ANALISIS PERSAMAAN *VON BERTALANFFY* DENGAN KOEFISIEN VARIASI

SKRIPSI

OLEH
ANISYAH
NIM. 12610092

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

ANALISIS PERSAMAAN *VON BERTALANFFY* DENGAN KOEFISIEN VARIASI

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Anisyah
NIM. 12610092

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

ANALISIS PERSAMAAN *VON BERTALANFFY* DENGAN KOEFISIEN VARIASI

SKRIPSI

Oleh
Anisyah
NIM. 12610092

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 19 Agustus 2016

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Usman Pagalay, M.Si	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19650414 200312 1 001	NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

ANALISIS PERSAMAAN *VON BERTALANFFY* DENGAN KOEFISIEN VARIASI

SKRIPSI

Oleh
Anisyah
NIM. 12610092

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 24 Agustus 2016

Penguji Utama	: Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si	....
Ketua Penguji	: Mohammad Jamhuri, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Anggota Penguji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Anisyah
NIM	:	12610092
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Analisis Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 19 Agustus 2016
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
243E2ADF617156021
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Anisyah
NIM. 12610092

MOTO

من جد وجد

"Barang siapa yang bersungguh-sungguh pasti akan berhasil"

(Al-Hadits)

PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيْمِ

Penulis mempersembahkan

karya ini untuk:

Ayahanda tercinta Sugiyanto yang selalu memberikan inspirasi kegigihan dan kerja keras penulis, ibunda terkasih Saidah yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberi dukungan, motivasi, dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu serta selalu memberikan teladan yang baik bagi penulis. Untuk adik tercinta Nur Safinatun Najah, Imron Majid, Khoirul Anam, dan seluruh keluarga Bani Muchsin yang selalu memberikan doa dan motivasinya kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagai pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
7. Ibu dan Bapak yang selalu memberikan doa dan motivasi yang tiada henti kepada penulis.
8. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2012, terima kasih atas dukungannya serta telah memberikan kenangan dan pengalaman yang tidak terlupakan.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Agustus 2016

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Anisyah. 2016. **Analisis Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata Kunci: model *Von Bertalanffy*, koefisien variasi, kurva pertumbuhan

Model *Von Bertalanffy* adalah model pertumbuhan (yang berkaitan dengan panjang, berat, atau ukuran) suatu organisme yang merupakan selisih dari dua proses berlawanan yaitu katabolisme dan anabolisme. Parameter koefisien pertumbuhan sangat berperan penting dalam model *Von Bertalanffy*. Sementara asumsi koefisien pertumbuhan b konstan, hanya dapat menggambarkan dinamika pertumbuhan ikan dalam lingkungan yang konstan. Sehingga jika koefisien pertumbuhan b diganti dengan fungsi yang bervariasi menurut waktu yaitu $b(t)$, maka akan memberikan realisme biologi tambahan dari model *Von Bertalanffy* ke dalam suatu populasi yang memungkinkan tingkat pertumbuhan ikan dengan variasi waktu. Penelitian ini bertujuan untuk mencari solusi persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan dan variasi. Sehingga dapat diketahui perilaku dari model tersebut.

Dari penelitian ini didapatkan solusi persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan di mana ikan akan mencapai panjang maksimum pada hari ke 3000, dan ketika koefisien pertumbuhannya bervariasi menurut waktu ikan akan mencapai panjang maksimum pada hari ke 4000. Perbedaan waktu ikan pada saat mencapai panjang maksimumnya disebabkan karena perbedaan faktor-faktor pertumbuhan yaitu suhu, temperatur air, dan ketersediaan makanan yang ada di dalam lingkungannya.

ABSTRACT

Anisyah. 2016. **Analysis of *Von Bertalanffy* Equation with Varying Coefficient**. Thesis. Department of Mathematics. Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisor: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Keyword: *Von Bertalanffy* model, varying coefficient, growth curve

Von Bertalanffy Model is a model of growth (which is related to the length, weight, or size) of an organism that is the difference of two opposing processes namely catabolism and anabolism. Parameter coefficient of growth is very important in *Von Bertalanffy* models. While the assumption of a constant coefficient b, can only describe the dynamics of the growth of fish in a constant environment. than if growth coefficient b is replaced with a function that varies according to the time that b (t), it will provide additional biological realism of *Von Bertalanffy* models into a population that enables the growth rate of the fish with the time variation. This study aims to find solutions *Von Bertalanffy* equations with constant coefficients and variation. So that can know the behavior of the model.

For the results of this study, is solutions *Von Bertalanffy* equations with constant coefficients where the fish will reach a maximum length on a day to 3000, and when the growth coefficient varies according to the time the fish will reach a maximum length on a day to 4000. The difference in the time the fish when it reaches its maximum length due growth factors such as temperature, water temperature, and food availability that exist within the environment.

ملخص

أنيسة. 2016. تحليل فون برتالانفي عادلة *Von Bertalanffy* بمعامل الاختلاف.بحث خامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، والجامعة الحكومية الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. مؤدب: (I) الدكتور عثمان فغلي، الماجستير (II) وحي هنجكى إروان، الماجستير.

الكلمات الرئسية: نموداج *Von Bertalanffy* ، معامل الاختلاف ، منحنى النمو

نموذج *Von Bertalanffy* النمو (الذي يرتبط طول، وزن، أو حجم) من كائن حي وهذا هو فرق العمليتين المعارضة وهم هدم وابتناء. معامل المعلمة النمو مهم جدا في نماذج *Von Bertalanffy* . في حين أن افتراض وجود معامل نمو b مستمر، ويمكن وصفه إلا ديناميات نمو الأسماك في بيئة ثابتة. حتى إذا كان يتم استبدال معامل نمو b مع وظيفة التي تختلف وفقا للوقت الذي $b(t)$، وسوف توفر الواقعية البيولوجية إضافية من نماذج *Von Bertalanffy* إلى السكان الذين تمكن معدل نمو الأسماك مع اختلاف التوقيت. وتهدف هذه الدراسة إلى إيجاد حلول المعادلات *Von Bertalanffy* ذات المعاملات الثابتة والاختلاف. بحيث يمكن معرفة سلوك النموذج.

من هذه الحلول دراسة المعادلات *Von Bertalanffy* ذات المعاملات الثابتة حيث السمك سوف تصل إلى الحد الأقصى لطول في يوم إلى آلاف ثلاثة، وعندما يختلف معامل النمو وفقا للوقت الأسماك سوف تصل إلى الحد الأقصى لطول في يوم إلى آلاف أربعة. الوقت الفرق الأسماك عندما يصل الحد الأقصى للطول بسبب اختلاف عوامل النمو مثل درجة الحرارة ودرجة حرارة المياه وتوافر المواد الغذائية التي توجد داخل البيئة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Model matematika adalah suatu usaha untuk menguraikan beberapa bagian yang berhubungan dengan dunia nyata ke dalam bentuk persamaan matematika. Persamaan matematika merupakan pendekatan terhadap suatu fenomena fisik, persamaan yang paling banyak digunakan adalah persamaan diferensial. Terbentuknya persamaan diferensial sebagai suatu model matematika berasal dari ketertarikan seseorang terhadap perilaku atau fenomena perubahan sesuatu dikehidupan nyata (Kartono, 2012).

Salah satu contoh kehidupan nyata yang dapat diterapkan dalam model matematika adalah ilmu perikanan. Perikanan adalah biologi terapan perikanan yang berkaitan dengan biologi ikan, salah satunya adalah dinamika pertumbuhan ikan. Pengetahuan tentang dinamika pertumbuhan ikan dan pengelolaan sumber daya perikanan merupakan suatu aspek yang sangat penting, karena dengan adanya pengetahuan tentang dinamika pertumbuhan ikan dan pengelolaan sumber daya perikanan, diharapkan dapat digunakan untuk menjaga keberadaan ikan dalam suatu populasi agar tetap dapat dilestarikan dan memberikan peluang kepada manusia untuk menikmati kekayaan laut yang diciptakan oleh Allah. Allah Swt. berfirman dalam surat an-Nahl/16:14, yaitu:

وَهُوَ ٱلَّذِى سَخَّرَ ٱلْبَحْرَ لِتَأْكُلُواْ مِنْهُ لَحْمًا طَرِيًّا وَتَسْتَخْرِجُواْ مِنْهُ حِلْيَةً تَلْبَسُونَهَاۖ وَتَرَى
ٱلْفُلْكَ مَوَاخِرَ فِيهِ وَلِتَبْتَغُواْ مِن فَضْلِهِۦ وَلَعَلَّكُمْ تَشْكُرُونَ ١٤

Artinya:
"Dan Dia yang menundukkan lautan agar kamu dapat memakan darinya daging yang segar dan kamu mengeluarkan darinya perhiasan yang kamu pakai, dan kamu melihat bahtera berlayar padanya, dan supaya kamu mencari keuntungan dari karunia-Nya, dan agar kamu bersyukur" (QS. an-Nahl/16:14).

Menurut Wahbah (1991) ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah Swt. telah menundukkan laut untuk manusia agar manusia dapat mengambil manfaat dari laut tersebut. Kemudian, Allah juga memerintahkan manusia untuk mencari keuntungan dari segala yang ada di dalam laut termasuk ikan-ikan yang hidup di dalamnya. Oleh karena itu, untuk dapat mencari keuntungan yang banyak dari potensi laut tersebut, maka manusia harus tetap menjaga sumber daya alam terutama sumber daya perikanan. Untuk menjaga sumber daya alam, perlu adanya pemahaman atas sifat keseimbangan dan dinamika pertumbuhan ikan di alam. Pengetahuan tentang pertumbuhan populasi ikan sangat bermanfaat di dunia perikanan, baik pada perikanan tangkap, pengelolaan sumber daya perikanan maupun pada perikanan budidaya. Kecepatan pertumbuhan populasi ikan berhubungan langsung dengan kecepatan pulihnya suatu populasi di perairan atau lama pemeliharaan pada lingkungan yang terbatas (budidaya).

Pengetahuan yang disampaikan al-Quran tersebut, dibuktikan oleh pakar biologi dan matematika, *Ludwig Von Bertalanffy* (1938) yang dikenal dengan istilah model pertumbuhan *Von Bertalanffy*. Model *Von Bertalanffy* adalah model yang digunakan untuk mengetahui pertumbuhan ikan dari panjang minimum sampai panjang maksimum dari dua proses berlawanan yaitu anabolisme dan katabolisme. Proses anabolisme merupakan sintesis protein, sedangkan proses katabolisme merupakan perombakan protein (Bertalanffy, 1938).

Banyak penelitian dalam bidang perikanan yang menggunakan model *Von Bertalanffy*, di antaranya adalah penelitian Sentosa (2010) yang meneliti model *Von Bertalanffy* dengan tujuan untuk mengetahui parameter populasi ikan wader pari di sungai Ngrancah Kabupaten Kulon Progo, Yogyakarta. Pengambilan contoh ikan dilakukan selama tiga periode yaitu Juli 2007, Mei 2008, dan Mei 2009. Semua contoh ikan yang tertangkap diukur panjang totalnya. Data frekuensi panjang ikan dianalisis menggunakan metode penentuan parameter pertumbuhan dengan perangkat lunak FISAT II. Berdasarkan penelitian tersebut pada tahun 2007 didapatkan parameter pertumbuhan panjang maksimal (L_{max}) sebesar 12,34 cm dengan kecepatan pertumbuhan (b) sebesar 0,00172 cm per hari, pada tahun 2008 didapatkan pertumbuhan panjang maksimal (L_{max}) sebesar 13,39 cm dengan kecepatan pertumbuhan (b) sebesar 0,000888 cm per hari, dan pada tahun 2009 didapat pertumbuhan panjang maksimal (L_{max}) sebesar 13.39 cm dengan kecepatan pertumbuhan (b) sebesar 0,00175 cm per hari.

