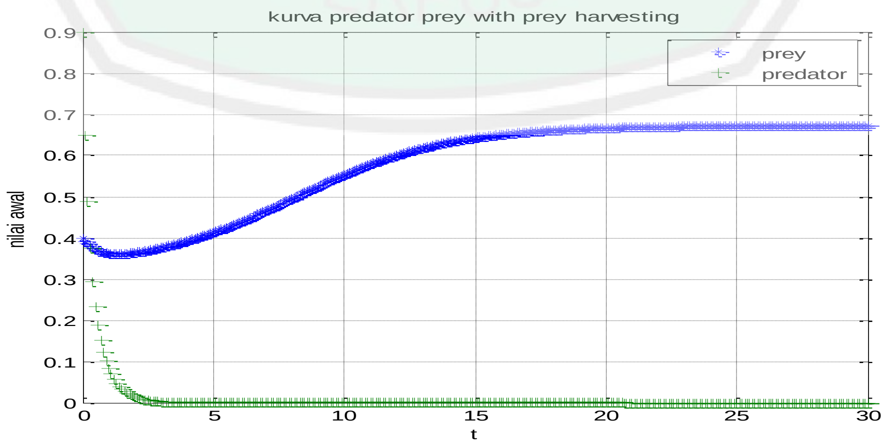
Contoh lain ketika $G < \frac{1}{4}$, dengan nilai parameter dan nilai awal yang berbeda:



Gambar 3.4 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 10$, $y(0) = 5$, $t = 30$, $e = 0{,}2$, $a = 1$, $b = 0{,}1$, $c = 0{,}2$, dan $G = 0{,}15$



Gambar 3.5 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 0{,}9$, $y(0) = 0{,}4$, $t = 30$, $e = 0{,}5$, $a = 2$, $b = 0{,}1$, $c = 3$, dan $G = 0{,}2$



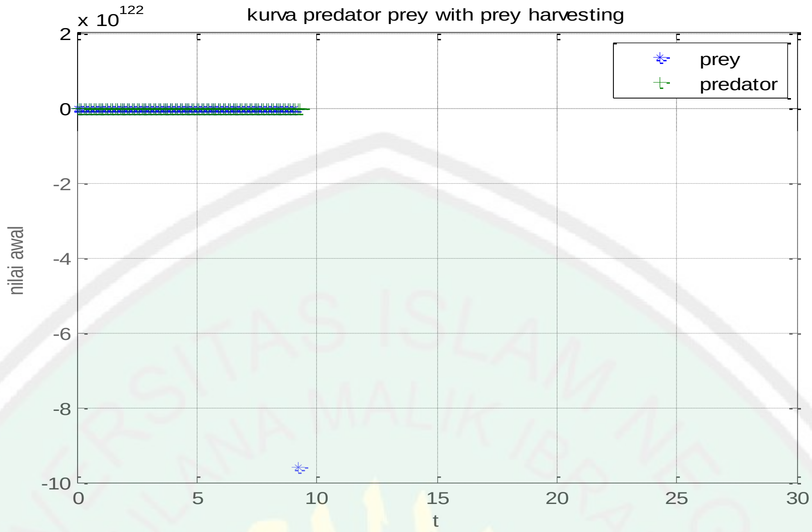
Gambar 3.6 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 0{,}4$, $y(0) = 0{,}9$, $t = 30$, $e = 0{,}7$, $a = 3$, $b = 2$, $c = 2$, dan $G = 0{,}22$

Gambar 3.4, populasi *predator* dan populasi *prey* melakukan interaksi yang menyebabkan kedua populasi mengalami penurunan dengan pemanenan sebesar $G = 0{,}15$. Populasi *prey* dan populasi *predator* menurun hingga mengarah ke titik $x(5{,}8) = 0{,}70068$ dan $y(5{,}8) = 0{,}70228$. Pada titik selanjutnya kedua populasi dapat hidup berdampingan karena persediaan makanan kedua yang cukup seimbang dengan adanya pemanenan pada *prey* sebesar $G = 0{,}15$ dalam kurun waktu yang lebih lama.

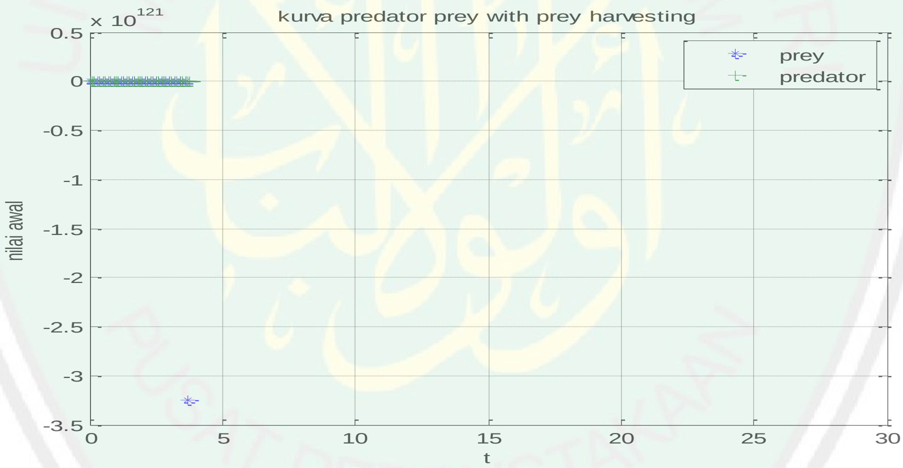
Gambar 3.5, dalam kurun waktu yang tidak terlalu lama, kedua populasi mengalami penurunan dengan pemanenan *prey* sebesar $G = 0{,}2$. Populasi *prey* menurun hingga menuju ke titik $x(4{,}3) = 0{,}6911$, kemudian populasi *prey* kembali meningkat. Selanjutnya pada $x(13{,}4) = 0{,}69001$ pertumbuhan populasi *prey* rentan telah mengalami kestabilan. Sedangkan populasi *predator* menurun sampai menuju ke titik $y(9{,}6) = 0{,}598$. Pada titik selanjutnya, populasi *predator* mengalami penurunan dalam kurun waktu yang cukup lama.

