PENERAPAN HUKUM *DE MOIVRE* PADA METODE *NEW JERSEY* DALAM PENENTUAN NILAI CADANGAN ASURANSI JIWA DWIGUNA

SKRIPSI

OLEH
VANY LINDA FIBRIANTI
NIM. 12610054

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM

MALANG
2016

PENERAPAN HUKUM *DE MOIVRE*
PADA METODE *NEW JERSEY* DALAM
PENENTUAN NILAI CADANGAN ASURANSI JIWA DWIGUNA

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Vany Linda Fibrianti
NIM. 12610054

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

PENERAPAN HUKUM *DE MOIVRE* PADA METODE *NEW JERSEY* DALAM PENENTUAN NILAI CADANGAN ASURANSI JIWA DWIGUNA

SKRIPSI

Oleh
Vany Linda Fibrianti
NIM. 12610054

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 07 November 2016

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Abdul Aziz, M.Si	Mohammad Jamhuri, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002	NIP. 19810502 200501 1 004

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PENERAPAN HUKUM *DE MOIVRE*
PADA METODE *NEW JERSEY* DALAM
PENENTUAN NILAI CADANGAN ASURANSI JIWA DWIGUNA

SKRIPSI

Oleh
Vany Linda Fibrianti
NIM. 12610054

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 30 November 2016

Penguji Utama	: Dr. Sri Harini, M.Si	....
Ketua Penguji	: Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Sekretaris Penguji	: Abdul Aziz, M.Si	....
Anggota Penguji	: Mohammad Jamhuri, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Vany Linda Fibrianti
NIM	: 12610054
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Penerapan Hukum *De Moivre* pada Metode *New Jersey* dalam Penentuan Nilai Cadangan Asuransi Jiwa Dwiguna

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 30 November 2016
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
DD6B6ADF925183
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Vany Linda Fibrianti
NIM. 12610054

MOTO

“Don’t stop when you are tired, but stop when you are done"

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Masduki dan ibunda Yusmiati yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, mendukung, memotivasi, dan merestui penulis dalam menuntut ilmu serta selalu memberikan teladan yang baik bagi penulis. Keluarga penulis yang selalu memberi doa. Teman, sahabat, sekaligus saudara terbaik penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan dengan baik penyusunan skripsi ini yang berjudul "Penerapan Hukum *De Moivre* pada Metode *New Jersey* dalam Penentuan Nilai Cadangan Asuransi Jiwa Dwiguna". Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad Saw, yang telah membimbing manusia dari jalan kegelapan menuju jalan yang terang benderang yaitu agama Islam.

Pada penulisan skripsi ini, penulis banyak mendapat saran, bimbingan, arahan, doa, dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis sampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Mohammad Jamhuri, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan saran dan bantuan dalam penulisan skripsi ini.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayah dan Ibu tercinta yang telah mencurahkan kasih sayang, doa, bimbingan, dan motivasi hingga selesai skripsi ini.
8. Saudara-saudara tersayang yang telah memberikan semangat kepada penulis.
9. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2012 yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi dan terima kasih untuk kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
10. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis hanya dapat berharap, di balik skripsi ini dapat ditemukan sesuatu yang dapat memberikan manfaat dan wawasan yang lebih luas atau bahkan hikmah bagi penulis, pembaca, dan bagi seluruh mahasiswa Jurusan Matematika.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, November 2016

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL

HALAMAN PENGAJUAN

HALAMAN PERSETUJUAN

HALAMAN PENGESAHAN

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

HALAMAN MOTO

HALAMAN PERSEMBAHAN

KATA PENGANTAR viii

DAFTAR ISI x

DAFTAR GAMBAR xii

DAFTAR TABEL xiii

DAFTAR SIMBOL xiv

ABSTRAK xvi

ABSTRACT xvii

ملخص xviii

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Tujuan Penelitian 4
1.4 Manfaat Penelitian 4
1.5 Batasan Masalah 5
1.6 Sistematika Penulisan 5

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Fungsi *Survival* 7
2.2 Tabel Mortalitas 7
2.3 Fungsi *Survival* dan Hukum *De Moivre* 10
2.4 Tingkat Bunga 12
2.5 Anuitas 13
    2.5.1 Anuitas Pasti 14
    2.5.2 Anuitas Hidup 15
2.6 Asuransi Jiwa 16

2.6.1 Asuransi Jiwa Berjangka *n* Tahun 18
2.6.2 Asuransi Jiwa Dwiguna Murni (*Pure Endowment*) 18
2.6.3 Asuransi Jiwa Dwiguna (*Endowment*) 18
2.7 Premi... 18
2.7.1 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka 19
2.7.2 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna Murni *(Pure Endowment)* 20
2.7.3 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Seumur Hidup 21
2.7.4 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna 22
2.8 Kajian Agama Tentang Asuransi 23

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian 26
3.2 Jenis dan Sumber Data 26
3.3 Metode Pengumpulan Data 26
3.4 Teknik Penelitian 27

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Nilai Tunai Anuitas Hidup Berjangka dan Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna Berdasarkan Hukum *De Moivre* 28
4.1.1 Nilai Tunai Anuitas Hidup Berjangka 28
4.1.2 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna 30
4.2 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Seumur Hidup Berdasarkan Hukum *De Moivre* 31
4.3 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna dengan Hukum *De Moivre* 31
4.4 Cadangan Premi Tahunan Metode *New Jersey* Menggunakan Hukum *De Moivre* ....
4.5 Implementasi pada Contoh Kasus 36
4.6 Pandangan Islam Terhadap Bisnis Asuransi Jiwa 53

BAB IV PENUTUP

5.1 Kesimpulan 55
5.2 Saran 56

DAFTAR RUJUKAN 57

LAMPIRAN-LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Garis Waktu Nilai Tunai Anuitas Hidup Berjangka Awal 28
Gambar 4.2 Garis Waktu Nilai Tunai Anuitas Hidup Berjangka Akhir 29

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Cadangan Premi Disesuaikan dengan Metode *New Jersey* pada Asuransi Jiwa Dwiguna dengan x = 30 Selama n = 30 Tahun............. 44
Tabel 4.2 Cadangan Premi Disesuaikan dengan Metode *New Jersey* Menggunakan Hukum *De Moivre* pada Asuransi Jiwa Dwiguna dengan x = 30 Selama n = 30 Tahun.. 52

DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam skripsi ini mempunyai makna sebagai berikut:

x	:	Usia atau umur (tahun)
t	:	Jangka waktu kontrak polis
l_x	:	Banyaknya orang yang hidup berusia x tahun
d_x	:	Banyaknya orang berusia x tahun yang meninggal sebelum mencapai usia $x + 1$ tahun
q_x	:	Peluang seseorang berusia x akan meninggal sebelum mencapai usia $x + 1$ tahun
p_x	:	Peluang seseorang berusia x akan mencapai usia $x + 1$ tahun (bertahan hidup)
${}_tp_x$	:	Peluang seseorang berusia x akan hidup selama t tahun lagi
${}_tq_x$	:	Peluang seseorang berusia x akan meninggal dalam kurun waktu t tahun lagi
${}_td_x$	:	Banyaknya orang yang meninggal antara usia x dan $x + t$ tahun
${}_{t\|}q_x$	:	Nilai kemungkinan (x) hidup sampai t tahun dan kemudian mati dalam 1 tahun berikutnya
${}_{t\|u}q_x$	:	Nilai kemungkinan (x) hidup sampai t tahun dan kemudian mati dalam u tahun berikutnya
i	:	Tingkat suku bunga pertahun
v	:	Faktor diskon
ω	:	Usia tertinggi seseorang
$f(x)$	:	Fungsi kepadatan peluang
$F(x)$	:	Fungsi distribusi kumulatif
I	:	Bunga

P : Besar uang pokok

S : Total pokok dan bunga

$\ddot{a}_{\overline{n}|}$: Nilai tunai anuitas pasti awal

$a_{\overline{n}|}$: Nilai tunai anuitas pasti akhir

$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$: Nilai tunai dari deretan pembayaran tahunan sebesar 1 satuan untuk anuitas hidup awal berjangka t tahun bagi orang yang berusia x tahun

$a_{x:\overline{n}|}$: Nilai tunai dari deretan pembayaran tahunan sebesar 1 satuan untuk anuitas hidup akhir berjangka t tahun bagi orang yang berusia x tahun

$A^{1}_{x:\overline{n}|}$: Premi tunggal asuransi jiwa berjangka dengan masa pertanggungan asuransi selama n tahun, dan uang pertanggungan sebesar 1 satuan pembayaran

$A_{x:\overline{n}|}^{\;\;\;1}$: Premi tunggal *pure endowment* untuk tertanggung yang berusia x tahun, jangka pertanggungan n tahun dan besar pertanggungan adalah 1

$A_{x:\overline{n}|}$: Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun, dan uang pertanggungan dibayarkan di akhir tahun polis

A_x : Premi tunggal asuransi jiwa seumur hidup untuk peserta asuransi yang berusia x

${}_hP_{x:\overline{n}|}$: Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia (x) tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dengan masa pembayaran premi selama h tahun

c_x : Premi natural

α : Premi bersih untuk tahun pertama modifikasi

β : Premi bersih ditiap tahun polis untuk sisa periode modifikasi (19 tahun berikutnya)

ABSTRAK

Fibrianti, Vany Linda. 2016. **Penerapan Hukum *De Moivre* Pada Metode *New Jersey* Dalam Penentuan Nilai Cadangan Asuransi Jiwa Dwiguna**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si (II) Mohammad Jamhuri, M.Si.

Kata Kunci: cadangan premi, metode *New Jersey*, hukum *De Moivre*, asuransi jiwa dwiguna

Perusahaan asuransi jiwa sering mengalami kesulitan mendapatkan dana pada awal tahun asuransi yang digunakan untuk pembuatan polis peserta asuransi. Untuk mengatasi masalah tersebut perusahaan asuransi harus memiliki nilai cadangan. Ada beberapa metode yang digunakan dalam menghitung cadangan premi, satu diantaranya adalah metode *New Jersey*. Pada penentuanya menggunakan pendekatan dengan hukum mortalitas yaitu hukum *De Moivre*.

Tujuan penelitian ini adalah mengetahui penerapan hukum De Moivre pada metode *New Jersey* dalam menentukan model cadangan pada asuransi jiwa dwiguna dan mengetahui perbandingan nilai cadangan dengan metode *New Jersey* pada asuransi jiwa dwiguna menggunakan hukum *De Moivre* dan tanpa hukum *De Moivre*. Hasil penelitian ini adalah model cadangan pada asuransi jiwa dwiguna diperoleh

$$ {}_tV_{x:\overline{n|}} = A_{x+t:\overline{n-t|}} - \left(\beta^J - P_{x:\overline{n|}}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t|}} - P_{x:\overline{n|}}\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} $$

dengan:

$$ A_{x+t:\overline{n-t|}} = 1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right) $$

$$ \beta^J = \left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} + \frac{\left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} - \frac{v}{\omega-x}}{\sum_{t=0}^{n} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}} $$

$$ P_{x:\overline{n|}} = \frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}} $$

$$ \ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-t-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x} $$

dan nilai cadangan dengan metode *New Jersey* menggunakan hukum *De Moivre* lebih kecil dibandingkan tanpa menggunakan hukum *De Moivre* pada asuransi jiwa dwiguna.

ABSTRACT

Fibrianti, Vany Linda. 2016. **Application of the *De Moivre* Law in *New Jersey Methods* in Determining Reserves Value of Endowment Life Insurance**. Thesis. Departemen of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si (II) Mohammad Jamhuri, M.Si.

Kata Kunci: benefit reserve, *New Jersey* method, *De Moivre* law, endowment life insurance

Life insurance companies often have difficulty getting insurance costs in the early years used for policy-making insurance participants. To overcome these problems the insurance company should have a value of reserves. There are several methods used to calculate the benefit reserve one of them is the method of *New Jersey*. Used the approximation of the laws of mortality, namely *De Moivre* law, to determine the method.

The purpose of this study is to determine the application of the law of *De Moivre* in *New Jersey* in the method of determining the reserve model in endowment life insurance and compare the benefit reserve with the method of *New Jersey* on endowment life insurance using *De Moivre* law and the without *De Moivre* law. The result of this research is a model of reserves on endowment life insurance which is obtained from

$$ {}_tV_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - \left(\beta^J - P_{x:\overline{n}|}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - P_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} $$

with:

$$ A_{x+t:\overline{n-t}|} = 1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right) $$

$$ \beta^J = \left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} + \frac{\left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} - \frac{v}{\omega-x}}{\sum_{t=0}^{n} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}} $$

$$ P_{x:\overline{n}|} = \frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}} $$

$$ \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-t-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x} $$

and the benefit reserve method using the *New Jersey* with *De Moivre* law less than without using *De Moivre* law on endowment life insurance.

ملخص

فبرينتي، فاني ليندا. ٢٠١٦. **تطبيق قانون *De Moivre* في طريقة *New Jersey* في تحديد قيمة التأمين على الحياة الاحتياطيات Dwiguna**. بحث جامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، وجامعة ولاية الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج.

المشرف: (١) عبد العزيز الماجستير ،(٢) محمد جمهوري الماجستير.

الكلمات الرئيسية: قسط الاحتياطي، طريقة New Jersey، قانون اجتثاث *De Moivre*، للتأمين على الحياة Dwiguna.

في كثير من الأحيان شركات التأمين على الحياة وتستخدم صعوبة في الحصول على تكاليف التأمين في السنوات الأولى للمشاركين التأمين صنع السياسات .لحل هذه المشاكل يجب أن يكون لشركة التأمين قيمة الاحتياطيات .هناك العديد من الطرائق المستخدمة لحساب الأقساط احتياطي، واحدة منها هي طريقة *New Jersey*. في تصميمه باستخدام تقريب القوانين وفيات القانون الذي *De moivre*.

وكان الغرض من هذه الدراسة هو تحديد تطبيق القانون من *De Moivre* في *New Jersey* في بطريقة تحديد نموذج الاحتياطي في الوقف التأمين على الحياة ومقارنة قسط نسخة احتياطية بطريقة New Jersey على الوقف التأمين على الحياة باستخدام قانون *De moivre* والخارجين عن القانون *De Moivre*. ونتيجة لهذا البحث هو نموذج من احتياطي على الوقف التأمين على الحياة المكتسبة من

$$ {}_tV_{x:\overline{n|}} = A_{x+t:\overline{n-t|}} - \left(\beta^J - P_{x:\overline{n|}}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t|}} - P_{x:\overline{n|}}\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} $$

مع:

$$ A_{x+t:\overline{n-t|}} \quad = \quad 1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t\,\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right) $$

$$\beta^J = \left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} + \frac{\left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} - \frac{v}{\omega-x}}{\sum_{t=0}^{n} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}$$

$$P_{x:\overline{n|}} = \frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-t-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}$$

وقيمة قسط الاحتياطي *New Jersey* باستخدام القانون *De Moivre* أقل من عدم استخدام قانون دي *Moivre De* على الوقف التأمين على الحياة.

