

**PENALARAN DEDUKTIF SISWA OLIMPIADE KELAS XI DALAM
MENYELESAIKAN PEMBUKTIAN MATEMATIKA BERDASARKAN
GAYA KOGNITIF *FIELD INDEPENDENT-FIELD DEPENDENT***

SKRIPSI

OLEH

IFFA ABDILLAH KINASIH

NIM. 19190033



PROGRAM STUDI TADRIS MATEMATIKA

FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG

2023



**PENALARAN DEDUKTIF SISWA OLIMPIADE KELAS XI DALAM
MENYELESAIKAN PEMBUKTIAN MATEMATIKA BERDASARKAN
GAYA KOGNITIF *FIELD DEPENDENT-FIELD INDEPENDENT***

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Memperoleh Gelar Sarjana**

**Oleh
Iffa Abdillah Kinasih
NIM. 19190033**

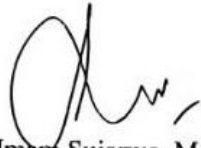


**PROGRAM STUDI TADRIS MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2023**

LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi dengan judul “**Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Kelas XI dalam Menyelesaikan Pembuktian Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif *Field Independent-Field Dependent***” oleh **Iffa Abdillah Kinasih** ini telah dipertahankan di depan ruang sidang penguji dan dinyatakan **lulus** pada tanggal 19 Juni 2023.

Dewan Penguji



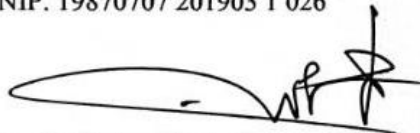
Dr. Iman Sujarwo, M.Pd.
NIP. 19630502 198703 1 005

Penguji Utama



Nuril Huda, M.Pd.
NIP. 19870707 201903 1 026

Ketua Utama



Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd.
NIP. 19710420 200003 1 003

Sekretaris Penguji

Mengesahkan

Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan,

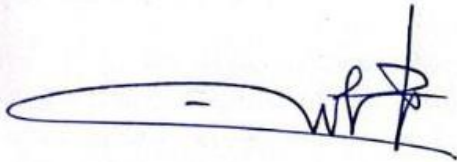


Prof. Dr. H. Nur Ali, M.Pd
NIP. 19650403 199803 1 002

LEMBAR PERSETUJUAN

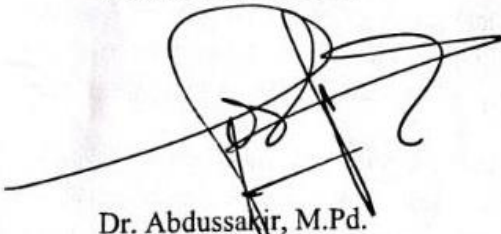
Skripsi dengan judul **“Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Kelas XI dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif *Field Dependent-Field Independent*”** oleh Iffa Abdillah Kinasih ini telah diperiksa dan disetujui untuk diajukan ke sidang ujian.

Pembimbing,



Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd.
NIP. 197104202000031003

Mengetahui
Ketua Program Studi,



Dr. Abdussakir, M.Pd.
NIP. 197510062003121001

Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd.
Dosen Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK)
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang

NOTA DINAS PEMBIMBING

Hal : Skripsi Iffa Abdillah Kinasih
Lamp. : 3 (Tiga) Eksemplar

Malang, 30 Juni 2023

Yang Terhormat,
Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK)
UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
di,
Malang

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

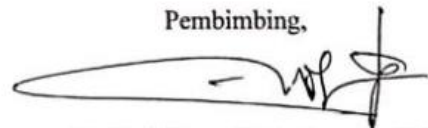
Sesudah melakukan beberapa kali bimbingan, baik dari segi isi, bahasa, maupun teknik penulisan, dan setelah membaca skripsi mahasiswa di bawah ini:

Nama	: Iffa Abdillah Kinasih
NIM	: 19190033
Program Studi	: Tadris Matematika
Judul Skripsi	: Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Kelas XI dalam Pembuktian Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif <i>Field Independent-Field Dependent</i>

Maka selaku pembimbing, kami berpendapat bahwa skripsi dengan judul tersebut sudah layak diajukan untuk diujikan. Demikian, mohon dimaklumi adanya.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Pembimbing,



Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
NIP. 197104202000031003

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Iffa Abdillah Kinasih
NIM : 19190033
Program Studi : Tadris Matematika
Judul : Penalaran Deduktif Siswa Olimpiadw Kelas XI dalam
Menyelesaikan Masalah Pembuktian Matematika
Berdasarkan Gaya Kognitif *Field Dependent-Field
Independent*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi ini merupakan karya Saya sendiri, bukan plagiasi dari karya yang ditulis atau diterbitkan orang lain. Adapun pendapat atau temuan orang lain dalam tugas akhir skripsi ini dikutip atau dirujuk sesuai kode etik penulisan karya ilmiah dan dicantumkan dalam daftar rujukan.

Apabila di kemudian hari ternyata skripsi ini terdapat unsur-unsur plagiasi, maka saya bersedia untuk diproses sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Malang, 11 Juni 2023

Hormat Saya



Iffa Abdillah Kinasih
NIM. 19190033

LEMBAR MOTTO

“Hanya kepada Engkaulah kami menyembah dan hanya kepada Engkaulah kami
mohon pertolongan”

(QS. 1:5)

LEMBAR PERSEMBAHAN

Segala puji syukur penulis sembahkan kepada Allah SWT yang senantiasa mencurahkan rahmat serta kasih sayangnya sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.

Skripsi ini penulis persembahkan untuk keluarga yang berperan penting dan sebagai motivasi utama dalam hidup penulis, yaitu:

1. Kedua orang tua tersayang, Ibu Solikah dan Bapak Asnuri
2. Adek tersayang, Mahdi Agung Prasetyo

yang selalu mendoakan dan memberikan yang terbaik selama perjalanan hidup penulis, semoga selesainya skripsi ini bisa menjadi salah satu persembahan terbaik untuk keluarga.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah robbil alaamiin, puji syukur atas kehadiran Allah SWT. Karena berkat limpahan rahmat dan hidayah-Nya, peneliti dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul “Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Kelas XI dalam Menyelesaikan Pembuktian Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif *Field Independent-Field Dependent*” tepat waktu. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW yang membimbing kita semua menuju jalan yang benar.

Skripsi ini ditulis dengan tujuan untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Strata Satu Sarjana Pendidikan (S.Pd) di Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Tentunya dalam menyusun skripsi ini banyak sekali pihak yang turut membantu, membimbing, memberikan arahan serta keikhlasan dukungannya. Oleh karena itu, tanpa mengurangi rasa hormat, penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A selaku Rektor UIN Maulana Malik Ibrahim Malang dan para jajarannya.
2. Prof. Dr. H. Nur Ali, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Maulana Malik Ibrahim Malang dan para jajarannya.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd. selaku Ketua Program Studi Tadris Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang dan para dosen yang sudah memberikan bekal ilmu sehingga skripsi ini mampu diselesaikan.

4. Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd. selaku Dosen pembimbing yang selalu meluangkan waktu, tenaga, dan pemikirannya untuk membimbing dan mengarahkan peneliti ini mulai awal sampai terselesaikannya skripsi ini.
5. Dr. Abdussakir, M.Pd., Dr. Marhayati, M.PMat. dan Imro'atul Hayyu Erfantinni, M.Pd. selaku validator instrumen peneliti sehingga peneliti dapat melakukan penelitian dengan baik.
6. Adhi Panjie Gumilang, S.Pd. selaku Wakil Kepala Madrasah Aliyah Negeri 2 Kota Malang dan para guru, murid XI IPA 7 yang sudah membantu peneliti selama proses penelitian hingga selesai.
7. Solikah selaku ibu peneliti, Asnuri selaku bapak peneliti, Mahdi Agung Prasetyo selaku adek peneliti, beserta semua keluarga dan kerabat penulis yang telah memberikan dukungan dan doa yang luar biasa dalam hal apapun.
8. Teman-teman seangkatan tadrir matematika 2019. Khususnya, Violina Almaghfiroh, Nindy Octaviany Putri, Umi Ma'rifatul Wahidah, Syakirani Insanu Zufarisna, Azrul Efendy dan Amelia Nanda Syaputri, Tri Setyaningsih yang selalu kebersamaan penulis dalam proses skripsi dan selalu memberikan semangat dalam setiap keadaan.
9. Teman-teman kost wisma seruni, khususnya Mbak Risma, Mbak Laili, Mbak Fitri, Mbak Ziya, Mbak Ayu, Mbak Eva, dan Nava yang menjadi rumah kedua di perantauan.
10. Semua pihak yang tidak memungkinkan untuk penulis sebutkan satu persatu yang berperan dalam pembuatan skripsi ini.

11. Terima kasih juga untuk Iffa Abdillah Kinasih yang sudah berjuang demi keluarga dan diri sendiri, merelakan waktu tidur dan bermain serta tenaga dan menyelesaikan skripsi ini dengan banyak hal yang tidak mudah.

Selaku manusia biasa, penulis menyadari bahwa skripsi yang telah disusun ini masih jauh dari kata sempurna dikarenakan keterbatasan kemampuan yang penulis miliki. Oleh karena itu, penulis memohon maaf apabila dalam skripsi ini terdapat kekurangan dan kesalahan. Penulis sangat amat menerima kritikan yang membangun.

Selain itu, penulis juga membuka diskusi bersama bagi para pembaca yang memiliki pertanyaan-pertanyaan terkait skripsi ini. Para pembaca dapat menghubungi melalui kontak yang penulis cantumkan pada halaman akhir skripsi. Sehingga nantinya skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis maupun pembaca, aamiin.

Malang, 11 Juni 2023

Penulis

PEDOMAN TRANSLITERASI ARAB-LATIN

Penulisan transliterasi Arab-Latin dalam skripsi ini menggunakan pedoman transliterasi berdasarkan keputusan bersama Menteri Agama RI dan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan RI no. 158 tahun 1987 dan no. 0543 b/U/1987 yang secara garis besar dapat diuraikan sebagai berikut:

A. Huruf

ا = a	ز = z	ق = q
ب = b	س = s	ك = k
ت = t	ش = sy	ل = l
ث = ts	ص = sh	م = m
ج = j	ض = dl	ن = n
ح = h	ط = th	و = w
خ = kh	ظ = zh	ه = h
د = d	ع = ‘	ء = ‘
ذ = dz	غ = gh	ي = y
ر = r	ف = f	

B. Vokal Panjang

Vokal (a) panjang = â

Vokal (i) panjang = î

Vokal (u) panjang = û

C. Vokal Diftong

أو = aw

يأ = ay

أو = û

يأ = î

DAFTAR ISI

LEMBAR SAMPUL	
LEMBAR LOGO	
LEMBAR PENGAJUAN	
LEMBAR PENGESAHAN	
LEMBAR PERSETUJUAN	
NOTA DINAS PEMBIMBING	
LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
LEMBAR MOTTO	
LEMBAR PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	x
PEDOMAN TRANSLITERASI ARAB-LATIN.....	xiii
DAFTAR ISI.....	xiv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR GAMBAR	xviii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xix
ABSTRAK	xx
ABSTRACT.....	xxi
خلاصة	xxii
BAB I	
PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	5
C. Tujuan Penelitian	6
D. Manfaat Penelitian	6
E. Orisinalitas Penelitian	7
F. Definisi Operasional.....	9
G. Sistematika Penulisan	10

BAB II

KAJIAN PUSTAKA.....	13
A. Kajian Teori	13
B. Perspektif Teori dalam Islam	33
C. Kerangka Konseptual	36

BAB III

METODE PENELITIAN.....	39
A. Pendekatan dan Jenis Pendekatan	39
B. Lokasi Penelitian.....	39
C. Kehadiran Peneliti.....	40
D. Subjek Penelitian.....	41
E. Data dan Sumber Data	44
F. Instrumen Penelitian	45
G. Teknik Pengumpulan Data.....	50
H. Pengecekan Keabsahan Data.....	51
I. Analisis Data	51
J. Prosedur Penelitian.....	54

BAB IV

PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN	56
A. Paparan, Validasi dan Analisis Data Subjek dengan Gaya Kognitif <i>Field Independent</i>	56
B. Paparan, Validasi dan Analisis Data Subjek dengan Gaya Kognitif <i>Field Dependent</i>	79
C. Hasil Penelitian	98

BAB V

PEMBAHASAN	108
------------------	-----

A. Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Gaya Kognitif <i>Field Independent</i> dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Matematika	108
B. Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Gaya Kognitif <i>Field Dependent</i> dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Matematika	110
BAB VI	
PENUTUP	113
A. Kesimpulan	113
B. Saran.....	114
DAFTAR RUJUKAN	115
LAMPIRAN.....	119
RIWAYAT HIDUP PENULIS	162

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1. Kesamaan dan Perbedaan Penelitian.....	8
Table 2.1. Indikator Penalaran Deduktif	19
Tabel 3. 1. Daftar Siswa yang Mengikuti Tes GEFT.....	43
Tabel 3. 2. Daftar Subjek Penelitian	44
Tabel 4. 1. Validasi dan Analisis Data S1 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi.....	59
Tabel 4. 2. Validasi dan Analisis Data S1 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen.....	64
Tabel 4. 3. Validasi dan Analisis Data S1 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika	66
Tabel 4. 4. Validasi dan Analisis Data S2 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi.....	70
Tabel 4. 5. Validasi dan Analisis Data S2 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen.....	76
Tabel 4. 6. Validasi dan Analisis Data S2 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika	78
Tabel 4. 7. Validasi dan Analisis Data S3 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi.....	81
Tabel 4. 8. Validasi dan Analisis Data S3 dalam Memeriksa Keshahihan Suatu Argumen.....	87
Tabel 4. 9. Validasi dan Analisis Data S3 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika	88
Tabel 4. 10. Validasi dan Analisis Data S4 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi	91
Tabel 4. 11. Validasi dan Analisis Data S4 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen	96
Tabel 4. 12. Validasi dan Analisis Data S4 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika.....	97

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Kerangka Konseptual	38
Gambar 3. 1. Pemilihan Subjek Penelitian	42
Gambar 3. 2. Proses Validasi Instrumen	47
Gambar 3. 3. Instrumen Penelitian Awal	48
Gambar 3. 4. Revisi Instrumen Penelitian Oleh Validator ke-1	49
Gambar 3. 5. Revisi Instrumen Penelitian oleh Validator ke-2	49
Gambar 3. 6. Proses Analisis Data	53
Gambar 4. 1. Jawaban S1 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi ...	57
Gambar 4. 2. Jawaban S1 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen.....	63
Gambar 4. 3. Jawaban S1 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika	66
Gambar 4. 4. Jawaban S2 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi ...	68
Gambar 4. 5. Jawaban S2 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen.....	76
Gambar 4. 6. Jawaban S2 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika	77
Gambar 4.7. Jawaban S3 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi	80
Gambar 4. 8. Jawaban S3 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen.....	86
Gambar 4. 9. Jawaban S3 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika	88
Gambar 4.10. Jawaban S4 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi ..	90
Gambar 4. 11. Jawaban S4 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen.....	95
Gambar 4. 12. Jawaban S4 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika	97

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran I Lembar Surat Keterangan Penelitian.....	119
Lampiran II Lembar Validasi Instrumen	120
Lampiran III Lembar Tes GEFT	132
Lampiran IV Hasil Test GEFT.....	137
Lampiran V Lembar Instrumen Test dan Wawancara	138
Lampiran VI Lembar Jawaban Siswa	144
Lampiran VII Lembar Transkrip Hasil Wawancara.....	148
Lampiran VIII Dokumen Kegiatan Penelitian	159

ABSTRAK

Kinasih, Iffa Abdillah. 2023. *Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Kelas XI dalam Menyelesaikan Pembuktian Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif Field Dependent-Field Independent*. Skripsi, Program Studi Tadris Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing Skripsi: Dr. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

Kata Kunci: *penalaran deduktif, pembuktian, gaya kognitif*

Penalaran (*reasoning*) merupakan proses berpikir dengan mengaitkan fakta-fakta maupun bukti-bukti yang telah diketahui menjadi suatu kesimpulan. Dalam matematika, bukti (*proof*) merupakan rangkaian argumen logis untuk menunjukkan kebenaran dari pernyataan. Penalaran diperlukan dalam pembuktian karena penalaran membantu menyusun bukti-bukti (*evidence*) untuk membuktikan suatu pernyataan. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan penalaran siswa olimpiade tingkat menengah atas dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field independent* dan *field dependent*. Jenis penalaran yang diteliti dalam penelitian ini adalah penalaran deduktif yang lebih terfokus pada proses pembuktian. Indikator dalam penalaran deduktif ini ada tiga, yaitu 1) menyusun bukti terhadap kebenaran solusi, 2) memeriksa keshahihan suatu argumen, dan 3) menarik kesimpulan dari suatu pernyataan matematika.

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif. Penelitian ini dilaksanakan di MAN 2 Kota Malang kelas XI Olimpiade. Dalam penentuan subjek penelitian menggunakan tes GEFT untuk mengkategorikan siswa berdasarkan gaya kognitif *field independent-field dependent*. Masing-masing gaya kognitif diambil dua siswa sebagai subjek penelitian. Subjek terpilih kemudian diberikan tes matematika untuk mengetahui proses bernalar dalam menyelesaikan pembuktian matematika dan kemudian dilanjutkan dengan wawancara. Metode triangulasi yang digunakan adalah triangulasi metode yaitu dengan membandingkan tes dan wawancara. Kedua instrumen tes dan wawancara ini kemudian di bandingkan untuk mendapatkan data valid lalu dianalisis.

Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa 1) siswa dengan gaya kognitif *field independent* dapat memenuhi seluruh indikator penalaran deduktif. Siswa *field independent* dapat menyusun pembuktian menggunakan induksi matematika maupun bukti Gauss dengan tepat. Sedangkan 2) siswa dengan gaya kognitif *field dependent* tidak dapat memenuhi seluruh indikator penalaran deduktif. Siswa *field dependent* dapat menyusun bukti menggunakan induksi matematika, namun siswa melewati pembuktian $n = k$, sehingga susunan bukti menggunakan induksi matematika tidak lengkap. Apabila melakukan kesalahan, siswa *field dependent* tidak mampu mengetahui letak kesalahan yang dibuat.

ABSTRACT

Kinasih, Iffa Abdillah. 2023. *Deductive Reasoning of Grade XI Olympiad Students in Solving Mathematical Proof Based on Field Dependent-Field Independent Cognitive Style*. Thesis, Mathematics Tadris Study Program, Faculty of Tarbiyah and Teacher Training, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Thesis Advisor: Dr. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

Keywords: deductive reasoning, proof, cognitive style

Reasoning is a thinking process by associating known facts and evidence into a conclusion. In mathematics, proof is a series of logical arguments to show the truth of a statement. Reasoning is needed in proof because reasoning helps compile evidence to prove a statement. The purpose of this study was to describe the reasoning of middle-level Olympiad students in solving mathematical proving problems based on field independent and field dependent cognitive styles. The type of reasoning examined in this study is deductive reasoning which is more focused on the proving process. There are three indicators in deductive reasoning, namely 1) compiling evidence for the correctness of the solution, 2) checking the validity of an argument, and 3) drawing conclusions from a mathematical statement.

This research uses a qualitative approach with a descriptive research type. This research was conducted at madrasah aliyah state madrasah city of Malang in class XI Olympiad. In determining research subjects using the GEFT test to categorize students based on field independent–field dependent cognitive styles. Each cognitive style was taken by two students as research subjects. Selected subjects were then given a math test to find out the process of reasoning in completing mathematical proofs and then continued with interviews. The triangulation method used is the test and interview method triangulation. The two test instruments and interviews were then compared to obtain valid data and then analyzed.

The results of this study indicate that 1) students with a field independent cognitive style can fulfill all indicators of deductive reasoning. Independent field students can construct proofs using mathematical induction and Gaussian proofs appropriately. Meanwhile 2) students with field dependent cognitive style cannot fulfill all indicators of deductive reasoning. Field dependent students can construct evidence using mathematical induction, but students go through $n = k$ proof, so that the structure of evidence using mathematical induction is incomplete. When making mistakes, field dependent students are not able to know where the mistakes were made.

خلاصة

كنسيح ، إيفا عبد الله. 2023. الاستدلال الاستنتاجي لطلاب أولمبياد الصف الحادي عشر في حل الدليل الرياضي القائم على الأسلوب المعرفي المستقل عن المجال التابع للحقل. أطروحة ، الرياضيات برنامج دراسة تدريس ، كلية التربية وتدريب المعلمين ، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. مستشار الأطروحة: د. واهيو هنكي إيراوان،

الكلمات المفتاحية: الاستدلال الاستنتاجي ، البرهان ، الأسلوب المعرفي

الاستنتاج هو عملية تفكير من خلال ربط الحقائق والأدلة المعروفة في الاستنتاج. البرهان في الرياضيات هو سلسلة من الحجج المنطقية لإظهار حقيقة البيان. الاستدلال ضروري في الإثبات لأن التفكير يساعد في تجميع الأدلة (الأدلة) لإثبات البيان. كان الغرض من هذه الدراسة هو وصف تفكير طلاب المستوى المتوسط في الأولمبياد في حل مسائل الإثبات الرياضية بناءً على الأساليب المعرفية المستقلة والميدانية. نوع التفكير الذي تم فحصه في هذه الدراسة هو التفكير الاستنتاجي الذي يركز بشكل أكبر على عملية الإثبات. هناك ثلاثة مؤشرات في التفكير الاستنتاجي ، وهي: (1) تجميع الأدلة ضد صحة الحل ، (2) التحقق من صحة الحجة ، و (3) استخلاص النتائج من بيان رياضي

استخدمت هذه الدراسة نهجاً نوعياً مع نوع بحث وصفي. تم إجراء هذا البحث في ثانوية الدولة الإسلامية الثانوية 2 ، مدينة مالانج ، الصف الحادي عشر الأولمبي. عند تحديد موضوعات البحث باستخدام اختبار مجموعة اختبار الأرقام المضمنة لتصنيف الطلاب بناءً على الأساليب المعرفية المستقلة والميدانية. تم أخذ كل نمط معرفي من قبل طالبين كمواضيع بحث. ثم تم إخضاع الأشخاص المختارين لاختبار رياضيات لمعرفة عملية التفكير في إكمال البراهين الرياضية ثم متابعة المقابلات. طريقة التثليث المستخدمة هي طريقة التثليث ، أي عن طريق مقارنة الاختبارات والمقابلات. ثم تمت مقارنة أدوات الاختبار والمقابلات للحصول على بيانات صحيحة ثم تحليلها.

تشير نتائج هذه الدراسة إلى أن (1) الطلاب الذين لديهم أسلوب معرفي مستقل في المجال يمكنهم تحقيق جميع مؤشرات التفكير الاستنتاجي. يمكن للطلاب الميدانيين المستقلين إنشاء البراهين باستخدام الاستقراء الرياضي والبراهين الغاوسية بشكل مناسب. في الوقت نفسه (2) لا يستطيع الطلاب ذوو النمط المعرفي المعتمد على المجال تحقيق جميع مؤشرات التفكير الاستنتاجي. يمكن للطلاب المعتمدين على المجال بناء الأدلة باستخدام الاستقراء الرياضي ، لكن الطلاب يمرون بإثبات ، بحيث يكون هيكل الأدلة باستخدام الاستقراء الرياضي غير مكتمل. عند ارتكاب الأخطاء $n = k$ ، لا يتمكن الطلاب المعتمدون على المجال من معرفة مكان ارتكاب الأخطاء.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Matematika menurut Ruseffendi merupakan ilmu yang terwujud melalui hasil pemikiran manusia berupa ide, proses dan penalaran (dalam Fauziyah, 2021). Hal ini juga didukung oleh Hobri yang menyatakan bahwa matematika merupakan dasar berpikir yang dapat mengembangkan daya nalar, proses berpikir logis, sistematis dan kritis (dalam Rochmah, 2019). Oleh karena itu, matematika merupakan pengetahuan yang diperoleh dan dikembangkan melalui proses penalaran.

Penalaran menurut Adib merupakan cara berpikir dengan mengaitkan dua atau lebih pemikiran dengan tujuan untuk mendapatkan pengetahuan baru namun tetap memperhatikan asas-asas pemikiran, yaitu *principium identitas* (asas identitas), *principium contradictionis* (asas kontradiksi), *principium tertii exclusi* (asas penolakan kemungkinan ketiga) dan *principium kompromi* (asas kompromi) (dalam Sobur, 2015). Berdasarkan Glass dan Holoyak bahwa penalaran merupakan kesimpulan dari beberapa pengetahuan dan keyakinan yang mutakhir (Sumartini, 2015). Berdasarkan dari pendapat diatas, penalaran merupakan kegiatan berpikir dengan menggabungkan beberapa pengetahuan sesuai ketentuan yang berlaku.

Penalaran merupakan kemampuan fundamental yang diperlukan dalam pembelajaran matematika di setiap jenjang pendidikan (Rohmah, 2021:8). Matematika juga memiliki peranan penting dalam pendidikan, yang harus

dikuasai siswa dari jenjang sekolah dasar hingga menengah (Nashrullah et al., 2021). Rohmah (2021) juga menyatakan bahwa penalaran dan matematika merupakan suatu hal yang tidak dapat dipisahkan. Hal ini dikarenakan matematika dipahami melalui bernalar dan penalaran dipelajari dan dipahami melalui matematika (Nazariah, 2022).

Pada tingkat menengah atas, siswa tidak hanya diajarkan untuk menghafal dan memahami masalah, namun juga melakukan pembuktian matematika. Berdasarkan kurikulum 2013, salah satu materi pembuktian matematika yang diajarkan pada jenjang tersebut adalah ada tiga, yaitu bukti langsung, tak langsung dan induksi matematika. Sehingga melalui materi pembuktian tersebut, siswa dituntut mempelajari bukti matematis dalam memahami konsep matematika.

Epstein and Levy (2010:670) menyatakan bahwa bukti memiliki arti menguji atau mencoba dan menghilangkan keraguan. Pembuktian diperlukan untuk meyakinkan bahwa pernyataan yang diasumsikan benar adalah memang benar (Education Development Center, 2002). Dalam matematika, bukti (*proof*) merupakan rangkaian argumen logis untuk menunjukkan kebenaran dari pernyataan (Huda, Isnarto, and Erwina 2018). Ketika menyelesaikan masalah pembuktian tersebut, beberapa siswa merasa kesulitan, hal ini ditandai dengan kebingungan yang dialami oleh siswa dalam menyusun bukti-bukti matematis.

Kemampuan pembuktian siswa termasuk dalam bagian kemampuan bernalar. Siswa dianggap memiliki pemahaman konsep matematika lebih baik dengan adanya bukti matematis. Bukti tersebut membantu siswa dalam meningkatkan kemampuan penalaran, berpikir, dan berpikir matematika tingkat tinggi (Doruk & Kaplan, 2015).

Penalaran diperlukan dalam melakukan pembuktian karena dengan penalaran siswa akan mampu menyusun bukti-bukti (*evidence*) dengan baik untuk membuktikan suatu pernyataan tersebut benar. Proses penalaran membantu siswa dalam mengembangkan suatu argumen untuk membuktikan dan menentukan bahwa pernyataan matematika yang diberikan tersebut adalah benar atau salah. Salah satu jenis penalaran yang digunakan dalam pembuktian matematika adalah penalaran deduktif. Penalaran deduktif dalam buku Nazariah (2022) menurut Sumarno merupakan penarikan kesimpulan berdasarkan aturan yang telah disetujui, begitu juga dengan Philip dan Laird etc, bahwasanya penalaran deduktif diawali dengan pernyataan yang bersifat general, atau hipotesis dan meneliti untuk memperoleh kesimpulan yang lebih spesifik dan logis.

Menurut Nazariah (2022) matematika merupakan ilmu deduktif, hal ini disebabkan generalisasi dari sifat, teori atau dalil dapat diterima kebenarannya setelah dibuktikan secara deduktif. Selain itu, menyusun bukti-bukti menggunakan bukti langsung, tidak langsung dan induksi matematika merupakan salah satu kegiatan dalam melakukan penalaran deduktif.

Proses bernalar setiap siswa berbeda-beda, dikarenakan pengalaman dan cara penerimaan informasi atau pengetahuan berbeda setiap orang. Proses penerimaan informasi/pengetahuan siswa ini disebut sebagai gaya kognitif siswa. Gaya kognitif merupakan keseimbangan dan konsisten dimensi kepribadian yang mampu memengaruhi sikap, nilai dan interaksi sosial (Baiduri, 2015). Menurut Susanto (2015), gaya kognitif didefinisikan sebagai metode seseorang dalam memproses, mengorganisasikan beserta mengolah informasi untuk merespon suatu tugas ataupun aktivitas yang ada di sekitar. Hsiao (2000:1) menyatakan

bahwa gaya kognitif mencakup beberapa variabel dengan suatu dikotomi, seperti global-holistik yang terpusat pada detail, *field dependent* dan *field independent* atau otak kiri dan otak kanan.

Menurut Wulandari (2017) gaya kognitif *field dependent* merupakan suatu gaya kognitif yang memiliki kecenderungan dalam menyatakan permasalahan secara utuh atau keseluruhan dan tidak memaparkannya dalam bagian-bagian terpisah. Sedangkan gaya kognitif *field independent* merupakan suatu gaya kognitif yang memiliki kecenderungan dalam menyatakan permasalahan secara terperinci, dengan memaparkan suatu masalah dalam bagian terpisah dan mengetahui hubungan antar bagian tersebut. Gaya kognitif berpengaruh terhadap proses bernalar siswa karena dengan mengetahui gaya kognitif siswa, akan memudahkan proses pengolahan informasi dan proses bernalar dalam menyelesaikan pembuktian.

MAN 2 Kota Malang adalah salah satu madrasah/sekolah tingkat menengah atas yang ada di Malang. Berdasarkan hasil pemeringkatan yang dilakukan oleh Lembaga Tes Masuk Perguruan Tinggi (LTMPT), MAN 2 Kota Malang berhasil masuk pada urutan ke-19. Oleh karena itu, MAN 2 Kota Malang menempati sekolah menengah atas terbaik di Malang. Berdasarkan website resmi dari MAN 2 Kota Malang dan Kemenag RI, MAN 2 Kota Malang berhasil meloloskan peserta olimpiade terbanyak pada OSN-K (Olimpiade Sains Tingkat Kota Malang) (Humas MAN 2 Kota Malang, 2023).

MAN 2 Kota Malang memiliki kelas olimpiade tersendiri. Kelas olimpiade di MAN 2 Kota Malang terdiri dari siswa olimpiade dari beberapa ilmu pengetahuan di bidang sains, diantaranya matematika, kimia, fisika, biologi,

astronomi, geografi, kebumian, dan komputer. Siswa kelas Olimpiade terbiasa mengerjakan soal-soal dengan level yang lebih tinggi. Siswa olimpiade dalam menyelesaikan soal yang sulit cenderung menggunakan proses bernalar agar dapat menyelesaikan soal tersebut dengan benar dan tepat. Berbeda dengan soal olimpiade pada umumnya, peneliti ingin mengetahui proses bernalar siswa tersebut dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika. Maka dari itu, peneliti ingin mengetahui proses bernalar deduktif siswa Olimpiade dalam menyelesaikan pembuktian matematika.

Penelitian terdahulu yang dilakukan oleh (Fauziyah, 2021) serta penelitian yang dilakukan oleh (Prasiska, 2017) terkait analisis penalaran matematis dalam pembuktian induksi matematika berdasarkan gaya berpikir gregoc. Namun masih sedikit penelitian yang membahas mengenai proses penalaran siswa dalam pembuktian menggunakan induksi matematika berdasarkan gaya kognitif. Oleh karena itu peneliti tertarik untuk melakukan penelitian proses penalaran siswa kelas XI olimpiade dalam pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field dependent* dan *field independent*. Melalui hasil penelitian ini, diharapkan dapat dijadikan sebagai salah satu acuan guru dalam merencanakan pengajaran pembuktian pada matematika kelas XI.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian, dapat dirumuskan rumusan masalah penelitian diantaranya:

1. Bagaimana penalaran deduktif siswa olimpiade kelas XI dalam menyelesaikan pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field independent*?
2. Bagaimana penalaran deduktif siswa olimpiade kelas XI dalam menyelesaikan pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field dependent*?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, diperoleh tujuan penelitian ini diantaranya:

1. Mendeskripsikan penalaran deduktif siswa olimpiade kelas XI dalam menyelesaikan pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field independent*.
2. Mendeskripsikan penalaran deduktif siswa olimpiade kelas XI dalam menyelesaikan pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field dependent*.

D. Manfaat Penelitian

Melalui penelitian ini, diharapkan dapat memberikan manfaat bagi dunia pendidikan terkhusus pendidikan matematika. Adapun manfaat dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Secara Praktis
 - a. Bagi Guru

Bagi guru, hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai pedoman dalam mengetahui penalaran deduktif siswa olimpiade kelas XI dalam membuktikan

induksi matematika dengan gaya kognitif yang berbeda. Sehingga, diharapkan guru dapat mengetahui arah bernalar siswa dan dapat memilih metode/model pembelajaran dalam menyampaikan materi matematika agar mudah dicerna dan dipahami oleh siswa.

b. Bagi Lembaga

Bagi sekolah, hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pertimbangan dalam meningkatkan kualitas pendidikan bagi siswa olimpiade terutama dalam pembelajaran matematika.

c. Bagi Peneliti

Bagi peneliti, hasil penelitian ini diharapkan dapat dijadikan referensi dalam melakukan penelitian terkait penalaran siswa olimpiade kelas XI dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika.

E. Orisinalitas Penelitian

Ada beberapa penelitian sebelumnya yang relevan dengan topik terkait. Melalui penelitian sebelumnya yang relevan, peneliti dapat mengetahui *gap* dari penelitian sebelumnya. Selain itu, juga untuk menghindari penelitian yang berulang. Berikut adalah penelitian yang relevan dapat digunakan sebagai referensi oleh peneliti dan mencari kebaruan penelitian.

1. Penelitian Fauziyah (2021) terkait analisis proses penalaran matematis siswa SMA dalam pembuktian induksi matematika ditinjau dari gaya berpikir model Gregorc. Pada penelitian ini, batasan penelitian terdapat pada gaya berpikir Gregorc, dimana gaya berpikir tersebut terbagi ke dalam empat kategori yaitu

kategori kemampuan penalaran matematis siswa gaya berpikir Sekuensial Konkret, Sekuensial Abstrak, Acak Konkret, Acak Abstrak.

2. Penelitian Aristanti (2021) terkait profil penalaran siswa MAN dalam memecahkan masalah pembuktian induksi matematika ditinjau dari gaya belajar. Penelitian ini menggunakan proses penalaran *plausible* siswa bergaya pikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret.
3. Penelitian Huda et al. (2018) terkait kemampuan induktif siswa SMA materi induksi matematika melalui model pembelajaran TAI. Penelitian tersebut merupakan penelitian tindakan kelas (PTK).

Penelitian yang akan peneliti lakukan, terkait dengan proses penalaran deduktif dalam menyelesaikan pembuktian matematika dengan subjek siswa dari kelas XI Olimpiade. Pada penelitian yang relevan, proses penalaran siswa ditinjau dari gaya berpikir, sedangkan peneliti tertarik melakukan penelitian proses penalaran ditinjau dari gaya kognitif. Berikut perbedaan penelitian yang peneliti lakukan yang disajikan dalam bentuk Tabel 1.1 berikut.

Table 1.1 Kesamaan dan Perbedaan Penelitian

Nama Peneliti	Judul	Kesamaan	Perbedaan
Fauziah (2021)	Analisis penalaran matematis siswa melalui pembuktian ditinjau dari gaya berpikir Gregorc : Penelitian kualitatif di SMA Negeri 3 Sumedang	Masalah Pembuktian	Pada penelitian tersebut menggunakan penalaran matematis dan gaya berpikir Gregorc, sedangkan peneliti menggunakan penalaran deduktif berdasarkan gaya kognitif. Kemudian subjek penelitian adalah siswa olimpiade kelas XI.