Selanjutnya Mallawa, dkk. (2013) melakukan penelitian tentang kelompok umur dan pertumbuhan Ikan Cakalang di Perairan Laut Flores Sulawesi Selatan pada bulan Juni-November 2013. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis struktur ukuran dan pertumbuhan Ikan Cakalang menurut daerah dan musim penangkapan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini sama dengan yang digunakan Sentosa pada tahun 2010. Sehingga didapatkan parameter pertumbuhan panjang maksimal (L_{max}) sebesar 106 cm dengan laju pertumbuhan $(b) < 0,00138$ cm perhari.

Model *Von Bertalanffy* yang digunakan dalam kedua penelitian tersebut mengarah kepada pencarian nilai parameter pertumbuhannya. Sedangkan faktor yang paling utama dalam pertumbuhan ikan adalah koefisien pertumbuhan. Di mana koefisien pertumbuhan dapat berupa koefisien konstan dan koefisien variasi. Sehingga untuk memahami model tersebut, maka diperlukan analisis persamaan model *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi yaitu dengan mencari solusi persamaannya, sehingga dapat mengetahui perilaku dari kurva pertumbuhan model *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan dan variasi. Penelitian ini penting dilakukan dalam rangka mengetahui dinamika pertumbuhan ikan secara detail dalam suatu populasi. Sehingga, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tersebut dan menyajikan dalam judul "Analisis Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah:

1. Bagaimana analisis persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi?
2. Bagaimana interpretasi dari kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi?

1.3 Tujuan penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan penelitian dalam skripsi ini adalah:

1. Mengetahui analisis persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi.
2. Mengetahui interpretasi dari kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi.

Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah, maka batasan masalah pada skripsi ini akan dibatasi mengenai:

1. Model yang digunakan adalah model pertumbuhan panjang *Von Bertalanffy* yaitu

$$\frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(L(t) - L_{min})$$

2. Fungsi $b(t)$ yang digunakan pada model *Von Bertalanffy* dengan Koefisien variasi menggunakan fungsi dari waktu yaitu

$$b(t) = a_1 + a_2 \cdot e^{a_3 \sin(\frac{\pi}{180}(t+\theta))}$$

dengan $a_1, a_2, a_3, dan\ \theta$ adalah konstanta yang merupakan amplitudo dan pergerakan dari periode waktu.

1.5 Manfaat Penelitian

Dengan adanya penelitian ini penulis berharap agar skripsi ini bermanfaat bagi berbagai kalangan, antara lain:

1. Penulis

   Untuk mempelajari dan lebih memperdalam pemahaman serta mengembangkan wawasan disiplin ilmu khususnya mengenai pemodelan matematika dan model *Von Bertalanffy*.

2. Mahasiswa

   Sebagai tambahan wawasan dan informasi untuk kajian lebih lanjut mengenai pemodelan matematika dan model *Von Bertalanffy* sebagai acuan dalam pengembangan penulisan karya tulis ilmiah.

3. Jurusan Matematika

   Sebagai bahan informasi untuk pembelajaran mata kuliah pemodelan matematika.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan adalah studi literatur, yaitu dengan mengumpulkan data dan informasi dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, atau makalah-makalah. Penelitian dilakukan dengan melakukan kajian terhadap buku-buku persamaan diferensial dan jurnal atau makalah yang berkaitan dengan model *Von Bertalanffy*. Secara rinci, langkah penelitian ini dijabarkan sebagai berikut:

1. Menganalisis persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi.
2. menginterpretasikan kurva pertumbuhan model *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi.
3. Membuat kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab terdiri dari sub bab sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini terdiri atas landasan teori yang dijadikan ukuran standarisasi dalam pembahasan, dan kajian perintah untuk menjaga sumber daya alam dalam al-Quran

Bab III Pembahasan

Bab ini menguraikan tentang analisis persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi, interpretasi kurva pertumbuhan dari model *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi dan kajian agama mengenai model *Von Bertalanffy*.

Bab IV Penutup

Bab ini membahas tentang kesimpulan dari hasil penelitian yang telah dibahas pada bab pembahasan dan dilengkapi dengan saran untuk penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial

2.1.1 Dasar Teori Persamaan Diferensial

Definisi 2.1

Turunan fungsi f adalah fungsi lain f' (dibaca "f aksen") yang nilainya pada sebarang bilangan c adalah

$$f'(c) = \lim_{h\to 0}\frac{f(c+h)-f(c)}{h} \tag{2.1}$$

asalkan limit ini ada (Purcell dan Varberg, 1987).

Definisi 2.2

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih peubah terikat terhadap satu atau lebih peubah bebas (Ross, 1984). Persamaan diferensial terdiri dari persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial, yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.3

Sebuah persamaan diferensial yang hanya memiliki satu variabel bebas, disebut persamaan diferensial biasa. Sedangkan jika variabel bebasnya lebih dari satu maka persamaannya disebut persamaan diferensial parsial (Ross, 1984). Sebagai contoh persamaan diferensial biasa dari model *Von Bertalanffy* yaitu

$$\frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(L(t) - L_{min}) \tag{2.2}$$

Persamaan (2.2) menjelaskan variabel L adalah peubah terikat yang menyatakan pertumbuhan panjang suatu organisme terhadap waktu t, L'_{max}

menyatakan besarnya energi yang masuk ke dalam tubuh organisme, b menyatakan besarnya energi yang dikeluarkan untuk pertumbuhan (kecepatan pertumbuhan), dan t adalah variabel bebas yang menyatakan waktu. Dari persamaan tersebut dapat dikatakan $L = L(t)$. Argumen t dalam $L(t)$ biasa dihilangkan untuk penyederhanaan notasi (Panik, 2014).

Persamaan diferensial biasa terdiri dari persamaan diferensial linier dan non linier yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.4

Persamaan diferensial biasa dikatakan linier apabila memenuhi sifat-sifat: (1) peubah tak bebas dan macam-macam turunannya hanya berlaku untuk derajat pertama, (2) tidak terdapat perkalian peubah terikat atau turunan-turunannya, dan (3) bukan merupakan fungsi transenden terhadap peubah terikat atau turunan-turunannya (Ross, 1984).

Sehingga dapat dikatakan bahwa persamaan (2.2) adalah persamaan diferensial biasa linier orde satu yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.5

Persamaan diferensial biasa linier orde satu disebut linier terhadap peubah terikat y dan peubah bebas x, dapat ditulis sebagai berikut

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \tag{2.3}$$

Jika $Q(x) = 0$ maka persamaan (2.4) disebut persamaan diferensial biasa linier homogen orde satu. Dalam hal $Q(x) \neq 0$ disebut persamaan diferensial biasa non homogen orde satu (Pamuntjak dan Santoso, 1990).

Selanjutnya untuk langkah-langkah penyelesaian solusi persamaan diferensial biasa linier orde satu dapat merujuk pada teorema berikut

Teorema 2.1

Didefinisikan persamaan diferensial biasa linier orde satu (2.3)

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

Maka solusi umum persamaan diferensial biasa linier orde satu (2.3) yaitu

$$y(x) = CY_1(x) + Y_2(x)$$

di mana

$$Y_1(x) = e^{-\int P(x)dx}$$

dan

$$Y_2(x) = e^{-\int P(x)dx} \int Q(x)e^{\int P(x)dx}$$

C sebagai konstanta (Ross, 1984).

Bukti:

Persamaan diferensial biasa linier orde satu (2.3) dapat ditulis sebagai

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

atau

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y - Q(x) = 0 \qquad (2.4)$$

Dengan mengalikan dx pada persamaan diferensial (2.4) maka

$$dy + [P(x)y - Q(x)]dx = 0 \qquad (2.5)$$

Misalkan $M(x,y) = [P(x)y - Q(x)]dx$ dan $N(x,y) = 1$ maka diperoleh

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = P(x), \qquad \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 0$$

Jadi persamaan diferensial (2.5) bukan persamaan diferensial eksak kecuali jika $P(x) = 0$. Jika mengalikan masing-masing sisi dari persamaan diferensial (2.5) dengan $\mu(x)$ sebagai fungsi yang tidak diketahui terhadap x, maka diperoleh

$$\mu(x)dy + \mu(x)[P(x)y - Q(x)]dx = 0 \qquad (2.6)$$

Dengan mendefinisikan $\mu(x)$ sebagai faktor integrasi yang bergantung x terhadap persamaan diferensial (2.6) jika dan hanya jika persamaan diferensial (2.6) adalah eksak, sehingga jika dan hanya jika

$$\frac{\partial}{\partial y}[\mu(x)P(x)y - \mu(x)Q(x)(x)] = \frac{\partial}{\partial x}[\mu(x)]$$

maka dapat dinyatakan

$$\mu(x)P(x) = \frac{\partial}{\partial x}[\mu(x)] \qquad (2.7)$$

Persamaan (2.7) dapat ditulis menjadi

$$\mu P(x) = \frac{\partial \mu}{\partial x}$$

untuk $\mu = \mu(x)$. Jika peubah-peubah dari persamaan (2.7) dinyatakan terpisah diperoleh

$$\frac{d\mu}{\mu} = P(x)dx \qquad (2.8)$$

yang disebut persamaan diferensial dengan peubah terpisah. Jika masing-masing sisi dari persamaan diferensial dengan peubah terpisah (2.8) diintegralkan diperoleh

$$\ln|\mu| = \int P(x)dx$$

Maka

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} \qquad (2.9)$$

di mana $\mu > 0$. Persamaan (2.9) merupakan solusi persamaan (2.7). kembali ke persamaan diferensial (2.6) dimana

$$\mu(x)dy + \mu(x)[P(x)y - Q(x)]dx = 0$$

yaitu

$$\mu(x)\frac{dy}{dx}+\mu(x)[P(x)y-Q(x)]=0$$

maka

$$\mu(x)\frac{dy}{dx}+\mu(x)P(x)y=\mu(x)Q(x)$$

Karena $\mu(x)=e^{\int P(x)dx}$ diperoleh

$$[e^{\int P(x)dx}]\frac{dy}{dx}+[e^{\int P(x)dx}]P(x)y=Q(x)[e^{\int P(x)dx}] \tag{2.10}$$

Jika diambil fungsi $ye^{\int P(x)dx}$ dan diturunkan terhadap x maka menghasilkan

$$\frac{d}{dx}[e^{\int P(x)dx}]y=[e^{\int P(x)dx}]\frac{dy}{dx}+[e^{\int P(x)dx}]P(x)y \tag{2.11}$$

sehingga persamaan (2.10) dapat ditulis

$$\frac{d}{dx}[e^{\int P(x)dx}]y=Q(x)[e^{\int P(x)dx}]$$

Jika kedua ruas dikalikan dx maka diperoleh

$$d[e^{\int P(x)dx}]y=Q(x)[e^{\int P(x)dx}]dx$$

Jika kedua ruas diintegralkan diperoleh

$$[e^{\int P(x)dx}]y=\int Q(x)[e^{\int P(x)dx}]+C \tag{2.12}$$

Dengan mengalikan $e^{-\int P(x)dx}$ pada persamaan (2.12) diperoleh

$$y=e^{-\int P(x)dx}\int Q(x)\,[e^{\int P(x)dx}]+Ce^{-\int p(x)dx} \tag{2.13}$$

Dengan memisalkan

$$y_1=Ce^{-\int P(x)dx}$$

dan

$$y_2 = e^{-\int P(x)dx} \int Q(x)\,[e^{\int P(x)dx}]$$

Maka persamaan (2.13) menjadi

$$Y(x) = Y_2(x) + CY_1(x)$$

untuk C sebarang konstanta.

