ESTIMASI PARAMETER MODEL RANCANGAN ACAK KELOMPOK (RAK) PADA DATA YANG MENGANDUNG *OUTLIER* DENGAN METODE *ROBUST* M

SKRIPSI

OLEH
MOHAMMAD AGUS
NIM. 11610033

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ESTIMASI PARAMETER
MODEL RANCANGAN ACAK KELOMPOK (RAK)
PADA DATA YANG MENGANDUNG *OUTLIER*
DENGAN METODE *ROBUST* M

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Mohammad Agus
NIM. 11610033

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ESTIMASI PARAMETER MODEL
RANCANGAN ACAK KELOMPOK (RAK)
PADA DATA YANG MENGANDUNG *OUTLIER*
DENGAN METODE *ROBUST* M

SKRIPSI

Oleh
Mohammad Agus
NIM. 11610033

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 20 September 2016

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Sri Harini, M.Si	Dr. Ahmad Barizi, M.A
NIP. 19731014 200112 2 002	NIP. 19731212 199803 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ESTIMASI PARAMETER MODEL RANCANGAN ACAK KELOMPOK (RAK) PADA DATA YANG MENGANDUNG *OUTLIER* DENGAN METODE *ROBUST* M

SKRIPSI

Oleh
Mohammad Agus
NIM. 11610033

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 27 Oktober 2016

Penguji Utama	: Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Ketua Penguji	: Abdul Aziz, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Sri Harini, M.Si	....
Anggota Penguji	: Dr. Ahmad Barizi, M.A	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM FAKULTAS SAINTEK JURUSAN MATEMATIKA

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Mohammad Agus
NIM	:	11610033
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *Robust* M

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil plagiasi, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 12 September 2016
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
8B93DADF058225661
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Mohammad Agus
NIM. 11610033

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTO

ٱقۡرَأۡ بِٱسۡمِ رَبِّكَ ٱلَّذِي خَلَقَ ١

"Bacalah dengan (menyebut) nama Tuhanmu yang menciptakan"

(QS. al-Alaq/96:1).

"Setiap tempat adalah sekolah, setiap manusia adalah guru, dan setiap sesuatu adalah ilmu"

(al-Ulama al-Masyhur).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta

Ayahanda Umar Said dan Ibunda Rayem

Kakak-kakak tersayang

Kiswati, Yulaekah, M. Effendi, M. Zaenal Arifin, dan Rita Purwanti

Seluruh keluarga besar penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, segala puja dan puji syukur bagi Allah Swt. atas limpahan rahmat, taufik, hidayah, dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan dengan baik penyusunan skripsi yang berjudul "Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *Robust* M".

Shalawat dan salam semoga tetap terlimpahkan kepada nabi Muhammad Saw., yang telah menuntun umatnya dari jaman yang gelap ke jaman yang terang benderang yakni agama Islam.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Proses penyusunannnya tidak mungkin dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan, serta arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberikan doa, arahan, nasihat, motivasi dalam melakukan penelitian, serta

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

pengalaman yang berharga kepada penulis.

5. Dr. Ahmad Barizi, M.A, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan berbagai ilmunya kepada penulis.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Kedua orang tua tercinta dan keluarga besar yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2011, terima kasih atas kenangan-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai cita-cita.
9. Rekan dan rekanita IPNU-IPPNU Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang khususnya seluruh penghuni dan alumni Komisariat PKPT yang senantiasa belajar dan berjuang bersama.
10. Seluruh teman-teman Komunitas Kawulo Alam (KALAM) yang gigih bersama belajar serta melindungi sejarah dan budaya nusantara.

Akhirnya penulis berharap, di dalam skripsi ini dapat ditemukan sesuatu yang memberikan manfaat, wawasan, dan hikmah yang lebih luas bagi penulis, pembaca, dan seluruh mahasiswa.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, September 2016

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR SIMBOL

y_{ij} : nilai hasil observasi pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

μ : nilai tengah umum atau nilai tengah populasi

τ_i : pengaruh aditif perlakuan ke-i

α_j : pengaruh aditif kelompok ke-j

ε_{ij} : galat percobaan yang diasumsikan berdistribusi normal

Y : vektor nilai hasil observasi

β : matriks parameter model RAK

X : metriks rancangan model RAK

ε : vektor galat percobaan

a : banyaknya pengaruh perlakuan

b : banyaknya pengaruh kelompok

σ : standar deviasi

ρ : parameter *outlier* pada model RAK

ψ : fungsi *influence*

w : pembobot

W : matriks diagonal dengan elemen pembobot

m : banyaknya iterasi IRLS

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR LAMPIRAN

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Agus, Mohammad. 2016. **Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *Robust* M**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Dr. Ahmad Barizi, M.A.