Aristanti (2021)	Profil Penalaran <i>Plausible</i> peserta Didik dalam Pemecahan Masalah Pembuktian matematika Ditinjau dari Gaya Berpikir	Masalah Pembuktian	Penelitian tersebut menggunakan penalaran <i>plausible</i> berdasarkan gaya berpikir gregorc, sedangkan peneliti menggunakan penalaran deduktif berdasarkan gaya kognitif. Kemudian subjek penelitian adalah siswa olimpiade kelas XI.
Huda et al. (2018)	Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Induktif Kelas XII SMA N 7 Semarang pada Materi Induksi Matematika Melalui Pembelajaran Model TAI	Masalah Pemuktian	Penelitian tersebut merupakan penelitian PTK sedangkan peneliti menggunakan metode penelitian kualitatif. Penelitian tersebut berfokus pada kemampuan pembuktian, sedangkan peneliti pada proses penalaran siswa. Kemudian subjek penelitian adalah siswa olimpiade kelas XI.

F. Definisi Operasional

1. Penalaran merupakan suatu proses berpikir logis yang menggabungkan fakta dan bukti-bukti yang telah ada sebelumnya menjadi suatu kesimpulan.
2. Penalaran deduktif merupakan proses berpikir logis yang dinilai dari pernyataan bersifat umum, diikuti dengan pernyataan bersifat khusus kemudian ditarik kesimpulan.

3. Pembuktian matematika merupakan mendemonstrasikan untuk meyakinkan atas rumus, atau menyatakan kebenaran suatu pernyataan dengan bantuan logika dan matematika.
4. Gaya kognitif merupakan karakteristik belajar siswa dalam memahami, mengorganisasikan, mengelompokkan, memproses suatu informasi atau pengetahuan yang diterima. Gaya kognitif terdiri dari 2, yaitu *field dependent* dan *field independent*.
 - (1) *field dependent* merupakan kecenderungan seseorang dalam menerima suatu pola sebagai satu kesatuan, sulit dalam menganalisis pola menjadi bagian-bagian yang lebih detail. Hal ini ditandai dengan kemampuan mengolah informasi secara mandiri kemampuan menganalisis dalam menerima informasi dari lingkungan.
 - (2) *field independent* merupakan kecenderungan seseorang dalam menerima bagian-bagian teori pemecahan masalah dari pola menyeluruh dan mampu menganalisis pola kedalam komponen-komponennya. Hal ini ditandai dengan siswa lebih mudah mengikuti dan tidak membutuhkan pemikiran secara analitis dan sistematis.

G. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini terdiri dari enam bab yang saling melengkapi. Bab pertama, yaitu pendahuluan berisi latar belakang dan hal menjadi pokok permasalahan dilakukannya penelitian, kemudian perumusan masalah penelitian, tujuan dan manfaat dari penelitian. Untuk menghindari adanya penjiplakan ide penelitian, terdapat orisinalitas penelitian serta definisi istilah

untuk menegaskan istilah yang ada pada judul penelitian secara langsung oleh peneliti. Sehingga pada bab pertama berisi gambaran inti skripsi secara keseluruhan dengan ringkas serta sebagai pedoman pada bab-bab selanjutnya.

Bab kedua berisi kajian teori tentang penalaran deduktif, pembuktian matematika, serta gaya kognitif sebagai proses penerimaan suatu informasi. Kajian teori ini berisi teori-teori yang telah dikemukakan sebelumnya oleh para ahli, sebagai pedoman dalam membuat dan mendeskripsikan data yang akan dipaparkan sebagai hasil penelitian pada bab empat dan lima. Kemudian berisi perspektif dalam islam terkait penelitian yang dilakukan dan kerangka konseptual yang berupa tabel kerangka dari hasil konsep yang digunakan pada latar belakang.

Bab ketiga, yaitu metode penelitian berisi jenis penelitian yang dilakukan yaitu deskripsif kualitatif, kemudian instrumen yang digunakan dalam penelitian, cara pengumpulan data, dan teknik dari analisis data yang telah diperoleh. Kemudian berisi lokasi dan subjek penelitian yang yaitu siswa kelas XI Olimpiade di MAN 2 Kota Malang, dan prosedur penelitian.

Bab keempat yaitu paparan data dan hasil penelitian. Pada bab ini akan dibahas terkait paparan data penelitian yang diperoleh di lapangan kemudian telah dianalisis, selain itu juga terdapat hasil penelitian yang diperoleh berdasarkan temuan atau paparan data sebelumnya.

Bab kelima yaitu pembahasan, yang berisi pembahasan hasil penelitian penelitian yang dikaitkan pada kajian teori yang peneliti tulis pada bab dua. Pada bab ini, hasil penelitian terkait penalaran deduktif dalam masalah pembuktian berdasarkan gaya kognitif dikaitkan dengan teori yang ada pada bab kedua.

Bab keenam yaitu saran dan kesimpulan, berisi ringkasan dari hasil dan pembahasan penelitian. Selain itu, pada bab ini juga berisi saan-saran untuk penelitian selanjutnya terkait penalaran dalam menyelesaikan masalah pembuktian.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kajian Teori

1. Penalaran

Penalaran berasal dari kata nalar, yang dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) berarti pertimbangan antara baik buruk, dan kegiatan yang memungkinkan seseorang dalam berpikir logis. Sedangkan penalaran dalam KBBI merupakan cara seseorang dalam bernalar dan berpikir logis dan dapat diterima dengan akal sehat, mengembangkan pemikiran berdasarkan fakta-fakta bukan berdasarkan pada perasaan dan pengalaman.

Keraf (2007:5) dalam bukunya menyatakan bahwa penalaran atau *reasoning* merupakan suatu proses berpikir logis yang mengaitkan fakta-fakta dan bukti-bukti yang telah diketahui menuju kepada sebuah kesimpulan. Senada dengan hal itu, Wibowo (2022:1) menyatakan bahwa bahwa penalaran merupakan suatu proses kognitif seseorang untuk memperoleh keputusan atau kesimpulan dari informasi yang diterima. Penalaran merupakan suatu pemikiran dengan mengaitkan bukti, petunjuk, fakta atau eviden sehingga saling terhubung menuju pada suatu kesimpulan yang logis (Keraf, 2007). Sehingga kesimpulan yang diambil dalam bernalar didasarkan pada fakta-fakta atau bukti yang jelas adanya.

Proses bernalar penting dalam memahami matematika, melalui proses bernalar siswa akan cenderung mengembangkan ide dan pikiran mereka untuk menelusuri fakta dan fenomena serta mencari tahu alasan kebenaran suatu konsep matematika. Sehingga tanpa disadari orang yang bernalar akan berpikir secara

sistematis dan lebih cenderung pada memperhatikan pola, ide, konsep, maupun struktur tertentu.

Berikut beberapa ciri-ciri dari penalaran:

a. Proses berpikir logis

Berpikir logis merupakan suatu kegiatan berpikir menggunakan logika tertentu maupun aturan tertentu. Pada proses pemikiran ini, informasi yang diperoleh dipertimbangkan dan dinilai secara obyektif dan berdasarkan pada data atau fakta-fakta yang valid.

b. Bersifat analitik

Analisis merupakan suatu proses berpikir yang berlandaskan pada tahapan atau urutan tertentu. Kegiatan penalaran seringkali berkaitan dengan daya imajinasi seseorang dalam merencanakan atau merangkai, mengurutkan atau menyusun, dan mengaitkan petunjuk dari akal pikirannya kepada suatu pola.

c. Rasional

Rasional merupakan sesuatu yang dinalar atau dipikirkan secara mendalam sehingga menjadi suatu fakta atau fenomena yang nyata.

2. Penalaran Deduktif

Menurut Sumarmo (Ario, 2016:126) mengemukakan bahwa penalaran merupakan penarikan suatu kesimpulan berdasarkan ketentuan atau aturan yang telah disetujui sebelumnya. Keraf (2007) mengemukakan bahwa penalaran

deduktif merupakan proses berpikir logis yang berlandaskan pada proposisi yang telah ada sebelumnya, menjadi sebuah proposisi baru yang lebih spesifik berbentuk kesimpulan. Pesce (dalam Sumartini, 2015) menyebutkan bahwa penalaran deduktif merupakan proses berpikir logis dan pengetahuan dasar atau pengalaman umum yang mengarahkan pada suatu kesimpulan untuk sesuatu yang lebih spesifik atau khusus. Menurut Warsono penalaran deduktif adalah penyimpulan yang konklusinya dimaksudkan sebagai penegasan apa yang sudah tersirat dalam premisnya (dalam Putri dkk). Menurut Palupi, penalaran deduktif adalah penalaran untuk pengambilan kesimpulan yang menunjukkan langkah logis suatu bukti yang bersifat umum (dalam Awanis, 2019). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa penalaran deduktif merupakan proses berpikir logis untuk memperoleh suatu kesimpulan dari pernyataan yang bersifat umum dengan diikuti pernyataan yang bersifat khusus.

Secara garis besar, penalaran dibagi menjadi dua jenis, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif, sebagai berikut :

a. Penalaran Induktif

Penalaran induktif merupakan suatu proses mengambil kesimpulan atau konklusi yang berupa prinsip atau sikap yang sifatnya adalah general, kesimpulan yang general ini diperoleh berdasarkan hubungan dari fakta-fakta yang sifatnya lebih spesifik atau khusus.

Contoh: Tunjukkan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap.

$$1 + 3 = 4$$

$$5 + 7 = 12$$

$$3 + 5 = 8$$

$$7 + 9 = 16$$

Berdasarkan hal tersebut, kesimpulan dari jawaban yang diperoleh oleh siswa dalam menjumlahkan sebarang dua bilangan ganjil akan menghasilkan bilangan genap (Rohmah, 2021).

b. Penalaran Deduktif

Penalaran deduktif merupakan suatu bentuk penalaran yang diawali oleh pernyataan bersifat general atau umum dan telah dipercaya kebenaran dari pernyataan tersebut, kemudian pernyataan dipecah kembali sehingga menghasilkan kesimpulan baru yang lebih bersifat spesifik atau khusus.

Contoh: Tunjukkan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap.

Bilangan ganjil didefinisikan sebagai $2m - 1$, dengan m anggota bilangan bulat, dan bilangan genap didefinisikan sebagai $2m$. Misalkan bilangan ganjil pertama adalah $a_1 = 2m_1 - 1$ dan bilangan ganjil kedua adalah $a_2 = 2m_2 - 1$. Maka diperoleh penjumlahan kedua adalah

$$a_1 + a_2 = (2m_1 - 1) + (2m_2 - 1)$$

$$= 2m_1 + 2m_2 - 2$$

$$= 2(m_1 + m_2 - 1), \text{ dengan } (m_1 + m_2 - 1) \text{ merupakan bilangan bulat,}$$

maka $m = (m_1 + m_2 - 1)$. Sehingga diperoleh:

$$2m = 2(m_1 + m_2 - 1).$$

Berdasarkan hasil yang diperoleh, maka hasil penjumlahan dua bilangan ganjil yang diperoleh sesuai dengan bentuk umum bilangan genap yang telah terdefinisikan (Rohmah, 2021).

Berdasarkan contoh diatas, penalaran induktif diawali dengan observasi kemudian didukung oleh pola yang sesuai dengan hipotesis atau teori sedangkan penalaran deduktif diawali pada sebuah hipotesis atau teori dan berakhir pada pola yang sesuai.

Penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan berdasarkan aturan yang disepakati. Nilai kebenaran dalam penalaran deduktif bersifat mutlak benar atau salah dan tidak keduanya bersama-sama. Hal ini sesuai dengan yang dikatakan Jacobs (Writing Center, n.d.) bahwa:

“deductive reasoning is a method of drawing conclusions from facts that we accept as true by using logic”.

artinya, penalaran deduktif adalah suatu cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta-fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika. Beberapa aktivitas yang tergolong pada penalaran deduktif menurut Soemarno (dalam Manyira dkk, 2021) di antaranya adalah:

- 1) Melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu;
- 2) Menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, membuktikan, dan menyusun argumen yang valid;
- 3) Menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung dan pembuktian dengan induksi matematika.

Penalaran deduktif menurut para ilmuwan rasionalis seperti (Rich & Thomas, 2009) terdapat tiga langkah dalam proses pengambilan kesimpulan secara deduktif:

- 1) *Making a general statement referring to a whole set or class of things*
(Membuat sebuah pernyataan umum berdasarkan keseluruhan himpunan atau klasifikasi benda).

Pada tahap ini pernyataan yang dirumuskan dikenal dengan istilah pernyataan umum atau premis mayor. Pernyataan ini dapat diturunkan menjadi sebuah atau beberapa pernyataan yang lebih spesifik dan khusus. Dalam membuat pernyataan ini, siswa harus mempunyai konsep dan teori atau pengetahuan awal yang sesuai. Pernyataan umum dapat berupa aksioma, definisi, teorema dan lain-lain.

- 2) *Making a particular statement about one or some of the members of the set or class referred to the general statement* (Membuat pernyataan khusus tentang satu atau beberapa anggota himpunan atau klasifikasi yang mengacu pada pernyataan umum).

Pada tahap ini pernyataan yang dirumuskan, dikenal dengan istilah pernyataan khusus atau premis minor. Pernyataan yang dibuat harus mengacu kepada pernyataan umum. Premis minor bisa berupa penyelesaian suatu masalah.

- 3) *Making a deduction that follows logically when the general statement is applied to the particular statement* (Membuat deduksi yang dilakukan secara logis ketika pernyataan umum diterapkan pada pernyataan khusus).

Langkah selanjutnya adalah membuat deduksi yang dilakukan secara logis, yang artinya melakukan penarikan kesimpulan ketika pernyataan umum

diterapkan pada pernyataan khusus. Dalam hal ini, harus diperhatikan kebenaran dari kedua premis. Jika premis mayor dan premis minor benar maka penarikan kesimpulannya juga benar.

Berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis adalah salah satu proses berpikir yang dilakukan dengan cara menarik suatu kesimpulan dimana kesimpulan tersebut merupakan kesimpulan yang sudah valid atau dapat dipertanggungjawabkan. Kemampuan penalaran matematis dibagi menjadi dua, yaitu penalaran deduktif dan penalaran induktif. Penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan yang prosesnya melibatkan teori atau rumus matematika lainnya yang sebelumnya sudah dibuktikan kebenarannya.

Indikator penalaran deduktif menurut Soedjadi (Kusumaningrum, 2007) sebagai berikut :

- (1) Menyusun bukti terhadap kebenaran solusi.
- (2) Mampu memeriksa kesahihan suatu argument
- (3)Mampu menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika

Table 2.1. Indikator Penalaran Deduktif

Indikator Penalaran Deduktif	Sub Indikator Penalaran Deduktif
Menyusun bukti terhadap kebenaran solusi	Siswa menyusun atau mengumpulkan bukti sehingga memperoleh solusi yang tepat
Memeriksa keshahihan suatu argumen	Siswa memeriksa keshahihan suatu argumen/solusi
Menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika	Siswa dapat menarik kesimpulan dari pernyataan matematika yang tepat

3. Pembuktian

Bukti adalah argumen logis yang menetapkan kebenaran dari suatu pernyataan (Education Development Center, 2002). Di dalam matematika, bukti merupakan kumpulan argumen-argumen logis yang mendeskripsikan kebenaran suatu pernyataan. Argumen-argumen ini diperoleh melalui premis pernyataan itu sendiri, definisi, teorema-teorema lainnya, dan lainnya. Arti dari kata logis sendiri merujuk pada setiap tahapan pada argumen harus sudah tervalidasi oleh langkah sebelumnya. Sehingga kebenaran semua premis telah dibuktikan atau tervalidasi atau diberikan sebagai asumsi (Hernadi, 2013).

Menurut Education Development Center (2002) sedikitnya terdapat enam alasan seseorang perlu melakukan pembuktian, diantaranya (1) *to establish a fact with certainty* atau menetapkan kebenaran suatu fakta, (2) *to gain understanding* yaitu untuk memperoleh pemahaman, (3) *to communicate an idea to others* yang berarti untuk mengkomunikasikan ide-ide kepada orang lain, (4) *for the challenge* yaitu dinyatakan sebagai suatu tantangan (5) *to create something beautiful* atau untuk menemukan maupun menciptakan sesuatu yang indah dan (6) *to construct a large mathematical theory* atau untuk membangun suatu teori atau konsep matematika yang besar .

Polya (1978:25) dalam bukunya menjelaskan bahwa masalah terdiri dari dua jenis, yaitu *problem to find* dan *problem to prove* seagai berikut:

a. Masalah Penemuan (*Problem to Find*)

Masalah penemuan dapat berupa teori atau praktis, abstrak, maupun konkret. Dalam hal ini, perlu mencari semua variabel dari masalah tersebut, siswa harus berusaha dalam menemukan, menyusun, atau menciptakan semua jenis objek yang bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Dengan demikian siswa harus menyusun bagian-bagian penting dari permasalahan yang akan diperlukan sebagai landasan dalam menyelesaikan masalah.

b. Masalah Pembuktian (*Problem to Prove*)

Masalah pembuktian merupakan suatu cara yang digunakan untuk menyatakan kebenaran suatu pernyataan. Pernyataan dalam pembuktian dapat pembuktian dapat bernilai salah, benar maupun tidak keduanya. Dalam masalah pembuktian, hal penting yang harus diperhatikan adalah rumusan hipotesis dan kesimpulan dari beberapa teorema yang kebenarannya harus dibuktikan. Kesimpulan dan rumusan hipotesis tersebut merupakan landasan penting agar dapat menyelesaikan masalah pembuktian.

Hanna (1990) menyebutkan bahwa pembuktian terdiri dari dua jenis, yaitu bukti yang membuktikan dan bukti yang menjelaskan. Bukti yang membuktikan dan bukti yang menjelaskan merupakan bukti valid dan bertujuan untuk mengesahkan kebenaran suatu pernyataan matematis dengan nilai atau ukuran yang seimbang. Kedua jenis pembuktian tersebut dapat digunakan untuk melakukan pembuktian matematis, namun ada perbedaan penting antara pembuktian yang membuktikan dan pembuktian yang menjelaskan. Seperti yang dikatakan oleh Hanna (1990) bukti yang membuktikan hanya akan memperlihatkan teorema yang digunakan itu valid atau benar, dan hanya memberikan alasan terkait bukti saja, sedangkan bukti yang menjelaskan tidak

hanya menunjukkan kebenaran dari teorema tersebut, tetapi juga menunjukkan beberapa alasan yang ada pada kenyataan atau fenomena itu sendiri. Bukti matematis yang diberikan untuk suatu pernyataan juga menjelaskan dan meyakinkan agar dianggap benar. Berikut adalah penjelasan mengenai bukti matematis menurut Hanna (1990):

1) Bukti yang Membuktikan

Bukti yang membuktikan merupakan bukti yang bertujuan untuk menunjukkan bahwa teorema yang diberikan tersebut valid. Bukti yang membuktikan dapat diperoleh menggunakan induksi matematika. Induksi matematika merupakan salah satu metode pembuktian umum yang sering digunakan oleh siswa menengah atas. Induksi matematika merupakan salah satu argumentasi deduktif untuk pembuktian suatu teorema atau pernyataan matematika yang semesta pembicaraannya himpunan bilangan bulat atau lebih khusus himpunan bilangan asli (Sukirman, 2017: 3).

Barnes and Gordon (1987:1) menyatakan bahwa:

“mathematical induction is a powerful and elegant technique for proving certain types of mathematical statements: general propositions which assert that something is true for all positive integers or for all positive integers from some point on”,

artinya induksi matematika merupakan salah satu teknik atau metode yang tangguh dan elegan untuk membuktikan jenis pernyataan matematika: proposisi umum yang menyatakan bahwa semua bilangan asli benar untuk semua bilangan asli pada beberapa titik.

Dalam pembuktian tersebut, ada dua prinsip langkah pembuktian. Misalkan $P(a)$ merupakan pernyataan dari suatu bilangan asli. Pernyataan $P(a)$ dapat dinyatakan benar apabila mencukupi langkah berikut (Kemdikbud, 2017):

- 1) *Basic Step* (Langkah Dasar): membuktikan $P(1)$ benar.
- 2) *Induction Step* (Langkah Induksi): Jika $P(k)$ benar, maka $P(k + 1)$ benar, untuk setiap k bilangan asli.

Pembuktian induksi matematika diterapkan dalam beberapa materi dalam pembelajaran matematika, yaitu barisan bilangan, keterbagian, dan ketidaksamaan (Sukirman, 2017). Berikut adalah contoh bukti yang membuktikan menggunakan induksi matematika.

Buktikan untuk setiap bilangan asli a berlaku:

$$1 + 2 + 3 + \dots + a = \frac{a(a + 1)}{2}$$

Bukti:

Misalkan, $p(a)$ adalah $1 + 2 + 3 + \dots + a = \frac{a(a+1)}{2}$

Langkah (1) Langkah awal

$$p(1) \text{ adalah } 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$1 = \frac{1}{2}(2)$$

$$1 = \frac{2}{2} = 1$$

Jadi, $p(1)$ adalah benar.

Langkah (2) Langkah Induksi

Asumsikan bahwa $p(k)$ benar untuk suatu bilangan asli k :

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Kemudian menunjukkan bahwa $p(k + 1)$ benar, yaitu:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k + (k + 1) = \frac{(k + 1)(k + 2)}{2}$$

Hal ini ditunjukkan sebagai berikut:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k + (k + 1) = \frac{(k + 1)(k + 2)}{2}$$

$$\frac{k(k + 1)}{2} + (k + 1) = \frac{(k + 1)(k + 2)}{2}$$

$$\frac{k(k + 1)}{2} + \frac{2(k + 1)}{2} = \frac{(k + 1)(k + 2)}{2}$$

$$\frac{k(k + 1) + 2(k + 1)}{2} = \frac{(k + 1)(k + 2)}{2}$$

$$\frac{k(k + 1) + 2(k + 1)}{2} = \frac{(k + 1)(k + 2)}{2}$$

$$\frac{(k + 1) + (k + 2)}{2} = \frac{(k + 1)(k + 2)}{2}$$

Jadi, $p(k + 1)$ terbukti benar.

Oleh karena itu, pernyataan bahwa $1 + 2 + 3 + \cdots + a = \frac{a(a+1)}{2}$ berlaku

benar untuk setiap bilangan asli a .

2) Bukti yang menjelaskan

Bukti yang menjelaskan merupakan bukti yang menunjukkan kebenaran dari suatu teorma, sekaligus memberikan alasan yang berasal dari kenyataan atau fenomena itu terjadi (Hanna, 1990). Ada banyak cara untuk mendapatkan bukti yang menjelaskan, diantaranya yaitu menggunakan bukti gauss, representasi geometri bangun titik dan garis zig zag. Namun untuk ssiwa menengah atas, siswa hanya mempelajari pembuktian rumus matematika seperti barisan dan deret. Pembuktian rumus ini seringkali disebut sebagai bukti Gauss. Berikut merupakan contoh bukti yang menjelaskan menggunakan pembuktian rumus barisan dan deret:

Buktikan untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$1 + 2 + 3 + \dots + a = \frac{a(a+1)}{2}$$

Bukti: Menggunakan pembuktian rumus barisan dan deret

$$S(a) = 1 + 2 + 3 + \dots + (a-2) + (a-1) + a$$

$$\begin{array}{r} S(a) = a + (a-1) + (a-2) + (a-3) + \dots + 1 \\ \hline 2S(a) = (a+1) + (a+1) + (a+1) + \dots + (a+1) \end{array} \quad +$$

$$2S(a) = a \times (a+1)$$

$$S(a) = \frac{a(a+1)}{2}$$

Melalui pembuktian rumus barisan dan deret aritmatika diperoleh bahwa pernyataan matematis $1 + 2 + 3 + \dots + a = \frac{a(a+1)}{2}$ terbukti benar.

Contoh: pemisalan angka terlebih untuk membuktikan rumus barisan dan deret. Misalkan $a = 10$, maka

$$S(a) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + (a)$$

$$S(10) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

Ini dapat dituliskan secara terbalik atau menggunakan sifat komutatif penjumlahan menjadi:

$$S(10) = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

Kemudian kedua dijumlahkan sehingga diperoleh

$$2S(10) = 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11$$

Atau dapat dituliskan menjadi:

$$2S(10) = 10 \times 11$$

$$2S(10) = 110$$

$$S(10) = \frac{110}{2}$$

$$S(10) = 55$$

Ada beberapa metode pembuktian dalam matematika diantaranya (a) bukti langsung, (b) bukti tak langsung, (c) bukti kosong, (d) bukti trivial, (e) kontradiksi, (f) bukti dengan eksistensial, (g) bukti ketunggalan, (h) bukti dengan *counter example*, (i) induksi matematika, (j) bukti dua arah. Dalam pembuktian matematika SMA, siswa hanya mempelajari tiga diantaranya yaitu bukti langsung, bukti tak langsung, dan induksi matematika (Education Development Center, 2002). Berikut adalah penjelasannya:

a. Bukti langsung

Bukti langsung ini biasanya diterapkan untuk membuktikan teorema yang berbentuk implikasi $p \rightarrow q$. Di sini p sebagai hipotesis digunakan sebagai fakta yang diketahui atau sebagai asumsi. Selanjutnya, dengan menggunakan p kita harus menunjukkan berlaku q . Pembuktian langsung ini ekuivalen dengan membuktikan bahwa pernyataan $p \rightarrow q$ benar dimana diketahui p benar.

Contoh: Buktikan, jika x bilangan ganjil maka x^2 bilangan ganjil.

Bukti:.

Diketahui x ganjil, jadi dapat ditulis sebagai $x = 2n - 1$ untuk suatu bilangan bulat n . Selanjutnya,

$$\begin{aligned}x^2 &= (2n - 1)^2 \\&= 4n^2 + 4n + 1 \\&= 2(2n^2 + 2) + 1, \text{ misalkan } m = (2n^2 + 2), \text{ dengan } m \text{ bilangan bulat} \\&= 2m + 1\end{aligned}$$

Karena m merupakan bilangan bulat maka disimpulkan x^2 ganjil.

b. Bukti tak langsung

Kita tahu bahwa nilai kebenaran suatu implikasi $p \rightarrow q$ ekuivalen dengan nilai kebenaran kontraposisinya $\sim q \rightarrow \sim p$. Jadi pekerjaan membuktikan kebenaran pernyataan implikasi dibuktikan lewat kontraposisinya.

Contoh Buktikan, jika x^2 bilangan ganjil maka x bilangan ganjil.

Bukti: Karena x^2 ganjil maka dapat ditulis $x^2 = 2m + 1$ untuk suatu bilangan asli m . Selanjutnya $x = \sqrt{2m+1}$ tidak dapat disimpulkan apakah ia ganjil atau tidak. Sehingga bukti langsung tidak dapat digunakan. Kontraposisi dari pernyataan ini adalah "Jika x genap maka x^2 genap". Selanjutnya diterapkan bukti langsung pada kontraposisinya. Diketahui x genap, jadi dapat ditulis $x = 2n$ untuk suatu bilangan bulat n . Selanjutnya, $x^2 = (2n)^2 = 2(2n^2) = 2m$ yang merupakan bilangan genap.

c. Induksi Matematika

Dalam induksi matematika, ada dua prinsip langkah pembuktian dengan menggunakan induksi matematika. Misalkan $P(n)$ merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pernyataan $P(n)$ benar jika memenuhi langkah berikut ini:

- 1) Langkah Awal (*Basic Step*): $P(1)$ benar.
- 2) Langkah Induksi (*Induction Step*): Jika $P(k)$ benar, maka $P(k + 1)$ benar, untuk setiap k bilangan asli (Kemdikbud, 2017).

Pembuktian induksi matematika diterapkan dalam beberapa materi dalam pembelajaran matematika, yaitu barisan bilangan, keterbagian, dan ketidaksamaan (Sukirman, 2017). Berikut adalah contoh pembuktian menggunakan prinsip induksi matematika.

Buktikanlah bahwa untuk setiap bilangan asli n berlaku:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Bukti:

Misalkan, $p(n)$ adalah $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Langkah (1) Langkah awal

$$p(1) \text{ adalah } 1^2 = \frac{1(1+1)(2(1)+1)}{6}$$

$$1 = \frac{1}{6}(2)(3)$$

$$1 = \frac{6}{6}$$

$$= 1$$

Jadi, $p(1)$ adalah benar.

Langkah (2) Langkah Induksi

Diasumsikan bahwa $p(k)$ benar untuk suatu bilangan asli k , yaitu

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}.$$

Hal tersebut harus ditunjukkan bahwa $p(k+1)$ benar, yaitu

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

Hal ini ditunjukkan sebagai berikut:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + \frac{6(k+1)^2}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + \frac{6(k+1)(k+1)}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\frac{(k+1)(k(2k+1) + 6(k+1))}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\frac{(k+1)((2k^2 + k) + (6k + 6))}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\frac{(k+1)(2k^2+7k+6)}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

Jadi, $p = (k+1)$ terbukti benar. Oleh karena itu, pernyataan $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ terbukti benar untuk setiap bilangan asli n .

4. Gaya Kognitif

Gaya kognitif merupakan karakteristik belajar siswa dalam memahami, mengorganisasikan, mengelompokkan, memproses suatu informasi atau pengetahuan yang diterima (Susanto, 2015). Gaya kognitif diilustrasikan sebagai kekonsistenan yang berkelanjutan pada karakteristik kepribadian seseorang yang dapat mempengaruhi perilaku dan sikap, nilai, serta interaksi sosial (Baiduri, 2015). Gaya kognitif ini berpengaruh pada cara pandang serta proses pengolahan informasi dalam diri seseorang serta respon yang diberikan pada setiap situasi yang berbeda.

Darmono (2012) menyebutkan gaya kognitif itu sendiri dapat dibedakan menjadi dua, yaitu pertama berdasarkan perbedaan aspek psikologis yang terdiri atas *field dependent* dan *field independent*, kedua berdasarkan waktu pemahaman konsep yang terdiri atas gaya *impulsif* dan *reflektif*. Pada penelitian ini jenis gaya kognitif yang digunakan merupakan gaya kognitif berdasarkan aspek psikologis *field dependent* dan *field independent*.

a. *Field independent*

Field independent merupakan kecenderungan seseorang menerima bagian-bagian teori pemecahan masalah dari informasi menyeluruh dan mampu menganalisis informasi kedalam komponen-komponennya. Ciri-ciri siswa dengan karakteristik gaya kognitif *field independent*:

- 1) Siswa mampu menganalisis suatu informasi yang diterima dan mampu memproses informasi menyeluruh menjadi detail-detail atau terperinci, sehingga siswa dengan gaya kognitif tersebut lebih dikenal sebagai "*analytical thinkers*".
- 2) Siswa lebih cenderung untuk menyusun dan mengorganisasikan informasi menjadi bagian-bagian kecil agar dapat dikelola dan memiliki ruang atau kapasitas penyimpanan informasi yang lebih luas. Siswa dengan gaya kognitif *field independent* lebih tertata, terorganisir dan lebih menyukai analisis dalam pemecahan masalah dalam pembelajaran.

b. *Field dependent*

Field dependent merupakan kecenderungan seseorang dalam menerima suatu informasi sebagai satu kesatuan yang utuh, sehingga seseorang tersebut sulit dalam menganalisis atau memecah informasi atau pengetahuan menjadi bagian-bagian yang lebih detail. Ciri-ciri siswa dengan karakteristik gaya kognitif *field dependent*:

- 1) Siswa dengan *field dependent* mengolah suatu persepsi atau informasi yang diperoleh secara umum dan menyeluruh, sehingga lebih dikenal sebagai "*global thinkers*".

- 2) Siswa lebih condong untuk menerima suatu informasi yang diberikan dengan mengandalkan kemampuan menghafal informasi tersebut.

Liu & Ginther (1999) menunjukkan ciri-ciri siswa dengan gaya kognitif *field independent* selama belajar, diantaranya:

- a) mengonsentrasikan diri siswa pada materi kurikulum secara detail
- b) berkonsentrasi diri pada fakta dan prinsip
- c) kegiatan interaksi terhadap guru dan teman di sekitar tidak terlalu sering
- d) siswa hanya berinteraksi dengan guru secara formal ketika mengerjakan tugas atau permasalahan, serta lebih cenderung pada individu mereka
- e) menyukai belajar dan bekerja secara individual
- f) menyukai berkompetisi
- g) mampu mengorganisasikan dan menganalisis informasi secara mandiri.

Sedangkan ciri-ciri individu dengan gaya kognitif *field dependent* dalam belajar, diantaranya:

- a) menerima dan memahami konsep serta materi secara umum
- b) mengalami kesulitan dalam mengaitkan konsep dalam kurikulum berdasarkan pada kemampuan dan pengalaman belajar mereka sendiri yang telah diperoleh sebelumnya
- c) menyukai belajar dengan cara diarahkan atau dibimbing oleh guru
- d) memerlukan apresiasi atau penghargaan orang lain agar lebih bersemangat dalam menyelesaikan suatu masalah
- e) lebih suka bekerja secara berkelompok bersama temannya serta lebih mampu menghargai pendapat orang lain

- f) tidak menyukai bekerja atau belajar secara individu
- g) suka mengikuti kegiatan organisasi materi yang disiapkan dan disajikan oleh guru tanpa perlu mencari sendiri

B. Perspektif Teori dalam Islam

Islam sangatlah menjunjung tinggi ilmu dan orang-orang yang menuntut ilmu. Allah dalam firman-Nya telah menyebutkan tentang ilmu lebih dari 800 kali. Hal ini menunjukkan pentingnya ilmu dan orang-orang yang mencari ilmu dalam Islam. Seperti yang terdapat pada firman Allah QS: Al-Mujadalah ayat 11 berikut:

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا وَالَّذِينَ أُوتُوا دَرَجَاتٍ بَٰرَةً

Artinya: “...niscaya Allah akan mengangkat (derajat) orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat...”

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa orang yang beriman dan berilmu akan diangkat derajatnya oleh Allah SWT. Untuk mendapatkan ilmu pengetahuan, banyak dari kita yang akan mengenyam bangku pendidikan.

Ilmu pengetahuan yang dipelajari juga bermacam-macam. Salah satu cara agar lebih mudah memahami pendidikan adalah dengan adanya penalaran. Allah telah menegaskan dalam Al-Qur'an berbagai penalaran dan argumentasi logis, seperti terkait dengan keesaan Allah SWT. Penalaran tentang keesaan Allah SWT tersebut terdapat dalam QS: Al-Ikhlâs ayat 1-4:

قُلْ هُوَ اللَّهُ أَحَدٌ , اللَّهُ الصَّمَدُ , لَمْ يَلِدْ وَلَمْ يُولَدْ , وَلَمْ يَكُنْ لَهُ كُفُوًا أَحَدٌ

Artinya: *Katakanlah (Muhammad), “Dialah Allah, Yang Maha Esa. Allah tempat meminta segala sesuatu. (Allah) tidak beranak dan tidak pula diperanakkan. Dan tidak ada sesuatu yang setara dengan Dia.”*

Dalam ayat tersebut, keesaan Allah diberitakan menggunakan yang rasional dan sangat logis. Esa berarti tunggal atau satu, yang menunjukkan bahwa Allah adalah satu-satunya Tuhan yang menciptakan alam semesta. Karena Allah adalah pencipta sekaligus pemilik alam semesta, maka makhluk termasuk manusia, maka benar jika makhluk meminta segala sesuatu kepada-Nya dan menjadi logis jika Allah menjadi satu-satunya sandaran dan tempat bergantung bagi seluruh makhluk (ayat 2). Pernyataan yang menyatakan bahwa Allah SWT Maha Esa menunjukkan bahwa Allah tidak dilahirkan dan tidak pula melahirkan. Pernyataan tersebut menjadi logis dengan kontradiksi, dimana jika Allah adalah seorang putra, maka Dia tidak tunggal, karena memiliki orang tua sama seperti makhluk serta menjadi tidak logis karena ada dzat yang mendahuluinya. Begitu pula dengan jika Allah beranak, maka Dia akan memiliki seorang penerus dan menjadikannya tidak tunggal, sehingga kedua pernyataan tersebut adalah salah dan menunjukkan konklusi bahwa Allah SWT Maha Esa tidak mungkin beranak dan diperanakkan (maksud ayat ketiga). Melalui pernyataan tersebut dapat disimpulkan bahwa Allah berbeda dengan makhluknya, dan tidak ada satupun yang setara dengan-Nya (ayat keempat). Melalui hal tersebut, menunjukkan bahwa pentingnya penalaran dalam pendidikan dan mengajarkan untuk berargumentasi secara logis berdasarkan fakta dan bukti empiris dalam bernalar kegiatan bernalar.