BAB I

PENDAHALUAN

1.1 Latar Belakang

Menurut Sula (2004:33) dalam buku Asuransi Syariah, dalam Islam asuransi sering disebut dengan *at-takaful* (tolong-menolong). Pengertian *takaful* adalah saling memikul risiko di antara sesama orang sehingga antara satu dengan yang lainnya menjadi penanggung atau risiko yang lainnya. Saling pikul risiko ini dilakukan atas dasar saling menolong dalam kebaikan dengan cara masing-masing mengeluarkan dana sosial (*tabarru'*) yang ditujukkan untuk menanggung risiko. *Takaful* dalam pengertian ini sesuai dengan al-Quran,

وَتَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْبِرِّ وَٱلتَّقْوَىٰ ۖ وَلَا تَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْإِثْمِ وَٱلْعُدْوَٰنِ ۚ وَٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ ۖ إِنَّ ٱللَّهَ شَدِيدُ ٱلْعِقَابِ ﴿٢﴾

"*Dan tolong-menolonglah kamu dalam (mengerjakan) kebajikan dan takwa, dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. dan bertakwalah kamu kepada Allah Swt., Sesungguhnya Allah Swt. amat berat siksa-Nya*" (QS. Al-Maidah/5:2).

Ayat ini memuat perintah (*amr*) tolong-menolong antarsesama manusia. Dalam bisnis asuransi, nilai ini terlihat dalam praktik kerelaan anggota (nasabah) perusahaan asuransi untuk menyisihkan dananya agar digunakan sebagai dana sosial (*tabarru'*). Dana sosial ini berbentuk rekening *tabarru'* pada perusahaan asuransi dan difungsikan untuk menolong salah satu anggota (nasabah) yang sedang mengalami musibah (*peril*).

Banyaknya hal-hal tidak terduga yang terjadi di dunia seperti bencana alam (banjir, angin topan, dan gempa bumi) dan kecelakaan (kecelakaan jalan raya, pesawat jatuh, dan kapal tenggelam) mengakibatkan adanya resiko kerugian yang berdampak pada keselamatan masyarakat. Perusahaan asuransi merupakan salah satu solusi yang dapat membantu masyarakat dalam menangani risiko-risiko yang mungkin terjadi karena ketidakpastian tersebut. Kewajiban masyarakat sebagai peserta asuransi adalah membayar premi yang telah disepakati bersama perusahaan asuransi. Premi yang dibayarkan oleh peserta asuransi akan dialokasikan oleh perusahaan asuransi untuk santunan (manfaat yang akan dikembalikan kepada peserta asuransi), operasional perusahaan dan untuk nilai cadangan.

Menurut Sembiring (1986) perusahaan asuransi jiwa sering mengalami kesulitan mendapatkan biaya pada awal tahun asuransi yang akan digunakan untuk pembuatan polis peserta asuransi, pemeriksaan kesehatan peserta asuransi, pembayaran komisi agen, santunan tidak terduga, dan lain-lain. Biaya tersebut dijadikan tanggungan kepada peserta asuransi yang dibayarkan bersama premi. Perusahaan harus pandai dalam menginvestasikan premi yang dibayarkan peserta asuransi untuk mengantisipasi jika nilai cadangan yang diperlukan tidak mencukupi. Salah satu syarat berdirinya sebuah perusahaan asuransi adalah harus memiliki cadangan.

Futami (1993) menyatakan cadangan adalah besarnya uang yang ada pada perusahaan dalam jangka waktu penanggungan. Perhitungan nilai cadangan dibagi menjadi dua jenis yaitu retrospektif dan prospektif. Perhitungan nilai cadangan retrospektif adalah perhitungan nilai cadangan berdasarkan waktu yang lalu, sedangkan perhitungan nilai cadangan prospektif adalah perhitungan nilai cadangan berdasarkan nilai pengeluaran di waktu yang akan datang.

Pada penelitian ini, nilai cadangan dihitung menggunakan berbagai metode salah satunya metode *New Jersey*. *New Jersey* merupakan suatu metode yang diciptakan sebagai perbaikan dari metode *Illinois*, di mana pembayaran premi yang melebihi 20 kali pembayaran pada metode *New Jersey* menghasilkan nilai cadangan yang lebih efektif. Metode *New Jersey* merupakan suatu metode yang menentukan bahwa nilai cadangan akhir tahun pertama adalah nol (Sembiring, 1986).

Faradilla, dkk (2015) menentukan nilai cadangan menggunakan hukum *De Moivre*, yang mana hukum *De Moivre* merupakan salah satu hukum mortalita yang menentukan percepatan mortalita, yang diperoleh dari distribusi seragam (*uniform*). Berdasarkan hal tersebut penulis menerapkan hukum *De Moivre* pada metode *New Jersey* dalam menentukan nilai cadangan pada asuransi dwiguna. Berdasarkan latar belakang tersebut penulis mengangkat judul “Penerapan Hukum *De Moivre* Pada Metode *New Jersey* Dalam Penentuan Nilai Cadangan Asuransi Jiwa Dwiguna” .

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan masalah yang telah dipaparkan pada latar belakang sebelumnya, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana penerapan hukum *De Moivre* pada metode *New Jersey* dalam menentukan model cadangan pada asuransi jiwa dwiguna?
2. Bagaimana perbandingan perhitungan nilai cadangan dengan metode *New Jersey* pada asuransi jiwa dwiguna menggunakan hukum *De Moivre* dan tanpa hukum *De Moivre*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dipaparkan maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui penerapan hukum *De Moivre* pada metode *New Jersey* dalam menentukan model cadangan pada asuransi jiwa dwiguna.
2. Untuk mengetahui perbandingan nilai cadangan dengan metode *New Jersey* pada asuransi jiwa dwiguna menggunakan hukum *De Moivre* dan tanpa hukum *De Moivre*.

1.4 Manfaat Penelitian

1. Bagi Penulis

Dengan adanya penelitian ini penulis dapat memperoleh wawasan dan gambaran mengenai praktik kerja yang ada di luar kampus, sehingga dapat dijadikan pelajaran untuk penulis di masa depan setelah lulus kuliah.

2. Bagi Pengguna

Dengan adanya penelitian ini perusahaan yang bergerak di bidang asuransi mendapatkan wawasan untuk memperoleh nilai cadangan dengan perbandingan dua metode yang berbeda pada asuransi dwiguna.

3. Bagi Lembaga

Sebagai tambahan bahan ilmu pengetahuan untuk dijadikan sarana pengembangan wawasan khususnya tentang pembelajaran matematika asuransi.

1.5 Batasan Masalah

Untuk mempermudah penjelasan dalam penulisan skripsi ini, maka penulis perlu memberikan batasan masalah agar pembahasan tidak keluar dari rumusan masalah yang telah ditetapkan. Adapun batasan masalahnya adalah:

1. Anuitas yang digunakan adalah anuitas hidup.
2. Premi yang digunakan adalah premi tahunan asuransi jiwa dwiguna.
3. Cadangan premi yang digunakan adalah cadangan prospektif dwiguna dengan metode *New Jersey*.
4. Dalam perhitungan cadangan prospektif dwiguna dengan metode *New Jersey* menggunakan hukum *De Moivre*.

1.6 Sistematika Penulisan

Pada penulisan skripsi ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan antara lain fungsi *survival*, anuitas, metode *New Jersey*, dan hukum *De Moivre* pada asuransi jiwa dwiguna.

Bab III Metode Penelitian

Berisi tentang cara atau langkah-langkah dalam melaksanakan penelitian ini meliputi pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, metode pengumpulan data, dan teknik pengolahan data.

Bab IV Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang pembahasan menerapkan hukum *De Moivre* pada metode *New Jersey* dalam menentukan nilai cadangan asuransi jiwa dwiguna.

Bab V Penutup

Berisi mengenai kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Fungsi *Survival*

Penaksiran peluang hidup dapat digunakan untuk membantu menaksir usia manusia untuk hidup, sebagai landasan perhitungan premi dalam asuransi umum, dan menaksir pertumbuhan atau pengurangan populasi. Alat untuk menaksir peluang hidup dikenal dengan fungsi *survival*. Biasanya fungsi tersebut dibahas dalam dunia asuransi jiwa.

Seseorang dinotasikan dengan X dan diberikan $F_x(x)$ yang merupakan fungsi distribusi dari X maka,

$$F_x(x) = \Pr(X \le x) \qquad x \ge 0 \tag{2.1}$$

dan

$$s(x) = 1 - F_x(x) = \Pr(X > x) \qquad x \ge 0 \tag{2.2}$$

dengan asumsi $F_x(0) = 0$ dan $s(0) = 1$. Fungsi $s(x)$ disebut fungsi *survival* untuk setiap x positif (Bowers, dkk, 1997:52).

2.2 Tabel Mortalitas

Tabel mortalitas (kematian) sangat penting dalam perhitungan-perhitungan anuitas dan asuransi jiwa. Tabel ini disusun berdasarkan rumus-rumus matematika dan probabilitas. Tabel mortalitas adalah suatu tabel ringkasan suatu laporan yang menggambarkan sejumlah grup individu (Nababan, 2004:73).

Menurut Djojosoedarso (Trisnawati, 2014:13), tabel mortalitas terdiri dari beberapa kolom yang terdiri dari kolom x yang menyatakan kolom untuk umur peserta, kemudian kolom l_x yang menyatakan jumlah orang yang tepat berusia x, dan d_x menyatakan jumlah orang yang meninggal dari usia x sampai $x+1$. Kolom q_x menyatakan seseorang yang berusia x meninggal sebelum usia $x+1$, kolom p_x menyatakan suatu peluang hidup seseorang yang berusia x, kemudian kolom e_x merupakan harapan hidup dari seseorang yang berusia x.

Menurut Revani, dkk (2012:148) hubungan dasar yang digunakan berdasarkan istilah di atas adalah:

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

dan

$$l_x = d_x + d_{x+1} + \ldots + d_{x+n-1} + d_{x+n}$$

sedangkan untuk rumus p_x dan q_x maka diperoleh:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \tag{2.3}$$

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} \tag{2.4}$$

Futami (1993:34) menyatakan rumus-rumus yang berhubungan dengan nilai kemungkinan hidup dan nilai kemungkinan mati, simbol (x) berarti orang yang berusia x:

1. Nilai kemungkinan (x) untuk hidup t tahun adalah

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x} \tag{2.5}$$

2. Nilai kemungkinan (x) meninggal dalam jangka waktu t tahun adalah

$$
\begin{aligned}
{}_t q_x &= \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x} \\
&= 1 - {}_t p_x \qquad (2.6)\\
{}_t p_x + {}_t q_x &= 1
\end{aligned}
$$

Peluang meninggal peserta asuransi yang berusia x tahun akan meninggal sebelum berusia $x+t$ tahun dinyatakan dengan

$$ {}_t q_x = \frac{{}_t d_x}{l_x} \qquad (2.7)$$

dengan ${}_t d_x$ menyatakan jumlah orang yang meninggal antara usia x tahun dan $x+t$ tahun yang dinyatakan dengan

$$ {}_t d_x = l_x - l_{x+t} \qquad (2.8)$$

(Dickson, dkk, 2009:10).

3. Nilai kemungkinan (x) hidup sampai t tahun dan kemudian mati dalam 1 tahun berikutnya:

$$
\begin{aligned}
{}_{t|} q_x &= \frac{d_{x+t}}{l_x} \\
&= \frac{l_{x+t} - l_{x+t+1}}{l_x} \qquad (2.9)\\
&= {}_t p_x - {}_{t+1} p_x
\end{aligned}
$$

atau dalam bentuk lain:

$$
\begin{aligned}
{}_{t|} q_x &= \frac{l_{x+t}}{l_x} \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}} \qquad (2.10)\\
&= {}_t p_x q_{x+t}
\end{aligned}
$$

(Futami, 1993:34).

4. Nilai kemungkinan (x) hidup sampai t tahun dan kemudian mati dalam u tahun berikutnya:

$$
\begin{aligned}
{}_{t|u}q_x &= \frac{l_{x+t} - l_{x+t+u}}{l_x} \\
&= {}_t p_x - {}_{t+u}p_x
\end{aligned}
\tag{2.11}
$$

atau dalam bentuk lain:

$$
\begin{aligned}
{}_{t|u}q_x &= \frac{l_{x+t}}{l_x}\frac{l_{x+t} - l_{x+t+u}}{l_{x+t}} \\
&= {}_t p_x \, {}_u q_{x+t}
\end{aligned}
\tag{2.12}
$$

Jika $u = 1$ maka persamaan (2.12) dapat ditulis menjadi:

$$ {}_{t|}q_x = {}_t p_x q_{x+t} \tag{2.13} $$

(Futami, 1993:35).

2.3 Fungsi *Survival* dan Hukum *De Moivre*

Perhitungan anuitas hidup yang berhubungan dengan premi pada asuransi jiwa dwiguna, dalam skripsi ini hukum yang digunakan adalah hukum *De Moivre*. Menurut Finan (2011:163) hukum *De Moivre* ditemukan oleh seorang ilmuwan yang bernama Abraham De Moivre pada tahun 1729. Pada dasarnya hukum *De Moivre* diperoleh dari fungsi kepadatan peluang, yang diperoleh dari distribusi seragam (*uniform*). Distribusi seragam mempunyai fungsi kepadatan peluang pada interval $[a, b]$ yaitu

$$ f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a \le x \le b \tag{2.14} $$

Bowers, dkk (1997:78) menyatakan hubungan antara fungsi *survival* dan hukum *De Moivre* adalah sebagai berikut:

$$ s(x) = 1 - \frac{x}{\omega} \tag{2.15} $$

Peluang hidup peserta asuransi yang berusia x tahun akan meninggal pada usia $x+t$ tahun yaitu

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= \frac{s(x+t)}{s(x)} \\ &= \frac{1-\left(\frac{x+t}{\omega}\right)}{1-\left(\frac{x}{\omega}\right)} \\ &= \frac{\frac{\omega-x-t}{\omega}}{\frac{\omega-x}{\omega}} \\ &= \frac{\omega-x-t}{\omega-x} \end{aligned} \tag{2.16}$$

Sedangkan peluang hidup seseorang akan bertahan hidup untuk 1 tahun yang akan datang dengan peserta asuransi berusia $x+t$ tahun dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} p_{x+t} &= 1-\frac{1}{\omega-x-t} \\ &= \frac{\omega-x-t-1}{\omega-x-t} \end{aligned} \tag{2.17}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.11) ke persamaan (2.6) maka diperoleh

$$\begin{aligned} {}_t q_x &= 1-{}_t p_x \\ &= 1-\frac{\omega-x-t}{\omega-x} \\ &= \frac{t}{\omega-x} \end{aligned} \tag{2.18}$$

Sedangkan peluang meninggal tertunda untuk 1 tahun yang akan datang dengan peserta asuransi berusia $x+t$ tahun dinyatakan dengan

$$q_{x+t} = \frac{1}{\omega-x-t} \tag{2.19}$$

2.4 Tingkat Bunga

Pada ekonomi konvensional (non-syariah) bunga (*interest*) mempunyai peranan penting. Penempatan modal pada pihak lain, tabungan/deposito/giro, atau pinjaman, menimbulkan imbal jasa yang kadang biasa disebut dengan sewa modal untuk pihak yang menempatkan. Inilah yang disebut dengan bunga (Markonah dan Riwayati, 2009:19).