Selanjutnya untuk penjelasan solusi persamaan diferensial biasa didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.6

Solusi persamaan diferensial biasa adalah tiap fungsi $f(x)$ terdiferensiabel ke-n dan terdefinisikan pada interval $a < x < b$ (bisa tak hingga) sedemikian sehingga $F(x, y, y', \dots, y^n) = 0$ menjadi suatu kesamaan (*identity*) ketika y dan turunan-turunannya digantikan dengan $f'(x), f''(x), \dots, f^n(x)$, dan memenuhi $f^n(x) = F(x, f(x), f'(x), \dots, F^{n-1}(x))$. Atau fungsi kontinu pada interval dan setiap persamaan diferensial biasa tersebut terdapat turunan-turunannya, sedemikian sehingga ketika disubstitusi ke dalam lingkungan persamaan diferensial biasa tersebut menjadi suatu kesamaan (*identity*) untuk setiap nilai pada interval (Goldstein dan Diprima, 2001).

Dari definisi solusi persamaan diferensial tersebut dapat diberikan contoh sebagai berikut: misal diberikan contoh $L = L_0 e^{kt}$ dengan L_0 yaitu sebarang konstanta, maka L disebut solusi persamaan diferensial biasa dari $dL = kL\ dt$ pada interval $-\infty < t < \infty$.

Solusi persamaan diferensial terdiri dari solusi umum *(general solution)* dan solusi khusus *(particular)* yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.7

Solusi umum *(general solution)* adalah solusi (baik dinyatakan secara eksplisit atau implisit) yang memuat semua solusi yang mungkin pada suatu interval (Ross, 1984). Pada umumnya solusi umum persamaan diferensial biasa masih memuat konstanta, sedangkan solusi khusus *(particular)* adalah solusi yang tidak memuat konstanta karena adanya syarat awal pada suatu persamaan diferensial biasa (Ayres, 1981).

Contoh solusi umum *(general solution)* dan solusi khusus *(particular)*, misal diberikan contoh $L' = 3$ memiliki solusi umum yaitu $L = 3t + C$. Jika diberikan syarat awal $L(0) = 1$, maka diperoleh solusi khusus yaitu $L = 3t + 1$.

2.2 Metode Runge-Kutta

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan metode Deret Taylor dinilai kurang efektif, karena metode tersebut membutuhkan perhitungan turunan $f(x, y)$. Selain itu, tidak semua fungsi mudah dihitung turunannya, terutama bagi fungsi yang bentuknya rumit. Semakin tinggi orde metode Deret Taylor, maka semakin tinggi turunan fungsi yang harus dihitung. Sehingga, untuk mendapatkan hasil yang lebih teliti diperlukan Δx atau h yang kecil, sedangkan penggunaan Δx yang kecil menyebabkan waktu hitungan yang lebih panjang. Oleh karena itu, metode Runge-Kutta merupakan alternatif dari metode Deret Taylor yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan fungsi (Munir, 2010).

Bentuk umum dari metode Runge-Kutta adalah

$$y_{i+1} = y_i + \varphi(x_i, y_i)h \qquad (2.14)$$

dengan $\varphi(x_i, y_i)h$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval. Fungsi pertambahan dapat ditulis dalam bentuk umum

$$\varphi = a_1k_1 + a_2k_2 + \cdots + a_nk_n \tag{2.15}$$

dengan a adalah konstanta dan k adalah

$k_1 \quad = hf(x_r, y_r)$

$k_2 \quad = hf(x_r + p_1h, y_r q_{11}k_1)$

$k_3 \quad = hf(x_r + p_2h, y_r + q_{21}k_1 + q_{22}k_2)$

...

$k_n \quad = hf(x_r + p_{n-1}h, y_r + q_{n-1,1}k_1 + q_{n-1,2}k_2 + \cdots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}$

dengan p dan q adalah konstanta. Nilai k menunjukkan hubungan berurutan. Nilai k_1 muncul dalam persamaan untuk menghitung k_2, nilai k_2 juga muncul dalam persamaan untuk menghitung k_3 dan seterusnya. Hubungan berurutan ini membuat metode Runge-Kutta menjadi efisien untuk hitungan komputer (Chapra dan Canale, 2010).

Ada beberapa tipe metode Runge-Kutta yang bergantung pada nilai n yang dapat digunakan. Untuk n = 1 disebut metode Runge-Kutta orde satu atau disebut juga metode Euler, yang diperoleh dari $k_1 = f(x, y)$ dan persamaan (2.15)

$$\varphi = a_1k_1 = a_1f(x_i, y_i)$$

Untuk a_1 = 1 maka persamaan (2.14) menjadi

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$$

Dalam metode Runge-Kutta, setelah nilai n ditetapkan, kemudian nilai a, p, q dicari dengan menyamakan persamaan (2.14) dengan suku-suku dari Deret Taylor. Selanjutnya dapat ditentukan metode Runge-Kutta pada orde selanjutnya.

Chapra dan Canale (2010) merumuskan versi kedua dari persamaan (2.14) sebagai berikut

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2)h \tag{2.16}$$

di mana

$$k_1 = f(x_i, y_i) \tag{2.17}$$

dan

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) \tag{2.18}$$

Supaya dapat memakai persamaan (2.16), maka harus ditentukan nilai konstanta a_1, a_2, p_1 dan q_{11}. Dengan menggunakan Deret Taylor orde kedua untuk y_{i+1} yang dinyatakan oleh y_i dan $f(x_i, y_i)$ ditulis sebagai persamaan

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h + \frac{f'(x_i, y_i)h^2}{2} \tag{2.19}$$

di mana $f'(x_i, y_i)$ harus ditentukan oleh diferensi aturan rantai

$$f'(x_i, y_i) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\left(\frac{dy}{dx}\right) \tag{2.20}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (2.20) ke dalam (2.19) memberikan

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h + \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\left(\frac{dy}{dx}\right)\right)h^2}{2} \tag{2.21}$$

Dengan menerapkan metode Deret Taylor untuk memperluas persamaan (2.18) akan memberikan

$$f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) = f(x_i, y_i) + p_1 h \frac{\partial f}{\partial x} + q_{11} k_1 h \frac{\partial f}{\partial y} + 0(h^2)$$

Hasil ini dapat disubtitusikan bersama-sama dengan persamaan (2.17) ke dalam persamaan (2.16) untuk memenuhi

$$y_{i+1} = y_i + a_1 hf(x_i, y_i) + a_2 hf(x_i, y_i) + a_2 p_1 h^2 \frac{\partial f}{\partial x} + a_2 q_{11} h^2 f(x_i, y_i) \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$+0(h^3)$$

atau dengan mengumpulkan suku-suku

$$y_{i+1} = y_i\big(a_1\, f(x_i, y_i) + a_2 f(x_i, y_i)\big)h + \qquad (2.22)$$

$$\left(a_2 p_1 \frac{\partial f}{\partial x} + a_2 q_{11} f(x_i, y_i) \frac{\partial f}{\partial y}\right) h^2 + 0(h^3)$$

Dengan membandingkan suku-suku yang serupa pada persamaan (2.21) dan persaman (2.22), yang berlaku bahwa

$$a_1 + a_2 = 1 \qquad (2.23)$$

$$a_2 p_1 = \frac{1}{2} \qquad (2.24)$$

$$a_2 q_{11} = \frac{1}{2} \qquad (2.25)$$

Persamaan tersebut memiliki empat konstanta yang tidak diketahui, sehingga dengan menentukan nilai dari salah satu konstanta tersebut, maka didapatkan tiga konstanta yang lain. Misalkan dengan menyatakan nilai untuk a_2, kemudian persamaan (2.23) sampai (2.25) dapat diselesaikan secara simultan untuk

$$a_1 = 1 - a_2 \qquad (2.26)$$

$$p_1 = q_{11} = \frac{1}{2a_2} \qquad (2.27)$$

Karena nilai konstanta a_2 dapat dipilih dari nilai tak hingga, maka terdapat sejumlah tak hingga metode Runge-Kutta orde kedua. Ada tiga versi yang paling lazim digunakan yaitu dengan memasukkan variabel $a_2 = \frac{1}{2}, a_2 = 1$, dan $a_2 = \frac{2}{3}$. Jika a_2 dianggap $\frac{1}{2}$, persamaan (2.26) dan (2.27) dapat diselesaikan untuk $a_1 = \frac{1}{2}$ dan $p_1 =$

$q_{11} = 1$. Parameter-parameter ini kemudian dimasukkan ke dalam persamaan (2.16) sehingga

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{1}{2}k_1 + \frac{1}{2}k_2\right)h \tag{2.28}$$

di mana

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + h, y_i + hk_1)$$

Jika dianggap $a_2 = 1$, maka $a_1 = 0$ dan $p_1 = q_{11} = \frac{1}{2}$, maka persamaan (2.16) menjadi

$$y_{i+1} = y_i + k_2 h$$

di mana

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + h, y_i + hk_1)$$

Jika memilih $a_2 = \frac{2}{3}$, maka $a_1 = \frac{1}{3}$ dan $p_1 = q_{11} = \frac{3}{4}$, maka persamaan (2.16) menjadi

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{1}{3}k_1 + \frac{2}{3}k_2\right)h$$

di mana

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{3}{4}h, y_i + \frac{3}{4}hk_1\right)$$

Untuk metode Runge-Kutta orde tiga, dapat dilakukan penurunan yang serupa dengan penurunan metode orde dua. Hasil dari turunan ini adalah enam persamaan dengan delapan konstanta yang tidak diketahui.

Chapra dan Canale (2010) menyatakan bahwa versi yang umum digunakan adalah

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)\right)h$$

di mana

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1\right)$$

$$k_3 = f(x_i + h, y_i - hk_1 + 2hk_2)$$

Metode Runge-Kutta yang terkenal dan banyak digunakan dalam penelitian adalah metode Runge-Kutta orde tiga dan metode Runge-Kutta orde empat. Kedua metode tersebut terkenal karena tingkat ketelitian solusinya lebih tinggi dibandingkan metode Runge-Kutta orde sebelumnya (Chapra dan Canale, 2010).

Conte dan Boor (1980) menyatakan bahwa metode Runge-Kutta orde empat ini cukup disebut dengan Metode Runge-Kutta, tanpa memperinci orde atau jenisnya. Metode klasik Runge-Kutta ini dapat didefinisikan oleh persamaan-persamaan berikut

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{2.29}$$

di mana

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3)$$

dengan h adalah selang langkah dan $n = 0,1,2,3, \dots$

2.3 Dasar Teori Model *Von Bertalanffy*

Pertumbuhan adalah pertambahan ukuran, baik panjang maupun berat pada periode waktu tertentu. Pertumbuhan biasanya bersifat positif, hal tersebut menunjukan bahwa keseimbangan energi yang positif dalam metabolisme. Pada pertumbuhan ikan terjadi dua proses berlawanan yaitu anabolisme dan katabolisme (Fujaya, 2004).

Anabolisme adalah penyusunan senyawa kimia sederhana menjadi senyawa kimia atau komplek. Proses anabolisme membutuhkan energi dari luar. Energi yang digunakan dalam reaksi ini dapat berupa energi cahaya ataupun energi kimia. Energi tersebut selanjutnya digunakan untuk mengikat senyawa yang lebih komplek. Jadi dalam proses ini energi yang diperlukan tersebut tidak hilang, tetapi tersimpan dalam bentuk ikatan-ikatan kimia pada senyawa komplek yang terbentuk. Hasil anabolisme berguna dalam fungsi esensial, hasil tersebut berupa glikogen, protein sebagai bahan bakar dalam tubuh, dan asam nukleat untuk pengkopian informasi genetik. Protein, lipid, dan karbohidarat yang menyusun struktur tubuh ikan (Kimball, 1997).

