PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER *FUZZY* BILANGAN SEGITIGA DENGAN MENGGUNAKAN METODE CRAMER

SKRIPSI

OLEH
AFIDATUS SHOLICHAH
NIM. 12610058

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER *FUZZY* BILANGAN SEGITIGA DENGAN MENGGUNAKAN METODE CRAMER

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Afidatus Sholichah
NIM. 12610058

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER *FUZZY* BILANGAN SEGITIGA DENGAN MENGGUNAKAN METODE CRAMER

SKRIPSI

Oleh
Afidatus Sholichah
NIM. 12610058

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 9 Agustus 2016

Pembimbing I,

Evawati Alisah, M.Pd
NIP.19720604 199903 2 001

Pembimbing II,

Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP. 19630502 198703 1 005

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER *FUZZY* BILANGAN SEGITIGA DENGAN MENGGUNAKAN METODE CRAMER

SKRIPSI

Oleh
Afidatus Sholichah
NIM. 12610058

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 16 September 2016

Penguji Utama	: Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Ketua Penguji	: H.Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	: Evawati Alisah, M.Pd	....
Anggota Penguji	: Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Afidatus Sholichah
NIM	: 12610058
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Penyelesaian Sistem Persamaan Linier *Fuzzy* Bilangan Segitiga dengan Menggunakan Metode Cramer

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 9 Agustus 2016
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
TGL. 20
C6ADF362432090
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Afidatus Sholichah
NIM.12610058

MOTO

لاَ تَكُ غَافِلاً فَنَدَامَةُ العُقْبىَ لِمَنْ يَتَكاَسَلُ

Jangan lalai karena penyesalan itu bagi orang yang bermalas-malasan.

لاَ تُؤَخِّرْ عَمَلَكَ إِلىَ الغَدِ مَا تَقْدِرُ أَنْ تَعْمَلَهُ اليَوْمَ

Janganlah mengakhirkan pekerjaanmu hingga esok hari, yang kamu dapat mengerjakannya hari ini.

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada

Kedua orangtua saya bapak Tariman dan ibu Rochmina

yang telah memberikan *wejangan*, kasih sayang, tauladan, dan doa serta

keluarga penulis yang selalu memberi semangat

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, segala puja dan puji syukur bagi Allah Swt. atas limpahan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul "Penyelesaian Sistem Persamaan Linier *Fuzzy* Bilangan Segitiga dengan Menggunakan Metode Cramer".

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunannya, penulis banyak mendapat bimbingan serta arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberikan doa, arahan, nasihat, motivasi, serta berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Bapak dan ibu yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Seluruh mahasiswa di Jurusan Matematika angkatan 2012 khususnya Matematika B, terima kasih atas kenangan-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai cita-cita.
9. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap, semoga dalam skripsi ini ditemukan sesuatu yang memberikan manfaat bagi penulis dan pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Agustus 2016

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK

Sholichah, Afidatus. 2016. **Penyelesaian Sistem Persamaan Linier *Fuzzy* Bilangan Segitiga dengan Menggunakan Metode Cramer**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Evawati Alisah, M.Pd (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Kata Kunci: Sistem Persamaan Linier *Fuzzy* Segitiga, Metode Cramer, Operasi Aritmetika, Bilangan *Fuzzy*, Potongan-α.

Sistem persamaan linier *fuzzy* terdiri atas n variabel dan m persamaan. Sistem persamaan linier *fuzzy* dapat ditulis dalam bentuk matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ dengan A adalah matriks koefisien berupa bilangan real, $\tilde{X}$ adalah variabel bilangan *fuzzy* segitiga yang akan ditentukan nilainya dan $\tilde{Y}$ adalah konstanta bilangan *fuzzy* segitiga. Operasi aritmetika pada bilangan *fuzzy* menggunakan potongan-α yang berbentuk interval tertutup dengan menggunakan fungsi keanggotaan segitiga, karena bentuk ini sederhana dan sudah memenuhi syarat keanggotaan bilangan *fuzzy*, dan sudah mewakili representasi fungsi keanggotaan bentuk yang lainnya.

Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* segitiga dengan menggunakan metode Cramer. Metode Cramer adalah metode pencarian variabel bilangan *fuzzy* dengan menggunakan determinan. Langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* dengan metode Cramer adalah dengan merepresentasikan bilangan *fuzzy* segitiga dalam bentuk potongan-α, menghitung determinan dari matriks koefisien A dan matriks A_i , $i = 1,2, \ldots n$ yaitu matriks yang diperoleh dengan menggantikan anggota-anggota matriks koefisien a_{ij} pada kolom ke-j kemudian mengoperasikannya dengan menggunakan operasi aritmetika pada bilangan *fuzzy*. Penentuan hasil determinan pada sistem persamaan linier *fuzzy* segitiga dilakukan dengan merepresentasikan ulang bilangan *fuzzy* tersebut dengan potongan-α, sehingga didapatkan bilangan *fuzzy* baru sebagai selesaian dari sistem persamaan linier *fuzzy* segitiga. Sehingga selesaian menggunakan metode Cramer menunjukkan selesaian yang sama untuk bilangan *fuzzy* segitiga pada interval tertentu, dengan

$$(x_i)_\alpha = \frac{\det(A_i)_\alpha}{\det A} = \frac{\det\left([(A_i)_\alpha^-, (A_i)_\alpha^+]\right)}{\det A}$$

ABSTRACT

Sholichah, Afidatus. 2016. **Solution of Fuzzy Linear Equations System with Triangular Numbers by Using Cramer Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Evawati Alisah, M.Pd (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Keywords: Triangular Fuzzy Linear Equations System, Cramer Method, Aritmetic Operations, Fuzzy Number, α-Cut.

Fuzzy linear equation system consists of n variables and m equations. Fuzzy linear equation system can be written in matrix form $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ where A is the coefficient matrix in the form of a real number, $\tilde{X}$ is a variable triangular fuzzy numbers to be determined and $\tilde{Y}$ is a constant triangular fuzzy number. Arithmetic operations on fuzzy numbers using an α-cut in the form of closed interval using triangular membership function, because this form is simple and has been qualified for membership fuzzy numbers, and represented the membership functions for the other forms.

The purpose of the research is to describe the steps to solve triangular fuzzy linear equation system using Cramer method. The Cramer method is a method of determining fuzzy numbers variable by using determinants. Steps to solve fuzzy linear equations system using Cramer method is representing the triangular fuzzy numbers in α-cut calculating the determinant of a coeficient matrix A and matrix $A_i, i = 1,2, \dots, n$ namely matrix obtained by replacing the members of the coefficient matrix a_{ij} to the column j then operating it using arithmetic operations on fuzzy numbers. Determination of the determinant on triangular fuzzy system of linear equations is done by representing the fuzzy numbers with α-cut, so we get a new fuzzy numbers as the result of the solution of fuzzy linear equation system with triangular numbers. The result for triangular fuzzy number on certain intervals, with

$$(x_i)_\alpha = \frac{\det(A_i)_\alpha}{\det A} = \frac{\det\left([(A_i)_\alpha^-, (A_i)_\alpha^+]\right)}{\det A}$$

ملخص

صالحة، أفئدة. ٢٠١٦. حل نظام المعادلات الخطية الغامضة لأرقام المثلث بإستخدام طريقة Cramer. البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعةالإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) أفوتي أليسة الماجستيرة (٢) الدكتور الحاج امام سجرو الماجستير.

الكلمات الرئسية: نظم المعادلات الخطية الغامضة الثلاثية، طريقة Cramer، العمليات الحسابية، أرقام غامض، قطعه$-\alpha$.

يتكون نظام معادلة خطية الغامضة من n متغيرات m ومعادلات. نظام المعادلات الخطية الغامضة يمكن أن تكون مكتوبة في شكل مصفوفة $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ مع A هو مصفوفة معاملات في شكل العدد الحقيقي، $\tilde{X}$ هو المتغير الغامض الثلاثي التي سيتم تحديد قيمته و$\tilde{Y}$ هو ثوابت الأرقام الغامض الثلاثي. العمليات الحسابية على الأرقام غامض باستخدام قطعه$-\alpha$ التي تشكل فترة زمنية مغلقة باستخدام دالة عضوية الثلاثي، لأن هذا النموذج هو بسيط، وكانت مؤهلة للحصول على أرقام عضوية غامضة، ومثلت بالفعل على تمثيل دالة عضوية من الأشكال الأخرى.

الهدف لهذه الدراسة هو وصف الخطوات حلول النظام المعادلات الخطية الثلاثي الغامض باستخدام طريقة Cramer. طريقة Cramer هو طريقة بحث متغير أرقام غامض باستخدام المحددات مثل أن لديها حل فريد من نوعه. خطوات حل نظام المعادلات الخطية الغامض بطريقة Cramer هو تقديم الأرقام الغامض الثلاثي على شكل قطعه$-\alpha$ ، حساب المحدد للمصفوفة A ، ومن A_i والمصفوفة التي تم الحصول عليها عن طريق استبدال أعضاء معامل المصفوفة a_{ij} إلى العمود j ثم تعمل من خلال عملية جراحية الحساب على أرقام غامض.تحديد المحددات على نظام المعادلات الخطية به تمثل الأرقام غامض مع قطعه$-\alpha$، حتى نحصل على أرقام غامض جديدة كحل النظام المعادلات الخطية الغامضة الثلاثية. وأظهرت النتائج الحل باستخدام Cramer نفس الحل للأرقام غامض الثلاثي في كل من الثلاثي التماثل دالة عضوية أو التباين في فترات معينة.

$$(x_i)_\alpha = \frac{\det(A_i)_\alpha}{\det A} = \frac{\det([(A_i)_\alpha^-, (A_i)_\alpha^+])}{\det A}$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang mempunyai peran penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Perkembangan matematika relatif cepat sesuai dengan kebutuhan pengguna matematika salah satu materi matematika yang berkembang adalah logika. Istilah "logika" sering terdengar dalam kehidupan sehari-hari, yang biasanya diartikan "menurut akal". Logika adalah ilmu yang mempelajari secara sistematis kaidah-kaidah penalaran yang absah (*valid*) (Susilo, 2006:15).

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2004:1), logika adalah salah satu ilmu matematika yang sangat penting dan diperluas sebagai logika *fuzzy*. Logika *fuzzy* dikatakan sebagai logika baru yang lama, sebab ilmu tentang logika *fuzzy* modern dan metodis baru ditemukan beberapa tahun yang lalu. Padahal sebenarnya konsep tentang logika *fuzzy* sendiri sudah ada sejak lama. Secara umum logika *fuzzy* adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang *input* ke ruang *output*, sedangkan aplikasi logika *fuzzy* sudah mulai dirasakan dalam berbagai bidang. Salah satu aplikasi yang terpenting adalah untuk membantu manusia dalam melakukan pengambilan keputusan.

Logika *fuzzy* merupakan peningkatan dari logika tegas. Dalam logika tegas menyatakan bahwa segala sesuatu hanya dapat dinyatakan dalam dua nilai yaitu logika dwinilai, di mana setiap pernyataan mempunyai dua kemungkinan nilai, yaitu benar atau salah dan tidak kedua-duanya. Sedangkan pada logika *fuzzy* yaitu logika dengan tak hingga banyak nilai kebenaran yang dinyatakan dengan bilangan real dalam interval $[0, 1]$ (Susilo, 2006:133).

Fuzzy mempunyai arti sesuatu yang kabur atau tidak jelas, artinya bahwa yang bersifat *fuzzy* adalah makna dari kata/istilah yang menjadi objek. Suatu kata/istilah dikatakan *fuzzy* apabila kata/istilah tersebut tidak dapat didefinisikan secara tegas, dalam arti tidak dapat ditentukan secara tegas (benar atau salah) apakah suatu objek tertentu memiliki ciri/sifat yang diungkapkan oleh kata/istilah itu atau tidak. Meskipun telah disepakati mengenai makna dari suatu kata/istilah sehingga pada umumnya dapat berkomunikasi secara cukup memadai dengan menggunakan istilah tersebut, tetapi bagaimanapun pasti terdapat perbedaan pemaknaan terhadap istilah tersebut oleh masing-masing individu (Susilo, 2006:3).

Al-Quran telah menjelaskan bahwa sesuatu yang *fuzzy* terdapat dalam QS. Ali Imran ayat 7:

هُوَ الَّذِي أَنْزَلَ عَلَيْكَ الْكِتَبَ مِنْهُ ءَايَتٌ مُّحْكَمتٌ هُنَّ أُمُّالْكِتب وَأُخرُ مُتَشَبهتٌ فَأَمَّا آلّذِيْنَ فِى قُلُوبِهِمْ زَيْغٌ فَيَتَّبِعُونَ مَا تَشَبَهَ مِنْهُ آبْتِغَآءَالْفِتْنَةَ وَآبْتِغَآء تَأْوِيْلِهِ وَمَا يَعْلَمُ تَأْوِيْلَهُ إِلاَّ آللهُ وَالرَّسِخُونَ فِي آلعِلْمِ يَقُوْلُونَ ءَامَنَّا بِهِ كُلٌّ مِّنْ عِنْدِنَا وَمَا يَذَّكَّرُ إِلاَّ أُوْلُوا الأَلْبَبِ ﴿٧﴾

“Dia-lah yang menurunkan al-kitab (al-Quran) kepada kamu. Di antara (isi) nya ada ayat-ayat yang muhkamat, itulah pokok-pokok isi al-Quran dan yang lain (ayat-ayat) mutasyabihat. Adapun orang-orang yang dalam hatinya condong kepada kesesatan, maka mereka mengikuti sebagian ayat-ayat yang mutasyabihat darinya untuk menimbulkan fitnah untuk mencari-cari ta'wilnya, padahal tidak ada yang mengetahui ta'wilnya melainkan Allah. Dan orang-orang yang mendalam ilmunya berkata: “Kami beriman kepada ayat-ayat yang mutasyabihat, semuanya itu dari sisi Tuhan kami.” Dan tidak dapat mengambil pelajaran (darinya) melainkan orang-orang yang berakal” (QS. Ali Imran: 7).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa ada kalanya Allah memberikan sesuatu yang jelas dan ada pula yang belum jelas. Tingkat kejelasan suatu hal termasuk dalam pembahasan logika *fuzzy*, di mana antara hitam dan putih terdapat abu-abu yang memiliki tingkat keabu-abuan yang berbeda. Hal seperti ini diciptakan untuk dikaji, salah satunya dengan menggunakan logika *fuzzy*.

