SOLUSI SISTEM PERSAMAAN NONLINIER DENGAN MENGGUNAKAN METODE BROYDEN

SKRIPSI

OLEH
RISCA WULANDARI
NIM. 11610017

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN NONLINIER DENGAN MENGGUNAKAN METODE BROYDEN

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Risca Wulandari
NIM. 11610017

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN NONLINIER DENGAN MENGGUNAKAN METODE BROYDEN

SKRIPSI

Oleh
Risca Wulandari
NIM. 11610017

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 1 September 2016

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Mohammad Jamhuri, M.Si	Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19810502 200501 1 004	NIP. 19751006 200312 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN NONLINIER DENGAN MENGGUNAKAN METODE BROYDEN

SKRIPSI

Oleh
Risca Wulandari
NIM. 11610017

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 22 September 2016

Penguji Utama	:	Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si	....
Ketua Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si	....
Sekretaris Penguji	:	Mohammad Jamhuri, M.Si	....
Anggota Penguji	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Risca Wulandari
NIM	:	11610017
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan Menggunakan Metode Broyden

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 1 September 2016
Yang Membuat Pernyataan,

METERAI TEMPEL
ECEE0AEF068276210
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Risca Wulandari
NIM. 11610017

MOTO

...... إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡ .... ﴿١١﴾

"Sesungguhnya Allah tidak mengubah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka mengubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri"

(QS. Ar-Ra'd/13:11).

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Daryadi, ibunda Hartik Sri Wahyuni, kakak Wahyu Fitria, adik Efi Yulia Ningsih, sahabat-sahabat yang selalu setia Nova Aliatul Faizah dan Mutmaina, serta segenap keluarga penulis yang selalu memberikan doa, semangat, dan motivasi bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad Saw. yang dengan gigih memperjuangkan Islam sebagai agama pencerahan. Kegelapan dan kebodohan telah berlalu dan sekarang mari menuju cakrawala ilmu dan terus mengembangkan ilmu.

Dalam penyelesaian penulisan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan, arahan, dan sumbangan pemikiran dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul M., M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, sekaligus dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

4. Mohammad Jamhuri, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang dengan sabar telah meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan arahan dalam penyelesaian skripsi ini.
5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
6. Kedua orang tua yang menjadi inspirasi penulis untuk selalu memberikan yang terbaik dalam segala hal.
7. Seluruh teman-teman "*abelian*" Jurusan Matematika angkatan 2011 yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi, terima kasih atas kenang-kenangan indah, motivasi, dukungan, doa, inspirasi, dan bantuan yang tak ternilai.
8. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga segala yang telah diberikan kepada penulis, mendapatkan balasan terbaik dari Allah Swt. Penulis berharap skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, September 2016

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Wulandari, Risca. 2016. **Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan Menggunakan Metode Broyden**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Mohammad Jamhuri, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Kata kunci: sistem persamaan nonlinier, metode Newton-Raphson, metode Broyden

Sistem persamaan nonlinier merupakan salah satu persoalan yang ada dalam matematika. Untuk mendapatkan solusi sistem persamaan nonlinier dalam skripsi ini digunakan metode Broyden. Ada beberapa langkah dalam menyelesaikan sistem persamaan nonlinier menggunakan metode Broyden yaitu: menghitung nilai iterasi pertama dengan menggunakan metode Newton-Raphson. Untuk mendapatkan nilai iterasi pertama terlebih dahulu menentukan matriks Jacobain dari sistem persamaan nonlinier yang digunakan dan mencari invers dari matriks Jacobaian tersebut. Kemudian untuk menentukan nilai iterasi kedua dan seterusnya menggunakan metode Broyden. Pada metode Broyden tersebut untuk mencari invers matriks tidak perlu matriks Jacobian pada tiap iterasinya tetapi dengan menerapkan teorema yang diusulkan oleh Sherman dan Morrison. Bagi peneliti selanjutnya disarankan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial dengan metode yang sama.

ABSTRACT

Wulandari, Risca. 2016. **Solutions of System of Nonlinear Equations using Broyden Methods**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Mohammad Jamhuri, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Keywords: System of nonlinear equations, Newton-Raphson methods, Broyden methods.

The system of nonlinear equations is one of the problems that exist in mathematics. In this thesis to obtain the solution of system of nonlinear equations used Broyden's method. There are several steps in solving systems of nonlinear equations using Broyden's method, which are calculating the value of the first iteration using the Newton-Raphson method. To obtain the value of the first iteration determining the Jacobian's matrix of the system of nonlinear equations which is used and determining the inverse of the Jacobian's matrix. To determine the value of the second and subsequent iterations Broyden's method is used. In the Broyden's method to obtain the inverse matrix is not required Jacobian matrix at each iteration but by applying a theorem which is proposed by Sherman and Morrison. For further research it is recommended to solved a system of differential equations using the same method.

ملخص

ولاندارري، رسجا. ٢٠١٦. **حلول نظام المعادلات غير الخطية باستخدام طريقة Broyden**. بحث جامعي. الشعبة الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (I) محمد جمهوري، الماجستير. (II) الدكتور عبد الشاكر الماجستير.

الكلمات الرئيسية: نظام المعادلات غير الخطية، طريقة نيوتن–رافسونو، طريقة Broyden

نظام المعادلات غير الخطية هي واحدة من المشاكل التي توجد في الرياضيات. في هذه الأطروحة للحصول على حل نظام المعادلات غير الخطية تستخدم طريقة Broyden. هناك العديد من الخطوات في حل نظم المعادلات غير الخطية باستخدام طريقة Broyden، والتي يتم احتساب قيمة التكرار الأول باستخدام طريقة نيوتن رافسون. للحصول على قيمة التكرار الأول تحديد مصفوفة جاكوبي للنظام المعادلات غير الخطية التي تستخدم، وتحديد معكوس مصفوفه جاكوبي. ثم لتحديد قيمة التكرار الثانية واللاحقة استخدمت طريقة Broyden. في طريقة Broyden في الحصول على مصفوفة معكوس لا يطلب على مصفوفه جاكوبي في كل التكرار ولكن عن طريق تطبيق نظرية الذي اقترحه شيرمان وموريسون. لمزيد من البحث فمن المستحسن ان يحل نظام المعادلات التفاضلية المفردة بنفس الطريقة.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Manusia diciptakan oleh Allah dengan memiliki banyak kelebihan dibandingkan dengan makhluk yang lain. Manusia diberi akal oleh Allah supaya dapat memikirkan semua ciptaan Allah agar manusia dapat memahami keberadaan dzat Allah dan mensyukuri nikmat yang telah diberikan oleh Allah. Allah menguji keimanan manusia dengan bermacam-macam cobaan salah satunya adalah kesulitan, tetapi Allah tidak memberikan beban di luar batas kemampuan manusia. Oleh karena itu, Allah selalu memberikan jalan kepada manusia untuk dapat menyelesaikan setiap masalah yang dihadapinya. Namun semua itu tergantung bagaimana usaha manusia dalam menyelesaikan masalah tersebut.

Allah berfirman dalam al-Quran surat al-Baqarah ayat 185 yang berbunyi

...يُرِيدُ ٱللَّهُ بِكُمُ ٱلْيُسْرَ وَلَا يُرِيدُ بِكُمُ ٱلْعُسْرَ... ﴿١٨٥﴾

Artinya: *"... Allah menghendaki kemudahan bagimu, dan tidak menghendaki kesukaran bagimu..."* (QS. Al-Baqarah:185).

Ayat di atas menunjukkan bahwa Allah memiliki sifat Maha Penyayang karena Allah tidak pernah mengharapkan hamba-Nya selalu berada dalam kesulitan. Oleh sebab itu manusia dianjurkan untuk sesegera mungkin menyelesaikan permasalahan yang dihadapinya. Dengan demikian pemilihan cara atau jalan untuk memperoleh solusi harus dilakukan dengan hati-hati agar solusi yang didapatkan untuk menyelesaikan masalah sesuai dengan harapan yang diinginkan. Oleh karena itu, pemilihan cara penyelesaian masalah sangat penting untuk mendapatkan solusi yang akurat. Begitu juga dalam menyelesaikan persoalan matematika, banyak permasalahan dalam matematika yang dapat diselesaikan dengan berbagai macam metode.

Setiap fenomena permasalahan dalam konteks kajian matematika dapat dimodelkan dalam bentuk persamaan, salah satunya yaitu persamaan nonlinier yang dikaji oleh Khirallah dan Hafiz (2013). Model yang dikaji oleh Khirallah dan Hafiz (2013) tersebut berbentuk sistem persamaan nonlinier yang terdiri dari dua persamaan yang salah satunya adalah persamaan nonlinier. Penyelesaian sistem persamaan nonlinier sering kali tidak mudah ditemukan secara analitik, sehingga penyelesaian sistem persamaan nonlinier memerlukan metode pendekatan numerik.

Penyelesaian sistem pesamaan nonlinier secara numerik telah dilakukan Khirallah dan Hafiz (2013) dengan menggunakan metode Jarratt. Dalam penelitian tersebut metode Jarratt menyimpulkan bahwa hasil numerik yang diperoleh lebih akurat daripada menggunakan metode Newton-Raphson karena metode Jarratt memiliki nilai galat yang sangat kecil. Adapun penyelesaian sistem persamaan nonlinier dengan metode Jarratt yaitu dengan menggunakan skema metode Iteratif. Selanjutnya fokus penelitian ini adalah menggunakan kembali sistem persamaan nonlinier yang telah dikerjakan oleh Khirallah dan Hafiz (2013) menggunakan metode Broyden.

Metode Broyden adalah salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinier. Metode Broyden merupakan perumuman dari metode *Secant*. Metode *Secant* adalah metode yang digunakan untuk menyelesaikan satu persamaan, sedangkan metode Broyden digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan.

Penelitian menggunakan metode Broyden telah dilakukan oleh Ramli, dkk (2010) untuk menyelesaikan persamaan *fuzzy* nonlinier. Dalam jurnal tersebut persamaan *fuzzy* nonlinier diganti ke dalam bentuk parameter terlebih dahulu kemudian diselesaikan menggunakan metode Broyden. Dengan menggunakan metode Broyden persamaan *fuzzy* nonlinier menghasilkan galat maksimum kurang dari 10^{-5}.

Selain itu, Ziani dan Guyomarc'h (2008) juga melakukan penelitian menggunakan metode Broyden. Dalam jurnalnya, Ziani dan Guyomarc'h (2008) menggunakan algoritma baru dari metode Broyden yang disebut dengan metode memori terbatas autoadaptatif. Pada metode memori terbatas autoadaptatif tesebut tidak perlu mengumpulkan paramater yang digunakan dalam pemecahan masalahnya. Karena pada kenyataannya, algoritma metode autoadaptatif secara otomatis meningkatkan perkiraan subruang ketika tingkat konvergensinya menurun.

Pada penelitian ini akan diselesaikan sistem persamaan nonlinier menggunakan metode Broyden dengan langkah-langkah seperti yang dilakukan oleh Ramli, dkk (2010). Dalam penyelesaian sistem persamaan nonlinier tersebut pada langkah pertama untuk mendapatkan nilai iterasi pertama menggunakan metode Newton-Raphson kemudian untuk iterasi kedua dan selanjutnya menggunakan metode Broyden. Pada metode Broyden tersebut menerapkan teorema Sherman-Morrison dalam menentukan nilai invers pada tiap iterasinya. Sehingga dengan adanya metode Broyden ini membantu untuk mempercepat dalam mencari invers tanpa mencari matriks Jacobian pada setiap iterasi.

Berdasarkan uraian di atas, maka penelitian ini mengambil judul "Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan Menggunakan Metode Broyden".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana solusi sistem persamaan nonlinier menggunakan metode Broyden?
2. Bagaimana perbandingan solusi sistem persamaan nonlinier dengan nilai awal yang berbeda-beda?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini, yaitu:

1. Untuk mengetahui solusi sistem persamaan nonlinier menggunakan metode Broyden.
2. Untuk mengetahui Perbandingan solusi sistem persamaan nonlinier dengan nilai awal yang berbeda-beda.

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini yaitu menggunakan sistem persamaan nonlinier dengan 2 persamaan dan 2 variabel.

$$f_1(x, y) = x^2 - 10x + y^2 + 8 = 0$$

$$f_2(x, y) = xy^2 + x - 10y + 8 = 0$$

dengan nilai awal $(x_0,\ y_0) = (2, 2)$ (Khirallah dan Hafiz, 2013).