Sedangkan masalah pembuktian dan penalaran matematika dijelaskan oleh Allah melalui kisah nabi Ibrahim AS dalam mencari kebenaran Tuhan. Dalam menemukan Allah, Nabi Ibrahim AS dalam menemukan Allah, tuhan semesta alam, beliau menggunakan penalaran agar dapat membuktikan siapa Tuhan, karena ia menganggap bahwa patung berhala tidak pantas untuk dijadikan sebagai tuhan semesta alam, kemudian ia berpikir dan bernalar tentang hal itu. Kemudian nabi Ibrahim mengatakan kepada kaumnya yang terdapat dalam firman Allah QS: Al-An'am ayat 74.◌

وَإِذْ قَالَ إِبْرَاهِيمُ لِأَبْنَيْهِ إِزْرَ اتَّخِذْ أَصْنَا مَا إِلَهَةً ۖ إِنِّي أَخَافُكُمْ فِي ضَلَالٍ مُّبِينٍ

Artinya :*“Pantaskah kamu menjadikan berhala-berhala sebagai tuhan-tuhan? Dengan penuh keberanian mendakwahkan akidah tauhid, Ibrahim menegaskan: “Sesungguhnya aku melihat kamu dan kaumu berada dalam kesesatan yang nyata.”*

Dalam ayat tersebut, nabi Ibrahim mengatakan bahwa patung berhala tidak pantas untuk disembah dan dijadikan sebagai Tuhan bagi mereka. Hal tersebut dibuktikan dengan sejumlah fakta empirik bahwa patung berhala bukan tuhan karena tidak mampu membela diri mereka sendiri ketika dihancurkan, lalu bagaimana patung tersebut dapat melindungi kaumnya, dan beberapa fakta lain bahwa patung berhala merupakan benda mati yang bahkan tidak bernyawa dan dibuat oleh manusia itu sendiri. Sehingga nabi Ibrahim mengatakan bahwa orang yang menyembah berhala sebenarnya berada dalam kesesatan yang nyata. Pemikiran nabi Ibrahim AS ini logis karena disertai dengan asumsi dan fakta-fakta empirik yang benar adanya.

Sama seperti ketika melakukan penalaran dan pembuktian, asumsi yang diberikan suatu pernyataan harus valid dan dapat dibuktikan kebenarannya. Dalam ayat ini juga dijelaskan bahwa pemikiran yang logis dan didasarkan pada fakta-fakta yang nyata termasuk dalam kegiatan bernalar dan membuktikan. Hal ini juga yang akan dipelajari dalam menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari khususnya matematika.

C. Kerangka Konseptual

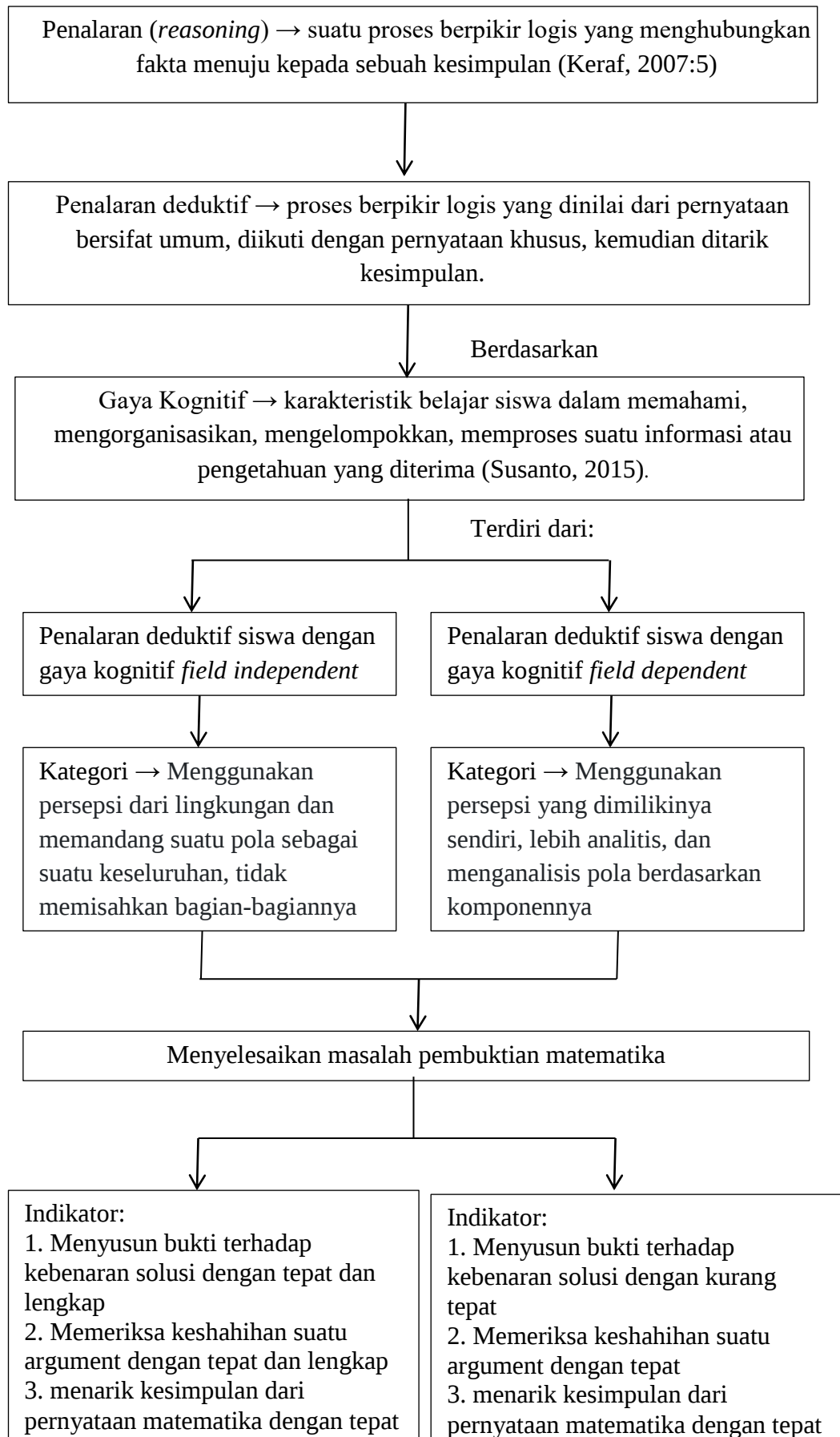
Dalam melakukan suatu pembuktian matematika, siswa harus memiliki argumen yang mendukung kebenaran dari apa yang dibuktikan tersebut. Kemampuan siswa dalam menyediakan bukti-bukti tersebut bergantung pada pemahaman konsep oleh siswa dan menghubungkan bukti-bukti tersebut untuk menghasilkan suatu kesimpulan yang logis. Proses pemikiran siswa inilah dalam mengaitkan bukti-bukti tersebut menuju suatu kesimpulan yang disebut sebagai proses penalaran. Penalaran yang dilakukan oleh siswa akan membantu proses pembuktian matematika.

Penalaran pada dasarnya terbagi menjadi dua, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif adalah proses penalaran untuk menarik kesimpulan berupa prinsip atau sikap yang berlaku umum berdasarkan atas fakta-fakta yang bersifat khusus, prosesnya disebut induksi. Atau secara singkat dapat kita katakan sebagai penarikan kesimpulan dari sesuatu yang sifatnya khusus menjadi yang sifatnya umum (Keraf, 2007).

Setiap siswa memiliki penalaran yang berbeda satu sama lain, salah satu yang mempengaruhi proses penalaran siswa adalah gaya kognitif. Gaya kognitif

merupakan karakter individu dalam memproses, menorganisasikan, mengingat dan pemahaman suatu konsep atau pengetahuan yang diterima. Perbedaan siswa dalam memproses suatu informasi juga berpengaruh dalam proses penalaran dan pembuktian matematika. Dengan hal ini, informasi dan pengetahuan siswa bersinergi dengan proses penalaran untuk menyelesaikan masalah pembuktian matematika.

Penelitian ini diharapkan dapat menjabarkan terkait proses penalaran deduktif siswa olimpiade berdasarkan gaya kognitif *field independent-field dependent* kelas XI dalam menyelesaikan pembuktian matematika. Adapun kerangka konseptual pada penelitian ini disajikan dalam Gambar 2.1. sebagai berikut.



Gambar 2.1. Kerangka Konseptual

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Pendekatan dan Jenis Pendekatan

Pendekatan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kualitatif. Alasan pemilihan pendekatan ini dikarenakan penelitian dilakukan kepada sumber data secara langsung dan penelitian lebih menekankan pada proses. Selain itu, penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan proses bernalar siswa dalam menyelesaikan pembuktian matematika. Sedangkan jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif (fenomenologis). Dalam penelitian ini, peneliti berusaha untuk mendeskripsikan dan mengungkapkan peristiwa secara sadar proses bernalar siswa. Proses bernalar siswa ini didasarkan pada pengalaman belajar yang dialami oleh siswa dalam menggambarkan suatu pembuktian matematika. Pada hasil penelitian, data yang diperoleh akan dikaji dan diuraikan dalam bentuk narasi. Deskripsi data hasil pada penelitian ini diperoleh melalui hasil tes pembuktian matematika, dan transkrip wawancara. Selain itu, sesuai dengan tujuan dari penelitian ini yaitu mendeskripsikan penalaran deduktif siswa kelas XI Olimpiade dalam pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field independent* dan *field dependent*.

B. Lokasi Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di MAN 2 Kota Malang yang berlokasi di Jl. Bandung No.7, Penanggungan, Kec. Klojen, Kota Malang. Alasan pemilihan lokasi tersebut didasarkan pada hasil wawancara dan observasi pada empat guru matematika di madrasah tersebut pada saat mata pembelajaran Ketrampilan Dasar Mengajar (KDM) bahwa madrasah tersebut mempunyai kelas tersendiri

untuk siswa Olimpiade. Menurut hasil yang diperoleh waktu wawancara berlangsung, klas olimpiade tersebut berisi siswa-siswa yang mengikuti lomba olimpiade dalam segala bidang pembelajaran, beberapa diantaranya adalah matematika, kebumian, astromoni, biologi, kimia, fisika, IPA, dan lain sebagainya. Selain itu, berdasarkan pada hasil observasi dan wawancara, peneliti memperoleh bahwa siswa memiliki kondisi yang sesuai dengan permasalahan peneliti, siswa dalam kegiatan pembelajaran memiliki karakteristik masing-masing dalam belajar dan memiliki cara bernalar yang beragam antar satu dengan lainnya. Madrasah ini memiliki siswa dengan banyak prestasi, yaitu pada bidang akademik siswa sering memenangkan lomba olimpiade salah satunya di bidang matematika. Selain itu, madrasah ini belum pernah dilakukan penelitian serupa yaitu terkait penalaran siswa dalam menyelesaikan soal pembuktian matematika.

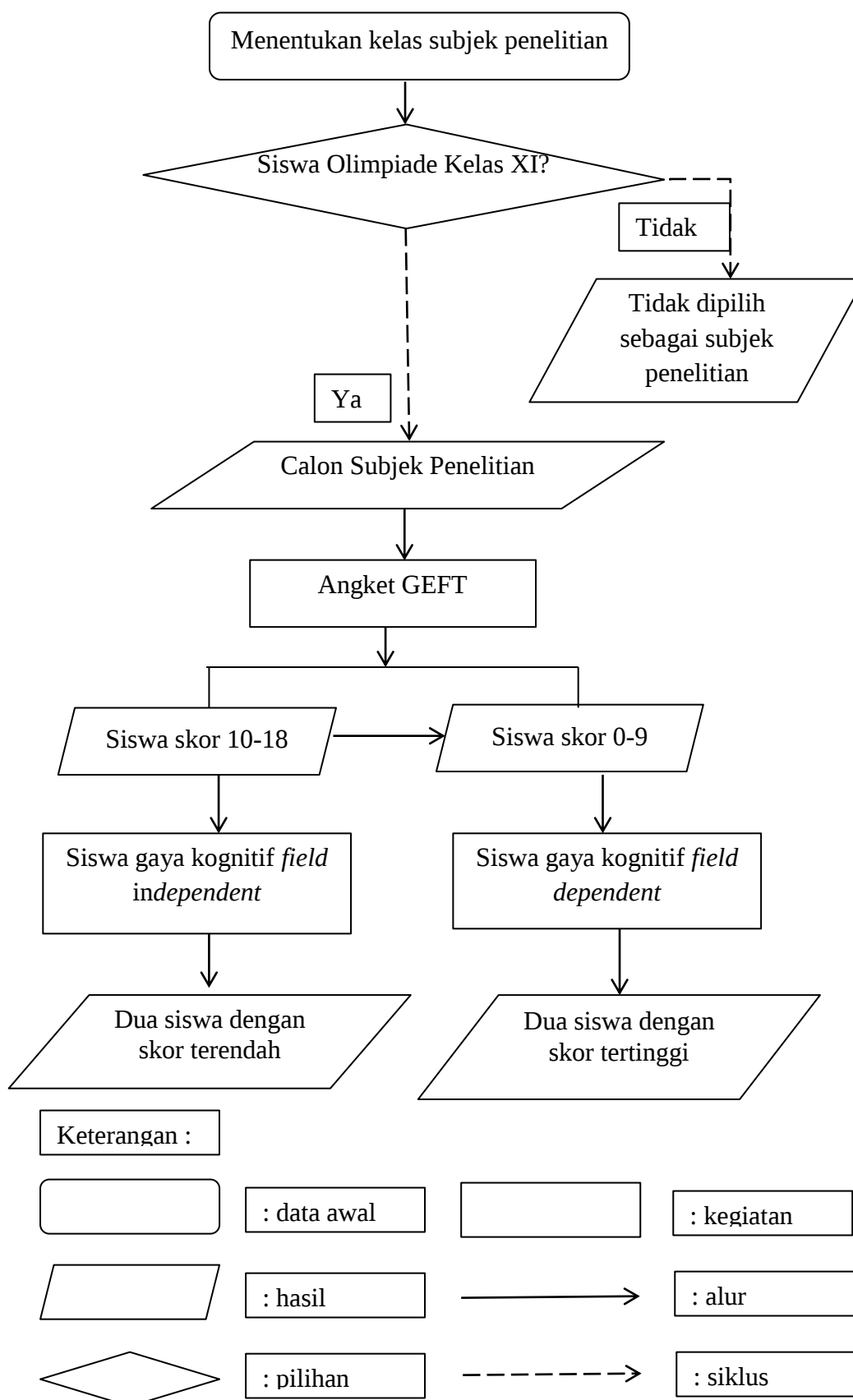
C. Kehadiran Peneliti

Kehadiran peneliti dalam penelitian ini adalah sebagai instrumen utama penelitian, dimana peneliti berperan sebagai partisipan penuh dalam penelitian. Dalam hal ini, peneliti berperan sebagai perancang penelitian dengan merancang dan menyusun penelitian dengan melakukan observasi awal (pra-penelitian) dilanjutkan dengan membuat instrumen yang divalidasi oleh validator, kemudian sebagai pengumpul data ketika melakukan pemilihan subjek penelitian dengan memberikan angket GEFT yang baku, melakukan pengumpulan data penelitian berdasarkan tes dan wawancara yang telah divalidasi, kemudian sebagai penganalisis data dengan menganalisis data hasil jawaban siswa beserta wawancara dengan siswa sesuai dengan indikator yang digunakan, kemudian sebagai penginterpretasi data dengan memproses data

hingga mendapat kesimpulan yang sesuai, kemudian sebagai penyaji hasil penelitian dengan menyajikan hasil interpretasi data sesuai data yang diperoleh di lapangan dalam bentuk deskripsi maupun tabel/bagan.

D. Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini merupakan siswa kelas XI Olimpiade di MAN 2 Kota Malang. Subjek penelitian merupakan siswa yang pernah mendapatkan mata pelajaran terkait pembuktian matematika. Pemilihan subjek ini berdasarkan pada perolehan skor tes GEFT siswa. Tes GEFT ini merupakan tes penemuan pola gambar yang dikembangkan oleh Witkin. Tes ini sudah dalam bentuk baku dan digunakan untuk menentukan gaya kognitif *field independent* atau *field dependent* siswa. Skor yang diperoleh dalam tes ini adalah 0-18, siswa dengan skor 10-18 tergolong dalam gaya kognitif *field independent*, dan siswa dengan skor 0-9 termasuk dalam gaya kognitif *field dependent*. Tes GEFT ini bertujuan untuk mengetahui jenis gaya kognitif siswa, yaitu *field independent* atau *field dependent*. Kemudian dari skor GEFT yang diperoleh, akan diambil empat orang siswa, dua siswa dengan skor tes GEFT tertinggi sebagai subjek dengan gaya kognitif *field independent* dan dua siswa dengan skor GEFT terendah sebagai subjek dengan gaya kognitif *field dependent*. Pemilihan skor GEFT tertinggi digunakan untuk melihat gaya kognitif *field independent* yang sesuai dan skor GEFT terendah digunakan untuk melihat siswa dengan gaya kognitif *field dependent* yang sesuai. Adapun diagram alur pemilihan subjek pada penelitian ini disajikan dalam Gambar 3.1. berikut.



Gambar 3. 1. Pemilihan Subjek Penelitian

Tes GEFT ini kemudian diberikan kepada siswa pada hari Jumat, 28 Maret 2023 pukul 12.45 di ruang kelas XI IPA 7 di MAN 2 Kota Malang. Siswa dalam kelas ini merupakan siswa olimpiade di bidang matematika dan sains. Melalui hasil tes ini, kemudian diperoleh 12 siswa dengan gaya kognitif *field independent* dan diperoleh 4 siswa dengan gaya *field dependent*. Setelah itu diambil masing-masing tiap gaya kognitif diambil dua siswa sebagai subjek penelitian, yaitu 2 siswa *field independent* dengan perolehan skor tertinggi dan 2 siswa *field dependent* dengan skor terendah. Subjek dengan gaya *field independent* adalah siswa perempuan berinisial JSP dengan skor 17 yang mengikuti olimpiade matematika dan astronomi dan siswa laki-laki berinisial BAP dengan skor 17 yang mengikuti olimpiade matematika. Subjek dengan gaya kognitif *field dependent* adalah siswa perempuan berinisial IFA dengan skor 9 yang mengikuti olimpiade kebunian dan siswa perempuan berinisial NJN dengan skor 6 yang mengikuti olimpiade biologi.

Setiap subjek yang terpilih kemudian di kode untuk mempermudah proses pemaparan dan analisis data. Subjek siswa *field independent* berinisial JSP disebut sebagai S1 dan siswa berinisial BAP disebut sebagai S2. Subjek siswa *field dependent* berinisial IFA disebut sebagai S3 dan siswa berinisial NJN disebut sebagai S4. Berikut disajikan Tabel 3.1. berupa daftar siswa yang telah mengikuti tes GEFT.

Tabel 3. 1. Daftar Siswa yang Mengikuti Tes GEFT

No.	Nama Inisial	Skor Sesi Pertama	Skor Sesi Kedua	Skor Sesi Ketiga	Jumlah Skor	Gaya Kognitif
1.	BAP	7	8	9	17	FI
2.	JSP	7	8	9	17	FI
3.	MZN	7	8	8	16	FI
4.	NGAA	7	8	7	15	FI

5.	BNAF	7	6	7	13	FI
6.	CNA	7	4	7	11	FI
7.	HMS	7	4	7	11	FI
8.	AHP	7	5	5	10	FI
9.	SAW	7	7	3	10	FI
10.	QT	7	4	6	10	FI
11.	OZ	7	6	4	10	FI
12.	NIH	7	3	7	10	FI
13.	ARA	7	5	4	9	FD
14.	IFA	5	5	4	9	FD
15.	ASNT	7	4	5	9	FD
16.	NJN	6	4	2	6	FD

Berdasarkan hasil perolehan tes GEFT tersebut, adapun yang menjadi subjek penelitian berdasarkan hasil tes GEFT ini disajikan dalam Tabel. 3.2 Daftar Subjek Penelitian.

Tabel 3. 2. Daftar Subjek Penelitian

No.	Inisial	Gaya Kognitif	Skor	Kode
1.	JSP	FI	17	S1
2.	BAP	FI	17	S2
3.	IFA	FD	9	S3
4.	NJN	FD	6	S4

E. Data dan Sumber Data

Sumber data dalam penelitian ini adalah empat orang siswa, dua orang siswa dengan gaya kognitif *field dependent* dan dua orang siswa dengan gaya kognitif *field independent*. Data yang diperoleh pada penelitian ini berupa lisan dan tulisan atau disebut dengan data verbal. Berikut adalah data yang diperoleh dalam penelitian ini:

1. Lembar jawaban siswa merupakan hasil penyelesaian siswa pada soal pembuktian matematika
2. Transkrip hasil wawancara

F. Instrumen Penelitian

Pada penelitian ini menggunakan dua jenis instrumen penelitian, yaitu instrumen utama dan instrumen pendukung.

a. Instrumen Utama

Instrumen utama pada penelitian ini adalah peneliti sendiri. Dalam proses penelitian, peneliti berada secara langsung di lapangan. Peneliti berperan sebagai perancang penelitian, pengumpul data, penganalisis data, penginterpretasi data dan penyaji hasil penelitian sesuai data yang diperoleh di lapangan. Peneliti memiliki peran yang besar dalam keberhasilan penelitian.

b. Instrumen Pendukung

Instrumen pendukung pada penelitian ini terdiri dari 3 jenis instrumen, sebagai berikut:

a. Soal Tes *Group Embedded Figures Test* (GEFT)

GEFT (*Group Embedded Figures Test*) merupakan tes standar digunakan untuk memperoleh data *psychometric* terkait perbedaan pada karakteristik seseorang melalui ukuran perkembangan intelektual. Tes GEFT menyajikan soal menggunakan bentuk pola gambar, dimulai dari yang sederhana hingga rumit. GEFT adalah tes kemampuan untuk menemukan pola gambar sederhana yang tersembunyi di dalam pola gambar yang rumit. Instrumen tes standar GEFT terdiri dari 25 item pola gambar yang terbagi dalam tiga bagian. Dalam pelaksanaan tes, tiga bagian tersebut dikerjakan dalam tiga sesi. Sesi pertama, terdapat 7 pola gambar yang dikerjakan selama dua menit. Sesi kedua, terdapat 9 pola gambar bagian kedua yang dikerjakan selama lima menit. Sesi ketiga,

terdapat 9 pola gambar bagian ketiga dikerjakan selama lima menit. Skor benar GEFT bernilai 1 dan salah bernilai 0.

Pengklasifikasian gaya kognitif bergantung pada skor tes GEFT. Siswa dengan skor 0-9 termasuk dalam gaya kognitif *field dependent* sedangkan siswa dengan skor 10-18 termasuk dalam gaya kognitif *field independent*. Pengambilan skor ini, diperoleh dari tes sesi kedua dan ketiga yang masing-masing terdiri dari sembilan soal. Sedangkan pada tes pertama digunakan sebagai bentuk latihan atau pengenalan pola pelaksanaan tes ini.

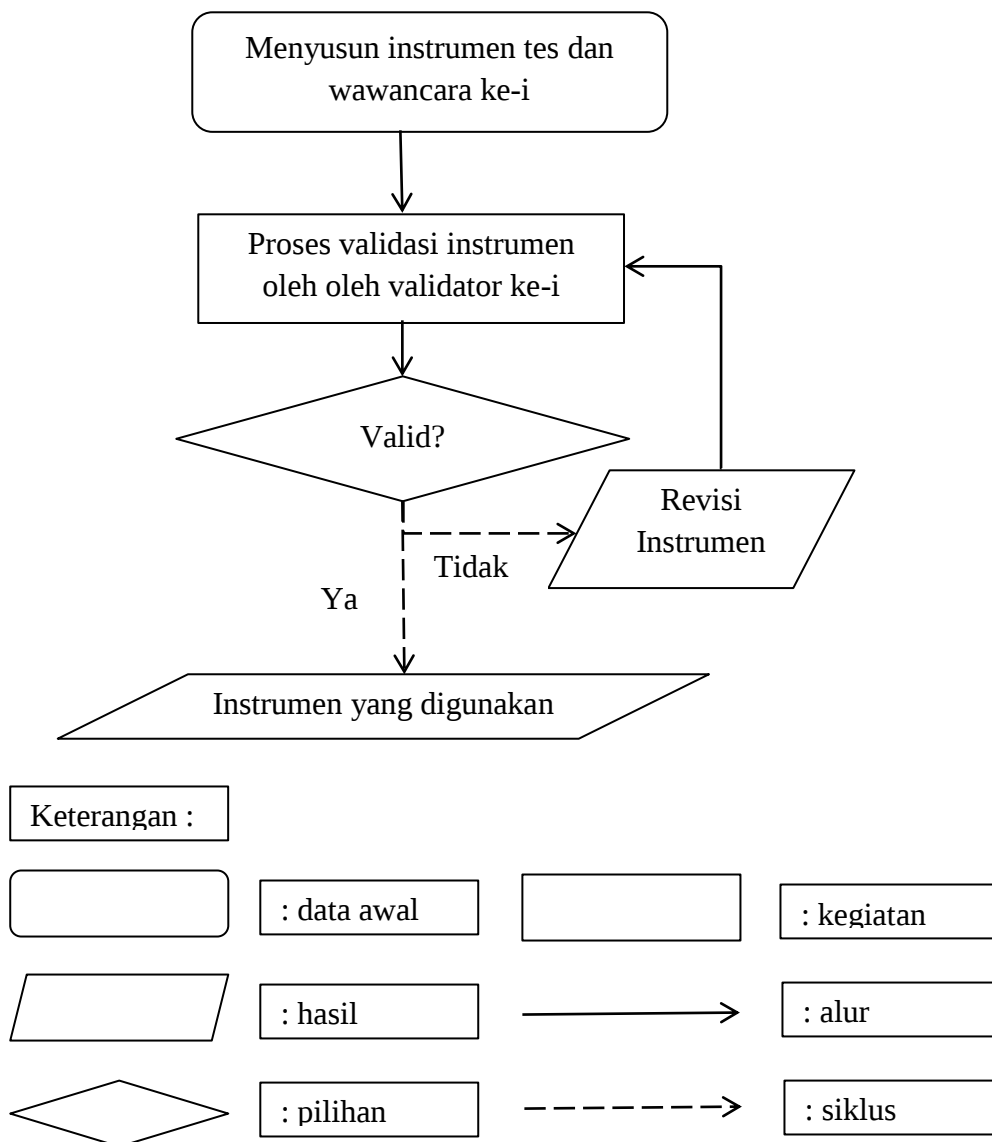
b. Soal Tes Tulis

Lembar soal tes tulis terdiri dari satu butir soal pembuktian matematika yang ditujukan kepada empat subjek terpilih untuk mengetahui penalaran deduktif siswa. Pada lembar tes soal, diberikan petunjuk agar siswa melakukan langkah pembuktian secara lengkap dan tepat agar peneliti memperoleh informasi terkait ide, proses bernalar siswa dalam menyelesaikan persoalan pembuktian matematika.

c. Pedoman Wawancara

Pedoman wawancara merupakan petunjuk yang digunakan peneliti untuk melakukan wawancara ketika siswa telah selesai mengerjakan lembar soal. Wawancara ini dilakukan agar peneliti mendengarkan penjelasan lisan dari siswa dan mendapatkan yang valid. Wawancara yang dilakukan adalah wawancara semi-terstruktur, sebagai arahan pertanyaan dan agar tidak keluar dari topik yang dibahas.

Validator dari instrumen ini adalah dosen dari Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim. Adapun alur validasi dari instrumen tes dan wawancara ini adalah sebagai berikut:

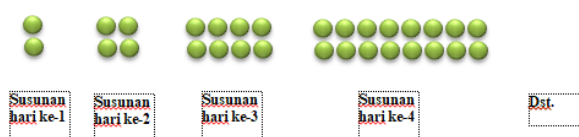


Gambar 3. 2. Proses Validasi Instrumen

Pada bab ini, peneliti mendeskripsikan proses perolehan instrumen penelitian berupa tes penalaran telah divalidasi oleh validator yang ahli dalam bidang matematika, tes ini sudah dikonsultasikan sebelum dilakukan validasi.

Tes penalaran ini pada awalnya berupa:

1. Dinda merupakan seorang karyawan di salah satu perusahaan bola ping pong. Karena jumlah pesanan bola ping pong meningkat setiap hari, maka produksi bola ping pong juga mengalami peningkatan setiap hari. Bola ping yang baru saja diproduksi ditata rapi oleh Dinda dengan posisi sebagai berikut:



Dari cara penyusunan bola ping pong tersebut:

- a. Tuliskan bentuk umum susunan bola ping pong tersebut, serta bentuk umum dari jumlah semua bola ping pong pada susunan hari ke- n !
- b. Buatlah bentuk umum tersebut menjadi pernyataan terkait induksi matematika kemudian buktikan bahwa pernyataan yang Anda buat tersebut, berlaku benar untuk setiap n adalah bilangan asli!
- c. Tuliskan kesimpulan dari penyelesaian yang Anda lakukan!

Activ

Gambar 3. 3. Instrumen Penelitian Awal

Berdasarkan validasi yang dilakukan kepada validator, adapun saran-saran yang diperoleh adalah 1) hubungan antara soal cerita dengan gambar yang disajikan tidak nyambung, 2) soal terlalu sulit untuk siswa tingkat menengah ke atas, 3) soal tidak perlu bertele-tele, gunakan petunjuk dengan perintah mencari nilai U_n, S_n kemudian pembuktian secara runtut. 4) hapus poin c, 5) berikan petunjuk bentuk umum yang diketahui pada soal. Berdasarkan saran yang diperoleh ini, peneliti kemudian melakukan revisi soal menjadi seperti berikut:

Dinda gemar menabung. Ia menabung setiap hari pada sebuah celengan. Semua uang yang dimasukkan Dinda ke dalam celengan berupa uang koin senilai Rp1.000,00-an. Pada hari pertama, Dinda memasukkan uang ke dalam celengan se banyak 2 koin, pada hari kedua sebanyak 4 koin, hari ketiga sebanyak 6 koin, dan begitu seterusnya hingga membentuk suatu pola. Berikut ilustrasi banyaknya uang koin yang dimasukkan Dinda ke dalam celengan.



- Carilah banyaknya uang koin yang ditabungkan Dinda pada hari ke- n (U_n)!
- Carilah banyaknya uang koin dari hari pertama sampai hari ke- n (S_n)!
- Buktikan menggunakan induksi matematika bahwa pernyataan $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = S_n$ berlaku benar untuk setiap n bilangan asli!

Gambar 3. 4. Revisi Instrumen Penelitian Oleh Validator ke-1

Soal yang telah divalidasi tersebut kemudian dilanjutkan kepada validator kedua yang juga ahli dalam bidang matematika. Dalam validasi soal ini, ada beberapa saran yang diberikan diantaranya 1) soal yang diberikan cukup berbentuk soal pembuktian, tanpa disertai cerita, 2) poin a dan b dihapus, agar lebih terfokus pada pembuktian matematika, 3) menghapus kata pembuktian menggunakan induksi matematika 4) peneliti diperbolehkan menggunakan soal sebelumnya dengan syarat menambahkan indikator penalaran aljabar karena terdapat dua fokus penelitian, yaitu fokus pada aljabar dan pembuktian. Berdasarkan saran yang diperoleh dari validator, peneliti kemudian merevisi bentuk soal yang selanjutnya akan digunakan sebagai instrumen tes penelitian, adapun bentuk soal ini sebagai berikut:

Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.

Gambar 3. 5. Revisi Instrumen Penelitian oleh Validator ke-2

Adapun yang divalidasi pada instrumen tes ini adalah materi, kesesuaian konten atau isi dan bahasa yang digunakan dalam soal. Selain menggunakan instrument tes, instrument pendukung lainnya yang digunakan adalah transkrip wawancara yang bertujuan untuk mengungkap penalaran siswa dalam menyelesaikan tes tersebut. Pedoman wawancara ini dibuat berdasarkan indikator penelitian, yaitu untuk mengetahui penyusunan bukti terhadap kebenaran solusi, memeriksa keshahihan argumen, dan menarik kesimpulan berdasarkan pernyataan matematika. Wawancara dilakukan kepada subjek setelah menyelesaikan soal tes penalaran.

G. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang dilakukan pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Tes Tulis

Lembar tes tulis pembuktian matematika diberikan kepada empat subjek siswa yang terpilih sesuai hasil angket gaya kognitif. Siswa diberikan lembar soal pada materi pembuktian matematika. Proses pengerjakan soal dilakukan secara individu agar mendapatkan data sesuai dengan proses berpikir masing-masing siswa.

2. Wawancara

Wawancara yang dilakukan merupakan wawancara semi-terstruktur. Pada prosesnya, peneliti akan melakukan wawancara sesuai pedoman wawancara dan mengembangkan pertanyaan sesuai jawaban dari subjek penelitian. Wawancara yang dilakukan terkait penalaran pembuktian siswa dari hasil penyelesaian lembar soal yang diberikan. Percakapan yang terjadi selama wawancara dengan siswa akan direkam oleh peneliti.

H. Pengecekan Keabsahan Data

Pengecekan keabsahan data merupakan upaya yang dilakukan untuk memastikan bahwa data yang dikumpulkan menghasilkan data yang valid. Upaya yang dapat dilakukan dalam memastikan data penelitian telah valid diantaranya dengan triangulasi. Triangulasi merupakan teknik memperoleh data yang valid melalui strategi metode ganda. Triangulasi dibagi menjadi 5 macam, yaitu triangulasi sumber, triangulasi waktu, triangulasi teori, triangulasi peneliti, dan triangulasi metode (Bachri, 2010). Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan triangulasi metode, yaitu tes tulis dan wawancara.

I. Analisis Data

Pada tahap ini, data yang diperoleh melalui pengumpulan data diberikan pengkodean untuk memudahkan proses analisis. Pengkodean digunakan pada data yang diperoleh dari hasil penelitian. Data hasil penelitian ini berupa hasil jawaban siswa dan transkrip wawancara terhadap subjek penelitian. Pengkodean yang digunakan terdiri atas huruf dan angka. Berikut adalah deskripsi kode yang digunakan peneliti dalam penyajian data hasil penelitian:

1. Kode digit pertama menyatakan sumber data penelitian. Kode “P” untuk pertanyaan peneliti, kode “J” untuk jawaban wawancara subjek dan kode “T” untuk jawaban tes penalaran subjek.
2. Kode digit kedua dan ketiga menyatakan urutan subjek penelitian. Kode “Pi” untuk indikator penalaran ke- i , dan kode “Si” untuk subjek penelitian ke- i , dengan i menyatakan urutan dalam bentuk angka. $i=1,2,3,4,..dst.$

3. Kode digit keempat dan kelima menyatakan urutan pertanyaan, jawaban tes dan wawancara dalam bentuk angka.

Contoh penggunaan kode pertanyaan penelitian tersebut adalah PP1-01 yang menyatakan pertanyaan peneliti untuk indikator pertama urutan ke-1. Sedangkan contoh penggunaan jawaban subjek penelitian adalah JS1-01 menyatakan jawaban wawancara subjek pertama urutan ke-1.

Data yang dikumpulkan pada penelitian ini dianalisis menggunakan tahapan menurut (Miles & Huberman, 1992) yaitu dengan membandingkan data yang diperoleh, apakah data tersebut sesuai atau tidak. Data dikatakan valid apabila data tersebut sama atau sesuai. Berikut tahap analisis data:

1. Reduksi Data

Pada penelitian ini, data yang diperoleh berupa lembar tes soal dan rekaman wawancara bersama subjek penelitian. Sebelum mereduksi data, peneliti melakukan telaah terhadap data yang diperoleh agar sesuai dengan rumusan masalah. Rekaman wawancara diubah dalam transkrip wawancara.