Logika *fuzzy* dikembangkan dalam dunia aljabar linier. Salah satu permasalahan yang sering dihadapi dalam bidang aljabar linier adalah persoalan untuk mencari selesaian dari suatu sistem persamaan linier yang hampir ditemukan dalam semua cabang ilmu pengetahuan. Secara umum sistem persamaan linier dapat ditulis dalam bentuk $AX = Y$ dengan $A = [a_{mn}]$ adalah matriks koefisien, $X = [x_n]$ adalah vektor kolom dari variabel-variabel tidak diketahui, dan $Y = [y_m]$ adalah vektor kolom dari konstanta. Ada berbagai macam koefisien dan konstanta dalam sistem persamaan linier, ada yang berbentuk bilangan real dan ada pula yang berbentuk bilangan *fuzzy* (Marzuki & Hasmita, 2014:166).

Dalam perkembangannya, terdapat penyelesaian sistem persamaan linier dengan menggunakan konstanta berupa bilangan *fuzzy* sehingga disebut sistem persamaan linier *fuzzy* dengan variabel dan konstanta adalah bilangan *fuzzy*. Bentuk umum dari sistem persamaan linier *fuzzy* dapat dinyatakan dalam bentuk $A\tilde{X} = \tilde{Y}$, di mana $\tilde{X}$ dan $\tilde{Y}$ adalah suatu bilangan *fuzzy* yang berada pada interval tertentu yang dinyatakan dengan fungsi keanggotaan segitiga, karena bentuk ini sederhana dan sudah memenuhi syarat keanggotaan bilangan *fuzzy*, dan sudah mewakili representasi fungsi keanggotaan bentuk yang lainnya (Marzuki & Hasmita, 2014:166).

Sistem persamaan linier *fuzzy* dapat diselesaikan dengan beberapa metode. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier *fuzzy* adalah metode Cramer. Metode Cramer merupakan salah satu metode pencarian variabel dengan menggunakan determinan. Dengan menggunakan metode Cramer maka selesaian yang diperoleh dari sistem persamaan linier *fuzzy* adalah selesaian tunggal jika determinan dari matriks koefisien tidak sama dengan nol. Berdasarkan uraian ini, maka penulis tertarik untuk menggunakan metode Cramer dalam menyelesaikan sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga, sehingga judul yang diangkat oleh penulis adalah "Sistem Persamaan Linier *Fuzzy* Bilangan Segitiga dengan Menggunakan Metode Cramer".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga dengan menggunakan metode Cramer?
2. Bagaimana kajian agama tentang konsep *fuzzy* dalam al-Quran dan al-Hadits?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang akan dicapai dalam penelitan ini adalah:

1. Mendeskripsikan langkah-langkah dan mengetahui hasil penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga dengan menggunakan metode Cramer.
2. Mengetahui kajian keagamaan tentang konsep *fuzzy* dalam al-Quran dan al-Hadits yang diintegrasikan dalam kehidupan sehari-hari.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi peneliti

Sebagai tambahan materi dalam melakukan penelitian dan penyusunan karya ilmiah dalam bentuk penelitian, serta media untuk mengaplikasikan ilmu matematika yang telah diterima dalam bidang keilmuannya.

2. Bagi lembaga

Sebagai tambahan bahan kepustakaan untuk dapat dijadikan sebagai sarana pengembangan wawasan keilmuan terutama bidang matematika.

3. Bagi pembaca

Sebagai bahan pembelajaran dan pengetahuan mengenai sistem persamaan linier *fuzzy* dan sebagai titik awal pembahasan yang dapat dilanjutkan atau lebih dikembangkan.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian adalah metode kepustakaan yaitu dengan mengumpulkan data dan informasi dari berbagai sumber seperti buku dan jurnal. Dalam prosesnya penulis menggunakan beberapa literatur yang berkaitan dengan sistem persamaan linier *fuzzy*.

Literatur utama yang digunakan dalam penelitian ini adalah buku yang berjudul "Himpunan Logika Kabur Serta Aplikasinya" yang ditulis oleh Frans Susilo (2006). Sedangkan sebagai literatur pendamping adalah jurnal yang berjudul "*A New Method for Solving Fuzzy Linear System*" yang ditulis oleh Khazerloo, S, dkk (2010) dan sumber lain yang berhubungan dengan *fuzzy*.

Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam membahas penelitian adalah:

1. Mendeskripsikan bentuk umum sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga.
2. Menyusun dan mendeskripsikan langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga menggunakan metode Cramer.
3. Memberikan beberapa contoh sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga beserta penyelesaiannya.
4. Membuktikan selesaian sistem persamaan linier *fuzzy* agar menjadi selesaian yang valid.

1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan dalam penelitian adalah sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan berisi latar belakang permasalahan, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka menjelaskan teori yang dikaji, yaitu memuat himpunan *fuzzy*, logika *fuzzy*, fungsi keanggotaan, bilangan *fuzzy*, operasi-operasi aritmetika pada bilangan *fuzzy*, potongan-α, dan sistem persamaan linier.

Bab III Pembahasan

Pembahasan berisi penjelasan sistem persamaan linier *fuzzy*, penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga dengan menggunakan metode Cramer serta kajian agama tentang linier *fuzzy* dalam pandangan Islam.

Bab IV Penutup

Penutup berisi kesimpulan dari hasil dan pembahasan yang telah dilakukan pada seluruh kajian dan beberapa saran yang berkaitan dengan hasil penelitian.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Logika *Fuzzy*

Logika adalah ilmu yang mempelajari secara sistematis aturan-aturan penalaran yang benar. Dalam dunia ilmu dikenal dengan dua macam penalaran, yaitu penalaran deduktif dan penalaran induktif. Penalaran deduktif adalah penalaran untuk menarik kesimpulan berdasarkan premis-premis yang diandaikan benar dengan mengikuti pola penalaran tertentu. Sedangkan penalaran induktif adalah penalaran untuk menarik kesimpulan yang berlaku umum berdasarkan sejumlah premis yang bersifat faktual (Susilo, 2006:15).

Fuzzy dalam bahasa diartikan sebagai sesuatu yang kabur atau samar-samar, artinya dalam suatu nilai dapat bernilai benar atau salah secara bersamaan. Dalam *fuzzy* dikenal derajat keanggotaan yang memiliki interval nilai 0 (nol) hingga 1 (satu). Dalam kehidupan sehari-hari istilah *fuzzy* mengandung arti ketidaktegasan, misalnya: tinggi, mahal, cantik, muda, kotor, dingin, cepat, dan sebagainya.

Logika *fuzzy* merupakan perluasan dari logika tegas. Logika tegas hanya mempunyai dua nilai kebenaran, yakni benar dan salah. Tetapi pada logika *fuzzy*, nilai kebenarannya memiliki derajat tertentu. Jika nilai derajat kebenaran suatu pernyataan logika adalah nol berarti pernyataan tersebut salah, dan jika nilai derajat kebenaran suatu pernyataan logika adalah satu maka pernyataan tersebut benar. Namun, jika nilai derajat kebenaran suatu pernyataan logika bernilai antara nol dan satu, maka pernyataan logika tersebut tidak mutlak benar melainkan nilai kebenarannya samar-samar sehingga logika *fuzzy* adalah logika dengan tak hingga banyak nilai kebenaran yang dinyatakan dalam interval $[0, 1]$ (Wati, 2004:55).

2.2 Himpunan *Fuzzy*

Himpunan adalah suatu kumpulan objek-objek (konkret maupun abstrak) yang mempunyai kesamaan sifat tertentu. Suatu himpunan terdefinisi secara tegas, dalam arti bahwa untuk setiap objek selalu dapat ditentukan secara tegas apakah objek tersebut merupakan anggota suatu himpunan atau tidak. Suatu himpunan A dalam semesta X dapat dinyatakan dengan fungsi karakteristik $\chi_A : X \to \{0, 1\}$, yang didefinisikan dengan aturan

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, \text{jika } x \in A \\ 0, \text{jika } x \notin A \end{cases}$$

untuk setiap $x \in X$ (Susilo, 2006:38).

Himpunan *fuzzy* adalah suatu himpunan yang keanggotaan dari setiap elemen tidak mempunyai batas yang tegas. Himpunan *fuzzy* didefinisikan dengan menggunakan fungsi yang menyatakan derajat kesesuaian unsur-unsur dalam semestanya dengan konsep yang merupakan syarat keanggotaan himpunan tersebut. Fungsi tersebut dinamakan fungsi keanggotaan dan nilai fungsi disebut derajat keanggotaan. Derajat keanggotaan dinyatakan dengan suatu bilangan real dalam interval tertutup $[0, 1]$. Fungsi keanggotaan suatu himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ dalam semesta X adalah pemetaan $\mu_{\tilde{A}}$ dari X ke interval $[0, 1]$, yaitu $\mu_{\tilde{A}} : X \to [0, 1]$. Nilai fungsi $\mu_{\tilde{A}}(x)$ menyatakan derajat kenggotaan unsur $x \in X$ dalam himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$. Nilai fungsi sama dengan 1 menyatakan anggota penuh, dan nilai fungsi sama dengan 0 menyatakan bukan anggota himpunan *fuzzy* tersebut (Susilo, 2006:50).

Secara matematis suatu himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ dalam semesta X dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$$

di mana $\mu_{\tilde{A}}$ adalah fungsi keanggotaan dari himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X ke interval $[0, 1]$. Apabila semesta X adalah himpunan yang kontinu, maka himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ dinyatakan dengan

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

di mana lambang $\int$ bukan lambang integral seperti yang dikenalkan pada kalkulus, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$. Apabila semesta X adalah himpunan yang diskret, maka himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ dinyatakan dengan

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

di mana lambang Σ tidak melambangkan operasi penjumlahan seperti yang dikenal dalam aritmetika, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$.

Contoh 2.1: Dalam semesta himpunan semua bilangan real $\mathbb{R}$, misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan ”bilangan real yang dekat dengan nol”, maka himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ tersebut dapat dinyatakan sebagai

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \frac{e^{-x^2}}{x}$$

Contoh 2.2: Dalam semesta $X = \{-5, -4, -3, -2, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ dalam Contoh 2.1 di atas dapat dinyatakan sebagai

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

$$= 0{,}1/-4 + 0{,}3/-3 + 0{,}5/-2 + 0{,}7/-1 + 1/0 + 0{,}7/1 + 0{,}5/2 + 0{,}3/3 + 0{,}1/4$$

Bilangan -5 dan 5 mempunyai derajat keanggotaan 0 yang biasanya tidak ditulis dalam penyajian himpunan *fuzzy* diskret seperti di atas (Susilo, 2006:51-52).

2.3 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik *input* data ke dalam nilai keanggotaannya (derajat keanggotaan) yang mempunyai interval 0 sampai 1. Salah satu cara yang digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah melalui pendekatan fungsi (Kusumadewi & Purnomo, 2004:8).

Setiap himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan suatu fungsi keanggotaan. Terdapat beberapa cara untuk menyatakan himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaannya. Untuk semesta hingga diskret menggunakan cara mendaftar anggota semesta bersama dengan derajat keanggotaannya. Untuk semesta tak hingga kontinu, menggunakan cara analitik untuk mempresentasikan fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* yang bersangkutan dalam suatu formula matematis yang dapat disajikan dalam bentuk grafik (Susilo, 2006:55).

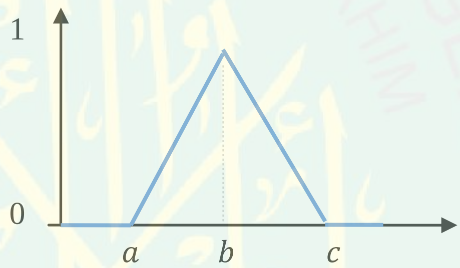
Menurut Susilo (2006:57), himpunan *fuzzy* berada dalam semesta himpunan semua bilangan real dengan fungsi keanggotaan yang dinyatakan dalam bentuk suatu formula matematis, antara lain sebagai berikut:

2.3.1 Fungsi Keanggotaan Segitiga

Suatu fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan fungsi keanggotaan segitiga jika mempunyai tiga parameter, yaitu $a, b, c \in \mathbb{R}$ dengan $a < b < c$ dan dinyatakan dengan $segitiga\ (x; a, b, c)$ dengan a indeks *fuzzy* kiri, b indeks *fuzzy* pusat dan c indeks *fuzzy* kanan dengan aturan:

$$segitiga(x; a, b, c) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, \text{untuk } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, \text{untuk } b \leq x \leq c \\ 0, \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Gambar 2.1 memperlihatkan fungsi keanggotaan $segitiga\ (x; a, b, c)$

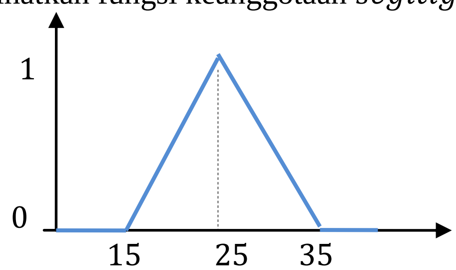


Gambar 2.1 Grafik Fungsi Keanggotaan $Segitiga\ (x; a, b, c)$

Contoh 2.3: Himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan $segitiga$ $(x;\ 15, 25, 35)$,

$$segitiga(x;\ 15, 25, 35) = \begin{cases} \frac{x-15}{10}, \text{untuk } 15 \leq x \leq 25 \\ \frac{35-x}{10}, \text{untuk } 25 \leq x \leq 35 \\ 0, \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Gambar 2.2 memperlihatkan fungsi keanggotaan $segitiga\ (x;\ 15, 25, 35)$