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini untuk memahami prosedur penyelesaian sistem persamaan nonlinier dengan metode Broyden.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library reseach*) atau studi literatur.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam melakukan penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai iterasi pertama (X_1) sistem persamaan nonlinier dengan metode Newton-Rapshon.
2. Menentukan matriks Jacobian untuk mendapatkan invers A_n pada iterasi pertama.
3. Mencari invers dari matriks $\mathrm{A}_{\mathrm{n}+1}$ menggunakan teorema Sherman-Morrison.
4. Menentukan nilai iterasi ke-2 dan selanjutnya $(\mathrm{X}_{\mathrm{n}})$ dengan menggunakan invers dari matriks $\mathrm{A}_{\mathrm{n}+1}$.
5. Menentukan galat.
6. Melakukan perbandingan dengan nilai awal yang berbeda.
7. Cek keabsahan solusi.
8. Menarik kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah pembaca dalam memahami skripsi ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab terdiri dari beberapa subbab sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab pendahuluan ini dijelaskan latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini berisi dasar-dasar dan konsep-konsep yang mendukung pada pembahasan penelitian ini, serta dijadikan sebagai acuan/rujukan dalam penelitian ini. Pada bab ini terdiri dari persamaan nonlinier, sistem persamaan nonlinier, metode Newton-Raphson, metode Broyden, galat, dan penyelesaian masalah dalam al-Quran.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang hasil dan pembahasan dari penelitian yang telah dilakukan oleh peneliti. Dalam hal ini berisi solusi metode Broyden dalam penyelesaian sistem persamaan nonlinier, perbandingan dengan nilai awal yang berbeda, dan penyelesaian masalah dalam pandangan Islam.

Bab IV Penutup

Pada bab penutup ini berisi kesimpulan yang merupakan jawaban dari rumusan masalah yang ada pada bab pertama dan berisi saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Nonlinier

Secara umum semua persamaan berbentuk $f(x) = 0$. Bentuk persamaan tersebut dikatakan nonlinier jika f merupakan bentuk fungsi nonlinier dari variabel x. Salah satu contoh bentuk persamaan nonlinier adalah sebagai berikut:

$$f(x, y) = xy^2 + x - 10y + 8 = 0$$

Penyelesaian persamaan nonlinier adalah penentuan akar-akar persamaan nonlinier, yang mana akar suatu persamaan $f(x) = 0$ adalah nilai x yang menyebabkan nilai $f(x)$ sama dengan nol (Basuki, 2005:10).

2.2 Sistem Persamaan Nonlinier

Dugopolski (2006:826) menyatakan bahwa sistem persamaan nonlinier adalah kumpulan dari persaman nonlinier yang saling berkaitan yang berjumlah lebih dari satu persamaan.

Bentuk umum sistem persamaan nonlinier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

setiap fungsi f_i dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dapat dianggap sebagai pemetaan sebuah vektor $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ dari ruang berdimensi n ke garis real R. Sistem persamaan nonlinier ini juga dapat direpresentasikan dengan mendefinisikan fungsi F, pemetaan R^n ke R^n sebagai berikut:

$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = (f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, f_n(x_1, x_2, \dots, x_n))^t$

Jika notasi vektor digunakan untuk menjelaskan variabel $x_1, x_2, \dots, x_n$, sistem persamaan nonlinier (2.1) dapat ditulis dengan formula sebagai berikut:

$$F(X) = 0$$

Fungsi $f_1, f_2, \dots, f_n$ disebut dengan koordinat fungsi dari F (Burden dan Faires, 2011:630).

Selesaian sistem ini terdiri dari himpunan nilai X yang secara simultan memberikan semua persamaan tersebut nilai yang sama dengan nol.

Contoh:

$$f_1(x, y) = x^2 - 10x + y^2 + 8 = 0$$

$$f_2(x, y) = xy^2 + x - 10y + 8 = 0$$

Contoh di atas merupakan sistem persamaan nonlinier dengan dua variabel yaitu variabel x dan y. Persamaan di atas dikatakan sistem persamaan nonlinier karena salah satu dari persamaan tersebut adalah persamaan nonlinier yang ditandai dengan adanya perkalian antara variabel x dan variabel y. Sistem persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$u(x, y) = x^2 - 10x + y^2 = -8 \text{ dan } v(x, y) = xy^2 + x - 10y = -8 \qquad (2.2)$$

Jadi, selesaian akan berupa nilai-nilai x dan y yang membuat fungsi $u(x, y)$ dan $v(x, y)$ sama dengan nol (Chapra dan Canale, 2009:167).

2.3 Metode Newton-Raphson

Menurut Yang, dkk (2005:186-187), metode Newton digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinier dengan satu variabel, hanya jika pada turunan pertama dari $f(x)$ ada dan kontinu pada seluruh solusinya. Strategi di balik metode Newton adalah pendekatan kurva $f'(x)$ berdasarkan pada garis singgung di kurva x, sehingga untuk menentukan gradien garis kurva $f'(x)$ tersebut yaitu dengan cara

$$f'(x_n) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_n) - 0}{x_n - x_{n+1}} \tag{2.3}$$

atau dapat ditulis

$$0 - f(x_n) = f'(x_n)(x_{n+1} - x_n)$$

Sehingga rumus metode Newton adalah sebagai berikut:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{2.4}$$

Munir (2008:90) menyatakan bahwa metode Newton-Raphson merupakan pengembangan dari deret Taylor pada pemotongan suku orde-2 yaitu:

$$f(x_{n+1}) \approx f(x_n) + (x_{n+1} - x_n)f'(x_n) \tag{2.5}$$

Karena mencari akar dari $f(x_{n+1}) = 0$, maka diperoleh:

$$0 \approx f(x_n) + (x_{n+1} - x_n)f'(x_n)$$

atau dapat ditulis

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},\ f'(x_n) \neq 0 \tag{2.6}$$

Metode Newton merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan satu persamaan. Sedangkan untuk menyelesaikan persoalan persamaan yang lebih dari satu atau sistem persamaan $F(X) = 0$

dikenal dengan metode Newton-Raphson. Metode Newton memerlukan turunan dari fungsi $f(x)$ yaitu $f'(x)$ untuk setiap iterasinya. Sedangkan pada metode Newton-Raphson ini menggunakan matriks Jacobian $J(X)$ untuk setiap iterasinya. Matriks Jacobian tersebut digunakan sebagai pengganti turunan dari fungsi $F(X)$ atau dalam matematika ditulis $F'(X)$.

Definisi dari matriks Jacobian adalah sebagai berikut:

$$J(X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_3} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

dengan syarat matriks $J(X)$ adalah matriks *nonsingular*. Sehingga rumus metode Newton-Raphson yaitu:

$$X_{n+1} = X_n - J(X_n)^{-1}F(X_n), n = 0, 1, 2, \dots \tag{2.8}$$

(Burden dan Faires, 2011:639-640).

2.4 Metode Broyden

Metode Broyden pertama kali dikenalkan oleh C.G Broyden pada tahun 1965. Kelly (2003:85) menyatakan dalam bukunya bahwa metode Broyden merupakan pendekatan metode Newton-Raphson dengan perkiraan matriks Jacobian yang digunakan untuk iterasi nonlinier yang pertama. Metode Broyden merupakan metode yang paling sederhana dari metode Quasi-Newton. Metode Broyden ini merupakan pengembangan dari metode *Secant* untuk variabel yang lebih dari satu. Metode *Secant* mendekati $f'(x)$ dengan

$$f'(x_1) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \tag{2.9}$$

Metode Broyden memberikan bentuk umum sistem persamaan $F(X) = 0$, dan turunan dari $F(X)$ diganti menggunakan matriks Jacobian $J(X_1)$. Pada metode Broyden, matriks Jacobian $(J(X_1))$ ditulis dengan matriks A_1. Fungsi $F'(X_1)$ didekati dengan persamaan *Secant*, Karena pada metode Broyden fungsi $F(X)$ adalah sistem persamaan, maka diperoleh:

$$F'(X_1)(X_1 - X_0\ ) = F(X_1) - F(X_0)$$

atau dapat ditulis

$$A_1(X_1 - X_0) = F(X_1) - F(X_0) \tag{2.10}$$

dengan $X_1 - X_0$ adalah vektor. Ada vektor tidak nol di R^n yang dapat ditulis dalam bentuk kelipatan $X_1 - X_0$. Sebagaimana itu berlaku pada komplemen ortogonal $X_1 - X_0$ yang perlu dispesifikasikan dulu seperti definisi matriks A_1 sebagai berikut:

$$A_1 Z = J(X_0)\mathrm{Z} \quad \text{dimana} \quad (X_1 - X_0)^t Z = 0 \tag{2.11}$$

Namun ada vektor ortogonal $X_1 - X_0$ yang tidak dipengaruhi karena bentuk baru dari matriks $J(X_0)$. Dengan kondisi dari persamaan (2.10) dan persamaan (2.11) untuk mendapatkan nilai iterasi kedua maka A_1 dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$A_1 = J(X_0) + \frac{\big(F(X_1) - F(X_0)\big) - J(X_0)(X_1 - X_0)}{(X_1 - X_0)^t (X_1 - X_0)} (X_1 - X_0)^t \tag{2.12}$$

Sehingga untuk menentukan nilai X_2, maka formula yang digunakan sebagai berikut:

$$X_2 = X_1 - A_1^{-1} F(X_1)$$

Jika ditulis secara umum, untuk menentukan nilai X_n dimana n adalah indeks iterasi, maka persamaan (2.12) menjadi seperti di bawah ini.

$$A_{n+1} = J(X_n) + \frac{\big(F(X_{n+1}) - F(X_n)\big) - J(X_n)(X_{n+1} - X_n)}{(X_{n+1} - X_n)^t (X_{n+1} - X_n)} (X_{n+1} - X_n)^t \quad (2.13)$$

atau dapat dimisalkan

$$J(X_n) = A_n$$

$$r_n = F(X_n) - F(X_{n-1}) \quad (2.14)$$

$$S_n = X_n - X_{n-1} \quad (2.15)$$

Maka persamaan (2.13) dapat ditulis seperti di bawah ini.

$$A_{n+1} = A_n + \frac{r_n - A_n S_n}{{S_n}^t S_n} {S_n}^t \quad (2.16)$$

Sehingga formula metode Broyden menjadi:

$$X_{n+1} = X_n - A_n^{-1} F(X_n) \quad \text{untuk } n = 1, 2, 3, \ldots \quad (2.17)$$

Pada metode Broyden untuk menentukan invers dari matriks A_n menggunakan teorema Sherman-Morrison.

Teorema Sherman-Morrison

Misalkan A adalah matriks *nonsingular* dan x dan y adalah vektor dengan $y^t A^{-1} x \neq -1$. Maka $A + xy^t$ adalah matriks *nonsingular* dan

$$(A + xy^t)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1} x y^t A^{-1}}{1 + y^t A^{-1} x}$$

Bukti

Akan ditunjukkan:

$$(I + B)^{-1} = I - (I + B)^{-1} B$$

Penyelesaian:

$$
\begin{aligned}
(I+B)^{-1} &= (I+B)^{-1}I \\
&= (I+B)^{-1}(I+B-B) \\
&= (I+B)^{-1}((I+B)-B) \\
&= I-(I+B)^{-1}B \qquad (2.18)
\end{aligned}
$$

Akan dibuktikan:

$$(A+xy^t)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}xy^tA^{-1}}{1+y^tA^{-1}x}$$

Misal $xy^t = R$, maka

$$(A+xy^t)^{-1} = (A+R)^{-1}$$

Sehingga

$$
\begin{aligned}
(A+R)^{-1} &= (A(I+A^{-1}R))^{-1} \\
&= A^{-1}(I+A^{-1}R)^{-1} \\
&= (I+A^{-1}R)^{-1}A^{-1} \qquad (2.19)
\end{aligned}
$$

Kemudian persamaan (2.19) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.18), sehingga diperoleh:

$$
\begin{aligned}
(A+R)^{-1} &= (I+A^{-1}R)^{-1}A^{-1} \\
&= (I-(I+A^{-1}R)^{-1}A^{-1}R)A^{-1} \\
&= A^{-1}-(I+A^{-1}R)^{-1}A^{-1}RA^{-1} \\
&= A^{-1}-A^{-1}RA^{-1}(I+A^{-1}R)^{-1} \\
&= A^{-1}-A^{-1}RA^{-1}(I+RA^{-1})^{-1} \qquad (2.20)
\end{aligned}
$$

Kemudian dimasukkan kembali permisalan $xy^t = R$ ke dalam persamaan (2.20), maka persamaan (2.20) menjadi:

$$(A+R)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}RA^{-1}(I + RA^{-1})^{-1}$$

$$(A+xy^t)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}xy^tA^{-1}(I + xy^tA^{-1})^{-1}$$

$$= A^{-1} - A^{-1}xy^tA^{-1}(I + y^tA^{-1}x)^{-1} \quad (2.21)$$

Karena hasil xy^tA^{-1} berupa bilangan pada bilangan R^n, maka

$$(I + y^tA^{-1}x)^{-1} = \frac{1}{I + y^tA^{-1}x}$$

Dengan demikian terbukti bahwa

$$(A+xy^t)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}xy^tA^{-1}}{1 + y^tA^{-1}x}$$