Bunga tunggal adalah bunga yang harus dibayar hanya pokok yang berguna selama masa transaksi. Bunga tunggal dipengaruhi oleh tiga faktor yaitu uang pokok, tarif bunga, dan lama transaksi (Markonah dan Riwayati, 2009:19).

Futami (1993) mengatakan misal besar uang pokok adalah P, tingkat bunga tunggal i, dengan lama transaksi n tahun maka besarnya bunga adalah

$$I = Pni \tag{2.20}$$

Setelah beberapa waktu kemudian total pokok berikut bunganya adalah sebesar

$$\begin{aligned} S &= P + I \\ &= P(1+ni) \end{aligned} \tag{2.21}$$

Lain halnya dengan bunga tunggal yang memiliki bunga yang sama pada setiap periode. Bunga majemuk adalah suatu perhitungan bunga di mana besar pokok jangka investasi selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya ditambahkan dengan besar bunga yang diperoleh sebelumnya (Futami, 1993:1).

Futami (1993) memisalkan besar pokok P, tingkat bunga i, dan jangka investasi n tahun, maka total pokok beserta bunga adalah

$$S = P(1+i)^n \tag{2.22}$$

Dalam bunga majemuk didefinisikan suatu fungsi v adalah sebagai berikut:

$$v = \frac{1}{1+i} \tag{2.23}$$

Dari persamaan (2.23) maka persamaan (2.22) dapat juga ditulis sebagai berikut:

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} = v^n S \tag{2.24}$$

Jika $n = 1$, $S = 1$ maka $P = v$, v adalah nilai sekarang dari pembayaran sebesar 1 yang dilakukan 1 tahun kemudian.

Futami (1993:2) mendefinisikan suatu fungsi tingkat diskon d sebagai berikut:

$$d = 1 - v = \frac{i}{1+i} \tag{2.25}$$

karena v adalah nilai sekarang untuk pembayaran sebesar 1 yang akan dibayarkan 1 tahun kemudian. Apabila pembayarannya dilakukan 1 tahun lebih cepat, maka besarnya bunga yang hilang adalah $d = 1 - v$

$$d = 1 - v = \frac{i}{1+i}$$

2.5 Anuitas

Anuitas (*annuity*) adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan secara berkala. Anuitas dapat dibagi menjadi dua macam, yaitu anuitas pasti (*annuity certain*) dan anuitas hidup (*life annuity*). Anuitas pasti adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan tanpa syarat, sedangkan anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan berdasarkan hidup dan matinya seseorang (Futami, 1993).

Anuitas hidup adalah anuitas yang pembayarannya hanya dilakukan apabila pemegang polis masih hidup atau dalam jangka waktu yang ditentukan sesuai jenis kontrak asuransinya. Berdasarkan pembayarannya anuitas hidup dibagi menjadi dua macam yaitu anuitas diskrit dan anuitas kontinyu. Yang dikatakan anuitas diskrit apabila pembayaran anuitas dilakukan secara berkala, dapat dilakukan tiap 3 bulan, 6 bulan, atau tahunan, sedangkan anuitas kontinyu adalah pembayaran sebesar n kali setahun dapat dibayarkan tiap saat sehingga $n \to \infty$ (Futami, 1993).

2.5.1 Anuitas Pasti

Suatu anuitas yang pasti dilakukan selama dalam jangka pembayaran disebut anuitas pasti. Anuitas yang dibayarkan di awal jangka pembayaran adalah anuitas awal, sedangkan anuitas yang dibayarkan di akhir jangka pembayaran adalah anuitas akhir (Futami, 1993:9).

Menurut Futami (1993) nilai tunai anuitas awal pembayarannya dilakukan di awal tahun, selama n tahun dibayar anuitas sebesar 1, maka nilai tunai anuitas awal yang dinotasikan $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ diperoleh sebagai berikut

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{n}|} &= 1 + v + \cdots + v^{n-1} \\ &= \frac{1-v^n}{1-v} \\ &= \frac{1-v^n}{d} \end{aligned} \tag{2.26}$$

atau dapat ditulis

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \tag{2.27}$$

Sedangkan untuk nilai tunai anuitas akhir yang dinotasikan $a_{\overline{n}|}$ diperoleh

$$
\begin{aligned}
a_{\overline{n}|} &= v + v^2 + \cdots + v^n \\
&= \frac{v - v^{n+1}}{1 - v} \\
&= \frac{v - v^n}{d} v \\
&= \frac{v - v^n}{d / v} \\
&= \frac{1 - v^n}{i}
\end{aligned}
\tag{2.28}
$$

atau dapat ditulis

$$
a_{\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n} v^t \tag{2.29}
$$

2.5.2 Anuitas Hidup

Anuitas hidup terdiri dari beberapa macam yaitu anuitas seumur hidup, anuitas berjangka, anuitas ditunda, dan anuitas hidup bergaransi. Untuk pembayaran yang dilakukan di awal tahun disebut anuitas awal, sedangkan pembayaran yang dilakukan di akhir tahun disebut anuitas akhir (Futami, 1993). Pada penelitian ini hanya dijelaskan anuitas hidup berjangka.

Anuitas berjangka adalah serangkaian pembayaran yang pembayarannya dilakukan pada jangka waktu tertentu. Anuitas berjangka terdapat dua macam yaitu awal dan akhir. Nilai tunai untuk anuitas berjangka awal dinotasikan sebagai

$$
\begin{aligned}
\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= 1 + vp_x + v^2 \, {}_2p_x \cdots + v^{n-1} \, {}_{n-1}p_x \\
&= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \, {}_tp_x
\end{aligned}
\tag{2.30}
$$

$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ adalah nilai tunai dari deretan pembayaran tahunan sebesar 1 satuan untuk anuitas hidup awal berjangka t tahun bagi orang yang berusia x tahun (Futami, 1993).

Nilai tunai untuk anuitas berjangka akhir dinotasikan sebagai

$$\begin{aligned} a_{x:\overline{n}|} &= vp_x + v^2\,{}_2p_x + v^3\,{}_3p_x \cdots + v^{n-1}\,{}_{n-1}p_x + v^n\,{}_np_x \\ &= \sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_tp_x \end{aligned} \tag{2.31}$$

$a_{x:\overline{n}|}$ adalah nilai tunai dari deretan pembayaran tahunan sebesar 1 satuan untuk anuitas hidup akhir berjangka t tahun bagi orang yang berusia x tahun (Futami, 1993).

Hubungan antara anuitas hidup awal berjangka dengan anuitas hidup akhir berjangka dengan menjabarkan persamaan (2.31) sebagai berikut

$$\begin{aligned} a_{x:\overline{n}|} &= vp_x + v^2\,{}_2p_x + v^3\,{}_3p_x \cdots + v^{n-1}\,{}_{n-1}p_x + v^n\,{}_np_x \\ &= 1 + vp_x + v^2\,{}_2p_x + v^3\,{}_3p_x \cdots + v^{n-1}\,{}_{n-1}p_x + v^n\,{}_np_x - 1 \\ &= (1 + vp_x + v^2\,{}_2p_x + v^3\,{}_3p_x \cdots + v^{n-1}\,{}_{n-1}p_x) - (1 - v^n\,{}_np_x) \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t\,{}_tp_x - (1 - v^n\,{}_np_x) \\ &= \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (1 - v^n\,{}_np_x) \end{aligned} \tag{2.32}$$

2.6 Asuransi Jiwa

Perkembangan asuransi di Indonesia berawal dari negara Belanda. Istilah asuransi dapat dikatakan juga sebagai pertanggungan. Dua istilah tersebut menggunakan istilah Bahasa Belanda, yaitu *assurantie* (asuransi) dan *verzekering* (pertanggungan), sedangkan menurut Bahasa Inggris istilah asuransi dikatakan sebagai *insurance* dan *assurance* yang berarti sama. Istilah *insurance* digunakan untuk asuransi kerugian sedangkan istilah *assurance* digunakan untuk asuransi jiwa (Purba, 1995:40).

Menurut pasal 246 Kitab Undang-Undang Hukum Dagang (KUHD), asuransi mempunyai pengertian sebagai berikut:

Asuransi atau pertanggungan adalah suatu persetujuan di mana penanggung mengikat diri kepada tertanggung dengan mendapat premi untuk mengganti kerugian karena kehilangan, kerugian, atau tidak diperolehnya keuntungan yang diharapkan yang dapat diderita karena peristiwa yang tidak diketahui terlebih dahulu (Purba, 1995:40).

Menurut pengertian otentik pasal 246 KUHD, ada empat unsur yang terlibat dalam asuransi, yaitu:

(1) Penanggung (*insurer*), yang memberikan proteksi.

(2) Tertanggung (*insured*), yang menerima proteksi.

(3) Peristiwa (*accident*) yang tidak diduga atau tidak diketahui sebelumnya, peristiwa yang dapat menimbulkan kerugian.

(4) Kepentingan (*interest*) yang diasuransikan, yang mungkin akan mengalami kerugian disebabkan oleh peristiwa itu (Purba, 1995:41).

Sembiring (1986) mengatakan asuransi jiwa adalah usaha kerjasama dari sejumlah orang yang sepakat menanggung kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah seorang anggotanya. Perusahaan yang besar dengan pemegang saham yang banyak akan mudah mengatasi santunan asuransi dari anggota yang tertimpa musibah. Dengan administrasi yang efisien dan investasi dana yang aman dengan tingkat bunga yang wajar, perusahaan asuransi akan berkembang dengan sehat dan merupakan usaha pengumpulan modal yang amat penting.

Asuransi jiwa ada beberapa macam di antaranya yaitu asuransi jiwa berjangka, asuransi jiwa dwiguna murni (*pure endowment*), dan asuransi jiwa dwiguna (*endowment*).

2.6.1 Asuransi Jiwa Berjangka n Tahun

Perusahaan asuransi berjanji untuk membayarkan sejumlah polis pada si penerima uang atas kematian dari si tertanggung hanya jika si tertanggung meninggal dalam n tahun setelah polis dikeluarkan (Markonah dan Riwayati, 2009:67).

2.6.2 Asuransi Jiwa Dwiguna Murni (*Pure Endowment*)

Asuransi jiwa dwiguna murni adalah suatu kontrak asuransi jiwa di mana pemegang polis, mulai dari saat kontrak dimulai sampai dengan jangka waktu tertentu tetap hidup maka pemegang polis tersebut menerima sejumlah uang pertanggungan (Futami, 1993:70).

2.6.3 Asuransi Jiwa Dwiguna (*Endowment*)

Asuransi jiwa dwiguna adalah gabungan dari asuransi berjangka dan dwiguna murni sehingga meskipun jangka waktu asuransi sudah habis, pemegang polis tetap mendapatkan uang santunan (Futami, 1993:88).

2.7 Premi

Premi adalah biaya yang dibayarkan oleh tertanggung (pemegang polis) kepada penanggung (perusahaan asuransi) untuk risiko yang ditanggung. Besarnya premi ditentukan oleh penanggung untuk dana yang dapat di klaim di masa depan (Sembiring, 1986).

Premi tunggal adalah premi yang dibayarkan sekaligus, dapat pula seumur hidup atau selama jangka waktu tertentu misalkan 20 tahun. Apabila si tertanggung meninggal sebelum berakhir jangka waktu pembayaran maka pembayaran premi dianggap telah selesai. Premi dapat dibayarkan di depan (premi tunggal) dan dibayarkan tahunan (premi tahunan) (Sembiring, 1986).

2.7.1 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka

Premi tunggal suransi jiwa berjangka adalah suatu asuransi apabila pemegang polis mulai dari disetujuinnya kontrak asuransi sampai dengan jangka waktu tertentu meninggal maka akan dibayarkan uang pertanggungan. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka juga disebut dengan asuransi kematian, karena uang pertanggungan diberikan ketika tertanggung meninggal pada jangka waktu tertentu. Bentuk umum untuk asuransi berjangka n tahun pada tahun polis pertama yang meninggal sebanyak d_x dan dalam setahun penerimaan premi tersebut akan menghasilkan bunga, sehingga besarnya nilai sekarang dari uang pertanggungan yang dibayarkan vd_x. Pada tahun polis kedua, nilai sekarang $v^2 d_{x+1}$, dan seterusnya. Jumlah total pembayaran premi tunggalnya, juga merupakan jumlah total dari uang pertanggungan yang harus dibayar (Futami, 1993:82), sehingga diperoleh:

$$l_x A^{1}_{x:\overline{n}|} = vd_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \cdots + v^n d_{x+n-1}$$

$$\begin{aligned} A^{1}_{x:\overline{n}|} &= \frac{vd_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \cdots + v^n d_{x+n-1}}{l_x} \\ &= v\frac{d_x}{l_x} + v^2 \frac{d_{x+1}}{l_x} + v^3 \frac{d_{x+2}}{l_x} + \cdots + v^n \frac{d_{x+n-1}}{l_x} \\ &= vq_x + v^2\ {}_{1|}q_x + v^3\ {}_{2|}q_x + \cdots + v^n\ {}_{n-1|}q_{x+n-1} \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\ {}_{t|}q_x \end{aligned} \tag{2.33}$$

Substitusikan persamaan (2.13) ke persamaan (2.33), sehingga diperoleh

$$A_{\substack{1\\x:\overline{n}|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \ {}_t p_{\ x} q_{x+t} \tag{2.34}$$

Berdasarkan persamaan (2.6), maka persamaan (2.34) menjadi

$$\begin{aligned} A_{\substack{1\\x:\overline{n}|}} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \ {}_t p_x (1 - p_{x+t}) \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \ {}_t p_x - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \ {}_{t+1} p_x \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v \ v^t \ {}_t p_x - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \ {}_{t+1} p_x \\ &= v \sum_{t=0}^{n-1} v^t \ {}_t p_x - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \ {}_{t+1} p_x \end{aligned} \tag{2.35}$$

Substitusikan persamaan (2.30) dan persamaan (2.31) ke persamaan (2.35), sehingga diperoleh:

$$A_{\substack{1\\x:\overline{n}|}} = v\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - a_{x:\overline{n}|} \tag{2.36}$$

Berdasarkan persamaan (2.32), maka persamaan (2.36) dapat dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} A_{\substack{1\\x:\overline{n}|}} &= v\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (1 - v^n \ {}_n p_x)) \\ &= v\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 1 - v^n \ {}_n p_x \\ &= 1 - v^n \ {}_n p_x - (1 - v)\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \end{aligned} \tag{2.37}$$

Karena $d = 1 - v$, maka persamaan (2.37) menjadi:

$$A_{\substack{1\\x:\overline{n}|}} = 1 - v^n \ {}_n p_x - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \tag{2.38}$$

2.7.2 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna Murni (*Pure Endowment*)

Premi tunggal *pure endowment* untuk tertanggung yang berusia x tahun, jangka pertanggungan n tahun dan besar pertanggungan adalah 1, dinotasikan dengan $A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}$ namun ada juga yang menotasikan dengan ${}_nE_x$ (Futami, 1993:70).