Gambar 3.6, menunjukkan bahwa dengan pemanenan *prey* sebesar $G = 0{,}22$ populasi *prey* mengalami penurunan hingga menuju ke titik $x(4{,}3) = 3{,}9944$, kemudian populasi *prey* rentan meningkat dari jumlah awal dan populasi *prey* mengalami peningkatan yang cukup stabil. Sedangkan populasi *predator* mengalami kepunahan dalam kurun waktu yang lebih cepat. Penurunan ini disebabkan karena pemanenan *prey* yang berlebihan, sehingga mengakibatkan populasi predator mengalami penurunan yang lebih cepat dan mendekati kepunahan.

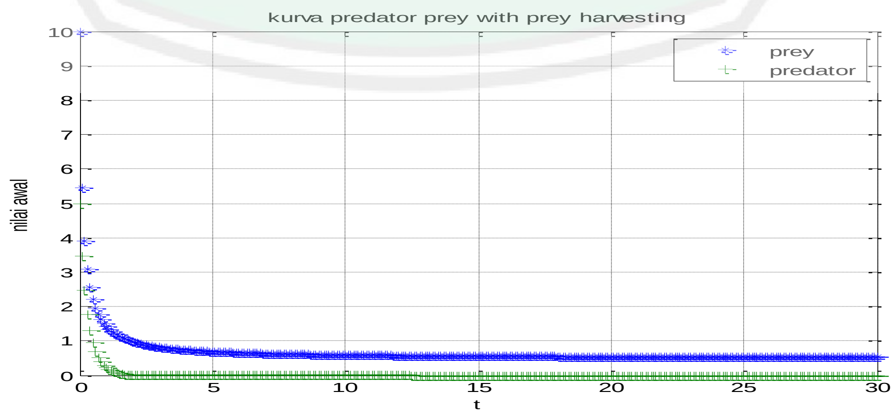
2. Kondisi ketika $G = \frac{1}{4}$



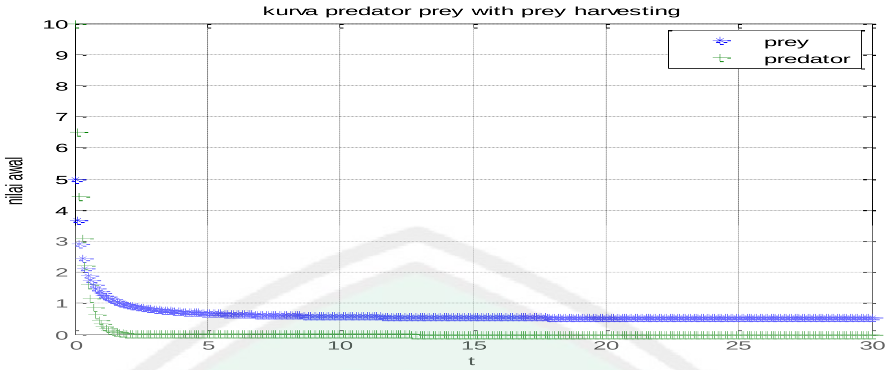
Gambar 3.7 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 0{,}4$, $y(0) = 0{,}2$, $t = 30$, $e = 0{,}1$, $a = 3$, $b = 0{,}1$, $c = 0{,}1$, dan $G = 0{,}25$



Gambar 3.8 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 0{,}2$, $y(0) = 0{,}4$, $t = 30$, $e = 0{,}1$, $a = 2$, $b = 0{,}3$, $c = 0{,}4$, dan $G = 0{,}25$



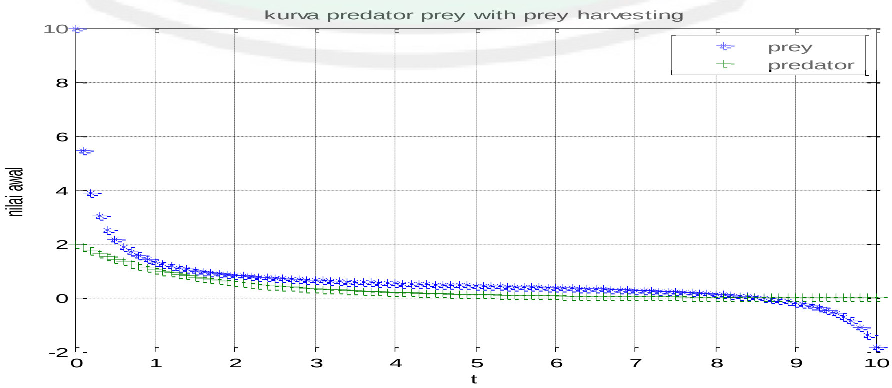
Gambar 3.9 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 10$, $y(0) = 5$, $t = 30$, $e = 0{,}1$, $a = 2$, $b = 3$, $c = 0{,}2$, dan $G = 0{,}25$