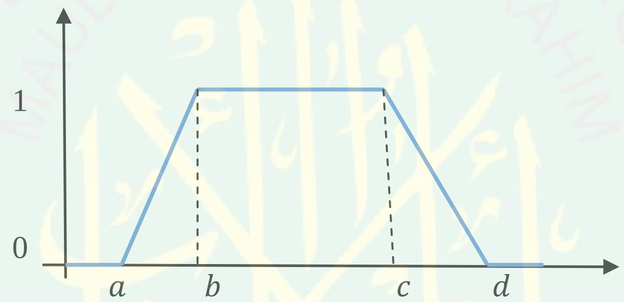
Gambar 2.2 Grafik Fungsi Keanggotaan $Segitiga\ (x;\ 15, 25, 35)$

2.3.2 Fungsi Keanggotaan Trapesium

Suatu fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* disebut fungsi keanggotaan trapesium jika mempunyai empat parameter, yaitu $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ dengan $a < b < c < d$ dan dinyatakan dengan $trapesium\ (x;\ a, b, c, d)$ dengan aturan:

$$trapesium(x; a, b, c, d) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, \text{ untuk } a \leq x \leq b \\ 1, \text{ untuk } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, \text{ untuk } c \leq x \leq d \\ 0, \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

Gambar 2.3 memperlihatkan fungsi keanggotaan $trapesium\ (x;\ a, b, c, d)$

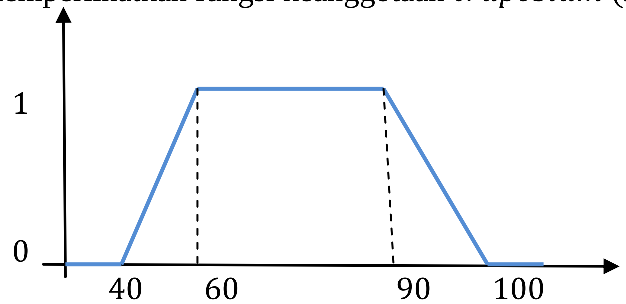


Gambar 2.3 Grafik Fungsi Keanggotaan $Trapesium\ (x; a, b, c, d)$

Contoh 2.4: Himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan $trapesium\ (x;\ 40, 60, 90, 100)$, sehingga

$$trapesium(x; a, b, c, d) = \begin{cases} \frac{x-40}{20}, \text{ untuk } 40 \leq x \leq 60 \\ 1, \text{ untuk } 60 \leq x \leq 90 \\ \frac{100-x}{10}, \text{ untuk } 90 \leq x \leq 100 \\ 0, \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

Gambar 2.4 memperlihatkan fungsi keanggotaan $trapesium\ (x;\ 40, 60, 90, 100)$



Gambar 2.4 Grafik Fungsi Keanggotaan $Trapesium\ (x; 40, 60, 90, 100)$

2.4 Potongan-α dari Himpunan *fuzzy*

Potongan-α merupakan himpunan bagian tegas dalam himpunan semesta dengan α adalah suatu bilangan dalam interval tertutup $[0,1]$. Untuk suatu bilangan $\alpha \in [0,1]$, potongan-α dari suatu himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$, yang dilambangkan dengan A_α adalah himpunan tegas yang memuat semua elemen dari semesta dengan derajat keanggotaan dalam $\tilde{A}$ yang lebih besar atau sama dengan α, yaitu

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

sedangkan potongan-α kuat dari himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ adalah himpunan tegas

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$$

(Susilo, 2006:73).

Teorema berikut memperlihatkan bahwa suatu himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan menggunakan potongan-α nya

Teorema 2.1 (Teorema Dekomposisi)

Jika A_α adalah potongan-α dari himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ dalam semesta X dan $\tilde{A}_\alpha$ adalah himpunan *fuzzy* dalam X dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}_\alpha}(x) = \alpha\chi_{A_\alpha}(x)$ di mana χ_{A_α} adalah fungsi karakteristik dari himpunan A_α, maka $\tilde{A} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \tilde{A}_\alpha$.

Bukti:

Ambil sebarang $x \in X$ dan misalkan $\mu_{\tilde{A}}(x) = a$. Untuk setiap $\alpha \in [0, a]$, $\mu_{\tilde{A}}(x) = a \geq \alpha$ yang berarti $x \in A_\alpha$, sehingga $\mu_{\tilde{A}_\alpha}(x) = \alpha$. Sedangkan untuk setiap $\alpha \in (a, 1], \mu_{\tilde{A}}(x) = a < \alpha$, yang berarti $x \notin A_\alpha$, sehingga $\mu_{\tilde{A}_\alpha}(x) = 0$. Maka

$$\mu \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \tilde{A}_\alpha (x) = \sup_{\alpha\in[0,1]} \mu_{\tilde{A}_\alpha}(x)$$

$$= \max\{\sup_{\alpha\in[0,a]} \mu_{\tilde{A}_\alpha}(x), \sup_{\alpha\in[a,1]} \mu_{\tilde{A}_\alpha}(x)\}$$

$$= \sup_{\alpha\in[0,a]} \alpha$$

$$= a$$

$$= \mu_{\tilde{A}}(x)$$

untuk setiap $x \in X$. Jadi $\tilde{A} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \tilde{A}_\alpha$ (Susilo,200:75).

Berdasarkan Teorema Dekomposisi tersebut, suatu himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan menggunakan potongan-α. Maka dapat merampatkan suatu sifat pada himpunan tegas menjadi sifat pada himpunan *fuzzy* melalui representasi potongan-α dengan mempersyaratkan bahwa sifat tersebut dipenuhi oleh semua potongan-α dari himpunan *fuzzy* yang bersangkutan (Susilo, 2006:76).

2.5 Bilangan *Fuzzy*

Bilangan *fuzzy* merupakan perluasan konsep dari bilangan tegas. Misalkan $n \in \mathbb{R}$, jika direpresentasikan dalam himpunan *fuzzy*, maka n mempunyai derajat keanggotaan 1. Misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan *fuzzy* pada $\mathbb{R}$. $\tilde{A}$ disebut bilangan *fuzzy* jika memenuhi syarat-syarat sebagai berikut:

1. $\tilde{A}$ merupakan himpunan *fuzzy* normal.
2. A_α tertutup pada interval untuk semua $\alpha \in [0, 1]$.
3. Pendukung dari $\tilde{A}$ dan A_α merupakan himpunan terbatas (Klir & Yuan, 1995:97).

Secara formal bilangan *fuzzy* didefinisikan sebagai himpunan *fuzzy* dalam semesta $\mathbb{R}$ yang memenuhi empat sifat berikut:

1. Normal.
2. Mempunyai pendukung yang terbatas.
3. Semua potongan-α nya adalah interval tertutup di $\mathbb{R}$.
4. Konveks.

Suatu bilangan *fuzzy* bersifat normal, karena terdapat salah satu elemen dalam himpunan *fuzzy* yang nilainya sama dengan 1. Untuk ketiga sifat lainnya diperlukan dalam mendefinisikan operasi aritmetika pada bilangan *fuzzy*. Pada sifat keempat adalah suatu himpunan *fuzzy* yang dinyatakan dengan fungsi keanggotaan menggunakan grafik yang bersifat konveks.

Bilangan *fuzzy* yang banyak diaplikasikan adalah bilangan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan segitiga, sehingga disebut dengan bilangan *fuzzy* segitiga, dan bilangan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan trapesium, sehingga disebut bilangan *fuzzy* trapesium. Kedua jenis bilangan *fuzzy* ini memenuhi keempat sifat bilangan *fuzzy* (Susilo, 2006:111-112).

Bilangan *fuzzy* dapat didefinisikan dengan menggunakan potongan-α yang dapat dinyatakan sebagai pasangan terurut (x_α^-, x_α^+), dengan memenuhi:

1. x_α^- adalah fungsi terbatas di kiri, kontinu, dan monoton naik pada $[0, 1]$.
2. x_α^+ adalah fungsi terbatas di kanan, kontinu, dan monoton turun pada $[0, 1]$.
3. $x_\alpha^- \leq x_\alpha^+$, $0 \leq \alpha \leq 1$ (Khazerloo, dkk, 2010:98).

2.6 Operasi-Operasi pada Bilangan *Fuzzy*

Operasi-operasi aritmetika bilangan *fuzzy* dapat dinyatakan dengan menggunakan interval tertutup. Misalkan $[a, b]$ dan $[c, d]$ adalah dua interval tertutup di $\mathbb{R}$. Operasi-operasi pada kedua interval tersebut didefinisikan sebagai berikut:

1. Penjumlahan: $[a,b]+[c,d]= [a+c,b+d]$.
2. Pengurangan: $[a,b]- [c,d]=[a-d,b-c]$.
3. Perkalian: $[a,b] \cdot [c,d] = [min\{ac,ad,bc,bd\},max\{ac,ad,bc,bd\}]$.
4. Pembagian: $\frac{[a,b]}{[c,d]} = \left[min\left\{\frac{a}{c},\frac{a}{d},\frac{b}{c},\frac{b}{d}\right\},max\left\{\frac{a}{c},\frac{a}{d},\frac{b}{c},\frac{b}{d}\right\}\right]$ untuk $0 \notin [c,d]$.

Pembagian interval $\frac{[a,b]}{[c,d]}$ tidak didefinikan untuk $0 \in [c,d]$ (Susilo, 2006:117).

Berdasarkan definisi operasi aritmetika pada interval tertutup tersebut, maka operasi aritmetika pada bilangan *fuzzy* juga dapat didefinisikan dengan potongan-α. Misalkan $\tilde{x}$ dan $\tilde{y}$ adalah bilangan-bilangan *fuzzy* dengan potongan-α berturut-turut $x_\alpha=(x_\alpha^-,x_\alpha^+)$ dan $y_\alpha=(y_\alpha^-,y_\alpha^+)$. Operasi aritmetika dengan potongan-α tersebut didefinisikan sebagai berikut:

1. Penjumlahan bilangan *fuzzy* $\tilde{x}$ dan $\tilde{y}$ dinotasikan dengan $\tilde{x}+\tilde{y}$ dirumuskan dengan

$$x+y=(x_\alpha^-+y_\alpha^-,x_\alpha^++y_\alpha^+)$$

dan dengan potongan-α

$$(x+y)_\alpha=[x_\alpha^-+y_\alpha^-,x_\alpha^++y_\alpha^+],\alpha\in[0,1]$$

2. Pengurangan bilangan *fuzzy* $\tilde{x}$ dan $\tilde{y}$ dinotasikan dengan $\tilde{x}-\tilde{y}$ dirumuskan dengan

$$x-y=(x_\alpha^--y_\alpha^+,x_\alpha^+-y_\alpha^-)$$

dan dengan potongan-α

$$(x-y)_\alpha=[x_\alpha^--y_\alpha^+,x_\alpha^+-y_\alpha^-],\alpha\in[0,1]$$

3. Perkalian skalar, jika diberikan $k \in \mathbb{R}$ maka perkalian skalar k dengan bilangan *fuzzy* $\tilde{x}$ dinotasikan $k\tilde{x}$, dirumuskan dengan

$$kx = \begin{cases} (kx_\alpha^-, kx_\alpha^+), & k > 0 \\ (kx_\alpha^+, kx_\alpha^-), & k < 0 \end{cases}$$

dan

$$(kx)_\alpha = [min\{(kx_\alpha^-, kx_\alpha^+)\}, max\ \{(kx_\alpha^-, kx_\alpha^+)\}]$$

Pada khususnya, jika $k = -1$, maka

$$-x = (-x_\alpha^+, -x_\alpha^-)$$

dan dengan potongan-α

$$(-x)_\alpha = (-x_\alpha^+, -x_\alpha^-), \alpha \in [0, 1]$$

4. Perkalian bilangan *fuzzy* $\tilde{x}$ dan $\tilde{y}$ dinotasikan dengan $\tilde{x} \cdot \tilde{y}$ dirumuskan dengan

$$x \cdot y = \left((x_\alpha^- y_\alpha^-, x_\alpha^+ y_\alpha^+)\right)$$

dan dengan potongan-α

$(x \cdot y)_\alpha$

$= [min\{x_\alpha^- y_\alpha^-, x_\alpha^- y_\alpha^+, x_\alpha^+ y_\alpha^-, x_\alpha^+ y_\alpha^+\}, max\{x_\alpha^- y_\alpha^-, x_\alpha^- y_\alpha^+, x_\alpha^+ y_\alpha^-, x_\alpha^+ y_\alpha^+\}]$

untuk setiap $a \in [0, 1]$.

5. Pembagian bilangan *fuzzy* $\tilde{x}$ dan $\tilde{y}$ dinotasikan dengan $\frac{\tilde{x}}{\tilde{y}}$ dirumuskan jika $0 \notin [y_\alpha^-, y_\alpha^+]$ maka

$$\frac{x}{y} = \left(\left(\frac{x}{y}\right)_\alpha^-, \left(\frac{x}{y}\right)_\alpha^+\right)$$

dan dengan potongan-α

$$\left(\frac{x}{y}\right)_\alpha = min\left\{\frac{x_\alpha^-}{y_\alpha^-}, \frac{x_\alpha^-}{y_\alpha^+}, \frac{x_\alpha^+}{y_\alpha^-}, \frac{x_\alpha^+}{y_\alpha^+}\right\}, max\left\{\frac{x_\alpha^-}{y_\alpha^-}, \frac{x_\alpha^-}{y_\alpha^+}, \frac{x_\alpha^+}{y_\alpha^-}, \frac{x_\alpha^+}{y_\alpha^+}\right\}$$

untuk setiap $a \in [0, 1]$ (Khazerloo, 2010:98-99).

2.7 Sistem Persamaan Linier

Bentuk umum persamaan linier adalah

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = y$$

dengan

$a_1, a_2, \dots, a_n$ adalah koefisien

$x_1, x_2, \dots, x$ adalah variabel yang tidak diketahui

y adalah suku konstan

Selesaian persamaan linier adalah sehimpunan bilangan terurut. jika disubstitusikan ke dalam persamaan linier maka menjadi valid. Sebagai contoh, penyelesaian persamaan linier dari $2x - 3y + z = 5$ adalah $\{x = 1, y = 2, z = 9\}$ (Imrona, 2012:28).