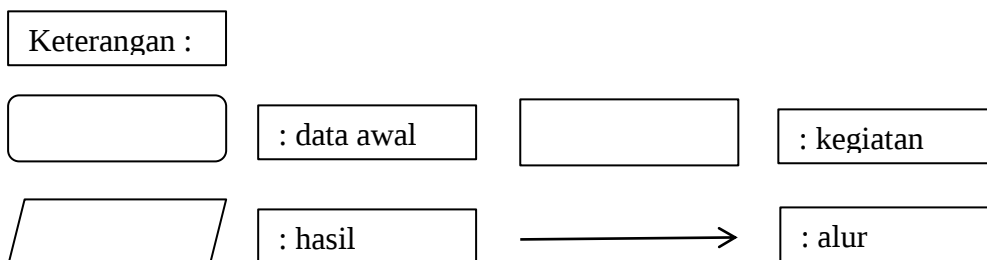
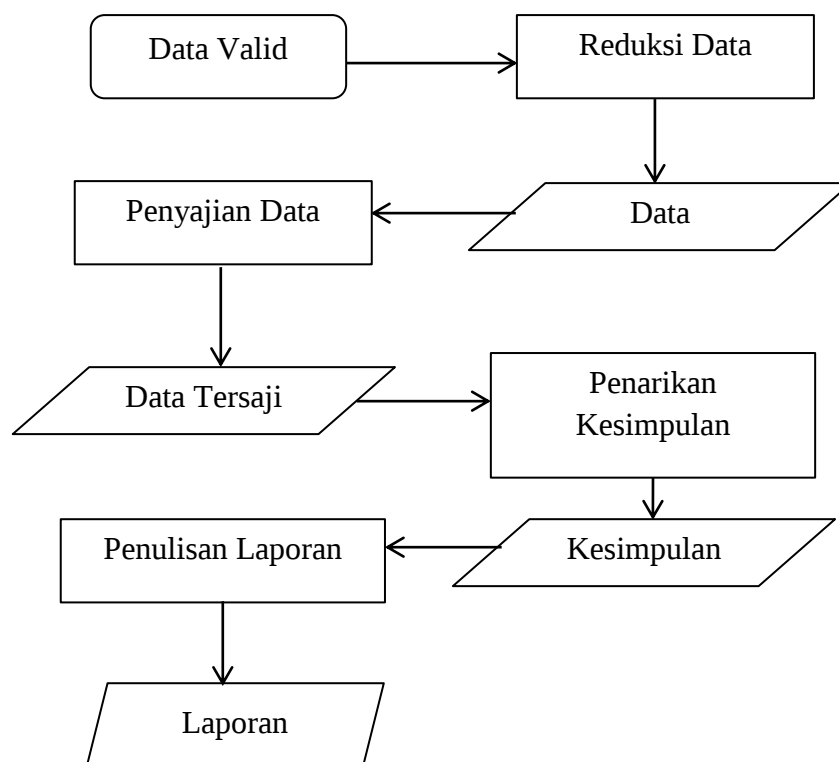
2. Penyajian Data

Tahap penyajian data dilakukan setelah peneliti melakukan reduksi data. Data yang digunakan disajikan dalam bentuk uraian singkat, tabel, maupun bagan. Penyajian data ini dilakukan agar penggabungan data tersusun dan terorganisasi dengan baik dan memudahkan dalam memahami data.

3. Penarikan Kesimpulan

Pada proses penarikan kesimpulan, peneliti menuliskan kesimpulan berdasarkan data-data yang diperoleh dan telah tervalidasi. Pada kesimpulan, berisi analisis ringkasan hasil data dari tes tulis dan wawancara untuk menjawab rumusan masalah penelitian mengenai penalaran pembuktian

matematika siswa. Adapun alur analisis data pada penelitian ini disajikan dalam bentuk diagram berikut:



Gambar 3. 6. Proses Analisis Data

J. Prosedur Penelitian

Dalam penelitian, tahapan-tahapan penelitian bertujuan memberikan arahan dan alur selama penelitian berlangsung agar penelitian lebih tersusun dan memuaskan. Adapun prosedur pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Tahap Persiapan

Pada tahap persiapan, peneliti melakukan observasi awal guna mengetahui informasi dan kondisi yang ada di lokasi penelitian sebagai bahan penelitian. Melalui observasi awal ini, peneliti dapat menentukan tujuan penelitian dan merumuskan masalah. Peneliti juga meminta persetujuan kepada pihak MAN 2 Kota Malang untuk dijadikan lokasi penelitian. Selanjutnya, peneliti menyusun proposal penelitian, menyiapkan angket GEFT serta menyusun instrumen penelitian berupa lembar tes tulis dan pedoman wawancara. Instrumen yang telah disusun kemudian divalidasi oleh validator.

2. Tahap Pelaksanaan Penelitian

Pada tahap penelitian, peneliti akan menentukan subjek penelitian pada siswa kelas Olimpiade di MAN 2 Kota Malang. Setelah itu, peneliti menyebarkan angket GEFT untuk mengelompokkan siswa berdasarkan gaya kognitif masing-masing. Setelah subjek penelitian ditentukan, peneliti akan melakukan tes tulis pembuktian matematika untuk menganalisis proses bernalar masing-masing siswa. Kemudian peneliti akan melakukan wawancara sesuai pedoman wawancara kepada siswa untuk melakukan konfirmasi lebih lanjut terkait proses bernalar siswa dan melakukan peninjauan kembali hasil jawaban tes tulis siswa. Data yang terkumpul berupa lembar jawaban tes tulis dan data rekaman wawancara yang dijadikan dalam bentuk verbal untuk dianalisis oleh

peneliti agar selanjutnya menentukan hasil dan kesimpulan dari data yang terkumpul.

3. Tahap Pelaporan

Pada tahap pelaporan, peneliti akan menuliskan laporan hasil penelitian dalam bentuk Tugas Akhir mengenai penalaran deduktif siswa olimpiade dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika siswa kelas XI berdasarkan gaya kognitif.

BAB IV

PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN

A. Paparan, Validasi dan Analisis Data Subjek dengan Gaya Kognitif *Field Independent*

1. Paparan, Validasi dan Analisis Data Subjek Pertama dengan Gaya Kognitif *Field Independent* (S1)

a. Paparan, Validasi dan Analisis Data S1 dalam Indikator Pertama: Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Pada bagian ini, peneliti menunjukkan paparan dari lembar jawaban siswa dalam menyelesaikan soal sesuai dengan indikator pertama dan paparan transkrip hasil wawancara antara subjek S1 dengan peneliti dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi. Subjek S1 merupakan siswa olimpiade di bidang matematika dan astronomi, dalam mengerjakan soal, siswa S1 membaca soal dengan seksama dan mengumpulkan jawaban paling cepat. Adapun lembar jawaban subjek S1 tersebut disajikan dalam Gambar 4.1.

$n \text{ genap} \rightarrow 2n$ → TS1-01
 $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$ → TS1-02
 $S_n = \frac{1}{2} n (a + U_n)$ → TS1-03
 $n(n+1) = \frac{1}{2} n (2 + 2n)$
 $= n(1+n)$
 $n(n+1) = n(1+n)$ → TS1-04
 * pembuktian
 $S_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2(n-3) + 2(n-2) + 2(n-1) + 2n$
 $S_n = (2n+2) + (2n-2+4) + (2n-4+6) + \dots$ → TS1-05
 $S_n = \frac{1}{2} n (2n+2)$ → TS1-06
 $= \frac{1}{2} n \cdot 2(n+1)$
 $= n(n+1) \text{ terbukti}$

Gambar 4. 1. Jawaban S1 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

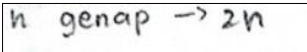
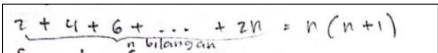
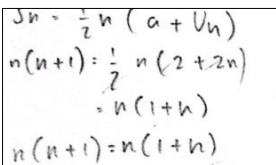
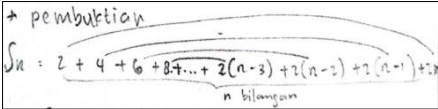
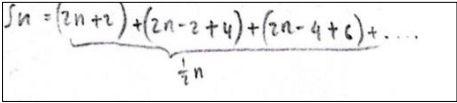
Hasil jawaban tes subjek S1 pada indikator pertama tersebut kemudian diperjelas dengan wawancara untuk mengungkap proses bernalar siswa dalam menyusun langkah pembuktian. Berikut adalah cuplikan wawancara yang dilakukan kepada subjek S1.

- PP1-01 : Boleh baca dulu soalnya?
 JS1-01 : Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n+1)$.
 PP1-02 : Dari sini kira-kira soal apa? Pembuktian kan?
 JS1-02 : Iya
 PP1-03 : Nah, kalau melihat jawaban ini, jenis pembuktian yang digunakan apa dek?
 JS1-03 : Saya pakai pembuktian rumus
 PP1-04 : Kenapa menggunakan pembuktian rumus dek?
 JS1-04 : Soalnya kan udah pernah diajari, ada pelajarannya, pokoknya buat menambahkan yang n bilangan bulat positif sudah pernah diajarkan rumusnya seperti apa. Daripada ribet saya pakai pembuktian rumus saja.
 PP1-05 : Bagaimana dek menyusun bukti-bukti bahwa pernyataan yang n bilangan bulat positif sama dengan $n(n+1)$?
 JS1-05 : Kan bilangan genap, bulat positif, bilangan itu $2n$ soalnya kalau genap berarti kelipatan 2, jadinya pasti habis dibagi 2.
 PP1-06 : Jadi, bilangan genap positif rumusnya apa?
 JS1-06 : $2n$.
 Terus karena beberapa bilangan bulat positif pertama, itu diawali 2. Jadi, $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ dibuktikan sama dengan $n(n+1)$.
 PP1-07 : Itu apanya dek?

- JS1-07 : Yang dibuktikan.
- Nah untuk penjumlahan itu saya menggunakan rumus S_n . S_n itu setengah n dikali bilangan awal yang ditambah bilangan akhir. Bilangan awalnya 2 dan (ditambah) bilangan akhirnya $2n$ saya kalikan dengan $\frac{1}{2}n$, jadinya $n(1 + n)$ dan hasilnya sama dengan $n(n + 1)$. Jadi S_n nya benar.*
- PP1-08 : Oh iya, ini nilai S_n nya sudah sama ya
- JS1-08 : Iya. Setelah itu, inikan $S_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2(n - 2) + 2(n - 1) + 2n$
- PP1-09 : $2(n - 2)$, $2(n - 1)$, $2n$ itu dapat dari mana dek?
- JS1-09 : Kan bilangan genap suku ke- n itu $2n$, terus kalau suku terakhir kedua (suku ke- $n - 1$) itu $2(n - 1)$, dan seterusnya.
- Terus tadi suku pertama ditambah suku terakhir itu sama dengan $2n + 2$. Suku kedua ditambah suku terakhir kedua jadinya $2(n - 1) + 4$ sama dengan $2n - 2 + 4 = 2n + 2$ juga, terus $2(n - 2) + 6$ jadinya $2n - 4 + 6$ hasilnya $2n + 2$ dan seterusnya hasilnya pasti $2n + 2$.*
- PP1-10 : Kok bisa jadi $S_n = \frac{1}{2}n(2n + 2)$ itu bagaimana dek?
- JS1-10 : Nah, jadikan tadi jumlah sukunya n . Terus dipasangkan-pasangkan. Suku pertama ditambah suku terakhir, suku kedua ditambah suku terakhir kedua, dan seterusnya. Jadi sukunya kayak dilipat gitu kan, jadinya kan sukunya $\frac{1}{2}n$ terus dikalikan sama rumus ini $2n + 2$.
- PP1-11 : Oh ini dari hasil operasi yang penjumlahan suku tadi ya?
- JS1-11 : Iya, hasilnya nanti sama. Terus 2 nya dikeluarkan jadinya $\frac{1}{2}n 2(n + 1)$. $\frac{1}{2}$ nya dicoret sama 2 jadinya $n(n + 1)$. Terbukti

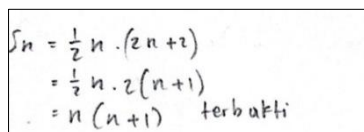
Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.1 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S1.

Tabel 4. 1. Validasi dan Analisis Data S1 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Hasil Jawaban Subjek S1	Hasil Wawancara Subjek S1
TS1-01 	JS1-03 Saya pakai pembuktian rumus JS1-05 Kan n genap, n bilangan bulat positif, n itu $2n$ soalnya kalau genap berarti kelipatan 2, jadinya pasti habis dibagi 2. JS1-06 $2n$
TS1-02 	JS1-06 Terus karena beberapa bilangan bulat positif pertama, itu diawali 2. Jadi, $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ dibuktikan sama dengan $n(n+1)$. Yang dibuktikan.
TS1-03 	JS1-07 Nah untuk penjumlahan itu saya menggunakan rumus S_n . S_n itu setengah n dikali bilangan awal yang ditambah bilangan akhir. Bilangan awalnya 2 dan (ditambah) bilangan akhirnya $2n$ saya kalikan dengan $\frac{1}{2}n$, jadinya $n(1+n)$ dan hasilnya sama dengan $n(n+1)$. Jadi S_n nya benar.
TS1-04 	JS1-08 Setelah itu, inikan $S_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2(n-2) + 2(n-1) + 2n$ JS1-09 Kan bilangan genap suku ke- n itu $2n$, terus kalau suku terakhir kedua (suku ke- $n-1$) itu $2(n-1)$, dan seterusnya. Terus tadi suku pertama ditambah suku terakhir itu sama dengan $2n+2$. Suku kedua ditambah suku terakhir kedua jadinya $2(n-1)+4$ sama dengan $2n-2+4=2n+2$ juga, terus $2(n-2)+6$ jadinya $2n-4+6$ hasilnya $2n+2$ dan seterusnya hasilnya pasti $2n+2$.
TS1-05 	JS1-10 Nah, jadikan tadi jumlah sukunya n . Terus dipasangkan-pasangkan. Suku pertama ditambah suku terakhir, suku kedua ditambah suku terakhir kedua, dan seterusnya. Jadi sukunya kayak dilipat gitu kan, jadinya kan sukunya $\frac{1}{2}n$ terus dikalikan

sama rumus ini $2n + 2$.

TS1-06



$$\begin{aligned} \sum n &= \frac{1}{2} n \cdot (2n + 2) \\ &= \frac{1}{2} n \cdot 2(n + 1) \\ &= n(n + 1) \quad \text{terbukti} \end{aligned}$$

JS1,11

Iya, hasilnya nanti sama. Terus 2 nya dikeluarkan jadinya $\frac{1}{2}n \cdot 2(n + 1)$. $\frac{1}{2}$ nya dicoret sama 2 jadinya $n(n + 1)$. Terbukti

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip wawancara subjek S1, kedua data tersebut memiliki kemiripan. Subjek S1 menjelaskan perolehan langkah-langkah penyusunan bukti tersebut yang tertulis dalam lembar jawaban soal. Data hasil jawaban siswa sesuai dengan apa yang diperoleh dari hasil wawancara subjek S1. Oleh karena itu, data subjek S1 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi **valid**. Kemudian, data yang telah dipaparkan diatas, kemudian dianalisis langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan. Berikut dijelaskan secara detail proses subjek S1 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi melalui Tabel 4.1 yang disajikan.

Berdasarkan data yang diperoleh, subjek S1 dalam menyatakan untuk menyusun pembuktian menggunakan bukti rumus yang telah dipelajari (lihat JS1-3 dan JS1-04). Kemudian subjek S1 melakukan perhitungan rumus yang diperlukan dalam pembuktian. Subjek S1 menyatakan bahwa jika n bilangan genap maka rumus dari bilangan tersebut adalah $2n$ (lihat TS1-01 dan JS1-06). Hal ini dikarenakan, bilangan genap merupakan bilangan yang habis dibagi 2, sehingga rumus bilangan genap adalah $2n$ (lihat JS1-06). Berdasarkan hal tersebut, subjek S1 menyatakan rumus barisan bilangan bulat genap dengan tepat.

Subjek S1 kemudian mengasumsikan bentuk pernyataan matematis jumlah barisan bilangan bulat genap positif pertama yaitu $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$ (lihat TS1-02 dan JS1-06). Bentuk pernyataan matematis subjek S1 tersebut merupakan bentuk umum dari induksi matematika. Subjek menyatakan dalam pernyataan tersebut diawali oleh bilangan 2, dikarenakan 2 merupakan bilangan bulat genap pertama dan merupakan bilangan positif. Berdasarkan hal tersebut, *subjek S1 membuat pernyataan umum dengan tepat.*

Kemudian, subjek S1 mengecek kebenaran dari S_n menggunakan rumus deret aritmatika $S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$ (lihat TS1-03 dan JS1-07), dan mensubstitusikan nilai $a = 2$ dan $U_n = 2n$ dari perhitungan yang telah dilakukan sebelumnya, sehingga menjadi $S_n = \frac{1}{2}n(2 + 2n)$. Kemudian, subjek S1 mengalikan $2 + 2n$ dengan $\frac{1}{2}$ sehingga menjadi $S_n = n(1 + n)$ (lihat JS1-08). Berdasarkan perhitungan tersebut, subjek S1 menunjukkan bahwa rumus S_n dalam soal tersebut benar. Berdasarkan hal tersebut, subjek S1 melakukan perhitungan rumus S_n dengan tepat.

Pada tahap selanjutnya, subjek S1 menyusun pembuktian dengan menuliskan ulang pernyataan induksi matematika sebelumnya dengan bentuk berbeda yaitu $S_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2(n - 3) + 2(n - 2) + 2(n - 1) + 2n$ (lihat TS1-04 dan JS1-08). Dalam hal ini, subjek S1 memisalkan jumlah bilangan dari 2 hingga $2n$ adalah sebanyak n bilangan. Subjek S1 mengasumsikan bahwa $2n$ merupakan bilangan bulat genap positif terakhir. Kemudian $2(n - 1)$ dinyatakan sebagai bilangan bilangan sebelum $2n$ dan $2(n - 2)$ merupakan bilangan sebelum $2(n - 1)$ begitu seterusnya (lihat JS1-

09). Kemudian subjek S1 menjumlahkan bilangan pertama 2 dengan bilangan terakhir $2n$, bilangan kedua 4 dengan bilangan sebelum $2n$ yaitu $2(n - 1)$ dan seterusnya (lihat JS1-09). Berdasarkan hal tersebut subjek S1 mengasumsikan pernyataan matematika dengan tepat.

Setelah itu, subjek S1 menuliskan bentuk baru dari penjumlahan bilangan pertama dan terakhir dan seterusnya menjadi $S_n = (2n + 2) + (2n - 2 + 4) + (2n - 4 + 6) + \dots$ (lihat TS1-05). Hasil operasi bilangan $2n - 2 + 4$ adalah $2n + 2$ dan operasi bilangan $2n - 4 + 6$ menghasilkan $2n + 2$ dan pola ini akan berulang seterusnya. Setelah itu, subjek menyatakan bahwa jumlah dari bilangan menjadi $\frac{1}{2}n$ (lihat JS1-10). Berdasarkan hal tersebut, subjek S1 mengoperasikan pernyataan umum dengan tepat.

Berdasarkan hasil operasi pola bilangan barisan bulat genap positif adalah $2n + 2$, kemudian diperoleh rumus dari S_n adalah $\frac{1}{2}n(2n + 2)$. Kemudian subjek S1 melakukan pemfaktoran sehingga sehingga diperoleh $\frac{1}{2}n \cdot 2(n + 1)$. Berdasarkan hal tersebut, subjek S1 membagi 2 dengan $\frac{1}{2}$, hingga mendapatkan nilai $S_n = n(n + 1)$ (lihat TS1-06 dan JS1-11). Dikarenakan nilai S_n dalam soal dan pembuktian tersebut sama, maka subjek S1 menyatakan bahwa pernyataan matematis tersebut terbukti dengan tepat. Berdasarkan hal tersebut, *subjek S1 menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat dan lengkap.*

b. Paparan, Validasi dan Analisa Data S1 dalam Indikator Kedua: Memeriksa Keshahihan Suatu Argumen

Berikut adalah paparan jawaban tes penalaran subjek S1 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen. Subjek SI₁ Adapun lembar jawaban tersebut disajikan oleh Gambar 4.2. sebagai berikut:

TS1-07

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$$

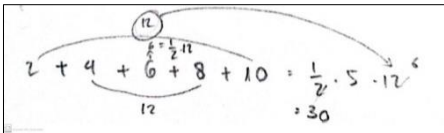
Gambar 4. 2. Jawaban S1 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

Hasil jawaban tes subjek S1 pada indikator kedua tersebut kemudian diperjelas dengan wawancara untuk mengungkap proses bernalar siswa dalam memeriksa kebenaran suatu argumen. Berikut adalah cuplikan wawancara yang dilakukan kepada subjek S1.

- PP2-12 : Dek, ini saman sudah yakin sama pembuktian dan langkah-langkahnya?
- JS1-12 : Hm kalau pembuktiannya terbukti, sudah yakin, kalau langkah-langkahnya, hmm
- PP2-13 : Coba dek di periksa sekali lagi
- JS1-13 : InsyaAllah sudah
- PP2-14 : Kalau cara memeriksa kebenaraannya bagaimana dek? Boleh ga dek, dituliskan? Mungkin mau coba yang tadi $2n = 10$.
- JS1-14 : Kita misalkan kalau $2n$ -nya 10. Misalnya $2 + 4 + 6 + 8 + 10$ sama dengan $\frac{1}{2}$ kali 5 (diperoleh dari $n = 5$) dikali bilangan pertama ditambah bilangan terakhir jadinya 12 (diperoleh dari 2 ditambah 10). Bilangan pertama dan terakhir ditambahkan sama dengan 12. Terus bilangan kedua ditambah bilangan terakhir kedua juga 12 (diperoleh dari $4 + 8$). Nah ini yang ditengah ini $\frac{1}{2}$ dari penjumlahan bilangan pertama dan terakhir, hasilnya 6. Terus karena ada 5 bilangan, $n = 5$. Jadi, (untuk yang di ruas kanan hasilnya) $\frac{1}{2} \times 5 \times 12$. Untuk 12-nya diperoleh dari ini (menunjuk hasil bilangan pertama dan terakhir). Dan hasilnya sama dengan 30. Hasilnya seperti yang di pembuktian yang atasnya.

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.2 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S1.

Tabel 4. 2. Validasi dan Analisis Data S1 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

Hasil Jawaban Subjek S1	Hasil Wawancara Subjek S1
a. keyakinan dalam membuktikan -	JS1-12 <i>Hm kalau pembuktiannya terbukti, sudah yakin benar</i>
b. memeriksa kebenaran pembuktian TS1-07 	JS1-14 <i>Kita misalkan kalau 2n-nya 10. Misalnya $2 + 4 + 6 + 8 + 10$ sama dengan $\frac{1}{2}$ kali 5 (diperoleh dari $n = 5$) dikali bilangan pertama ditambah bilangan terakhir jadinya 12 (diperoleh dari 2 ditambah 10). Bilangan pertama dan terakhir ditambahkan sama dengan 12. Terus bilangan kedua ditambah bilangan terakhir kedua juga 12 (diperoleh dari $4 + 8$). Nah ini yang ditengah ini $\frac{1}{2}$ dari penjumlahan bilangan pertama dan terakhir, hasilnya 6. Terus karena ada 5 bilangan, $n = 5$. Jadi, (untuk yang di ruas kanan hasilnya) $\frac{1}{2} \times 5 \times 12$. Untuk 12-nya diperoleh dari ini (menunjuk hasil bilangan pertama dan terakhir). Dan hasilnya sama dengan 30. Hasilnya seperti yang di pembuktian yang atasnya.</i>

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam memeriksa keshahihan suatu argumen, keduanya sesuai sehingga data dapat dikatakan **valid**. Data subjek S1 kemudian di analisis detail proses dalam memeriksa keshahihan suatu argumen melalui

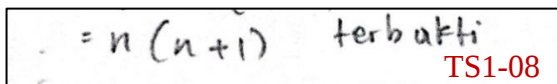
Tabel 4.2 yang disajikan dengan menyesuaikan data hasil tes wawancara subjek S1 berikut.

Subjek S1 merasa yakin telah melaksanakan pembuktian rumus, dengan benar (lihat JS1-12). Subjek S1 dalam memeriksa keshahihan dari pembuktian yang digunakan dengan memisalkan $n = 5$. Kemudian dijabarkan dengan bentuk umum induksi matematika (lihat TS1-07), setelah itu subjek S1 menjumlahkan bilangan pertama yaitu 2 dan bilangan terakhir yaitu 10 dan menghasilkan nilai 12. Kemudian subjek S1 menjumlahkan bilangan kedua yaitu 4 dengan bilangan terakhir kedua yaitu 8 dan menghasilkan nilai yang sama yaitu 12. Kemudian sisa angka ditengah yaitu 6, subjek menyatakan bahwa nilai tersebut hasilnya sama dengan perolehan setengah dari penjumlahan nilai pertama dan terakhir yaitu $\frac{1}{2} \cdot 12 = 6$. Sehingga jika nilai perolehan ketiganya dijumlahkan yaitu $12 + 12 + 6 = 30$ hasilnya akan sama dengan perolehan hasil deret aritmatika dengan rumus $S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$ berdasarkan rumus yang dibuktikan. Melalui substitusi nilai $n = 5$ dan $a + U_n = 2 + 10 = 12$ sehingga menjadi $S_n = \frac{1}{2} \cdot 5(12)$ dan keduanya memperoleh hasil yang sama yaitu 30. (lihat JS1-14). Sehingga *subjek S1 memeriksa keshahihan suatu argumen dengan lengkap dan benar.*

c. Paparan, Validasi dan Analisa Data S1 dalam Indikator Ketiga: Menarik

Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Berikut adalah paparan jawaban tes penalaran subjek S1 dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika yang disajikan dalam Gambar 4.3.



TS1-08

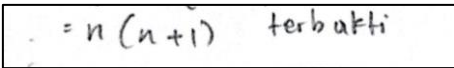
Gambar 4. 3. Jawaban S1 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Berikut adalah cuplikan wawancara yang dilakukan kepada subjek S1 setelah melaksanakan tes, terkait penarikan kesimpulan dari pernyataan matematika:

- PP1-15 : *Jadi, kesimpulan dari pembuktiannya apa dek?*
 JS1-15 : *Kesimpulannya bahwa jumlah n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$ terbukti benar.*

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.3 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S1.

Tabel 4. 3. Validasi dan Analisis Data S1 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Hasil Jawaban Subjek SI ₁	Hasil Wawancara Subjek SI ₁
TS1-08 	JS1-15 <i>Kesimpulannya bahwa jumlah n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$ terbukti benar.</i>

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika, keduanya sesuai sehingga data dapat dikatakan **valid**. Data subjek S1, kemudian di analisis detail proses dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika melalui Tabel 4.3 yang disajikan dengan menyesuaikan data hasil tes wawancara subjek S1 berikut.

Subjek S1 dalam menyimpulkan suatu pernyataan matematika yang diperoleh dari pembuktian dan pemeriksaan kebenaran suatu argumen, menyimpulkan bahwa pernyataan yang dibuat yang menunjukkan bahwa jumlah n bilangan bulat genap positif sama dengan $n(n + 1)$ terbukti (lihat TS1-08 dan JS1-15). Berdasarkan hal tersebut, *subjek S1 dapat menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dengan tepat.*

2. Paparan, Validasi dan Analisa Data Subjek Kedua dengan Gaya Kognitif *Field Independent* (S2)

a. Paparan, Validasi dan Analisa Data S2 dalam Indikator Pertama: Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Pada bagian ini, peneliti menunjukkan paparan dari lembar jawaban siswa dalam menyelesaikan soal dan paparan transkrip hasil wawancara antara subjek S2 dengan peneliti dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi. Subjek S2 merupakan siswa olimpiade di bidang matematika, dalam mengerjakan soal, siswa S2 membaca soal dan mengerjakan soal dengan serius serta menuliskan jawaban secara runtut. Adapun lembar jawaban tersebut disajikan oleh Gambar 4.4. berikut.

Diketahui barisan bil. bulat genap positif
 $2, 4, 6, \dots, 2n$ → TS1-01
 maka kita dapat rumus
 $U_n = 2n$ → TS1-02
 Selanjutnya, untuk menentukan S_n
 $S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$ → TS1-03
 $S_n = \frac{n}{2}(2 + 2n)$
 $= n(n+1)$ dengan $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n \dots$ ① → TS1-04

Pembuktian melalui induksi Matematika :

⇒ Substitusi $n=1$ pada ① → TS1-05
 maka
 $S_1 = U_1$ (Benar)
 $U_1 = 2$

⇒ Substitusi $n=k$ pada ① → TS1-06
 $S_k = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k$ → TS1-07
 $S_k = k(k+1)$

⇒ Substitusi $n=k+1$ pada ① → TS1-08
 $S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k + U_{k+1}$
 $S_{k+1} = S_k + U_{k+1}$ → TS1-09
 $(k+1)(k+2) = k(k+1) + 2(k+1)$
 $(k+1)(k+2) = (k+1)(k+2)$ (Benar)

Gambar 4. 4. Jawaban S2 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Hasil jawaban tes subjek S2 pada indikator pertama tersebut kemudian dibandingkan dengan hasil wawancara untuk mengungkap proses bernalar subjek S2 dalam menyusun langkah pembuktian. Berikut adalah cuplikan hasil wawancara yang dilakukan kepada subjek S2.

- PP1-01 : Boleh baca dulu soalnya dek?
 JS2-01 : Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n+1)$.
 PP1-02 : Perintahnya di suruh apa dek?
 JS2-02 : Membuktikan jumlah n bilangan bulat genap positif pertama
 PP1-03 : Membuktikan ya dek?
 JS2-03 : Iya
 PP1-04 : Kamu, ini menggunakan pembuktian jenis apa dek?
 JS2-04 : Saya menggunakan induksi matematika.
 PP1-05 : Kenapa menggunakan induksi matematika dek?
 JS2-05 : Karena soal ini lebih mudah menggunakan induksi matematika dan sudah pernah dipelajari di semester sebelumnya.
 PP1-06 : Lalu bagaimana pembuktiannya dek?
 JS2-06 : Kalau yang mau dibuktikan tadi jumlahnya ya, Berartikan kita harus cari S_n , nah sebelumnya harus mencari U_n dulu. Kemudian barisan bilangan bulatnya 2,4,6, ... sampai $2n$, sehingga diperoleh rumus $U_n = 2n$.

- PP1-07 : Kenapa barisannya bulatnya 2,4,6, dst gitu dek?
- JS2-07 : Karena itu barisan bilangan genap positif, yang disebutkan di soal tadi
- PP1-08 : Kenapa ada $2n$ dek?
- JS2'-08 : Jadi, $U_n = a + (n - 1)b$, a nya 2, b nya 2, karena $4 - 2 = 2$. Jadinya $U_n = 2 + 2n - 2$. Sehingga U_n nya ketemu $2n$. Jadi diperoleh dari pola bilangan aritmatika.
- PP1-09 : Oke
- JS2-09 : Setelah saya dapat U_n nya, saya cari S_n nya. Untuk S_n nya saya menggunakan yang rumus $\frac{n}{2}$ dikalikan suku pertama (U_1) ditambah suku terakhir (U_n). Jadinya $S_n = \frac{n}{2}(2 + 2n) = n(n + 1)$.
- PP1-10 : Dari sini berarti nilai S_n nya sama seperti yang di soal?
- JS2-10 : Sama, tapi yang belum terbukti secara induksi matematika. Lalu setelah ini saya akan membuktikan menggunakan induksi matematika.
Ini S_n nya saya buat menjadi persamaan baru menjadi $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$, ini saya sebut sebagai persamaan 1.
- Pp-11 : Kenapa seperti itu dek?
- JS2-11 : Kalau pakai angka bisa, nanti hasilnya sama, U_1 nya 2, U_2 nya 4 dst, saya lebih enak pakai yang rumus ini.
- PP1-12 : Oke, lanjutkan dulu dek?
- JS2-12 : Tadi itu untuk pembuktian induksi matematika, saya menggunakan 3 langkah. Pertama disubstitusikan untuk $n = 1$ ke dalam persamaan 1. Itu jadinya $S_1 = U_1$, nah ini benar.
- PP1-13 : Mengapa ini benar dek?
- JS2-13 : Karena ini merupakan sifat dari barisan aritmatikanya juga.
- PP1-14 : Lalu apa yang di coret ini dek, kok di coret dek?
- JS2-14 : Itu saya masukkan U_1 ke rumus deret yang saya cari ini (nunjuk pekerjaan mencari S_n), nah hasilnya sama. Tapi pakai yang atas saja, soalnya saya tadi kan persamaannya itu, biar sesuai.
- PP1-15 : Baik, langkah selanjutnya?
- JS2-15 : Langkah kedua saya substitusikan $n = k$ pada persamaan 1. Nah, jadi $S_k = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k$, harusnya kalau saya jabarkan menjadi $2 + 4 + 6 + \dots + 2k$. Cuma punya saya yang ini nanti kalau disubstitusikan hasilnya juga sama saja yaitu $k(k + 1) = k(k + 1)$.
- PP1-16 : Jadi, maksudnya itu $2 + 4 + 6 + \dots + 2k$ itu hasilnya sama dengan $k(k + 1)$. Lalu ini ruas kanan $k(k + 1)$ nya diperoleh darimana?
- JS2-16 : Ini S_k nya saya jabarkan dari $S_n = n(n + 1)$. Sama seperti sebelah kiri yang saya jabarkan jadi n nya jadi k .
- PP1-17 : Oke dek, setelah dijabarkan $n = k$ selanjutnya diapakan?
- JS2-17 : Nah untuk langkah yang ketiga ini masukkan $n = k + 1$ ke dalam persamaan 1. Jadinya itu, $S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k + U_{k+1}$.

Selanjutnya, untuk yang U_1 sampai dengan U_k ini kan kalau dijabarkan S_k , untuk U_{k+1} ini saya tulis tetap. Kemudian

untuk ruas sebelah kiri yaitu S_{k+1} ini langsung saya masukkan ke persamaan awal S_n (yaitu $n(n+1)$) kemudian dimasukkan nilai $n = k+1$ nya menjadi $(k+1)(k+2)$. Untuk ruas sebelah kanan S_k nya saya tulis menjadi $k(k+1)$ dan ditambah untuk U_{k+1} jadi $2(k+1)$, diperoleh dari sini.

PP1-18 : Diperoleh dari $2n$ dengan $n = k+1$?

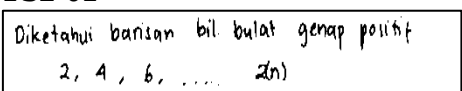
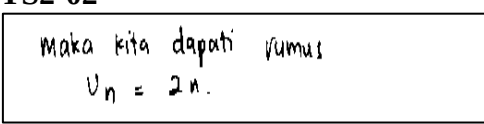
JS2-18 : Iya. Nah, selanjutnya untuk ruas kanan, menggunakan sifat distributif saya keluarkan $k+1$ nya sehingga menjadi $(k+1)(k+2)$.

PP1-19 : Berarti pembuktian dari kanan ke kiri ini terbukti?

JS2-19 : Iya.

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.4 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S2.