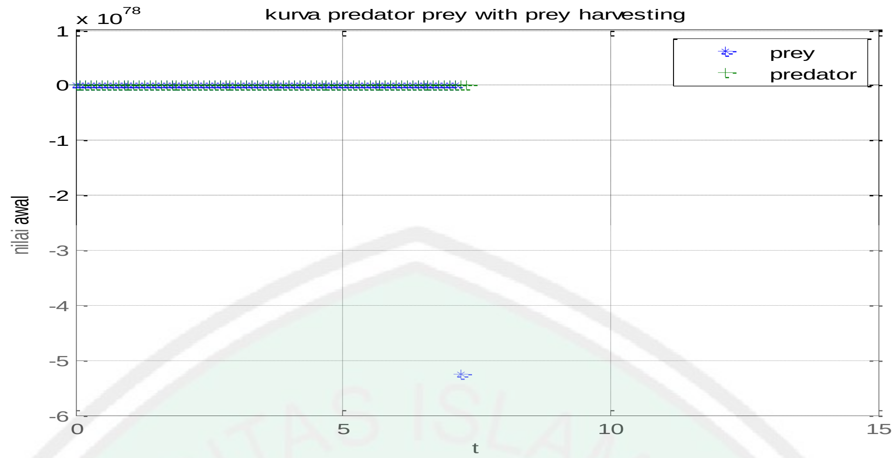
Gambar 3.10 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 5$, $y(0) = 10$, $t = 30$, $e = 0{,}1$, $a = 2$, $b = 3$, $c = 0{,}2$, dan $G = 0{,}25$

Gambar 3.9 dan Gambar 3.10 menunjukkan bahwa populasi *predator* dan populasi *prey* mengalami kepunahan dengan pemanenan *prey* sebesar $G = 0{,}25$. Karena populasi *predator* dan populasi *prey* tidak seimbang sehingga menyebabkan kedua populasi tidak dapat tumbuh dengan baik atau konstan. Sedangkan untuk Gambar 3.9 dan Gambar 3.10 dengan pemanenan *prey* sebesar $G = 0{,}25$ menunjukkan bahwa populasi *prey* mengalami penurunan hingga menuju ke titik $x(9{,}7) = 0{,}60065$ dan kemudian konstan dengan rentan waktu yang lama. Sedangkan populasi *predator* mengalami kepunahan di titik $y(12{,}8) = 0$ dengan pemanenan *prey* sebesar $G = 0{,}25$.

3. Kondisi ketika $G > \frac{1}{4}$

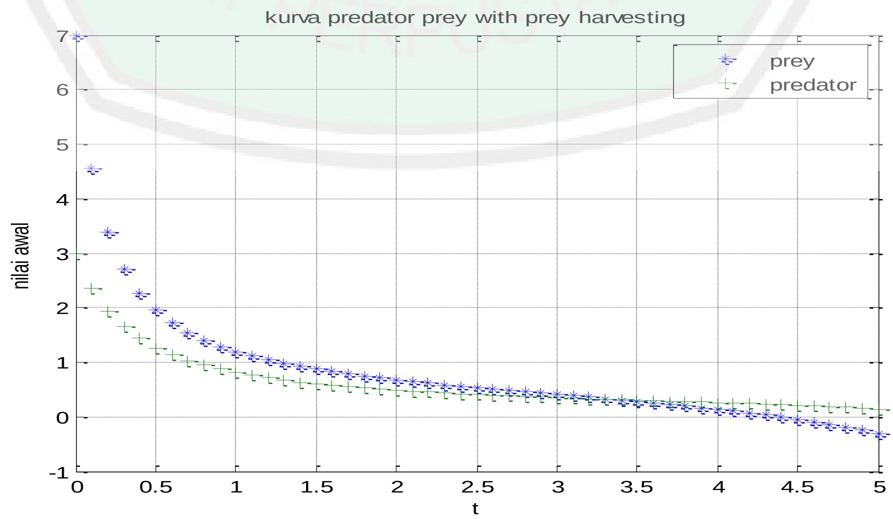


Gambar 3.11 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 10$, $y(0) = 2$, $t = 10$, dan $e = 0{,}5$, $a = 2$, $b = 0{,}7$, $c = 0{,}2$, dan $G = 0{,}3$