Katabolisme adalah reaksi pemecahan atau pembongkaran senyawa kimia komplek yang mengandung energi tinggi menjadi senyawa sederhana yang mengandung energi lebih rendah. Tujuan utama katabolisme adalah untuk membebaskan energi yang terkandung dalam senyawa sumber, yang dapat digunakan untuk melakukan aktivitas termasuk reaksi pemecahan dan oksidasi molekul makanan seperti reaksi yang menangkap energi dari cahaya matahari. Fungsi reaksi katabolisme adalah untuk menyediakan energi dan komponen yang dibutuhkan oleh reaksi anabolisme (Kimball, 1997).

Cloern dan Nichols (1978) menyatakan bahwa pertumbuhan anabolisme memiliki pertumbuhan melebihi pertumbuhan katabolisme. Jika pertumbuhan organisme terhadap waktu (t) sebanding dengan selisih antara proses anabolisme dan katabolisme maka bentuk model *Von Bertalanffy* adalah sebagai berikut

$$\frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(L(t) - L_{min})$$

2.3.1 Kurva Pertumbuhan Model *Von Bertalanffy*

Kurva pertumbuhan merupakan pertumbuhan panjang dan bobot yang dihubungkan dengan waktu tertentu. Pertumbuhan ilmiah autokatalitik yaitu pertumbuhan pada fase awal hidupnya lambat kemudian cepat lalu kembali lambat. Titik inflasi pada kurva yaitu titik perubahan fase penaikan ke fase perlambatan. Kurva pertumbuhan berbentuk sigmoid mewakili pertumbuhan populasi dari berbagai kelompok umur yang diambil dari tahun ke tahun, di mana pengukuran dilakukan pada setiap tahun. Antara satu titik dengan titik yang lainnya dapat menggunakan garis lurus (Effendi, 1997).

Umur dan pertumbuhan ikan merupakan parameter dinamika populasi yang mempunyai peran penting dalam pengkajian sumber daya perikanan. Pengetahuan mengenai aspek umur dan pertumbuhan ikan yang sedang dieksploitasi perlu diteliti, agar dapat digunakan sebagai salah satu landasan pertimbangan dalam tindakan pengelolaan sumber daya alam perairan yang dapat dimanfaatkan. Keberhasilan dan masa depan sektor perikanan bergantung pada penambahan individu baru dan komposisi kelas umur ikan yang merupakan tujuan sasaran perikanan sepanjang tahun (Biusing, 1987).

Panik (2014) menyatakan bahwa ikan yang mempunyai koefisien laju pertumbuhan (b) yang tertinggi berarti mempunyai kecepatan pertumbuhan yang tinggi, dan biasanya ikan-ikan tersebut memerlukan waktu yang singkat untuk mencapai panjang maksimumnya, sedangkan ikan yang laju koefisien pertumbuhannya rendah, membutuhkan waktu yang lama untuk mencapai panjang maksimumnya, maka cenderung berumur panjang.

2.4 Kajian Al-Quran tentang Perintah untuk Menjaga Sumber Daya Alam

Sebagai tempat tinggal dan tempat kediaman, bumi dilengkapi dengan berbagai fasilitas dan sarana penunjang kehidupan manusia. Demikian pula dengan laut yang merupakan salah satu bagian dari wilayah bumi. Laut yang dianugerahkan oleh Allah untuk manusia tersebut mengandung berbagai sumber daya alam laut yang sangat berharga. Sehingga dapat dikembangkan dan diupayakan pemanfaatannya secara optimal guna pembangunan kehidupan. Hal tersebut, dinyatakan dalam firman Allah dalam surat al-Baqarah/2:29, yaitu:

هُوَ ٱلَّذِى خَلَقَ لَكُم مَّا فِى ٱلْأَرْضِ جَمِيعًا ثُمَّ ٱسْتَوَىٰٓ إِلَى ٱلسَّمَآءِ فَسَوَّىٰهُنَّ سَبْعَ سَمَٰوَٰتٍ ۚ
وَهُوَ بِكُلِّ شَىْءٍ عَلِيمٌ ﴿٢٩﴾

Artinya:
"Dialah (Allah) yang menciptakan segala apa yang ada di bumi untukmu, kemudian Dia menuju ke langit, lalu Dia menyempurnakannya menjadi tujuh langit, dan Dia maha mengetahui segala sesuatu"(QS. al-Baqarah/2:29).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah Swt. menciptakan dengan sempurna bumi dan segala isinya, termasuk wilayah bumi yang berupa lautan untuk manusia, Allah Swt. tidak hanya menghidupkan makhluk di dunia, tetapi juga menyiapkan sarana kehidupan di dalamnya. Allah Swt. telah menciptakan segala sesuatu yang ada di bumi untuk kehidupan manusia, sehingga semua yang dibutuhkan untuk kelangsungan dan kenyamanan hidup tersedia dan terhampar. Ayat ini dipahami oleh banyak ulama sebagai petunjuk bahwa pada dasarnya segala apa yang terbentang di bumi ini dapat digunakan oleh manusia (Shihab, 2001).

Selanjutnya, bahwa pesan ayat tersebut adalah Allah Swt. menciptakan bumi agar manusia berperanan aktif di dalam bumi ini dan berperan utama dalam pengembangannya. Al-Quran berulangkali menampilkan fenomena alam semesta, yang tujuan akhirnya adalah kesadaran atas manusia untuk mengagumi ciptaan Allah. Oleh karena itu, dalam setiap ayat yang menjelaskan tentang fenomena alam, senantiasa dikaitkan dengan dorongan terhadap manusia untuk melakukan pengamatan, dan penyelidikan yang akan menambah pengetahuan manusia. Sebagaimana firman Allah dalam surat Yunus/10:101, yaitu:

قُلِ ٱنظُرُواْ مَاذَا فِي ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِۚ ...

Artinya:
"Katakanlah (Muhammad): lakukanlah penelitian dengan menggunakan metode ilmiah mengenai apa yang ada di langit dan bumi"(QS. Yunus/10:101).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa manusia diperintahkan untuk melakukan penelitian terhadap semua ciptaan Allah. Jika dianalogikan dengan model *Von Bertalanffy*, maka penelitian tersebut merujuk pada potensi kelautan dan upaya pemanfaatannya sebagai kepentingan manusia, karena sesungguhnya alam semesta dan segala isinya diciptakan Allah dalam keadaan baik dan seimbang. Dengan adanya fenomena tersebut, manusia dapat merumuskan ilmu pengetahuan tentang perikanan secara sistematis yang digunakan untuk memanfaatkan potensi laut yang diciptakan oleh Allah (Faisal, 2015). Dengan mengetahui ilmu pengetahuan tentang dinamika pertumbuhan dan populasi ikan di alam, manusia dapat mengendalikan pemanfaatan sumber daya laut dan tidak akan terjadi proses eksploitasi yang berlebihan, atau penangkapan yang dapat merusak ekosistem yang ada di dalamnya. Artinya penguasaan manusia terhadap lingkungannya adalah amanah dari Allah, yang akan dipertanggung jawabkan kepada-Nya. Itulah sebabnya, prinsip yang mendasari hubungan antara manusia dengan alam tidak hanya hubungan eksploitatif tetapi juga apresiasif. Alam tidak hanya dimanfaatkan, tetapi juga harus dijaga kelestariannya. Jika tidak ada kesadaran manusia akan pentingnya menjaga sumber daya alam, maka hal tersebut akan menyebabkan ketidakseimbangan lingkungan hidup. Menurut al-Quran, kebanyakan kerusakan dan bencana di bumi ini disebabkan oleh perbuatan manusia yang tidak bertanggung jawab. Firman Allah yang menegaskan tentang hal tersebut adalah al-Quran surat ar-Rum/30:41, yaitu

ظَهَرَ ٱلْفَسَادُ فِى ٱلْبَرِّ وَٱلْبَحْرِ بِمَا كَسَبَتْ أَيْدِى ٱلنَّاسِ لِيُذِيقَهُم بَعْضَ ٱلَّذِى عَمِلُوا۟ لَعَلَّهُمْ
يَرْجِعُونَ ٤١

Artinya:
"Telah nampak kerusakan di darat dan di laut disebabkan karena perbuatan tangan manusia, supaya Allah merasakan kepada mereka sebagian dari (akibat) perbuatan mereka, agar mereka kembali (ke jalan yang benar)"(QS. ar-Rum/30:41).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa kerusakan yang terjadi di daratan dan lautan disebabkan karena kemaksiatan-kamaksiatan yang dilakukan oleh manusia, sehingga Allah Swt. memberikan hukuman dari sebagian amal mereka di dunia, supaya mereka bertaubat kepada Allah dan kembali kepada-Nya dengan meninggalkan kemaksiatan. Selanjutnya keadaan mereka akan membaik dan segala urusan mereka menjadi lurus (Shihab, 1996).

Dalam ayat tersebut terdapat kata kerusakan di darat maupun di laut yang disebabkan karena perbuatan manusia. Kerusakan lingkungan dapat terjadi karena tidak seimbangnya komponen atau elemen di lingkungan tersebut. Karena jika salah satu penyeimbang alam terganggu atau rusak, maka akan berpengaruh terhadap keseimbangan alam yang lain. Pada saat ini, keterlibatan manusia terhadap lingkungan cenderung meningkat dan terlihat semakin meningkat. Tindakan-tindakan mereka yang merusak keseimbangan interaksi antar elemen-elemen terkadang karena terlalu berlebihan dalam eksploitasi, dan terkadang pula terlalu meremehkan resiko penangkapan ikan yang membahayakan ekosistem lainnya. Hal tersebut menyebabkan banyak kerusakan di muka bumi, seperti ganguan terhadap habitat secara global yakni kepunahan suatu habitat ataupun populasi habitat yang jumlahnya tidak terkendali.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Analisis Persamaan *Von Bertalanffy* Dengan Koefisien Variasi

Model pertumbuhan *Von Bertalanffy* dapat dituliskan dalam bentuk matematika sebagai berikut

$$\frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(L(t) - L_{min}) \tag{3.1}$$

yakni

$$\frac{dL(t)}{dt} + bL(t) = L'_{max} - bL_{min} \tag{3.2}$$

Dengan mengasumsikan bahwa:

1. Pada saat waktu perekrutan $(t = t_0)$, ukuran tubuh berada dalam keadaan minimum.
2. (L_{min}) menyatakan ukuran tubuh minimum.
3. Kecepatan pertumbuhan maksimum terjadi pada saat ukuran tubuh minimum (L_{min}).
4. Ukuran tubuh maksimum dinyatakan dengan (L_{max}).