Tabel 4. 4. Validasi dan Analisis Data S2 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Hasil Jawaban Subjek S2	Hasil Wawancara Subjek S2
TS2-01 	JS2-06 <i>Kalau yang mau dibuktikan tadi jumlahnya ya, Berartikan kita harus cari S_n, nah sebelumnya harus mencari U_n dulu. Kemudian barisan bilangan bulatnya 2,4,6, ... sampai $2n$,</i> JS2-07 <i>Karena itu barisan bilangan genap positif, yang disebutkan di soal tadi</i>
TS2-02 	JS2-06 <i>sehingga diperoleh rumus $U_n = 2n$.</i> JS2-08 <i>Jadi, $U_n = a + (n-1)b$, a nya 2, b nya 2, karena $4 - 2 = 2$. Jadinya $U_n = 2 + 2n - 2$. Sehingga U_n nya ketemu $2n$. Jadi diperoleh dari pola bilangan aritmatika.</i>
TS2-03	JS2-09 <i>Setelah saya dapat U_n nya, saya cari S_n nya. Untuk S_n nya saya menggunakan yang rumus $\frac{n}{2}$ dikalikan suku pertama (U_1) ditambah suku terakhir (U_n).</i>

Selanjutnya, untuk menentukan S_n

$$S_n = \frac{n}{2} (U_1 + U_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2 + 2n)$$

$$= n(n+1) \text{ dengan } \textcircled{1}$$

TS2-04

$$\text{dengan } S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n \dots \textcircled{1}$$

TS2-05

Pembuktian melalui Induksi Matematika :

•> Substitusi $n = 1$ pada $\textcircled{1}$

maka

$$S_1 = U_1 \text{ (Benar)}$$

$$U_1 = 1 + (1-1) = 1$$

TS2-06

•> Substitusi $n = k$ pada $\textcircled{1}$

$$S_k = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k \text{ (Benar)}$$

$$S_k = k(k+1)$$

TS2-07

Substitusi $n = k$ pada $\textcircled{1}$

$$S_k = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k \text{ (Benar)} \rightarrow k(k+1) = k(k+1)$$

$$S_k = k(k+1)$$

TS2-08

$$\text{Jadinya } S_n = \frac{n}{2} (2 + 2n) = n(n+1).$$

JS2-10

Sama, tapi yang belum terbukti secara induksi matematika. Lalu setelah ini saya akan membuktikan menggunakan induksi matematika.

JS2-10

Ini S_n nya saya buat menjadi persamaan baru menjadi $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$, ini saya sebut sebagai persamaan 1.

JS2-11

Kalau pakai angka bisa, nanti hasilnya sama, U_1 nya 2, U_2 nya 4 dst, saya lebih enak pakai yang rumus ini.

JS2-12

Tadi itu untuk induksi matematika, saya menggunakan 3 langkah. Pertama disubstitusikan untuk $n = 1$ ke dalam persamaan 1. Itu jadinya $S_1 = U_1$, nah ini benar.

JS2-13

Karena ini merupakan sifat dari barisan aritmatikanya juga.

JS2-14

Itu saya masukkan U_1 ke rumus deret yang saya cari ini (nunjuk pekerjaan mencari S_n), nah hasilnya sama. Tapi pakai yang atas saja, soalnya saya tadi kan persamaannya itu, biar sesuai.

JS2-15

Langkah kedua saya substitusikan $n = k$ pada persamaan 1. Nah, jadi $S_k = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k$, harusnya kalau saya jabarkan menjadi $2 + 4 + 6 + \dots + 2k$. Cuma punya saya yang ini nanti kalau disubstitusikan hasilnya juga sama saja yaitu $k(k+1) = k(k+1)$.

JS2-16

Ini S_k nya saya jabarkan dari $S_n = n(n+1)$. Sama seperti sebelah kiri yang saya jabarkan jadi n nya jadi k .

JS2-17

$\Rightarrow$ Substitusikan $n = k+1$ pada ①
 $S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k + U_{k+1}$

TS2-09

$k+1 = S_k + U_{k+1}$
 $(k+1)(k+2) = k(k+1) + U_{k+1} \cdot 2(k+1)$
 $(k+1)(k+2) = (k+1)(k+2) \quad (\text{Benar})$

Nah untuk langkah yang ketiga ini masukkan $n = k + 1$ ke dalam persamaan 1. Jadinya itu, $S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k + U_{k+1}$.

Selanjutnya, untuk yang U_1 sampai dengan U_k ini kan kalau dijabarkan S_k , untuk U_{k+1} ini saya tulis tetap. Kemudian untuk ruas sebelah kiri yaitu S_{k+1} ini langsung saya masukkan ke persamaan awal S_n (yaitu $n(n+1)$) kemudian dimasukkan nilai $n = k + 1$ nya menjadi $(k+1)(k+2)$. Untuk ruas sebelah kanan S_k nya saya tulis menjadi $k(k+1)$ dan ditambah untuk U_{k+1} jadi $2(k+1)$, diperoleh dari sini.

JS2-18

Nah, selanjutnya untuk ruas kanan, menggunakan sifat distributif saya keluarkan $k+1$ nya sehingga menjadi $(k+1)(k+2)$.

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi, keduanya sesuai sehingga data tersebut dapat dikatakan **valid**. Berdasarkan data yang telah dipaparkan kemudian dianalisis langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan melalui Tabel 4.4 yang disajikan sesuai hasil tes dan transkrip wawancara berikut.

Berdasarkan data yang diperoleh tersebut, langkah pertama subjek S2 dalam menyusun pembuktian adalah dengan menuliskan yang yang diketahui dan melakukan perhitungan sesuai rumus deret yang diperlukan dalam proses pembuktian (lihat JS2-04 dan JS2-06). Subjek S2 menyebutkan pernyataan yang diketahui di soal yaitu barisan bilangan bulat genap positif (lihat TS2-01), subjek S2 menyebutkan barisan bilangan bulat genap positif yaitu $2, 4, 6, 8, \dots, 2n$.

Dalam hal ini, subjek S2 menyebutkan barisan bilangan genap positif dengan tepat.

Kemudian subjek S2 menentukan rumus suku ke- n dari bilangan bulat genap positif, dengan menggunakan rumus $U_n = a + (n - 1)b$. Dengan mengganti a dengan suku pertama bilangan genap positif yaitu 2 dan mensubstitusikan beda dari pola bilangan tersebut, maka diperoleh $U_n = 2n$ (lihat TS2-02 dan JS2-06). Berdasarkan hal ini, subjek S2 menentukan nilai U_n dengan tepat.

Kemudian subjek mencari nilai deret aritmatika sesuai rumus $S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$ (lihat TS2-03), setelah menentukan rumus deret tersebut, subjek S2 mensubstitusikan nilai U_1 dan U_n yang telah dicari sebelumnya. Melalui operasi yang dilakukan subjek S2 memperoleh nilai $S_n = n(n + 1)$ sesuai dengan nilai deret yang diketahui di soal. Berdasarkan hal tersebut, subjek S2 menentukan nilai S_n dengan tepat.

Setelah itu, subjek S2 menjelaskan bahwa meskipun nilai S_n yang cari sama dengan yang diketahui pada soal, namun itu belum terbukti secara induksi matematika dan harus dibuktikan (lihat JS2-09 dan JS2-10). Kemudian, subjek S2 menuliskan bentuk umum induksi matematika yaitu $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ (lihat TS2-04) namun, bentuk umum induksi matematika tersebut tidak diubah ke dalam bentuk pernyataan matematika sesuai data yang diperoleh dengan alasan lebih mudah dalam langkah penyelesaian dan menyatakan bentuk ini bisa diubah dengan memasukkan nilai benuk umum (lihat TS2-05) namun dalam wawancara (lihat JS2-11) pernyataan U_1 dapat diganti dengan 2 dan seterusnya, namun subjek lebih memilih untuk tidak mengubahnya. Oleh karena

itu, subjek S2 menentukan bentuk umum pernyataan induksi matematika secara lengkap namun kurang tepat.

Kemudian subjek S2 melakukan langkah-langkah pembuktian induksi matematika melalui 3 tahapan (lihat JS2-12) yaitu langkah pertama adalah dengan mensubstitusikan nilai $n = 1$ sehingga menjadi $S_1 = U_1$ (lihat TS2-05), subjek S2 juga menyatakan bahwa hal itu terbukti karena merupakan sifat dari barisan aritmatika (lihat JS2-13 dan JS2-14). Berdasarkan pernyataan tersebut, subjek S2 membuktikan pernyataan $n = 1$ dengan tepat.

Kemudian setelah pernyataan $n = 1$ terbukti, subjek S2 melanjutkan pada langkah kedua dengan mensubstitusikan $n = k$ (lihat TS2-06). Subjek mencoba menjelaskan dengan bentuk umum terlebih dahulu jika disubstitusikan yaitu menjadi $S_k = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k$ (lihat JS2-15). dalam hal ini, subjek S2 hanya mengubah nilai n menjadi k , namun tidak mengubah nilai dari U_1, U_k dan seterusnya. Namun pada wawancara (lihat JS2-15), subjek S2 menjabarkan pernyataan matematis $n = k$ tersebut menjadi $2 + 4 + 6 + \dots + 2k$. Berdasarkan hal tersebut, subjek S2 menentukan pernyataan umum untuk $n = k$ dengan tepat.

Setelah itu subjek S2 menjelaskan bahwa nilai $2 + 4 + 6 + \dots + 2k$ sama dengan $k(k + 1)$ dan untuk ruas sebelah kanan diperoleh dengan dengan mensubstitusikan nilai $S_n = n(n + 1)$ dengan $n = k$ sehingga menjadi $S_k = k(k + 1)$ (lihat TS2-07 dan JS2-16). Berdasarkan hal tersebut subjek S2 mengasumsikan benar untuk $n = k$ dengan tepat.

Setelah itu, subjek S2 melanjutkan langkah ketiga dengan mensubstitusikan nilai $n = k + 1$ ke persamaan umum induksi matematika

menjadi $S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k + U_{k+1}$ (lihat TS2-08). Namun, subjek S2 tidak mengubah lagi pernyataan tersebut berdasarkan data yang diketahui pada soal. Dalam hal ini, subjek S2 membuat pernyataan umum untuk $n = k + 1$ dengan tepat namun kurang lengkap. Kemudian, subjek S2 menjelaskan bahwa penjumlahan U_1 hingga U_k adalah S_k dan untuk U_{k+1} ditulis tetap sesuai bentuk persamaan umum sebelumnya (JS2-17) sehingga $S_{k+1} = S_k + U_{k+1}$. Subjek S2 mengubah ruas kiri menjadi $(k + 1)(k + 2)$ berdasarkan $n(n + 1)$ dan mensubstitusikan nilai $n = k + 1$. Pada ruas kanan, subjek S2 mengubah S_k menjadi $k(k + 1)$ dan mengubah U_{k+1} menjadi $2(k + 1)$ berdasarkan nilai U_n . Sehingga diperoleh ruas kanan menjadi $k(k + 1) + 2(k + 1)$ (lihat JS2-17). Melalui pembuktian dari kanan ke kiri, subjek S2 melakukan operasi distribusi matematika, subjek S2 mengeluarkan nilai $(k + 1)$ sehingga persamaan menjadi $(k + 1)(k + 2)$ (lihat JS2-18). Melalui perhitungan tersebut, menghasilkan ruas kanan dan kiri bernilai sama dan dinyatakan terbukti. Berdasarkan analisis langkah-langkah yang dijelaskan, subjek S2 *menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan benar*.

b. Paparan, Validasi dan Analisis Data S2 dalam Indikator Kedua: Memeriksa Keshahihan Suatu Argumen

Pada bagian ini, dipaparkan subjek S2 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen. Berikut adalah paparan jawaban tes penalaran subjek S2 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen. Subjek S2 Adapun lembar jawaban tersebut disajikan oleh Gambar 4.5. sebagai berikut:

Pembuktian Uji nilai **TS2-10**
 $2, 4, 6, 8, 10, \dots$
 $n = 4$
 $S_4 = 1(4+1) \times 1.5 = 20$
 $= 2 + 4 + 6 + 8 = 20$

Gambar 4. 5. Jawaban S2 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

Pada bagian ini, dipaparkan subjek S2 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen. Berikut adalah cuplikan wawancara yang dilakukan kepada subjek S2 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen.

- PP2-20 : Sudah terbukti dek?
 JS2-20 : Sudah, karena kan sama keduanya.
 PP2-21 : Apakah kamu sudah yakin dek?
 JS2-21 : Sudah.
 PP2-22 : Mengapa dek?
 JS2-22 : Karena saya sudah melakukan pembuktian sesuai dengan langkah-langkah induksi matematika
 PP2-23 : Yakin ya dek berarti ini udah terbukti?
 JS2-23 : Iya, hmm.. bisa juga menggunakan uji nilai
 PP2-24 : Bagaimana?
 JS2-24 : Misalkan kita ambil $n = 4$, jadi $S_n = 4(4 + 1) = 4 \times 5 = 20$. Hasilnya sama kaya $2 + 4 + 6 + 8 = 20$. Dari hasilnya sama, jadi ujinya benar.

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.5 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S2.

Tabel 4. 5. Validasi dan Analisis Data S2 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

Hasil Jawaban Subjek S2	Hasil Wawancara Subjek S2
TS2-10 Pembuktian Uji nilai $2, 4, 6, 8, 10, \dots$ $n = 4$ $S_4 = 1(4+1) \times 1.5 = 20$ $= 2 + 4 + 6 + 8 = 20$	JS2-23 Iya, hmm.. bisa juga menggunakan uji nilai JS2-24 Misalkan kita ambil $n = 4$, jadi $S_n = 4(4 + 1) = 4 \times 5 = 20$. Hasilnya sama kaya $2 + 4 + 6 + 8 = 20$. Dari hasilnya sama, jadi ujinya benar.

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam memeriksa keshahihan suatu argumen, keduanya sesuai sehingga data dapat dikatakan **valid**. Data subjek S2 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen, kemudian di analisis detail proses dalam memeriksa keshahihan suatu argumen melalui Tabel 4.5 sebagai berikut.

Subjek S2 memeriksa keshahihan suatu argumen dengan meyakini bahwa jawaban yang diberikan telah sesuai (lihat JS2-20) kemudian subjek menguji kebenaran tersebut dengan melakukan uji nilai. Uji nilai dilakukan dengan memisalkan sebarang nilai n , subjek memisalkan $n = 4$ kemudian mensubstitusikannya ke dalam $S_n = n(n + 1)$ menjadi $4(4 + 1)$ dan memperoleh hasil 20. Hasil tersebut di bandingkan dengan penjumlahan barisan bilangan bulat genap positif pertama yaitu $2 + 4 + 6 + 8$ dan menghasilkan nilai yang sama yaitu 20 (lihat TS2-10 dan JS2-24). Berdasarkan data tersebut *subjek S2 memeriksa keshahihan argumen dengan tepat.*

c. Paparan, Validasi dan Analisis Data S2 dalam Indikator Ketiga: Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Berikut adalah paparan jawaban tes penalaran subjek S2 dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika yang disajikan dalam Gambar 4.6.

$$(k+1)(k+2) = (k+1)(k+2) \quad (\text{Benar}) \quad \text{TS2-11}$$

Gambar 4. 6. Jawaban S2 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Hasil jawaban tes subjek SI₂ pada indikator menarik kesimpulan dari pernyataan matematika tersebut kemudian diperjelas dengan wawancara untuk

mengungkap proses bernalar subjek SI₂ Berikut adalah cuplikan wawancara yang dilakukan kepada subjek SI₂:

- PP3-25 : Berarti, kesimpulannya apa?
 JS2-35 : Kesimpulannya, barisan bilangan bulat genap positif pertama yang berurutan kalau dijumlahkan hasilnya sama dengan $n(n + 1)$
 PP3-26 : Kenapa kesimpulannya ga ditulis dek?
 JS2-26 : Karena setahu saya, biasanya kalau soal pembuktian itu kalau terbukti cukup ditulis dengan kata terbukti di pembuktiannya akhirnya.

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.6 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S2.

Tabel 4. 6. Validasi dan Analisis Data S2 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Hasil Jawaban Subjek SI ₂	Hasil Wawancara Subjek SI ₂
TS2-11 $(k+1)(k+2) = (k+1)(k+2) \quad (\text{Benar})$	JS2-25 <i>Kesimpulannya, barisan bilangan bulat genap positif pertama yang berurutan kalau dijumlahkan hasilnya sama dengan $n(n + 1)$</i> JS2-26 <i>Karena setahu saya, biasanya kalau soal pembuktian itu kalau terbukti cukup ditulis dengan kata terbukti di pembuktiannya akhirnya</i>

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika, keduanya sesuai sehingga data dapat dikatakan **valid**. Data subjek S2, kemudian di analisis detail proses dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika melalui Tabel 4.6 sebagai berikut.

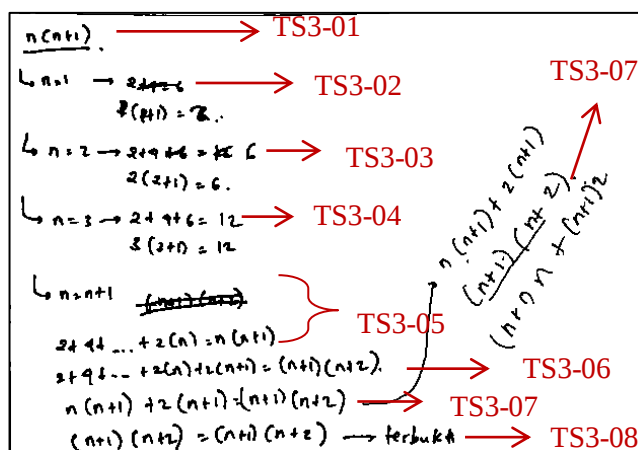
Subjek S2 dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika adalah dengan menuliskan kata benar (lihat TS2-11) yang dimaksudkan sebagai bentuk kalimat kesimpulan bahwa pembuktian tersebut terbukti benar. Subjek S2 juga menjelaskan bahwa dalam pembuktian, kata terbukti pada akhir penyelesaian sudah dinyatakan sebagai suatu kesimpulan (lihat JS2-26). Dalam wawancara subjek S2 menyatakan bahwa jumlah n bilangan genap positif pertama adalah $n(n + 1)$ terbukti benar (JS2-25). Oleh karena itu, *subjek S2 menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dengan benar.*

B. Paparan, Validasi dan Analisis Data Subjek dengan Gaya Kognitif *Field Dependent*

1. Paparan, Validasi dan Analisis Data Subjek Pertama dengan Gaya Kognitif *Field Dependent* (S3)

a. Paparan, Validasi dan Analisis Data S3 dalam Indikator Pertama: Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Pada bagian ini, peneliti menunjukkan paparan dari lembar jawaban siswa dalam menyelesaikan soal dan paparan transkrip hasil wawancara antara subjek S3 dengan peneliti dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi. Subjek S3 merupakan siswa olimpiade di bidang matematika. Dalam mengerjakan soal, siswa S3 membaca soal dengan seksama dan terlihat lebih santai dalam menyelesaikan soal. Adapun lembar jawaban tersebut disajikan oleh Gambar 4.7.



Gambar 4.7. Jawaban S3 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Berdasarkan hasil jawaban subjek S3 dalam menyelesaikan masalah, kemudian dilakukan wawancara untuk mengetahui proses bernalar subjek S3 dalam melakukan pembuktian. Berikut adalah cuplikan hasil wawancara yang dilakukan kepada subjek S3 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi.

- PP1-01 : Boleh dibaca dulu soalnya dek?
 JS3-01 : Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n+1)$.
 PP1-02 : Kira-kira jenis pembuktian yang digunakan apa dek?
 JS3-02 : Saya kurang tahu, tapi kalau ga salah ada indeks-indeksnya mbak.
 PP1-03 : Maksudnya induksi matematika dek?
 JS3-03 : Iya, induksi matematika.
 PP1-04 : Kenapa menggunakan induksi matematika dek?
 JS3-04 : Karena yang pernah saya pelajari itu mbak.
 PP1-05 : Sudah pernah belajar cara lain dek?
 JS3-05 : Belum pernah.
 PP1-06 : Oke. Bagaimana menyusun bukti bahwa jumlah n bilangan bulat positif sama dengan $n(n+1)$?
 JS3-06 : Jadi, pertama di coba dulu untuk $n=1$, terus ke $n=2$, terus ke $n=3$, setelah itu ke $n=n+1$.
 Nah kan $n=1$ berarti nilai n nya kan 2, tinggal substitusikan ke $n(n+1) = 1(1+1)$ dan hasilnya 2, terbukti.
 PP1-07 : $n=1$ terbukti?
 JS3-07 : Iya. Terus kalau misalnya $n=2$ berarti kan $2+4$ hasilnya 6, terus disubstitusikan ke rumusnya jadi $2(2+1)$ hasilnya $2 \times 3 = 6$, terbukti.
 PP1-08 : Dari mana dek angka $2+4$ nya?
 JS3-08 : 2 dan 4 nya itu barisan bilangan genap, jadi kalau n nya 2 nanti barisan bilangannya juga ada 2.
 PP1-09 : Kalau itu $n(n+1)$ nya sebagai apa?
 JS3-09 : Itu rumus yang mau dibuktikan dari soal.

- PP1-10 : Oke, kalau yang ini ($n = 3$)?
- JS3-10 : Terus kalau $n = 3$ berarti $2 + 4 + 6 = 12$, lalu disubstitusikan lagi ke rumusnya aslinya jadi $3(3 + 1)$ hasilnya 12, terbukti.
- PP1-11 : Lalu yang ini ($n = n + 1$)?
- JS3-11 : Sekarang bagaimana kalau misalkan $n = n + 1$? Pertama dimulai dulu dari bentuk induksi matematika yaitu $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.
- PP1-12 : Sebentar, dapat rumus $2n$ ini dari mana dek?
- JS3-12 : Dari sini (selisih antara hasil $n = 1$ dan $n = 3$), soalnya ini kan bilangan genap, nah kalau bilangan genap itu rumusnya $2n$.
- PP1-13 : Kenapa dek kalau bilangan genap itu rumusnya $2n$?
- JS3-13 : Karena habis dibagi 2.
- PP1-14 : Oke dek, silakan dilanjutkan.
- JS3-14 : Terus kan jadi $2 + 4 + \dots + 2n + 2(n + 1) = (n + 1)(n + 2)$.
- PP1-15 : Kenapa ditambah $2(n + 1)$ dek?
- JS3-15 : Karena n nya ditambah 1. Nah $2(n + 1)$ itu bilangan genap setelah $2n$.
- PP1-16 : $(n + 1)(n + 2)$ nya dapat dari mana dek?
- JS3-16 : Ini diperoleh dari $n + 1$ dimasukin ke rumus awal $n(n + 1)$. Jadinya $(n + 1)(n + 1 + 1)$, jadi $(n + 1)(n + 2)$.
- PP1-17 : Oke, dek
- JS3-17 : Terus yang $2 + 4 + \dots + 2n$ itu kan sama dengan $n(n + 1)$, jadinya kan persamaannya ruas kiri bisa dirubah menjadi $n(n + 1) + 2(n + 1)$ itu sama dengan $(n + 1)(n + 2)$. Setelah itu, $n + 1$ nya dikeluarkan menjadi $(n + 1)(n + 2)$.
- PP1-18 : $(n + 1)$ nya dikeluarkan maksudnya gimana dek? Mungkin bisa dicoba dijelaskan dengan tulisan.
- JS3-18 : Hm, inikan $n(n + 1) + 2(n + 1)$ kalau dipisah nanti masing-masing kana ada $(n + 1)$ nah itu dikeluarkan jadinya sama seperti $(n + 1)$ dikalikan dengan $(n + 2)$. Itu saya lupa namanya apa ya, asosiasi atau apa gitu.

Jadinya kan sama (ruas kanan dan kiri), jadi ini terbukti.

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.7 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S3.

Tabel 4. 7. Validasi dan Analisis Data S3 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Hasil Jawaban Subjek S3	Hasil Wawancara Subjek S3
-	JS3-03 Iya, induksi matematika.

TS3-01

$$n(n+1)$$

TS3-02

$$\begin{aligned} \hookrightarrow n=1 &\rightarrow 2+4=6 \\ &2(1+1)=4 \end{aligned}$$

TS3-03

$$\begin{aligned} \hookrightarrow n=2 &\rightarrow 2+4+6=12 \\ &2(2+1)=6 \end{aligned}$$

TS3-04

$$\begin{aligned} \hookrightarrow n=3 &\rightarrow 2+4+6=12 \\ &3(3+1)=12 \end{aligned}$$

TS3-05

$$\begin{aligned} \hookrightarrow n=n+1 & \quad \text{~~first term~~} \\ 2+4+\dots+2(n)=n(n+1) \end{aligned}$$

TS3-06

$$2+4+\dots+2(n)+2(n+1)=(n+1)(n+2)$$

JS3-09

Itu rumus yang mau dibuktikan dari soal.

JS3-06

Jadi, pertama di coba dulu untuk $n = 1$, terus ke $n = 2$, terus ke $n = 3$, setelah itu ke $n = n + 1$.

Nah kan $n = 1$ berarti nilai n nya kan 2, tinggal substitusikan ke $n(n + 1) = 1(1 + 1)$ dan hasilnya 2, terbukti.

JS3-07

Terus kalau misalnya $n = 2$ berarti kan $2 + 4$ hasilnya 6, terus disubstitusikan ke rumusnya jadi $2(2 + 1)$ hasilnya $2 \times 3 = 6$, terbukti.

JS3-08

2 dan 4 nya itu barisan bilangan genap, jadi kalau n nya 2 nanti barisan bilangannya juga ada 2.

JS3-10

Terus kalau $n = 3$ berarti $2 + 4 + 6 = 12$, lalu disubstitusikan lagi ke rumusnya aslinya jadi $3(3 + 1)$ hasilnya 12, terbukti.

JS3-11

Sekarang bagaimana kalau misalkan $n = n + 1$? Pertama dimulai dulu dari bentuk induksi matematika yaitu $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$

JS3-12

Dari sini (selisih antara hasil $n = 1$ dan $n = 3$), soalnya ini kan bilangan genap, nah kalau bilangan genap itu rumusnya $2n$

JS3-13

Karena habis dibagi 2

JS3-14

Terus kan jadi $2 + 4 + \dots + 2n + 2(n + 1) = (n + 1)(n + 2)$.

JS3-15

Karena n nya ditambah 1. Nah $2(n + 1)$ itu bilangan genap setelah $2n$.

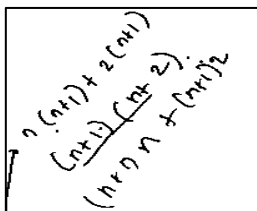
JS3-16

Ini diperoleh dari $n + 1$ dimasukin ke rumus awal $n(n + 1)$. Jadinya $(n + 1)(n + 1 + 1)$, jadi $(n + 1)(n + 2)$.

TS3-07

$$n(n+1) + 2(n+1) = (n+1)(n+2) \rightarrow$$

TS3-07



TS3-08

$$(n+1)(n+2) = (n+1)(n+2) \rightarrow \text{terbukti}$$

JS3-17

Terus yang $2 + 4 + \dots + 2n$ itu kan sama dengan $n(n+1)$, jadinya kan persamaannya ruas kiri bisa dirubah menjadi $n(n+1) + 2(n+1)$ itu sama dengan $(n+1)(n+2)$. Setelah itu, $n+1$ nya dikeluarkan menjadi $(n+1)(n+2)$.

JS3-18

Hm, inikan $n(n+1) + 2(n+1)$ kalau dipisah nanti masing-masing kana ada $(n+1)$ nah itu dikeluarkan jadinya sama seperti $(n+1)$ dikalikan dengan $(n+2)$. Itu saya lupa namanya apa ya, asosiasi atau apa gitu.

JS3-18

Jadinya kan sama (ruas kanan dan kiri), jadi ini terbukti

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi, keduanya sesuai sehingga data dapat dikatakan **valid**. Data subjek S3, kemudian di analisis detail proses dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi melalui Tabel 4.7 sebagai berikut.

Subjek S3 langkah awal dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi adalah dengan menggunakan induksi matematika (lihat JS3-03). Kemudian subjek S3 menyatakan pernyataan yang akan dibuktikan (lihat TS3-01), pernyataan tersebut berupa rumus dari deret aritmatika. Dalam hal ini, subjek S3 tidak menyebutkan informasi dengan lengkap dan tidak menyebutkan bentuk pernyataan matematis yang akan dibuktikan.

Setelah itu, subjek S3 melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika, langkah pertama pembuktian induksi matematika yang dilakukan subjek S3 adalah dengan membuktikan $n = 1$. Subjek S3 mensubstitusikan nilai

$n = 1$ dalam rumus deret aritmatika pada soal (TS3-02) sehingga diperoleh $1(1 + 1) = 2$ (lihat TS3-02 dan JS3-06). Subjek S3 menyatakan bahwa pernyataan tersebut terbukti karena hasilnya sama dengan suku pertama dari bilangan bulat genap positif. Berdasarkan hal tersebut, subjek S3 menyatakan $n = 1$ terbukti benar dengan tepat.

Kemudian subjek S3 membuktikan $n = 2$ dengan menjumlahkan $2 + 4 = 6$ (lihat TS3-03 dan JS3-07), subjek S3 menyebutkan 2 dan 4 merupakan barisan bilangan bulat genap positif pertama (lihat JS3-08). Untuk memperkuat hal tersebut, subjek S3 mensubstitusikan $n = 2$ ke dalam persamaan deret aritmatika $n(n + 1)$ sehingga menjadi $2(2 + 1)$ dan memperoleh hasil $2 \times 3 = 6$ (lihat JS3-07). Hasil yang diperoleh sama dengan penjumlahan bilangan bulat genap positif, sehingga subjek S3 menyatakan bahwa $n = 2$ terbukti. Berdasarkan hal tersebut subjek S3 menyatakan $n = 2$ terbukti benar dengan tepat.

Kemudian subjek S3 membuktikan $n = 3$ dengan menjumlahkan barisan bulat genap positif pertama yaitu $2 + 4 + 6 = 12$ (lihat TS3-04 dan JS3-10), Untuk memperkuat hal tersebut, subjek S3 mensubstitusikan $n = 3$ ke dalam persamaan deret aritmatika $n(n + 1)$ sehingga menjadi $3(3 + 1)$ dan memperoleh hasil $3 \times 4 = 12$ (lihat JS3-10). Hasil yang diperoleh sama dengan penjumlahan bilangan bulat genap positif, sehingga subjek S3 menyatakan bahwa $n = 3$ terbukti. Berdasarkan hal tersebut subjek S3 menyatakan $n = 3$ terbukti benar dengan tepat.

Setelah mendapatkan $n = 1, 2, 3$ tersebut terbukti, langkah berikutnya subjek S3 membuktikan untuk $n = n + 1$ (lihat JS3-09). Dalam membuktikan langkah ini, subjek S3 membuat bentuk pernyataan induksi matematika untuk

$n = 1$ yaitu $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$ (lihat TS3-05 dan JS3-11). Subjek S3 menyatakan bentuk $2n$ tersebut merupakan rumus dari bilangan genap dengan alasan bilangan genap adalah bilangan yang habis dibagi 2 (lihat JS3-12 – JS3-13). Berdasarkan hal tersebut, sebelumnya subjek S3 tidak membuat pernyataan umum untuk dibuktikan pada $n = 1, 2, 3$ namun subjek S3 baru membuat pernyataan umum pada langkah pembuktian $n = n + 1$. Sehingga subjek S3 membuat pernyataan induksi matematika dengan tepat.

Kemudian subjek S3 membuat pernyataan baru untuk $n = n + 1$ berdasarkan pernyataan sebelumnya sehingga menjadi $2 + 4 + \dots + 2n + 2(n + 1) = (n + 2)(n + 1)$ (lihat TS3-06 dan JS3-14), ditambahkannya $2(n + 1)$ menurut subjek S3 dikarenakan bilangan tersebut merupakan bilangan bulat genap positif setelah $2n$ sehingga bagian ini disubstitusikan $n = n + 1$ pada $2n$ (lihat JS3-15). Kemudian $(n + 1)(n + 2)$ diperoleh dengan mensubstitusikan nilai n pada $n(n + 1)$ (lihat JS3-16). Berdasarkan hal tersebut, subjek S3 menyatakan pernyataan umum baru induksi matematika dengan tepat.

Setelah itu, subjek S3 mengubah $2 + 4 + \dots + 2n$ menjadi $n(n + 1)$ berdasarkan pernyataan umum pertama, kemudian ditambahkan dengan $2(n + 1)$ sehingga diperoleh $n(n + 1) + 2(n + 1)$ untuk ruas kiri (lihat TS3-07 dan JS3-17). Dari perolehan tersebut, subjek S3 menjelaskan bahwa untuk mendapatkan pernyataan yang sama dengan ruas kanan, subjek S3 operasi distribusi yaitu dengan mengeluarkan $n + 1$ dari pernyataan sehingga diperoleh $(n + 1)(n + 2)$ (lihat TS3-07 dan JS3-18). sehingga memperoleh persamaan yang sama pada kedua ruas (lihat TS3-08). Berdasarkan hal tersebut, subjek S3 menyatakan bahwa langkah $n(n + 1)$ terbukti.

Melalui langkah-langkah tersebut, subjek S3 membuktikan pernyataan induksi matematika dengan tepat. Sehingga, subjek S3 menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat namun tidak lengkap.

b. Paparan, Validasi dan Analisis Data S3 dalam Indikator Kedua: Memeriksa Keshahihan Suatu Argumen

Pada bagian ini, dipaparkan subjek S3 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen. Berikut adalah paparan jawaban tes penalaran subjek S3 yang disajikan pada Gambar 4.8. berikut.

Handwritten mathematical work for $n=2$ and $n=3$. The work is labeled TS3-10.

For $n=2$: $2+4+6 = 12$ (crossed out), $2(2+1) = 6$.

For $n=3$: $2+4+6 = 12$, $3(3+1) = 12$.

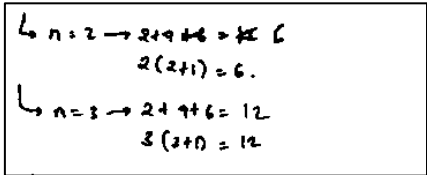
Gambar 4. 8. Jawaban S3 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

Kemudian, dipaparkan subjek S3 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen dalam cuplikan hasil wawancara. Berikut adalah cuplikan wawancara yang dilakukan antara subjek S3 dan peneliti.

- PP2-19 : Sudah yakin ini dek sama buktinya?
 JS3-19 : Ehm.. iya gitu, yakin.
 PP2-20 : Nah, langkah induksi matematika itu ada berapa dek?
 JS3-20 : Tiga kayaknya
 PP2-21 : Nah ada 3 kan, kira-kira itu apa aja dek?
 JS3-21 : Hm... (bingung)
 PP2-22 : Gini dek...maksudnya caranya memastikan jawaban ini benar bagaimana?Mungkin di cek ulang jawabannya atau menggunakan contoh?
 JS3-22 : Disitu saya beri contoh $n = 2$ dan $n = 3$. Dan hasilnya sudah sesuai antara yang atas (rumus deret) dan bawah (pernyataan induksi).
 PP2-23 : Berarti sudah cukup dengan contoh di awal ini dek ya?
 JS3-23 : Iya.

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.8 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S3.

Tabel 4. 8. Validasi dan Analisis Data S3 dalam Memeriksa Keshahihan Suatu Argumen

Hasil Jawaban Subjek S3	Hasil Wawancara Subjek S3
a. memeriksa kebenaran bukti yang disusun TS3-10 	JS3-19 Ehm.. iya gitu, yakin. JS3-22 Disitu saya beri contoh $n = 2$ dan $n = 3$. Dan hasilnya sudah sesuai antara yang atas (rumus deret) dan bawah (pernyataan induksi).

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam memeriksa keshahihan suatu argumen, keduanya sesuai sehingga data tersebut dapat dikatakan **valid**. Berikut dijelaskan secara detail proses subjek S3 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen melalui Tabel 4.8 berikut.