Teorema Sherman-Morrison pada metode Broyden ini digunakan untuk mempercepat langkah dalam mencari invers dari matriks A_{n+1}, sehingga jika teorema Sherman-Morrison tersebut digunakan untuk mendapatkan formula invers matriks A_{n+1} dengan menggunakan persamaan (2.16), maka diperoleh:

$$A_{n+1} = A_n + \frac{r_n - A_nS_n}{{S_n}^tS_n}{S_n}^t$$

$$(A_{n+1})^{-1} = \left(A_n + \frac{r_n - A_nS_n}{{S_n}^tS_n}{S_n}^t\right)^{-1}$$

$$A_{n+1}^{-1} = A_n^{-1} - \frac{A_n^{-1}\left(\frac{r_n - A_nS_n}{{S_n}^tS_n}\right){S_n}^tA_n^{-1}}{1 + {S_n}^tA_n^{-1}\left(\frac{y_n - A_nS_n}{{S_n}^tS_n}\right)}$$

$$= A_n^{-1} - \frac{A_n^{-1}\left(\frac{r_n - A_nS_n}{S_n}\right)A_n^{-1}}{1 + A_n^{-1}\left(\frac{r_n - A_nS_n}{S_n}\right)}$$

$$= A_n^{-1} - \frac{\frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n)A_n^{-1}}{S_n}}{\frac{S_n}{S_n} + \frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n)}{S_n}}$$

$$= A_n^{-1} - \left(\frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n)A_n^{-1}}{S_n} \times \frac{S_n}{S_n + A_n^{-1}(r_n - A_n S_n)}\right)$$

$$= A_n^{-1} - \left(\frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n)A_n^{-1}}{S_n + A_n^{-1}(r_n - A_n S_n)} \times \frac{{S_n}^t}{{S_n}^t}\right)$$

$$= A_n^{-1} - \frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n){S_n}^t A_n^{-1}}{{S_n}^t S_n + {S_n}^t A_n^{-1}(r_n - A_n S_n)}$$

$$= A_n^{-1} - \frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n){S_n}^t A_n^{-1}}{{S_n}^t S_n + {S_n}^t A_n^{-1} r_n - {S_n}^t A_n^{-1} A_n S_n}$$

$$= A_n^{-1} - \frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n){S_n}^t A_n^{-1}}{{S_n}^t S_n + {S_n}^t A_n^{-1} r_n - {S_n}^t S_n I}$$

$$= A_n^{-1} - \frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n){S_n}^t A_n^{-1}}{{S_n}^t S_n + {S_n}^t A_n^{-1} r_n - {S_n}^t S_n}$$

$$= A_n^{-1} - \frac{A_n^{-1}(r_n - A_n S_n){S_n}^t A_n^{-1}}{{S_n}^t A_n^{-1} r_n}$$

$$= A_n^{-1} - \frac{(A_n^{-1} r_n - S_n){S_n}^t A_n^{-1}}{{S_n}^t A_n^{-1} r_n}$$

$$= A_n^{-1} - \frac{(-S_n + A_n^{-1} r_n){S_n}^t A_n^{-1}}{{S_n}^t A_n^{-1} r_n}$$

$$A_{n+1}^{-1} = A_n^{-1} + \frac{(S_n - A_n^{-1} r_n){S_n}^t A_n^{-1}}{{S_n}^t A_n^{-1} r_n} \tag{2.22}$$

(Burden dan Faires, 2011:648-650).

2.5 Galat

Penyelesaian secara numerik dari suatu persamaan matematika hanya memberikan nilai perkiraan yang mendekati nilai eksak (nilai sejati) yang sesuai dengan kenyataan, sehingga dalam penyelesaian numerik terdapat beberapa kesalahan (galat) terhadap nilai eksaknya. Galat berasosiasi dengan seberapa dekat solusi hampiran terhadap solusi sejatinya. Semakin kecil galatnya maka semakin teliti solusi numerik yang didapatkan (Munir, 2008:25).

Misalkan X_n adalah nilai pada iterasi ke-n maka galat ke-n dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\varepsilon_n = X_{n+1} - X_n \tag{2.23}$$

untuk $X_{n+1} = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{bmatrix}$ dan $X_n = \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix}$

atau dapat ditulis

$$\varepsilon_n = \begin{bmatrix} x_{n+1} - x_n \\ y_{n+1} - y_n \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

dengan x_n dan y_n secara berturut-turut adalah nilai x dan y pada iterasi ke-n. Untuk mendapatkan nilai galat secara umum akan digunakan norm. Menurut Darmawijaya (2007:89) bentuk norm di ruang 2 adalah L_2-norm adalah berikut:

$$\|\varepsilon_n\|_2 = \sqrt{(x_{n+1} - x_n)^2 + (y_{n+1} - y_n)^2} \tag{2.25}$$

dengan $n = 1, 2, 3, \ldots$

2.6 Penyelesaian Masalah dalam Al-Quran

Dalam menjalankan kehidupan sehari-hari, manusia tidak akan lepas dari sebuah masalah, baik itu masalah yang ringan maupun masalah yang berat. Permasalahan yang dihadapi oleh setiap manusia pasti berbeda-beda begitu juga dengan cara penyelesaiannya. Untuk dapat menyelesaikan masalah yang terjadi harus mengetahui asal mula terjadinya masalah agar cara/metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut tepat. Begitu juga dalam bidang matematika, banyak permasalahan yang dapat diselesaikan dengan cara yang sama atau sebaliknya. Munir (2008:5) menyatakan bahwa secara umum suatu permasalahan terdapat dua solusi yaitu solusi analitik atau disebut solusi sesungguhnya dan solusi numerik yang disebut sebagai solusi hampiran.

Allah memberikan kepada setiap manusia dengan bermacam-macam masalah/persoalan. Terkadang banyak manusia memiliki persoalan yang sama, namun demikian tidak semua manusia memiliki pola pikir yang sama, sehingga berbagai macam cara dapat dilakukan untuk menyelesaikan masalah tersebut sesuai dengan batas kemampuan yang dimiliki oleh setiap manusia. Seperti halnya dalam penyelesaian sistem persamaan nonlinier yang dapat dilakukan menggunakan bermacam-macam metode numerik. Karena pada hakikatnya Allah tidak pernah membebani manusia di luar batas kemampuan manusia itu sendiri. Seperti firman Allah dalam al-Quran surat at-Thalaq ayat 07 dan surat al-Baqarah ayat 286, yaitu:

لَا يُكَلِّفُ ٱللَّهُ نَفْسًا إِلَّا مَآ ءَاتَىٰهَا ۚ سَيَجْعَلُ ٱللَّهُ بَعْدَ عُسْرٍ يُسْرًا ﴿٧﴾

Artinya: "*Allah tidak memikulkan beban kepada seseorang melainkan sekedar apa yang Allah berikan kepadanya. Allah kelak akan memberikan kelapangan sesudah kesempitan*" (QS. Ath-Thalaq:07).

لَا يُكَلِّفُ ٱللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا ۚ ..... ﴿٢٨٦﴾

Artinya: "*Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya"* (QS. Al-Baqarah:286).

Maksud dari ayat di atas adalah Allah tidak akan membebani seseorang diluar batas kemampuannya. Ini merupakan sifat kelembutan, kasih sayang dan kebaikan Allah terhadap makhluk-Nya. Ayat inilah yang menasakh apa yang dirasakan berat oleh para sahabat nabi, yaitu "*wa in tubduu maa fii anfusikum au tukhfuuhu yuhaasibkum bihillaah"* artinya: "*dan jika kamu menampakkan apa* *yang ada di dalam hatimu atau kamu menyembunyikannya, niscaya Allah akan membuat perhitungan denganmu tentang perbuatanmu itu*". Maksudnya meskipun Dia menghisab dan meminta pertanggungjawaban kepada manusia, namun Dia tidak memberikan adzab melainkan disebabkan dosa yang dimiliki seseorang. Kebencian terhadap godaan bisikan yang jelek atau jahat merupakan bagian dari iman (Muhammad, 2007:580).

Dari penjelasaan ayat di atas jelas bahwa Allah tidak pernah menginginkan hamba-Nya selalu berada dalam kesulitan. Oleh karena itu, manusia dianjurkan untuk selalu berusaha, bersabar, dan selalu tegar dalam menghadapi setiap masalah yang menimpanya. Sebab tidak semua masalah yang diberikan oleh Allah adalah cobaan namun ada kalanya masalah tersebut merupakan bentuk rasa kasih sayang Allah kepada hamba-Nya, karena sesuai janji Allah bahwa di setiap kesulitan selalu ada kemudahan. Sebagaimana yang tercantum dalam firman Allah al-Quran surat al-Insyirah ayat 06, yaitu:

إِنَّ مَعَ ٱلۡعُسۡرِ يُسۡرٗا ٦

Artinya: "*Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan*" (QS. Al-Insyirah:06).

Kemudahan yang diperoleh seseorang, tidak terlepas dari adanya suatu usaha, perantara, dan doa. Perantara disini dapat berupa sesuatu yang berwujud (benda) maupun sesuatu yang tidak berwujud (ilmu pengetahuan). Kendatipun demikian kesulitan yang disebutkan di dalam surat al-Insyirah di atas bukan kesulitan di bidang finansial pada umumnya, tapi keluasan makna dari ayat tersebut sebenarnya mencakup segala kesulitan, dan tidak hanya ditujukkan kepada nabi Muhammad dan umat di zamannya. Aturan ini bersifat umum dan berlaku bagi semua generasi manusia. Jadi, sebesar apapun permasalahan yang dihadapi di jalan Allah, maka Allah senantiasa memberi solusi atau jalan keluar. Ketika berbicara tentang solusi, maka tidak lepas dari usaha dan perubahan yang diinginkan oleh seseorang untuk menjadi lebih baik (Imani, 2006:41).

Allah berfirman dalam al-Quran surat ar-Ra'd ayat 11 yang berbunyi:

إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُوا۟ مَا بِأَنفُسِهِمْ ۗ وَإِذَآ أَرَادَ ٱللَّهُ بِقَوْمٍ سُوٓءًا فَلَا
مَرَدَّ لَهُۥ ۚ وَمَا لَهُم مِّن دُونِهِۦ مِن وَالٍ ﴿١١﴾

Artinya: *"Sesungguhnya Allah tidak mengubah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka mengubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri. dan apabila Allah menghendaki keburukan terhadap sesuatu kaum, maka tak ada yang dapat menolaknya; dan sekali-kali tak ada pelindung bagi mereka selain Dia"* (QS. Ar-Ra'd:11).

Allah tidak mengubah nikmat atau bencana, kemuliaan atau kerendahan, kedudukan atau hinaan kecuali jika orang-orang itu mengubah perasaan, perbuatan dan kenyataan hidup mereka. Maka Allah akan mengubah keadaan diri mereka sesuai dengan perubahan yang terjadi dalam diri mereka dan perbuatan mereka sendiri. Meskipun Allah mengetahui apa yang akan terjadi dari mereka sebelum hal itu terwujud, tetapi apa yang terjadi atas diri mereka adalah sebagai akibat dari apa yang ditimbulkan oleh mereka (Quthub, 2004:38).

Dari penjelasan di atas Allah menegaskan bahwa tidak ada suatu masalah yang tidak mempunyai penyelesaian. Semua tergantung bagaimana manusia tersebut ingin berusaha untuk menyelesaikan masalahnya. Jika manusia ingin berusaha atau ingin berubah maka Allah akan mengubah manusia itu untuk menjadi yang lebih baik. Oleh karena itu, manusia tidak boleh berputus asa dan selalu optimis dalam menghadapai berbagai macam masalah, karena Allah menyukai orang-orang yang sabar. Dalam konteks matematika setiap masalah pasti akan mendapatkan solusi meskipun harus melalui beberapa tahapan untuk mendapatkan solusi yang diinginkan. Maka dari itu manusia harus selalu bersabar dan memiliki sifat yang lapang dada dalam menerima segala cobaan yang diberikan oleh Allah.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Metode Broyden pada Sistem Persamaan Nonlinier

Pada bab ini akan dibahas tentang penyelesaian sistem persamaan nonlinier dengan menggunakan metode Broyden. Sistem persamaan nonlinier yang akan diselesaikan diambil dari sistem persamaan nonlinier yang telah diselesaikan oleh Khirallah dan Hafiz (2013). Adapun sistem persamaan nonlinier yang akan diselesaikan adalah sebagai berikut:

$$f_1(x,y) = x^2 - 10x + y^2 + 8 = 0$$

$$f_2(x,y) = xy^2 + x - 10y + 8 = 0 \tag{3.1}$$

dengan nilai awal $x_0 = 2$ dan $y_0 = 2$.