Kata Kunci: Rancangan percobaan, RAK, *outlier*, *Robust* M, RAK yang mengandung *outlier*

Rancangan acak kelompok (RAK) merupakan suatu rancangan yang unit-unit eksperimennya dikelompokkan ke dalam suatu kelompok-kelompok menurut kriteria tertentu. Proses dalam melakukan analisis data dengan menggunakan model RAK, terkadang ditemukan adanya *outlier*. *Outlier* ini dapat diidentifikasi secara jelas karena berbeda dengan mayoritas titik sampel lainnya. Namun, adanya *outlier* dapat berdampak terhadap hasil estimasi parameter model yang menyebabkan estimasi parameter menjadi bias dan mengacaukan hasil analisis variansi (ANOVA). Salah satu metode penyelesaian *outlier* adalah metode *Robust* M. Metode *Robust* M dapat digunakan untuk mengatasi pengaruh *outlier* yang diasumsikan dengan parameter ρ pada model RAK, yaitu $\beta = (X^T \rho X)^{-1} X^T \rho Y$ dengan memisalkan $\rho = W$, yaitu $\hat{\beta} = (X^T W X)^{-1} X^T W Y$, dimana W dengan elemen $w_{1,0}; w_{2,0}; \dots; w_{n,0}$ adalah matriks pembobot berupa matriks diagonal yang diperoleh dengan cara menghitung $w_{i,0} = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{(\varepsilon_i^*)}$. Nilai $\psi(\varepsilon_i^*)$ sesuai dengan fungsi Huber dan $\varepsilon_{i,0}^* = \frac{\varepsilon_{i,0}}{\hat{\sigma}_{i,0}}$, sehingga diperoleh nilai penduga bagi parameter model RAK yang *resistant* terhadap *outlier*. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan estimasi parameter model RAK yang mengandung *outlier*. Hasil penelitian ini diimplementasikan pada kasus perlakuan percobaan pupuk lahan pertanian (FYM) dan pengelompokan replika lahan, sehingga didapatkan hasil pengamatan berupa hasil panen tanaman kapas. Respon yang digunakan pada penelitian ini adalah hasil panen tanaman kapas (y_{ij}), faktor perlakuan adalah pupuk lahan pertanian (τ_i), dan faktor kelompok adalah replika lahan pertanian (α_j). Setelah didapatkan modelnya, maka dilakukan uji asumsi dan analisis variansi. Hasil yang didapatkan dari penelitian ini adalah model RAK pada data yang mengandung *outlier* setelah diestimasi menggunakan metode *Robust* M lebih baik dalam menjelaskan hasil panen tanaman kapas daripada model sebelum diestimasi menggunakan metode *Robust* M.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Agus, Mohammad. 2016. **Parameter Estimation of Randomized Block Design (RBD) Model in the Data Contains Outlier Using *Robust* M Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Dr. Ahmad Barizi, M.A.

Keyword: Experimental design, RBD, outlier, Robust M, RBD contains outlier

Randomized Block Design (RBD) is a design of experimental units blocked in some blocks according to certain criteria. In analyzing the data by using RBD, sometimes found the presence of an outlier. This outlier can be clearly identified because it is different from the majority of other sample points. However, the existence of an outlier may affect the results of the estimation of parameters of the model that causes parameter estimation being biased and messed up analysis of variance (ANOVA) results. One method to solve the outlier is Robust M. To overcome the influence of an outlier which assumed with parameters ρ on the RBD model namely $\beta = (X^T\rho X)^{-1}X^T\rho Y$ Robust M methods can be used by letting $\rho = W$, namely $\hat{\beta} = (X^TWX)^{-1}X^TWY$, where W with elements $w_{1,0}; w_{2,0}; \dots; w_{n,0}$ is the weighting matrix in the form of a diagonal matrix obtained by $w_{i,0} = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{(\varepsilon_i^*)}$. The of value $\psi(\varepsilon_i^*)$ is calculated in accordance with the Huber function and $\varepsilon_{i,0}^* = \frac{\varepsilon_{i,0}}{\hat{\sigma}_{i,0}}$, so that the value estimators for model parameters RAK which is resistant to outliers. This research aims to obtain parameter estimation of RBD model which contains outlier. The research results are applied in case of treatment of experimental farm yard manure (FYM) and the classification of replica land, so the observations in the form of cotton crop yields are obtained. The response used in this research is the harvest of cotton plant (y_{ij}), factor of treatment is farm yard manure (τ_i), and the factor of block is a replica of farm land (α_j). After obtaining the model then assumptions test and analysis of variance are performed. The results obtained from this research is RBD on data contains outlier after being estimated using the Robust M method better in explaining the cotton crop yields than before being estimated using the Robust M method.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ملخص

آغوس، محمد. ٢٠١٦. **تقريبة المعلمات نموذج (RBD) Randomized Block Design في البيانات التى تحمل على *Outlier* باستخدام طريقة *Robust M***. البحث الجامعي. الشعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولجية، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. تحت إرشاد: (١) الدكتورة سري هرياني الماجستير. (٢) الدكتور أحمد بارز الماجستير.