Subjek S3 sudah yakin dengan jawaban yang dilakukannya (JS3-19) bahwa bukti yang disusun benar, subjek S3 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen adalah dengan melakukan substitusi nilai $n = 2$ dan $n = 3$ ke dalam pernyataan rumus deret aritmatika $n(n + 1)$, kemudian membandingkan hasil yang diperoleh dengan menjabarkannya menjadi pola barisan aritmatika yang dijumlahkan sebanyak nilai n sehingga keduanya mendapat hasil yang sama (lihat TS3-10 dan JS3-22). Oleh karena itu, *subjek S3 memeriksa keshahihan suatu argumen dengan tepat.*

c. Paparan, Validasi dan Analisis Data S3 dalam Indikator Ketiga: Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Pada bagian ini, dipaparkan jawaban tes dari subjek S3 dalam menarik kesimpulan suatu pernyataan matematika yang disajikan dalam Gambar 4.9 sebagai berikut:

Jadi terbukti bahwa jumlah dari n bil. bulat genap positif pertama sama dengan $n(n+1)$ TS3-11

Gambar 4. 9. Jawaban S3 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Kemudian, dipaparkan subjek S3 dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam cuplikan hasil wawancara. Berikut adalah cuplikan wawancara yang dilakukan antara subjek S3 dan peneliti:

- PP3-24 : *Jadi, bagaimana kesimpulannya dek?*
 JS3-24 : *Benar, terbukti bahwa jumlah dari n bilangan genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.*

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.9 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S3.

Tabel 4. 9. Validasi dan Analisis Data S3 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Hasil Jawaban Subjek S3	Hasil Wawancara Subjek S3
a. menarik kesimpulan dari hasil pembuktian TS3-11 Jadi terbukti bahwa jumlah dari n bil. bulat genap positif pertama sama dengan $n(n+1)$	JS3-24 : <i>Benar, terbukti bahwa jumlah dari n bilangan genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.</i>

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika, keduanya sesuai sehingga data dapat dikatakan valid. Data subjek S3, kemudian di analisis detail proses dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika melalui Tabel 4.9 sebagai berikut.

Subjek S3 dalam menarik kesimpulan suatu pernyataan matematika, menuliskan kesimpulan dengan lengkap berdasarkan bukti-bukti yang telah disusun dan menyatakannya dalam cuplikan wawancara (lihat TS3-11 dan JS3-24). Oleh karena itu, *subjek S3 menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dengan lengkap dan tepat.*

2. Paparan, Validasi dan Analisis Data Subjek Kedua dengan Gaya Kognitif *Field Dependent* (S4)

a. Paparan, Validasi dan Analisis Data S4 dalam Indikator pertama: Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Pada bagian ini, peneliti menunjukkan paparan dari lembar jawaban siswa dalam menyelesaikan soal dan transkrip hasil wawancara antara subjek S4 dengan peneliti dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi. Subjek S4 merupakan siswa olimpiade di bidang geografi. Dalam mengerjakan soal, siswa S4 membaca soal dengan seksama dan terlihat santai dan tidak antusias dalam menyelesaikan soal. Adapun lembar jawaban tersebut disajikan pada Gambar 4.10. berikut:

1. $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n = n(n+1)$ → TS4-01

misal $n = 1$

$n(n+1) = 1(1+1)$ } TS4-02

$= 1(2)$

$= 2 \rightarrow \text{terbukti}$

misal $n \rightarrow k$

$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k+1)$ } TS4-03

$= k^2 + k$

misal $n \rightarrow k+1$ → TS4-04

$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k+1 = (k+1)(k+1+1)$

$= (k+1)(k+2)$ } TS4-05

$= k^2 + 2k + k + 2$

$= k^2 + 3k + 2$

Gambar 4.10. Jawaban S4 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Berdasarkan hasil jawaban subjek S4 dalam menyusun pembuktian, kemudian dilakukan wawancara untuk mengetahui proses bernalar subjek S4. Berikut adalah cuplikan hasil wawancara yang dilakukan kepada subjek S4 dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi.

- | | |
|--------|---|
| PP1-01 | : Boleh dibaca dulu soalnya dek? |
| JS4-01 | : Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n+1)$. |
| PP1-02 | : Ini pembuktiannya menggunakan apa dek? |
| JS4-02 | : Menggunakan induksi matematika |
| PP1-03 | : Kenapa menggunakan induksi matematika dek? |
| JS4-03 | : Semester kemaren pernah ada materinya, tapi saya agak lupa-lupa ingat gitu |
| PP1-04 | : Iya tidak apa-apa dek. Bagaimana dek cara menyusun bukti bahwa bilangan bulat genap positif itu rumusnya $n(n+1)$? |
| JS4-04 | : Jadi polanya barisan aritmatika, dibuktikan dengan deret, rumusnya $S_n = n(n+1)$ |
| PP1-05 | : Barisan aritmatika yang bagaimana dek? |
| JS4-05 | : Barisan bulat genap positif |
| PP1-06 | : Iya, kan bilangan bulat genap positif itu seperti apa dek? |
| JS4-06 | : (Diam, mencermati jawaban) |
| PP1-07 | : 2 dan 4 itu bilangan bulat genap positif bukan? |
| JS4-07 | : Iya (meyetujui 2 dan 4 bilangan bulat positif) |
| PP1-08 | : Jadi rumusnya apa dek? |
| JS4-08 | : Apa ya mbak? |
| PP1-09 | : Ini n itu apa dek? |
| JS4-09 | : Saya misalkan ini barisan aritmatika ke- n nya |

PP1-10	: Ini yang pertama pernyataan apa dek?
JS4-10	: Itu bentuk induksinya mbak
PP1-11	: Lalu pembuktiannya bagaimana dek? Menggunakan induksi matematika ya?
JS4-11	: Iya, induksi matematika.
PP1-12	: Ada berapa langkah?
JS4-12	: Ada 3
PP1-13	: Apa saja?
JS4-13	: $n = 1, n = k, n = k + 1$
PP1-14	: Misalkan $n = 1$ bagaimana dek?
JS4-14	: Memasukkan nilai $n = 1$ ke $n(n + 1)$
PP1-15	: $n(n + 1)$ darimana ini dek?
JS4-15	: Itu S_n nya (menunjuk bentuk induksi matematika)
PP1-16	: Setelah itu bagaimana dek?
JS4-16	: Terbukti hasilnya 2 untuk $n = 1$
PP1-17	: Misal $n = k$ bagaimana?
JS4-17	: Mengganti n jadi k . Bentuknya $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k + 1) = k^2 + k$
PP1-18	: Terus yang bawahnya?
JS4-18	: Misalkan $n = k + 1$, nah bentuk nya jadi $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k + 1 = (k + 1)(k + 1 + 1)$
PP1-19	: $k + 1$ nya darimana dek?
JS4-19	: Dari $n = k + 1$, jadi disini (setelah k) ditambah $k + 1$.
PP1-20	: Yang sebelah ini? (menunjuk $(k + 1)(k + 1 + 1)$)
JS4-20	: Yang ini $(k(k + 1))$. Ini k jadi $k + 1$, yang $k + 1$ jadi $(k + 1) + 1$. Hasilnya $(k + 1)(k + 2) = k^2 + 2k + k + 2 = k^2 + 3k + 2$. Habis itu saya lupa caranya.
PP1-21	: Sudah sampai sini? Hasilnya bagaimana?
JS4-21	: Belum terbukti

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.10 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S4.

Tabel 4. 10. Validasi dan Analisis Data S4 dalam Menyusun Bukti terhadap Kebenaran Solusi

Hasil Jawaban Subjek S4	Hasil Wawancara Subjek S4
-	JS4-02 Menggunakan induksi matematika
	JS4-03 Semester kemaren pernah ada materinya, tapi saya agak lupa-lupa ingat gitu
	JS4-04 Jadi polanya barisan aritmatika, dibuktikan

dengan deret, rumusnya $S_n = n(n+1)$

TS4-01

$$1 + 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n = n(n+1)$$

JS4-05

Barisan bulat genap positif

JS4-07

Iya (meyetujui 2 dan 4 bilangan bulat positif)

JS4-09

Saya misalkan ini barisan aritmatika ke- n nya

JS4-10

Itu bentuk induksinya mbak

TS4-02

$$\begin{aligned} \text{misal } n &= 1 \\ n(n+1) &= 1(1+1) \\ &= 1(2) \\ &= 2 \rightarrow \text{terbukti} \end{aligned}$$

JS4-12

Ada 3

JS4-13

$$n = 1, n = k, n = k + 1$$

JS4-14

Memasukkan nilai $n = 1$ ke $n(n+1)$

JS4-16

Terbukti hasilnya 2 untuk $n = 1$

TS4-03

$$\begin{aligned} \text{misal } n &\rightarrow k \\ 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k &= k(k+1) \\ &= k^2 + k \end{aligned}$$

JS4-17

Mengganti n jadi k . Bentuknya $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k+1) = k^2 + k$

TS4-04

$$\begin{aligned} \text{misal } n &\rightarrow k+1 \\ 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k+1 &= \end{aligned}$$

JS4-18

Misalkan $n = k + 1$, nah bentuk nya jadi $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k + 1 = (k + 1)(k + 1 + 1)$

JS4-19

Dari $n = k + 1$, jadi disini (setelah k) ditambah $k + 1$

TS4-06

$$\begin{aligned} \text{misal } n &\rightarrow k+1 \\ 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k+1 &= (k+1)(k+1+1) \\ &= (k+1)(k+2) \\ &= k^2 + 2k + k + 2 \\ &= k^2 + 3k + 2 \end{aligned}$$

JS4-20

Yang ini $(k(k+1))$. Ini k jadi $k+1$, yang $k+1$ jadi $(k+1)+1$. Hasilnya $(k+1)(k+2) = k^2 + 2k + k + 2 = k^2 + 3k + 2$. Habis itu saya lupa caranya.

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi, keduanya sesuai sehingga data dapat dikatakan **valid**. Data subjek S4,

kemudian di analisis detail proses dalam menyusun bukti terhadap kebenaran solusi melalui Tabel 4.10 sebagai berikut.

Langkah pertama yang dilakukan subjek S4 dalam menyusun pembuktian adalah dengan merencanakan strategi yang digunakan dalam proses pembuktian yaitu menggunakan induksi matematika (lihat JS4-02). Subjek S4 menyebutkan pernyataan matematika yang diketahui di soal yaitu pola bilangan aritmatika bilangan genap positif (lihat JIS4-04) kemudian dibuktikan dengan rumus induksi matematika. Selanjutnya pada tahap pertama, subjek S4 membuat pernyataan induksi matematika yang digunakan dalam proses pembuktian (lihat TS4-01 dan JS4-10). Pernyataan baru ini dibuat berdasarkan pola aritmatika bilangan genap positif (lihat JS4-05 dan JS4-07), subjek S4 menyatakan bahwa 2 dan 4 merupakan termasuk ke dalam pola bilangan bulat genap positif tersebut (lihat JS4-07). Pada tahap pembentukan nilai U_n (lihat JS4-09), subjek S4 hanya memisalkan dengan n tanpa melalui perhitungan. Subjek S4 juga tidak mengetahui pola bilangan bulat genap positif. Sehingga bentuk pernyataan induksi matematika yang dibuat oleh S4 adalah $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n = n(n + 1)$ (lihat TS4-01). Berdasarkan hal tersebut, *subjek S4 membuat pernyataan umum induksi matematika tersebut lengkap namun kurang tepat.*

Setelah subjek S4 membuat pernyataan baru, kemudian menyusun pembuktian menggunakan 3 langkah induksi matematika (lihat JS4-12 dan JS4-13). Pada langkah pertama induksi matematika, subjek S4 membuktikan untuk $n = 1$ dengan mensubstitusikannya ke dalam rumus deret aritmatika (S_n) yaitu $n(n + 1)$ sehingga menjadi $1(1 + 1)$ dan diperoleh $1(2) = 2$ (lihat TS4-02 dan

JS4-14) dan subjek S4 menyatakan bahwa pernyataan tersebut terbukti (lihat JS4-15). Berdasarkan hal tersebut, subjek S4 membuktikan benar untuk $n = 1$ dengan tepat.

Pada langkah kedua, subjek S4 mengasumsikan benar untuk $n = k$, subjek mensubstitusikan nilai $n = k$ ke dalam pernyataan umum induksi matematika sebelumnya sehingga bentuk induksi matematika menjadi $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k + 1)$ (lihat TS4-03 dan JS4-17). Kemudian subjek S4 melakukan operasi distribusi pada ruas kanan sehingga menjadi $k^2 + k$. Dalam hal ini, subjek S4 kurang tepat dalam membuat rumus ke- n . Sehingga subjek S4 dalam membuat pernyataan baru dengan lengkap namun kurang tepat.

Kemudian pada langkah ketiga, subjek S4 membuktikan $n = k + 1$ berlaku benar dengan mensubstitusikan nilai tersebut kepada pernyataan induksi matematika sebelumnya sehingga menjadi $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + (k + 1) = (k + 1)(k + 2)$ (lihat TS4-04 dan JS4-18). Pada pernyataan baru tersebut, karena $n = k + 1$ maka subjek S4 menuliskan $k + 1$ pada ruas kiri (lihat TS4-04 dan JS4-19). Namun subjek S4 tidak melakukan rumus perhitungan yang benar untuk suku ke- n yang disubstitusikan. Kemudian pada ruas kanan, subjek S4 mensubstitusikan $n = k + 1$ dalam rumus $k(k + 1)$ sehingga menjadi $(k + 1)(k + 1 + 1)$ (lihat TS4-04 dan JS4-20). Berdasarkan hal tersebut, subjek S4 membuat pernyataan matematika baru dengan lengkap namun kurang tepat.

Pada tahap pembuktian $n = k + 1$ subjek S4 memulai dengan menjumlahkan ruas kanan $(k + 1)(k + 1 + 1)$ menjadi $(k + 1)(k + 2)$ kemudian subjek S4 melakukan operasi perkalian sehingga memperoleh $k^2 + 2k + k + 2 = k^2 + 3k + 2$. Setelah itu, subjek mengalami kesulitan dalam

membuktikan langkah ini agar menjadi terbukti. Sehingga pernyataan $n = k + 1$ tersebut belum terbukti. Oleh karena itu, *induksi matematika menurut subjek S4 belum terbukti, dan subjek S4 dalam menyusun langkah pembuktian dengan tidak tepat*. Berdasarkan analisis jawaban dan cuplikan wawancara, *subjek S4 menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tidak tepat*.

b. Paparan, Validasi dan Analisis Data S4 dalam Indikator Kedua: Menyusun Memeriksa Keshahihan Suatu Argumen

Pada bagian ini, dipaparkan jawaban tes tulis subjek S4 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen yang disajikan dalam gambar 4.11. berikut:

$$\begin{aligned}
 & 1. \quad 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n = n(n+1) \\
 & \text{misal } n = 1 \\
 & \quad n(n+1) = 1(1+1) \\
 & \quad \quad = 1(2) \\
 & \quad \quad = 2 \rightarrow \text{terbukti} \\
 & \text{misal } n \rightarrow k \\
 & \quad 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k+1) \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad = k^2 + k \\
 & \text{misal } n \rightarrow k+1 \\
 & \quad 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k+1 = (k+1)(k+1+1) \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad = (k+1)(k+2) \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad = k^2 + 2k + k + 2 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad = k^2 + 3k + 2
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 11. Jawaban S4 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

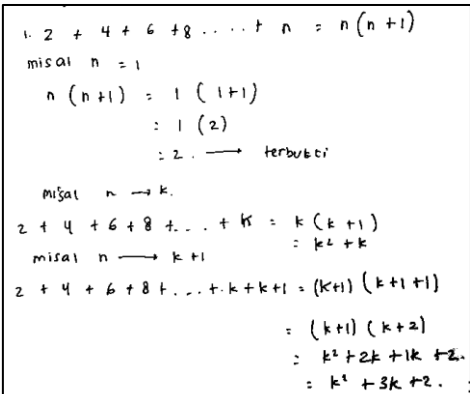
Pada bagian ini, peneliti juga menunjukkan cuplikan wawancara antara subjek S4 dengan peneliti dalam memeriksa keshahihan suatu argumen. Berikut cuplikan wawancara yang dilakukan kepada subjek S4.

- | | |
|--------|--|
| PP2-22 | : Jadi bagaimana dek hasil langkah ketiganya? |
| JS4-22 | : Belum tahu, lupa caranya |
| PP2-23 | : Tadi sudah diperiksa dulu dek sebelum dikumpulkan? |
| JS4-23 | : Sudah (di cek), tapi saya berhenti di langkah ini |

- PP2-24 : *Kamu ada cara lain untuk membuktikannya dek, atau mungkin sudah tahu letak kesalahannya dimana?*
 JS4-24 : *Saya tidak tahu*
 PP4-25 : *Yakin, caranya bener dek?*
 JS4-25 : *Tidak*

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.11 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S4.

Tabel 4. 11. Validasi dan Analisis Data S4 dalam Memeriksa Keshahihan suatu Argumen

Hasil Jawaban Subjek S4	Hasil Wawancara Subjek S4
a. memeriksa kebenaran suatu bukti	
	JS4-22 <i>Belum tahu, lupa caranya</i> JS4-23 <i>Sudah (di cek), tapi saya berhenti di langkah ini</i> JS4-24 <i>Saya tidak tahu</i> JS4-25 <i>Tidak</i>

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam memeriksa keshahihan suatu argumen, keduanya sesuai sehingga data tersebut dapat dikatakan **valid**. Berdasarkan data yang telah dipaparkan kemudian dianalisis melalui Tabel 4.11 berikut.

Subjek S4 telah melakukan peninjauan ulang pengerjaan, namun subjek S4 menunjukkan ketidakyakinkan dalam pembuktian yang dilakukan (lihat JS4-25), dan dalam memeriksa kebenaran pernyataan matematis tersebut, subjek S4 belum menyelesaikan bukti dan tidak mengetahui alternatif lain dalam

membuktikan pernyataan (lihat JS4-23 dan JS4-24). Oleh karena itu, *subjek S4 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen tidak tepat.*

c. Paparan, Validasi dan Analisis Data S4 dalam Indikator Ketiga: Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Berikut adalah paparan jawaban tes penalaran subjek S4 dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika yang disajikan dalam Gambar 4.12.

TS4-07	: $k^1 + 3k + 2$.
--------	--------------------

Gambar 4. 12. Jawaban S4 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Kemudian, dipaparkan subjek S4 dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam cuplikan hasil wawancara. Berikut adalah cuplikan wawancara yang dilakukan antara subjek S4 dan peneliti:

PP3-26 : *Berarti, kesimpulannya apa?*
 JS4-26 : *Belum terbukti*

Berdasarkan hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan di atas, kemudian data tersebut divalidasi untuk memperoleh data valid. Berikut adalah Tabel 4.12 yang menyajikan perbandingan antara hasil jawaban yang diperoleh dengan transkrip hasil wawancara dengan subjek S4.

Tabel 4. 12. Validasi dan Analisis Data S4 dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan Matematika dalam Soal Matematika

Hasil Jawaban Subjek S4	Hasil Wawancara Subjek S4
a. menarik kesimpulan dari hasil pembuktian TS4-07	JS4-26 <i>Belum terbukti.</i>
$k^1 + 3k + 2$.	

Berdasarkan perbandingan data hasil tes tulis dan transkrip hasil wawancara yang telah dipaparkan dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika, keduanya sesuai sehingga data dapat dikatakan **valid**. Data subjek S4, kemudian di analisis detail proses dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika melalui Tabel 4.12 sebagai berikut.

Subjek S4 belum menyelesaikan hasil jawaban dari tes tulis dan tidak diberikan kata kesimpulan pada akhir pengerjaan tes (lihat TS4-07) dan menyatakan bahwa subjek belum menyelesaikan langkah pembuktian induksi matematika sehingga pernyataan yang dibuat belum terbukti (lihat JS4-26). Berdasarkan analisis data yang diperoleh, *subjek S4 dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika dengan tidak tepat*.

C. Hasil Penelitian

Berikut ini merupakan penyajian hasil penelitian yang diperoleh selama penelitian mengenai penalaran deduktif siswa olimpiade kelas XI dalam menyelesaikan pembuktian matematika berdasarkan gaya kognitif *field independent* dan *field dependent*.

1. Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Kelas XI Gaya Kognitif *Field Independent* dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Matematika

a. Penalaran Deduktif Subjek Pertama dengan Gaya Kognitif *Field Independent*

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh, subjek S1 dengan gaya kognitif *field independent* dalam menyusun pembuktian adalah dengan menentukan rumus dari barisan bilangan bulat genap yaitu $2n$. Kemudian subjek S1 membentuk pernyataan umum induksi matematika yaitu $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$. Subjek S1 menyatakan dalam pernyataan tersebut diawali oleh bilangan 2, dikarenakan 2 merupakan bilangan bulat genap pertama dan merupakan bilangan positif. Berdasarkan hal tersebut, subjek S1 menentukan bentuk umum induksi matematika dengan tepat. Setelah menyusun pembuktian tersebut, subjek S1 melakukan perhitungan untuk mengecek kebenaran dari nilai S_n menggunakan rumus deret aritmatika $S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$. Subjek S1 mensubstitusikan nilai $a = 2$ dan $U_n = 2n$ pada rumus tersebut, sehingga melalui perhitungan, subjek S1 memperoleh hasil yang sama untuk S_n yaitu $n(n + 1)$. Pada tahap pembuktian, subjek S1 menuliskan ulang pernyataan induksi matematika sebelumnya dengan bentuk berbeda yaitu $S_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2(n - 3) + 2(n - 2) + 2(n - 1) + 2n$. Subjek S1 memisalkan jumlah bilangan dari 2 hingga $2n$ adalah sebanyak n bilangan. Subjek S1 mengasumsikan bahwa $2n$ merupakan bilangan bulat genap positif terakhir. Kemudian $2(n - 1)$ dinyatakan sebagai bilangan bilangan sebelum $2n$ dan $2(n - 2)$ merupakan bilangan sebelum $2(n - 1)$ begitu seterusnya. Setelah itu, subjek S1 menjumlahkan bilangan pertama 2 dengan bilangan terakhir $2n$, bilangan kedua 4 dengan bilangan sebelum $2n$ yaitu $2(n - 1)$ dan seterusnya. Sehingga diperoleh $S_n = (2n + 2) + (2n - 2 + 4) + (2n - 4 + 6) + \dots$. Hasil operasi bilangan $2n - 2 + 4$ adalah $2n + 2$ dan operasi bilangan $2n - 4 + 6$ menghasilkan $2n + 2$ dan pola ini akan berulang seterusnya. Setelah itu, dapat

dinyatakan bahwa jumlah bilangan menjadi $\frac{1}{2}n$. Berdasarkan hasil operasi tersebut, diperoleh rumus dari S_n adalah $\frac{1}{2}n(2n + 2)$. Kemudian subjek S1 melakukan pemfaktoran sehingga sehingga diperoleh nilai $S_n = n(n + 1)$. Dikarenakan nilai S_n dalam soal dan pembuktian tersebut sama, maka subjek S1 menyatakan bahwa pernyataan matematis tersebut terbukti dengan tepat. Berdasarkan hal tersebut, *subjek S1 dalam indikator pertama menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat dan lengkap.*

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh pada indikator kedua, subjek S1 merasa yakin telah melaksanakan pembuktian rumus dengan benar. Subjek S1 dalam memeriksa keshahihan dari pembuktian yang digunakan dengan memisalkan $n = 5$. Kemudian dijabarkan dengan bentuk umum induksi matematika, dan subjek S1 menjumlahkan bilangan pertama yaitu 2 dan bilangan terakhir yaitu 10 dan menghasilkan nilai 12. Kemudian subjek S1 menjumlahkan bilangan kedua yaitu 4 dengan bilangan terakhir kedua yaitu 8 dan menghasilkan nilai yang sama yaitu 12. Kemudian sisa angka ditengah yaitu 6, subjek menyatakan bahwa nilai tersebut hasilnya sama dengan perolehan setengah dari penjumlahan nilai pertama dan terakhir yaitu $\frac{1}{2} \cdot 12 = 6$. Sehingga hasil penjumlahan yang diperoleh yaitu $12 + 12 + 6 = 30$ hasilnya tersebut sama dengan perolehan hasil deret aritmatika dengan rumus S_n . Sehingga *subjek S1 memeriksa keshahihan suatu argumen dengan lengkap dan benar.*

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh dalam indikator ketiga yaitu menarik kesimpulan dari suatu pernyataan matematika dalam soal

matematika, subjek S1 menyatakan bahwa pernyataan yang dibuat yang menunjukkan bahwa jumlah n bilangan bulat genap positif sama dengan $n(n + 1)$ terbukti. Berdasarkan hal tersebut, *subjek S1 dapat menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dengan tepat.*

b. Penalaran Deduktif Subjek Kedua dengan Gaya Kognitif *Field Independent*

Berdasarkan paparan dan analisis data tersebut, subjek S2 dengan gaya kognitif *field independent* dalam menyusun pembuktian adalah dengan menuliskan yang diketahui dan melakukan perhitungan sesuai rumus deret yang diperlukan dalam proses pembuktian. Diantaranya subjek S2 menunjukkan barisan bilangan bulat genap positif yaitu $(2, 4, 6, \dots)$, kemudian rumus barisan bilangan genap positif ($U_n = 2n$) berdasarkan perhitungan rumus barisan aritmatika, dan melakukan perhitungan rumus deret aritmatika bilangan bulat genap positif ($S_n = n(n + 1)$). Berdasarkan hasil tersebut, subjek S2 melakukan perhitungan yang dilakukan dengan tepat dan lengkap. Setelah melakukan perhitungan tersebut, subjek S2 menyatakan bentuk umum induksi matematika dalam $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$. Namun dalam ini, subjek S2 tidak mengubah bentuk umum pernyataan tersebut berdasarkan nilai S_n , U_n , dan barisan bilangan bulat genap positif seperti yang telah dicari sebelumnya. Berdasarkan hal tersebut, subjek S2 menyatakan bentuk induksi matematika dengan lengkap namun kurang tepat. Setelah itu, subjek S2 menyusun pembuktian dengan menggunakan induksi matematika. Ada tiga langkah yang digunakan yaitu dengan membuktikan $n = 1$, $n = k$, dan $n = k + 1$. Pada langkah pertama subjek S2 mensubstitusikan nilai $n = 1$ sehingga menjadi

$S_1 = U_1$ dan terbukti karena merupakan sifat dari barisan aritmatika. Pada langkah kedua subjek S2 mengasumsikan benar untuk $n = k$, dengan k merupakan bilangan asli dan membuat pernyataan baru menjadi $S_k = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k$. Pada langkah ketiga subjek S2 mensubstitusikan nilai $n = k + 1$ ke persamaan umum induksi matematika menjadi $S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k + U_{k+1}$. Berdasarkan hal tersebut, subjek S2 memperoleh $S_{k+1} = S_k + U_{k+1}$. Subjek S2 mengubah S_{k+1} menjadi $(k + 1)(k + 2)$ kemudian dibuktikan dengan mengubah S_k menjadi $k(k + 1)$ dan mengubah U_{k+1} menjadi $2(k + 1)$ sehingga diperoleh ruas kanan $k(k + 1) + 2(k + 1)$ dan melalui operasi distribusi menjadi $(k + 1)(k + 2)$. Sehingga $n = k + 1$ pada tahap ini terbukti. Berdasarkan analisis langkah-langkah yang dijelaskan, subjek S2 pada indikator pertama *menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat*.

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh dalam indikator kedua memeriksa keshahihan suatu argumen, subjek S2 meyakini bahwa jawaban yang diberikan telah terbukti benar. Subjek S2 kemudian memastikan kebenaran tersebut dengan melakukan uji nilai. Uji nilai dilakukan dengan memisalkan sebarang nilai n , yaitu $n = 4$ kemudian mensubstitusikannya ke dalam persamaan $S_n = n(n + 1)$ dan memperoleh hasil 20. Hasil tersebut dibandingkan dengan penjumlahan empat barisan bilangan bulat genap positif pertama yaitu $2 + 4 + 6 + 8$ dan memperoleh hasil 20 dan keduanya bernilai sama. Berdasarkan data tersebut *subjek S2 memeriksa keshahihan argumen dengan tepat*.

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh dalam indikator ketiga menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika adalah dengan menyatakan bahwa terbukti benar jumlah n bilangan genap positif pertama adalah $n(n + 1)$ sesuai dengan langkah-langkah pembuktian dan pemeriksaan yang dilakukan. Oleh karena itu, *subjek S2 menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dengan tepat.*

2. Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Kelas XI Gaya Kognitif *Field Dependent* dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Matematika

a. Penalaran Deduktif Subjek Pertama dengan Gaya Kognitif *Field Dependent*

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh, subjek S3 dengan gaya kognitif *field dependent* dalam indikator pertama yaitu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi adalah dengan menggunakan induksi matematika. Subjek S3 tidak lengkap dalam menyebutkan informasi dalam soal, hanya menuliskan rumus deret aritmatika yaitu $n(n + 1)$ dan tanpa membuat pernyataan umum induksi matematika terlebih dahulu. Langkah-langkah pembuktian induksi matematika yang digunakan yaitu membuktikan $n = 1, n = 2, n = 3$ dan $n = n + 1$. Pada tahap pertama yaitu $n = 1$, subjek S3 mensubstitusikan nilai $n = 1$ dalam rumus $n(n + 1)$ sehingga diperoleh 2 kemudian hasil tersebut dibandingkan dengan suku pertama dari barisan bilangan bulat genap positif yaitu 2. Berdasarkan hal tersebut, $n = 1$ terbukti benar. Pada tahap $n = 2$, subjek S3 menjumlahkan 2 barisan bilangan bulat genap positif yaitu $2 + 4 = 6$ kemudian dibandingkan dengan substitusi $n = 2$

dalam persamaan $n(n + 1)$ sehingga memperoleh 6. Keduanya bernilai sama sehingga subjek S3 menyatakan bahwa $n = 2$ terbukti. Pada tahap $n = 3$, subjek S3 menjumlahkan 3 barisan barisan bulat genap positif pertama yaitu $2 + 4 + 6 = 12$ kemudian dibandingkan dengan substitusi $n = 3$ dalam persamaan $n(n + 1)$ sehingga memperoleh hasil 12. Keduanya memiliki hasil yang sama sehingga subjek S3 menyatakan bahwa $n = 3$ terbukti. Pada tahap $n = n + 1$ subjek S3 membuat bentuk umum pernyataan induksi matematika untuk $n = 1$ yaitu $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$. Perolehan $2n$ tersebut merupakan rumus dari bilangan genap dengan alasan bilangan genap adalah bilangan yang habis dibagi 2. Berdasarkan hal tersebut, subjek S3 membuat pernyataan umum induksi matematika dengan tepat dan lengkap. Kemudian membuat pernyataan umum baru untuk $n = n + 1$ yaitu $2 + 4 + \dots + 2n + 2(n + 1) = (n + 2)(n + 1)$. Setelah itu, subjek S3 mengubah $2 + 4 + \dots + 2n$ menjadi $n(n + 1)$ kemudian ditambahkan $2(n + 1)$ sehingga diperoleh $n(n + 1) + 2(n + 1)$. Melalui operasi distribusi kemudian diperoleh $(n + 1)(n + 2)$. Maka dari itu, kedua ruas bernilai sama. Berdasarkan hal tersebut, subjek S3 menyatakan bahwa langkah $n(n + 1)$ terbukti. Melalui langkah-langkah tersebut, *subjek S3 membuktikan pernyataan induksi matematika dengan tepat. Sehingga, subjek S3 menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat namun tidak lengkap.*

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh subjek S3 dalam indikator kedua yaitu memeriksa keshahihan argumen menyatakan bahwa sudah yakin dengan jawaban yang diberikan dan bukti yang disusun benar, subjek S3 memeriksa kebenaran dengan substitusi nilai $n = 2$ dan $n = 3$ dalam rumus $n(n + 1)$, kemudian membandingkan dengan jumlah barisan bilangan bulat

genap positif kemudian keduanya mendapat hasil yang sama. Oleh karena itu, *subjek S3 memeriksa keshahihan suatu argumen dengan tepat.*

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh dalam indikator ketiga yaitu menarik kesimpulan suatu pernyataan matematika dalam soal matematika, subjek S3 menuliskan kesimpulan dengan lengkap berdasarkan bukti-bukti yang telah disusun bahwa jumlah n bilangan bulat genap positif sama dengan $n(n + 1)$. Oleh karena itu, *subjek S3 menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dengan lengkap dan tepat.*

b. Penalaran Deduktif Subjek Kedua dengan Gaya Kognitif *Field Dependent*

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh, subjek kedua dengan gaya kognitif *field dependent* dalam indikator pertama yaitu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi adalah dengan menggunakan induksi matematika. Tanpa melalui perhitungan rumus subjek S4 membuat pernyataan induksi matematika yang akan dibuktikan yaitu $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n = n(n + 1)$. Subjek S4 menyatakan bahwa 2,4,6,8 merupakan pola bilangan aritmatika bilangan genap positif dan subjek S4 menyatakan pola bilangan bulat genap positif tersebut dengan n tanpa melalui perhitungan. Dalam hal ini, subjek S4 kurang tepat dalam memisalkan rumus bilangan bulat genap positif. Berdasarkan hal tersebut, *subjek S4 membuat pernyataan matematika tersebut lengkap namun kurang tepat.* Langkah-langkah pembuktian menggunakan menggunakan induksi matematika ada tiga yaitu membuktikan $n = 1$, $n = k$ dan $n = k + 1$. Pada langkah pertama induksi matematika, subjek S4 membuktikan

untuk $n = 1$ dengan mensubstitusikannya ke dalam rumus deret aritmatika (S_n) yaitu $n(n + 1)$ sehingga diperoleh 2 sesuai dengan barisan bilangan bulat genap positif pertama sehingga pernyataan $n = 1$ terbukti. Pada langkah kedua, subjek S4 mengasumsikan benar untuk $n = k$, subjek mensubstitusikan nilai $n = k$ ke dalam pernyataan umum induksi matematika menjadi $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k + 1)$. Dalam hal ini, subjek S4 kurang tepat dalam membuat rumus suku ke- n . Sehingga subjek S4 dalam membuat pernyataan baru dengan lengkap namun kurang tepat. Pada langkah ketiga, subjek S4 membuktikan $n = k + 1$ berlaku benar dengan mensubstitusikan nilai tersebut kepada pernyataan induksi matematika menjadi $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + (k + 1) = (k + 1)(k + 1)$. Pada tahap pembuktian $n = k + 1$ subjek S4 memulai dengan menjumlahkan ruas kanan $(k + 1)(k + 1 + 1)$ menjadi $(k + 1)(k + 2)$ kemudian subjek S4 melakukan operasi perkalian sehingga memperoleh $k^2 + 2k + k + 2 = k^2 + 3k + 2$. Setelah itu, subjek mengalami kesulitan dalam membuktikan langkah ini agar menjadi terbukti. Sehingga pernyataan $n = k + 1$ tersebut belum terbukti. Oleh karena itu, *induksi matematika menurut subjek S4 belum terbukti*, dan *subjek S4 menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tidak tepat*.

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh dalam indikator kedua yaitu memeriksa keshahihan suatu argumen, subjek S4 telah melakukan peninjauan ulang pengerjaan, namun subjek S4 menunjukkan ketidakyakinan dalam pembuktian yang dilakukan dan dalam memeriksa kebenaran pernyataan matematis tersebut, subjek S4 belum menyelesaikan bukti dan tidak mengetahui alternatif lain dalam membuktikan pernyataan. Oleh karena itu, *subjek S4 dalam memeriksa keshahihan suatu argumen kurang tepat*.