Seperti yang telah dipaparkan pada bab II sistem persamaan nonlinier pada persamaan (3.1) dapat ditulis ke dalam bentuk persamaan vektor sebagai berikut:

$$F(X) = 0 \tag{3.2}$$

dengan $F = \begin{bmatrix} f_1(x,y) \\ f_2(x,y) \end{bmatrix}$ dan $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

Untuk menyelesaikan sistem persamaan nonlinier menggunakan metode Broyden diperlukan metode Newton-Rhapson yang digunakan untuk mencari nilai iterasi pertama dan untuk iterasi kedua dan selanjutnya menggunakan teorema Sherman-Morrison.

3.1.1 Metode Newton-Raphson untuk Iterasi Pertama

Untuk menentukan nilai iterasi pertama (X_1) dengan metode Newton-Raphson yaitu pada persamaan (2.8) sebagai berikut:

$$X_1 = X_0 - J(X_0)^{-1} F(X_0)$$

Adapun langkah-langkah yang dilakukan yaitu:

1. Nilai awal $X_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ disubstitusikan ke dalam persamaan (3.2) untuk mendapatkan nilai $F(X_0)$, sebagai berikut:

$$F(X_0) = \begin{bmatrix} 2^2 - 10(2) + 2^2 + 8 \\ 2(2)^2 + 2 - 10(2) + 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 - 20 + 4 + 8 \\ 8 + 2 - 20 + 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

2. Mencari matriks Jacobian $(J(X_0))$ dari persamaan (3.2) menggunakan rumus pada persamaan (2.7), sehingga diperoleh:

$$J(X_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x} & \frac{\partial f_1(X)}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2(X)}{\partial x} & \frac{\partial f_2(X)}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2x - 10 & 2y \\ y^2 + 1 & 2xy - 10 \end{bmatrix}$$

3. Nilai awal (X_0) disubstitusikan ke dalam matriks Jacobian $(J(X_0))$ di atas, sehingga diperoleh:

$$J(X_0) = \begin{bmatrix} 2x - 10 & 2y \\ y^2 + 1 & 2xy - 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2(2) - 10 & 2(2) \\ 2^2 + 1 & 2(2)(2) - 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 - 10 & 4 \\ 4 + 1 & 8 - 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

4. Setelah diperoleh nilai matriks $J(X_0)$, langkah selanjutnya yaitu mencari invers dari matriks $J(X_0)$, sehingga diperoleh nilai invers matriks $J(X_0)$ sebagai berikut:

$$J(X_0)^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}5 \\ 0{,}625 & 0{,}75 \end{bmatrix}$$

5. Hasil invers dari matriks $J(X_0)$ tersebut digunakan untuk mendapatkan nilai X_1, sehingga iterasi pertama untuk persamaan (3.2) menggunakan metode Newton-Raphson sebagai berikut:

$$X_1 = X_0 - J(X_0)^{-1}\, F(X_0)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}5 \\ 0{,}625 & 0{,}75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

6. Setelah diperoleh nilai X_1, langkah selanjutnya yaitu mencari nilai galat dari persamaan (3.2). Pada penelitian ini nilai galat ditentukan menggunakan galat iterasi dan galat norm. Adapun galat iterasi dicari menggunakan persamaan (2.23) pada bab II, sehingga diperoleh:

$$\varepsilon_1 = X_1 - X_0$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

7. Setelah galat iterasi diperoleh maka langkah selanjutnya adalah mencari nilai galat norm menggunakan persamaan (2.25) pada bab II karena pada penelitian ini persamaan (3.2) berupa vektor, sehingga diperoleh:

$$\|\varepsilon_1\| = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{20}$$

$$= 4{,}47$$

Norm $\|\varepsilon_1\| = 4{,}47$ adalah nilai galat norm pertama dari solusi numerik pada persamaan (3.2).

3.1.2 Teorema Sherman-Morrison untuk Iterasi ke-$(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})$

Nilai X_1 diperoleh menggunakan metode Newton-Raphson, kemudian untuk menentukan nilai iterasi X_{n+1} dengan $n = 1, 2, 3, \ldots$ dengan menerapkan teorema Sherman-Morrison pada persamaan (2.22) yang mana teorema tersebut digunakan untuk menentukan nilai invers matriks A_n. Dengan demikian formula yang digunakan untuk iterasi X_{n+1} yaitu pada persamaan (2.17) sebagai berikut:

$$X_{n+1} = X_n - {A_n}^{-1}\, F(X_n) \text{ dengan } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk mendapatkan nilai iterasi X_{n+1} yaitu:

1. Langkah pertama sama seperti pada metode Newton-Raphson yaitu dicari nilai $F(X_1)$ dengan mensubstitusikan nilai X_1 ke dalam persamaan (3.2), sehingga diperoleh:

$$F(X_1) = \begin{bmatrix} 4^2 - 10(4) + 6^2 + 8 \\ 4(6)^2 + 4 - 10(6) + 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 - 40 + 36 + 8 \\ 144 + 4 - 600 + 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 \\ 96 \end{bmatrix}$$

2. Setelah diperoleh nilai $F(X_1)$, maka langkah selanjutnya yaitu dicari nilai dari r_0 dan S_0 yang ada pada persamaan (2.14) dan (2.15), yang mana r_0 diperoleh

dari pengurangan $F(X_1)$ terhadap $F(X_0)$ sedangkan S_0 diperoleh dari selisih X_1 terhadap X_0 yang akan digunakan ketika mencari invers dari matriks A_1 sebagai berikut:

untuk r_0, diperoleh:

$$r_0 = F(X_1) - F(X_0)$$

$$= \begin{bmatrix} 20 \\ 96 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 24 \\ 98 \end{bmatrix}$$

untuk S_0, diperoleh:

$$S_0 = X_1 - X_0$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

3. Langkah selanjutnya yaitu mencari invers dari matriks A_1 dengan menerapkan teorema Sherman-Morrison pada persamaan (2.22). Adapun hasil invers dari matriks A_1 menggunakan teorema Sherman-Morrison adalah sebagai berikut:

$$A_1^{-1} = A_0^{-1} + \frac{(S_0 - A_0^{-1} r_0) S_0^t A_0^{-1}}{S_0^t A_0^{-1} r_0}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 \\ 0,625 & 0,75 \end{bmatrix} + \frac{\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 \\ 0,625 & 0,75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 \\ 98 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 \\ 0,625 & 0,75 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 \\ 0,625 & 0,75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24 \\ 98 \end{bmatrix}}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 \\ 0,625 & 0,75 \end{bmatrix} + \frac{\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 55 \\ 88,5 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 55 \\ 88,5 \end{bmatrix}}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 \\ 0,625 & 0,75 \end{bmatrix} + \frac{\left(\begin{bmatrix} -53 \\ -84,5 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}}{[464]}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 \\ 0,625 & 0,75 \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} -159 & -212 \\ -253,5 & -338 \end{bmatrix}}{[464]}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 \\ 0,625 & 0,75 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,368 & -0,491 \\ -0,598 & -0,79 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0,118 & 0,008 \\ 0,026 & -0,047 \end{bmatrix}$$

4. Setelah didapatkan nilai invers A_1 maka langkah selanjutnya yaitu hasil nilai invers A_1 tersebut disubstitusikan ke dalam rumus pada persamaan (2.17), sehingga diperoleh nilai X_2 sebagai berikut:

$$X_2 = X_1 - {A_1}^{-1} \left(F(X_1)\right)$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,118 & 0,008 \\ 0,026 & -0,047 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ 96 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1,543 \\ -4,012 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5,54 \\ 10,01 \end{bmatrix}$$

5. Setelah diperoleh nilai X_2, langkah selanjutnya yaitu mencari nilai galat dari persamaan (3.1) dengan cara yang sama seperti mencari galat iterasi ε_1 yaitu menggunakan persamaan (2.23) pada bab II, sehingga diperoleh:

$$\varepsilon_2 = X_2 - X_1$$

$$= \begin{bmatrix} 5,54 \\ 10,01 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1,54 \\ 4,001 \end{bmatrix}$$

6. Kemudian dicari nilai galat norm pada persamaan (2.25), sehingga diperoleh:

$$\|\varepsilon_2\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{1,54^2 + 4,01^2}$$

$$= \sqrt{2,37 + 16,08}$$

$$= \sqrt{18{,}45}$$

$$= 4{,}29$$

Norm $\|\varepsilon_2\| = 4{,}29$ adalah nilai galat norm kedua dari solusi numerik pada persamaan (3.2).

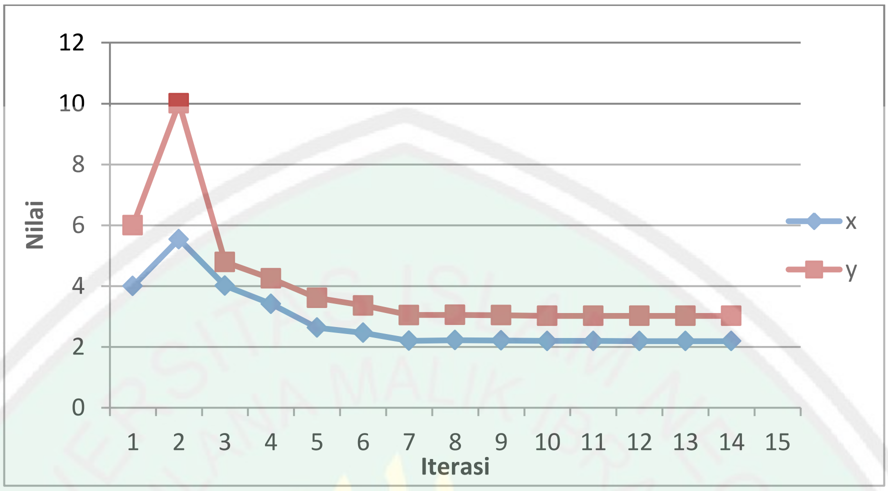
Untuk hasil iterasi dari iterasi ke-3 dan seterusnya dilakukan menggunakan bantuan program MATLAB. Adapun hasil semua iterasi solusi dapat dilihat pada Tabel 3.1 di bawah ini:

Tabel 3.1 Hasil Iterasi Solusi Sistem Persamaan Nonlinier x dan y dengan Nilai Awal (2, 2)

Iterasi ke-n	x	y
1	4	6
2	5,54310344	10,01293103
3	4,01306222	4,79217813
4	3,41717621	4,25412799
5	2,63515009	3,61099459
6	2,46456888	3,36419997
7	2,20001688	3,04933799
8	2,22145226	3,05395650
9	2,21098737	3,04198988
10	2,19495903	3,02242082
11	2,19354579	3,02060252
12	2,19343873	3,02046566
13	2,19343947	3,02046654
14	2,19343941	3,02046647

Tabel 3.1 di atas menunjukkan hasil iterasi dari solusi sistem persamaan nonlinier pada persamaan (3.2) dengan iterasi sebanyak 14 kali. Dengan solusi akhir yang didapatkan yaitu untuk $x = 2{,}193439418086725$ dan $y =$

3,020466471413449. Selanjutnya untuk lebih jelas memahami pergerakan hasil iterasi solusi di atas dapat dilihat pada Gambar 3.1 di bawah ini:



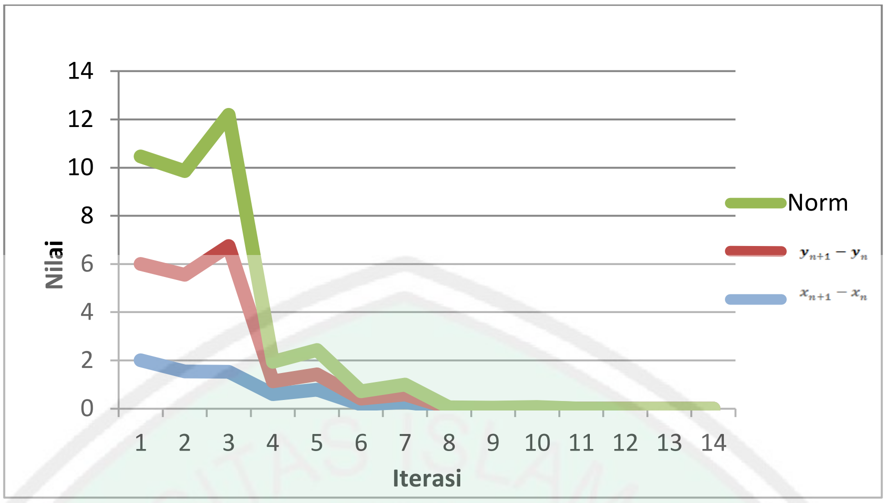
Gambar 3.1 Grafik Pergerakan Hasil Iterasi Solusi Sistem Persamaan Nonlinier x dan y dengan Nilai Awal (2, 2)