Futami (1993:70) memisalkan sejumlah l_x orang secara bersamaan menutup asuransi ini, total preminya adalah $l_x A_{\overset{1}{x:\overline{n}|}}$. Karena adanya tingkat bunga sebesar i selama n tahun maka premi tersebut besarnya menjadi $l_x A_{\overset{1}{x:\overline{n}|}}(1+i)^n$, n tahun kemudian yang masih bertahan hidup sebanyak l_{x+n} pada saat tersebut setiap orang yang hidup mendapat bayaran uang pertanggungan sebesar 1, maka diperoleh persamaan

$$\begin{aligned} l_x A_{\overset{1}{x:\overline{n}|}}(1+i)^n &= l_{x+n} \\ A_{\overset{1}{x:\overline{n}|}} &= \frac{l_{x+n}}{(1+i)^n l_x} \\ &= \frac{1}{(1+i)^n} \frac{l_{x+n}}{l_x} \\ &= v^n {}_n p_x \end{aligned} \tag{2.39}$$

2.7.3 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Seumur Hidup

Premi tunggal asuransi jiwa seumur hidup (A_x) merupakan suatu premi tunggal untuk polis asuransi jiwa seumur hidup untuk seseorang berusia x tahun. Dengan uang pertanggungan sebesar 1 dan pembayarannya dilakukan di akhir tahun polis. Misalkan sebanyak $l_x A_x$ membayarkan uang pertanggungan kepada d_x orang yang meninggal pada tahun pertama yang dibayarkan pada akhir tahun. Dalam setahun penerimaan premi tersebut akan menghasilkan bunga sehingga besarnya nilai sekarang dari uang pertanggungan yang dibayarkan vd_x. Pada tahun polis kedua, nilai sekarang $v^2 d_{x+1}$, dan seterusnya. Sehingga dapat dinyatakan

$$
\begin{aligned}
l_x A_x &= vd_x + v^2 d_{x+1} + \cdots + v^{100} d_{99} \\
A_x &= \frac{vd_x + v^2 d_{x+1} + \cdots + v^{100} d_{99}}{l_x} \\
&= v\frac{d_x}{l_x} + v^2 \frac{d_{x+1}}{l_x} + v^3 \frac{d_{x+2}}{l_x} + \cdots + v^{100} \frac{d_{\omega-x-1}}{l_x} \\
&= vq_x + v^2 {}_{1|}q_x + v^3 {}_{2|}q_x + \cdots + v^{100} {}_{t|}q_{\omega-x-1} \\
&= \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} {}_{t|}q_{\omega-x-1}
\end{aligned} \tag{2.40}
$$

Substitusikan persamaan (2.13) ke persamaan (2.40), sehingga diperoleh

$$
A_x = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1} {}_tp_x q_{\omega-x-t} \tag{2.41}
$$

(Futami, 1993:71).

2.7.4 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna

Futami (1993:109) menyatakan bahwa premi tahunan asuransi jiwa dwiguna merupakan premi yang dibayarkan setiap tahunnya selama jangka pertanggungan. Pembayaran premi akan berakhir apabila terjadi kematian ataupun kontrak asuransi berakhir. Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia x dengan uang pertanggungan sebesar 1 satuan yang dibayarkan pada akhir tahun polis dengan jangka pertanggungan selama n tahun adalah

$$
\begin{aligned}
P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= A_{x:\overline{n}|} \\
P_{x:\overline{n}|} &= \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}
\end{aligned} \tag{2.42}
$$

Misal uang pertanggungan dibayarkan segera, masa pembayaran premi h tahun $(h < n)$, maka diperoleh:

$$ {}_{h}P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}}. \tag{2.43} $$

2.8 Kajian Agama Tentang Asuransi

Kemakmuran di muka bumi dapat diwujudkan oleh manusia, jika dan hanya jika manusia tersebut mampu memahami dan memposisikan keberadaannya pada aturan yang telah ditentukan oleh Khaliknya, Allah Swt.. Adapun salah satu *sunnah* Allah Swt. yang berlaku pada diri manusia adalah eksistensinya yang lemah dan ketidaktahuannya terhadap kejadian yang akan menimpa pada dirinya. Hanya Allah Swt.-lah Dzat yang Maha Perkasa dan Maha Mengetahui atas segala sesuatu yang terjadi di alam semesta, baik yang sudah terjadi ataupun yang belum terjadi.

Manusia sebagai makhluk yang lemah, manusia harus senantiasa sadar bahwa keberadaanya tidak akan mampu hidup sendiri tanpa bantuan orang lain atau sesamanya. Solusinya adalah firman Allah Swt. dalam QS. Al-Maidah/5:2, yaitu:

وَتَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْبِرِّ وَٱلتَّقْوَىٰ ۖ وَلَا تَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْإِثْمِ وَٱلْعُدْوَٰنِ ۚ وَٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ ۖ إِنَّ ٱللَّهَ
شَدِيدُ ٱلْعِقَابِ ﴿٢﴾

"Dan tolong-menolonglah kamu dalam (mengerjakan) kebajikan dan takwa, dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. dan bertakwalah kamu kepada Allah Swt., Sesungguhnya Allah Swt. Amat berat siksa-Nya" (QS. Al-Maidah/5:2).

Berdasarkan ayat ini, manusia dituntun oleh Allah Swt. agar selalu berbuat tolong-menolong (*ta'awun*) antar sesamanya dalam kebaikan dan didasari atas nilai takwa kepada Allah Swt.. Hal ini merupakan salah satu prinsip dasar yang harus dipegang manusia dalam menjalani kehidupannya di atas permukaan bumi ini. Dengan saling melakukan tolong-menolong (*ta'awun*), manusia telah menjalankan satu fitrah dasar yang diberikan Allah Swt. kepadanya. Prinsip dasar inilah yang menjadi salah satu nilai filosofi dari berlakunya asuransi syariah (Ali, 2004:105).

Manusia mempunyai sifat lemah dalam menghadapi kejadian yang akan datang. Sifat lemah tersebut berbentuk ketidaktahuannya terhadap kejadian yang akan datang. Sifat lemah tersebut berbentuk ketidaktahuanya terhadap kejadian yang akan menimpa pada dirinya. Manusia tidak dapat memastikan bagaimana keadaanya dikemudian hari (*future time*). Firman Allah Swt. telah ditegaskan dalam QS. Yusuf/12:46-49 yaitu:

يُوسُفُ أَيُّهَا ٱلصِّدِّيقُ أَفۡتِنَا فِي سَبۡعِ بَقَرَٰتٖ سِمَانٖ يَأۡكُلُهُنَّ سَبۡعٌ عِجَافٞ وَسَبۡعِ
سُنۢبُلَٰتٍ خُضۡرٖ وَأُخَرَ يَابِسَٰتٖ لَّعَلِّيٓ أَرۡجِعُ إِلَى ٱلنَّاسِ لَعَلَّهُمۡ يَعۡلَمُونَ ﴿٤٦﴾ قَالَ
تَزۡرَعُونَ سَبۡعَ سِنِينَ دَأَبٗا فَمَا حَصَدتُّمۡ فَذَرُوهُ فِي سُنۢبُلِهِۦٓ إِلَّا قَلِيلٗا مِّمَّا تَأۡكُلُونَ
﴿٤٧﴾ ثُمَّ يَأۡتِي مِنۢ بَعۡدِ ذَٰلِكَ سَبۡعٞ شِدَادٞ يَأۡكُلۡنَ مَا قَدَّمۡتُمۡ لَهُنَّ إِلَّا قَلِيلٗا مِّمَّا
تُحۡصِنُونَ ﴿٤٨﴾ ثُمَّ يَأۡتِي مِنۢ بَعۡدِ ذَٰلِكَ عَامٞ فِيهِ يُغَاثُ ٱلنَّاسُ وَفِيهِ يَعۡصِرُونَ ﴿٤٩﴾

"(Setelah pelayan itu berjumpa dengan Yusuf Dia berseru):"Yusuf, Hai orang yang Amat dipercaya, terangkanlah kepada Kami tentang tujuh ekor sapi betina yang gemuk-gemuk yang dimakan oleh tujuh ekor sapi betina yang kurus-kurus dan tujuh bulir (gandum) yang hijau dan (tujuh) lainnya yang kering agar aku kembali kepada orang-orang itu, agar mereka mengetahuinya."Yusuf berkata: "Supaya kamu bertanam tujuh tahun (lamanya) sebagaimana biasa; Maka apa yang kamu tuai hendaklah kamu biarkan dibulirnya kecuali sedikit untuk kamu makan. Kemudian sesudah itu akan datang tujuh tahun yang Amat sulit, yang menghabiskan apa yang kamu simpan untuk menghadapinya (tahun sulit), kecuali sedikit dari (bibit gandum) yang kamu simpan.Kemudian setelah itu akan datang tahun yang padanya manusia diberi hujan (dengan cukup) dan dimasa itu mereka memeras anggur" (QS. Yusuf/12:46-49).

Pada ayat ini mengandung semangat untuk melakukan proteksi terhadap segala sesuatu peristiwa yang akan menimpa di masa datang. Baik peristiwa tersebut dalam bentuk kecelakaan, kebakaran, terganggunya kesehatan, kecurian, ataupun kematian. Pada surat Yusuf/12:46-49 disebutkan bahwa Nabi Yusuf telah melakukan proteksi (pengamanan) atau perlindungan dari tujuh tahun masa paceklik dengan melakukan *saving* (penabungan) selama tujuh tahun sebelumnya. Pelajaran yang dapat diambil dari ayat di atas untuk diterapkan pada praktik asuransi adalah dengan melakukan pembayaran premi asuransi berarti kita secara tidak langsung telah ikut serta mengamalkan perilaku proteksi tersebut seperti yang dilakukan oleh Nabi Yusuf, karena prinsip dasar dari bisnis asuransi adalah perlindungan terhadap kejadian yang membawa kerugian ekonomi (Ali, 2004:108).

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan pada penelitian ini menggunakan pendekatan kepustakaan atau studi literatur, yang merujuk pada buku-buku yang berkaitan dan dibutuhkan dalam penelitian ini. Selain itu, peneliti juga mempelajari literatur lain, berupa jurnal dan referensi yang berkaitan dengan penelitian.

3.2 Jenis dan Sumber Data

Pada penelitian ini sumber data yang digunakan adalah data sekunder yaitu data yang diperoleh tidak secara langsung dari objek penelitian, yaitu dari lampiran skripsi Ayulina Sugihar tahun 2011 yang berjudul "Perhitungan Premi Tahunan pada Asuransi *Joint Life* dan Penerapannya", yang mana data tersebut diambil dari Persatuan Aktuaris Indonesia. Data yang diambil berupa Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) tahun 1999 dengan jenis kelamin laki-laki yang disimbolkan dengan x.

3.3 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah metode dokumentasi. Dengan metode ini, penulis mengumpulkan data dari dokumen yang sudah ada, sehingga penulis dapat memperoleh catatan-catatan yang berhubungan dengan penelitian seperti tabel mortalitas serta dokumen lain yang relevan dengan kepentingan penelitian.

3.4 Teknik Penelitian

Berdasarkan pada tujuan penelitian yang akan dicapai, langkah pertama dimulai dengan berdasarkan data yang sudah ada yaitu berupa Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) Tahun 1999. Untuk memudahkan proses pengolahan data penulis menggunakan bantuan *software Microsoft Excel*. Adapun prosedur dan teknik penelitian yang dilakukan adalah:

1. Menentukan nilai tunai anuitas hidup berjangka dan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum *De Moivre.*
2. Menentukan premi tunggal asuransi jiwa seumur hidup berdasarkan hukum *De Moivre*.
3. Menentukan premi tahunan asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum *De Moivre.*
4. Menentukan cadangan premi dengan metode *New Jersey* menggunakan hukum *De Moivre.*
5. Mengimplementasikan pada contoh kasus.
6. Mengkaitkan pandangan Islam terhadap bisnis asuransi jiwa.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Nilai Tunai Anuitas Hidup Berjangka dan Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna Berdasarkan Hukum *De Moivre*

4.1.1 Nilai Tunai Anuitas Hidup Berjangka

Nilai tunai anuitas hidup berjangka awal merupakan nilai tunai suatu anuitas yang dipengaruhi oleh faktor diskon dan peluang hidup dan diperhitungkan pada awal periode selama jangka waktu n tahun yang disimbolkan dengan $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$, dengan x yang menyatakan usia peserta asuransi. Nilai tunai anuitas hidup berjangka awal dapat diilustrasikan seperti gambar berikut:

Periode ke-	0	1	2	3	$\cdots$	$n-1$
Pembayaran	1	1	1	1	$\cdots$	1
Faktor diskon	1	v	v^2	v^3	$\cdots$	v^{n-1}
Peluang	1	p_x	${}_2p_x$	${}_3p_x$	$\cdots$	${}_{n-1}p_x$