Berdasarkan paparan dan analisis data yang diperoleh dalam indikator ketiga yaitu menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika, subjek S4 belum menyelesaikan hasil jawaban dari tes tulis dan tidak diberikan kata kesimpulan pada akhir pengerjaan tes dan menyatakan bahwa subjek belum menyelesaikan langkah pembuktian induksi matematika sehingga pernyataan yang dibuat belum terbukti. Berdasarkan analisis data yang diperoleh, *subjek S4 dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dalam soal matematika dengan tidak tepat.*

BAB V

PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil analisis dan paparan data pada bab IV terkait penalaran deduktif siswa olimpiade kelas XI dalam menyelesaikan masalah pembuktian berdasarkan gaya kognitif *field independent* dan *field dependent* diperoleh pembahasan sebagai berikut:

A. Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Gaya Kognitif *Field Independent* dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Matematika

Berdasarkan hasil analisis data siswa dengan gaya kognitif *field independent* dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika, mampu memenuhi ketiga indikator penalaran deduktif seperti pada Tabel 2.1. siswa dengan gaya kognitif *field independent* menuliskan informasi yang terdapat pada soal sebelum melaksanakan pembuktian matematika. Sejalan dengan Liu & Ginther (1999) bahwa siswa *field independent* akan cenderung menuliskan keseluruhan informasi yang diketahui dengan sedetail mungkin. Siswa olimpiade matematika dengan gaya kognitif *field independent*, siswa berusaha semaksimal mungkin untuk memperjelas jawaban yang diberikan, meskipun informasi tersebut diketahui secara implisit. Hal tersebut senada dengan penelitian yang dilakukan oleh Baiduri (2015) dalam menyelesaikan permasalahan matematika dengan lengkap dan tepat. Setelah menuliskan keseluruhan informasi yang diketahui, siswa *field independent* kemudian menyatakan bentuk umum induksi matematika dengan tepat. Setelah menyatakan bentuk umum tersebut, siswa *field independent* menyusun pembuktian yang diketahui. Siswa mampu

menyusun pembuktian menggunakan induksi matematika, sesuai dengan prinsip dari induksi matematika (Ariyana et al., 2018) yaitu 1) *basic step* dengan membuktikan benar untuk $n = 1$ dan 2) *induction step* dengan memisalkan benar untuk setiap $n = k$ dan kemudian membuktikan benar untuk $n = k + 1$. Dalam hal ini, siswa dengan gaya kognitif *field independent* mampu menyusun pembuktian sesuai dengan prinsip induksi matematika dengan tepat. Menurut (Hanna & Villiers, 2012) pembuktian menggunakan induksi matematika merupakan salah satu bukti yang membuktikan, sedangkan siswa dengan gaya kognitif *field independent* juga mampu melakukan pembuktian menggunakan alternatif lain yaitu bukti yang menjelaskan dengan menggunakan bukti Gauss seperti yang telah dijelaskan pada Bab 2. Siswa *field independent* yang melakukan pembuktian menggunakan bukti Gauss, terdapat perbedaan dengan menyelesaikan masalah pembuktian matematika. Dimana S_n yang dibuktikan tidak dijumlahkan lagi barisan dari belakang, namun siswa menjumlahkan dengan melipat barisan bilangan aritmatika menjadi dua. Siswa *field independent* mampu mengorganisasikan dan menganalisis cara penyelesaian tersendiri dengan tepat. Sejalan dengan hal ini, Darmono (2012) menyatakan siswa *field independent* cenderung mampu menganalisis dan mampu mengorganisasikan informasi atau pengetahuan yang diterima sendiri, sehingga dikenal sebagai “*analytical thinkers*”. Berdasarkan hal tersebut, dapat disimpulkan bahwa siswa *field independent* mampu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat dan lengkap.

Pada indikator kedua yaitu memeriksa keshahihan suatu argumen, siswa *field independent* meyakini kebenaran dari proses pembuktian yang dilakukan

dengan benar, baik menggunakan induksi matematika maupun bukti Gauss. Siswa *field independent* tidak juga mampu melakukan pengecekan ulang jawaban kembali menggunakan substitusi nilai/ uji nilai dengan baik. Berdasarkan ciri siswa *field independent* yang dijabarkan oleh (Liu & Ginther, 1999) siswa mampu mengorganisasikan dan menganalisis informasi sesuai kemampuan pribadi masing masing. Sejalan dengan hal itu, Darmono (2012) mengungkapkan bahwa siswa *field independent* merupakan “*analytical thinkers*”. Sehingga bukti yang diberikan lebih valid.

Pada indikator ketiga yaitu menarik kesimpulan dari pernyataan matematika, siswa dengan gaya *field independent* memberikan kesimpulan setelah setiap berhasil menyelesaikan setiap langkah pembuktian, siswa dapat menarik kesimpulan pernyataan berdasarkan data-data yang berhasil dibuktikan sebelumnya. Siswa mampu mengolah informasi dengan baik dan benar sehingga lebih mudah dalam pengambilan kesimpulan (Firmasari & Sulaiman, 2019). Siswa tidak hanya memaparkan apa yang pernah dipelajari, namun siswa juga akan lebih terbuka terhadap cara berpikir logis yang dilakukan (Liu & Ginther, 1999). Berdasarkan hal tersebut, siswa *field independent* mampu memenuhi seluruh indikator penalaran deduktif dengan tepat.

B. Penalaran Deduktif Siswa Olimpiade Gaya Kognitif *Field Dependent* dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Matematika

Berdasarkan hasil analisis data siswa dengan gaya kognitif *field dependent* dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika, pada

indikator pertama, siswa *field dependent* tidak menuliskan informasi secara menyeluruh di dalam jawaban dan tidak melakukan perhitungan yang diperlukan pada pembuktian yang digunakan. Sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Reichenbach (2019) siswa tidak menuliskan informasi secara menyeluruh. Kemudian siswa *field dependent* mampu membuat pernyataan umum induksi matematika dengan lengkap, namun rentan membuat kesalahan jika tidak melakukan perhitungan untuk menentukan rumus U_n . Kemudian siswa melakukan pembuktian induksi matematika sesuai prinsip induksi (Ariyana, 2018) yaitu 1) *basic step* membuktikan $n = 1$ dengan tepat, dan 2) *induction step* jika $n = k$ benar, maka $n = k + 1$ benar untuk k bilangan asli. Pada tahap kedua ini, siswa *field dependent* tidak melakukan langkah mengasumsikan dengan tepat untuk sebarang bilangan asli k bernilai benar. Dan pada tahap $n = k + 1$ siswa olimpiade matematika dengan gaya kognitif *field dependent* mampu membuktikan dengan tepat, sedangkan siswa olimpiade geografi dengan gaya kognitif *field dependent* tidak mampu membuktikan dan tidak mengetahui letak kesalahan yang dilakukan. Sesuai dengan ciri siswa *field dependent* yang dijabarkan oleh Liu & Ginther (1999) dan penelitian (Erviana, 2019) bahwa siswa *field dependent* cenderung melakukan penyelesaian sesuai dengan yang pernah dipelajari dan tidak mencoba alternatif pembuktian lain, selain itu siswa juga membutuhkan bimbingan dalam menyelesaikan masalah yang sedang dihadapi. Berdasarkan hal tersebut, siswa *field dependent* dalam menyusun bukti menggunakan induksi matematika, mampu menyusun sesuai dengan prinsip induksi matematika dengan tepat namun siswa akan lebih mudah mengalami kesalahan apabila lupa terhadap rumus induksi matematika atau tidak mampu

memahami proses induksi matematika dengan baik (Susanto, 2015). Oleh karena siswa *field dependent* tidak memahami langkah induksi matematika dengan tanpa menganalisis langkah-langkahnya, dan disebut sebagai “*global thinkers*” (Darmono, 2012). Sehingga siswa olimpiade matematika *field dependent* mampu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat namun kurang lengkap, sedangkan siswa olimpiade geografi *field dependent* mampu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan lengkap dan kurang tepat.

Pada indikator kedua yaitu memeriksa keshahihan suatu argument, siswa *field dependent* hanya melakukan pengecekan ulang jawaban kembali tanpa melakukan uji nilai, dan siswa dalam melakukan kesalahan jawaban kurang dapat mengidentifikasi letak kesalahannya. Oleh karena itu menurut (Basir, 2015) siswa *field dependent* perlu bimbingan dari orang lain untuk mengetahui letak kesalahan dalam pengerjaan soal.

Pada indikator ketiga yaitu menarik kesimpulan dari pernyataan matematika, siswa dengan gaya *field dependent* memberikan kesimpulan setelah setiap berhasil menyelesaikan setiap langkah pembuktian, siswa menarik kesimpulan pernyataan berdasarkan data-data yang berhasil dibuktikan sebelumnya. Siswa *field dependent* dapat menjelaskan dan menjawab pertanyaan sesuai dengan sederhana yang disertai dengan alasan-alasan yang pernah dipelajari (Mawardi et al., 2020). Sehingga siswa *field dependent* tidak mampu memenuhi semua indikator yang ditentukan dengan lengkap dan tepat.

BAB VI

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan paparan data dan hasil pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Siswa dengan gaya *field independent* dalam menyusun pembuktian dapat melakukan pembuktian dengan baik, runtut, dan tepat. Siswa *field independent* 1) mampu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat baik menggunakan induksi matematika maupun bukti Gauss, 2) mampu memeriksa keshahihan suatu argumen dengan tepat dan menggunakan uji nilai, serta 3) mampu menarik kesimpulan suatu pernyataan matematika dalam soal matematika dengan tepat berdasarkan bukti yang disusun dan pemeriksaan jawaban kembali.
2. Siswa dengan gaya *field dependent* dalam menyusun pembuktian dengan tidak lengkap dan tepat. Siswa *field independent* 1) mampu menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dengan tepat namun tidak lengkap dengan menggunakan induksi matematika, 2) mampu memeriksa keshahihan suatu argumen dengan kurang tepat melalui pengecekan ulang namun kurang mengetahui letak kesalahan penyusunan bukti agar lengkap, serta 3) mampu menarik kesimpulan suatu pernyataan matematika dalam soal matematika dengan tepat.

B. Saran

1. Pembuktian merupakan materi yang sulit, dimana untuk menyelesaikan langkah-langkahnya diperlukan proses bernalar yang lebih mendalam. Dalam hal ini, penalaran yang digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian yang diberikan adalah induksi matematika, namun pada kenyataannya hanya beberapa siswa yang mampu bernalar dan membuktikan dengan benar, meskipun materi ini termasuk dalam mata pelajaran wajib. Oleh karena itu, diperlukan pendalaman materi agar siswa lebih paham terhadap materi ini.
2. Bagi peneliti lain, selanjutnya diharapkan agar mengembangkan penelitian terkait penalaran dalam membuktikan matematika, baik dari segi materi atau metode pembuktian yang digunakan.

DAFTAR RUJUKAN

- Ario, M. (2016). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMK Setelah Mengikuti Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Ilmiah Edu Research*, 5(2), 125–134.
- Aristanti, D. (2021). Profil Penalaran Plausible peserta Didik dalam Pemecahan Masalah Pembuktian matematika Ditinjau dari Gaya Berpikir. In *Pesquisa Veterinaria Brasileira* (Vol. 26, Issue 2). <http://www.ufrgs.br/actavet/31-1/artigo552.pdf>
- Ariyana, Y., Pudjiastuti, A., Bestary, R., & Zamroni. (2018). Buku Pegangan Pembelajaran Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi Berbasis Zonasi. *Buku Pegangan Pembelajaran Berorientasi Pada Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi*, 1–87. https://repositori.kemdikbud.go.id/11316/1/01._Buku_Pegangan_Pembelajaran_HOTS_2018-2.pdf
- Awanis, R. F. (2019). Analisis Kemampuan Penalaran Deduktif Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Self Efficacy. In *Skripsi*.
- Bachri, B. S. (2010). Meyakinkan Validitas Data Melalui Triangulasi Pada Penelitian Kualitatif. *Teknologi Pendidikan*, 10, 46–62.
- Baiduri. (2015). *Gaya Kognitif dan Hasil Belajar Matematika Siswa Field Dependence-Independence*.
- Barnes, M., & Gordon, S. (1987). Mathematical Induction Mary Barnes University of Sydney. In *Learning*.
- Basir, M. A. (2015). Kemampuan Penalaran Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematis Ditinjau dari Gaya Kognitif. *Jurnal Pendidikan Matematika FKIP Unissula*, 3(1), 106–114.
- Darmono, A. (2012). Identifikasi Gaya Kognitif Peserta Didik dalam Belajar. *Al Mabsut: Jurnal Studi Islam Dan Sosial*, Vol. 3(No. 1), 1–6.
- Doruk, M., & Kaplan, A. (2015). Prospective mathematics teachers' difficulties in doing proofs and causes of their struggle with proofs. *1st International Eurasian Educational Research Congress*, 315–328. <https://eric.ed.gov/?id=ED564144>
- Education Development Center. (2002). *Making Mathematics: Proof*. 1–51.
- Epstein, D., & Levy, S. (2010). Experimentation and Proof in Mathematics. In *Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives*. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0576-5_14
- Erviana, T. (2019). Penalaran Siswa SMP Dengan Gaya Kognitif Field

Dependent Dalam Memecahkan Masalah Aljabar. *Prosiding Silogisme*, 1(1).

- Fauziyah, R. R. (2021). Analisis penalaran matematis siswa melalui pembuktian ditinjau dari gaya berpikir Gregorc : Penelitian kualitatif di SMA Negeri 3 Sumedang. In *Bitkom Research* (Vol. 63, Issue 2). http://forschungsunion.de/pdf/industrie_4_0_umsetzungsempfehlungen.pdf%0Ahttps://www.dfki.de/fileadmin/user_upload/import/9744_171012-KI-Gipfelpapier-online.pdf%0Ahttps://www.bitkom.org/sites/default/files/pdf/Presse/Anhaenge-an-PIs/2018/180607-Bitkom
- Firmasari, S., & Sulaiman, H. (2019). Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Induksi Matematika. *Journal of Medives : Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 3(1), 1. <https://doi.org/10.31331/medivesveteran.v3i1.642>
- Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchanges*, 21(1), 6–13. <https://doi.org/10.1007/BF01809605>
- Hanna, G., & Villiers, M. de. (2012). *Proof and Proving in Mathematics Education* (M. de Villiers (ed.)). International Commission on Mathematical Instruction. https://www.academia.edu/77311093/Proof_and_Proving_in_Mathematics_Education
- Hernadi, J. (2013). Metoda Pembuktian dalam Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 1–13. <https://doi.org/10.22342/jpm.2.1.295>
- Hsiao, Y.-P. (2000). The Effects of Cognitive Styls and Learning Strategies in Hypermedia Environment. *A Review of Literature*.
- Huda, A., Isnarto, & Erwina, L. (2018). Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Induktif Kelas XII SMA N 7 Semarang pada Materi Induksi Matematika Melalui Pembelajaran Model TAI. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, 12–17.
- Humas MAN 2 Kota Malang. (2023). 45 PESERTA DIDIK MAN 2 KOTA MALANG IKUTI OSN TAHUN 2022. 25 Mei. <https://man2kotamalang.sch.id/2022/05/25/45-peserta-didik-man-2-kota-malang-ikuti-osn-tahun-2022/>
- Kemdikbud. (2017). Matematika SMA/MA Kelas XI. In *Encephale* (Vol. 53, Issue 1). <http://dx.doi.org/10.1016/j.encep.2012.03.001>
- Keraf, G. (2007). *Argumentasi dan Narasi : Komposisi Lanjutan III*. PT Gramedia Pustaka Utama.
- Kusumaningrum, N. D. (2007). *Deskripsi Kemampuan Penalaran Matematis dan Sikap Disiplin Siswa Kelas VIII SMP Muhammadiyah Kedungbanteng* (Issue 2006).

- Liu, Y., & Ginther, D. (1999). Gaya Kognitif dan Pendidikan Jarak Jauh. *Jurnal Online Pembelajaran Jarak Jauh Administrasi*, 2(3), 886–5594. https://www.academia.edu/68866450/Cognitive_styles_and_distance_education
- Manyira, M., Saidi, S., & Hamid, H. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran Deduktif Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Pertidaksamaan Linear Satu Variabel. *Jurnal Pendidikan Guru Matematika*, 1(3), 260–270.
- Mawardi, A. V., Yanti, A. W., & Arrifadah, Y. (2020). Analisis Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Soal HOTS Ditinjau dari Gaya Kognitif. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 5(1), 40–52. <https://doi.org/10.15642/jrpm.2020.5.1.40-52>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1992). *Qualitative Data Analysis: A Sourcebook of New Method*. Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia (UI-PRESS).
- Nashrullah, F. R., Asikin, M., Waluya, B., & Zaenur. (2021). Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Siswa pada Pembelajaran Realistic Mathematics Education (RME). *Jurnal Integral*, 12(1), 1–18.
- Nazariah. (2022). “Penalaran.” In Ariyanto (Ed.), *Konsep Dasar Matematika* (pp. 1–9). PT. Global Eksekutif Teknologi. https://www.google.co.id/books_edition/Konsep_Dasar_Matematika_XX53EAAAQBAJ_hl=id_gbpv=1_dq=penalaran_deduktif_pg=PA5_printsec=frontcover?pg=PP3&dq=penalaran deduktif
- Polya, G. (1978). How to solve it: a new aspect of mathematical method second edition. In *The Mathematical Gazette* (Vol. 30, p. 181). <http://www.jstor.org/stable/3609122?origin=crossref>
- Prasiska, Y. A. (2017). Analisis Proses Penalaran Matematis Mahasiswa dalam Melakukan Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika Ditinjau Dari Gaya Berpikir Model Gregorc. In *Journal information* (Vol. 10).
- Putri, A. M., Widadah, S., & ... (n.d.). Penalaran Deduktif Siswa Sma Dalam Pembuktian Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif Field Independent Dan Field Dependent. *Repositoty Stkip Pgri ...*. <https://repository.stkippgri-sidoarjo.ac.id/239/%0Ahttps://repository.stkippgri-sidoarjo.ac.id/239/1/1431014-ARTIKEL.pdf>
- Reichenbach, A., Bringmann, A., Reader, E. E., Pournaras, C. J., Rungger-Brändle, E., Riva, C. E., Hardarson, S. H., Stefansson, E., Yard, W. N., Newman, E. A., & Holmes, D. (2019). Kemampuan Penalaran Matematis dalam Memecahkan Masalah Trigonometri yang Mengukur Indikator Kemampuan Penalaran Deduktif. *Progress in Retinal and Eye Research*, 561(3), S2–S3.

- Rich, B., & Thomas, C. (2009). *Schaum's outlines Problem Solved Geometry* (Fourth Edi). The McGraw-Hill Companies.
https://www.google.co.id/books_edition_Schaum_s_Outline_of_Geometry_4ed_ab8lZG2yubcC_hl=id_gbpv=1_dq=Schaum_E2_80_99s_outlines_Problem_Solved_Geometry_pg=PR6_printsec=frontcover?pg=PR4&dq=Schaum's outlines Problem Solved Geometry
- Rochmah, O. A. (2019). *Analisis Berpikir Kritis Siswa Olimpiade Matematika dalam Menyelesaikan Soal OSN Materi Teori Bilangan*. 1–109.
- Rohmah, S. N. (2021). *Strategi Pembelajaran Matematika* (B. Ashari (ed.)). UAD Press.
https://www.google.co.id/books_edition_Strategi_Pembelajaran_Matematika_wRExEAAAQBAJ_hl=id_gbpv=1_dq=penalaran_matematika_pg=PA9_printsec=frontcover?pg=PR4&dq=penalaran matematika
- Sobur, K. (2015). Logika Dan Penalaran Dalam Perspektif Ilmu Pengetahuan. *TAJIDID: Jurnal Ilmu Ushuluddin*, 14(2), 387–414.
<https://doi.org/10.30631/tjd.v14i2.28>
- Sukirman. (2017). Induksi Matematik dan Teorema Binomial. In *Jurnal Matrmatika* (Vol. 1).
- Sumartini, T. S. (2015). Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbsais Masalah. *Jurnal Pendidikan Mosharafa*, 5(1), 1–10.
<https://media.neliti.com/media/publications/226594-peningkatan-kemampuan-penalaran-matemati-55500f0f.pdf>
- Susanto, H. A. (2015). *Pemahaman Pemecahan Masalah Berdasar Gaya Kognitif*. Yogyakarta: Deepublish.
<https://books.google.co.id/books?id=wxyPDwAAQBAJ&lpg=PR5&ots=7TWYDnoEGU&dq=gaya kognitif&lr&hl=id&pg=PA34#v=onepage&q=gaya kognitif&f=false>
- Wibowo, A. (2022). *Ketrampilan penalaran Deduktif (Deductive Reasoning Skill)* (J. T. Santoso (ed.)). Yayasan Prima Agus Teknik.
- Writing Center. (n.d.). *Logical Method: Induction and Deduction*.
- Wulandari, R. (2017). Analisis Gaya Kognitif Siswa Dalam Pemecahan Masalah Matematika di SDN Banyuajuh I Kamal Madura. *Jurnal Widyagogik*, 4(2), 95–106.

LAMPIRAN

Lampiran I Lembar Surat Keterangan Penelitian



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
KANTOR KEMENTERIAN AGAMA KOTA MALANG
MADRASAH ALIYAH NEGERI 2
Jalan Bandung Nomor 7 Penanggungan, Klojen, Kota Malang 65113
Telepon (0341) 551357, 558333; Faksimili (0341) 559779
Website : www.man2kotamalang.sch.id Email : admin@man2kotamalang.sch.id

SURAT KETERANGAN SELESAI PENELITIAN

Nomor : B-1878/Ma.13.25.02/PP.006/7/2023

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Drs. Samsudin, M.Pd
NIP : 196704231994031002
Jabatan : Kepala MAN 2 Kota Malang

Menerangkan bahwa:

Nama : Iffa Abdillah Kinasih
NIM : 19190033
Jurusan : Tadris Matematika
Institusi : Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang

Telah selesai melaksanakan penelitian di MAN 2 Kota Malang mulai tanggal 01 Maret – 31 Mei 2023 dengan judul ***Proses Penalaran Pembuktian Matematika Siswa Kelas XI-IPA dan Olimpiade di MAN 2 Kota Malang Berdasarkan Gaya Kognitif.***

Demikian surat keterangan ini untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Malang, 28 Juli 2023

Kepala

Drs. Samsudin, M.Pd
NIP. 196704231994031002

Lampiran II Lembar Validasi Instrumen

LEMBAR VALIDASI

TES PEMBUKTIAN MATEMATIKA

Nama Validator : Dr. Nurhayati M. PMat.
 Bidang Keahlian : Matematika
 Unit Kerja : Tadris Matematika

Petunjuk :

- Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu, mohon berikan tanda (√) pada kolom yang tersedia.
 Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, dan TS = Tidak Setuju.
- Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan.

A. Penilaian Materi

No	Kriteria Penilaian	Skala Penilaian			Keterangan/Saran Perbaikan
		S	KS	TS	
1.	Tugas sesuai untuk menjawab permasalahan penelitian	✓			
2.	Tugas memungkinkan subjek untuk bernalar	✓			
3.	Soal sesuai untuk peserta didik yang akan dijadikan subjek penelitian	✓			

B. Penilaian Konstruksi Soal

No	Kriteria Penilaian	Skala Penilaian			Keterangan/Saran Perbaikan
		S	KS	TS	
1.	Kalimat soal tidak menimbulkan penafsiran ganda	✓			

2.	Informasi yang diberikan cukup untuk menyelesaikan masalah	✓			
3.	Rumusan soal menggunakan kalimat tanya yang menuntut jawaban uraian	✓			
4.	Batasan yang diberikan jelas	✓			

C. Penilaian Bahasa Soal

No	Kriteria Penilaian	Skala Penilaian			Keterangan/Saran Perbaikan
		S	KS	TS	
1.	Menggunakan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar	✓			
2.	Rumusan soal menggunakan kata-kata atau kalimat sederhana yang dipahami oleh subjek	✓			
3.	Rumusan soal komunikatif	✓			
4.	Rumusan soal tidak menimbulkan penafsiran ganda		✓		

D. Penilaian Umum

Kesimpulan penilaian secara umum terhadap instrument tes pembuktian matematika adalah

*):

1. Layak digunakan tanpa perbaikan
2. Layak digunakan dengan perbaikan
3. Tidak layak digunakan

*) mohon dilingkari angka sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu.

Komentar/Saran Perbaikan:

Perbaiki: Seharusnya cara yang terdapat dalam
naskah soal.

Malang,

2023

Validator

Dr. Marbun, M.Pd.

LEMBAR VALIDASI

PEDOMAN WAWANCARA PEMBUKTIAN MATEMATIKA

Nama Validator : Dr. Marhayati M.PMat
 Bidang Keahlian : Matematika / Ahli Instrumen
 Unit Kerja : Tadris Matematika.

Tujuan:

Untuk mendeskripsikan proses bernalar siswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika.

Petunjuk :

1. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu, mohon berikan tanda (√) pada kolom yang tersedia.
Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, dan TS = Tidak Setuju.
2. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan.

No.	Kriteria Pedoman Wawancara	Skala Penilaian			Keterangan/Saran Perbaikan
		S	KS	TS	
1.	Pertanyaan tidak menyebut langsung indikator penalaran pembuktian	✓			
2.	Pertanyaan dapat mengungkap proses bernalar peserta didik dalam pembuktian matematika	✓			
3.	Pertanyaan yang diberikan merupakan pertanyaan terbuka	✓			
4.	Pertanyaan bersifat menggali dan tidak bersifat menuntun	✓			

5.	Pertanyaan tidak menimbulkan penafsiran ganda	✓			
----	---	---	--	--	--

Berdasarkan penilaian dari kriteria pedoman wawancara adalah, maka pedoman wawancara ini dinyatakan *):

1. Layak digunakan tanpa perbaikan
2. Layak digunakan dengan perbaikan
3. Tidak layak digunakan

*) mohon dilingkari angka sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu.

Komentar/Saran Perbaikan:

Malang, 2023

Validator

Offah
Dr. Marhayat, M.Pd.

LEMBAR VALIDASI

TES MATEMATIKA

Nama Validator : Dr. Abdusakin, M.Pd
 Bidang Keahlian : Ahli Instrumen / Matematika
 Unit Kerja : Tadris Matematika

Petunjuk :

1. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu, mohon berikan tanda (√) pada kolom yang tersedia
 Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, dan TS = Tidak Setuju.
2. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan.

A. Penilaian Materi

No	Kriteria Penilaian	Skala Penilaian			Keterangan/Saran Perbaikan
		S	KS	TS	
1.	Tugas sesuai untuk menjawab permasalahan penelitian	✓			
2.	Tugas memungkinkan subjek untuk bemalar	✓			
3.	Soal sesuai untuk peserta didik yang akan dijadikan subjek penelitian	✓			

B. Penilaian Konstruksi Soal

No	Kriteria Penilaian	Skala Penilaian			Keterangan/Saran Perbaikan
		S	KS	TS	
1.	Kalimat soal jelas dan tidak menimbulkan penafsiran ganda	✓			
2.	Informasi yang diberikan cukup untuk menyelesaikan masalah	✓			
3.	Rumusan soal menggunakan kalimat perintah yang menuntut	✓			

LEMBAR VALIDASI

PEDOMAN WAWANCARA

Nama Validator : Dr. Abdussakir, M.Pd
 Bidang Keahlian : Matematika
 Unit Kerja : Tadris Matematika

Tujuan:

Untuk mendeskripsikan proses bernalar siswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika.

Petunjuk:

1. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu, mohon berikan tanda (v) pada kolom yang tersedia. Keterangan S = Setuju, KS = Kurang Setuju, dan TS = Tidak Setuju.
2. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan.

No	Kriteria Pedoman Wawancara	Skala Penilaian			Keterangan/Saran Perbaikan
		S	KS	TS	
1.	Pertanyaan tidak menyebut langsung indikator penalaran pembuktian	✓			
2.	Pertanyaan dapat mengungkap proses bernalar peserta didik dalam pembuktian matematika	✓			
3.	Pertanyaan yang diberikan merupakan pertanyaan terbuka	✓			
4.	Pertanyaan bersifat menggali dan tidak bersifat menuntun	✓			
5.	Pertanyaan tidak menimbulkan penafsiran ganda	✓			

Berdasarkan penilaian dari kriteria pedoman wawancara adalah, maka pedoman wawancara ini dinyatakan *):

1. Layak digunakan tanpa perbaikan
2. Layak digunakan dengan perbaikan
3. Tidak layak digunakan

*) mohon diilingkari angka sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu.

jar

Komentar/Saran Perbaikan:

an

gg

ka

etj

ub

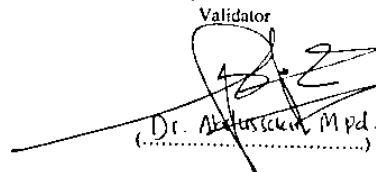
ak

1.

Malang,

2023

Validator


(Dr. Abdussalam Mpd.)

LEMBAR VALIDASI

ANGKET GEFT

Nama Validator : Imroatul Hayyu Erfantinni, M.Pd
 Bidang Keahlian : Bimbingan Konseling
 Unit Kerja : FITK UIN Malang

Petunjuk :

1. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu, mohon berikan tanda (✓) pada kolom yang tersedia.
 Keterangan TM = Tidak Memenuhi, KM = Kurang Memenuhi, M = Memenuhi, dan SM = Sangat Memenuhi.
2. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon Bapak/Ibu menuliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan.

A. Penilaian Petunjuk

No	Kriteria Penilaian	Skala Penilaian				Keterangan/Saran Perbaikan
		TM	KM	M	SM	
1.	Petunjuk dalam mengerjakan angket sudah jelas			✓		
2.	Petunjuk pengerjaan angket tidak menimbulkan penafsiran ganda			✓		

B. Penilaian Bahasa

No	Kriteria Penilaian	Skala Penilaian				Keterangan/Saran Perbaikan
		TM	KM	M	SM	
1.	Kalimat yang digunakan dalam angket telah sesuai dengan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan			✓		

	benar				
2.	Kalimat pada angket tidak menimbulkan penafsiran ganda			✓	
3.	Kalimat yang digunakan dalam angket menggunakan bahasa yang komunikatif, sederhana dan mudah dimengerti			✓	

C. Penilaian Isi

No	Kriteria Penilaian	Skala Penilaian				Keterangan/Saran Perbaikan
		TM	KM	M	SM	
1.	Gambar/ilustrasi yang digunakan sesuai dengan masing-masing jenis gaya kognitif (<i>field dependent</i> dan <i>field independent</i>)				✓	
2.	Rumusan pertanyaan menggunakan bahasa yang mudah dipahami				✓	
3.	Informasi yang diberikan sesuai untuk mengerjakan angket				✓	

D. Penilaian Umum

Kesimpulan penilaian secara umum terhadap instrument tes pembuktian matematika adalah

*):

1. Layak digunakan tanpa perbaikan
2. Layak digunakan dengan perbaikan
3. Tidak layak digunakan

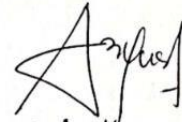
*) mohon dilingkari angka sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu.

Komentar/Saran Perbaikan:

Berhubung instrumen yang akan digunakan adalah adaptasi dari bahasa asing, maka perlu dilakukan uji keterbacaan pada responden dengan kriteria yang serupa dengan subjek yang akan ~~dijika~~ diteliti

Malang, 9 Maret 2023

Validator



(Imroatul Hayyu E)

Lampiran III Lembar Tes GEFT

INSTRUMEN GROUP EMBEDDED FIGURE TEST (GEFT)

Nama :
 Kelas/ No. Absen :
 Jenis Kelamin :
 Tanggal (Hari Ini) :
 Nomor HP :
 Waktu : 20 menit

PENJELASAN

Tes ini bertujuan mengukur kemampuan kognitif dalam menemukan bentuk sederhana yang tersembunyi pada gambar yang rumit, skor yang diperoleh tidak akan mempengaruhi nilai akademik. Kerjakan sesuai kemampuan Anda!

Contoh:

Gambar berikut merupakan gambar sederhana yang diberi nama "X"



Temukan bentuk sederhana "X" pada gambar! Lalu tebalilah gambar sederhana tersebut dengan bolpoint!



Anda dapat mengecek jawaban pada halaman berikutnya.

Jawaban :

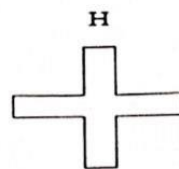
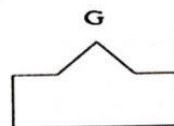
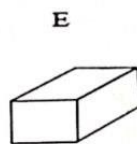
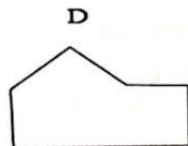
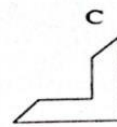
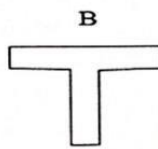
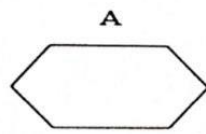


Pada setiap halaman, Anda akan melihat sebuah gambar rumit, dan kalimat di bawahnya merupakan kata kunci untuk menemukan bentuk sederhana sesuai pada lembar acuan. Untuk mengerjakan setiap soal, silakan berpedoman pada lembar acuan kemudian berilah garis tebal pada bentuk yang sudah ditemukan dalam gambar dengan memperhatikan ketentuan sebagai berikut:

1. Lihat bentuk sederhana pada lembar acuan.
2. Kerjakan menggunakan pensil terlebih dahulu! Jika sudah yakin gunakan bolpoin untuk menebali .
3. Kerjakan soal-soal secara urut.
4. Banyaknya bentuk sederhana yang ditebalkan cukup satu saja.
5. Bentuk sederhana pada soal memiliki kesuaian **ukuran, perbandingan, dan arah menghadap yang sama** dengan bentuk sederhana pada lembar acuan.

Jangan membalik halaman sebelum ada instruksi.

LEMBAR ACUAN
BENTUK-BENTUK SEDERHANA



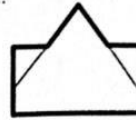
Kunci Jawaban Tes Group Embedded Figure Test (GEFT)**SESI PERTAMA**

1.



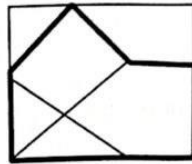
Bentuk sederhana "B"

2.



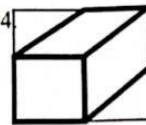
Bentuk sederhana "G"

3.



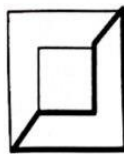
Bentuk sederhana "D"

4.



Bentuk sederhana "E"

5.



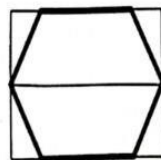
Bentuk sederhana "C"

6.



Bentuk sederhana "F"

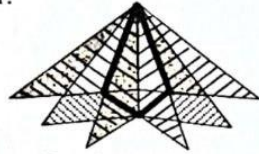
7.



Bentuk sederhana "A"

SESI KETIGA

1.



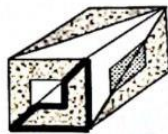
Bentuk sederhana "F"

2.



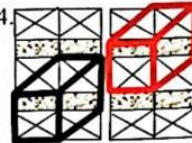
Bentuk sederhana "G"

3.



Bentuk sederhana "C"

4.

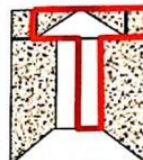


Bentuk sederhana "E"

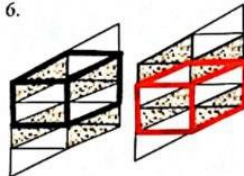
5.



Bentuk sederhana "B"

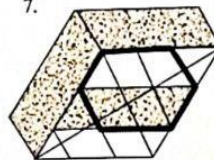


6.



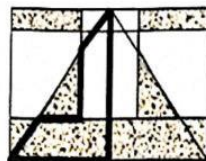
Bentuk sederhana "E"

7.



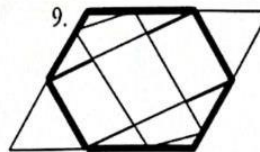
Bentuk sederhana "A"

8.



Bentuk sederhana "C"

9.



Bentuk sederhana "A"

Lampiran IV Hasil Test GEFT

HASIL GEFT SISWA XI MIPA 7

No.	Nama	Skor Sesi Pertama	Skor Sesi Kedua	Skor Sesi Ketiga	Jumlah Skor	Gaya Kognitif
1.	Bhakti Andaru Prasetio	7	8	9	17	FI
2.	Jeihan Shawny Prasetya	7	8	9	17	FI
3.	Muh. Zaidan Naja	7	8	8	16	FI
4.	Najwa Ghaysani A.A.	7	8	7	15	FI
5.	Bernessa Nayaka A.F	7	6	7	13	FI
6.	Cyrilla Naura Ananta	7	4	7	11	FI
7.	Hena Mahira Sulaksono	7	4	7	11	FI
8.	Arkan Haidar Pratama	7	5	5	10	FI
9.	Surya Aji W.	7	7	3	10	FI
10.	Qonitan Tsaniyah	7	4	6	10	FI
11.	Olivia Zahra	7	6	4	10	FI
12.	Nayra Ilmaini H.	7	3	7	10	FI
13.	Aldyto Rafif Abhinaya	7	5	4	9	FD
14.	Izzah Fatiha A.	5	5	4	9	FD
15.	Andini Salsabiila N.T.	7	4	5	9	FD
16.	Naila Jihan N.	6	4	2	6	FD

Lampiran V Lembar Instrumen Test dan Wawancara

LEMBAR SOAL

Mata Pelajaran : Matematika
Waktu : 40 menit
Kelas/Semester : XI/Genap
Hari/Tanggal :

PETUNJUK

1. Isikan identitas Anda di Lembar Jawaban yang tersedia!
2. Kerjakan soal di bawah ini dengan sungguh-sungguh sesuai dengan kemampuan Anda!
3. Tuliskan jawaban Anda dengan lengkap, runtut dan benar!