Sistem persamaan linier adalah sebuah himpunan berhingga dari persamaaan-persamaan linier dalam variabel-variabel $x_1, x_2, \dots, x_n$ dan sebuah urutan bilangan $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ merupakan suatu selesaian sistem tersebut jika $x_1 = s_1, x_2 = s_2, x_3 = s_3, \dots, x_n = s_n$ merupakan selesaian masing-masing persamaan pada sistem tersebut. Tidak semua sistem persamaan linier mempunyai selesaian. Suatu sistem persamaan yang tidak mempunyai selesaian dinamakan tak-konsisten, dan jika terdapat sedikitnya satu selesaian, maka sistem tersebut dinamakan konsisten. Suatu sistem persamaan linier yang terdiri dari m persamaan linier dengan n variabel dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = y_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = y_m \end{gathered}$$

dengan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah variabel dan a dan b menyatakan konstanta (Anton, 2000:19).

2.8 Metode Cramer

Teorema 2.3

Jika $AX = Y$ merupakan suatu sistem persamaan linier m dalam n variabel sedemikian sehingga $\det(A) \neq 0$, maka metode Cramer pada sistem tersebut mempunyai suatu selesaian yang tunggal. Selesaian ini adalah

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \ldots, x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

Bukti. Jika $\det(A) \neq 0$ maka suatu matriks A mempunyai invers, sehingga suatu sistem persamaan linier $X = A^{-1}Y$ adalah selesaian tunggal dari $AX = Y$. Sehingga,

$$X = A^{-1}Y = \frac{1}{\det(A)} adj\ (A)Y = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

dengan $\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$ adalah matriks kofaktor A, sehingga matriks ini dinamakan adjoin A yang dinyatakan dengan $adj(A)$. Dengan mengalikan matriks-matriks ini, maka diperoleh

$$X = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} C_{11}y_1 & C_{12}y_2 & \cdots & C_{1n}y_n \\ C_{21}y_1 & C_{22}y_2 & \cdots & C_{2n}y_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{n1}y_1 & C_{n2}y_2 & \cdots & C_{nn}y_n \end{bmatrix}$$

Misalkan

$$A_j = \begin{bmatrix} a_{1(j-1)} & y_1 & a_{1(j+1)} \\ a_{2(j-1)} & y_2 & a_{2(j+1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n(j-1)} & y_n & a_{n(j+1)} \end{bmatrix}$$

karena A_j berbeda dari A hanya pada kolom ke-j maka kofaktor dari entri-entri $y_1, y_2, \dots, y_n$ dalam A_j adalah sama seperti kofaktor dari entri-entri yang bersesuaian dalam kolom ke-j dari A. Ekspansi kofaktor $\det(A)$ sepanjang kolom ke-j dengan demikian adalah

$$\det(A_j) = C_{1j}y_1 + C_{1j}y_2 + \cdots + C_{nj}y_n$$

sehingga,

$$x_j = \frac{\det(A_j)}{\det(A)}, \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n \text{ dengan } \det(A) \neq 0$$

(Anton, 2000:144).

Penyelesaian sistem persamaan linier 2 variabel 2 persamaan dengan menggunakan metode Cramer sebagai berikut:

Diberikan sistem persamaan linier

$$a_1x_1 + b_1x_2 = y_1$$

$$a_2x_1 + b_1x_2 = y_2$$

Untuk menentukan x_1 dan x_2 dengan menggunakan metode eliminasi x_1 dan x_2 maka

eliminasi x_2

$$\begin{array}{l|l} a_1x_1 + b_1x_2 = y_1 & b_2 \\ a_2x_1 + b_2x_2 = y_2 & b_1 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} a_1b_2x_1 + b_1b_2x_2 = b_2y_1 \\ a_2b_1x_1 + b_1b_2x_2 = b_1y_2 \\ \hline (a_1b_2 - a_2b_1)x_1 = (b_2y_1 - b_1y_2) \end{array} -$$

$$x_1 = \frac{b_2y_1 - b_1y_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} y_1 & b_1 \\ y_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

$$x_1 = \frac{D_{x_1}}{D}$$

dengan D adalah determinan dari matriks koefisien dan D_{x_1} adalah determinan x_1 dengan mengganti matriks koefisien pada kolom pertama dengan konstantanya.

eliminasi x_1

$$\begin{array}{l|l} a_1x_1 + b_1x_2 = y_1 & a_2 \\ a_2x_1 + b_2x_2 = y_2 & a_1 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} a_1a_2x_1 + a_2b_1x_2 = a_2y_1 \\ a_1a_2x_1 + a_1b_2x_2 = a_1y_2 \\ \hline (a_2b_1 - a_1b_2)x_2 = (a_2y_1 - a_1y_2) \end{array} -$$

$$x_2 = \frac{a_2y_1 - a_1y_2}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & y_1 \\ a_2 & y_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

$$x_2 = \frac{D_{x_2}}{D}$$

dengan D adalah determinan dari matriks koefisien dan D_{x_2} adalah determinan x_2 dengan mengganti matriks koefisien pada kolom kedua dengan konstantanya.

2.9 Persamaan *Fuzzy*

Persamaan *fuzzy* merupakan suatu persamaan dengan konstanta bilangan *fuzzy* yang berparameter tertentu pada interval tertentu. Misalkan diketahui suatu persamaan dengan koefisien a adalah bilangan real dengan variabel yang akan ditentukan $\tilde{x}$ adalah bilangan *fuzzy*, dan suatu konstanta $\tilde{y}$ adalah bilangan *fuzzy*, sehingga dapat ditulis sebagai $a\tilde{x} = \tilde{y}$. Untuk menyelesaikan persamaan *fuzzy* tersebut dengan menggunakan potongan-α dari $\tilde{x}$ dan $\tilde{y}$ secara berturut-turut adalah $x_\alpha = [x_\alpha^-, x_\alpha^+]$ dan $y_\alpha = [y_\alpha^-, y_\alpha^+]$ untuk setiap $\alpha \in [0, 1]$.

Persamaan *fuzzy* dinyatakan dengan potongan-α, sehingga $a([x_\alpha^-, x_\alpha^+]) = [y_\alpha^-, y_\alpha^+]$ untuk setiap $\alpha \in [0,1]$, operasi aritmetika pada bilangan *fuzzy* dan bilangan skalar adalah

untuk $a \geq 0$ maka $a([x_\alpha^-, x_\alpha^+]) = (ax_\alpha^-, ax_\alpha^+)$

dan untuk $a < 0$ maka $a([x_\alpha^-, x_\alpha^+]) = (ax_\alpha^+, ax_\alpha^-)$

Jadi, $a(x_\alpha^-) = y_\alpha^-$ dan $a(x_\alpha^+) = y_\alpha^+$, sehingga $x_\alpha^- = \frac{y_\alpha^-}{a}$ dan $x_\alpha^+ = \frac{y_\alpha^+}{a}$. Selesaian dari persamaan $a\tilde{x} = \tilde{y}$ adalah $x_\alpha = [x_\alpha^-, x_\alpha^+] = \left[\frac{y_\alpha^-}{a}, \frac{y_\alpha^+}{a}\right]$.

Contoh 2.5: Diketahui persamaan *fuzzy* $2\tilde{x} = \tilde{6}$. Misalkan bilangan *fuzzy* $\tilde{6}$ mempunyai fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* segitiga dengan $\tilde{6} = segitiga(x;\ 4,6,8)$, sehingga

$$\mu_{\tilde{6}} = segitiga(x;\ 4,6,8) = \begin{cases} \frac{x-4}{2}, \text{ untuk } 4 \leq x \leq 6 \\ \frac{8-x}{2}, \text{ untuk } 6 \leq x \leq 8 \\ 0, \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

Untuk suatu $\alpha \in [0,1]$ maka $\alpha = \mu_{\tilde{6}}(6_\alpha^-) = \mu_{\tilde{6}}(6_\alpha^+)$ yaitu

$$\alpha = \frac{6_\alpha^- - 4}{2} = \frac{8 - 6_\alpha^+}{2}$$

sehingga $6_\alpha^- = 2\alpha + 4$ dan $6_\alpha^+ = 8 - 2\alpha$. Jadi, potongan-α dari $\tilde{6}$ adalah $6_\alpha = [2\alpha + 4, 8 - 2\alpha]$

Potongan-α dari persamaan *fuzzy* $2\tilde{x} = \tilde{6}$ adalah $2([x_\alpha^-, x_\alpha^+]) = 2([6_\alpha^-, 6_\alpha^+])$ maka $2([x_\alpha^-, x_\alpha^+]) = [2\alpha + 4, 8 - 2\alpha]$ sehingga untuk menentukan $x_\alpha = [x_\alpha^-, x_\alpha^+] = \left[\frac{6_\alpha^-}{2}, \frac{6_\alpha^+}{2}\right]$

$$x_\alpha^- = \frac{6_\alpha^-}{2} = \frac{2\alpha + 4}{2} = \alpha + 2$$

$$x_\alpha^+ = \frac{6_\alpha^+}{2} = \frac{8-2\alpha}{2} = 4-\alpha$$

Jadi, $x_\alpha = [x_\alpha^-, x_\alpha^+] = [\alpha+2, 4-\alpha]$, sehingga mempunyai fungsi keanggotaan segitiga

$$\mu_{\tilde{x}} = \begin{cases} x-2, \text{untuk } 2 \le x \le 3 \\ 4-x, \text{untuk } 3 \le x \le 4 \\ \quad 0, \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Jadi, selesaian persamaan *fuzzy* $2\tilde{x} = \tilde{6}$ adalah $\tilde{x} = segitiga(x;\ 2,3,4) = \tilde{3}$

2.10 Sistem Persamaan Linier *Fuzzy*

Sistem persamaan linier *fuzzy* adalah himpunan berhingga dari persamaaan-persamaan linier *fuzzy* dalam variabel $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$ adalah bilangan *fuzzy* dan konstantanya merupakan bilangan *fuzzy* yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{gathered} a_{11}\tilde{x}_1 + a_{12}\tilde{x}_2 + \cdots + a_{1n}\tilde{x}_n = \tilde{y}_1 \\ a_{21}\tilde{x}_1 + a_{22}\tilde{x}_2 + \cdots + a_{2n}\tilde{x}_n = \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ a_{n1}\tilde{x}_1 + a_{n2}\tilde{x}_2 + \cdots + a_{nn}\tilde{x}_n = \tilde{y}_n \end{gathered}$$

dengan $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$ adalah variabel dengan bilangan *fuzzy* segitiga, $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n$ adalah konstanta dengan bilangan *fuzzy* segitiga dan $a_{i,j}$ adalah koefisien dari variabel berupa bilangan real untuk $1 \le i \le n, 1 \le j \le n$) (Khazerloo, dkk, 2010:100).

Bilangan *fuzzy* $\tilde{x}$ dan $\tilde{y}$ dapat dinyatakan dengan menggunakan potongan-α dengan fungsi keanggotaan bilangan segitiga. Potongan-α dinyatakan sebagai pasangan terurut (x_α^-, x_α^+), dengan x_α^- adalah fungsi terbatas di kiri, kontinu, dan monoton naik pada $[0, 1]$ dan x_α^+ adalah fungsi terbatas di kanan, kontinu, dan monoton turun pada $[0,1]$. Sehingga sistem persamaan linier *fuzzy* dengan potongan-α adalah

$$
\begin{gathered}
a_{11}((x_1)^-_\alpha,(x_1)^+_\alpha)+a_{12}((x_2)^-_\alpha,(x_2)^+_\alpha)+\ \ldots+a_{1n}((x_n)^-_\alpha,(x_n)^+_\alpha)=((y_1)^-_\alpha,(y_1)^+_\alpha)\\
a_{21}((x_1)^-_\alpha,(x_1)^+_\alpha)+a_{22}((x_2)^-_\alpha,(x_2)^+_\alpha)+\cdots+a_{2n}((x_n)^-_\alpha,(x_n)^+_\alpha)=((y_2)^-_\alpha,(y_2)^+_\alpha)\\
\vdots\\
a_{n1}((x_1)^-_\alpha,(x_1)^+_\alpha)+a_{n2}((x_2)^-_\alpha,(x_2)^+_\alpha)+\cdots+a_{nn}((x_n)^-_\alpha,(x_n)^+_\alpha)=((y_n)^-_\alpha,(y_n)^+_\alpha)
\end{gathered}
$$

Sistem persamaan linier *fuzzy* juga dapat dinyatakan dalam bentuk matriks $A\tilde{X}=\tilde{Y}$ di mana $A=a_{ij}, 1\le i,j\le n,$ adalah sebuah matriks dari bilangan real dengan ukuran $n\times n$, $\tilde{X}=(\tilde{x}_i)$, $1\le i\le n$ adalah vektor dari bilangan *fuzzy* yang tidak diketahui nilainya, dan $\tilde{Y}=(\tilde{y}_j)$, $1\le j\le n$ adalah vektor kolom bilangan *fuzzy* atau dapat ditulis dengan

$$
A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}, \tilde{X}=\begin{bmatrix}\tilde{x}_1\\ \tilde{x}_2\\ \vdots\\ \tilde{x}_n\end{bmatrix} \text{ dan } \tilde{Y}=\begin{bmatrix}\tilde{y}_1\\ \tilde{y}_2\\ \vdots\\ \tilde{y}_n\end{bmatrix}
$$

dan bilangan *fuzzy* $\tilde{x}$ dan $\tilde{y}$ dengan potongan-α nya adalah

$$
\tilde{X}=\begin{bmatrix}\tilde{x}_1\\ \tilde{x}_2\\ \vdots\\ \tilde{x}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(x_1)^-_\alpha,(x_1)^+_\alpha\\ (x_2)^-_\alpha,(x_2)^+_\alpha\\ \vdots\\ (x_n)^-_\alpha,(x_n)^+_\alpha\end{bmatrix} \text{ dan } \tilde{Y}=\begin{bmatrix}\tilde{y}_1\\ \tilde{y}_2\\ \vdots\\ \tilde{y}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(y_1)^-_\alpha,(y_1)^+_\alpha\\ (y_2)^-_\alpha,(y_2)^+_\alpha\\ \vdots\\ (y_n)^-_\alpha,(y_n)^+_\alpha\end{bmatrix}
$$

(Khazerloo, dkk, 2010:101).