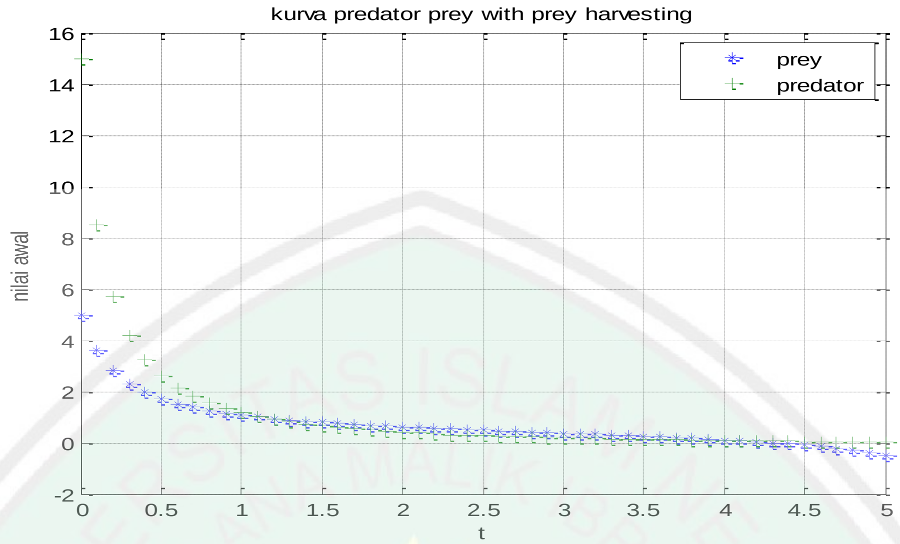
Gambar 3.12 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 2$, $y(0) = 10$, $t = 10$, dan $e = 0{,}5$, $a = 2$, $b = 0{,}7$, $c = 0{,}2$, dan $G = 0{,}3$

Gambar 3.11 dengan nilai awal $x(0) = 10$ dan $y(0) = 2$ menunjukkan bahwa kedua populasi mengalami kepunahan. Populasi *prey* mengalami kepunahan pada titik ke $x(9) = 0{,}021$, sedangkan populasi *predator* mengalami kepunahan $y(11) = 0{,}08$ dengan pemanenan pada *prey* sebesar $G = 0{,}3$. Sedangkan untuk Gambar 3.12 dengan nilai awal $x(0) = 2$, $y(0) = 10$ dan dengan besaran parameter yang sama menunjukkan bahwa kedua populasi tidak dapat berinteraksi yang mengakibatkan pertumbuhan kedua populasi tidak dapat tumbuh dengan baik.

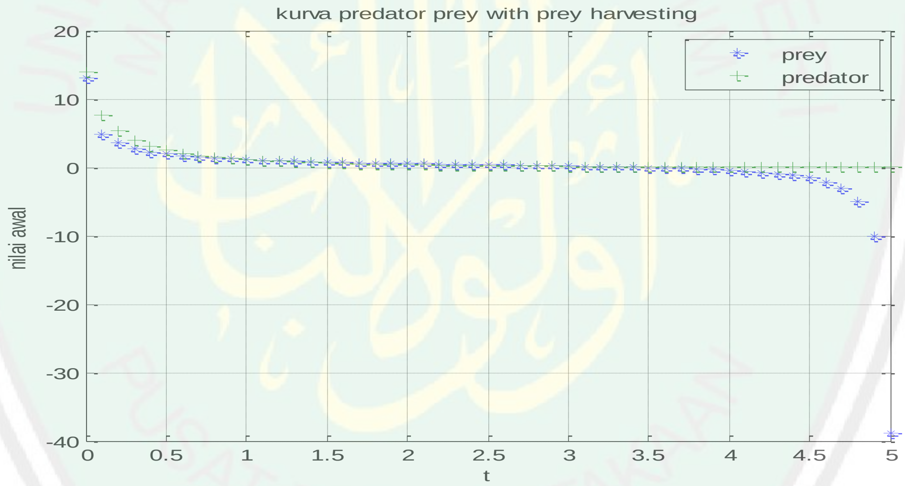


Gambar 3.13 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) =$

7, $y(0) = 3$, $t = 5$, $e = 0{,}3$, $a = 0{,}3$, $b = 0{,}2$, $c = 1$, dan $G = 0{,}4$



Gambar 3.14 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 5$, $y(0) = 15$, $t = 5$, $e = 0{,}5$, $a = 0{,}9$, $b = 1$, $c = 0{,}5$, dan $G = 0{,}4$



Gambar 3.15 Model *Predator-Prey* dengan Pemanenan *Prey*, dengan Nilai Parameter $x(0) = 13$, $y(0) = 14$, $t = 5$, $e = 0{,}5$, $a = 0{,}9$, $b = 1$, $c = 0{,}5$, dan $G = 0{,}5$

Gambar 3.13 dan Gambar 3.14 dengan nilai awal $x(0) = 7$, $y(0) = 3$ dan pemanenan pada *prey* sebesar $G = 0{,}4$ menunjukkan bahwa kedua populasi mengalami kepunahan. Pada titik yang sama yaitu $x(3{,}7) = 0{,}2266$ dan $y(x) = 0{,}2859$ mengalami titik kesetimbangan pada kedua populasi. Kemudian populasi *prey* lebih awal mengalami kepunahan sampai pada titik ke $x(4{,}3) = 0{,}03417$ dan populasi *predator* mengalami kepunahan pada titik $y(6{,}5) = 0{,}007$. Pada titik selanjutnya, pertumbuhan kedua populasi mengalami konstan karena waktu yang lebih lama. Begitu pula dengan Gambar 3.15 menunjukkan bahwa populasi mengalami kepunahan.

3.5 Analisis Hasil Simulasi

Pada subbab ini dibahas mengenai analisis simulasi *model predator-prey* dengan pemanenan *prey* yang telah dilakukan pada subbab 3.4. Adapun kedua populasi *predator* dan *prey* mengalami pertumbuhan yang tidak baik karena kurangnya interaksi kedua populasi dan pemanenan yang berlebihan. Sebagaimana yang telah dijelaskan pada penelitian Chen, dkk, (2011), ketika $\frac{1}{4} > G > 0$ dan $\epsilon > ab$, maka populasi *predator* dan populasi *prey* mengalami pertumbuhan yang tidak baik atau laju pertumbuhannya konstan.