Gambar 4.1 Garis Waktu Nilai Tunai Anuitas Hidup Berjangka Awal

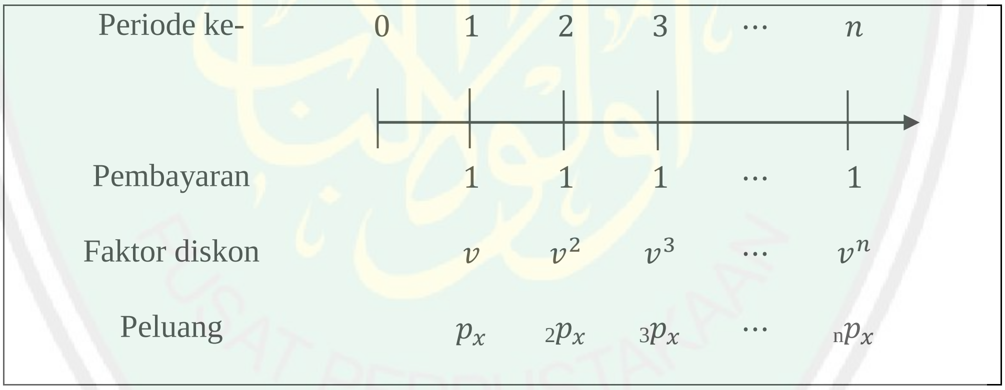
Berdasarkan Gambar 4.1 pembayaran nilai tunai anuitas adalah sebesar 1 satuan dengan pembayaran yang dilakukan pada awal kontrak sampai periode pembayaran ke- $n-1$. Jika ${}_tp_x$ menyatakan peluang hidup peserta asuransi berusia x tahun yang akan hidup $x+t$ tahun dan v menyatakan faktor diskon, maka nilai tunai anuitas hidup berjangka awal dapat dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= 1 + vp_x + v^2\,{}_2p_x \cdots + v^{n-1}\,{}_{n-1}p_x \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t\,{}_tp_x\end{aligned} \tag{4.1}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.16) nilai tunai anuitas hidup berjangka awal dengan menggunakan hukum *De Moivre* pada persamaan (4.1) dapat dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \, {}_t p_x \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \, \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Nilai tunai anuitas hidup berjangka akhir merupakan nilai tunai suatu anuitas yang dipengaruhi oleh faktor diskon dan peluang hidup dan diperhitungkan pada akhir periode selama jangka waktu n tahun yang disimbolkan dengan $a_{x:\overline{n}|}$, dengan x yang menyatakan usia peserta asuransi. Nilai tunai anuitas hidup berjangka akhir dapat diilustrasikan seperti gambar berikut:



Gambar 4.2 Garis Waktu Nilai Tunai Anuitas Hidup Berjangka Akhir

Berdasarkan Gambar 4.2 nilai tunai anuitas hidup berjangka akhir pembayaran dilakukan dari periode 1 sampai periode ke-n. Sehingga pada awal pembayaran sudah dipengaruhi oleh faktor diskon dan peluang hidup peserta asuransi berusia x tahun hingga $x + t$ tahun, dengan uang pertanggungan sebesar 1 satuan pembayaran maka dapat dinyatakan:

$$\begin{aligned} a_{x:\overline{n}|} &= v p_x + v^2 \, {}_2 p_x + v^3 \, {}_3 p_x \cdots + v^{n-1} \, {}_{n-1} p_x + v^n \, {}_n p_x \\ &= \sum_{t=1}^{n} v^t \, {}_t p_x \end{aligned} \tag{4.3}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.16) ke persamaan (4.3) nilai tunai anuitas hidup berjangka akhir menggunakan hukum *De Moivre* dapat dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} a_{x:\overline{n}|} &= \sum_{t=0}^{n} v^t \, {}_t p_x \\ &= \sum_{t=0}^{n} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \end{aligned} \tag{4.4}$$

4.1.2 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna

Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna adalah gabungan dari premi tunggal asuransi jiwa berjangka dan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni, yang artinya uang pertanggungan dibayarkan baik tertanggung masih hidup maupun meninggal dunia.

Menurut Futami (1993:88) premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dan uang pertanggungan dibayarkan di akhir tahun polis dinotasikan dengan $A_{x:\overline{n}|}$, dapat dinyatakan dengan

$$A_{x:\overline{n}|} = A^{1}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} \tag{4.5}$$

Substitusikan persamaan (2.38) dan (2.39) ke persamaan (4.5) sehingga diperoleh premi tunggal asuransi jiwa dwiguna yaitu

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{n}|} &= A^{1}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} \\ &= 1 - v^n \, {}_n p_x - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + v^n \, {}_n p_x \\ &= 1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Berdasarkan persamaan (4.2) premi tunggal asuransi jiwa dwiguna dengan menggunakan hukum *De Moivre* pada persamaan (4.6) dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{n}|} &= 1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \\ &= 1 - d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

4.2 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Seumur Hidup Berdasarkan Hukum *De Moivre*

Premi tunggal asuransi jiwa seumur hidup hampir sama dengan premi tunggal asuransi jiwa berjangka, hanya saja bedanya pada asuransi jiwa seumur hidup perhitungannya sampai pada usia tertinggi (ω) seseorang. Berdasarkan hukum *De Moivre* dengan mensubstitusikan persamaan (2.16) dan (2.19) ke persamaan (2.41) premi tunggal asuransi jiwa seumur hidup dapat dinyatakan

$$\begin{aligned} A_x &= \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1}\, {}_t p_x q_{\omega-x-t} \\ &= \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1}\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{1}{\omega-\omega+x+t}\right) \\ &= \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1}\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{1}{x+t}\right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.3 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna Berdasarkan Hukum *De Moivre*

Prinsip premi tahunan asuransi jiwa dwiguna adalah nilai tunai premi sama dengan nilai tunai santunan, sehingga premi tahunan asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka pertanggungan selama n tahun, dan pembayaran dilakukan di akhir tahun polis dengan uang pertanggungan sebesar 1 satuan pembayaran dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= A_{x:\overline{n}|} \\ P_{x:\overline{n}|} &= \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.2) dan (4.7) ke persamaan (4.9) premi tahunan asuransi jiwa dwiguna dengan hukum *De Moivre* dapat dinyatakan sebagai berikut

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$= \frac{1 - d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}} \tag{4.10}$$

Sedangkan untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dengan masa pembayaran premi selama h tahun dinyatakan dengan

$$_hP_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}} \tag{4.11}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4.2) dan (4.7) ke persamaan (4.11) premi tahunan asuransi jiwa dwiguna dengan hukum *De Moivre* dapat dinyatakan sebagai berikut

$$_hP_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}}$$

$$= \frac{1 - d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right)}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}} \tag{4.12}$$

4.4 Cadangan Premi Tahunan Metode *New Jersey* Menggunakan Hukum *De Moivre*

Menurut Annuri, dkk (2014:517) cadangan retrospektif merupakan perhitungan jumlah total pendapatan di waktu yang lalu sampai saat dilakukan perhitungan cadangan dikurangi dengan jumlah pengeluaran di waktu yang lalu, untuk setiap pemegang polis, sedangkan cadangan prospektif merupakan perhitungan berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran di waktu yang akan datang, dikurangi dengan nilai sekarang total pendapatan di waktu yang akan datang untuk tiap pemegang polis. Cadangan pada tahun ke-t dengan uang pertanggungan sebesar 1 dan premi tahunannya P secara umum dinyatakan dengan ${}_tV_{x:\overline{n}|}$. Cadangan premi prospektif asuransi jiwa dwiguna untuk seseorang yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun, dengan t menyatakan waktu perhitungan cadangan, dan uang pertanggungan dibayarkan di akhir tahun polis dinotasikan dengan ${}_tV_{x:\overline{n}|}$ yang dinyatakan dengan

$$ {}_tV_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - P_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \qquad (4.13) $$

Metode *New Jersey* membatasi perhitungan cadangan selama 20 tahun, dengan premi awal yang sangat kecil. Dengan kata lain, metode ini hanya dapat diterapkan untuk polis dengan periode pembayaran premi 20 tahun atau lebih. Untuk penentuan cadangan yang disesuaikan dengan metode *New Jersey*, terdapat persyaratan yang harus terpenuhi yaitu polis yang mempunyai premi tahunan lebih kecil dari premi tahunan asuransi seumur hidup dengan 20 kali pembayaran premi dengan santunan dan usia yang sama tetapi premi kotornya melebihi $1{,}5 \times \alpha^J$. Premi kotor adalah premi bersih ditambah dengan biaya. Premi awal tahun modifikasi pada metode *New Jersey* (α^J) sama dengan besarnya premi natural (c_x) untuk peserta asuransi yang berusia x tahun,

$$ \alpha^J = c_x $$

Annuri, dkk (2014:517) menyatakan premi natural adalah premi asuransi jiwa berjangka dengan jangka waktu satu tahun dan diperpanjang setiap tahunnya, dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} c_x &= A^{\;1}_{x:\overline{1}|} \\ &= v^{0+1}\,{}_0q_x \\ &= vq_x . \end{aligned} \tag{4.14}$$

Berdasarkan persamaan (2.19), premi natural menggunakan hukum *De Moivre* dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} c_x &= vq_x \\ &= v\frac{1}{\omega - x} \\ &= \frac{v}{\omega - x} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Menurut Annuri, dkk (2014:517) metode *New Jersey* menggunakan premi bersih lanjutan yang disesuaikan. Misalkan P merupakan premi bersih untuk asuransi jiwa dwiguna, premi tersebut akan diganti dengan α yang merupakan premi bersih untuk tahun pertama modifikasi dan β merupakan premi bersih pada tahun-tahun berikutnya. Hubungan antara premi bersih modifikasi dan premi bersih biasa pada metode *New Jersey* dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} c_x + \beta^J a_{x:\overline{n-1}|} &= P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \\ c_x + \beta^J a_{x:\overline{20-1}|} &= P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{20}|} \\ c_x + \beta^J a_{x:\overline{19}|} &= P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{20}|} \end{aligned} \tag{4.16}$$

Berdasarkan persamaan (4.16) dapat ditentukan besarnya premi bersih untuk tahun ke-2 sampai dengan ke-20 modifikasi, yang dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} c_x + \beta^J a_{x:\overline{19}|} &= P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{20}|} \\ &= P_{x:\overline{n}|} \left(1 + a_{x:\overline{19}|}\right) \\ \beta^J a_{x:\overline{19}|} &= P_{x:\overline{n}|} a_{x:\overline{19}|} + \left(P_{x:\overline{n}|} - c_x\right) \\ \beta^J &= P_{x:\overline{n}|} + \frac{P_{x:\overline{n}|} - c_x}{a_{x:\overline{19}|}} \end{aligned} \tag{4.17}$$

Dengan menggunakan persamaan (4.4), (4.7), (4.11) dan (4.15) besarnya premi bersih berdasarkan hukum *De Moivre* untuk tahun ke-2 sampai dengan tahun ke-20 modifikasi dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} \beta^J &= P_{x:\overline{n}|} + \frac{P_{x:\overline{n}|} - c_x}{a_{x:\overline{19}|}} \\ &= \left\{ \frac{1 - d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}} \right\} + \frac{\left\{ \frac{1 - d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}} \right\} - \frac{v}{\omega - x}}{\sum_{t=0}^{n} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x}} \end{aligned} \tag{4.18}$$

Berdasarkan rumus cadangan prospektif pada persamaan (4.13), maka dapat disimpulkan nilai cadangan disesuaikan dengan metode *New Jersey* untuk asuransi jiwa dwiguna secara umum adalah

$$\begin{aligned} {}_tV_{x:\overline{n}|} &= A_{x+t:\overline{n-t}|} - P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \\ &= A_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta^J \ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \\ &= A_{x+t:\overline{n-t}|} - \left(\beta^J - P_{x:\overline{n}|}\right) \ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \end{aligned} \tag{4.19}$$

Dengan menggunakan persamaan (4.2), (4.7), dan (4.18) cadangan prospektif dengan metode *New Jersey* menggunakan hukum *De Moivre* dapat dinyatakan dengan

$${}_tV_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - \left(\beta^J - P_{x:\overline{n}|}\right) \ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \tag{4.20}$$

dengan:

$$A_{x+t:\overline{n-t|}} = 1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)$$

$$\beta^J = \left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} + \frac{\left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} - \frac{v}{\omega-x}}{\sum_{t=0}^{n} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}$$

$$P_{\overline{x:n|}} = \frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-t-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}$$

4.5 Implementasi pada Contoh Kasus

Seorang petani berusia 30 tahun membeli polis asuransi jiwa dwiguna 30 tahun, dengan uang santunan yang akan diterima sebesar Rp. 100.000.000,- dan premi kotornya sebesar Rp. 3.000.000,-. Apabila terjadi kematian pada petani tersebut atau masa pertanggungan selesai, maka uang pertanggungan ini nantinya akan diberikan pada akhir tahun polis, dengan $i = 2{,}5\%$. Lalu akan ditentukan cadangan prospektif yang dimodifikasi dengan metode *New Jersey* berdasarkan hukum *De Moivre* dengan perkiraan umur maksimal adalah 100 tahun untuk laki-laki dan 103 tahun untuk perempuan. Jika tabel mortalita yang digunakan adalah TMI 1999 maka dari uraian tersebut akan ditentukan:

a. Cadangan prospektif yang dimodifikasi dengan metode *New Jersey*

b. Cadangan prospektif yang dimodifikasi dengan metode *New Jersey* berdasarkan hukum *De Moivre*.

Penyelesaian

Berdasarkan kasus di atas dapat diketahui bahwa perkiraan umur maksimal untuk laki-laki (ω) adalah 100 tahun dan umur maksimal perempuan (ω) adalah 103 tahun dengan umur petani (x) adalah 30 tahun. Jangka waktu pertanggungan (n) adalah 30 tahun dengan tingkat bunga (i) adalah $0{,}025\%$ serta uang santunan yang diberikan sebesar $\text{Rp}.\,100.000.000$,- dan premi kotornya adalah $\text{Rp}.\,3.000.000$,- maka perhitungannya dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

Langkah awal yang dilakukan adalah mencari faktor diskon yaitu dengan menggunakan persamaan (2.23) dengan $i = 0{,}025$ sehingga diperoleh:

$$v = \frac{1}{1 + 0{,}025} = 0{,}975609756$$

Sedangkan untuk nilai tingkat diskon berdasarkan persamaan (2.25) maka diperoleh:

$$d = 1 - v = 1 - 0{,}975609756 = 0{,}024390244$$

1. Cadangan prospektif yang dimodifikasi dengan metode *New Jersey*

Langkah awal untuk mencari nilai cadangan adalah menentukan nilai tunai anuitas hidup berjangka awal. Pada perhitungan untuk mencari nilai tunai anuitas hidup berjangka awal selama $n = 30$ tahun dengan menggunakan persamaan (2.30) sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{30:\overline{30}|} &= 1 + vp_x + v^2\,{}_2p_x + \cdots + v^{n-1}\,{}_{n-1}p_x \\
&= 1 + vp_{30} + v^2\,{}_2p_{30} + \cdots + v^{29}\,{}_{29}p_{30} \\
&= 1 + (0,97561)(0,99861) + (0,95181)(0,99858) + \cdots + (0,48866)(0,98631) \\
&= 1 + 0,974254 + 0,974224 + \cdots + 0,962254 \\
&= 28,1914
\end{aligned}$$

Sedangkan nilai tunai anuitas hidup berjangka awal selama 20 tahun berdasarkan persamaan (2.30) diperoleh:

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{30:\overline{20}|} &= 1 + vp_x + v^2\,{}_2p_x + \cdots + v^{n-1}\,{}_{n-1}p_x \\
&= 1 + vp_{30} + v^2\,{}_2p_{30} + \cdots + v^{19}\,{}_{19}p_{30} \\
&= 1 + 0,974254 + 0,974224 + \cdots + 0,970878 \\
&= 18,51739
\end{aligned}$$

Langkah selanjutnya yaitu mencari nilai premi tunggal asuransi jiwa dwiguna selama 30 tahun, berdasarkan persamaan (4.6) diperoleh:

$$\begin{aligned}
A_{30:\overline{30}|} &= 1 - d\ddot{a}_{30:\overline{30}|} \\
&= 1 - (0,02439)(28,1914) \\
&= 0,312405
\end{aligned}$$

premi tunggal yang dibayarkan oleh peserta asuransi dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- adalah sebesar Rp. 31.240.500,-.