Pada Gambar 3.1 di atas dapat dilihat bahwa solusi sistem persamaan nonlinier pada persamaan (3.2) dengan nilai awal (2, 2) diperoleh solusi untuk nilai x_1 adalah 4 dan nilai y_1 adalah 6. Solusi sistem persamaan nonlinier tersebut mulai konvergen ke nilai yang hampir sama terjadi mulai dari iterasi ke-10 yaitu pada saat $x_{10} = 2{,}194959035234301$ dan $y_{10} = 3{,}022420829990367$ sampai dengan iterasi ke-14 dengan nilai $x_{14} = 2{,}193439418086725$ dan $y_{14} = 3{,}020466471413449$. Seperti yang diketahui sebelumnya bahwa solusi numerik hanya berupa nilai hampiran saja. Oleh karena itu setiap solusi yang diperoleh pasti memiliki kesalahan/galat. Untuk mengetahui galat dari solusi tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.2 di bawah ini:

Tabel 3.2 Nilai Galat Iterasi dan Galat Norm dengan Nilai Awal (2, 2)

Iterasi ke-n	$x_{n+1} - x_n$	$y_{n+1} - y_n$	Norm (ε_n)
1	2,00000000	4,00000000	4,47213595
2	1,54310344	4,01293103	4,29939341
3	1,53004121	5,22075289	5,44033882
4	0,59588601	0,53805014	0,80285621
5	0,78202612	0,64313339	1,01251440
6	0,17058120	0,24679462	0,30000922
7	0,26455200	0,31486197	0,41124910
8	0,02143538	0,00461951	0,02192729
9	0,01046488	0,01196661	0,01589697
10	0,01602834	0,01956990	0,02529537
11	0,00141324	0,00181830	0,00230297
12	0,00010705	0,00013786	0,00017376
13	0,00000074	0,00000088	0,00000015
14	0,00000000	0,00000000	0,00000000

Tabel 3.2 di atas menunjukkan perhitungan galat pada iterasi x_n dan galat pada iterasi y_n. Kedua galat iterasi tersebut digunakan untuk mendapatkan nilai galat norm (ε_n), yang mana dalam penyelesaian untuk mendapatkan nilai galat norm didefinisikan sebagai berikut $\|\varepsilon_n\| = \sqrt{(x_{n+1} - x_n)^2 + (y_{n+1} - y_n)^2}$. Iterasi akan berhenti jika nilai galat norm $(\|\varepsilon_n\|)$ lebih dari toleransi galat yang diberikan yaitu 10^{-8}. Untuk nilai awal (2, 2) iterasi galat norm berhenti pada iterasi ke-14 yaitu dengan nilai galat $9{,}645940330425919 \times 10^{-8}$. Selanjutnya untuk lebih jelas memahami pergerakan galat di atas dapat dilihat pada Gambar 3.2 di bawah ini:



Gambar 3.2 Grafik Pergerakan Nilai Galat Iterasi dan Galat Norm dengan Nilai Awal (2, 2)

Pada Gambar 3.2 di atas dapat dilihat bahwa galat dari sistem persamaan nonlinier pada persamaan (3.2) dengan nilai awal (2, 2) dan toleransi galat yaitu 10^{-8} galat besar terjadi pada saat iterasi ke-1, iterasi ke-2 dan iterasi ke-3 dengan nilai masing-masing yaitu untuk nilai $x_1 = 2$ dan nilai $y_1 = 4$ untuk nilai $x_2 = 1{,}543103448275866$ dan nilai $y_2 = 4{,}012931034482750$ dan untuk nilai $x_3 = 1{,}530041219240825$ dan nilai $y_3 = 5{,}220752896628917$. Sedangkan untuk galat norm, galat terbesar terjadi pada saat iterasi ke-3 yaitu dengan nilai galat 5,440338862629347. Galat tersebut mulai konvergen terjadi ketika iterasi ke-8 sampai terkahir.

3.2 Perbandingan dengan Nilai Awal Berbeda

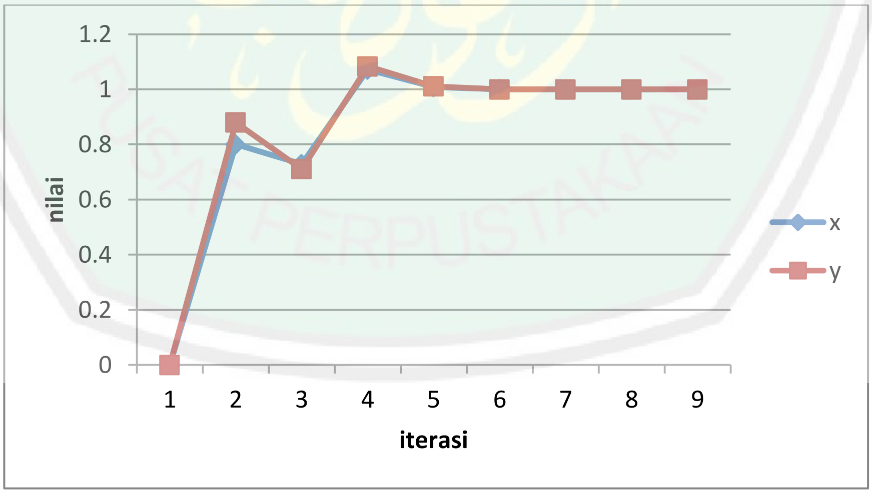
Sistem persamaan nonlinier pada persamaan (3.2) akan dicari dengan nilai awal yang berbeda-beda yaitu dengan nilai awal (0, 0) dan (-2, -2). Dengan langkah-langkah seperti yang telah dipaparkan di atas maka diperoleh hasil sebagai berikut:

a. Untuk nilai awal (0, 0)

Tabel 3.3 Hasil Iterasi Solusi Sistem Persamaan Nonlinier x dan y dengan Nilai Awal (0, 0)

Iterasi ke-n	x	y
1	0,80000000	0,88000000
2	0,72859531	0,71036731
3	1,07179975	1,08310725
4	1,00859829	1,01064603
5	1,00001059	0,99998282
6	0,99998956	0,99998729
7	0,99999735	0,99999678
8	1,00000000	1,00000000

Tabel 3.3 di atas menunjukkan hasil iterasi solusi nilai x dan y pada persamaan (3.2) untuk nilai awal (0, 0) dengan jumlah iterasi sebanyak 8 kali. Solusi akhir yang didapatkan untuk nilai awal (0, 0) yaitu untuk $x = 1$ dan $y = 1$. Selanjutnya untuk lebih jelas memahami pergerakan hasil iterasi solusi di atas dapat dilihat pada Gambar 3.3 di bawah ini:



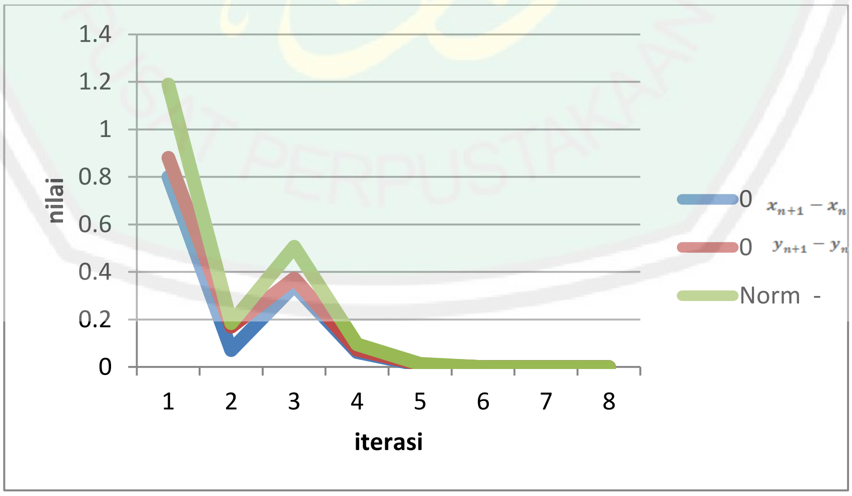
Gambar 3.3 Grafik Pergerakan Hasil Iterasi Solusi Sistem Persamaan Nonlinier x dan y dengan Nilai Awal (0, 0)

Pada Gambar 3.3 di atas dapat dilihat bahwa solusi sistem persamaan nonlinier pada persamaan (3.2) dengan nilai awal (0, 0) diperoleh solusi untuk nilai x_1 adalah 0,80000000 dan nilai y_1 adalah 0,88000000. Hasil iterasi solusi di atas mulai konvergen pada iterasi ke-4 sampai iterasi terakhir. Galat dari solusi tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.4 di bawah ini:

Tabel 3.4 Nilai Galat Iterasi dan Galat Norm dengan Nilai Awal (0, 0)

Iterasi ke-n	$x_{n+1} - x_n$	$y_{n+1} - y_n$	Norm (ε_n)
1	0,80000000	0,88000000	1,18928549
2	0,07140468	0,16963268	0,18404857
3	0,34320444	0,37273993	0,50667973
4	0,06320145	0,07246122	0,09615119
5	0,00858770	0,01066320	0,01369133
6	0,00000210	0,00000044	0,00000214
7	0,00000077	0,00000094	0,00000122
8	0,00000024	0,00000032	0,00000041

Tabel 3.4 di atas menunjukkan hasil dari nilai galat iterasi x_n dan galat iterasi y_n serta galat norm dengan nilai awal (0, 0). Untuk nilai awal (0, 0) iterasi galat norm berhenti pada iterasi ke-8 yaitu dengan nilai galat norm $4{,}165912861574317 \times 10^{-6}$. Selanjutnya untuk lebih jelas memahami pergerakan hasil iterasi solusi di atas dapat dilihat pada Gambar 3.4 di bawah ini:



Gambar 3.4 Grafik Pergerakan Nilai Galat Iterasi dan Galat Norm dengan Nilai Awal (0, 0)

Pada Gambar 3.4 di atas dapat dilihat bahwa galat dari sistem persamaan nonlinier pada persamaan (3.2) dengan nilai awal (0, 0) dan toleransi galat 10^{-8}

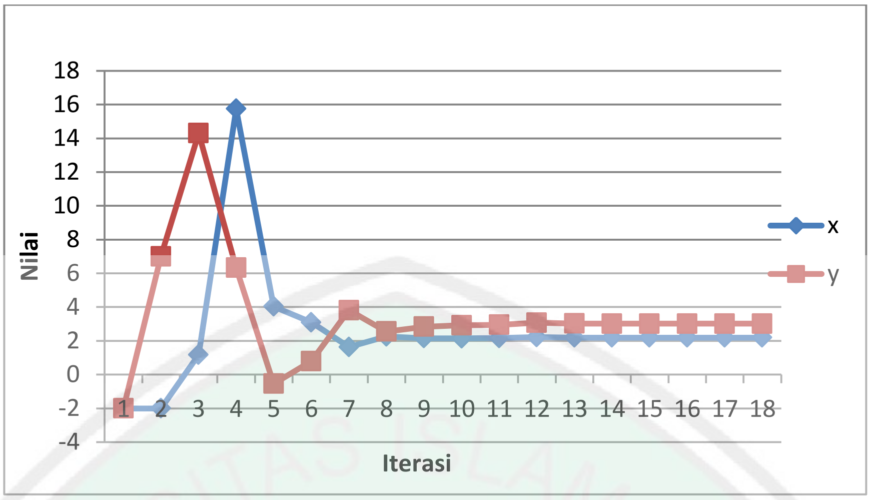
galat iterasi terbesar terjadi pada iterasi ke-2 yaitu untuk $x = 0{,}8000000$ dan $y = 0{,}880000000$. Sedangkan untuk galat norm, galat terbesar juga terjadi pada saat iterasi kedua yaitu dengan nilai galat $1{,}189285499785481$.

b. Untuk nilai awal (-2, -2)

Tabel 3.5 Hasil Iterasi Solusi Sistem Persamaan Nonlinier x dan y dengan Nilai Awal (-2, -2)

Iterasi ke-n	x	y
1	-2,00000000	7,00000000
2	1,17647058	14,30588235
3	1,74094603	6,33081419
4	4,03544453	-0,54654459
5	3,09027674	0,79624222
6	1,62897841	3,80961513
7	2,25638102	2,55202155
8	2,15302096	2,83805673
9	2,14586712	2,92579303
10	2,16106622	2,95077366
11	2,21948718	3,07408955
12	2,19355708	3,02154921
13	2,19285626	3,01915713
14	2,19325514	3,02006191
15	2,19343212	3,02045035
16	2,19343948	3,02046662
17	2,19343941	3,02046647