الكلمة الرئيسية: تصميم تجريبي، RAK، *outlier*، *Robust* M، RAK التى تحمل على *outlier*

(RBD) Randomized Block Design هو تصميم تجريبية يتم تجميعها في بعض المجموعات وفقا لمعايير معينة. في حين بين المجموعات سوف تكون نظرة غير متجانسة. في تحليل البيانات باستخدام RBD، وجدت في بعض الأحيان وجود *outlier*. هذا *outlier* يمكن أن تحدد بوضوح لأنه خلافا لمعظم نقاط العينات الأخرى. ومع ذلك، قد يؤثر وجود *outlier* على نتائج تقدير معلمات النموذج الذي يتسبب في تقدير المعلمة يجري متحيزة وافسدت نتائج التحليل التبايني (ANOVA). و طريقة من طرقات حل *outlier* طريقة هي M *Robust*. لمواجهة آثار *outlier* التي دخلت مع المعلمات ρ على RBD، أي $\beta = (X^T \rho X)^{-1} X^T \rho Y$ يمكن استخدام طريقة *Robust* M قوية عن طريق السماح $\rho = W$، أي $\hat{\beta} = (X^T W X)^{-1} X^T W Y$. حيث W مع عناصر $w_{1,0}; w_{2,0}; \dots ; w_{n,0}$ هو مصفوفة الترجيح في شكل مصفوفة قطري تم الحصول عليها عن طريق حساب $w_{i,0} = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{(\varepsilon_i^*)}$. قيمة $\psi(\varepsilon_i^*)$ وفقا للمهام دالة Huber و $\varepsilon_{i,0}^* = \frac{\varepsilon_{i,0}}{\hat{\sigma}_{i,0}}$، لذلك أن القيم التي تم الحصول عليها لنموذج المقدرات المعلمة رأس الخيمة مقاوم *outlier*. ويهدف هذا البحث للحصول على نموذج تقدير المعلمة من الرفوف التي تتضمن *outlier*. يتم تطبيق نتائج البحث في حالة معالجة السماد المزرعة التجريبية (FYM) وتصنيف الأراضي متماثلة، حيث الملاحظات التي تم الحصول عليها في شكل غلة محصول القطن. الاستجابة المستخدم في هذا البحث هو حصاد نبات القطن (y_{ij}) وهو المعاملة الأراضي الزراعية الأسمدة (τ_i)، فضلا عن الفريق العامل هو نسخة طبق الأصل من الأراضي الزراعية (α_j). بعد أن حصلت على نموذجه ثم اختبار الافتراضات وتحليل تبايني (ANOVA). النتائج المستخلصة من هذا البحث هو الحامل على البيانات التي تتضمن *outlier* بعد يجري تقديرها باستخدام طريقة *Robust* M أفضل في شرح غلة محصول القطن من قبل ان تقدر باستخدا طريقة *Robust* M.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Statistika merupakan salah satu cabang matematika yang berkaitan dengan pengumpulan data, pengolahan data, penyajian data, analisis data, dan pengambilan keputusan. Perkembangan statistika sebagai metode ilmiah telah mempengaruhi hampir setiap aspek kehidupan manusia modern. Sehingga, statistika sangat dibutuhkan dalam hal pengambilan keputusan untuk menentukan arah kebijakan strategis suatu kinerja. Pengambilan keputusan dalam dunia statistik diambil atas dasar hasil analisis dan interpretasi data (Harini dan Turmudi, 2010).