2.11 Kajian Keagamaan

2.11.1 Konsep Linier dalam Al-Quran

Istilah linier mengandung makna lurus. Dalam kehidupan, hakekatnya hidup itu harus lurus sesuai dengan perintah Allah yang telah dijelaskan dalam al-Quran, sebagaimana tertera dalam surat al-Bayyinah ayat 5

وَمَا أُ مِرُوْٓاْإِلاَّ لِيَعْبُدُوْاْ آللهَ مُخْلِصِيْنَ لَهُ الدِّيْنَ حُنَفَآءَ وَيُقِيْمُوْاْ آلصَّلَوةِ وَيُؤْتُواْ آلزَّكوةِ، وَذَلِكَ دِيْنُ آلْقَيِّمَةِ ﴿٥﴾

"Padahal mereka tidak disuruh kecuali supaya menyembah Allah dengan memurnikan ketaatan kepada-Nya dalam (menjalankan) agama yang lurus, dan supaya mereka mendirikan shalat dan menunaikan zakat dan yang demikian itulah agama yang lurus." (QS. al-Bayyinah: 5).

Konsep kelinieran juga terdapat pada surat Fushshilat ayat 46

مَّنْ عَمِلَ صَلِحاً فَلِنَفْسِهِ وَمَنْ أَسَآءَ فَعَلَيْهَا وَمَارَبُّكَ بِظَلَّمٍ لِّلْعَبِيْدِ ﴿٤٦﴾

"Barangsiapa yang mengerjakan amal yang saleh maka (pahalanya) untuk dirinya sendiri dan barangsiapa mengerjakan perbuatan jahat, maka (dosanya) untuk dirinya sendiri dan sekali-kali tidaklah Rabb-mu menganiaya hamba-hamba-Nya." (QS. Fushshilat: 46).

2.11.2 Konsep *Fuzzy* dalam Al-Quran

Fuzzy dalam bahasa diartikan sebagai sesuatu yang kabur. Suatu nilai dapat bernilai benar atau salah secara bersamaan, dalam al-Quran *fuzzy* telah tertera sebagaimana dalam surat Ali Imran ayat 7.

هُوَ الَّذِي أَنْزَلَ عَلَيْكَ الْكِتَبَ مِنْهُ ءَايَتٌ مُّحْكَمتٌ هُنَّ أُمُّالْكِتِبِ وَأُخَرُ مُتَشَبِهتٌ فَأَمَّا آلَّذِيْنَ فِى قُلُوبِهِمْ زَيْغٌ فَيَتَّبِعُونَ مَا تَشَبَهَ مِنْهُ آبْتِغَآءَالْفِتْنَةَ وَآبْتِغَآءِ تَأْوِيْلِهِ وَمَا يَعْلَمُ تَأْوِيْلَهُ إِلآ آللهُ وَالرَّسِخُونَ فِي آلعِلْمِ يَقُوْلُونَ ءَامَنَّا بِهِ كُلٌّ مِّنْ عِنْدِنَا وَمَا يَذَّكَّرُ إِلاَّ أُوْلُوا الأَلْبَبِ ﴿٧﴾

"Dia-lah yang menurunkan al-kitab (al-Quran) kepada kamu. Di antara (isi) nya ada ayat-ayat yang muhkamat, itulah pokok-pokok isi al-Quran dan yang lain (ayat-ayat) mutasyabihat. Adapun orang-orang yang dalam hatinya condong kepada kesesatan, maka mereka mengikuti sebagian ayat-ayat yang mutasyabihat dari-Nya untuk menimbulkan fitnah untuk mencari-cari ta'wilnya, padahal tidak ada yang mengetahui ta'wilnya melainkan Allah. Dan orang-orang yang mendalam ilmunya berkata: "Kami beriman kepada ayat-ayat yang mutasyabihat, semuanya itu dari sisi Tuhan kami." Dan tidak dapat mengambil pelajaran (dari-Nya) melainkan orang-orang yang berakal" (QS. Ali Imran: 7).

Sesuatu yang *fuzzy* juga telah dijelaskan dalam al-Hadits,

عَن ابِي عبد الله النُعْمَانِ بن بِشِيْرِ رضي الله عنهما قال: سَمِعْتُ رَسُوْلُ الله صلى الله عليه وسلم يقول: (إِنَّ الْحَلَالَ بَيْنُ وانّ الحَرَامَ بَيْنُ وَبَيْنَهُمَا امُوْرٌ مُشتَبِهَات لَا يَعْلَمُهُنَّ كَثِيْرٌ مِنَ النَّاس، فَمَنِ اتَقَى الشَبُهَاتِ فَقَدِ اسْتَبْرَا لِدِيْنِهِ وَعِرْضِه، وَمَنْ وَقَعَ فِي الشّبْهَات وَقعَ فِي الْحَرَامِ كالرّاعِى يَرْعِى حَوْلَ الحِمَى يُوْشِكُ أنْ يَقَعَ فِيْهِ. ألا وَإنّ لِكُلّ مَلِكٍ حِمَى. ألا وَإنّ حِمَى الله مَحَارِمُهُ، ألا وَإنّ فِي الْجَسَدِ مُضْغَة إِذَا صَلَحَتْ صَلَحَ الجَسَدُ كُلّهُ وَإذَا فَسَدَت فَسَدَ الجَسَدُ كلّهُ ألا وَهِيَ الْقَلْبُ) روه البخار ومسلم.

Dari Abu Abdullah An Nu’man bin Basyir Radhiallahu ‘Anhuma, dia berkata: Aku mendengar Rasulullah Shallallahu ‘Alaihi wa Sallam bersabda: *“Sesungguhnya yang halal adalah jelas dan yang haram juga jelas dan di antara keduanya terdapat perkara yang samar, kebanyakan manusia tidak mengetahuinya. Barangsiapa yang menghindar dari yang samar maka dia telah menjaga agamanya dan kehormatannya. Dan barangsiapa yang terjatuh dalam perkara yang samar maka dia telah terjatuh dalam perkara yang haram, seperti penggembala yang berada dekat di pagar milik orang lain dikhawatirkan dia masuk ke dalamnya. Ketahuilah setiap raja memeliki pagar (aturan), aturan Allah adalah larangan-larangan-Nya. Sesungguhnya di dalam tubuh terdapat segumpal daging jika dia baik maka baiklah seluruh jasad itu, jika dia rusak maka rusak pula seluruh jasad. Ketahuilah itu adalah hati.”*(HR. Bukhori No. 52, 1946 dan Muslim No. 1599).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Bentuk Umum Sistem Persamaan Linier *Fuzzy*

Skripsi ini membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* yang juga merupakan sejumlah persamaan linier yang memiliki keterkaitan antara persamaan yang satu dengan yang lainnya. Sistem persamaan linier *fuzzy* yang dibahas mempunyai bentuk umum sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11}\tilde{x}_1 + a_{12}\tilde{x}_2 \ + \ \dots + a_{1n}\tilde{x}_n &= \tilde{y}_1 \\ a_{21}\tilde{x}_1 + a_{22}\tilde{x}_2 \ + \cdots + a_{2n}\tilde{x}_n &= \tilde{y}_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}\tilde{x}_1 + a_{n2}\tilde{x}_2 + \cdots + a_{nn}\tilde{x}_n &= \tilde{y}_n \end{aligned}$$

dengan $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$ adalah variabel dengan bilangan *fuzzy* segitiga dan $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n$ adalah konstanta dengan bilangan *fuzzy* segitiga dan $a_{i,j}$ adalah koefisien dari variabel berupa bilangan real untuk $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$.

Sistem persamaan linier *fuzzy* dapat dinyatakan dalam bentuk matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ di mana $A = a_{ij}$ adalah matriks dari bilangan real dengan ukuran $n \times n$, $\tilde{X} = (\tilde{x}_j)$, $1 \leq j \leq n$ adalah vektor dari bilangan *fuzzy* yang tidak diketahui nilainya dan $\tilde{Y} = (\tilde{y}_j)$, $1 \leq j \leq n$ adalah vektor kolom bilangan *fuzzy* atau dapat ditulis dengan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \tilde{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n \end{bmatrix} \text{ dan } \tilde{Y} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_n \end{bmatrix}$$

bilangan *fuzzy* $\tilde{X}$ dan $\tilde{Y}$ merupakan bilangan *fuzzy* segitiga dengan potongan-α yang dinyatakan sebagai pasangan terurut (x_α^-, x_α^+), dengan x_α^- adalah fungsi terbatas di kiri, kontinu, dan monoton naik pada $[0,1]$ dan x_α^+ adalah fungsi terbatas di kanan, kontinu, dan monoton turun pada $[0,1]$, sehingga

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1)_\alpha^-, (x_1)_\alpha^+ \\ (x_2)_\alpha^-, (x_2)_\alpha^+ \\ \vdots \\ (x_n)_\alpha^-, (x_n)_\alpha^+ \end{bmatrix} \text{ dan } \tilde{Y} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_1)_\alpha^-, (y_1)_\alpha^+ \\ (y_2)_\alpha^-, (y_2)_\alpha^+ \\ \vdots \\ (y_n)_\alpha^-, (y_n)_\alpha^+ \end{bmatrix}$$

Berdasarkan ketentuan pada sistem persamaan linier *fuzzy* $A\tilde{X} = \tilde{Y}$, maka suatu variabel bilangan *fuzzy* $\tilde{X}^T = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$ dengan $\tilde{x}_i = ((x_i)_\alpha^-, (x_i)_\alpha^+)$, $1 \le i \le n$, dan untuk setiap $\alpha \in [0,1]$, sehingga

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\tilde{x}_i = \tilde{y}_i\,, 1 \le i \le n$$

selanjutnya, dapat ditulis dengan menggunakan potongan-α

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}((x_i)_\alpha^-, (x_i)_\alpha^+) = (y_j)_\alpha^-, (y_j)_\alpha^+$$

Berdasarkan definisi operasi perkalian bilangan *fuzzy* dengan bilangan skalar, maka

untuk $x_i \ge 0$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}((x_i)_\alpha^-, (x_i)_\alpha^+) = \sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij}(x_i)_\alpha^-, (x_i)_\alpha^+\right)$$

untuk $x_i < 0$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}((x_i)_\alpha^-, (x_i)_\alpha^+) = \sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij}(x_i)_\alpha^+, (x_i)_\alpha^-\right)$$

sehingga,

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}((x_i)_\alpha^-) + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}((x_i)_\alpha^+) = (y_j)_\alpha^-$$

dan

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}((x_i)_\alpha^+) + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}((x_i)_\alpha^-) = (y_j)_\alpha^+$$

sehingga, suatu variabel $\tilde{x}_i, 1 \leq i \leq n$ disebut selesaian sistem persamaan linier *fuzzy* jika memenuhi

$$\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\right)^- = \sum_{j=1}^{n} (a_{ij}x_i)^- = y_j^-$$

$$\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\right)^+ = \sum_{j=1}^{n} (a_{ij}x_i)^+ = y_j^+$$

3.2 Penyelesaian Sistem Persamaan Linier *Fuzzy* dengan Metode Cramer

Salah satu metode yang digunakan dalam penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* adalah metode Cramer. Metode Cramer adalah metode pencarian variabel bilangan *fuzzy* dengan menggunakan determinan.

Metode Cramer mempunyai selesaian tunggal jika $\det(A) \neq 0$, maka suatu matriks A mempunyai invers. Berikut ini akan dijelaskan penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ menggunakan metode Cramer.

Misalkan $A_{n\times n} = [a_{ij}]$ dan C_{ij} adalah kofaktor dari entri a_{ij}, maka matriks $\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$ disebut matriks kofaktor dan transpos dari matriks kofaktor adalah matriks adjoin A yang ditulis $adj(A)$. Jika sistem persamaan linier *fuzzy* $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ dengan $\det(A) \neq 0$, maka dapat diselesaikan dengan $\tilde{X} = A^{-1}\tilde{Y}$ sehingga,

$$\tilde{X} = \frac{1}{\det(A)} adj\ (A)\tilde{Y}$$

dengan menggunakan potongan-α maka

$$((x_i)_\alpha^-,(x_i)_\alpha^+)=\frac{1}{\det(A)}adj\ (A)((y_j)_\alpha^-,(y_j)_\alpha^+)$$

$$((x_i)_\alpha^-,(x_i)_\alpha^+)=\frac{1}{\det(A)}\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} (y_1)_\alpha^-,(y_1)_\alpha^+ \\ (y_2)_\alpha^-,(y_2)_\alpha^+ \\ \vdots \\ (y_n)_\alpha^-,(y_n)_\alpha^+ \end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{\det(A)}\begin{bmatrix} C_{11}((y_1)_\alpha^-,(y_1)_\alpha^+) & C_{12}((y_2)_\alpha^-,(y_2)_\alpha^+) & \dots & C_{1n}((y_n)_\alpha^-,(y_n)_\alpha^+) \\ C_{21}((y_1)_\alpha^-,(y_1)_\alpha^+) & C_{22}((y_2)_\alpha^-,(y_2)_\alpha^+) & \dots & C_{2n}((y_n)_\alpha^-,(y_n)_\alpha^+) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{n1}((y_1)_\alpha^-,(y_1)_\alpha^+) & C_{n2}((y_2)_\alpha^-,(y_2)_\alpha^+) & \dots & C_{nn}((y_n)_\alpha^-,(y_n)_\alpha^+) \end{bmatrix}$$

jika $\tilde{X}=\begin{bmatrix} (x_1)_\alpha^-,(x_1)_\alpha^+ \\ (x_2)_\alpha^-,(x_2)_\alpha^+ \\ \vdots \\ (x_n)_\alpha^-,(x_n)_\alpha^+ \end{bmatrix}$ maka

$$\tilde{x}_i=\frac{\sum_{j=1}^{n}C_{ij}((y_j)_\alpha^-,(y_j)_\alpha^+)}{\det(A)}$$

entri dalam kolom ke-j dari X dengan demikian adalah

$$\tilde{x}_i=\frac{C_{1j}((y_1)_\alpha^-,(y_1)_\alpha^+)+C_{2j}((y_2)_\alpha^-,(y_2)_\alpha^+)+\dots+C_{nj}((y_n)_\alpha^-,(y_n)_\alpha^+)}{\det(A)}$$