Hasil analisis di atas dapat disimpulkan bahwa populasi *prey* dan *predator* mengalami ketidakseimbangan baik dari sumber makanan populasi *prey* dengan *prey harvesting* yang membuat sumber makanan *predator* habis dan mengalami titik kepunahan. Jika populasi *predator* dan *prey* tidak seimbang maka akan merusak ekosistem keduanya, bahkan ekosistem satu dengan spesies yang lain. Maka sebagai manusia yang diutus untuk menjadi khalifah di muka bumi sudah semestinya untuk tetap menjaga keseimbangan keduanya. Seperti dalam firman Allah Swt. dalam surat al-Mulk ayat 3:

ٱلَّذِى خَلَقَ سَبْعَ سَمَٰوَٰتٍ طِبَاقًا ۖ مَّا تَرَىٰ فِى خَلْقِ ٱلرَّحْمَٰنِ مِن تَفَٰوُتٍ ۖ فَٱرْجِعِ
ٱلْبَصَرَ هَلْ تَرَىٰ مِن فُطُورٍ ۝٣

"*Allah Swt. yang telah menciptakan tujuh langit berlapis-lapis. Kamu sekali-kali tidak melihat pada ciptaan Tuhan yang Maha Pemurah sesuatu yang tidak* *seimbang. Maka lihatlah berulang-ulang, adakah kamu lihat sesuatu yang tidak seimbang*?" (QS. al-Mulk/67:3).

Sesungguhnya Allah Swt. menciptakan segala sesuatu tidak lepas dari hukum-hukum serta peraturan-peraturan sehingga semuanya menjadi begitu rapi. Shihab (2002), memberikan contoh bagaimana susahnya penduduk sebuah planet, jika tidak ada keseimbangan antar planet, sehingga terjadi benturan antar planet. Diciptakan berbagai makhluk hidup dengan timbal balik satu dengan yang lain seperti manusia, binatang, dan tumbuhan dalam proses fotosintesis. Akan tetapi keserakahan manusia yang merusak keseimbangan ekosistem di muka bumi ini. Sebagaimana Allah Swt. telah berfirman dalam al-Quran surat al-Maidah ayat 32:

مَن قَتَلَ نَفۡسَۢا بِغَيۡرِ نَفۡسٍ أَوۡ فَسَادٍ فِي ٱلۡأَرۡضِ فَكَأَنَّمَا قَتَلَ ٱلنَّاسَ جَمِيعًا وَمَنۡ أَحۡيَاهَا فَكَأَنَّمَآ أَحۡيَا ٱلنَّاسَ جَمِيعًا ﴿٣٢﴾

"*Barangsiapa yang membunuh seorang manusia, bukan karena orang itu membunuh orang lain, atau bukan karena membuat kerusakan di muka bumi, maka seakan-akan dia telah telah membunuh manusia seluruhnya*" (QS. al-Maidah/5:32).

Katsir (1994) dalam tafsirnya, barang siapa membunuh seseorang tanpa sebab, seperti karena *qishas* atau karena membuat kerusakan di muka bumi, dan dia menghalalkan pembunuhan tersebut tanpa sebab dan tanpa kejahatan, maka seakan-akan ia telah membunuh manusia seluruhnya, karena bagi Allah Swt. tidak ada bedanya antara satu jiwa dengan jiwa yang lainnya, dan barang siapa yang memelihara kehidupan, yaitu mengharamkan pembunuhan atas suatu jiwa dan meyakini hal itu, berarti dengan demikian, telah selamatlah seluruh umat manusia darinya.

Ayat di atas menjelaskan bahwa jika manusia dibunuh demi kepentingannya sendiri, maka sama halnya saja membunuh seluruh manusia.

Karena manusia satu dengan manusia yang lain memiliki hubungan satu sama lain yang saling membutuhkan. Dengan demikian, implikasi dari ayat di atas bahwa manusia adalah khalifah di muka bumi ini wajib untuk menjaga kelestarian dan keseimbangan seluruh spesies di muka bumi ini. Sebab setiap manusia memiliki unsur ekologis yang tidak dapat digantikan oleh manusia lainnya.

Setiap manusia memiliki peran dan fungsinya masing-masing. Ada yang perannya menjadi pemangsa dan ada juga yang perannya sebagai mangsa. Sebagaimana Allah Swt. telah berfirman dalam al-Quran surat al-Baqarah ayat 26:

إِنَّ ٱللَّهَ لَا يَسۡتَحۡيِۦٓ أَن يَضۡرِبَ مَثَلٗا مَّا بَعُوضَةٗ فَمَا فَوۡقَهَاۚ فَأَمَّا ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ
فَيَعۡلَمُونَ أَنَّهُ ٱلۡحَقُّ مِن رَّبِّهِمۡۖ وَأَمَّا ٱلَّذِينَ كَفَرُواْ فَيَقُولُونَ مَاذَآ أَرَادَ ٱللَّهُ
بِهَٰذَا مَثَلٗاۘ يُضِلُّ بِهِۦ كَثِيرٗا وَيَهۡدِي بِهِۦ كَثِيرٗاۚ وَمَا يُضِلُّ بِهِۦٓ إِلَّا ٱلۡفَٰسِقِينَ
٢٦