Menurut Mattjik dan Sumertajaya (2000), sebelum adanya pengambilan keputusan dalam kegiatan statistik perlu dilakukan pengumpulan data. Rancangan percobaan merupakan salah satu cara untuk mendapatkan suatu data. Terkait dengan data yang diperoleh dari suatu percobaan, ada hal penting yang perlu diperhatikan yaitu adanya *outlier* dalam data. *Outlier* adalah pengamatan yang jauh dari pusat data yang mungkin berpengaruh besar terhadap pengambilan keputusan. Dampak dari adanya *outlier* ini adalah membuat estimasi parameter menjadi tidak konsisten. Hal ini dapat ditunjukkan dengan nilai standar *error* yang besar apabila menggunakan Metode *Ordinary Least Square* (OLS). Syarat bagi OLS adalah *error* harus berdistribusi normal dan tidak ada *outlier* data. Pada penggunaan OLS ini, apabila terdapat data yang mengandung *outlier* tidak langsung dibuang, tetapi melihat penting tidaknya data tersebut. Oleh karena itu,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

diperlukan suatu metode untuk mengestimasi adanya *outlier*, khususnya pada model rancangan percobaan.

Masalah *outlier* sering dibahas dalam analisis regresi akan tetapi tidak mendapat perhatian dalam hal rancangan percobaan. Pada rancangan percobaan, ada beberapa hal yang membuat suatu data menjadi *outlier*, yaitu tidak berhasilnya suatu pengamatan pada salah satu unit percobaan atau kesalahan dalam pengambilan pengamatan. Hal ini dalam rancangan percobaan dikenal dengan istilah data hilang. Sehingga, data hilang juga dapat disebut *outlier* (Yitnosumarto, 1991).

Metode estimasi *Robust* M merupakan suatu metode yang sering digunakan dan mempunyai keefektivan dalam mengatasi *outlier* dengan cara mengecilkan standar *error*. Metode ini bersifat kekar terhadap adanya pengaruh *outlier* pada data. Oleh karena itu, pada penelitian ini peneliti fokus terhadap kajian teoritis dan implementasi metode *Robust* M terhadap pengaruh *outlier* data (Chen, 2002).

Estimasi parameter merupakan suatu pendugaan mengenai parameter populasi yang belum diketahui. Hal ini juga disinggung di dalam al-Quran surat ash-Shaffat ayat 147 sebagai berikut:

وَأَرۡسَلۡنَٰهُ إِلَىٰ مِاْئَةِ أَلۡفٍ أَوۡ يَزِيدُونَ ١٤٧

"Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih" (QS. as-Shaffat:147).

Berdasarkan ayat tersebut, dapat diketahui bahwa nabi Yunus diutus kepada umatnya yang berjumlah 100.000 orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, maka terdapat kesan pendugaan dalam menentukan jumlah umat nabi Yunus. Padahal, Allah Swt. Maha Mengetahui atas segala

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

sesuatu, maka dari kesan pendugaan inilah Allah Swt. mengajarkan kepada manusia tentang suatu ilmu dalam matematika yang dinamakan estimasi atau pendugaan (Abdussakir, 2008).

Penelitian yang mengkaji tentang data yang mengandung *outlier* pada model rancangan percobaan telah dilakukan oleh Siswanto (2014). Penelitian Siswanto menggunakan metode *Robust* M untuk menjelaskan dan mengetahui estimasi model pada data rancangan acak lengkap (RAL) dengan faktorial yang mengandung *outlier*. Sedangkan pada penelitian ini, penulis melakukan kajian penelitian tentang implementasi metode *Robust* M untuk menjelaskan dan mengetahui estimasi model pada data Rancangan Acak Kelompok (RAK) yang mengandung *outlier*. RAK memiliki banyak kelebihan dibandingkan dengan RAL karena pengelompokkan data percobaan ke dalam kelompok-kelompok menurut kriteria tertentu dapat menghasilkan ketepatan yang lebih tinggi dibandingkan dengan RAL (Yitnosumarto, 1991).

Berdasarkan uraian di atas, maka penulis menyusunnya dalam sebuah penelitian dengan judul "Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *Robust* M".

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana estimasi parameter model RAK pada data yang mengandung *outlier* dengan metode estimasi *Robust* M.
2. Bagaimana implementasi estimasi parameter model RAK pada data yang

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

mengandung *outlier* dengan metode estimasi *Robust* M.

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Untuk menjelaskan dan mengetahui estimasi parameter model RAK pada data yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M.
2. Untuk menjelaskan dan mengetahui implementasi estimasi parameter model RAK pada data yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M.

1.4. Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini yaitu:

1. Model RAK yang digunakan adalah model tetap karena kesimpulan yang ingin dicapai oleh penulis bersifat khusus.
2. Iterasi dihentikan ketika didapatkan $\sum_{i=1}^{n}\left|\varepsilon_{i,m}\right|$ yang konvergen mendekati nol atau selisih antara iterasi ke-m dan iterasi ke-$(m-1)$ kurang dari 0,001.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian yang dapat diambil pada penelitian ini dibedakan berdasarkan kepentingan beberapa pihak, yaitu:

1. Bagi Peneliti

   Untuk menambah wawasan dan pengetahuan tentang estimasi parameter RAK pada data yang mengandung *outlier*.