Misalkan

$$\tilde{A}_i=\begin{bmatrix} a_{1(i-1)} & (y_1)_\alpha^-,(y_1)_\alpha^+ & a_{1(i+1)} \\ a_{1(i-1)} & (y_2)_\alpha^-,(y_2)_\alpha^+ & a_{2(i+1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1(i-1)} & (y_n)_\alpha^-,(y_n)_\alpha^+ & a_{n(i+1)} \end{bmatrix}$$

di mana $\tilde{A}_i=((A_i)_\alpha^-,(A_i)_\alpha^+)$

sehingga untuk $(A_i)_\alpha^-=\begin{bmatrix} a_{1(i-1)} & (y_1)_\alpha^- & a_{1(i+1)} \\ a_{1(i-1)} & (y_2)_\alpha^- & a_{2(i+1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1(i-1)} & (y_n)_\alpha^- & a_{n(i+1)} \end{bmatrix}$

dan untuk $(A_i)_\alpha^+ = \begin{bmatrix} a_{1(i-1)} & (y_1)_\alpha^+ & a_{1(i+1)} \\ a_{1(i-1)} & (y_2)_\alpha^+ & a_{2(i+1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1(i-1)} & (y_n)_\alpha^+ & a_{n(i+1)} \end{bmatrix}$

karena $\tilde{A}_i$ berbeda dari A hanya dalam kolom ke j, maka kofaktor dari entri-entri $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n$ dalam $\tilde{A}_i$ adalah sama seperti kofaktor dari entri-entri yang bersesuaian dalam kolom ke-j ke A. Ekspansi kofaktor $\det(\tilde{A}_i)$ sepanjang kolom j dengan demikian adalah

$$\det(A_i)_\alpha^- = C_{1j}(y_1)_\alpha^- + C_{2j}(y_2)_\alpha^- + \cdots + C_{nj}(y_n)_\alpha^-$$

dan

$$\det(A_i)_\alpha^+ = C_{1j}(y_1)_\alpha^+ + C_{2j}(y_2)_\alpha^+ + \cdots + C_{nj}(y_n)_\alpha^+$$

yang berarti,

$$\det(A_i)_\alpha^- = \sum_{j=1}^{n} C_{ij}\,(y_j)_\alpha^-$$

dan

$$\det(A_i)_\alpha^+ = \sum_{j=1}^{n} C_{ij}\,(y_j)_\alpha^+$$

sehingga didapatkan,

$$\tilde{x}_i = \frac{\det(\tilde{A}_i)}{\det(A)}$$

$$(x_i)_\alpha = \frac{\det\ ((A_i)_\alpha)}{\det(A)} = \frac{\det([(A_i)_\alpha^-, (A_i)_\alpha^+])}{\det(A)}$$

maka, dapat dinyatakan dengan

$$(x_i)_\alpha^- = \frac{\det((A_i)_\alpha^-)}{\det(A)}$$

dan

$$(x_i)_\alpha^+ = \frac{\det((A_i)_\alpha^+)}{\det(A)}$$

Penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* 2 variabel dan 2 persamaan dalam bentuk umum di atas adalah

$$a_{11}\tilde{x}_1 + a_{12}\tilde{x}_2 = \tilde{y}_1$$

$$a_{21}\tilde{x}_1 + a_{22}\tilde{x}_2 = \tilde{y}_2$$

eliminasi variabel $\tilde{x}_2$

$$\begin{array}{l|l} a_{11}\tilde{x}_1 + a_{12}\tilde{x}_2 = \tilde{y}_1 & \text{x } a_{22} \\ a_{21}\tilde{x}_1 + a_{22}\tilde{x}_2 = \tilde{y}_2 & \text{x } a_{12} \end{array} \quad -$$

$$a_{11}a_{22}\tilde{x}_1 + a_{12}a_{22}\tilde{x}_2 = a_{22}\tilde{y}_1$$

$$a_{12}a_{21}\tilde{x}_1 + a_{12}a_{22}\tilde{x}_2 = a_{12}\tilde{y}_2 \quad -$$

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})\tilde{x}_1 = (a_{22}\tilde{y}_1 - a_{12}\tilde{y}_2)$$

$$\tilde{x}_1 = \frac{a_{22}\tilde{y}_1 - a_{12}\tilde{y}_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

$$\tilde{x}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \tilde{y}_1 & a_{12} \\ \tilde{y}_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

$$\tilde{x}_1 = \frac{\det(\tilde{A}_1)}{\det(A)}$$

eliminasi variabel $\tilde{x}_1$

$$\begin{array}{l|l} a_{11}\tilde{x}_1 + a_{12}\tilde{x}_2 = \tilde{y}_1 & \text{x } a_{21} \\ a_{21}\tilde{x}_1 + a_{22}\tilde{x}_2 = \tilde{y}_2 & \text{x } a_{11} \end{array} \quad -$$

$$a_{11}a_{21}\tilde{x}_1 + a_{21}a_{12}\tilde{x}_2 = a_{21}\tilde{y}_1$$

$$a_{11}a_{21}\tilde{x}_1 + a_{11}a_{22}\tilde{x}_2 = a_{11}\tilde{y}_2 \quad -$$

$$(a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11})\tilde{x}_2 = (a_{21}\tilde{y}_1 - a_{11}\tilde{y}_2)$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{a_{21}\tilde{y}_1 - a_{11}\tilde{y}_2}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}}$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{\begin{vmatrix} \tilde{y}_1 & a_{11} \\ \tilde{y}_2 & a_{21} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{11} \\ a_{22} & a_{12} \end{vmatrix}}$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{\det(\tilde{A}_2)}{\det(A)}$$

dengan potongan-α

$$(x_1)_\alpha = \frac{\det(A_1)_\alpha}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} (y_1)_\alpha & a_{12} \\ (y_2)_\alpha & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

dan

$$(x_2)_\alpha = \frac{\det(A_2)_\alpha}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} (y_1)_\alpha & a_{11} \\ (y_2)_\alpha & a_{21} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{11} \\ a_{22} & a_{12} \end{vmatrix}}$$

sehingga, untuk $(x_1)_\alpha$ maka $(x_1)_\alpha^- = \frac{\begin{vmatrix} (y_1)_\alpha^- & a_{12} \\ (y_2)_\alpha^- & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$ dan $(x_1)_\alpha^+ = \frac{\begin{vmatrix} (y_1)_\alpha^+ & a_{12} \\ (y_2)_\alpha^+ & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$

dengan $\det((A_1)_\alpha^-) = \begin{vmatrix} (y_1)_\alpha^- & a_{12} \\ (y_2)_\alpha^- & a_{22} \end{vmatrix} = (a_{22}(y_1)_\alpha^-) - (a_{12}(y_2)_\alpha^-)$

dan $\det((A_1)_\alpha^+) = \begin{vmatrix} (y_1)_\alpha^+ & a_{12} \\ (y_2)_\alpha^+ & a_{22} \end{vmatrix} = (a_{22}(y_1)_\alpha^+) - (a_{12}(y_2)_\alpha^+)$

untuk $(x_2)_\alpha$ maka $(x_2)_\alpha^- = \frac{\begin{vmatrix} (y_1)_\alpha^- & a_{11} \\ (y_2)_\alpha^- & a_{21} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{11} \\ a_{22} & a_{12} \end{vmatrix}}$ dan $(x_2)_\alpha^+ = \frac{\begin{vmatrix} (y_1)_\alpha^+ & a_{11} \\ (y_2)_\alpha^+ & a_{21} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{11} \\ a_{22} & a_{12} \end{vmatrix}}$

dengan $\det((A_2)_\alpha^-) = \begin{vmatrix} (y_1)_\alpha^- & a_{11} \\ (y_2)_\alpha^- & a_{21} \end{vmatrix} = (a_{21}(y_1)_\alpha^-) - (a_{11}(y_2)_\alpha^-)$

dan $\det((A_2)_\alpha^+) = \begin{vmatrix} (y_1)_\alpha^+ & a_{11} \\ (y_2)_\alpha^+ & a_{21} \end{vmatrix} = (a_{21}(y_1)_\alpha^+) - (a_{11}(y_2)_\alpha^+)$

Contoh 3.1: Diberikan sistem persamaan linier dengan 2 variabel dan 2 persamaan linier *fuzzy* dengan bilangan *fuzzy* segitiga

$$\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 = \tilde{4}$$

$$\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 = \tilde{6}$$

dengan diketahui masing-masing bilangan *fuzzy* segitiga

$\tilde{4} = segitiga(x;\ 2, 4, 6)$

fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\tilde{4}$

$$\mu_{\tilde{4}} = segitiga(x;\ 2,4,6) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{2}, \text{untuk } 2 \leq x \leq 4 \\ \dfrac{6-x}{2}, \text{untuk } 4 \leq x \leq 6 \\ 0, \text{untuk } x \leq 2 \text{ dan } x \geq 6 \end{cases}$$

dan $\tilde{6} = segitiga(x;\ 4, 6, 8)$

fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\tilde{6}$

$$\mu_{\tilde{6}} = segitiga(x;\ 4,6,8) = \begin{cases} \dfrac{x-4}{2}, \text{untuk } 4 \leq x \leq 6 \\ \dfrac{8-x}{2}, \text{untuk } 6 \leq x \leq 8 \\ 0, \text{untuk } x \leq 4 \text{ dan } x \geq 8 \end{cases}$$

sehingga potongan-α dari bilangan *fuzzy* segitiga, untuk suatu $\alpha \in [0, 1]$ dan $\alpha = \mu_{\tilde{4}}(4_\alpha^-) = \mu_{\tilde{4}}(4_\alpha^+)$ yaitu

$$\alpha = \frac{4_\alpha^- - 2}{2} = \frac{6 - 4_\alpha^+}{2}$$

sehingga $4_\alpha^- = 2\alpha + 2$ dan $4_\alpha^+ = 6 - 2\alpha$. Jadi, potongan-α dari $\tilde{4}$ adalah $4_\alpha = [2\alpha + 2, 6 - 2\alpha]$. Demikian pula untuk bilangan *fuzzy* $\tilde{6}$ yaitu $\alpha = \mu_{\tilde{6}}(6_\alpha^-) = \mu_{\tilde{6}}(6_\alpha^+)$

$$\alpha = \frac{6_\alpha^- - 4}{2} = \frac{8 - 6_\alpha^+}{2}$$

sehingga $6_\alpha^- = 2\alpha + 4$ dan $6_\alpha^+ = 8 - 2\alpha$. Jadi, potongan-α dari $\tilde{6}$ adalah $6_\alpha = [2\alpha + 4, 8 - 2\alpha]$.

Adapun langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* di atas dengan metode Cramer sebagai berikut:

a. Mengubah sistem persamaan linier *fuzzy* ke dalam bentuk matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ dengan $\tilde{X}$ dan $\tilde{Y}$ bilangan *fuzzy* segitiga

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{4} \\ \tilde{6} \end{bmatrix}$$

potongan-α nya

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [(x_1)_\alpha^-, (x_1)_\alpha^+] \\ [(x_2)_\alpha^-, (x_2)_\alpha^+] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [2\alpha + 2, 6 - 2\alpha] \\ [2\alpha + 4, 8 - 2\alpha] \end{bmatrix}$$

b. Menghitung determinan dari matriks koefisien dengan $\det(A) \neq 0$ sehingga,

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - (-1) = 2$$

c. Menghitung determinan $\tilde{A}_1$ dengan mengganti matriks A pada kolom ke-1 dengan matriks Y. Sehingga,

$$\det((A_1)_\alpha^-) = \begin{vmatrix} 2\alpha + 2 & -1 \\ 2\alpha + 4 & 1 \end{vmatrix} = (2\alpha + 2) - (-2\alpha - 4) = 4\alpha + 6$$

$$\det((A_1)_\alpha^+) = \begin{vmatrix} 6 - 2\alpha & -1 \\ 8 - 2\alpha & 1 \end{vmatrix} = (6 - 2\alpha) - (8 + 2\alpha) = 14 - 4\alpha$$

sehingga, didapatkan $(A_1)_\alpha = [(A_1)_\alpha^-, (A_1)_\alpha^+] = [4\alpha + 6, 14 - 4\alpha]$

dan determinan $\tilde{A}_2$ dengan mengganti matriks A pada kolom ke-2 dengan matriks Y. Sehingga,

$$\det((A_2)_\alpha^-) = \begin{vmatrix} 1 & 2\alpha + 2 \\ 1 & 2\alpha + 4 \end{vmatrix} = (2\alpha + 4) - (2\alpha + 2) = 2$$

$$\det((A_2)_\alpha^+) = \begin{vmatrix} 1 & 6 - 2\alpha \\ 1 & 8 - 2\alpha \end{vmatrix} = (8 - 2\alpha) - (6 - 2\alpha) = 2$$

sehingga, didapatkan $(A_2)_\alpha = [(A_2)_\alpha^-, (A_2)_\alpha^+] = [2,2]$

d. Menentukan $\tilde{x}_1$ dan $\tilde{x}_2$ dengan menggunakan potongan-α sehingga

$$(x_1)_\alpha^- = \frac{\det((A_1)_\alpha^-)}{\det(A)} = \frac{4\alpha + 6}{2} = 2\alpha + 3$$

$$(x_1)_\alpha^+ = \frac{\det((A_1)_\alpha^+)}{\det(A)} = \frac{14 - 4\alpha}{2} = 7 - 2\alpha$$

dan

$$(x_2)_\alpha^- = \frac{\det((A_2)_\alpha^-)}{\det(A)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$(x_2)_\alpha^+ = \frac{\det((A_2)_\alpha^+)}{\det(A)} = \frac{2}{2} = 1$$

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linier *fuzzy* adalah $(x_1)_\alpha = [(x_1)_\alpha^-, (x_1)_\alpha^+] = [2\alpha + 3, 7 - 2\alpha]$ dan $(x_2)_\alpha = [(x_2)_\alpha^-, (x_2)_\alpha^+] = [1, 1]$.