Maka persamaan (3.2) dapat diselesaikan dengan langkah-langkah pada Teorema 2.1 yaitu dengan mengalikan kedua ruas dengan faktor integral yang bergantung terhadap waktu

$$e^{\int_{t_0}^{t} b\, dt}$$

yang menghasilkan

$$e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}\frac{dL(t)}{dt}+e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}bL(t)=e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}(L'_{max}-bL_{min}) \tag{3.3}$$

Jika diambil $L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}$ dan diturunkan terhadap t, maka menghasilkan

$$\frac{d}{dt}L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}=e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}\frac{dL(t)}{dt}+e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}bL(t) \tag{3.4}$$

sehingga persamaan (3.3) dapat ditulis

$$\frac{d}{dt}L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}=e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}(L'_{max}-bL_{min})$$

Pengintegralan dari kedua ruas tersebut menghasilkan

$$L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}=\int\left(e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}L'_{max}-b\,L_{min}\right)dt$$

Jika kedua ruas dikalikan dengan $e^{-\int_{t_0}^{t} b\,dt}$, maka mempunyai solusi

$$L(t)=e^{-\int_{t_0}^{t} b\,dt}\left[\int e^{\int_{t_0}^{t} b\,dt}L'_{max}-bL_{min}dt+C\,dt\right]$$

atau

$$L(t)=\frac{L'_{max}-bL_{min}}{b}+Ce^{-\int_{t_0}^{t} b\,dt} \tag{3.5}$$

Dengan memberikan $(t=t_0)$, maka

$$L_{min}=\frac{L'_{max}-bL_{min}}{b}+C$$

sehingga

$$C=-\frac{L'_{max}-bL_{min}}{b}+L_{min}$$

Jika disubstitusikan hasil C ke persamaan (3.5), maka

$$L(t)=\frac{L'_{max}-bL_{min}}{b}-\left(\frac{L'_{max}-bL_{min}}{b}-L_{min}\right)e^{-\int_{t_0}^{t} b(t)\,dt} \tag{3.6}$$

Untuk $t\rightarrow\infty$ atau pada saat waktu yang cukup lama maka dapat dikatakan bahwa

$L_{max}=\frac{L'_{max}-bL_{min}}{b}$

sehingga persamaan (3.6) menjadi

$$L(t) = L_{max} - (L_{max} - L_{min})e^{-b(t-t_0)} \tag{3.7}$$

Solusi analitik dari integral b pada persamaan (3.7) adalah

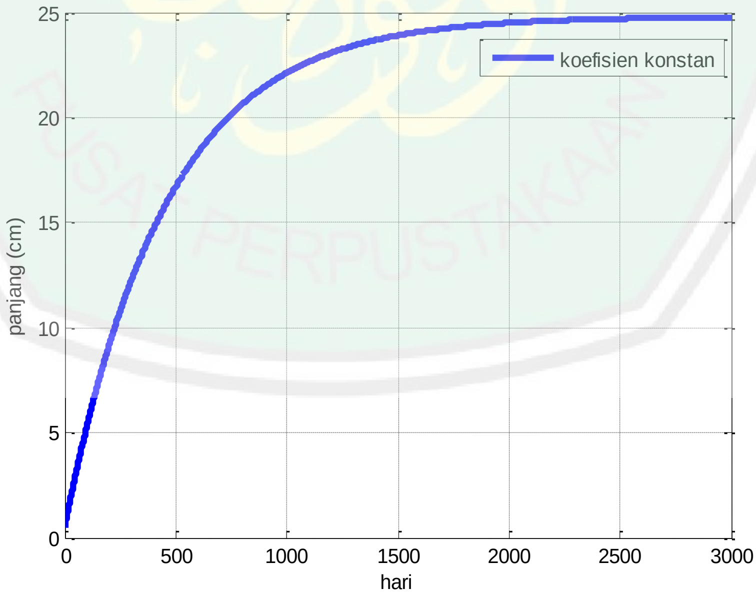
$$\int_{t_0}^{t} b\, dt = b(t - t_0)$$

Untuk menggambarkan solusi dari persamaan (3.7) maka diberikan parameter pada Tabel 3.1 sebagai berikut

Tabel 3.1 Nilai Parameter Persamaan (3.7) (Sumber: Cloern dan Nichols, 1978)

Variabel	Deskripsi	Nilai Parameter
$L(t)$	Panjang ikan pada saat waktu (t)	0,5
b	Koefisien pertumbuhan konstan	0,0022
L_{min}	Panjang minimum ikan	0,5
L_{max}	Panjang maksimum ikan	24,8
$t(0)$	Waktu perekrutan	0
t	Waktu penyelesaian	3000

Dengan menggunakan bantuan dari program MATLAB, memperoleh hasil kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Solusi Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Konstan

Solusi $L(t)$ pada persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan sebagian diberikan pada Tabel 3.2 sebagai berikut

Tabel 3.2 Nilai Solusi Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Konstan (Sumber: MATLAB)

t	Solusi $L(t)/cm$
0	0,500000000000
10	1,028762288256
50	3,031230512294
100	5,298793209512
180	8,445937288722
360	13,793606289530
720	19,814785904943
1000	22,107483251795
3000	24,80000000000

Gambar 3.1 didapatkan pertumbuhan ikan pada saat waktu perekrutan yaitu $t = 0$ ikan mempunyai panjang sebesar 0,5 cm, untuk umur 10 hari didapatkan panjang sebesar 1,028762288256 cm, untuk umur 50 hari didapatkan panjang sebesar 3,031230512294 cm, untuk umur 180 hari didapatkan panjang sebesar 5,298793209512 cm, untuk umur 1 tahun didapatkan panjang sebesar 13,793606289530 cm, untuk umur 2 tahun didapatkan panjang sebesar 19,814785904943 cm, untuk umur 1000 hari didapatkan panjang sebesar 22,107483251795 cm. Kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan menunjukan bahwa kurva dalam keadaan monoton naik sampai menuju panjang maksimumnya yaitu 24,8 cm pada saat ikan berumur ± 8 tahun (3000 hari). Bahkan jika sudah mencapai panjang maksimumnya ikan akan berhenti untuk melakukan pertumbuhan, karena energi yang dihasilkan dari proses metabolisme digunakan untuk melakukan reproduksi dan memperbaiki sel-sel yang rusak.

Gambar 3.1 kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan juga dapat dilihat bahwa pertumbuhan ikan selalu meningkat. Hal tersebut disebabkan oleh lingkungan yang konstan, artinya di dalam habitat ikan terjadi suhu perairan yang selalu baik untuk pertumbuhan, dan ketersediaan pakan alami yang selalu mencukupi baik kualitas maupun kuantitasnya. Sehingga ikan akan tumbuh lebih cepat dan berkembang biak.

Sementara asumsi koefisien pertumbuhan b konstan, hanya dapat menggambarkan dinamika pertumbuhan ikan dalam lingkungan yang konstan. Jika koefisien pertumbuhan b diganti dengan fungsi yang bervariasi menurut waktu yaitu $b(t)$, maka akan memberikan realisme biologi tambahan dari model *Von Bertalanffy* ke dalam suatu populasi yang memungkinkan tingkat pertumbuhan ikan dengan variasi waktu. Dengan mensubstitusikan fungsi $b(t)$ ke dalam persamaan (3.1), yakni

$$b(t) = a_1 + a_2 \cdot e^{\left(a_3 \sin\left(\frac{\pi}{180}(t+\theta)\right)\right)}$$ (Cloern dan Nichols, 1978)

Maka persamaan (3.1) menjadi

$$\frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(t)(L(t) - L_{min}) \tag{3.8}$$

dan dapat diubah menjadi

$$\frac{dL(t)}{dt} + b(t)L(t) = L'_{max} + b(t)L_{min} \tag{3.9}$$

yang merupakan persamaan diferensial linier orde satu. Dengan mengalikan kedua ruas persamaan (3.9) dengan faktor integral

$$e^{\int_{t_0}^{t} b(t)\,dt}$$

maka menghasilkan

$$e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}\frac{dL(t)}{dt} + e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt} b(t)L(t) = e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}(L'_{max} + b(t)L_{min}) \tag{3.10}$$

Jika diambil $L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b(t)\,dt}$ dan diturunkan terhadap t maka menghasilkan

$$\frac{d}{dt}L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b(t)\,dt} = e^{\int_{t_0}^{t} b(t)\,dt}\frac{dL(t)}{dt} + e^{\int_{t_0}^{t} b(t)\,dt} b(t)L(t) \tag{3.11}$$

Persamaan (3.10) dapat ditulis

$$\frac{d}{dt}L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt} = e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}(L'_{max} + b(t)L_{min})$$

Jika kedua ruas persamaan tersebut diintegralkan, maka menghasilkan

$$L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt} = \int e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}(L'_{max} + b(t)L_{min})dt$$

atau

$$L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt} = \int \left(e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}L'_{max} + e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}b(t)L_{min}\right)dt$$

$$L(t)e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt} = \left(L'_{max}\int e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}dt + L_{min}e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}\right) + C$$

Jika kedua ruas dikalikan dengan $e^{-\int_{t_0}^{t} b\,dt}$, maka mempunyai solusi

$$L(t) = e^{-\int_{t_0}^{t} b(t)dt}\left(L'_{max}\int e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}dt + L_{min}e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt} + C\right)$$

atau

$$L(t) = e^{-\int_{t_0}^{t} b(t)dt}L'_{max}\int e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}dt + L_{min} + Ce^{-\int_{t_0}^{t} b(t)dt} \tag{3.12}$$

Karena nilai integral dari $\int e^{\int_{t_0}^{t} b(t)dt}dt$ pada persamaan (3.12) tidak dapat dikerjakan secara analitik, maka untuk menyelesaikan persamaan (3.8) akan digunakan metode Runge-Kutta. Degan nilai parameter dan nilai awal dari setiap variabel pada persamaan (3.8) diberikan pada Tabel 3.3 sebagai berikut

Tabel 3.3 Nilai Parameter dan Nilai Awal Persamaan (3.7) (Sumber: Cloern dan Nichols, 1978)

Variabel	Deskripsi	Nilai Parameter
$L(t)$	Panjang biota laut pada saat waktu (t)	$0{,}5$
L'_{max}	Panjang maksimum biota laut	$0{,}0435$
L_{min}	Panjang minimum biota laut	$0{,}5$
L_{max}	Panjang biota laut pada saat kecepatan pertumbuhan maksimal dan ukuran tubuh minimal	$24{,}8$
a_1	Amplitudo dari pergerakan waktu (t)	$6{,}0x10^{-4}$
a_2	Amplitudo dari pergerakan waktu (t)	$1{,}7x10^{-4}$
a_3	Amplitudo dari pergerakan waktu (t)	$3{,}7$
θ	Periode waktu (t)	$-14{,}4$
$t(0)$	Waktu perekrutan	0
t	Waktu penyelesaian	4000

Waktu yang akan diselesaikan dalam penelitian ini adalah pada saat waktu $t = 4000$ dengan ukuran langkah $h = 1$. Berdasarkan parameter tersebut, maka persamaan (3.8) dapat ditulis menjadi

$$f(L,t) = \frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(t)(L(t) - L_{min})$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4}.\, e^{\left(3{,}7.sin\left(\frac{\pi}{180}(t-14{,}4)\right)\right)}(\, L(t) - 0{,}5)\right) \tag{3.11}$$

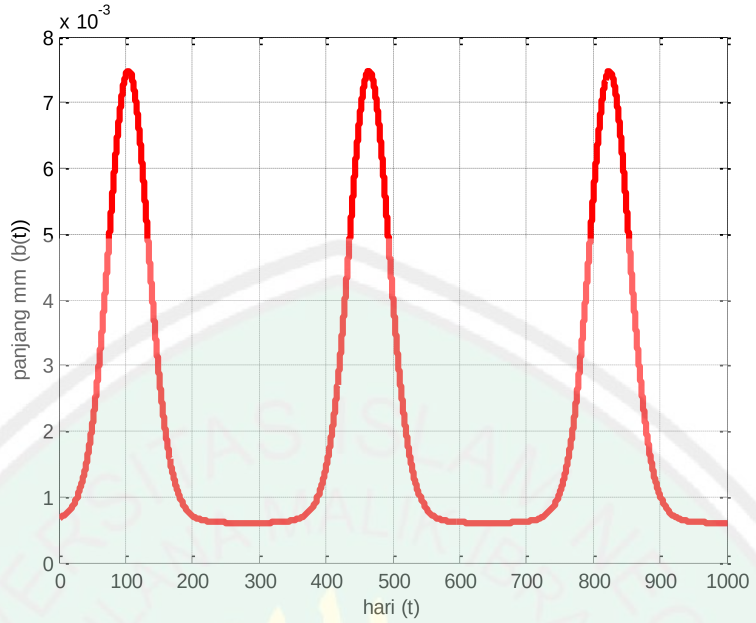
Selanjutnya persamaan (3.8) akan dihitung menggunakan metode Runge-Kutta dengan iterasi $= 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 4000$, dengan nilai $L(0) = 0{,}5$.