2. Bagi Mahasiswa

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Sebagai bahan rujukan dan pengembangan pembelajaran statistika tentang estimasi parameter yang mengandung *outlier* pada model data rancangan percobaan.

3. Bagi Instansi
   a. Sebagai sumbangan pemikiran keilmuan matematika, khususnya dalam bidang statistika.
   b. Meningkatkan peran serta Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dalam pengembangan wawasan keilmuan matematika dan statistika.

1.6. Sistematika Penulisan

Pada penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, yang mana masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Meliputi latar belakang masalah yang diteliti, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan mengenai konsep matriks, transpos matriks, invers matriks, *generalized inverse (pseudoinverse)*, metode estimasi *Robust* M, teori rancangan percobaan, percobaan RAK, *outlier* (pencilan), dan kajian al-Quran terkait estimasi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bab III Metode Penelitian

Berisi tentang pendekatan penelitian, sumber data, perlakuan penelitian, dan analisis data.

Bab IV Hasil dan Pembahasan

Berisi pembahasan mengenai estimasi parameter model RAK yang mengandung *outlier*, implementasi estimasi *Robust* M pada data RAK yang mengandung *outlier*, dan kajian agama Islam tentang *outlier*.

Bab V Penutup

Berisi kesimpulan dan saran, yang mana kesimpulan merupakan jawaban langsung dari rumusan masalah yang diajukan, sedangkan saran dibuat untuk penelitian lanjutan bagi pembaca.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Rancangan Percobaan

Rancangan percobaan adalah suatu uji atau deretan uji baik menggunakan statistika deskripsi ataupun statistika inferensia yang bertujuan untuk mengubah variabel *input* menjadi suatu *output* yang merupakan respon dari percobaan tersebut (Mattjik dan Sumertajaya, 2000).

Menurut Mattjik dan Sumertajaya (2000), terdapat beberapa istilah dalam rancangan percobaan yang harus diketahui, yaitu:

1. Perlakuan

Perlakuan adalah suatu prosedur atau metode yang diterapkan pada unit percobaan. Prosedur atau metode yang diterapkan dapat berupa pemberian pupuk yang berbeda, dosis pemupukan yang berbeda, jenis varietas yang berbeda, pemberian jenis pakan yang berbeda, dan lainnya.

2. Unit Percobaan

Unit percobaan adalah unit terkecil dalam suatu percobaan yang diberi suatu perlakuan. Unit terkecil ini bisa berupa petak lahan, individu, sekandang ternak, dan lain-lain tergantung dari bidang penelitian yang sedang dilakukan.

3. Satuan Amatan

Satuan amatan adalah anak gugus dari unit percobaan tempat respon perlakuan diukur.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.1.1. Rancangan Acak Kelompok (RAK)

Pada beberapa kegiatan percobaan, sering didapati bahwa unit-unit percobaan tertentu apabila diberikan perlakuan yang sama, maka sering memberikan respon atau hasil yang berbeda. Misalkan, pada pengamatan yang dilakukan pada hari tertentu atau pengamatan yang menggunakan alat tertentu terlihat lebih homogen apabila dibandingkan dengan pengamatan yang dilakukan pada hari yang berbeda atau penggunaan alat berbeda. Oleh karena itu, rancangannya dapat disusun sedemikian sehingga bagian keragaman yang bersumber pada sumber yang dikenali tersebut dapat diukur dan dikeluarkan dari galat percobaan. Pada saat yang berbeda, antara rata-rata perlakuan tidak lagi mengandung sumbangan yang berasal dari sumber yang dikenali. Model rancangan yang mengandung pengelompokan seperti inilah yang disebut RAK (Steel dan Torrie, 1993).

RAK adalah unit-unit eksperimen yang dikelompokkan ke dalam suatu kelompok-kelompok menurut kriteria tertentu. Unit-unit eksperimen yang mempunyai kriteria atau sifat yang sama, masing-masing dikelompokkan dalam satu kelompok tertentu. Sedangkan unit-unit eksperimen yang berlainan dikelompokkan bersama unit eksperimen lain yang lebih sesuai. Demikian seterusnya dilakukan terhadap seluruh unit eksperimen, sehingga dalam satu kelompok unit-unit eksperimen terlihat lebih homogen. Sedangkan antar kelompok terlihat heterogen (Montgomery dan Peck, 2006).