Tabel 3.5 di atas menunjukkan hasil iterasi solusi x dan y pada persamaan (3.2) untuk nilai awal (-2, -2) dengan jumlah iterasi sebanyak 17 kali. Solusi akhir yang didapatkan untuk nilai awal (-2, -2) yaitu untuk $x = 2{,}193439416823086$ dan $y = 3{,}020466471216098$. Selanjutnya untuk lebih jelas memahami pergerakan hasil iterasi solusi di atas dapat dilihat pada Gambar 3.5 di bawah ini:



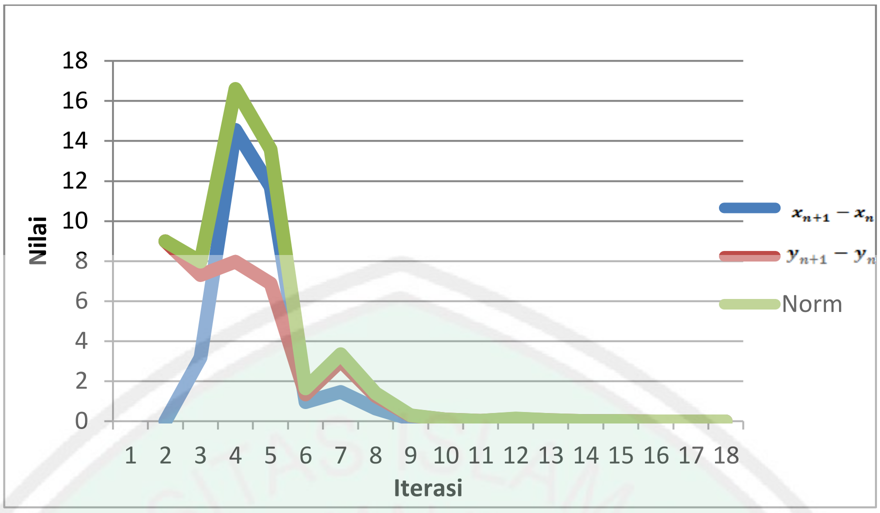
Gambar 3.5 Grafik Pergerakan Hasil Iterasi Solusi Sistem Persamaan Nonlinier x dan y dengan Nilai Awal (-2, -2)

Pada Gambar 3.5 di atas dapat dilihat bahwa solusi pada persamaan (3.2) untuk nilai awal (-2, -2) diperoleh dengan nilai x_1 adalah -2 dan nilai y_1 adalah 7. Solusi pada persamaan (3.2) tersebut mulai konvergen ke nilai yang hampir sama terjadi mulai dari iterasi ke-12 dengan nilai $x_{12} = 2{,}193557086819571$ dan $y_{12} = 3{,}021549213618321$ sampai iterasi ke-17 dengan nilai $x_{17} = 2{,}193439416823086$ dan $y_{17} = 3{,}020466471216098$. Galat dari solusi tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.6 di bawah ini:

Tabel 3.6 Nilai Galat Iterasi dan Galat Norm dengan Nilai Awal (-2, -2)

Iterasi ke-n	$x_{n+1} - x_n$	$y_{n+1} - y_n$	Norm (ε_n)
1	0,00000000	9,00000000	9,00000000
2	3,17647058	7,30588235	7,96654770
3	14,56447544	7,97506815	16,60498923
4	11,70550150	6,87735911	13,57633359
5	0,94516778	1,34278714	1,64207864
6	1,46129832	3,01337291	3,34900120
7	0,62740261	1,25759358	1,40540942
8	0,10336006	0,28603518	0,30413718
9	0,00715384	0,08773629	0,08802746
10	0,01519909	0,02498063	0,02924114
11	0,05842096	0,12331588	0,13645444
12	0,02593009	0.05254033	0,05859058
13	0,00070082	0,00239207	0,00249262
14	0,00039888	0,00090477	0,00098880
15	0,00017689	0,00038843	0,00042685
16	0,00000736	0,00001627	0,00001786
17	0,00000001	0,00000001	0,00000000

Tabel 3.6 di atas menunjukkan hasil dari nilai galat iterasi x_n dan galat iterasi y_n serta galat norm dengan nilai awal (-2, -2). Dengan nilai awal tersebut iterasi galat norm berhenti pada iterasi ke-17 yaitu dengan nilai galat norm $1{,}688839939618104 \times 10^{-8}$. Selanjutnya untuk lebih jelas memahami pergerakan hasil iterasi solusi di atas dapat dilihat pada Gambar 3.6 di bawah ini:



Gambar 3.6 Grafik Pergerakan Nilai Galat Iterasi dan Galat Norm dengan Nilai Awal (-2, -2)

Pada Gambar 3.6 di atas dapat dilihat bahwa galat dari sistem persamaan nonlinier (3.2) untuk nilai awal (-2, -2) dan toleransi galat 10^{-8}, galat iterasi terbesar terjadi pada saat iterasi ke-4 untuk galat iterasi x yaitu 14,564475449431598 sedangkan untuk galat iterasi y terjadi pada iterasi kedua yaitu dengan nilai 9. Dan untuk galat norm, galat terbesar terjadi pada saat iterasi ke-4 yaitu dengan nilai galat 16,60498923851138. Galat tersebut mulai konvergen terjadi ketika iterasi ke-13 sampai terakhir.

Berdasarkan uraian di atas dapat dibandingkan setiap solusi dan galat masing-masing sesuai dengan nilai awal yang diberikan. Berikut adalah tabel perbandingan solusi untuk tiap-tiap nilai awal yang berbeda.

Tabel 3.7 Perbandingan Nilai Solusi dengan Nilai Awal Berbeda

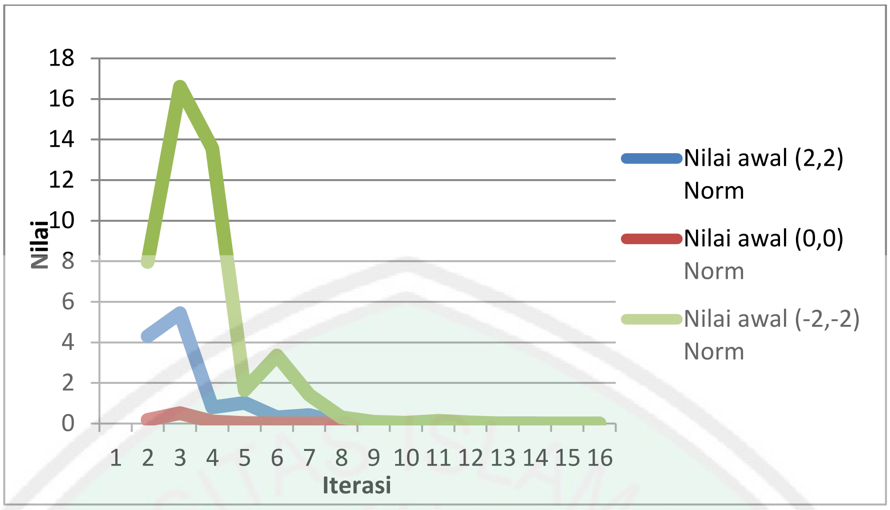
Iterasi ke-n	Nilai awal (2, 2)		Nilai awal (0, 0)		Nilai awal (-2, -2)	
	x	y	x	y	x	y
1	4	6	0,000000	0,000000	-2,000000	7,000000
2	5,5431034	10,0129310	0,800000	0,880000	1,176471	1,305882
3	4,0130622	4,7921781	0,728595	0,710367	15,740946	6,330814
4	3,4171762	4,2541279	1,071799	1,083107	4,035445	-0,546545
5	2,6351500	3,6109945	1,008598	1,010646	3,090277	0,796242
6	2,4645688	3,3641999	1,000010	0,999982	1,628978	3,809615
7	2,2000168	3,0493379	0,999989	0,999987	2,256381	2,552022
8	2,2214522	3,0539565	1,000000	1,000000	2,153021	2,838057
9	2,2109873	3,0419898			2,145867	2,925793
10	2,1949590	3,0224208			2,161066	2,950774
11	2,1935457	3,0206025			2,219487	3,074090
12	2,1934387	3,0204656			2,193557	3,021549
13	2,1934394	3,0204665			2,192856	3,019157
14	2,1934394	3,0204664			2,193255	3,020062
15					2,193432	3,020450
16					2,193439	3,020467
17					2,193439	3,020466

Tabel 3.7 di atas menunjukkan hasil perbandingan solusi iterasi dengan menggunakan nilai awal yang berbeda-beda. Dimana hasil yang diperoleh tidak memiliki solusi yang sama. Dengan nilai awal (2, 2) dan (-2, -2) memiliki nilai solusi hampir sama yaitu untuk nilai awal (2, 2) solusi $x = 2{,}193439418086725$ dan $y = 3{,}020466471413449$ dan untuk nilai awal (-2, -2) solusi $x = 2{,}193439416823086$ dan $y = 3{,}020466471216098$, sedangkan untuk nilai awal (0, 0) solusi yang diperoleh yaitu $x = 1$ dan $y = 1$. Untuk perbandingan galat pada solusi di atas, peneliti mengambil perbandingan untuk galat norm saja. Adapun tabel perbandingan galat norm tersebut dapat dilihat pada Tabel 3.8 sebagai berikut:

Tabel 3.8 Perbandingan Galat Norm

Iterasi ke-n	Nilai awal (2, 2) Norm (ε_n)	Nilai awal (0, 0) Norm (ε_n)	Nilai awal (-2, -2) Norm (ε_n)
1	4,47213595	1,18928549	9,00000000
2	4,29939341	0,18404857	7,96654770
3	5,44033882	0,50667973	16,60498923
4	0,80285621	0,09615119	13,57633359
5	1,01251440	0,01369133	1,64207864
6	0,30000922	0,00000214	3,34900120
7	0,41124910	0,00000122	1,40540942
8	0,02192729	0,00000041	0,30413718
9	0,01589697		0,08802746
10	0,02529537		0,02924114
11	0,00230297		0,13645444
12	0,00017376		0,05859058
13	0,00000015		0,00249262
14	0,00000000		0,00098880
15			0,00042685
16			0,00001786
17			0,00000000

Tabel 3.8 di atas menunjukkan hasil dari perbandingan galat norm dengan nilai awal yang berbeda-beda untuk persamaan (3.2). Pada Tabel 3.8 di atas dapat dilihat untuk setiap nilai awal yang diberikan memiliki nilai galat norm yang berbeda. Untuk nilai awal (2, 2) iterasi berhenti pada iterasi ke-14 karena sudah memenuhi batas toleransi galat yang diberikan. Untuk nilai awal (0, 0) iterasi berhenti pada iterasi ke-8 sedangkan untuk nilai awal (-2, -2) iterasi berhenti pada iterasi ke-17. Selanjutnya untuk lebih jelas memahami pergerakan perbandingan galat norm di atas dapat dilihat pada Gambar 3.7 di bawah ini:



Gambar 3.7 Grafik Pergerakan Perbandingan Galat Norm

Pada Gambar 3.7 di atas dapat dilihat bahwa galat norm dari solusi persamaan (3.2) dengan nilai awal yang berbeda dan toleransi galat yang sama berjalan mendekati nol. Untuk nilai awal (2, 2) dan (-2, -2) galat normnya sama-sama hampir mendekati nol yaitu untuk nilai awal (2, 2) diperoleh galat norm $9{,}654940330425919 \times 10^{-8}$ dan untuk nilai awal (-2, -2) diperoleh galat $1{,}688859939618104 \times 10^{-8}$. Sedangkan untuk nilai awal (0, 0) meski berjalan mendekati nol, galat yang diperoleh sangat besar yaitu $4{,}165912861574317 \times 10^{-6}$.