Untuk membuktikan selesaian maka mensubtitusikan selesaian ke dalam sistem persamaan linier *fuzzy* segitiga dengan menggunakan operasi aritmetika bilangan *fuzzy*, maka

$$[2\alpha + 3, 7 - 2\alpha] - [1, 1] = [2\alpha + 2, 6 - 2\alpha]$$

$$[2\alpha + 3, 7 - 2\alpha] + [1, 1] = [2\alpha + 4, 8 - 2\alpha]$$

Potongan-α untuk $\tilde{x}_1$ adalah $(x_1)_\alpha = [(x_1)_\alpha^-, (x_1)_\alpha^+] = [2\alpha + 3, 7 - 2\alpha]$ sehingga mempunyai fungsi keanggotaan segitiga sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{x}_1}(x) = segitiga(x;\ 3,5,7) = \begin{cases} \frac{x-3}{2}, \text{untuk } 3 \le x \le 5 \\ \frac{7-x}{2}, \text{untuk } 5 \le x \le 7 \\ 0, \text{untuk } x \le 3 \text{ dan } x \ge 7 \end{cases}$$

dan potongan-α untuk $\tilde{x}_2$ adalah $(x_2)_\alpha = [(x_2)_\alpha^-, (x_2)_\alpha^+] = [1, 1]$. Sehingga, selesaian dari sistem persamaan linier *fuzzy* adalah $\tilde{x}_1 = \tilde{5}$ dengan bilangan *fuzzy* segitiga $\tilde{x}_1 = segitiga(x;\ 3,5,7)$ dan $\tilde{x}_2 = \tilde{1}$.

Contoh 3.2: Diberikan sistem persamaan linier *fuzzy* dengan 3 variabel dan 3 persamaan sebagai berikut:

$$\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 - 2\tilde{x}_3 = \tilde{6}$$

$$\tilde{x}_1 + 2\tilde{x}_2 - 1\tilde{x}_3 = \tilde{4}$$

$$\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 + 2\tilde{x}_3 = \widetilde{10}$$

dengan diketahui masing-masing bilangan *fuzzy* segitiga sebagai berikut:
$\tilde{6} = segitiga(x;\ -2, 6, 8)$

dengan fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\tilde{6}$

$$\mu_{\tilde{6}} = segitiga(x;\ -2, 6, 8) = \begin{cases} \frac{x+2}{8}, \text{untuk } -2 \le x \le 6 \\ \frac{10-x}{2}, \text{untuk } 6 \le x \le 8 \\ 0, \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

$\tilde{4} = segitiga(x;\ -4, 4, 6)$

dengan fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\tilde{4}$

$$\mu_{\tilde{4}} = segitiga(x;\ -4, 4, 6) = \begin{cases} \frac{x+4}{8}, \text{untuk } -4 \le x \le 4 \\ \frac{6-x}{2}, \text{untuk } 4 \le x \le 6 \\ 0, \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

$\widetilde{10} = segitiga(x;\ 2, 10, 12)$

dengan fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy* $\widetilde{10}$

$$\mu_{\widetilde{10}} = segitiga(x;\ 2, 10, 12) = \begin{cases} \frac{x-2}{8}, \text{untuk } 2 \le x \le 10 \\ \frac{12-x}{2}, \text{untuk } 10 \le x \le 12 \\ 0, \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

sehingga potongan-α dari masing-masing bilangan *fuzzy* segitiga, untuk suatu $\alpha \in [0, 1]$ dan $\alpha = \mu_{\tilde{6}}(6_\alpha^-) = \mu_{\tilde{6}}(6_\alpha^+)$ yaitu

$$\alpha = \frac{6_\alpha^- + 2}{8} = \frac{8 - 6_\alpha^+}{2}$$

sehingga $6_\alpha^- = 8\alpha - 2$ dan $6_\alpha^+ = 8 - 2\alpha$. Jadi, potongan-α dari $\tilde{6}$ adalah $6_\alpha = [8\alpha - 2, 8 - 2\alpha]$. Untuk suatu $\alpha \in [0,1]$ dan $\alpha = \mu_{\tilde{4}}(4_\alpha^-) = \mu_{\tilde{4}}(4_\alpha^+)$ yaitu

$$\alpha = \frac{4_\alpha^- + 4}{8} = \frac{6 - 4_\alpha^+}{2}$$

sehingga $4_\alpha^- = 8\alpha - 4$ dan $4_\alpha^+ = 6 - 2\alpha$. Jadi, potongan-α dari $\tilde{4}$ adalah $4_\alpha = [8\alpha - 4, 6 - 2\alpha]$. Dan untuk suatu $\alpha \in [0,1]$ dan $\alpha = \mu_{\widetilde{10}}(10_\alpha^-) = \mu_{\widetilde{10}}(10_\alpha^+)$ yaitu

$$\alpha = \frac{10_\alpha^- - 2}{8} = \frac{12 - 10_\alpha^+}{2}$$

sehingga $10_\alpha^- = 8\alpha + 2$ dan $10_\alpha^+ = 12 - 2\alpha$. Jadi, potongan-$\alpha$ dari $\widetilde{10}$ adalah $10_\alpha = [8\alpha + 2, 12 - 2\alpha]$.

Adapun langkah-langkah penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* dengan metode Cramer sebagai berikut:

a. Mengubah sistem persamaan linier *fuzzy* ke dalam bentuk matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ dengan $\tilde{X}$ dan $\tilde{Y}$ bilangan *fuzzy* segitiga

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{6} \\ \tilde{4} \\ \widetilde{10} \end{bmatrix}$$

dengan potongan-α

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [(x_1)_\alpha^-, (x_1)_\alpha^+] \\ [(x_2)_\alpha^-, (x_2)_\alpha^+] \\ [(x_3)_\alpha^-, (x_3)_\alpha^+] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [8\alpha - 2, 8 - 2\alpha] \\ [8\alpha - 4, 6 - 2\alpha] \\ [8\alpha + 2, 12 - 2\alpha] \end{bmatrix}$$

b. Menghitung determinan dari matriks A dengan $\det(A) \neq 0$ sehingga,

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (4 - 1 - 2) - (2 - 1 - 4) = 1 - (-3) = 4$$

c. Menghitung determinan $\tilde{A}_1$ dengan mengganti matriks A pada kolom ke-1 dengan matriks Y. Sehingga,

$$\det((A_1)_\alpha^-) = \begin{vmatrix} 8\alpha - 2 & 1 & -2 \\ 8\alpha - 4 & 2 & -1 \\ 8\alpha + 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (32\alpha - 8 - 8\alpha - 2 - 16 + 8\alpha) -$$

$$(16\alpha - 8 - 8\alpha + 2 - 32\alpha - 8) = (8\alpha - 4) - (-24\alpha - 14) = 32\alpha + 12$$

$$\det((A_1)_\alpha^+) = \begin{vmatrix} 8 - 2\alpha & 1 & -2 \\ 6 - 2\alpha & 2 & -1 \\ 12 - 2\alpha & 1 & 2 \end{vmatrix} = (32 - 8\alpha - 12 + 2\alpha - 12 + 4\alpha) -$$

$$(12 - 4\alpha - 8 + 2\alpha - 48 + 8\alpha) = (8 - 2\alpha) - (-44 + 6\alpha) = 52 - 8\alpha$$

sehingga, didapatkan $(A_1)_\alpha = [(a_1)_\alpha^-, (a_1)_\alpha^+] = [32\alpha + 12, 52 - 8\alpha\ ]$

dan determinan $\tilde{A}_2$ dengan mengganti matriks A pada kolom ke-2 dengan matriks Y. Sehingga,

$$\det((A_2)_\alpha^-) = \begin{vmatrix} 1 & 8\alpha - 2 & -2 \\ 1 & 8\alpha - 4 & -1 \\ 1 & 8\alpha + 2 & 2 \end{vmatrix} = (16\alpha - 8 - 8\alpha + 2 - 16\alpha - 4) -$$

$$(16\alpha - 4 - 8\alpha - 2 - 16\alpha + 8) = (-8\alpha - 10) - (-8\alpha + 2) = -12$$

$$\det((A_2)_\alpha^+) = \begin{vmatrix} 1 & 8 - 2\alpha & -2 \\ 1 & 6 - 2\alpha & -1 \\ 1 & 12 - 2\alpha & 2 \end{vmatrix} = (12 - 4\alpha - 8 + 2\alpha - 24 + 4\alpha) -$$

$$(16 - 4\alpha - 12 + 2\alpha - 12 + 4\alpha) = (-20 + 2\alpha) - (-8 + 2\alpha) = -12$$

sehingga, didapatkan $(A_2)_\alpha = [(A_2)_\alpha^-, (A_2)_\alpha^+] = [-12, -12]$

dan determinan $\tilde{A}_3$ dengan mengganti matriks A pada kolom ke-3 dengan matriks Y. Sehingga,

$$\det((A_3)_\alpha^-) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 8\alpha - 2 \\ 1 & 2 & 8\alpha - 4 \\ 1 & 1 & 8\alpha + 2 \end{vmatrix} = (16\alpha + 4 + 8\alpha - 4 + 8\alpha - 2) -$$

$$(8\alpha + 2 + 8\alpha - 4 + 16\alpha - 4) = (32\alpha - 2) - (32\alpha - 6) = 4$$

$$\det((A_3)_\alpha^+) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 8 - 2\alpha \\ 1 & 2 & 6 - 2\alpha \\ 1 & 1 & 12 - 2\alpha \end{vmatrix} = (24 - 4\alpha \mp 6 - 2\alpha + 8 - 2\alpha) -$$

$$(12 - 2\alpha + 6 - 2\alpha + 16 - 4\alpha) = (38 - 8\alpha) - (34 - 8\alpha) = 4$$

sehingga, didapatkan $(A_3)_\alpha = [(A_3)_\alpha^-, (A_3)_\alpha^+] = [4,4]$

d. Menentukan $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$, dan $\tilde{x}_3$ menggunakan potongan-α maka

untuk $(x_1)_\alpha$

$$(x_1)^-_\alpha = \frac{\det((A_1)^-_\alpha)}{\det(A)} = \frac{32\alpha + 12}{4} = 8\alpha + 3$$

$$(x_1)^+_\alpha = \frac{\det((A_1)^+_\alpha)}{\det(A)} = \frac{52 - 8\alpha}{4} = 13 - 2\alpha$$

untuk $(x_2)_\alpha$

$$(x_2)^-_\alpha = \frac{\det((A_2)^-_\alpha)}{\det(A)} = \frac{-12}{4} = -3$$

$$(x_2)^+_\alpha = \frac{\det((A_2)^+_\alpha)}{\det(A)} = \frac{-12}{4} = -3$$

dan untuk $(x_3)_\alpha$

$$(x_3)^-_\alpha = \frac{\det((A_3)^-_\alpha)}{\det(A)} = \frac{4}{4} = 1$$

$$(x_3)^+_\alpha = \frac{\det((A_3)^+_\alpha)}{\det(A)} = \frac{4}{4} = 1$$

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linier *fuzzy* adalah $(x_1)_\alpha = [(x_1)^-_\alpha, (x_1)^+_\alpha] = [8\alpha + 3, 13 - 2\alpha]$, $(x_2)_\alpha = [(x_2)^-_\alpha, (x_2)^+_\alpha] = [-3, -3]$, dan $(x_3)_\alpha = [(x_3)^-_\alpha, (x_3)^+_\alpha] = [1, 1]$.

Untuk membuktikan selesaian maka mensubtitusikan selesaian ke dalam sistem persamaan linier *fuzzy* segitiga dengan menggunakan operasi aritmetika bilangan *fuzzy*, maka

$$[8\alpha + 3, 13 - 2\alpha] + [-3, -3] - 2([1, 1]) = [4\alpha + 2, -10 - 4\alpha] \quad (1)$$

$$[8\alpha + 3, 13 - 2\alpha] + 2([-3, -3]) - 1([1, 1]) = [4\alpha, 8 - 4\alpha] \quad (2)$$

$$[8\alpha + 3, 13 - 2\alpha] + [-3, -3] + 2([1, 1]) = [4\alpha + 6, 14 - 4\alpha] \quad (3)$$

Potongan-α untuk $\tilde{x}_1$ adalah $(x_1)_\alpha = [(x_1)_\alpha^-, (x_1)_\alpha^+] = [8\alpha + 3, 13 - 2\alpha]$ sehingga mempunyai fungsi keanggotaan segitiga sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{x}_1}(x) = segitiga(x;\ 3, 11, 13) = \begin{cases} \dfrac{x-3}{8}, \text{untuk} 3 \le x \le 11 \\ \dfrac{13-x}{3}, \text{ untuk } 11 \le x \le 13 \\ 0, \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

potongan-α untuk $\tilde{x}_2$ adalah $(x_2)_\alpha = [(x_2)_\alpha^-, (x_2)_\alpha^+] = [-3, -3]$ dan potongan-α untuk $\tilde{x}_3$ adalah $(x_2)_\alpha = [(x_2)_\alpha^-, (x_2)_\alpha^+] = [1, 1]$.

Jadi, selesaian dari sistem persamaan linier *fuzzy* segitiga adalah $\tilde{x}_1 = \widetilde{11}$ dengan bilangan *fuzzy* segitiga $\tilde{x}_1 = segitiga(x;\ 3, 11, 13)$, $\tilde{x}_2 = \widetilde{-3}$, dan $\tilde{x}_3 = \tilde{1}$.