Pada umumnya, RAK digunakan untuk eksperimen-eksperimen yang menghasilkan data heterogen. Pada data heterogen usaha pengelompokan sangat berguna. Sedangkan pada data yang homogen, antara dilakukan pengelompokan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

maupun tidak dilakukan pengelompokan maka sama saja. Sehingga pada data homogen, pengelompokan dapat dikatakan tidak berguna. Tujuan pengelompokan untuk memperoleh satuan percobaan yang seseragam mungkin dalam setiap kelompok, sehingga beda yang teramati sebagian besar disebabkan oleh perlakuan (Gaspersz, 1991).

2.1.2. Model Linier Aditif

Adapun model linier dari RAK dengan $\boldsymbol{a}$ perlakuan dan $\boldsymbol{b}$ kelompok menurut Montgomery dan Peck (2006) sebagai berikut:

$y_{ij} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$ untuk $i = 1, 2, 3, \ldots, a$ dan $j = 1, 2, 3, \ldots, b$ (2.1)

yang mana:

y_{ij} adalah nilai pengamatan pada perlakuan ke-i kelompok ke-j.

μ adalah nilai tengah umum (nilai tengah populasi).

τ_i adalah pengaruh aditif perlakuan ke-i.

α_j adalah pengaruh aditif kelompok ke-j.

ε_{ij} adalah galat percobaan yang diasumsikan berdistribusi normal N~ $(0,\sigma^2)$.

a adalah banyaknya perlakuan.

b adalah banyaknya kelompok.

Model RAK pada persamaan (2.1) dapat dipandang sebagai model tetap. Asumsi untuk model tetap RAK yaitu:

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0 \; dan \; \sum_{j=1}^{b} \alpha_j = 0 \qquad (2.2)$$

Model persamaan (2.1) menggambarkan bahwa nilai-nilai observasi yang dihasilkan dari sebuah rataan umum μ yang mendapat pengaruh perlakuan τ_i dan pengaruh kelompok α_j serta pengaruh sumber variansi yang tak terkendali ε_{ij}.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.1.3. Analisis Statistik

Misalkan, suatu eksperimen terdapat a perlakuan. Masing-masing diuji bahwa perlakuan memang mempunyai pengaruh yang nyata terhadap variansi galat. Kemudian, dengan menggunakan kriteria-kriteria tertentu unit-unit eksperimen dikelompokkan ke dalam b kelompok. *Lay out* data untuk RAK terlihat dalam Tabel 2.1 sebagai berikut:

Tabel 2.1 Bentuk Umum Data RAK

SK		perlakuaan					total
		1	2	3	…	a	
kelompok	1	y_{11}	y_{21}	y_{31}	…	y_{a1}	$y_{.1}$
	2	y_{12}	y_{22}	y_{32}	…	y_{a2}	$y_{.2}$
	3	y_{13}	y_{23}	y_{33}	…	y_{a3}	$y_{.3}$
	…	…	…	…	…	…	…
	b	y_{1b}	y_{2b}	y_{3b}	…	y_{ab}	$y_{.b}$
total		$y_{1.}$	$y_{2.}$	$y_{3.}$	…	$y_{a.}$	$y_{..}$

Selanjutnya didefinisikan:

y_{ij} : nilai hasil observasi perlakuan ke-i dan kelompok ke-j,

$y_{i.}$: total nilai dari unit-unit eksperimen yang mendapat perlakuan ke-i,

$y_{.j}$: total nilai dari unit-unit eksperimen yang mendapat kelompok ke-j,

$y_{..}$: total nilai dari seluruh unit-unit eksperimen,

$\bar{y}_{i.}$: rata-rata perlakuan ke-i,

$\bar{y}_{.j}$: rata-rata perlakuan ke-j,

$\bar{y}_{..}$: rata-rata total,

jumlah pengamatan pada RAK adalah $(a \times b)$ pengamatan (Liani, 2004).

Gaspersz (1991) menyatakan bahwa tujuan RAK yaitu untuk mengetahui adanya pengaruh dari perlakuan dan kelompok. Sehingga hipotesis yang diuji adalah perlakuan berpengaruh nyata terhadap variansi unit-unit eksperimen atau tidak. Hipotesisnya dirumuskan sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots = \mu_n = \mu$