3.2 Interpretasi Kurva Pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi

Koefisien pertumbuhan ikan yang bervariasi dapat berupa fungsi yang bergantung terhadap waktu, yaitu

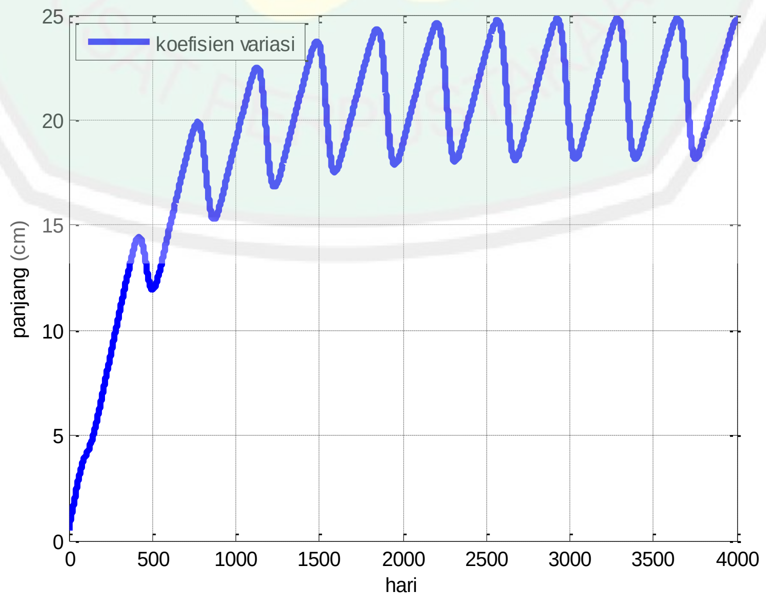
$$b(t) = 6.0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(t+14{,}4)\right)\right)}$$

Dengan fungsi $b(t)$ yang ditunjukkan pada Gambar 3.2



Gambar 3.2 Fungsi $b(t) = 6.0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(t+14,4)\right)\right)}$

di mana fungsi $b(t)$ tersebut digunakan sebagai pengontrol yang menentukan kenaikan dan penurunan kecepatan pertumbuhan pada model *Von Bertalanffy* dengan koefisien fungsi terhadap waktu. Jika fungsi $b(t)$ disubstitusikan ke persamaan (3.7) maka memiliki solusi yang digambarkan pada Gambar 3.3



Gambar 3.3 Solusi Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi Menggunakan Metode Runge-Kutta

Solusi $L(t)$ pada persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi dengan metode Runge-Kutta diberikan sebagian pada Tabel 3.4 sebagai berikut

Tabel 3.4 Solusi $L(t)$ Menggunakan Metode Runge-Kutta (Sumber: MATLAB)

t	Solusi L_{r+t}/cm
0	0,500000000000
10	0,932474753579
50	2,601530613159
100	4,030163174823
180	6,120035133325
360	12,896033390506
720	18,746802598224
1000	19,011360528572
4000	24,80000000000

Gambar 3.3 didapatkan pertumbuhan ikan pada saat waktu perekrutan yaitu $t = 0$ ikan mempunyai panjang sebesar 0,5 cm, untuk umur 10 hari didapatkan panjang sebesar 0,932474753579 cm, untuk umur 50 hari didapatkan panjang sebesar 2,601530613159 cm, untuk umur 180 hari didapatkan panjang sebesar 6,120035133325 cm, untuk umur 1 tahun didapatkan panjang sebesar 12,896033390506 cm, untuk umur 2 tahun didapatkan panjang sebesar 18,746802598224 cm, untuk umur 1000 hari didapatkan panjang sebesar 19,011360528572 cm. Kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi menunjukan ikan tumbuh sampai menuju panjang maksimumnya yaitu 24,8 cm pada saat ikan berumur ± 11 tahun.

Kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi pada Gambar 3.3 juga menunjukkan bahwa pertumbuhan ikan mengalami peningkatan dan penurunan. Peningkatan dan penurunan pertumbuhan ikan terjadi karena adanya pengaruh dari fungsi $b(t)$ yang bergantung terhadap waktu, artinya ikan tersebut hidup pada lingkungan yang berubah-ubah menurut waktu. Sehingga hanya pada saat musim tertentu suhu perairan di dalam habitat ikan baik, dan hanya pada waktu-

waktu tertentu pula ketersediaan makanan melimpah. Faktor ketersediaan makanan sangat penting untuk menyediakan energi yang cukup bagi pertumbuhan tubuh ikan. Karena pada suhu yang sesuai, ikan akan memiliki selera makan yang baik, sehingga pertumbuhan panjang ikan juga menjadi relatif lebih besar, cepat matang gonad, masa reproduksi yang panjang, dan mampu mencapai ukuran maksimum yang lebih panjang.

3.3 Kajian Al-Quran Mengenai Model *Von Bertalanffy*

Pertumbuhan adalah pertambahan ukuran, baik panjang maupun berat pada periode waktu tertentu. Pertumbuhan ikan dari tahun ke tahun pasti mengalami perbedaan karena faktor lingkungan. Dalam perkembangan sains dan teknologi, terdapat istilah model yang menggambarkan pertumbuhan ikan yang digunakan untuk mengetahui perilaku pertumbuhan ikan ketika panjangnya nol sampai mencapai panjang maksimumnya. Penelitian tersebut, telah banyak dilakukan oleh berbagai pihak dan berbagai metode. Secara matematis, pertumbuhan ikan dapat dirumuskan dengan pemodelan matematika, salah satu model yang digunakan dalam bidang ini adalah model *Von Bertalanffy* yang memodelkan pertumbuhan ikan dari waktu ke waktu.

Dalam al-Quran surat ar-Rum ayat 101, yang menyebutkan bahwa manusia diperintahkan untuk melakukan penelitian terhadap semua ciptaan Allah. Jika dianalogikan dengan model *Von Bertalanffy* maka penelitian tersebut merujuk pada potensi kelautan dan upaya pemanfaatannya sebagai kepentingan manusia, karena sesungguhnya alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah dengan seimbang dan rapi. Adanya temuan *Ludwig Von Bertalanffy* tersebut menjadi bukti bahwa dengan mengamati ciptaan Allah yang berupa dinamika pertumbuhan ikan, maka dapat diperoleh suatu formula luar biasa yang bermanfaat bagi kehidupan manusia. Pernyataan tersebut dijelaskan kembali dalam surat al-Baqarah/2:164 yang diuraikan sebagai berikut

إِنَّ فِي خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَٱخْتِلَٰفِ ٱلَّيْلِ وَٱلنَّهَارِ وَٱلْفُلْكِ ٱلَّتِي تَجْرِي فِي ٱلْبَحْرِ بِمَا يَنفَعُ ٱلنَّاسَ وَمَآ أَنزَلَ ٱللَّهُ مِنَ ٱلسَّمَآءِ مِن مَّآءٍ فَأَحْيَا بِهِ ٱلْأَرْضَ بَعْدَ مَوْتِهَا وَبَثَّ فِيهَا مِن كُلِّ دَآبَّةٍ وَتَصْرِيفِ ٱلرِّيَٰحِ وَٱلسَّحَابِ ٱلْمُسَخَّرِ بَيْنَ ٱلسَّمَآءِ وَٱلْأَرْضِ لَأَيَٰتٍ لِّقَوْمٍ يَعْقِلُونَ ﴿١٦٤﴾

Artinya:
"Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, silih bergantinya malam dan siang, bahtera yang berlayar di laut membawa apa yang berguna bagi manusia, dan apa yang Allah turunkan dari langit berupa air, lalu dengan air itu Dia hidupkan bumi sesudah mati (kering) nya dan sebarkan di bumi itu segala jenis hewan, dan pengisaran angin dan awan yang dikendalikan antara langit dan bumi, sungguh (terdapat) tanda-tanda (keesaan dan kebesaran Allah) bagi kaum yang memikirkan" (QS. al-Baqarah/2:164).

Ayat tersebut menegaskan bahwa penciptaan langit dan bumi, silih bergantinya malam dan siang, dan kapal yang berlayar di lautan tidak hanya membawa manfaat bagi umat manusia, tetapi juga menjadi pengajaran bagi orang-orang yang berakal. Dikatakan menjadi pengajaran bagi mereka, karena orang-orang yang berakal selalu membaca, meneliti, dan mendalami ciri-ciri sesuatu dengan cara mengamati dan mengulang-ulang dalam membaca alam. Oleh karena itu, mereka tidak hanya memperoleh kecakapan dalam membaca, tetapi juga menghasilkan pengetahuan dan wawasan baru yang selanjutnya diupayakan pengembangannya (Shihab, 1996).

Demikian pula terhadap laut, para ilmuwan terus melakukan penelitian tentang potensi kelautan dan upaya pemanfaatannya bagi kepentingan umat manusia. Di samping untuk kepentingan pengetahuan, mereka juga mendapatkan ilmu pengetahuan tentang kelautan dengan upaya pengembangannya. Dengan fenomena ini, mereka dapat merumuskan model matematika secara sistematis untuk dijadikan sebagai pedoman agar sumber daya laut dapat dimanfaatkan dengan baik. Demikianlah salah satu pemanfaatan potensi kelautan, yaitu dengan melakukan pengembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang kelautan.

Berkaitan dengan pengelolaan laut, aktivitas ini tidak boleh dilakukan secara eksploitatif, hanya menguras sumber daya alam dan mencemari lingkungan, sebab akan menimbulkan kerusakan alam. Allah Swt. menyatakan kemurkaan-Nya kepada para pelaku perusakan alam yang dijelaskan dalam surat al-Maidah/5:33 yaitu

إِنَّمَا جَزَٰٓؤُاْ ٱلَّذِينَ يُحَارِبُونَ ٱللَّهَ وَرَسُولَهُۥ وَيَسۡعَوۡنَ فِي ٱلۡأَرۡضِ فَسَادًا أَن يُقَتَّلُوٓاْ أَوۡ يُصَلَّبُوٓاْ
أَوۡ تُقَطَّعَ أَيۡدِيهِمۡ وَأَرۡجُلُهُم مِّنۡ خِلَٰفٍ أَوۡ يُنفَوۡاْ مِنَ ٱلۡأَرۡضِۚ ذَٰلِكَ لَهُمۡ خِزۡيٞ فِي ٱلدُّنۡيَاۖ
وَلَهُمۡ فِي ٱلۡأٓخِرَةِ عَذَابٌ عَظِيمٌ ٣٣

Artinya:
"Sesungguhnya pembalasan terhadap orang-orang yang memerangi Allah dan rosul-Nya dan membuat kerusakan dimuka bumi, hanyalah mereka dibunuh atau disalib, atau dipotong tangan dan kaki mereka dengan bertimbal balik, atau dibuang dari negeri tempat kediamannya. Yang demikian itu (sebagai) suatu penghinaan untuk mereka didunia, dan di akhirat mereka beroleh siksaan yang besar" (QS. al-Maidah/5:33).