"*Sesungguhnya Allah Swt. Tidak segan membuat perumpamaan seekor nyamuk atau yang lebih kecil dari itu. Adapun orang-orang yang beriman, maka mereka yakin bahwa perumpamaan itu benar dari Allah Swt., tetapi mereka yang kafir mengatakan: Apakah maksud Allah Swt. Menjadikan ini untuk perumpamaan?. Dengan perumpamaan itu banyak orang yang disesatkan Allah Swt. dan dengan perumpamaan itu banyak orang yang beri-Nya petunjuk. Dan tidak ada yang disesatkan Allah Swt. kecuali orang-orang fasik.* " (QS. al-Baqarah/2:26).

Manusia sebagai khalifah di muka bumi, untuk selalu mengintrospeksi kesalahan yang mereka perbuat dan memperbaiki kesalahannya agar alam mampu menyediakan kebutuhan utama manusia. Semua ini harus dilakukan demi keseimbangan dan kelestarian lingkungan di sekitarnya. Sebagaimana Allah Swt. telah berfirman dalam al-Quran surat al-A'raf ayat 56:

وَلَا تُفۡسِدُواْ فِي ٱلۡأَرۡضِ بَعۡدَ إِصۡلَٰحِهَا وَٱدۡعُوهُ خَوۡفٗا وَطَمَعًاۚ إِنَّ رَحۡمَتَ ٱللَّهِ قَرِيبٞ مِّنَ ٱلۡمُحۡسِنِينَ ٥٦

"*Dan janganlah kamu membuat kerusakan di muka bumi, sesudah Allah Swt. memperbaikinya dan berdo'alah kepada-Nya dengan rasa takut (tidak akan diterima) dan harapan (akan dikabulkan). Sesungguhnya rahmat Allah Swt. amat dekat kepada orang-orang yang berbuat baik*" (QS. al-A'raf/7:56).

Katsir (1994) menuturkan bahwa Allah Swt. telah melarang dari melakukan kerusakan dan hal-hal yang membahayakannya, setelah dilakukan perbaikan atasnya. Karena jika berbagai macam urusan sudah berjalan dengan baik dan setelah itu terjadi kerusakan, maka yang demikian itu lebih berbahaya bagi umat manusia. Maka Allah Swt. memerintahkan hamba-hamba-Nya untuk beribadah, berdo'a, dan merendahkan diri kepada-Nya, serta menundukkan diri di hadapan-Nya.

Allah Swt. berfirman dalam al-Quran surat al-A'raf ayat 56 yang artinya, "*Sesungguhnya rahmat Allah Swt. amat dekat kepada orang-orang yang berbuat baik*". Artinya rahmat Allah Swt. diperuntukkan bagi orang-orang yang berbuat baik yang mengikuti berbagai perintah-Nya dan meninggalkan semua larangan-Nya. Sudah seharusnya sebagai hamba-Nya yang penuh dengan kekurangan ini, selalu mengintrospeksi diri atas kesalahannya dan bertaubat atas kesalahannya.

Oleh karena itu, dengan metode yang penulis gunakan untuk menyelesaikan masalah pada skripsi ini yaitu metode *Heun*. Karena dalam kajian metode numerik yang terpenting adalah mencari sekecil-kecilnya kesalahan. Semakin kecil kesalahannya, maka semakin bagus pula hasil yang akan diperoleh.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dijelaskan, dapat disimpulkan bahwa penyelesaian numerik dengan metode *Heun* pada persamaan *predator-prey* dengan pemanenan *prey* adalah ketika $G < \frac{1}{4}$, $G = \frac{6279}{62500}$ populasi *prey* mengalami titik kepunahan pada titik $x(1{,}5) = 0{,}1502$ dan populasi *predator* mengalami titik kepunahan pada titik $y(2{,}4) = 0{,}003$. Ketika $G = \frac{1}{4}$ populasi *prey* mengalami titik kepunahan pada titik $x(1{,}3) = 0{,}005$ dan populasi *predator* mengalami titik kepunahan pada titik $y(2{,}3) = 0{,}06$. Ketika $G > \frac{1}{4}$ populasi *prey* mengalami titik kepunahan pada titik $x(1{,}2) = 0{,}041$ dan populasi *predator* mengalami titik kepunahan pada titik $y(2{,}2) = 0{,}05$. Jadi, semakin besar nilai pemanenan, maka semakin cepat kedua populasi mengalami kepunahan. Maka perlu menjaga kedua populasi dengan baik dan pemanenan *prey* yang tidak berlebihan, sehingga pertumbuhan kedua populasi dapat tumbuh dengan baik.

4.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya dapat dilakukan pada model *predator-prey* dengan memberikan perlakuan pemanenan pada *predator* dengan metode *Heun* atau metode berorde tinggi lainnya dengan data yang lebih spesifik.

DAFTAR RUJUKAN

Al-Maragi, A.M. 1974. *Tafsir Al-Maragi*. Mesir: Mustafa Al-Babi Al-Halabi.

Bell, E.T. 1952. *Mathematics: Queen and Servant of Science*. London: G. Bell dan Sons, Ltd.