H_1 : setidaknya ada sepasang $i \neq j$ sehingga $\mu_i \neq \mu_j$

Hipotesis nol menggambarkan bahwa $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots = \mu_a = \mu$ yang berarti tidak adanya perbedaan rata-rata dari tiap level perlakuan, sehingga dapat disimpulkan bahwa perlakuan tidak mempunyai pengaruh terhadap variansi unit-unit eksperimen. Sebaliknya, jika perlakuan berpengaruh secara signifikan, maka akan menimbulkan variansi unit-unit eksperimen yang terlihat dari perbedaan rata-rata antar level perlakuan. Karena μ_i dirumuskan sebagai berikut:

$$\mu_i = \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{b} y_{ij} = \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{b}(\mu + \tau_i + \alpha_j)$$

$$= \frac{1}{b}b\mu + \frac{1}{b}b\tau_i + \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{b}\alpha_j \, , karena \sum_{j=1}^{b}\alpha_j = 0$$

$$= \mu + \tau_i$$

dan karena μ merupakan konstanta maka hipotesis di atas juga identik dengan,

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \cdots = \tau_i = 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, a$

H_1 : setidaknya ada sebuah $i \neq j$ sehingga $\tau_i \neq 0$

dengan demikian, pengujian hipotesis tersebut merupakan rata-rata perlakuan yang sama dengan pengujian hipotesis efek-efek perlakuan yakni sama dengan nol. Keputusan hipotesis tersebut dapat diterima atau tidak, dapat dilihat pada Tabel 2.2, yaitu tabel analisis variansi yang dihasilkan.

Pada pengaruh adatif kelompok, hipotesis yang diuji adalah kelompok berpengaruh nyata terhadap variansi unit-unit eksperimen atau tidak. Hipotesisnya dirumuskan sebagai berikut:

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_j = 0$ untuk setiap $j = 1, 2, \ldots, b$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

H_1 : setidaknya ada sebuah $i \neq j$ sehingga $\alpha_j \neq 0$

dengan demikian, pengujian hipotesis tersebut merupakan rata-rata kelompok yang sama dengan pengujian hipotesis efek-efek kelompok yakni sama dengan nol. Keputusan hipotesis tersebut dapat diterima atau tidak, dapat dilihat pada Tabel 2.2, yaitu tabel analisis variansi yang dihasilkan.

2.1.4. Penentuan Rumus Operasional Jumlah Kuadrat

Liani (2004) menyatakan bahwa keragaman nilai-nilai observasi sebagai akibat pengaruh perlakuan, kelompok, dan galat dapat dilihat dari besarnya jumlah kuadrat total atau JKT yang dirumuskan sebagai berikut:

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 \tag{2.3}$$

Sehingga, untuk mengetahui seberapa besar jumlah kuadrat yang diakibatkan oleh perlakuan, kelompok, dan jumlah kuadrat yang tidak terdeteksi sebagai pengaruh dari galat maka JKT diuraikan komponen-komponennya. Berdasarkan persamaan (2.1), maka:

$$\varepsilon_{ij} = y_{ij} - \mu - \tau_i - \alpha_j \tag{2.4}$$

dan dari hasil estimasi kuadrat terkecil serta asumsi pada persamaan (2.2), maka diperoleh:

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{..} \,;\, \hat{\tau}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..} \,;\; \hat{\alpha}_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..} \tag{2.5}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= y_{ij} - \bar{y}_{..} - (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) - (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) \\ &= y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..} \end{aligned} \tag{2.6}$$

Jika ε_{ij} dan nilai-nilai estimator di atas disubtitusikan ke persamaan (2.1), maka menjadi:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$(y_{ij} - \bar{y}_{..}) = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 + (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2$$

$$+2(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + 2(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$+2(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$$

$$+\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2$$

$$+2\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})$$

$$+2\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$+2\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$A = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{i.}\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} - \bar{y}_{.j}\bar{y}_{..} + \bar{y}_{..}^{\,2})$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{i.}\bar{y}_{.j} - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j}\bar{y}_{..} + \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{..}^{\,2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j} - b\bar{y}_{..} \sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.} - a\bar{y}_{..} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j} + ab\bar{y}_{..}^{\,2}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b} \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}}{a} - b\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b} - a\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}}{a} + ab\frac{y_{..}^{\ 2}}{(ab)^2}$$

$$= \frac{y_{..}^{\ 2}}{ab} - \frac{y_{..}^{\ 2}}{ab} - \frac{y_{..}^{\ 2}}{ab} + \frac{y_{..}^{\ 2}}{ab}$$

$$= 0$$

$$B = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{i.}y_{ij} - \bar{y}_{i.}^{\ 2} - \bar{y}_{i.}\bar{y}_{.j} + 2\bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} - \bar{y}_{..}y_{ij} + \bar{y}_{..}\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}^{\ 2})$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{i.}y_{ij} - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{i.}^{\ 2} - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{i.}\bar{y}_{.j} + 2\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{i.}\bar{y}_{..}$$