Ayat tersebut secara tegas menyatakan hukuman bagi orang-orang yang bertindak melampaui batas dengan melanggar ketentuan-ketentuan Allah dan Rasul-Nya. Yaitu orang-orang yang berbuat kerusakan di muka bumi dengan melakukan pembunuhan, perampokan, pencurian dengan menakut-nakuti masyarakat. Hukuman mereka adalah dibunuh tanpa ampun jika mereka membunuh tanpa mengambil harta, atau disalib setelah dibunuh jika mereka merampok dan membunuh, atau dipotong tangan kanan mereka karena merampas harta tanpa membunuh, atau dipotong kaki mereka dengan bertimbal balik karena ia telah menimbulkan rasa takut dalam masyarakat, dan dibuang dari negeri tempat kediamannya, yakni dipenjarakan agar tidak meresahkan alam (Shihab, 1996).

Ancaman-ancaman tersebut tampaknya sangat relevan jika ditujukan pula kepada para perusak lingkungan, seperti para pelaku eksploitasi ikan yang berlebihan. Karena tindak kejahatan mereka pada dasarnya merusak ekosistem lingkungan, di mana hal ini dapat membahayakan kelestarian lingkungan yang pada akhirnya dapat mendatangkan bencana alam. Apabila bencana alam terjadi, maka akan mengakibatkan terjadinya banyak korban jiwa. Dengan begitu, sesungguhnya para perusak sumber daya alam yang secara tidak langsung menyebabkan manusia sebagai korban bencana alam.

Sebagai hamba yang beriman kepada Allah dan kitab-Nya, hendaknya manusia dapat meneladani jejak intelektual *Von Bertalanffy*, dalam mengungkap fenomena alam yang diciptakan Allah lainnya yang tersirat atau tersurat di dalam al-Quran, sehingga pada akhirnya aktivitas intelektual adalah jalan yang lebar bagi kaum berakal untuk lebih mengenal dan mendekatkan diri pada Allah.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan, maka dapat diberikan kesimpulan sebagai berikut:

1. Persamaan *Von Bertalanffy* yang dinyatakan sebagai

$$\frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(L - L_{min}), \text{ dimana } \forall b$$

   a. Ketika nilai b konstan diperoleh solusi

$$L(t) = L_{max} - (L_{max} - L_{min})e^{-b(t-t_0)}$$

   Di mana pertumbuhan panjang maksimum ikan diperoleh panjang maksimum sebesar 24,8 cm yang stabil mulai dari hari ke 3000.

   b. Ketika nilai b fungsi yang bervariasi menurut waktu, dengan nilai $b(t)$ adalah $b(t) = 6.0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(t+14{,}4)\right)\right)}$ maka dikerjakan secara numerik dengan metode Runge-Kutta. Didapatkan pertumbuhan panjang maksimum ikan sebesar 24,8 cm yang berfluktuatif dan stabil mulai dari hari ke 4000.

   Maka dapat dikatakan bahwa model *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan lebih baik daripada model *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi. Kedua kurva pertumbuhan tersebut dikatakan stabil karena panjang ikan tidak akan melebihi panjang maksimumnya.

2. Perbedaan waktu pada saat ikan mencapai panjang maksimumnya disebabkan karena pengaruh suhu, temperatur air, dan ketersediaan makanan di dalam habitatnya.

4.2 Saran

Bagi penelitian selanjutnya, disarankan untuk melanjutkan studi analisis persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi dengan menggunakan parameter dan fungsi yang bervariasi lainnya, untuk dapat mengembangkan model tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Ayres, F. 1981. *Theory and Problem of differential Equation*. Terjemahan L. Ratna. Surabaya: Erlangga.

Bertalanffy, V.L. 1938. A Quantitative Theory of Organic Growth (Inquiries On Growth Laws. II). *Human Biology*, Vol. 10: 2.

Biusing, E.R. 1987. *Dinamika Populasi Aspek Biologi Ikan Kembung Ikan Lelaki (Rastrelliger Kanagurta Cuvier, 1987) di sekitar Perairan Pantai Timur Selatan Negeri Salah Satu Kesatuan Negara Malaysia*. Karya Ilmiah Jurusan Managemen Sumberdaya Perikanan. Bandung: Fakultas Perikanan IPB.

Chapra, S.C. dan Canale. 2010. *Numerical Method for Engineers*. New York: The McGraw-Hill.

Cloern, J. dan Nichols, F. 1978. A Von Bertalanffy with a Seasonally Varying Coefficient. *J. Fish. Res. Board Can*, 35: 1479-1482.

Conte, S.D. dan Boor, C. 1980. *Elementary Numerical Analysis*. New York: The McGraw-Hill.

Effendi. 1997. *Metode Biologi Perikanan, Bagian Perikanan, Bagian I*. Bogor: Yayasan Dwi Sri Institut Pertanian Bogor.

Faisal, M. 2015. *Hikmah dan Kandungan Surat Yunus (online)*, (http://note-student.blogspot.co.id/2015/05/hikmah-dan-kandungan-qs-yunus-ayat-101.html#.V9s2AE2LTDc), diakses 18 Februari 2016.

Fujaya, Y. 2004. *Fisiologi Ikan: Dasar Pengembangan Teknologi Perikanan*. Bandung: Erlangga.

Goldstein, M.E. dan Diprima, R.C. 2001. *Advanced Methods for the Solution of Differential Equations*. Washington DC: U.S. Government Printing Office.

Kartono. 2012. *Persamaan Diferensial Biasa (Model Matematika Fenomena Perubahan)*. Yogyakarta: Graha ilmu.

Kimball, J. 1997. *Biologi Jilid I*. Jakarta: Erlangga.

Mallawa, A., Amir, dan Susanti. 2013. *Struktur Ukuran dan Pertumbuhan Ikan Cakalang (Katsuwonus Pelamis) di Perairan Laut Flores Sulawesi Selatan*. Makalah Seminar Nasional FIK. Makassar: Universitas Hasanuddin.

Munir, R. 2010. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.

Pagalay, U. 2009. *Mathematical Modelling: Aplikasi pada Kedokteran, Imunologi, Biologi, Ekonomi, dan Perikanan.* Malang: UIN-Malang Press.

Pamuntjak, R.J., dan Santoso, W. 1990. *Persamaan Diferensial Biasa*. Bandung: FTMIPA-ITB.

Panik, M.J. 2014. *Growth Curve Modeling: Theory and Applications First Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Purcell, J. dan Varberg, D. 1987. *Calculus with Analytic Geometry*, jilid 1. Terjemahan N. Susila. Bandung: Erlangga.

Ross, S.L. 1984. *Differential Equations Third Edition.* New York: John Wiley & Son.

Sentosa, A. 2010. *Kajian Dinamika Populasi Ikan Wader Pari (Rabosta Lateristriata) di Sungai Ngancah, Kabupaten Kulon Progo*. Seminar Nasional Tahunan VII Hasil Perikanan dan Kelautan. Yogyakarta: Lembaga Penelitian UGM.

Shihab, Q. 1996. *Tafsir Al-Mishbah.* Jakarta: Kalam Mulia.

Shihab, Q. 2001. *Tafsir Al-Mishbah.* Jakarta: Lentera Hati.

Stokes, D. 1996. Larval Settlement, Post-settlement Growth and Secondar Production of the Florida Lancelet (Amphioxus) Branhiostoma Floridae. *Marine Ecology Progress Series*, Vol. 130: 71-84.

Wahbah, Z. 1991. *Tafsir Munir*, Juz XIII. Beirut: Dar al-Fikr.

Yusam, A. 2008. *Fikih Laut Dalam Perspektif Islam*. (Online), (file:///E:/SKRIPSI%20KU/jurnal/Fikih%20Laut%20dalam%20Perspektif%20Alquran.html), diakses 13 Januari 2016.

Zulfadi. 2015. *Dampak-dampak Kerusakan Sumber Daya Alam (Laut)* (Online), (http://thegreenengeneering.blogspot.co.id/2015/11/kerusakan-laut.html), diakses 18 Februari 2016.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Solusi $L(t)$ dengan Koefisien Konstan

```
%clc,clear all
%clf

format long

dt=1;
t=0:dt:1000;
t0=t(1);
Lmax=24.8;
Lmin=0.5;
n=length(t);
L=zeros(1,n);
B=zeros(1,n);
a1=0.05;


L = @(t) Lmax-(Lmax-Lmin)*exp(-a1*(t-t0));

disp([t' L(t)'])

plot(t,L(t),'b','LineWidth',3)


xlabel('hari')
ylabel('panjang (cm)')

hold on
grid on
```

Lampiran 2. Fungsi $b(t)$

```
clc,clear all
clf
format long

%parameter
dt=0.01;
t=0:dt:1000;
t0=t(1);
Lmax=54.8;
Lmin=0.5;
n=length(t);
L=zeros(1,n);
B=zeros(1,n);
teta=-14.4;
a1=6.0*10^-4;
a2=1.7*10^-4;
a3=3.7;

%fungsi
```

```
L = @(t) a1+a2*exp(a3*sin(pi/180*(t+teta)));
plot(t,L(t),'r','LineWidth',3)


xlabel('hari (t)');
ylabel('panjang mm (b(t))');

grid on
```

Lampiran 3. Solusi $L(t)$ dengan Koefisien Variasi

```
clc,clear all
format long
dt = 1;
t  = 0:dt:4000;
n  = length(t);



f=inline('0.0434-(6.0*10^-4+1.7*10^-4*exp(3.7*sin(pi/180*(t-14.4))))*(l-0.5)','t','l');

l(1) = 0.5;

for i=1:n-1
    k1 = dt*f(t(i),l(i));

    k2 = dt*f(t(i)+(dt/2),l(i)+(k1/2));

    k3 = dt*f(t(i)+(dt/2),l(i)+(k2/2));

    k4 = dt*f(t(i)+dt,l(i)+k3);

    l(i+1) = l(i)+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);

end
disp ('           t                    l                   ')
disp([t' l' ])


plot(t,l ,'b','LineWidth',3);
%xlim([0 720])
%ylim([0 30])
grid on

xlabel('hari')
ylabel('panjang (cm)')

hold on

legend('koefisien variasi')
```

Lampiran 4. Perhitungan Manual Metode Runge-Kutta Iterasi Kelima

Metode Runge-Kutta dengan $h = 1$. Untuk iterasi yang pertama dengan $t_0 = 0, L_0 = 0,5$ dan akan diperoleh hasil sebagai berikut

$$k_1 = hf(L_0, t_0)$$

$$= hf(0,5, 0)$$

$$= 0,042 - \left(6,0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(t-14,4)\right)\right)}(\,L(t) - 0,5)\right)$$

$$= 0,042 - \left(6,0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(0-14,4)\right)\right)}0,5\right) +$$

$$\left(6,0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(0-14,4)\right)\right)}0,5\right)$$

$$= 0,042 - 0,0007672632 = 0,0412327368$$

$$k_2 = hf\left(L_0 + \frac{1}{2}k_1, t_0 + \frac{1}{2}h\right)$$

$$= hf(0,5206163684, 0,5)$$

$$= 0,042 - (6,0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(0,5-14,4)\right)\right)}$$

$$(\,0,52061636 - 0,5))$$

$$= 0,042 - \left(6,0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(0,5-14,4)\right)\right)}0,52061636\right)$$

$$+ \left(6,0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(0-14,4)\right)\right)}0,5\right)$$

$$= 0,042 - 0,0007831777 = 0,0412168223$$

$$k_3 = hf\left(L_0 + \frac{1}{2}k_2, t_0 + \frac{1}{2}h\right)$$

$$= hf(0,52060841, 0,5)$$

$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(0{,}5-14{,}4)\right)\right)}$

$(0{,}52060841 - 0{,}5))$

$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(0{,}5-14{,}4)\right)\right)} 0{,}52060841\right)$