Berdasarkan persamaan (4.9) untuk mencari premi tahunan asuransi jiwa dwiguna selama 30 tahun diperoleh:

$$\begin{aligned}
P_{30:\overline{30}|} &= \frac{A_{30:\overline{30}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{30}|}} \\
&= \frac{0,312405}{28,1914} \\
&= 0,01108156
\end{aligned}$$

Sehingga untuk uang santunan Rp. 100.000.000,- diperoleh premi tahunan asuransi jiwa dwiguna yang dibayar oleh peserta asuransi selama 30 tahun adalah Rp. 1.108.156,-.

Berdasarkan contoh kasus untuk mengetahui syarat untuk perhitungan menggunakan metode *New Jersey* terpenuhi maka dihitung premi tunggal dan premi tahunan untuk asuransi jiwa seumur hidup dengan uang santunan sebesar Rp. 100.000.000,- dengan usia dan tahun yang sama dengan contoh polis.

Berdasarkan persamaan (2.41), nilai premi tunggal asuransi jiwa seumur hidup adalah:

$$\begin{aligned}
A_{30} &= \sum_{t=0}^{100-30-1} v^{t+1}\ {}_t p_{30} q_{100-30-t} \\
&= v^{t+1}{}_t p_x q_{\omega-x-t} + v^{t+1}{}_t p_x q_{\omega-x-t} + \cdots + v^{t+1}{}_t p_x q_{\omega-x-t} \\
&= v^{0+1} p_{30} q_{100-30-0} + v^{1+1}{}_1 p_{30} q_{100-30-1} + \cdots + v^{1+69}{}_{69} p_{30} q_{100-30-69} \\
&= 0,03427 + 0,03044 + \cdots + 0,0000797 \\
&= 0,30953
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_{20}P_{30} &= \frac{A_{30}}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}} \\
&= \frac{0,30953}{18,51739} \\
&= 0,01671564
\end{aligned}$$

sehingga untuk uang santunan Rp. 100.000.00,- diperoleh premi tahunan asuransi jiwa seumur hidup dengan 20 kali pembayaran premi sebesar Rp. 1.671.564,-.

Berdasarkan persamaan (4.14) dihitung besar nilai premi natural dengan nilai $q_{30} = 0,0013748$ pada tabel mortalita TMI 1999 diperoleh:

$$\begin{aligned}
c_{30} &= vq_{30} \\
&= (0,975609)(0,0013748) \\
&= 0,001341463
\end{aligned}$$

sehingga untuk uang santunan Rp. 100.000.000,- diperoleh nilai premi natural Rp. 134.146,3,-.

Setelah diketahui nilai c_{30} selanjutnya dihitung nilai $1,5 \times c_{30}$yaitu $1,5 \times$ Rp. 134.146,3,- adalah Rp. 201.219,5,-. Dengan premi kotor pada contoh polis adalah Rp. 3.000.000,- sehingga diketahui bahwa nilai premi kotor lebih besar dari $1{,}5 \times c_{30}$.

Berdasarkan hasil perhitungan kedua premi tahunan diketahui bahwa $P_{30:\overline{30|}} < {}_{20}P_{30}$ dan premi kotor $> 1{,}5 \times c_{30}$ sehingga perhitungan cadangan premi menggunakan metode *New Jersey* dapat digunakan.

Nilai polis diketahui telah memenuhi syarat untuk digunakannya metode *New Jersey*. Langkah selanjutnya yaitu menghitung nilai β^J dengan menghitung nilai tunai anuitas akhir dengan $n = 19$ ($a_{x:\overline{19|}}$). Berdasarkan persamaan (2.31) diperoleh

$$
\begin{aligned}
a_{30:\overline{19|}} &= vp_{30} + v^2\,{}_2p_{30} + \cdots + v^{19}\,{}_{19}p_x \\
&= (0{,}975609)(0{,}99861) + (0{,}975609)^2\left(0{,}99858\right) + \cdots + (0{,}975609)^{19}(0{,}99454) \\
&= 0{,}97425 + 0{,}95046 + \cdots + 0{,}62211 \\
&= 14{,}94155
\end{aligned}
$$

Berdasarkan persamaan (4.18) dengan mensubstitusikan nilai $a_{30:\overline{19|}} = 14{,}94155$, nilai $c_{30} = 0{,}001341463$, dan nilai $P_{30:\overline{30|}} = 0{,}011081561$ diperoleh nilai β^J sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\beta^J &= P_{30:\overline{30|}} + \frac{P_{30:\overline{30|}} - c_{30}}{a_{x:\overline{19|}}} \\
&= 0{,}01108156 + \frac{0{,}011081561 - 0{,}001341463}{14{,}94155} \\
&= 0{,}01173344
\end{aligned}
$$

sehingga untuk uang santunan Rp. 100.000.000,- diperoleh nilai premi bersih Rp. 1.173.344,-.

Cadangan premi yang disesuaikan pada akhir tahun pertama berdasarkan metode *New Jersey* adalah 0. Berdasarkan persamaan (4.20), sehingga perhitungan cadangan premi menggunakan metode *New Jersey* berdasarkan metode prospektif pada tahun kedua dengan mensubstitusikan nilai $\beta^J =$ 0,01173344 dan nilai $P_{30:\overline{30}|} = 0,01108156$ adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_tV_{x:\overline{n}|} &= A_{x+t:\overline{n-t}|} - \left(\beta^J - P_{x:\overline{n}|}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \\
{}_2V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+2:\overline{30-2}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+2:\overline{20-2}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+2:\overline{30-2}|} \\
&= A_{32:\overline{28}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{32:\overline{18}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{32:\overline{28}|} \\
&= 0,5030380 - (0,01173344 - 0,0110815,6)14,6758 \\
&\quad -(0,01108156)(20,3754) \\
&= 0,2676794
\end{aligned}
$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kedua sebesar Rp. 26.767.940,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun ketiga adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_3V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+3:\overline{30-3}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+3:\overline{20-3}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+3:\overline{30-3}|} \\
&= A_{33:\overline{27}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{33:\overline{17}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{33:\overline{27}|} \\
&= 0,5155783 - (0,01173344 - 0,01108156)14,0192 \\
&\quad -(0,01108156)(19,8613) \\
&= 0,2863454
\end{aligned}
$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun ketiga sebesar Rp. 28.634.540,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun keempat adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_4V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+4:\overline{30-4}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+4:\overline{20-4}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+4:\overline{30-4}|} \\
&= A_{34:\overline{26}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{34:\overline{16}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{34:\overline{26}|} \\
&= 0,5284297 - (0,01173344 - 0,01108156)13,3462 \\
&\quad -(0,01108156)(19,3344) \\
&= 0,3054745
\end{aligned}
$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun keempat sebesar Rp. 30.547.450,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun kelima adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
{}_5V_{30:\overline{30|}} &= A_{30+5:\overline{30-5|}} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{30+5:\overline{20-5|}} - P_{30:\overline{30|}}\ddot{a}_{30+5:\overline{30-5|}} \\
&= A_{35:\overline{25|}} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{35:\overline{15|}} - P_{30:\overline{30|}}\ddot{a}_{35:\overline{25|}} \\
&= 0,5416007 - (0,01173344 - 0,01108156)12,6565 \\
&\quad -(0,01108156)(18,79437) \\
&= 0,3250793
\end{aligned}$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kelima sebesar Rp. 33.057.930,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun keenam adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
{}_6V_{30:\overline{30|}} &= A_{30+6:\overline{30-6|}} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{30+6:\overline{20-6|}} - P_{30:\overline{30|}}\ddot{a}_{30+6:\overline{30-6|}} \\
&= A_{36:\overline{24|}} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{36:\overline{14|}} - P_{30:\overline{30|}}\ddot{a}_{36:\overline{24|}} \\
&= 0,5550981 - (0,01173344 - 0,01108156)11,94966 \\
&\quad -(0,01108156)(18,2409) \\
&= 0,3451698
\end{aligned}$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun keenam sebesar Rp. 34.516.980,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun ketujuh adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
{}_7V_{30:\overline{30|}} &= A_{30+7:\overline{30-7|}} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{30+7:\overline{20-7|}} - P_{30:\overline{30|}}\ddot{a}_{30+7:\overline{30-7|}} \\
&= A_{37:\overline{23|}} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{37:\overline{13|}} - P_{30:\overline{30|}}\ddot{a}_{37:\overline{23|}} \\
&= 0,5689297 - (0,01173344 - 0,01108156)11,2253 \\
&\quad -(0,01108156)(17,6739) \\
&= 0,3657579
\end{aligned}$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun ketujuh sebesar Rp. 36.575.790,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun kedelapan adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_{8}V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+8:\overline{30-8}|} - \left(\beta^{J} - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+8:\overline{20-8}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+8:\overline{30-8}|} \\
&= A_{38:\overline{22}|} - \left(\beta^{J} - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{38:\overline{12}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{38:\overline{22}|} \\
&= 0,5831039 - (0,01173344 - 0,01108156)10,4829 \\
&\quad -(0,01108156)(17,0927) \\
&= 0,3868560
\end{aligned}
$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kedelapan sebesar Rp. 38.685.600,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun kesembilan adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_{9}V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+9:\overline{30-9}|} - \left(\beta^{J} - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+9:\overline{20-9}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+9:\overline{30-9}|} \\
&= A_{39:\overline{21}|} - \left(\beta^{J} - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{39:\overline{11}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{39:\overline{21}|} \\
&= 0,5976293 - (0,01173344 - 0,01108156)9,7221 \\
&\quad -(0,01108156)(16,4972) \\
&= 0,4084769
\end{aligned}
$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kesembilan sebesar Rp. 40.847.690,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun kesepuluh adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_{10}V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+10:\overline{30-10}|} - \left(\beta^{J} - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+10:\overline{20-10}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+10:\overline{30-10}|} \\
&= A_{40:\overline{20}|} - \left(\beta^{J} - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{40:\overline{10}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{40:\overline{20}|} \\
&= 0,6125146 - (0,01173344 - 0,01108156)8,9425 \\
&\quad -(0,01108156)(15,8869) \\
&= 0,4306336
\end{aligned}
$$

Dengan uang santuan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kesepuluh sebesar Rp. 43.063.360,-.

Menggunakan bantuan *Microsoft Excel* untuk perhitungan cadangan premi disesuaikan dengan metode *New Jersey* berdasarkan hukum *De Moivre* untuk asuransi jiwa dwiguna selama 30 tahun lebih lengkapnya dapat ditampilkan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Cadangan Premi Disesuaikan dengan Metode *New Jersey* pada Asuransi Jiwa Dwiguna dengan $x = 30$ Selama $n = 30$ Tahun

t	$\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}\rceil}$	$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$	$A_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$	${}_tV_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$
1	14,67582	20,8771	49080240	0
2	14,0192	20,37544	50303800	26767940
3	13,34621	19,8613	51557830	28634540
4	12,6565	19,33438	52842970	30547450
5	11,94966	18,79437	54160070	32507930
6	11,22528	18,24098	55509810	34516980
7	8,328478	17,67388	56892970	36575790
8	7,639006	17,09274	58310390	38685600
9	6,922309	16,4972	59762930	40847690
10	10,48292	15,8869	61251460	43063360
11	9,722136	15,26149	62776850	45333880
12	8,942459	14,62062	64339950	47660550
13	8,143441	13,96393	65941650	50044660
14	7,324617	13,29108	67582720	52487400
15	6,485522	12,60174	69264050	54990050
16	5,62572	11,89557	70986400	57553790
17	4,774743	11,17225	72750600	60179820
18	3,842152	10,43141	74557540	62869470
19	2,917496	9,672655	76408160	65624160
20	1,970283	8,895571	78303480	68445800
21		8,099671	80244710	71269010
22		7,284472	82232990	74160660
23		6,449424	84269700	77122730
24		5,59407	86355930	80156830
25		4,718001	88492680	83264400
26		3,820882	90680780	86446640
27		2,902404	92920970	89704650
28		1,962254	95214020	93039530
29		1	97560980	96452820
30		0	100000000	100000000

2. Cadangan prospektif yang dimodifikasi dengan metode *New Jersey* berdasarkan hukum *De Moivre*.

Langkah awal yaitu mencari nilai tunai anuitas hidup berjangka awal selama n tahun dengan menggunakan persamaan (4.2) sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{30:\overline{30}|} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \\
&= \sum_{t=0}^{30-1} (0,975609756)^t \frac{100-30-t}{100-30} \\
&= (0,975609756)^0 \frac{100-30-0}{100-30} + \ldots + (0,975609756)^{29} \frac{100-30-29}{100-30} \\
&= 17,28521
\end{aligned}$$

Sedangkan untuk mencari nilai tunai anuitas hidup berjangka awal selama 20 tahun dengan menggunakan persamaan (4.2) sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{30:\overline{20}|} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \\
&= \sum_{t=0}^{20-1} (0,975609756)^t \frac{100-30-t}{100-30} \\
&= (0,975609756)^0 \frac{100-30-t}{100-30} + \ldots + (0,975609756)^{19} \frac{100-30-19}{100-30} \\
&= 13,54124
\end{aligned}$$

Langkah selanjutnya yaitu mencari nilai premi tunggal asuransi jiwa dwiguna selama 30 tahun dengan menggunakan hukum *De Moivre*, berdasarkan persamaan (4.7) sehingga diperoleh:

$$A_{30:\overline{30}|} = 1 - d\left(\sum_{t=0}^{30-1} v^t \frac{100-30-t}{100-30}\right)$$

$$= 1 - 0{,}024390244\left(\begin{array}{l}(0{,}97560975)^0\left(\dfrac{100-30-0}{100-30}\right)+\cdots \\ +(0{,}97560975)^{29}\left(\dfrac{100-30-29}{100-30}\right)\end{array}\right)$$

$$= 1 - 0{,}024390244(17{,}28521)$$

$$= 0{,}5784094$$

Premi tunggal yang dibayarkan oleh peserta asuransi dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- adalah sebesar Rp. 57.840.940,-.