Chakraborty, S., Pal, S., dan Bairagi, N. 2004. Predator-Prey Interaction with Harvesting: Mathematical Study with Biological Ramification. *Applied Mathematical Modelling*, (Online), 36 (9): 4044-4059, (), diakses 22 Desember 2016.

Chen, L., Yilong, L., dan Dongmei, X. 2011. Bifurcations in A Ratio-Dependent Predator-Prey Model with Prey Harvesting. *Canadian Applied Mathematics Quarterly*, (Online), 19 (4): 293-317, diakses 22 Januari 2016.

Djojodihardjo, H. 2000. *Metode Numerik*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Dwaradi, H. 2011. *Analisis Model Mangsa-pemangsa Michaelis-Menten dengan Pemanenan pada Populasi Mangsa*. Skripsi tidak dipublikasikan. Bogor: Institut Pertanian Bogor.

Edwards, C.H. dan Penney, D.E. 2008. *Elementary Differential Equations*. New Jersey: Person Education

Finizio dan Ladas. 1988. *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern.* Jakarta: Erlangga.

Hariyanto. 1992. *Persamaan Differensial Biasa*. Jakarta: Universitas Terbuka Depdikbub.

Iswanto, R.J. 2012. *Pemodelan Matematika: Aplikasi dan Terapan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Katsir, I. 1994. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 3*. Bogor: Pustaka Imam Asy-Syafi'i.

Kusumah, Y. 1998. *Persamaan Differensial*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

Oktaviani, R., Bayu, P., dan Helmi. 2013. Penyelesaian Numerik Sistem Persamaan Diferensial Non Linear dengan Metode Heun Pada Model Lotka-Volterra. *Buletin Ilmiah Math. Stat, dan Terapannya*, (Online), 3 (1): 29-38, diakses 23 Januari 2016.

Ross, S.L. 1984. *Differential Equations Third Edition*. Singapore: John Willey & Sons, Inc.

Shihab, M.Q. 2002. *Tafsir Al-Misbah.* Jakarta: Lentera Hati.

Urifah, S.N. 2008. *Penyelesaian Numerik Sistem Persamaan Diferensial Lotka-Volterra dengan Metode Runge Kutta Fehkberg (RKF 45) dan Metode Heun*. Skripsi tidak diterbitkan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

Widowati dan Sutimin. 2007. *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.

Lampiran 1

```
format long
clc,clf,clear
e=0.9;
a=2;
b=0.25;
c=15/364;
G=6279/62500;

g = @(x,y,t) x-((e*x*y)/(a*x+y))-x^2-G;
j = @(x,y,t)-b*y+((e*x*y)/(a*x+y))-c*y^2;

x(1) =0.4;
y(1) =0.2;


h = 0.1;
t = 0:h:44;
n = length(t);

for i = 1:n-1

      x(i+1)=x(i)+(h/2)*(g(x(i),y(i),t(i))+g(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
      y(i+1)=y(i)+(h/2)*(j(x(i),y(i),t(i))+j(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
end

plot(t,x,'*',t,y,'+')
disp('            t                  x                   y')
xlabel('t'), ylabel('nilai awal')
grid on
title('kurva predator prey with prey harvesting')
disp([t' x' y'])
legend ('prey','predator')
hold on
```

Lampiran 2

```
format long
clc,clf,clear
e=0.5;
a=2;
b=0.1;
c=3;
G=0.2;

g = @(x,y,t) x-((e*x*y)/(a*x+y))-x^2-G;
j = @(x,y,t)-b*y+((e*x*y)/(a*x+y))-c*y^2;

x(1) =0.9;
y(1) =0.4;


h = 0.1;
t = 0:h:30;
n = length(t);

for i = 1:n-1

      x(i+1)=x(i)+(h/2)*(g(x(i),y(i),t(i))+g(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
      y(i+1)=y(i)+(h/2)*(j(x(i),y(i),t(i))+j(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
end

plot(t,x,'*',t,y,'+')
disp('            t                  x                    y')
xlabel('t'), ylabel('nilai awal')
grid on
title('kurva predator prey with prey harvesting')
disp([t' x' y'])
legend ('prey','predator')
hold on
```

Lampiran 3

```
format long
clc,clf,clear
e=0.7;
a=3;
b=2;
c=2;
G=0.22;

g = @(x,y,t) x-((e*x*y)/(a*x+y))-x^2-G;
j = @(x,y,t)-b*y+((e*x*y)/(a*x+y))-c*y^2;

x(1) =0.4;
y(1) =0.9;


h = 0.1;
t = 0:h:30;
n = length(t);

for i = 1:n-1

      x(i+1)=x(i)+(h/2)*(g(x(i),y(i),t(i))+g(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
      y(i+1)=y(i)+(h/2)*(j(x(i),y(i),t(i))+j(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));

end

plot(t,x,'*',t,y,'+')
disp('            t                  x                   y')
xlabel('t'), ylabel('nilai awal')
grid on
title('kurva predator prey with prey harvesting')
disp([t' x' y'])
legend ('prey','predator')
hold on
```