3.3 Kajian Agama Tentang Konsep *Fuzzy*

Fuzzy menurut bahasa adalah sesuatu yang kabur, sesuatu yang *fuzzy* memiliki derajat keanggotaan yang memiliki interval nilai antara 0 sampai 1. Dalam al-Quran, Allah menyebutkan bahwa ada kalanya sesuatu dinyatakan secara jelas dan ada pula sesuatu yang dinyatakan dengan samar-samar, seperti yang terkandung dalam surat Ali Imran ayat 7

هُوَ الَّذِي أَنْزَلَ عَلَيْكَ الْكِتَبَ مِنْهُ ءَايَتٌ مُّحْكَمتٌ هُنَّ أُمُّالْكِتبِ وَأُخَرُ مُتَشَبِهتٌ فَأَمَّا آلّذِيْنَ فِى قُلُوبِهِمْ زَيْغٌ فَيَتَّبِعُونَ مَا تَشَبَهَ مِنْهُ آبْتِغَآءَالْفِتْنَةَ وَآبْتِغَاءِ تَأْوِيْلِهِ وَمَا يَعْلَمُ تَأْوِيْلَهُ إِلاَّ آللهُ وَالرَّسِخُونَ فِي آلعِلْمِ يَقُوْلُونَ ءَامَنَّا بِهِ كُلٌّ مِّنْ عِنْدِنَا وَمَا يَذَّكَّرُ إِلاَّ أُوْلُوا الأَلْبَبِ ﴿٧﴾

“Dia-lah yang menurunkan al-kitab (al-Quran) kepada kamu. Di antara (isi) nya ada ayat-ayat yang muhkamat, Itulah pokok-pokok isi al-Quran dan yang lain (ayat-ayat) mutasyabihat. Adapun orang-orang yang dalam hatinya condong kepada kesesatan, maka mereka mengikuti sebagian ayat-ayat yang mutasyabihat darinya untuk menimbulkan fitnah untuk mencari-cari ta'wilnya, padahal tidak ada yang mengetahui ta'wilnya melainkan Allah. Dan orang-orang yang

mendalam ilmunya berkata: "Kami beriman kepada ayat-ayat yang mutasyabihat, semuanya itu dari sisi Tuhan kami." Dan tidak dapat mengambil pelajaran (darinya) melainkan orang-orang yang berakal" (Q.S Ali Imran: 7).

Dalam ayat tersebut telah dijelaskan bahwasanya ayat-ayat dalam al-Quran terdapat dua macam, yaitu muhkam dan mutasyabih. Ayat muhkam disebut sebagai ibu dari kitab. Ibu kitab artinya menjadi sumber hukum yang tidak dapat diartikan lain lagi. Misalnya ayat-ayat mengenai hukum, perintah shalat, membayar zakat, mengerjakan puasa, dan sebagainya. Sedangkan, ayat mutasyabih adalah ayat yang samar yang diartikan dengan berbagai macam arti atau tidak tepat kepada suatu arti (Hamka, 1965:132).

Suatu ayat mutasyabih, misalnya pada huruf-huruf yang terdapat pada pangkal surat, seperti alif-lam-mim, alif-lam-ra, ha-mim, dan sebagainya. Karena, ayat tersebut terdapat kemungkinan bahwa hanya semata-mata huruf untuk permulaan surat, atau ayat tersebut mengandung arti sendiri. Namun, ayat-ayat mutasyabih lebih masyhur dimasukkan ke dalam beberapa hal yang berkenaan dengan ketuhanan, misalnya ayat yang menerangkan bahwa Tuhan mempunyai tangan, atau Tuhan mempunyai banyak tangan, atau Tuhan mempunyai dua tangan, atau Tuhan duduk bersemayam di atas 'arsy, dan sebagainya (Hamka, 1965:133).

Sesuatu yang *fuzzy* juga dituangkan dalam al-Hadits yang telah diriwayatkan oleh Imam Bukhori dan Muslim

عَن ابِي عبد الله النُعْمَانِ بن بِشِيْرِ رضي الله عنهما قال: سَمِعْتُ رَسُوْلُ الله صلى الله عليه وسلم يقول: (إِنَّ الْحَلَالَ بَيْنُ وانّ الحَرَامَ بَيْنُ وَبَيْنَهُمَا امُوْرٌ مُشتَبِهات لَا يَعْلَمُهُنَّ كَثِيْرٌ مِنَ النَّاس، فَمَنِ اتَقَى الشَبُهَاتِ فَقَدِ اسْتَبْرَا لِدِيْنِهِ وَعِرْضِه، وَمَنْ وَقَعَ فِي الشّبْهَات وَقع فِي الْحَرَامِ كالرّاعِى يَرْعِى حَوْلَ الحِمَى يُوْشِكُ أنْ يَقَعَ فِيْهِ. ألا وَانّ لِكُلّ مَلِكٍ حِمَى. ألا وَانّ حِمَى اللهِ مَحَارِمُهُ، ألا وَانّ

فِي الْجَسَدِ مُضْغَة إِذَا صَلَحَتْ صَلَحَ الجَسَدُ كُلّهُ وَإِذَا فَسَدَت فَسَدَ الجَسَدُ كلّهُ ألا وَهِيَ الْقَلْبُ)

روه البخار ومسلم.

Dari Abu Abdullah An Nu'man bin Basyir Radhiallahu 'Anhuma, dia berkata: Aku mendengar Rasulullah Shallallahu 'Alaihi wa Sallam bersabda: *"Sesungguhnya yang halal adalah jelas dan yang haram juga jelas dan di antara keduanya terdapat perkara yang samar, kebanyakan manusia tidak mengetahuinya. Barangsiapa yang menghindar dari yang samar maka dia telah menjaga agamanya dan kehormatannya. Dan barangsiapa yang terjatuh dalam perkara yang samar maka dia telah terjatuh dalam perkara yang haram, seperti penggembala yang berada di dekat pagar milik orang lain dikhawatirkan dia masuk ke dalamnya. Ketahuilah setiap raja memiliki pagar (aturan), aturan Allah adalah larangan-larangan-Nya. Sesungguhnya di dalam tubuh terdapat segumpal daging jika dia baik maka baiklah seluruh jasad itu, jika dia rusak maka rusak pula seluruh jasad. Ketahuilah itu adalah hati."*(HR. Bukhori No. 52, 1946 dan Muslim No. 1599).

Hadits tersebut menjelaskan bahwa terdapat tiga macam hukum

1. Sesuatu yang jelas halal, seperti minum air putih, makan buah-buahan, memakai pakaian yang pantas dan menutup aurat, berbuat baik, berkata yang baik, dan lainnya.
2. Sesuatu yang jelas haram, seperti zina, judi, mencuri, makan riba, babi, minum khamr, membunuh jiwa tanpa hak, durhaka kepada orang tua, sumpah palsu, dan lainnya.
3. Sesuatu yang masih samar (*syubhat*) statusnya, karena dalilnya ada tetapi mempunyai banyak tafsir, atau jelas maknanya namun lemah riwayatnya, atau kuat riwayatnya tapi tidak jelas dan tegas maksudnya.

Dalam pemaparan tersebut terdapat konsep dasar dalam ilmu matematika dalam al-Quran dan al-Hadits adalah himpunan. Himpunan terdapat dua macam yaitu himpunan tegas dan himpunan *fuzzy*. Himpunan tegas adalah kumpulan yang anggotanya telah terdefinisi dengan jelas, sedangkan pada himpunan *fuzzy* maka anggota-anggotanya terdapat pada interval antara nol sampai satu, dengan nilai nol menunjukkan salah dan nilai satu menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah.

Sebagaimana telah dijelaskan dalam hadits di atas, bahwa terdapat tiga macam hukum yaitu sesuatu yang hukumnya halal, sesuatu yang hukumnya haram, dan sesuatu yang hukumnya *syubhat*. Hal tersebut termasuk dalam himpunan *fuzzy* yang dinyatakan dengan suatu derajat keanggotaan antara nol sampai satu, maka sesuatu yang halal mempunyai derajat keanggotaan bernilai satu dan sesuatu yang haram mempunyai derajat keanggotaan bernilai nol. Karena sesuatu yang halal bersifat baik sedangkan sesuatu yang haram bersifat buruk.

Sesuatu yang hukumnya *syubhat* mempunyai derajat keanggotaan yang berada pada nilai antara nol sampai satu. Sebagaimana para ulama berbeda pendapat dalam mengkategorikan sesuatu *syubhat*:

1. Kelompok yang memasukkan *syubhat* sebagai perkara yang haram. Alasannya adalah ucapan Rasulullah: "*Barangsiapa yang menghindar dari yang samar maka dia telah menjaga agamanya dan kehormatannya. Dan barangsiapa yang terjatuh dalam perkara yang samar maka dia telah terjatuh dalam perkara yang haram*".
2. Kelompok yang memasukan *syubhat* sebagai perkara yang halal. Alasannya adalah ucapan Rasulullah: *"seperti penggembala yang berada dekat di pagar milik orang lain"*. Ini menunjukkan dia belum masuk keharaman, namun sebaiknya bersikap hati-hati untuk meninggalkannya.
3. Kelompok yang mengatakan bahwa *syubhat* bukanlah halal dan bukan pula haram, dan Rasulullah telah menyebutkan bahwa halal dan haram adalah

jelas, maka hendaknya bersikap seperti itu. Tetapi meninggalkannya adalah lebih baik, dan hendaknya bersikap hati-hati.

Seseorang dianjurkan untuk menghindari sesuatu yang *syubhat*, sebab kemungkinan besar seseorang akan terjatuh pada sesuatu yang haram. Maka, dalam hal ini Rasulullah menunjukkan sifat kehati-hatian terhadap hal-hal yang masih samar tentang halal atau haramnya, karena sebab-sebab yang masih belum jelas. Sebagaimana dalam firman Allah dalam al-Quran surat Fushshilat ayat 46, bahwasanya seseorang yang berbuat baik maka akan mengambil hikmah dari kebaikan tersebut, begitu pula seseorang yang berbuat jahat maka akan mengambil akibat dari kejahatannya pula.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada penelitian ini, maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga dalam bentuk $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ dapat diselesaikan menggunakan metode Cramer jika $\det(A) \neq 0$. Adapun langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linier *fuzzy* segitiga dengan menggunakan metode Cramer sebagai berikut:
   a. Mengubah sistem persamaan linier *fuzzy* bilangan segitiga dalam bentuk matriks $A\tilde{X} = \tilde{Y}$ dengan menggunakan potongan-α nya
   b. Menghitung determinan A dari matriks koefisien
   c. Menghitung determinan $\tilde{A}_i$ dengan $1 \leq i \leq n$ dengan mengganti matriks A pada kolom ke-n dengan matriks $\tilde{Y}_i$. Sehingga didapatkan hasil dari perhitungan determinan dengan menggunakan potongan-α nya $(A_i)_\alpha = [(A_i)_\alpha^-, (A_i)_\alpha^+]$
   a. Menentukan $\tilde{x}_i, i = 1, 2, \dots, n$ menggunakan potongan-α sehingga

$$(x_i)_\alpha = \frac{\det(A_i)_\alpha}{\det A} = \frac{\det\left([(A_i)_\alpha^-, (A_i)_\alpha^+]\right)}{\det A}$$

maka, dapat dinyatakan dengan

$$(x_i)_\alpha^- = \frac{\det(A_i)_\alpha^-}{\det A}$$

dan

$$(x_i)_\alpha^+ = \frac{\det(A_i)_\alpha^+}{\det A}$$

2. Kajian agama tentang linier *fuzzy* telah dijelaskan dalam al-Quran dan al-Hadits, sebagaimana terkandung dalam surat al-Imran ayat 7 yang menjelaskan tentang ayat muhkam dan ayat mutasyabih dan dalam hadits nabi yang telah diriwayatkan Bukhori dan Muslim yang menjelaskan bahwa terdapat sesuatu yang halal, haram, dan *syubhat*. Dalam kehidupan sebaiknya seseorang bersifat hati-hati dalam melakukan sesuatu agar tidak terjerumus dalam sesuatu yang *syubhat*, karena sesungguhnya dalam kehidupan seseorang dianjurkan agar hidup di jalan yang lurus

4.2 Saran

Pada penelitian ini, penulis menggunakan metode Cramer untuk menyelesaikan sistem persamaan linier *fuzzy*. Penulis menyarankan untuk menggunakan metode yang lain dalam menyelesaikan sistem persamaan linier *fuzzy*.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. 2000. *Dasar-dasar Aljabar Linier Edisi 1 Jilid 7*. Batam: Interaksara.

Hamka. 1965. *Tafsir Al-Azhar Jus 4*. Jakarta: Pustaka Panjimas.

Imrona, M. 2012. *Aljabar Linier Dasar*. Jakarta. Erlangga.

Khazerloo, S., Montazeri, M dan Valizadeh, Z. 2010. A New Method for Solving Fuzzy Linear System. *Industrial Mathematics*. 2 (2): 97-104.

Klir, G dan Yuan, B. 1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Aplications*. New York: Prentice Hall.

Kusumadewi, S dan Purnomo, H. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Marzuki, C.C dan Hasmita, N. 2014. Penyelesaian Sistem Persamaan Linier Fuzzy Kompleks Menggunakan Metode Dekomposisi Doolittle. *Jurnal Sains, Teknologi dan Industri*. 11 (2): 166-174.

Susilo, F. 2006. *Himpunan Logika Kabur dan Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Wati, D. 2004. *Sistem Kendali Cerdas*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

RIWAYAT HIDUP

Afidatus Sholichah, dilahirkan di Kabupaten Pasuruan pada 28 Februari 1994. Tinggal di dusun Sendi RT.03 RW.23 Sumbergedang Kecamatan Pandaan Kabupaten Pasuruan. Anak kedua dari dua bersaudara, pasangan bapak Tariman dan ibu Rochmina.

Pendidikan dasar ditempuh di SD Maarif Ngampir Pandaan yang ditamatkan pada tahun 2006. Pada tahun yang sama, dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 2 Pandaan dan pada tahun 2009 dia menamatkan pendidikannya. Kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di SMA Negeri 1 Pandaan dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2012. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SNMPTN dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Afidatus Sholichah
Nim : 12610058
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Penyelesaian Sistem Persamaan Linier *Fuzzy* Bilangan Segitiga dengan Menggunakan Metode Cramer
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd
Pembimbing II : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	24 Maret 2016	Konsultasi Bab I & Bab II	1.
2.	05 April 2016	Revisi Bab I & Bab II	2.
3.	12 April 2016	Konsultasi Bab III	3.
4.	12 April 2016	Konsultasi Agama Bab I & Bab II	4.
5.	13 April 2016	Revisi Agama Bab I & Bab II	5.
6.	27 Mei 2016	Revisi Bab III	6.
7.	27 Mei 2016	Konsultasi Agama Bab III	7.
8.	30 Mei 2016	Revisi Agama Bab III	8.
9.	31 Mei 2016	Acc Keseluruhan	9.
10.	31 Mei 2016	Acc Agama Keseluruhan	10.

Malang, 9 Agustus 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM FAKULTAS SAINTEK JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001