Berdasarkan persamaan (4.10) untuk mencari premi tahunan asuransi jiwa dwiguna selama 30 tahun menggunakan hukum *De Moivre* diperoleh:

$$P_{30:\overline{30}|} = \frac{1 - d\left(\sum_{t=0}^{30-1} v^t \dfrac{100-30-t}{100-30}\right)}{\sum_{t=0}^{30-1} v^t \dfrac{100-30-t}{100-30}}$$

$$= \frac{0{,}5785094}{17{,}28521}$$

$$= 0{,}033462675$$

sehingga untuk uang santunan sebesar Rp. 100.000.000 diperoleh premi tahunan asuransi jiwa dwiguna yang dibayar oleh peserta asuransi selama 30 tahun adalah Rp. 3.346.267,5.

Berdasarkan contoh polis yang telah memenuhi syarat untuk perhitungan menggunakan metode *New Jersey*, maka dihitung premi tunggal dan premi tahunan untuk asuransi jiwa seumur hidup diperoleh:

$$A_{30} = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} v^{t+1}\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{1}{x+t}\right)$$
$$= \sum_{t=0}^{100-30-1} v^{t+1}\left(\frac{100-30-t}{100-30}\right)\left(\frac{1}{30+t}\right)$$
$$= \sum_{t=0}^{69} v^{t+1}\left(\frac{100-30-t}{100-30}\right)\left(\frac{1}{30+t}\right)$$
$$= 0,97560975^{1}\left(\frac{70-1}{70}\right)\left(\frac{1}{30+1}\right) + 0,97560975^{2}\left(\frac{70-2}{70}\right)\left(\frac{1}{30+2}\right) + \cdots$$
$$+0,97560975^{69}\left(\frac{70-69}{70}\right)\left(\frac{1}{30+69}\right)$$
$$= 0,032258 + 0,03125 + \cdots + 0,010101$$
$$= 1,18239$$

$$_{20}P_{30} = \frac{A_{30}}{\ddot{a}_{30:\overline{20}|}}$$
$$= \frac{1,18239}{13,54124}$$
$$= 0,08731772$$

sehingga dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- diperoleh premi tahunan seumur hidup dengan anuitas selama 20 tahun adalah Rp. 8.731.772,-.

Berdasarkan persamaan (4.15) dihitung besar nilai tunai premi disesuaikan pada tahun pertama, sehingga diperoleh:

$$c_{30} = \frac{v}{\omega - x}$$
$$= \frac{0,975609756}{100-30}$$
$$= 0,01393728$$

Sehingga untuk uang santunan sebesar Rp. 100.000.000,- diperoleh nilai premi natural Rp. 1.393.728,-.

Setelah diketahui nilai c_{30} selanjutnya dihitung nilai $1,5 \times c_{30}$yaitu $1,5 \times$ Rp. 1.393.728,- adalah Rp. 2.090.592,-. Dengan premi kotor pada contoh polis adalah Rp. 3.000.000,- sehingga diketahui bahwa nilai premi kotor lebih besar dari $1{,}5 \times c_{30}$.

Berdasarkan hasil perhitungan kedua premi tahunan di atas diketahui bahwa $P_{30:\overline{30}|} < {}_{20}P_{30}$ dan premi kotor $> 1{,}5 \times c_{30}$, sehingga perhitungan cadangan premi menggunakan metode *New Jersey* dapat digunakan.

Setelah diketahui nilai polis di atas memenuhi syarat untuk digunakannya metode *New Jersey*, langkah selanjutnya yaitu menghitung nilai β^J dengan menghitung nilai tunai anuitas akhir dengan $n = 19$ $(a_{x:\overline{19}|})$ berdasarkan persamaan (4.4)

$$\begin{aligned}
a_{30:\overline{19}|} &= \sum_{t=0}^{19}\left(0,975609756^t\right)\frac{100-30-t}{100-30} \\
&= \left(0,975609756^1\right)\frac{100-30-1}{100-30} + \left(0,975609756^2\right)\frac{100-30-2}{100-30} + \cdots \\
&\quad + \left(0,975609756^{19}\right)\frac{100-30-19}{100-30} \\
&= 0,961672 + 0,92462 + \cdots + 0,446806 \\
&= 12,98805
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.17) dengan mensubstitusikan nilai $a_{30:\overline{19}|} = 12,98805$, nilai $c_{30} = 0,0139372$, dan nilai $P_{30:\overline{30}|} = 0,033462675$, sehingga diperoleh nilai β^J adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\beta^J &= P_{30:\overline{30}|} + \frac{P_{30:\overline{30}|} - c_{30}}{a_{x:\overline{19}|}} \\
&= 0,033462675 + \frac{0,033462675 - 0,01393728}{12,98805} \\
&= 0,03496601
\end{aligned}$$

Sehingga dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- diperoleh nilai premi bersih Rp. 3.496.601,-.

Cadangan premi disesuaikan pada akhir tahun pertama berdasarkan metode *New Jersey* adalah 0. Berdasarkan persamaan (4.20), sehingga perhitungan cadangan premi menggunakan metode *New Jersey* berdasarkan hukum *De Moivre* pada tahun kedua dengan mensubstitusikan nilai nilai $\beta^J =$ 0,03496601 dan nilai $P_{30:\overline{30}|} = 0,033462675$ adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_tV_{x:\overline{n}|} &= A_{x+t:\overline{n-t}|} - \left(\beta^J - P_{x:\overline{n}|}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \\
{}_2V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+2:\overline{30-2}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+2:\overline{20-2}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+2:\overline{30-2}|} \\
&= A_{32:\overline{28}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{32:\overline{18}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{32:\overline{28}|} \\
&= 0,5882350 - (0,03496601 - 0,033462675)13,0165 \\
&\quad -(0,033462675)(16,88235) \\
&= 0,003738249
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kedua sebesar Rp. 373.824,9,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun ketiga adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_3V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+3:\overline{30-3}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+3:\overline{20-3}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+3:\overline{30-3}|} \\
&= A_{33:\overline{27}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{33:\overline{17}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{33:\overline{27}|} \\
&= 0,5970150 - (0,03496601 - 0,033462675)12,50075 \\
&\quad -(0,033462675)(16,52239) \\
&= 0,02533882
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun ketiga sebesar Rp. 2.533.882,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun keempat adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_{4}V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+4:\overline{30-4}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+4:\overline{20-4}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+4:\overline{30-4}|} \\
&= A_{34:\overline{26}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{34:\overline{16}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{34:\overline{26}|} \\
&= 0,606010 - (0,03496601 - 0,033462675)11,96688 \\
&\quad -\left(0,033462675\right)\left(16,15152\right) \\
&= 0,04759971
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun keempat sebesar Rp. 4.759.971,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun kelima adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_{5}V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+5:\overline{30-5}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+5:\overline{20-5}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+5:\overline{30-5}|} \\
&= A_{35:\overline{25}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{35:\overline{15}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{35:\overline{25}|} \\
&= 0,6153850 - (0,03496601 - 0,033462675)11,41399 \\
&\quad -\left(0,033462675\right)\left(15,76923\right) \\
&= 0,07054533
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kelima sebesar Rp. 7.054.533,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun keenam adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_{6}V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+6:\overline{30-6}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+6:\overline{20-6}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+6:\overline{30-6}|} \\
&= A_{36:\overline{24}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{36:\overline{14}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{36:\overline{24}|} \\
&= 0,6250000 - (0,03496601 - 0,033462675)10,84112 \\
&\quad -\left(0,033462675\right)\left(15,375\right) \\
&= 0,09421354
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun keenam sebesar Rp. 9.421.354,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun ketujuh adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_7V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+7:\overline{30-7}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+7:\overline{20-7}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+7:\overline{30-7}|} \\
&= A_{37:\overline{23}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{37:\overline{13}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{37:\overline{23}|} \\
&= 0,6349210 - (0,03496601 - 0,033462675)10,24726 \\
&\quad -\left(0,033462675\right)\left(14,96825\right) \\
&= 0,1186383
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun ketujuh sebesar Rp. 11.863.830,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun kedelapan adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_8V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+8:\overline{30-8}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+8:\overline{20-8}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+8:\overline{30-8}|} \\
&= A_{38:\overline{22}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{38:\overline{12}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{38:\overline{22}|} \\
&= 0,6451610 - (0,03496601 - 0,033462675)9,631324 \\
&\quad -\left(0,033462675\right)\left(14,54839\right) \\
&= 0,1438538
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kedelapan sebesar Rp. 14.385.380,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun kesembilan adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_9V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+9:\overline{30-9}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+9:\overline{20-9}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+9:\overline{30-9}|} \\
&= A_{39:\overline{21}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{39:\overline{11}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{39:\overline{21}|} \\
&= 0,6557380 - (0,03496601 - 0,033462675)8,992142 \\
&\quad -\left(0,033462675\right)\left(14,11475\right) \\
&= 0,1699025
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kesembilan sebesar Rp. 16.990.250,-.

Perhitungan cadangan premi pada tahun kesepuluh adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_{10}V_{30:\overline{30}|} &= A_{30+10:\overline{30-10}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{30+10:\overline{20-10}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{30+10:\overline{30-10}|} \\
&= A_{40:\overline{20}|} - \left(\beta^J - P_{30:\overline{30}|}\right)\ddot{a}_{40:\overline{10}|} - P_{30:\overline{30}|}\ddot{a}_{40:\overline{20}|} \\
&= 0,6666670 - (0,03496601 - 0,033462675)8,328478 \\
&\quad -\left(0,033462675\right)\left(13,66667\right) \\
&= 0,1968232
\end{aligned}
$$

Dengan uang santunan Rp. 100.000.000,- sehingga diperoleh nilai cadangan premi pada tahun kesepuluh sebesar Rp. 19.682.320,-.

Hasil selengkapnya untuk perhitungan cadangan premi disesuaikan dengan metode *New Jersey* berdasarkan hukum *De Moivre* cadangan prospektif untuk asuransi jiwa dwiguna selama 30 tahun ditampilkan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Cadangan Premi Disesuaikan dengan Metode *New Jersey* dengan Menggunakan Hukum *De Moivre* pada Asuransi Jiwa Dwiguna dengan $x = 30$ Selama $n = 30$ Tahun

t	$\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|}$	$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$	$A_{x+t:\overline{n-t}|}$	${}_tV_{x+t:\overline{n-t}|}$
1	13,51498	17,23188	57971010	0
2	13,0165	16,88235	58823500	373824,9
3	12,50075	16,52239	59701500	2533882
4	11,96688	16,15152	60601000	4759771
5	11,41399	15,76923	61538500	7054533
6	10,84112	15,375	62500000	9421354
7	10,24726	14,96825	63492100	11863830
8	9,631324	14,54839	64516100	14385380
9	8,992142	14,11475	65573800	16990250
10	8,328478	13,66667	66666700	19682320
11	7,639006	13,20339	67796600	22466130
12	6,922309	12,72414	68965500	25346470
13	6,176864	12,22807	70175400	28328420
14	5,401041	11,71429	71428600	31417490
15	4,593086	11,18182	72727300	34619440
16	3,751115	10,62963	74074100	37940600
17	2,873099	10,0566	75471700	41387700
18	1,956848	9,461538	769231000	44968080
19	1	8,843137	78431400	48689560
20	0	8,2	80000000	52560610
21		7,530612	81637200	56437760
22		6,833333	83333300	60467140
23		6,106383	85106400	64672810
24		5,347826	86956500	69061240
25		4,555556	88888900	73644790

Tabel 4.2 Cadangan Premi Disesuaikan dengan Metode *New Jersey* dengan Menggunakan Hukum *De Moivre* pada Asuransi Jiwa Dwiguna dengan $x = 30$ Selama 30 Tahun (lanjutan)

t	$\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}\rceil}$	$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$	$A_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$	${}_tV_{x+t:\overline{n-t}\rceil}$
26		3,727273	90909100	78436650
27		2,860465	93023300	83451420
28		1,952381	95238100	88704910
29		1	97561000	94214730
30		0	100000000	100000000

4.6 Pandangan Islam Terhadap Bisnis Asuransi Jiwa

Berdasarkan kehidupan sehari-hari banyak sekali hal-hal yang tidak terduga dapat terjadi, sehingga sebagai manusia harus siap akan terjadinya hal-hal yang tidak terduga tersebut. Dengan memproteksi diri menggunakan bantuan asuransi jiwa setidaknya dapat membantu manusia ketika terjadi hal-hal yang tidak terduga. Dalam praktiknya asuransi jiwa selain sebagai jaminan atau proteksi untuk manusia juga bisa digunakan sebagai tabungan.

Pada praktiknya terlihat bahwa asuransi sangat membantu apabila terjadi musibah dan hal-hal yang tidak terduga. Karena sifat manusia yang tidak dapat mengetahui apa yang akan terjadi di masa yang akan datang dan tidak dapat melihat esok dalam keadaan sehat dan dapat melihat terbitnya matahari di sebelah timur atau harta kekayaannya masih dalam keadaan aman dan tidak akan mengalami kehancuran atau terkena kebakaran. Manusia tidak dapat mengetahuinya karena Allah Swt. tidak memberikan kemampuan tersebut kepada manusia. Manusia hanya diberikan kemampuan sebatas memprediksi dan merencanakan sesuatu yang belum terjadi serta memproteksi segala sesuatu yang dirasa akan memberikan kerugian di masa yang akan datang. Manusia dituntun Allah Swt. dalam setiap langkah kehidupannya selalu dalam bingkai kemudahan dan tidak mempersulit diri sendiri. Seperti yang dijelaskan pada firman Allah Swt. QS. Al-Baqarah/2:185 yaitu:

يُرِيدُ ٱللَّهُ بِكُمُ ٱلْيُسْرَ وَلَا يُرِيدُ بِكُمُ ٱلْعُسْرَ..... ﴿١٨٥﴾

"Allah Swt. menghendaki kemudahan bagimu, dan tidak menghendaki kesukaran bagimu..." (QS. Al-Baqarah/2:185).

Pada ayat di atas, Allah Swt. menjelaskan bahwa kemudahan adalah sesuatu yang dikehendaki oleh-Nya, dan sebaliknya kesukaran adalah sesuatu yang tidak dikehendaki oleh-Nya. Dalam konteks bisnis asuransi ayat tersebut dapat dipahami bahwa dengan adanya lembaga asuransi seseorang dapat memudahkan untuk menyiapkan dan merencanakan kehidupanya di masa yang akan datang dan dapat melindungi kepentingan ekonominya dari sebuah kerugian yang tidak terduga.