3.2.1 Cek Keabsahan Solusi

Penyelesaian dengan metode numerik menghasilkan solusi yang berupa hampiran terhadap nilai yang sesungguhnya. Oleh karena itu, perlu adanya suatu cara untuk mengetahui kebenaran solusi tersebut yaitu dengan melakukan cek keabsahan solusi. Adapun cara melakukan cek keabsahan solusi yaitu dengan mensubstitusikan solusi akhir ke dalam persamaan (3.2), sehingga diperoleh:

1. Untuk nilai awal (2, 2) hasil solusi yang diperoleh yaitu untuk nilai $x = 2{,}193439418086725$ dan nilai $y = 3{,}020466471413449$, maka diperoleh:

$$f_1(x,y) = x^2 - 10x + y^2 + 8$$

$$= (2{,}193439418086725)^2 - 10(2{,}193439418086725)$$

$$+ (3{,}020466471413449)^2 + 8$$

$$= 4{,}882190651755991 \times 10^{-9}$$

$$f_2(x,y) = xy^2 + x - 10y + 8$$

$$= (2{,}193439418086725)(3{,}020466471413449)^2$$

$$+ 2{,}193439418086725 - 10(3{,}020466471413449) + 8$$

$$= 3{,}773856604993853 \times 10^{-8}$$

2. Untuk nilai awal (0, 0) hasil solusi yang diperoleh yaitu untuk nilai $x = 1{,}000000000278543$ dan nilai $y = 1{,}000000000337518$, maka diperoleh:

$$f_1(x,y) = x^2 - 10x + y^2 + 8$$

$$= (1{,}000000000278543)^2 - 10(1{,}000000000278543)$$

$$+ (1{,}000000000337518)^2 + 8$$

$$= 2{,}143057287185002$$

$$f_2(x,y) = xy^2 + x - 10y + 8$$

$$= (1{,}000000000278543)(1{,}000000000337518)^2$$

$$+ 1{,}000000000278543 - 10(1{,}000000000337518) + 8$$

$$= 2{,}143059063541841$$

3. Untuk nilai awal (-2, -2) hasil solusi yang diperoleh yaitu untuk nilai $x = 2{,}193439416823086$ dan nilai $y = 3{,}020466471216098$, maka diperoleh:

$$f_1(x,y) = x^2 - 10x + y^2 + 8$$

$$= (2{,}193439416823086)^2 - 10(2{,}193439416823086)$$

$$+ (3{,}020466471216098)^2 + 8$$

$$= 1{,}078296740786300 \times 10^{-8}$$

$$f_2(x,y) = xy^2 + x - 10y + 8$$

$$= (2{,}193439416823086)(3{,}020466471216098)^2$$

$$+ 2{,}193439416823086 - 10(3{,}020466471216098) + 8$$

$$= 2{,}430499890238025 \times 10^{-8}$$

Berdasarkan hasil dari ketiga cek keabsahan solusi di atas dapat diketahui bahwa dengan nilai awal (2, 2) dan (-2, -2) solusi yang diperoleh adalah benar karena sudah mendekati nilai yang sesungguhnya yaitu nol dan sudah memenuhi batas toleransi galatnya. Sedangkan untuk nilai awal (0, 0) tidak mendekati nilai solusi yang sesungguhnya yaitu nol. Dengan demikian dapat dikatakan untuk nilai awal (0, 0) solusi yang diperoleh kurang tepat karena memiliki galat yang sangat besar.

3.3 Penyelesaian Masalah dalam Pandangan Islam

Sistem persamaan nonlinier merupakan salah satu persoalan matematika yang sudah banyak diselesaikan menggunakan beberapa metode numerik salah satunya yaitu metode Broyden. Tidak hanya pada bidang matematika, dalam kehidupan sehari-haripun setiap masalah pasti memiliki solusi. Untuk dapat menyelesaikan masalah tersebut tergantung bagaimana pola pikir dan kemampuan dari masing-masing individu. Sehingga ada banyak cara untuk menyelesaikan persoalan yang sama sesuai cara/metode yang digunakan. Hal ini sesuai dengan firman Allah dalam al-Quran surat al-Ankabut ayat 69 dimana ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah akan menunjukkan banyak jalan atau cara untuk mencari solusi bagi setiap permasalahan yang ada. Dalam suatu hadits dikatakan bahwa satu kesulitan tidak akan mengalahkan dua kemudahan.

Dalam menyelesaikan persoalan matematika, seperti sistem persamaan nonlinier yang telah diselesaikan menggunakan metode Broyden di atas, untuk mengetahui keakuratan/kebenaran solusi yang didapatkan yaitu dengan cara mengetahui seberapa besar galat/kesalahan dari nilai yang sebenarnya. Hal ini menunjukkan agar solusi yang diperoleh jelas kebenarannya. Hal tersebut juga terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Pada hakikatnya tidak ada sesuatu apapun yang tidak memiliki kesalahan karena tidak ada makhluk di dunia ini yang memiliki sifat sempurna kecuali Allah. Oleh karena itu, dalam melakukan segala sesuatu dibutuhkan ketelitian dan kehati-hatian agar tidak terjadi kesalahan. Karena satu kesalahan akan menutupi beberapa kebaikan dan kebenaran.

Allah merupakan dzat yang Maha Cepat dan Maha Teliti, sebagaimana dalam firman-Nya surat al-An'am ayat 62 yang artinya: "*kemudian mereka (hamba Allah) dikembalikan kepada Allah penguasa sebenarnya. Ketahuilah bahwa segala hukum (pada hari itu) kepunyaan-Nya. Dan Dialah pembuat perhitungan yang paling cepat*" dan surat Maryam ayat 94 yang artinya: " *Sesungguhnya Allah telah menentukan jumlah mereka dan menghitung mereka dengan hitungan yang teliti*". Dari kedua ayat di atas dapat diambil sebuah pelajaran bahwa dalam setiap permasalahan yang dihadapi harus diselesaikan dengan cepat serta teliti. Karena menyelesaikan masalah dengan cepat dan teliti akan memberikan peluang kesalahan sangat kecil sehingga solusi yang didapatkan mendekati kebenaran.

Matematika merupakan ilmu yang paling sering dijumpai dan dipelajari dalam kehidupan sehari-hari. Banyak manfaat yang dapat diambil dalam mempelajari matematika tidak hanya dalam hal menghitung, meramalkan, dan menganalisis namun juga dalam hal ketaatan kepada Allah karena ada banyak makna-makna yang tersirat dalam mempelajari ilmu matematika. Oleh karena itu, manusia dianjurkan untuk selalu terus belajar dan selalu berhati-hati serta teliti dalam menjalani kehidupannya juga selalu mensyukuri nikmat yang telah Allah berikan agar tidak menjadi manusia yang sombong.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari hasil pembahasan di atas, maka kesimpulan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Solusi yang didapatkan dari sistem persamaan nonlinier pada pesamaan (3.2) dengan galat toleransi 10^{-8} untuk nilai awal $x = 2$ dan $y = 2$, diperoleh setelah iterasi yang ke-14 yaitu dengan nilai $x = 2{,}193439418086725$ dan $y = 3{,}020466471413449$ dengan galat norm yaitu $9{,}6549403302591 \times 10^{-8}$.
2. Perbandingan dengan nilai awal berbeda-beda yaitu (0, 0) dan (-2, -2) menghasilkan solusi yang berbeda. Untuk nilai awal (0, 0) diperoleh solusi yaitu $x = 1$ dan $y = 1$, sedangkan untuk nilai awal (-2, -2) solusi yang diperoleh hampir sama yaitu untuk nilai awal (2, 2) yaitu dengan nilai $x = 2{,}193439418086725$ dan nilai $y = 3{,}020466471413449$ dan untuk nilai awal (-2, -2) yaitu dengan nilai $x = 2{,}193439416823086$ dan $y = 3{,}020466471216098$. Dan galat yang diperoleh juga memiliki nilai berbeda yaitu pada nilai awal (0, 0) galat diperoleh yaitu $4{,}165912861574317 \times 10^{-6}$. Untuk nilai awal (2, 2) yaitu $9{,}654940330425919 \times 10^{-8}$ dan untuk nilai awal (-2, -2) yaitu $1{,}688859939618104 \times 10^{-8}$ yang lebih kecil dari galat toleransi yaitu 10^{-8}. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa untuk nilai awal yang berbeda-beda dalam menyelesaikan sistem persamaan nonlinier pada persamaan (3.2) dengan metode Broyden tidak memiliki solusi yang

sama. Hal ini berarti pemilihan nilai awal sangat berpengaruh terhadap kebenaran solusi yang diperoleh.

4.2 Saran

Pada skripsi ini, penulis membahas sistem persamaan nonlinier menggunakan metode Broyden. Untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan menggunakan sistem persamaan diferensial dengan metode yang sama.

DAFTAR RUJUKAN

Basuki, A. 2005. *Metode Numerik dan Algoritma Komputasi*. Yogyakarta: Andi Publiher.

Burden, R.L. dan Faires, J.D. 2011. *Numerical Analysis Ninth Edition*. Boston: BROOKS/CALE.

Chapra, S.C. dan Canale, R.P. 2012. *Numerical Methods for Engineers with Software and Program Applications.* Amerika: McGraw-Companies.

Darmawijaya, S. 2007. *Pengantar Analisis Abstrak*. Yogyakarta: UGM Yogyakarta.

Dugopolski, M. 2006. *Elementary and Intermediate Algebra Second Edition.* New York: McGraw-Hill.

Imani, K.F.A. 2006. *Tafsir Nurul Qur'an: Sebuah Tafsir Sederhana Menuju Cahaya Al-Qur'an*. Jakarta: Al-Huda.

Khirallah, M.Q. dan Hafiz, M.A. 2013. Solving System of Nonlinear Equations Using Family of Jarratt Methods. *International Journal of Differential Equations and Applications*, (Online) 12 (2): 69-83, (http://www.ijpam.eu), diakses 26 Juli 2015.

Kelly, C.T. 2003. *Solving Nonlinear Equation with Newton's Method.* Philadelphia: SIAM.

Muhammad, A. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 1*. Jakarta: Pustaka Imam Asy-Syafi'i.

Munir, R. 2008. *Metode Numerik.* Bandung: Informatika.

Quthub, S. 2004. *Fi Zhilalil-Qur'an*. Terjemah As'ad Yasin, dkk. Jakarta: Gema Insani Press.

Ramli, A., Abdullah, M.L., dan Mamat, M. 2010. Reseach Article. *Broyden's Method for Solving Fuzzy Nonlinear Equations*. 6. Malaysia: Kuala Terengganu.

Yang, W.Y., Cao, W., Chung, T., dan Morris, J. 2005. *Applied Numerical Method Using MATLAB*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Ziani, M. dan Guyomarc'h, F. 2008. Applied Mathematics and Computation. *An Autoadaptative Limited Memory Broyden's Method to Solve System of Nonlinear Equatios*, (Online) 205: 202-211, (www.elsevier.com/located/amc), diakses 26 Juli 2015.

Lampiran-lampiran

Lampiran 1: Program Matlab

```
clc,clear
format long
syms x1 x2

disp('"Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan')
disp('      Menggunakan Metode Broyden"          ')
disp('                  oleh                    ')
disp('            Risca Wulandari               ')
disp('               11610017                   ')

f1=inline('x1^2-10*x1+x2^2+8','x1','x2')
f2=inline('x1*x2^2+x1-10*x2+8','x1','x2')

x(:,1)=[2,2]'

J=jacobian([x1^2-10*x1+x2^2+8, x1*x2^2+x1-10*x2+8],[x1
x2])

tol=10^(-8)
% selisih=Inf;
selisih1=0;
selisih2=0;

disp('solusi numerik sistem persamaan nonlinier Metode
Broyden')


j=1;
x1=x(1,j);
x2=x(2,j);
J=eval(J);
A=inv(J);
ff1=f1(x1,x2);
ff2=f2(x1,x2);

F=[ff1,ff2]';
S=A*F;

x(:,j+1)=x-S;
t=1;
fprintf('%3d %13f %13f %13f
%13f\n',t,x(1,j),x(2,j),selisih1,selisih2)

for j=1:100
F0=F;
```

```
x1=x(1,j+1);
x2=x(2,j+1);
ff1=f1(x1,x2);
ff2=f2(x1,x2);

F=[ff1,ff2]';
Y=F-F0;
A=A+((1/(S'*A*Y))*((S+((-A)*Y))*S'*A));
S=-A*F;
x(:,j+2)=x(:,j+1)+S;
selisih1=abs(x(1,j+1)-x(1,j));
selisih2=abs(x(2,j+1)-x(2,j));
selisih=sqrt(selisih1^2+selisih2^2); % norm
j=j+1;
% if selisih1>tol && selisih2>tol
%       selisih1;
%       selisih2;
if selisih>tol
    selisih;
else
     break
end

fprintf('%3d %13f %13f %13f %13f
%16f\n',j,x(1,j),x(2,j),selisih1,selisih2,selisih)

end
```