SOAL

Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.

Indikator Penalaran Deduktif	Deskripsi Indikator Penalaran Deduktif	Pertanyaan Wawancara
Menyusun bukti terhadap kebenaran solusi	- Siswa menyusun atau mengumpulkan bukti sehingga memperoleh solusi yang benar	1. Apa jenis pembuktian yang Anda gunakan untuk membuktikan pernyataan tersebut? Mengapa? 2. Bagaimana Anda menyusun bukti-bukti bahwa pernyataan matematika tersebut benar? Mengapa?
Memeriksa keshahihan suatu argumen	- Siswa memeriksa keshahihan suatu argumen/solusi	1. Bagaimana Anda memeriksa bahwa solusi atau argumen yang Anda buat tersebut benar? Mengapa?
Menarik kesimpulan dari pernyataan matematika	- Siswa dapat menarik kesimpulan dari pernyataan matematika dengan tepat	1. Apa kesimpulan Anda yang diperoleh dari pembuktian tersebut? <i>(Anda)</i>

LEMBAR JAWABAN

Nama :

Kelas :

Penyelesaian:

PEDOMAN WAWANCARA
PENALARAN PEMBUKTIAN MATEMATIKA SISWA KELAS XI
MAN 2 KOTA MALANG

1. Tujuan Wawancara

Wawancara ini dilakukan untuk:

- a. Mengonfirmasi hasil pekerjaan siswa
- b. Mengetahui lebih dalam proses bernalar siswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematika ditinjau dari gaya kognitif *field dependent* dan *field independent*
- c. Mengungkap apa yang tidak terlihat secara tertulis pada lembar jawaban siswa dan untuk mengetahui maksud dari jawaban yang telah ditulis siswa.

2. Metode Wawancara

Metode wawancara yang digunakan adalah wawancara semiterstruktur, dengan ketentuan:

- a. Pertanyaan yang diajukan saat wawancara menyesuaikan dengan isi permasalahan yang telah ditetapkan dan menyesuaikan jawaban siswa
- b. Pertanyaan yang diajukan tidak harus sama, namun memiliki tujuan untuk mengetahui proses bernalar siswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian yang diberikan.
- c. Apabila siswa kesulitan dalam memahami pertanyaan, maka siswa pertanyaan yang diajukan akan lebih sederhana namun tetap sesuai dengan tujuan yang ditetapkan

3. Pelaksanaan

Siswa diminta mengerjakan soal terkait masalah pembuktian yang telah disiapkan oleh peneliti. Selanjutnya subjek di wawancarai. Berikut adalah ketentuan umum yang dilakukan saat wawancara :

- a. Untuk memeriksa jawaban siswa pada soal tes, peneliti menanyakan hal-hal yang kurang jelas pada jawaban mereka, misalnya mengenai kejelasan tulisan, proses penyelesaian, alasan dan proses bernalar.
- b. Apabila ada kesalahan pada jawaban mereka, akan diperjelas alasan kesalahan tersebut, yaitu karena kurangnya ketelitian siswa dalam mengerjakan atau siswa kurang memahami maksud kalimat soal.
- c. Apabila ada indikator yang belum terpenuhi, peneliti dapat mempertegas data atau memperkuat dengan membuat pertanyaan sesuai dengan indikator yang belum terpenuhi.

Berikut ini merupakan pertanyaan-pertanyaan penalaran pembuktian matematika yang telah disusun oleh peneliti.

LEMBAR KUNCI JAWABAN 2&3

Indikator Penalaran Pembuktian	Jawaban Sesuai Indikator Penalaran Pembuktian
Membuat pernyataan umum	Bilangan bulat genap positif dimulai dari angka 2 dan dilanjutkan oleh bilangan yang habis dibagi oleh 2. Berikut bilangan bulat genap positif: $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$
Membuat pernyataan khusus	Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika: a) Langkah dasar Akan dibuktikan benar untuk $n = 1$: $P(n) = n(n + 1)$ $\Leftrightarrow P(1) = 1(1 + 1)$ $\Leftrightarrow 2 = 2$ Pernyataan di atas benar karena jumlah satu suku pertama adalah suku pertama itu sendiri. Jadi, $P(n)$ adalah benar untuk $n = 1$ b) Langkah Induksi Untuk $n = k$, diasumsikan benar untuk suatu k bilangan asli ($k \geq 1$): $2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$ akan ditunjukkan benar untuk $n = k + 1$, sehingga: $2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (k + 1)((k + 1) + 1)$ Pembuktian: $2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = k(k + 1) + 2(k + 1)$ $\Leftrightarrow 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = k^2 + k + (2k + 2)$ $\Leftrightarrow 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = k^2 + k + 2k + 2$ $\Leftrightarrow 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = k^2 + 3k + 2$ $\Leftrightarrow 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (k + 1)(k + 2)$ $\Leftrightarrow 2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (k + 1)((k + 1) + 1)$ Jadi, $P(k + 1)$ adalah benar
Penarikan kesimpulan	Jadi, pernyataan $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$ adalah benar.

INDIKATOR INSTRUMEN SOAL TES

Indikator Penalaran Pembuktian	Deskripsi Indikator Penalaran Pembuktian
Mengajukan dugaan	- siswa mampu memperkirakan kemungkinan yang dapat menjadi solusi dari permasalahan
Melakukan manipulasi matematika	- siswa mampu merancang dan mempersepsikan suatu informasi ke dalam konsep matematika
Menyusun bukti, memberi alasan terhadap kebenaran solusi	- siswa mampu menentukan dan menyusun langkah-langkah pembuktian, serta - siswa mampu memberikan bukti atau alasan terhadap kebenaran solusi melalui suatu penyidikan
Menarik kesimpulan dari pernyataan	- siswa mampu menghubungkan suatu pernyataan-pernyataan yang diberikan kemudian menarik suatu kesimpulan
Memeriksa kesahihan suatu argumen	- siswa mampu memeriksa kebenaran jawaban yang diberikan sudah sesuai dengan yang diinginkan serta mengetahui letak kesalahannya (apabila terdapat kesalahan)

Lampiran VI Lembar Jawaban Siswa

Lembar Jawaban Tes Subjek S1

n genap $\rightarrow 2n$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$S_n = \frac{1}{2} n (a + U_n)$$

$$n(n+1) = \frac{1}{2} n (2 + 2n)$$

$$= n(1+n)$$

$$n(n+1) = n(1+n)$$

* pembuktian

$$S_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2(n-3) + 2(n-2) + 2(n-1) + 2n$$

n bilangan

$$S_n = (2n+2) + (2n-2+4) + (2n-4+6) + \dots$$

$\frac{1}{2} n$

$$S_n = \frac{1}{2} n \cdot (2n+2)$$

$$= \frac{1}{2} n \cdot 2(n+1)$$

$$= n(n+1)$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12$$

12 $= 30$

Lembar Jawaban Tes Subjek S2

Penyelesaian:

Diketahui barisan bil. bulat genap positif

$$2, 4, 6, \dots, 2n$$

Maka kita dapat rumus

$$U_n = 2n.$$

Selanjutnya, untuk menentukan S_n

$$S_n = \frac{n}{2} (U_1 + U_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2 + 2n)$$

$$= n(n+1) \quad \text{dengan} \quad S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$$

Pembuktian melalui Induksi Matematika :

- > Substitusi $n = 1$ pada ①

maka

$$S_1 = U_1 \quad (\text{Benar})$$

$$U_1 = 1(1+1) = 2$$

- > Substitusi $n = k$ pada ①

$$S_k = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_k \quad (\text{Benar}) \rightarrow k(k+1) = k(k+1)$$

$$S_k = k(k+1)$$

- > Substitusi $n = k+1$ pada ①

$$S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k + U_{k+1}$$

$$S_{k+1} = S_k + U_{k+1}$$

$$(k+1)(k+2) = k(k+1) + U_{k+1}$$

$$(k+1)(k+2) = (k+1)(k+2) \quad (\text{Benar})$$

Lembar Jawaban Tes Subjek S3

$$\underline{n(n+1)}.$$

$$\hookrightarrow n=1 \rightarrow 2+1=3$$

$$1(1+1) = 2.$$

$$\hookrightarrow n=2 \rightarrow 2+3+4 = 9$$

$$2(2+1) = 6.$$

$$\hookrightarrow n=3 \rightarrow 2+3+4+5 = 14$$

$$3(3+1) = 12$$

$$\hookrightarrow n=n+1 \quad \underline{n(n+1)}$$

$$2+3+\dots+2(n) = n(n+1)$$

$$2+3+\dots+2(n)+2(n+1) = (n+1)(n+2).$$

$$n(n+1) + 2(n+1) = (n+1)(n+2)$$

$$(n+1)(n+2) = (n+1)(n+2) \rightarrow \text{terbukti}$$

, jadi terbukti bahwa jumlah dari n bil. bulat senap positif pertama

sama dengan $n(n+1)$

$$\begin{aligned} & n(n+1) + 2(n+1) \\ &= (n+1)(n+2) \\ &= (n+1)n + (n+1)2 \end{aligned}$$

Lembar Jawaban Tes Subjek S4

Penyelesaian:

$$1. \quad 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n = n(n+1)$$

misal $n = 1$

$$n(n+1) = 1(1+1)$$

$$= 1(2)$$

$$= 2 \rightarrow \text{terbukti}$$

misal $n \rightarrow k$.

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k+1)$$

$$= k^2 + k$$

misal $n \rightarrow k+1$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k+1 = (k+1)(k+1+1)$$

$$= (k+1)(k+2)$$

$$= k^2 + 2k + 1k + 2$$

$$= k^2 + 3k + 2$$

Lampiran VII Lembar Transkrip Hasil Wawancara

Transkrip wawancara subjek S1

- PP1-01 : Boleh baca dulu soalnya?
 JS1-01 : Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.
 PP1-02 : Dari sini kira-kira soal apa? Pembuktian kan?
 JS1-02 : Iya
 PP1-03 : Nah, kalau melihat jawaban ini, jenis pembuktian yang digunakan apa dek?
 JS1-03 : Saya pakai pembuktian rumus
 PP1-04 : Kenapa menggunakan pembuktian rumus dek?
 JS1-04 : Soalnya kan udah pernah diajari, ada pelajarannya, pokoknya buat menambahkan yang n bilangan bulat positif sudah pernah diajarkan rumusnya seperti apa. Daripada ribet saya pakai pembuktian rumus saja.
 PP1-05 : Bagaimana dek menyusun bukti-bukti bahwa pernyataan yang n bilangan bulat positif sama dengan $n(n + 1)$?
 JS1-05 : Kan bilangan genap, bulat positif, bilangan itu $2n$ soalnya kalau genap berarti kelipatan 2, jadinya pasti habis dibagi 2.
 PP1-06 : Jadi, bilangan genap positif rumusnya apa?
 JS1-06 : $2n$.
 Terus karena beberapa bilangan bulat positif pertama, itu diawali 2. Jadi, $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ dibuktikan sama dengan $n(n + 1)$.
 PP1-07 : Itu apanya dek?
 JS1-07 : Yang dibuktikan.
 Nah untuk penjumlahan itu saya menggunakan rumus S_n . S_n itu setengah n dikali bilangan awal yang ditambah bilangan akhir. Bilangan awalnya 2 dan (ditambah) bilangan akhirnya $2n$ saya kalikan dengan $\frac{1}{2}n$, jadinya $n(1 + n)$ dan hasilnya sama dengan $n(n + 1)$. Jadi S_n nya benar.
 PP1-08 : Oh iya, ini nilai S_n nya sudah sama ya
 JS1-08 : Iya. Setelah itu, inikan $S_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2(n - 2) + 2(n - 1) + 2n$
 PP1-09 : $2(n - 2)$, $2(n - 1)$, $2n$ itu dapat dari mana dek?
 JS1-09 : Kan bilangan genap suku ke- n itu $2n$, terus kalau suku terakhir kedua (suku ke- $n - 1$) itu $2(n - 1)$, dan seterusnya.

Terus tadi suku pertama ditambah suku terakhir itu sama dengan $2n + 2$. Suku kedua ditambah suku terakhir kedua jadinya $2(n - 1) + 4$ sama dengan $2n - 2 + 4 =$

- $2n + 2$ juga, terus $2(n - 2) + 6$ jadinya $2n - 4 + 6$ hasilnya $2n + 2$ dan seterusnya hasilnya pasti $2n + 2$.
- PP1-10 : Kok bisa jadi $S_n = \frac{1}{2}n(2n + 2)$ itu bagaimana dek?
- JS1-10 : Nah, jadikan tadi jumlah sukunya n . Terus dipasangkan-pasangkan. Suku pertama ditambah suku terakhir, suku kedua ditambah suku terakhir kedua, dan seterusnya. Jadi sukunya kayak dilipat gitu kan, jadinya kan sukunya $\frac{1}{2}n$ terus dikalikan sama rumus ini $2n + 2$.
- PP1-11 : Oh ini dari hasil operasi yang penjumlahan suku tadi ya?
- JS1-11 : Iya, hasilnya nanti sama. Terus 2 nya dikeluarkan jadinya $\frac{1}{2}n 2(n + 1)$. $\frac{1}{2}$ nya dicoret sama 2 jadinya $n(n + 1)$. Terbukti
- PP2-12 : Dek, ini saman sudah yakin sama pembuktian dan langkah-langkahnya?
- JS1-12 : Hm kalau pembuktiannya terbukti, sudah yakin, kalau langkah-langkahnya, hmm
- PP2-13 : Coba dek di periksa sekali lagi
- JS1-13 : InsyaAllah sudah
- PP2-14 : Kalau cara memeriksa kebenarannya bagaimana dek? Boleh ga dek, dituliskan? Mungkin mau coba yang tadi $2n = 10$.
- JS1-14 : Kita misalkan kalau $2n$ -nya 10. Misalnya $2 + 4 + 6 + 8 + 10$ sama dengan $\frac{1}{2}$ kali 5 (diperoleh dari $n = 5$) dikali bilangan pertama ditambah bilangan terakhir jadinya 12 (diperoleh dari 2 ditambah 10). Bilangan pertama dan terakhir ditambahkan sama dengan 12. Terus bilangan kedua ditambah bilangan terakhir kedua juga 12 (diperoleh dari $4 + 8$). Nah ini yang ditengah ini $\frac{1}{2}$ dari penjumlahan bilangan pertama dan terakhir, hasilnya 6. Terus karena ada 5 bilangan, $n = 5$. Jadi, (untuk yang di ruas kanan hasilnya) $\frac{1}{2} \times 5 \times 12$. Untuk 12-nya diperoleh dari ini (menunjuk hasil bilangan pertama dan terakhir). Dan hasilnya sama dengan 30. Hasilnya seperti yang di pembuktian yang atasnya.
- PP1-15 : Jadi, kesimpulan dari pembuktiannya apa dek?
- JS1-15 : Kesimpulannya bahwa jumlah n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$ terbukti benar.
- PP1-15 : Jadi, kesimpulan dari pembuktiannya apa dek?
- JS1-15 : Kesimpulannya bahwa jumlah n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$ terbukti benar.

Transkrip wawancara subjek S2

- PP1-01 : Boleh baca dulu soalnya dek?
- JS2-01 : Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.
- PP1-02 : Perintahnya di suruh apa dek?
- JS2-02 : Membuktikan jumlah n bilangan bulat genap positif pertama
- PP1-03 : Membuktikan ya dek?
- JS2-03 : Iya
- PP1-04 : Kamu, ini menggunakan pembuktian jenis apa dek?
- JS2-04 : Saya menggunakan induksi matematika.
- PP1-05 : Kenapa menggunakan induksi matematika dek?
- JS2-05 : Karena soal ini lebih mudah menggunakan induksi matematika dan sudah pernah dipelajari di semester sebelumnya.
- PP1-06 : Lalu bagaimana pembuktiannya dek?
- JS2-06 : Kalau yang mau dibuktikan tadi jumlahnya ya, Berartikan kita harus cari S_n , nah sebelumnya harus mencari U_n dulu. Kemudian barisan bilangan bulatnya 2,4,6, ... sampai $2n$, sehingga diperoleh rumus $U_n = 2n$.
- PP1-07 : Kenapa barisannya bulatnya 2,4,6, dst gitu dek?
- JS2-07 : Karena itu barisan bilangan genap positif, yang disebutkan di soal tadi
- PP1-08 : Kenapa ada $2n$ dek?
- JS2-08 : Jadi, $U_n = a + (n - 1)b$, a nya 2, b nya 2, karena $4 - 2 = 2$. Jadinya $U_n = 2 + 2n - 2$. Sehingga U_n nya ketemu $2n$. Jadi diperoleh dari pola bilangan aritmatika.
- PP1-09 : Oke
- JS2-09 : Setelah saya dapat U_n nya, saya cari S_n nya. Untuk S_n nya saya menggunakan yang rumus $\frac{n}{2}$ dikalikan suku pertama (U_1) ditambah suku terakhir (U_n). Jadinya $S_n = \frac{n}{2}(2 + 2n) = n(n + 1)$.

- PP1-10 : Dari sini berarti nilai S_n nya sama seperti yang di soal?
- JS2-10 : Sama, tapi yang belum terbukti secara induksi matematika.
Lalu setelah ini saya akan membuktikan menggunakan induksi matematika.
Ini S_n nya saya buat menjadi persamaan baru menjadi $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$, ini saya sebut sebagai persamaan 1.
- Pp-11 : Kenapa seperti itu dek?
- JS2-11 : Kalau pakai angka bisa, nanti hasilnya sama, U_1 nya 2, U_2 nya 4 dst, saya lebih enak pakai yang rumus ini.
- PP1-12 : Oke, lanjutkan dulu dek?
- JS2-12 : Tadi itu untuk pembuktian induksi matematika, saya menggunakan 3 langkah. Pertama disubstitusikan untuk $n = 1$ ke dalam persamaan 1. Itu jadinya $S_1 = U_1$, nah ini benar.
- PP1-13 : Mengapa ini benar dek?
- JS2-13 : Karena ini merupakan sifat dari barisan aritmatikanya juga.
- PP1-14 : Lalu apa yang di coret ini dek, kok di coret dek?
- JS2-14 : Itu saya masukkan U_1 ke rumus deret yang saya cari ini (nunjuk pekerjaan mencari S_n), nah hasilnya sama. Tapi pakai yang atas saja, soalnya saya tadi kan persamaannya itu, biar sesuai.
- PP1-15 : Baik, langkah selanjutnya?
- JS2-15 : Langkah kedua saya substitusikan $n = k$ pada persamaan 1. Nah, jadi $S_k = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k$, harusnya kalau saya jabarkan menjadi $2 + 4 + 6 + \dots + 2k$. Cuma punya saya yang ini nanti kalau disubstitusikan hasilnya juga sama saja yaitu $k(k + 1) = k(k + 1)$.
- PP1-16 : Jadi, maksudnya itu $2 + 4 + 6 + \dots + 2k$ itu hasilnya sama dengan $k(k + 1)$. Lalu ini ruas kanan $k(k + 1)$ nya diperoleh darimana?
- JS2-16 : Ini S_k nya saya jabarkan dari $S_n = n(n + 1)$. Sama seperti

sebelah kiri yang saya jabarkan jadi n nya jadi k .

PP1-17 : Oke dek, setelah dijabarkan $n = k$ selanjutnya diapakan?

JS2-17 : Nah untuk langkah yang ketiga ini masukkan $n = k + 1$ ke dalam persamaan 1. Jadinya itu, $S_{k+1} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_k + U_{k+1}$.

Selanjutnya, untuk yang U_1 sampai dengan U_k ini kan kalau dijabarkan S_k , untuk U_{k+1} ini saya tulis tetap. Kemudian untuk ruas sebelah kiri yaitu S_{k+1} ini langsung saya masukkan ke persamaan awal S_n (yaitu $n(n + 1)$) kemudian dimasukkan nilai $n = k + 1$ nya menjadi $(k + 1)(k + 2)$. Untuk ruas sebelah kanan S_k nya saya tulis menjadi $k(k + 1)$ dan ditambah untuk U_{k+1} jadi $2(k + 1)$, diperoleh dari sini.

PP1-18 : Diperoleh dari $2n$ dengan $n = k + 1$?

JS2-18 : Iya. Nah, selanjutnya untuk ruas kanan, menggunakan sifat distributif saya keluarkan $k + 1$ nya sehingga menjadi $(k + 1)(k + 2)$.

PP1-19 : Berarti pembuktian dari kanan ke kiri ini terbukti?

JS2-19 : Iya.

PP2-20 : Sudah terbukti dek?

JS2-20 : Sudah, karena kan sama keduanya.

PP2-21 : Apakah kamu sudah yakin dek?

JS2-21 : Sudah.

PP2-22 : Mengapa dek?

JS2-22 : Karena saya sudah melakukan pembuktian sesuai dengan langkah-langkah induksi matematika

PP2-23 : Yakin ya dek berarti ini udah terbukti?

JS2-23 : Iya, hmm.. bisa juga menggunakan uji nilai

PP2-24 : Bagaimana?

JS2-24 : Misalkan kita ambil $n = 4$, jadi $S_n = 4(4 + 1) = 4 \times 5 = 20$. Hasilnya sama kaya $2 + 4 + 6 + 8 = 20$. Dari hasilnya sama, jadi ujinya benar.

- PP3-25 : Berarti, kesimpulannya apa?
- JS2-35 : Kesimpulannya, barisan bilangan bulat genap positif pertama yang berurutan kalau dijumlahkan hasilnya sama dengan $n(n + 1)$
- PP3-26 : Kenapa kesimpulannya ga ditulis dek?
- JS2-26 : Karena setahu saya, biasanya kalau soal pembuktian itu kalau terbukti cukup ditulis dengan kata terbukti di pembuktiannya akhirnya.

Transkrip wawancara subjek S3

- PP1-01 : Boleh dibaca dulu soalnya dek?
- JS3-01 : Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.
- PP1-02 : Kira-kira jenis pembuktian yang digunakan apa dek?
- JS3-02 : Saya kurang tahu, tapi kalau ga salah ada indeks-indeksnya mbak.
- PP1-03 : Maksudnya induksi matematika dek?
- JS3-03 : Iya, induksi matematika.
- PP1-04 : Kenapa menggunakan induksi matematika dek?
- JS3-04 : Karena yang pernah saya pelajari itu mbak.
- PP1-05 : Sudah pernah belajar cara lain dek?
- JS3-05 : Belum pernah.
- PP1-06 : Oke. Bagaimana menyusun bukti bahwa jumlah n bilangan bulat positif sama dengan $n(n + 1)$?
- JS3-06 : Jadi, pertama di coba dulu untuk $n = 1$, terus ke $n = 2$, terus ke $n = 3$, setelah itu ke $n = n + 1$.
Nah kan $n = 1$ berarti nilai n nya kan 2, tinggal substitusikan ke $n(n + 1) = 1(1 + 1)$ dan hasilnya 2, terbukti.
- PP1-07 : $n = 1$ terbukti?
- JS3-07 : Iya. Terus kalau misalnya $n = 2$ berarti kan $2 + 4$ hasilnya 6, terus disubstitusikan ke rumusnya jadi $2(2 + 1)$ hasilnya $2 \times 3 = 6$, terbukti.
- PP1-08 : Dari mana dek angka $2 + 4$ nya?
- JS3-08 : 2 dan 4 nya itu barisan bilangan genap, jadi kalau n nya 2 nanti barisan bilangannya juga ada 2.
- PP1-09 : Kalau itu $n(n + 1)$ nya sebagai apa?
- JS3-09 : Itu rumus yang mau dibuktikan dari soal.
- PP1-10 : Oke, kalau yang ini ($n = 3$)?
- JS3-10 : Terus kalau $n = 3$ berarti $2 + 4 + 6 = 12$, lalu disubstitusikan lagi ke rumusnya aslinya jadi $3(3 + 1)$

hasilnya 12, terbukti.

PP1-11 : Lalu yang ini($n = n + 1$)?

JS3-11 : Sekarang bagaimana kalau misalkan $n = n + 1$? Pertama dimulai dulu dari bentuk induksi matematika yaitu $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

PP1-12 : Sebentar, dapat rumus $2n$ ini dari mana dek?

JS3-12 : Dari sini (selisih antara hasil $n = 1$ dan $n = 3$), soalnya ini kan bilangan genap, nah kalau bilangan genap itu rumusnya $2n$.

PP1-13 : Kenapa dek kalau bilangan genap itu rumusnya $2n$?

JS3-13 : Karena habis dibagi 2.

PP1-14 : Oke dek, silakan dilanjutkan.

JS3-14 : Terus kan jadi $2 + 4 + \dots + 2n + 2(n + 1) = (n + 1)(n + 2)$.

PP1-15 : Kenapa ditambah $2(n + 1)$ dek?

JS3-15 : Karena n nya ditambah 1. Nah $2(n + 1)$ itu bilangan genap setelah $2n$.

PP1-16 : $(n + 1)(n + 2)$ nya dapat dari mana dek?

JS3-16 : Ini diperoleh dari $n + 1$ dimasukin ke rumus awal $n(n + 1)$. Jadinya $(n + 1)(n + 1 + 1)$, jadi $(n + 1)(n + 2)$.

PP1-17 : Oke, dek

JS3-17 : Terus yang $2 + 4 + \dots + 2n$ itu kan sama dengan $n(n + 1)$, jadinya kan persamaannya ruas kiri bisa dirubah menjadi $n(n + 1) + 2(n + 1)$ itu sama dengan $(n + 1)(n + 2)$. Setelah itu, $n + 1$ nya dikeluarkan menjadi $(n + 1)(n + 2)$.

PP1-18 : $(n + 1)$ nya dikeluarkan maksudnya gimana dek? Mungkin bisa dicoba dijelaskan dengan tulisan.

JS3-18 : Hm, inikan $n(n + 1) + 2(n + 1)$ kalau dipisah nanti masing-masing kana ada $(n + 1)$ nah itu dikeluarkan jadinya sama seperti $(n + 1)$ dikalikan dengan $(n + 2)$. Itu saya lupa namanya apa ya, asosiasi atau apa gitu.

Jadinya kan sama (ruas kanan dan kiri), jadi ini terbukti.

- PP2-19 : Sudah yakin ini dek sama buktinya?
- JS3-19 : Ehm.. iya gitu, yakin.
- PP2-20 : Nah, langkah induksi matematika itu ada berapa dek?
- JS3-20 : Tiga kayaknya
- PP2-21 : Nah ada 3 kan, kira-kira itu apa aja dek?
- JS3-21 : Hm... (bingung)
- PP2-22 : Gini dek...maksudnya caranya memastikan jawaban ini benar bagaimana?Mungkin di cek ulang jawabannya atau menggunakan contoh?
- JS3-22 : Disitu saya beri contoh $n = 2$ dan $n = 3$. Dan hasilnya sudah sesuai antara yang atas (rumus deret) dan bawah (pernyataan induksi).
- PP2-23 : Berarti sudah cukup dengan contoh di awal ini dek ya?
- JS3-23 : Iya.
- PP3-24 : Jadi, bagaimana kesimpulannya dek?
- JS3-24 : Benar, terbukti bahwa jumlah dari n bilangan genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.

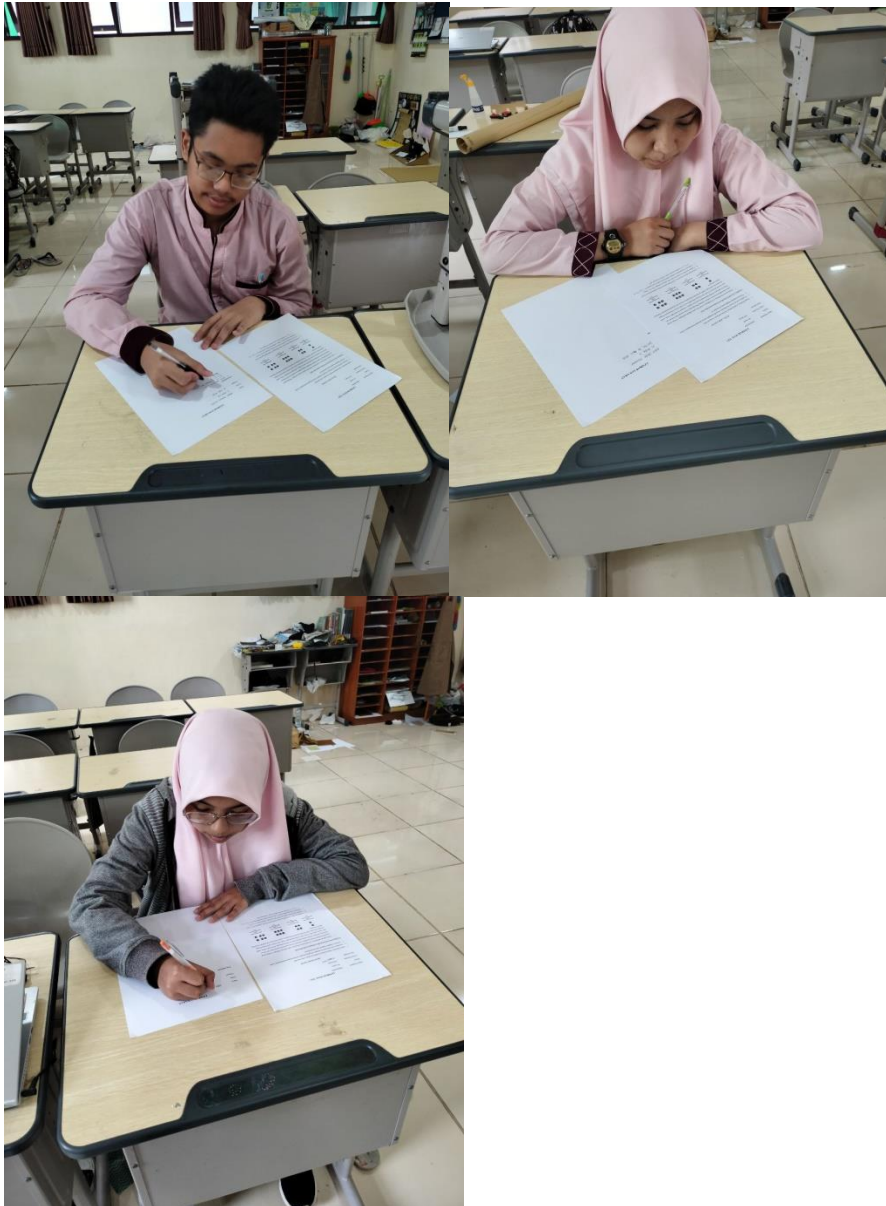
Transkrip wawancara subjek S4

- PP1-01 : Boleh dibaca dulu soalnya dek?
- JS4-01 : Buktikan bahwa jumlah dari n bilangan bulat genap positif pertama sama dengan $n(n + 1)$.
- PP1-02 : Ini pembuktiannya menggunakan apa dek?
- JS4-02 : Menggunakan induksi matematika
- PP1-03 : Kenapa menggunakan induksi matematika dek?
- JS4-03 : Semester kemaren pernah ada materinya, tapi saya agak lupa-lupa ingat gitu
- PP1-04 : Iya tidak apa-apa dek. Bagaimana dek cara menyusun bukti bahwa bilangan bulat genap positif itu rumusnya $n(n + 1)$?
- JS4-04 : Jadi polanya barisan aritmatika, dibuktikan dengan deret, rumusnya $S_n = n(n + 1)$
- PP1-05 : Barisan aritmatika yang bagaimana dek?
- JS4-05 : Barisan bulat genap positif
- PP1-06 : Iya, kan bilangan bulat genap positif itu seperti apa dek?
- JS4-06 : (Diam, mencermati jawaban)
- PP1-07 : 2 dan 4 itu bilangan bulat genap positif bukan?
- JS4-07 : Iya (meyetujui 2 dan 4 bilangan bulat positif)
- PP1-08 : Jadi rumusnya apa dek?
- JS4-08 : Apa ya mbak?
- PP1-09 : Ini n itu apa dek?
- JS4-09 : Saya misalkan ini barisan aritmatika ke- n nya
- PP1-10 : Ini yang pertama pernyataan apa dek?
- JS4-10 : Itu bentuk induksinya mbak
- PP1-11 : Lalu pembuktiannya bagaimana dek? Menggunakan induksi matematika ya?
- JS4-11 : Iya, induksi matematika.
- PP1-12 : Ada berapa langkah?
- JS4-12 : Ada 3
- PP1-13 : Apa saja?

- JS4-13 : $n = 1, n = k, n = k + 1$
- PP1-14 : Misalkan $n = 1$ bagaimana dek?
- JS4-14 : Memasukkan nilai $n = 1$ ke $n(n + 1)$
- PP1-15 : $n(n + 1)$ darimana ini dek?
- JS4-15 : Itu S_n nya (menunjuk bentuk induksi matematika)
- PP1-16 : Setelah itu bagaimana dek?
- JS4-16 : Terbukti hasilnya 2 untuk $n = 1$
- PP1-17 : Misal $n = k$ bagaimana?
- JS4-17 : Mengganti n jadi k . Bentuknya $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k = k(k + 1) = k^2 + k$
- PP1-18 : Terus yang bawahnya?
- JS4-18 : Misalkan $n = k + 1$, nah bentuk nya jadi $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + k + k + 1 = (k + 1)(k + 1 + 1)$
- PP1-19 : $k + 1$ nya darimana dek?
- JS4-19 : Dari $n = k + 1$, jadi disini (setelah k) ditambah $k + 1$.
- PP1-20 : Yang sebelah ini? (menunjuk $(k + 1)(k + 1 + 1)$)
- JS4-20 : Yang ini $(k(k + 1))$. Ini k jadi $k + 1$, yang $k + 1$ jadi $(k + 1) + 1$. Hasilnya $(k + 1)(k + 2) = k^2 + 2k + k + 2 = k^2 + 3k + 2$. Habis itu saya lupa caranya.
- PP1-21 : Sudah sampai sini? Hasilnya bagaimana?
- JS4-21 : Belum terbukti
- PP2-22 : Jadi bagaimana dek hasil langkah ketiganya?
- JS4-22 : Belum tahu, lupa caranya
- PP2-23 : Tadi sudah diperiksa dulu dek sebelum dikumpulkan?
- JS4-23 : Sudah (di cek), tapi saya berhenti di langkah ini
- PP2-24 : Kamu ada cara lain untuk membuktikannya dek, atau mungkin sudah tahu letak kesalahannya dimana?
- JS4-24 : Saya tidak tahu
- PP4-25 : Yakin, caranya bener dek?
- JS4-25 : Tidak
- PP3-26 : Berarti, kesimpulannya apa?
- JS4-26 : Belum terbukti

Lampiran VIII Dokumen Kegiatan Penelitian







RIWAYAT HIDUP PENULIS



Nama : Iffa Abdillah Kinasih

NIM : 19190033

Tempat, Tanggal Lahir : Tulungagung, 1 Maret 2000

Program Studi : Tadris Matematika

Fakultas : Ilmu Tarbiyah dan Keguruan

Alamat Rumah : RT 02/ RW 03 Desa Kates, Kecamatan Kauman,
Kabupaten Tulungagung, Jawa Timur.

No. HP : 085855984139

E-Mail : iffaabdillah@gmail.com

Riwayat Pendidikan : 1. TK PGRI
2. SD Negeri 1 Kates
3. SMP Negeri 1 Kauman
4. SMA Negeri 1 Kedungwaru
5. S1 Tadris Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah
dan Keguruan Universitas Islam Negeri
Maulana Malik Ibrahim Malang