Sifat lain manusia yaitu tidak dapat hidup sendiri tanpa bantuan orang lain. Seperti yang telah dijelaskan pada firman Allah Swt. QS. Al-Maidah/5:2 yaitu:

وَتَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْبِرِّ وَٱلتَّقْوَىٰ ۖ وَلَا تَعَاوَنُوا۟ عَلَى ٱلْإِثْمِ وَٱلْعُدْوَٰنِ ۚ وَٱتَّقُوا۟ ٱللَّهَ ۖ إِنَّ ٱللَّهَ شَدِيدُ ٱلْعِقَابِ ﴿٢﴾

"Dan tolong-menolonglah kamu dalam (mengerjakan) kebajikan dan takwa, dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. dan bertakwalah kamu kepada Allah, Sesungguhnya Allah Amat berat siksa-Nya" (QS. Al-Maidah /5:2).

Pada ayat di atas Allah Swt. memerintahkan agar manusia senantiasa melakukan tolong-menolong terhadap sesama. Hal ini adalah salah satu prinsip dasar manusia yang harus dipegang dalam kehidupan sehari-hari. Berdasarkan prinsip dasar inilah yang melatarbelakangi berlakunya asuransi dalam kehidupan sehari-hari.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan yang telah dijelaskan, maka dapat disimpulkan:

1. Penerapan hukum *De Moivre* pada metode *New Jersey* dalam menentukan model cadangan pada asuransi jiwa dwiguna yaitu

$$ {}_tV_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - \left(\beta^J - P_{x:\overline{n}|}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - P_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} $$

dengan:

$$ A_{x+t:\overline{n-t}|} = 1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right) $$

$$ \beta^J = \left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} + \frac{\left\{\frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}}\right\} - \frac{v}{\omega-x}}{\sum_{t=0}^{n} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}} $$

$$ P_{x:\overline{n}|} = \frac{1-d\left(\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x}} $$

$$ \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-t-1} v^t \frac{\omega-x-t}{\omega-x} $$

2. Pada perhitungan cadangan asuransi jiwa dwiguna 30 tahun nilai cadangan pada awal tahun dengan metode *New Jersey* menggunakan hukum *De Moivre*

lebih kecil dibandingkan tanpa menggunakan hukum *De Moivre* tetapi pada akhir jangka waktu 30 tahun keduanya bernilai sama.

5.2 Saran

Pada penelitian ini penulis hanya meneliti bagaimana menentukan nilai cadangan metode *New Jersey* pada asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum *De Moivre*. Oleh karena itu, penulis mengharapkan pada pembaca untuk mengembangkan penelitian dengan menggunakan hukum lain seperti menggunakan hukum *Makeham* ataupun *Weibull* terhadap penentuan premi asuransi jiwa gabungan tiga orang atau lebih.

DAFTAR RUJUKAN

Ali, H.. 2004. *Asuransi Dalam Prespektif Hukum Islam*. Jakarta: PRENADA MEDIA.

Annuri, R., Nababan, T.P., & Aziskhan. 2014. Metode New Jersey Untuk CadanganAsuransi Jiwa Dwiguna Dengan Distribusi Gompertz. *JOM FMIPA*, 1(2): 513-522.

Bowers, N.L., Geerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A., & Nesbitt, C.J.. 1997. *Actuarial Mathematics*. Schaumburg: Society of Actuaries.

Dickson, D.C.M., Hardy, M.R., & Waters, H.R.. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risk*. Cambridge: Cambridge University Press.

Faradilla, S.M., Hasriati, & Nababan, T.P.. 2015. Cadangan Full Preliminary Term Asuransi Dwiguna Dengan Hukum De Moivre. *JOM FMIPA*, 2(1): 502-511.

Finan, M.B.. 2011. *A Reading of the Theory of Life Contingency Model: A Preparation for Exam MLC/3L*. Arkansas: Arkansa Tech University.

Futami, T.. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Terjemahan Gatot Herliyanto. Tokyo: OLICD Center.

Markonah & Riwayati, H.E.. 2009. *Matematika Keuangan*. Jakarta: Erlangga.

Nababan, M.. 2004. *Matematika Keuangan Untuk Perguruan Tinggi*. Jakarta: Grasindo.

Purba, R.. 1995. *Memahami Asuransi Di Indonesia*. Jakarta: PT Pustaka Biniman Pressindo.

Revani, M.A., Wilandari, Y., & Ispriyanti, D.. 2012. Penentuan Cadangan Disesuaikan Dengan Metode Illinois Pada Asuransi Jiwa Endowmen Semikontinu. *Jurnal Gaussina*, 8 (83): 4137-4149.

Sembiring, R.K.. 1986. *Buku Materi Pokok Asuransi 1 Mod 6-9*. Jakarta: Karunika, Universitas Terbuka.

Sula, M.S.. 2004. *Asuransi Syariah*. Jakarta: Gema Insani.

Trisnawati, D.N., Widana, I.N., & Jayanegara, K.. 2014. Analisis Komponen Biaya Asuransi Jiwa Dwiguna (*Endowment*). *Jurnal Matematika*, 4(1): 12-21.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1 : Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 1999 Laki-Laki

x : Usia
i : 0,025
v : 0,975609

x	l_x	d_x	p_x	q_x	D_x	N_x
0	100000	321	0,99679	0,00321	100000	1999697,164
1	99679	82	0,99918	0,000823	94932,38095	1899697,164
2	99597	75	0,99925	0,000753	90337,41497	1804764,783
3	99522	75	0,99925	0,000754	85970,84548	1714427,368
4	99447	73	0,99927	0,000734	81815,29301	1628456,523
5	99374	68	0,99932	0,000684	77862,12927	1546641,23
6	99306	66	0,99934	0,000665	74103,66618	1468779,1
7	99240	61	0,99939	0,000615	70528,0152	1394675,434
8	99179	58	0,99942	0,000585	67128,25109	1324147,419
9	99121	56	0,99944	0,000565	63894,28038	1257019,168
10	99065	56	0,99943	0,000565	60817,31646	1193124,888
11	99009	58	0,99941	0,000586	57888,51173	1132307,571
12	98951	65	0,99934	0,000657	55099,61937	1074419,059
13	98886	75	0,99924	0,000758	52441,35708	1019319,44
14	98811	87	0,99912	0,00088	49906,2695	966878,0829
15	98724	100	0,99899	0,001013	47487,93199	916971,8134
16	98624	115	0,99883	0,001166	45180,79074	869483,8814
17	98509	126	0,99872	0,001279	42979,1504	824303,0906
18	98383	135	0,99863	0,001372	40880,16859	781323,9402
19	98248	140	0,99858	0,001425	38880,06981	740443,7717
20	98108	143	0,99854	0,001458	36975,87339	701563,7018
21	97965	144	0,99853	0,00147	35163,78875	664587,8285
22	97821	142	0,99855	0,001452	33440,09624	629424,0397
23	97679	140	0,99857	0,001433	31801,47958	595983,9435
24	97539	135	0,99862	0,001384	30243,7139	564182,4639
25	97404	134	0,99862	0,001376	28763,67117	533938,75
26	97270	132	0,99864	0,001357	27356,28629	505175,0788
27	97138	131	0,99865	0,001349	26018,25001	477818,7925
28	97007	132	0,99864	0,001361	24745,86846	451800,5425
29	96875	133	0,99863	0,001373	23535,42486	427054,6741
30	96742	133	0,99863	0,001375	22383,91714	403519,2492
31	96609	134	0,99861	0,001387	21288,70851	381135,3321
32	96475	137	0,99858	0,00142	20246,83842	359846,6235

33	96338	141	0,99854	0,001464	19255,32072	339599,7851
34	96197	150	0,99844	0,001559	18311,56066	320344,4644
35	96047	157	0,99837	0,001635	17412,38804	302032,9037
36	95890	168	0,99825	0,001752	16556,11949	284620,5157
37	95722	180	0,99812	0,00188	15740,10766	268064,3962
38	95542	192	0,99799	0,00201	14962,38976	252324,2886
39	95350	204	0,99786	0,002139	14221,2586	237361,8988
40	95146	216	0,99773	0,00227	13515,07849	223140,6402
41	94930	230	0,99758	0,002423	12842,2825	209625,5617
42	94700	245	0,99741	0,002587	12201,11212	196783,2792
43	94455	264	0,99721	0,002795	11590,0442	184582,1671
44	94191	288	0,99694	0,003058	11007,28594	172992,1229
45	93903	317	0,99662	0,003376	10451,07608	161984,837
46	93586	355	0,99621	0,003793	9919,804841	151533,7609
47	93231	400	0,99571	0,00429	9411,596211	141613,956
48	92831	450	0,99515	0,004848	8924,968119	132202,3598
49	92381	504	0,99454	0,005456	8458,765877	123277,3917
50	91877	560	0,9939	0,006095	8012,016823	114818,6258
51	91317	613	0,99329	0,006713	7583,983558	106806,609
52	90704	663	0,99269	0,007309	7174,355421	99222,62545
53	90041	706	0,99216	0,007841	6782,775752	92048,27003
54	89335	751	0,99159	0,008407	6409,136069	85265,49428
55	88584	804	0,99092	0,009076	6052,625986	78856,35821
56	87780	872	0,99007	0,009934	5712,087199	72803,73222
57	86908	956	0,989	0,011	5386,041665	67091,64502
58	85952	1056	0,98771	0,012286	5073,137584	61705,60336
59	84896	1162	0,98631	0,013687	4772,199415	56632,46577
60	83734	1261	0,98494	0,01506	4482,743545	51860,26636
61	82473	1365	0,98345	0,016551	4204,985952	47377,52281
62	81108	1475	0,98181	0,018186	3938,466449	43172,53686
63	79633	1592	0,98001	0,019992	3682,70758	39234,07041
64	78041	1714	0,97804	0,021963	3437,22281	35551,36283
65	76327	1844	0,97584	0,024159	3201,649261	32114,14002
66	74483	1976	0,97347	0,02653	2975,523757	28912,49076
67	72507	2113	0,97086	0,029142	2758,651876	25936,967
68	70394	2255	0,96797	0,032034	2550,723052	23178,31513
69	68139	2397	0,96482	0,035178	2351,441181	20627,59208
70	65742	2540	0,96136	0,038636	2160,687588	18276,15089
71	63202	2681	0,95758	0,04242	1978,292878	16115,46331
72	60521	2818	0,95344	0,046562	1804,166283	14137,17043
73	57703	2950	0,94888	0,051124	1638,247677	12333,00414
74	54753	3071	0,94391	0,056088	1480,470604	10694,75647

75	51682	3181	0,93845	0,061549	1330,889141	9214,285863
76	48501	3273	0,93252	0,067483	1189,498678	7883,396723
77	45228	3347	0,926	0,074003	1056,407206	6693,898045
78	41881	3397	0,91889	0,081111	931,6476984	5637,490838
79	38484	3420	0,91113	0,088868	815,315276	4705,84314
80	35064	3413	0,90266	0,097336	707,4854816	3890,527864
81	31651	3372	0,89346	0,106537	608,2109171	3183,042382
82	28279	3297	0,88341	0,116588	517,5371432	2574,831465
83	24982	3185	0,87251	0,127492	435,427026	2057,294322
84	21797	3037	0,86067	0,139331	361,8225269	1621,867296
85	18760	2855	0,84781	0,152186	296,5803771	1260,044769
86	15905	2642	0,83389	0,166111	239,4715656	963,4643921
87	13263	2403	0,81882	0,181181	190,1834628	723,9928265
88	10860	2143	0,80267	0,19733	148,3103662	533,8093638
89	8717	1873	0,78513	0,214868	113,3755557	385,4989976
90	6844	1600	0,76622	0,233781	84,77603187	272,1234419
91	5244	1331	0,74619	0,253814	61,86378213	187,3474101
92	3913	1078	0,72451	0,275492	43,9637099	125,4836279
93	2835	846	0,70159	0,298413	30,33529689	81,51991803
94	1989	643	0,67672	0,323278	20,26938961	51,18462114
95	1346	470	0,65082	0,349183	13,06356313	30,91523153
96	876	329	0,62443	0,375571	8,097135286	17,85166841
97	547	222	0,59415	0,40585	4,81532181	9,75453312
98	325	141	0,56615	0,433846	2,724783822	4,93921131
99	184	86	0,53261	0,467391	1,469187468	2,214427487
100	98	98	0	1	0,74524002	0,74524002

RIWAYAT HIDUP

Vany Linda Fibrianti dilahirkan di Jember pada tanggal 10 Februari 1994, merupakan anak pertama dari tiga bersaudara, pasangan Bapak Masduki dan Ibu Yusmiati. Pendidikan dasarnya ditempuh di kampung halamannya di MI Nurul Islam yang ditamatkan pada tahun 2006.

Pada tahun yang sama dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTs Al-Ma'arif 08. Pada tahun 2009 dia menamatkan pendidikannya, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di MAN Jember 1 dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2012. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur mandiri dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

RIWAYAT HIDUP

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Vany Linda Fibrianti
NIM : 12610054
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Penerapan Hukum *De Moivre* Pada Metode *New Jersey* Dalam Penentuan Nilai Cadangan Asuransi Jiwa Dwiguna
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : Mohammad Jamhuri, M.Si

No	Tanggal	Materi Konsultasi	Tanda Tangan
1.	7 Maret 2016	Konsultasi Bab I	1.
2.	14 Maret 2016	Konsultasi Bab I dan II	2.
3.	25 April 2016	Konsultasi Bab II	3.
4.	15 Mei 2016	Konsultasi Bab II	4.
5.	30 Mei 2016	Konsultasi Bab II dan III	5.
6.	7 Juni 2016	Konsultasi Bab II dan Bab III	6.
7.	9 Juni 2016	Konsultasi Kajian Agama	7.
8.	28 Juli 2016	Konsultasi Bab III	8.
9.	10 Agustus 2016	Konsultasi Bab III	9.
10.	11 Agustus 2016	Konsultasi Kajian Agama	10.
11.	4 Oktober 2016	Konsultasi Bab I, II, III dan IV	11.
12.	28 Oktober 2016	Revisi Bab I, II, III dan IV	12.
13.	31 Oktober 2016	Konsultasi Bab I, II, III, IV dan Abstrak	13.
14.	1 November 2016	Konsultasi Kajian Agama	14.
15.	4 November 2016	ACC Keseluruhan Kajian Agama	15.
16.	4 November 2016	ACC Keseluruhan	16.

Malang, 07 November 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM FAKULTAS SAINTEK JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001