Lampiran 2 hasil output Matlab

1. Untuk nilai awal (2,2)

```
"Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan
       Menggunakan Metode Broyden"
                  oleh
             Risca Wulandari
                 11610017

f1 =
     Inline function:
     f1(x1,x2) = x1^2-10*x1+x2^2+8
f2 =
     Inline function:
     f2(x1,x2) = x1*x2^2+x1-10*x2+8
x =
     2
     2
J =
[ 2*x1 - 10,        2*x2]
[  x2^2 + 1, 2*x1*x2 - 10]

tol =
    1.000000000000000e-008

solusi numerik sistem persamaan nonlinier Metode Broyden
  1      2.000000      2.000000      0.000000      0.000000

ans =
   4.000000000000001
ans =
   6.000000000000001
selisih1 =
   2.000000000000001
selisih2 =
   4.000000000000001
selisih =
   4.472135954999581
 2      4.000000      6.000000      2.000000      4.000000       4.472136

ans =
   5.543103448275867
ans =
  10.012931034482751
selisih1 =
   1.543103448275866
selisih2 =
   4.012931034482750
```

selisih =
  4.299393415308218
 3   5.543103   10.012931   1.543103   4.012931   4.299393

ans =
  4.013062229035041
ans =
  4.792178137853834
selisih1 =
  1.530041219240825
selisih2 =
  5.220752896628917
selisih =
  5.440338862629347
 4   4.013062   4.792178   1.530041   5.220753   5.440339

ans =
  3.417176216091245
ans =
  4.254127994081170
selisih1 =
  0.595886012943796
selisih2 =
  0.538050143772664
selisih =
  0.802856212304444
 5   3.417176   4.254128   0.595886   0.538050   0.802856

ans =
  2.635150091739881
ans =
  3.610994599593871
selisih1 =
 0.782026124351364
selisih2 =
  0.643133394487299
selisih =
  1.012514405958143
 6   2.635150   3.610995   0.782026   0.643133   1.012514

ans =
  2.464568884133925
ans =
  3.364199971106616
selisih1 =
  0.170581207605956
selisih2 =
  0.246794628487255

selisih =
  0.300009228255513
7 2.464569 3.364200 0.170581 0.246795 0.300009
ans =
  2.200016880328783
ans =
  3.049337993388904
selisih1 =
  0.264552003805142
selisih2 =
  0.314861977717713
selisih =
  0.411249106661188
8 2.200017 3.049338 0.264552 0.314862 0.411249

ans =
  2.221452260516332
ans =
  3.053956506289339
selisih1 =
  0.021435380187549
selisih2 =
  0.004618512900435
selisih =
  0.021927293157074
9 2.221452 3.053957 0.021435 0.004619 0.021927

ans =
  2.210987375879629
ans =
  3.041989889240042
selisih1 =
  0.010464884636703
selisih2 =
  0.011966617049297
selisih =
  0.015896972481074
10 2.210987 3.041990 0.010465 0.011967 0.015897

ans =
  2.194959035234301
ans =
  3.022420829990367
selisih1 =
  0.016028340645328
selisih2 =
  0.019569059249675
selisih =

0.025295370797044

11 2.194959 3.022421 0.016028 0.019569 0.025295

ans =

2.193545790892200

ans =

3.020602529721142

selisih1 =

0.001413244342102

selisih2 =

0.001818300269226

selisih =

0.002302927580179

12 2.193546 3.020603 0.001413 0.001818 0.002303

ans =

2.193438734251595

ans =

3.020465663144167

selisih1 =

1.070566406045082e-004

selisih2 =

1.368665769749811e-004

selisih =

1.737630115714252e-004

13 2.193439 3.020466 0.000107 0.000137 0.000174

ans =

2.193439478949629

ans =

3.020466546363394

selisih1 =

7.446980339054221e-007

selisih2 =

8.832192266439165e-007

selisih =

1.155271121432575e-006

14 2.193439 3.020467 0.000001 0.000001 0.000001

ans =

2.193439418086725

ans =

3.020466471413449

selisih1 =

6.086290360585167e-008

selisih2 =

7.494994491707985e-008

selisih =

9.654940330425919e-008

15 2.193439 3.020466 0.000000 0.000000 0.000000

2. Untuk nilai awal (0,0)

```
"Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan
     Menggunakan Metode Broyden"
                oleh
          Risca Wulandari
              11610017

f1 =
     Inline function:
     f1(x1,x2) = x1^2-10*x1+x2^2+8
f2 =
     Inline function:
     f2(x1,x2) = x1*x2^2+x1-10*x2+8
x =

     0
     0
J =
[ 2*x1 - 10,         2*x2]
[  x2^2 + 1, 2*x1*x2 - 10]
tol =
    1.000000000000000e-008
solusi numerik sistem persamaan nonlinier Metode Broyden
  1      0.000000      0.000000      0.000000      0.000000

ans =
   0.800000000000000
ans =
   0.880000000000000
selisih1 =
   0.800000000000000
selisih2 =
   0.880000000000000
selisih =
   1.189285499785481
  2      0.800000      0.880000      0.800000      0.880000       1.189285

ans =
   0.728595310095366
ans =
   0.710367319171531
selisih1 =
   0.071404689904634
selisih2 =
   0.169632680828470
selisih =
```

0.184048570071681
3 0.728595 0.710367 0.071405 0.169633 0.184049

ans =
1.071799755572725
ans =
1.083107253388128
selisih1 =
0.343204445477359
selisih2 =
0.372739934216598
selisih =
0.506679731147018
4 1.071800 1.083107 0.343204 0.372740 0.506680

ans =
1.008598297555187
ans =
1.010646033259592
selisih1 =
0.063201458017538
selisih2 =
0.072461220128537
selisih =
0.096151197174340
5 1.008598 1.010646 0.063201 0.072461 0.096151

ans =
1.000010593999585
ans =
0.999982824860433
selisih1 =
0.008587703555602
selisih2 =
0.010663208399158
selisih =
0.013691335425107
6 1.000011 0.999983 0.008588 0.010663 0.013691

ans =
0.999989564287576
ans =
0.999987297119417
selisih1 =
2.102971200812487e-005
selisih2 =
4.472258984034028e-006
selisih =

```
   2.149999738523111e-005
  7      0.999990      0.999987      0.000021      0.000004        0.000021

ans =
  0.999997354322785
ans =
  0.999996782613462
selisih1 =
   7.790035208565804e-006
selisih2 =
   9.485494044447762e-006
selisih =
   1.227433280540938e-005
  8      0.999997      0.999997      0.000008      0.000009        0.000012

ans =
  1.000000000278543
ans =
  1.000000000337518
selisih1 =
   2.645955757607510e-006
selisih2 =
   3.217724055759597e-006
selisih =
   4.165912861574317e-006
  9      1.000000      1.000000      0.000003      0.000003        0.000004
```

3. Untuk nilai awal (-2,-2)

```
"Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan
      Menggunakan Metode Broyden"
                  oleh
            Risca Wulandari
                11610017

f1 =
     Inline function:
     f1(x1,x2) = x1^2-10*x1+x2^2+8
f2 =
     Inline function:
     f2(x1,x2) = x1*x2^2+x1-10*x2+8
x =

    -2
    -2

J =
[ 2*x1 - 10,         2*x2]
```

```
[  x2^2 + 1, 2*x1*x2 - 10]

tol =
    1.000000000000000e-008
solusi numerik sistem persamaan nonlinier Metode Broyden
  1     -2.000000     -2.000000      0.000000      0.000000

ans =
  -2.000000000000000
ans =
     7
selisih1 =
    2.220446049250313e-016
selisih2 =
     9
selisih =
     9
  2     -2.000000      7.000000      0.000000      9.000000        9.000000

ans =
   1.176470588235292
ans =
  14.305882352941172
selisih1 =
   3.176470588235292
selisih2 =
   7.305882352941172
selisih =
   7.966547706060706
  3      1.176471      14.305882      3.176471      7.305882        7.966548

ans =
  15.740946037666889
ans =
   6.330814199995816
selisih1 =
  14.564475449431598
selisih2 =
   7.975068152945356
selisih =
  16.604988923851138
  4     15.740946      6.330814     14.564475      7.975068       16.604989

ans =
   4.035444531179094
ans =
  -0.546544914206516
selisih1 =
```

11.705501506487796
selisih2 =
6.877359114202331
selisih =
13.576333595786821

5	4.035445	-0.546545	11.705502	6.877359	13.576334

ans =
3.090276742396496
ans =
0.796242227423422
selisih1 =
0.945167788782598
selisih2 =
1.342787141629938
selisih =
1.642077786427575

6	3.090277	0.796242	0.945168	1.342787	1.642078

ans =
1.628978415327846
ans =
3.809615138174823
selisih1 =
1.461298327068650
selisih2 =
3.013372910751401
selisih =
3.349001209307636

7	1.628978	3.809615	1.461298	3.013373	3.349001

ans =
2.256381028327715
ans =
2.552021556620962
selisih1 =
0.627402612999869
selisih2 =
1.257593581553862
selisih =
1.405409426168948

8	2.256381	2.552022	0.627403	1.257594	1.405409

ans =
2.153020965375481
ans =
2.838056737994780
selisih1 =

0.103360062952234
selisih2 =
0.286035181373818
selisih =
0.304137185488790
9 2.153021 2.838057 0.103360 0.286035 0.304137

ans =
2.145867123648201
ans =
2.925793035515472
selisih1 =
0.007153841727280
selisih2 =
0.087736297520693
selisih =
0.088027469315541
10 2.145867 2.925793 0.007154 0.087736 0.088027

ans =
2.161066221233237
ans =
2.950773667812349
selisih1 =
0.015199097585036
selisih2 =
0.024980632296877
selisih =
0.029241144939130
11 2.161066 2.950774 0.015199 0.024981 0.029241

ans =
2.219487185130096
ans =
3.074089551102968
selisih1 =
0.058420963896859
selisih2 =
0.123315883290619
selisih =
0.136454446957157
12 2.219487 3.074090 0.058421 0.123316 0.136454

ans =
2.193557086819571
ans =
3.021549213618312
selisih1 =

0.025930098310525
selisih2 =
0.052540337484656
selisih =
0.058590588505280

13	2.193557	3.021549	0.025930	0.052540	0.058591

ans =
2.192856265777801
ans =
3.019157137323314
selisih1 =
7.008210417702721e-004
selisih2 =
0.002392076294997
selisih =
0.002492624948458

14	2.192856	3.019157	0.000701	0.002392	0.002493

ans =
2.193255145790000
ans =
3.020061915408095
selisih1 =
3.988800121987879e-004
selisih2 =
9.047780847808440e-004
selisih =
9.888016215760355e-004

15	2.193255	3.020062	0.000399	0.000905	0.000989

ans =
2.193432126812357
ans =
3.020450351389389
selisih1 =
1.769810223573032e-004
selisih2 =
3.884359812937888e-004
selisih =
4.268545347519514e-004

16	2.193432	3.020450	0.000177	0.000388	0.000427

ans =
2.193439487325785
ans =
3.020466624682212
selisih1 =

7.360513428089632e-006
selisih2 =
1.627329282305468e-005
selisih =
1.786049319671690e-005

17	2.193439	3.020467	0.000007	0.000016	0.000018

ans =
2.193439416823086
ans =
3.020466471216098
selisih1 =
7.050269967834311e-008
selisih2 =
1.534661144830807e-007
selisih =
1.688859939618104e-008

18	2.193439	3.020466	0.000000	0.000000	0.000000

RIWAYAT HIDUP

Risca Wulandari yang biasa dipanggil Risca atau Wulan, dilahirkan di kota Situbondo pada 7 Maret 1993 oleh pasangan suami istri Daryadi dan Hartik Sri Wahyuni. Anak kedua dari tiga bersaudara ini tinggal bersama kedua orang tuanya di dusun Nyiur Cangka desa Kesambirampak RT 001/RW 011 kecamatan Kapongan kabupaten Situbondo.

Pendidikannya dimulai dari di TK Dharma Wanita yang ditempuh selama 3 tahun dan lulus ada tahun 1999. Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN 2 Kapongan selama enam tahun dan lulus pada tahun 2005. Setelah itu melanjutkan ke jenjang SMP di MTsN Rejoso Peterongan Jombang selama tiga tahun dan lulus pada tahun 2008. Kemudian melanjutkan ke jenjang SMA di MA Unggulan Darul 'Ulum STEP-2 IDB Jombang selama tiga tahun dan lulus pada tahun 2011. Setelah lulus SMA dia melanjutkan ke jenjang perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	: Risca Wulandari
NIM	: 11610017
Fakultas/Jurusan	: Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi	: Solusi Sistem Persamaan Nonlinier dengan Menggunakan Metode Broyden
Pembimbing I	: Mohammad Jamhuri, M.Si
Pembimbing II	: Dr. Abdussakir, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	07 Oktober 2015	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	12 November 2015	Konsultasi Kajian Keagamaan	2.
3.	12 Desember 2015	Konsultasi Bab III	3.
4.	27 Desember 2015	ACC Kajian Keagamaan Bab1 dan Bab II	4.
5.	9 Januari 2016	ACC Bab I dan Bab II	5.
6.	12 Februari 2016	Konsultasi Bab III	6.
7.	15 Maret 2016	Konsultasi Bab I, Bab II dan Bab III	7.
8.	12 April 2016	Konsultasi Kajian Keagamaan Bab III	8.
9.	24 Mei 2016	Konsultasi Program	9.
10.	26 Juli 2016	Konsultasi Bab IV	10.
11.	30 Agustus 2016	ACC Kajian Keagamaan	11.
12.	31 Agustus 2016	ACC keseluruhan	12.

Malang, 1 September 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001