Lampiran 4

```
format long
clc,clf,clear
e=0.1;
a=3;
b=0.1;
c=0.1;
G=0.25;

g = @(x,y,t) x-((e*x*y)/(a*x+y))-x^2-G;
j = @(x,y,t)-b*y+((e*x*y)/(a*x+y))-c*y^2;

x(1) =0.4;
y(1) =0.2;


h = 0.1;
t = 0:h:30;
n = length(t);

for i = 1:n-1
      x(i+1)=x(i)+(h/2)*(g(x(i),y(i),t(i))+g(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
      y(i+1)=y(i)+(h/2)*(j(x(i),y(i),t(i))+j(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));

end

plot(t,x,'*',t,y,'+')
disp('            t                   x                    y')
xlabel('t'), ylabel('nilai awal')
grid on
title('kurva predator prey with prey harvesting')
disp([t' x' y'])
legend ('prey','predator')
hold on
```

Lampiran 5

```
format long
clc,clf,clear
e=0.1;
a=2;
b=3;
c=0.2;
G=0.25;

g = @(x,y,t) x-((e*x*y)/(a*x+y))-x^2-G;
j = @(x,y,t)-b*y+((e*x*y)/(a*x+y))-c*y^2;

x(1) =10;
y(1) =5;


h = 0.1;
t = 0:h:30;
n = length(t);

for i = 1:n-1

      x(i+1)=x(i)+(h/2)*(g(x(i),y(i),t(i))+g(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
      y(i+1)=y(i)+(h/2)*(j(x(i),y(i),t(i))+j(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
end

plot(t,x,'*',t,y,'+')
disp('            t                  x                   y')
xlabel('t'), ylabel('nilai awal')
grid on
title('kurva predator prey with prey harvesting')
disp([t' x' y'])
legend ('prey','predator')
hold on
```

Lampiran 6

```
format long
clc,clf,clear
e=0.5;
a=2;
b=0.7;
c=0.2;
G=0.3;

g = @(x,y,t) x-((e*x*y)/(a*x+y))-x^2-G;
j = @(x,y,t)-b*y+((e*x*y)/(a*x+y))-c*y^2;

x(1) =10;
y(1) =2;


h = 0.1;
t = 0:h:10;
n = length(t);

for i = 1:n-1

      x(i+1)=x(i)+(h/2)*(g(x(i),y(i),t(i))+g(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
      y(i+1)=y(i)+(h/2)*(j(x(i),y(i),t(i))+j(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));

end

plot(t,x,'*',t,y,'+')
disp('            t                   x                    y')
xlabel('t'), ylabel('nilai awal')
grid on
title('kurva predator prey with prey harvesting')
disp([t' x' y'])
legend ('prey','predator')
hold on
```

Lampiran 7

```
format long
clc,clf,clear
e=0.5;
a=2;
b=0.7;
c=0.2;
G=0.3;

g = @(x,y,t) x-((e*x*y)/(a*x+y))-x^2-G;
j = @(x,y,t)-b*y+((e*x*y)/(a*x+y))-c*y^2;

x(1) =2;
y(1) =10;


h = 0.1;
t = 0:h:10;
n = length(t);

for i = 1:n-1

      x(i+1)=x(i)+(h/2)*(g(x(i),y(i),t(i))+g(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));
      y(i+1)=y(i)+(h/2)*(j(x(i),y(i),t(i))+j(x(i)+h*g(x(i),y(i),t(
i)),y(i)+h*j(x(i),y(i),t(i)),t(i)+h));

end

plot(t,x,'*',t,y,'+')
disp('            t                   x                    y')
xlabel('t'), ylabel('nilai awal')
grid on
title('kurva predator prey with prey harvesting')
disp([t' x' y'])
legend ('prey','predator')
hold on
```

RIWAYAT HIDUP

Ramadhani dilahirkan di Bandarlampung pada tanggal 24 Februari 1994, biasa dipanggil Dani, berasal dari Provinsi Lampung, anak pertama dari pasangan Bapak Edi dan Ibu Asna. Pendidikan dasarnya ditempuh di kampung halamannya di SD Negeri 2 Talang yang ditamatkan pada tahun 2006.

Pada tahun yang sama dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTS al-Hikmah Bandarlampung dan pada tahun 2009 menamatkan pendidikannya, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di lembaga yang sama MA al-Hikmah Bandarlampung dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2012. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur Program Beasiswa Santri Berprestasi (PBSB) dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Email alramadhani242@gmail.com.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Ramadhani
Nim : 12610100
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Penyelesaian Numerik Dengan Metode *Heun* Pada Persamaan *Predator Prey* Dengan *Prey Harvesting*
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II : Abdul Aziz, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	29 Februari 2016	Konsultasi Bab I & II Matematika	1.
2.	15 Maret 2016	Revisi Bab I & Bab II Matematika	2.
3.	24 Maret 2016	Konsultasi I & II Agama	3.
4.	6 April 2016	Revisi Bab II & III Matematika	4.
5.	13 Mei 2016	Revisi Bab I & II Agama	5.
6.	20 Mei 2016	Konsultasi Bab III Matematika	6.
7.	24 Mei 2016	Revisi Bab III Matematika	7.
8.	1 Juni 2016	Konsultasi I, II, & III Matematika	8.
9.	16 Oktober 2016	Konsultasi Bab III Agama	9.
10.	17 Oktober 2016	Konsultasi Bab IV Matematika	10.
11.	20 Oktober 2016	Revisi Bab III Matematika	11.
12.	24 Oktober 2016	Revisi Bab III Agama	12.
13.	26 Oktober 2016	ACC Agama	13.
14.	27 Oktober 2016	ACC Matematika	14.

Malang, 30 November 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001