$+ \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(0{,}5-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$

$= 0{,}042 - 0{,}0007831716 = 0{,}0412168284$

$k_4 \quad = hf(L_0 + k_3, t_0 + h)$

$= hf(0{,}54121682, 1)$

$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(1-14{,}4)\right)\right)}$

$(0{,}54121682 - 0{,}5))$

$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1.7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(1-14{,}4)\right)\right)} 0{,}54121682\right)$

$+ \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(1-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$

$= 0{,}042 - 0{,}0007990837 = 0{,}0412009163$

sehingga diperoleh hasil berikut

$L_1 \quad = L_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

$= 0{,}5 + \frac{1}{6}(0{,}0412327368 + 2(0{,}0412168223) + 2(0{,}0412168284)$

$+0{,}0412009163)$

$= 0{,}5412168258$

Untuk iterasi yang kedua dengan $t_1 = 1, L_1 = 0{,}5412168258$ dan akan diperoleh hasil sebagai berikut

$$k_1 = hf(L_1, t_1)$$

$$= hf(0{,}541216825, 1)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(t-14{,}4)\right)\right)} \cdot (\, L(t) - 0{,}5)\right)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(1-14{,}4)\right)\right)} 0{,}541216825\right)$$

$$+ \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(1-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0007990837 = 0{,}041209163$$

$$k_2 = hf\left(L_1 + \frac{1}{2}k_1, t_1 + \frac{1}{2}h\right)$$

$$= hf(0{,}56181728, 1{,}5)$$

$$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(1{,}5-14{,}4)\right)\right)}$$

$$(\, 0{,}56181728 - 0{,}5))$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(1{,}5-14{,}4)\right)\right)} 0{,}56181728\right)$$

$$+ \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(1{,}5-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008149938 = 0{,}0411850062$$

$$k_3 = hf\left(L_1 + \frac{1}{2}k_2, t_1 + \frac{1}{2}h\right)$$

$$= hf(0{,}56180932, 1{,}5)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\, sin\left(\frac{\pi}{180}(1{,}5-14{,}4)\right)\right)}\right).$$

$$(\, 0{,}56180932 - 0{,}5)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(1{,}5-14{,}4)\right)\right)}\ 0{,}56180932\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(1{,}5-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008149877 = 0{,}0411850123$$

$$k_4 \quad = hf(L_1 + k_3, t_1 + h)$$

$$= hf(0{,}58240183, 2)$$

$$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2-14{,}4)\right)\right)}$$

$$(\ 0{,}58240183 - 0{,}5))$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2-14{,}4)\right)\right)} 0{,}58240183\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008308956 = 0{,}0411691044$$

sehingga diperoleh hasil berikut

$$L_2 \quad = L_1 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$= 0{,}5 + \frac{1}{6}(0{,}041209163 + 2(0{,}0411850062) + 2(0{,}0411850123)$$

$$+0{,}0411691044)$$

$$= 0{,}5824018385$$

Untuk iterasi yang ketiga dengan $t_2 = 3, L_2 = 0{,}5824018354$ dan akan diperoleh hasil sebagai berikut

$$k_1 \quad = hf(L_2, t_2)$$

$$= hf(0{,}582401835, 2)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(t-14{,}4)\right)\right)}(\,L(t) - 0{,}5)\right)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2-14{,}4)\right)\right)}0{,}582401835\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7.sin\left(\frac{\pi}{180}(2-14{,}4)\right)\right)}0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008308956 = 0{,}0411691044$$

$$k_2 \quad = hf\left(L_2 + \frac{1}{2}k_1, t_2 + \frac{1}{2}h\right)$$

$$= hf(0{,}60298638, 2{,}5)$$

$$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2{,}5-14{,}4)\right)\right)}$$

$$(\,0{,}60298638 - 1{,}5))$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}60298638\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008468014 = 0{,}0411531986$$

$$k_3 \quad = hf\left(L_2 + \frac{1}{2}k_2, t_2 + \frac{1}{2}h\right)$$

$$= hf(0{,}60297843, 2{,}5)$$

$$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2{,}5-14{,}4)\right)\right)}$$

$$(\,0{,}60297843 - 0{,}5))$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(2{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}60297843\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7.sin\left(\frac{\pi}{180}(2{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008467953 = 0{,}0411532047$$

$$k_4 \quad = hf(L_2 + k_3, t_2 + h)$$

$$= hf(0{,}62355504, 3)$$

$$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7.sin\left(\frac{\pi}{180}(3-14{,}4)\right)\right)}$$

$$(0{,}62355504 - 0{,}5))$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3-14{,}4)\right)\right)} 0{,}62355504\right)$$

$$+ \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008626989 = 0{,}0411373011$$

sehingga diperoleh hasil berikut

$$L_3 \quad = L_2 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$= 0{,}5412168258 + \frac{1}{6}(0{,}0411691044 + 2(0{,}0411531986)$$

$$+2(0{,}0411532047) + 0{,}0411373011)$$

$$= 0{,}6235550374$$

Untuk iterasi yang keempat dengan $t_3 = 3, L_3 = 0{,}6235550374$ dan akan diperoleh hasil sebagai berikut

$$k_1 \quad = hf(L_3, t_3)$$

$$= hf(0{,}62355503, 3)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(t-14{,}4)\right)\right)} (L(t) - 0{,}5)\right)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3-14{,}4)\right)\right)} 0{,}62355503\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4}+1{,}7x10^{-4}\cdot e^{\left(3{,}7.sin\left(\frac{\pi}{180}(3-14{,}4)\right)\right)}0{,}5\right)$$

$$=0{,}042-0{,}0008626992=0{,}0411373008$$

$$k_2 \quad = hf\left(L_3+\frac{1}{2}k_1, t_3+\frac{1}{2}h\right)$$

$$=hf(0{,}64412368, 3{,}5)$$

$$=0{,}042-(6{,}0x10^{-4}+1{,}7x10^{-4}\cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3{,}5-14{,}4)\right)\right)}$$

$$(\ 0{,}64412368-0{,}5))$$

$$=0{,}042-\left(6{,}0x10^{-4}+1{,}7x10^{-4}\cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}64412368\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4}+1{,}7x10^{-4}\cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}5\right)$$

$$=0{,}042-0{,}0008786004=0{,}0411213996$$

$$k_3 \quad = hf\left(L_3+\frac{1}{2}k_2, t_3+\frac{1}{2}h\right)$$

$$=hf(0{,}64411573, 3{,}5)$$

$$=0{,}042-(6{,}0x10^{-4}+1{,}7x10^{-4}\cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3{,}5-14{,}4)\right)\right)}$$

$$(0{,}64411573-0{,}5))$$

$$=0{,}042-\left(6{,}0x10^{-4}+1{,}7x10^{-4}\cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}64411573\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4}+1{,}7x10^{-4}\cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(3{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}5\right)$$

$$=0{,}042-0{,}0008785943=0{,}0411214057$$

$$k_4 \quad = hf(L_3+k_3, t_3+h)$$

$$=hf(0{,}66467644, 4)$$

$$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(4-14{,}4)\right)\right)}$$

$$(\,0{,}66467644 - 0{,}5))$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7.sin\left(\frac{\pi}{180}(4-14{,}4)\right)\right)} 0{,}66467644\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7.sin\left(\frac{\pi}{180}(4-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008944936 = 0{,}0411055064$$

sehingga diperoleh hasil berikut

$$L_4 \quad = L_3 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$= 0{,}6235550374 + \frac{1}{6}(0{,}0411373008 + 2(0{,}0411213996)$$

$$+2(0{,}0411214057) + 0{,}0411055064)$$

$$= 0{,}664764404$$

Untuk iterasi yang kelima dengan $t_4 = 4, L_4 = 0.664764404$ dan akan diperoleh hasil sebagai berikut

$$k_1 \quad = hf(L_4, t_4)$$

$$= hf(0{,}664764404, 4)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(t-14{,}4)\right)\right)}(\,L(t) - 0{,}5)\right)$$

$$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(4-14{,}4)\right)\right)} 0{,}664764404\right)$$

$$+\left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(0-14{,}4)\right)\right)} 0{,}5\right)$$

$$= 0{,}042 - 0{,}0008944936 = 0{,}0411055064$$

$k_2 \quad = hf\left(L_4 + \frac{1}{2}k_1, t_4 + \frac{1}{2}h\right)$

$= hf(0{,}68522919, 4{,}5)$

$= 0{,}042 - 6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(4{,}5-14{,}4)\right)\right)}$

$(\,0{,}68522919 - 0{,}5)$

$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4}e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(4{,}5-14{,}4)\right)\right)}\,0{,}68522919\right)$

$+ \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(4{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}5\right)$

$= 0{,}042 - 0{,}000910390 = 0{,}0410896093$

$k_3 \quad = hf\left(L_4 + \frac{1}{2}k_2, t_4 + \frac{1}{2}h\right)$

$= hf(0{,}6852212, 4{,}5)$

$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(4{,}5-14{,}4)\right)\right)}$

$(\,0{,}6852212 - 0{,}5))$

$= 0{,}042 - \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4}.\,e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(4{,}5-14{,}4)\right)\right)}\,0{,}6852212\right)$

$+ \left(6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(4{,}5-14{,}4)\right)\right)}0{,}5\right)$

$= 0{,}042 - 0{,}0009103846 = 0{,}0410896154$

$k_4 \quad = hf(L_4 + k_3, t_4 + h)$

$= hf(0{,}70576605, 5)$

$= 0{,}042 - (6{,}0x10^{-4} + 1{,}7x10^{-4} \cdot e^{\left(3{,}7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(5-14{,}4)\right)\right)}$

$(0{,}70576605 - 0{,}5))$

$$= 0,042 - \left(6,0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(5-14,4)\right)\right)}0,70576605\right)$$

$$+\left(6,0x10^{-4} + 1,7x10^{-4} \cdot e^{\left(3,7\,sin\left(\frac{\pi}{180}(5-14,4)\right)\right)}0,5\right)$$

$$= 0,042 - 0,0009262796 = 0,0410737204$$

sehingga diperoleh hasil berikut

$$L_5 \quad = L_4 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$= 0,664764404 + \frac{1}{6}(0,0411055064 + 2(0,0410896093)$$

$$+2(0,0410896154) + 0,0410737204)$$

$$= 0,7057660531$$

RIWAYAT HIDUP

Anisyah dilahirkan di Malang pada tanggal 16 Mei 1993, anak pertama dari empat bersaudara, pasangan Bapak Sugiyanto dan Ibu Saidah. Pendidikan dasarnya ditempuh di kampung halamannya di SD Negeri Klojen II Malang yang ditamatkan pada tahun 2005.

Pada tahun yang sama dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 6 Malang. Pada tahun 2008 dia menamatkan pendidikannya, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di SMK Negeri 3 Malang dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2011. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SBMPTN dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Anisyah
Nim : 12610092
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Analisis Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi.
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	21 Februari2016	Konsultasi Bab I & Bab II	1.
2.	23 Februari 2016	Konsultasi Agama Bab I & Bab II	2.
3.	23 Maret 2016	Revisi Bab I & Bab II	3.
4.	29 Maret 2016	Revisi Agama Bab I & II	4.
5.	07 April 2016	Konsultasi Bab III & Bab IV	5.
6.	21 April 2016	Revisi Bab III	6.
7.	16 Mei 2016	Revisi IV	7.
8.	23 Mei2016	Konsultasi Agama Bab III	8.
9.	10 Juni 2016	Revisi Agama Bab III	9.
10.	24 Juni 2016	ACC Keseluruhan	10.
11.	15 Agustus 2016	ACC Agama Keseluruhan	11.

Malang, 19 Agustus 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001