$$- \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{..}y_{ij} + \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{..}\bar{y}_{.j} - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{..}^{\ 2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.} \sum_{j=1}^{b} y_{.j} - b\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}^{\ 2} - \sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j} + 2b\bar{y}_{..} \sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}$$

$$- \bar{y}_{..} \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij} + a\bar{y}_{..} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j} - ab\bar{y}_{..}^{\ 2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b} \sum_{j=1}^{b} y_{.j} - b\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}^{\ 2}}{b^2} - \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b}\frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}}{a} + 2b\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b}$$

$$- \frac{y_{..}}{ab} \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij} + a\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}}{a} - ab\frac{y_{..}^{\ 2}}{(ab)^2}$$

$$= \frac{y_{..}^{\ 2}}{b} - \frac{y_{..}^{\ 2}}{b} - \frac{y_{..}^{\ 2}}{ab} + 2\frac{y_{..}^{\ 2}}{ab} - \frac{y_{..}^{\ 2}}{ab} + \frac{y_{..}^{\ 2}}{ab} - \frac{y_{..}^{\ 2}}{ab}$$

$$= 0$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$C = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j} y_{ij} - \bar{y}_{.j}\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j}{}^2 + \bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} - \bar{y}_{..} y_{ij} + 2\bar{y}_{..}\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}{}^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j} y_{ij} - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j}\bar{y}_{i.} - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j}{}^2 + \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{i.}\bar{y}_{..}$$

$$- \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{..} y_{ij} + 2\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{..}\bar{y}_{.j} - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{..}{}^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{.j} \sum_{j=1}^{b} y_{i.} - \sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j} - a \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j}{}^2 + b\bar{y}_{..} \sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}$$

$$- \bar{y}_{..} \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij} + 2\bar{y}_{..} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j} - ab\bar{y}_{..}{}^2$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{.j}}{a} \sum_{j=1}^{b} y_{i.} - \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b} \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}}{a} - a \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}{}^2}{a^2} + b \frac{y_{..}}{ab} \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b}$$

$$- \frac{y_{..}}{ab} \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij} + 2 \frac{\bar{y}_{..}}{ab} \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}}{a} - ab \frac{y_{..}{}^2}{(ab)^2}$$

$$= \frac{y_{..}{}^2}{a} - \frac{y_{..}{}^2}{ab} - \frac{y_{..}{}^2}{a} + \frac{y_{..}{}^2}{ab} - \frac{y_{..}{}^2}{ab} + 2\frac{y_{..}{}^2}{ab} - \frac{y_{..}{}^2}{ab}$$

$$= 0$$

$$\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$$

$$+ \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2 + 0 + 0 + 0$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(y_{ij}-\bar{y}_{..}\right)^2 = b\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2 + a\sum_{j=1}^{b}\left(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}\right)^2$$

$$+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..}\right)^2$$

yang dapat disederhanakan dalam bentuk:

$$JKT = JKP + JKK + JKG \qquad (2.7)$$

JKT menunjukkan besarnya variansi total yang diakibatkan oleh perlakuan, kelompok, dan galat. JKP menunjukkan besarnya variansi yang disebabkan oleh adanya perlakuan. JKK menunjukkan besarnya variansi yang disebabkan oleh adanya kelompok. Sedangkan JKG merupakan besarnya variansi yang tidak terdeteksi. Pada prakteknya, perhitungan dengan menggunakan rumus di atas terlalu rumit. Rumus tersebut dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$JKP = b\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2$$

$$= b\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}{}^2 - 2\bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} + \bar{y}_{..}{}^2)$$

$$= b\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}{}^2 - 2b\bar{y}_{..}\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.} + ab\bar{y}_{..}{}^2$$

$$= b\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}{}^2}{b^2} - 2b\frac{y_{..}}{ab}\frac{y_{..}}{b} + ab\frac{y_{..}{}^2}{(ab)^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}{}^2}{b} - \frac{y_{..}{}^2}{ab} \qquad (2.8)$$

$$JKK = a\sum_{j=1}^{b}\left(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}\right)^2$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= a\sum_{j=1}^{b}\left(\bar{y}_{.j}{}^{2} - 2\bar{y}_{.j}\bar{y}_{..} + \bar{y}_{..}{}^{2}\right)$$

$$= a\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j}{}^{2} - 2a\bar{y}_{..}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j} + ab\bar{y}_{..}{}^{2}$$

$$= a\frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}{}^{2}}{a^{2}} - 2a\frac{y_{..}}{ab}\frac{y_{..}}{a} + ab\frac{y_{..}{}^{2}}{(ab)^{2}}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}{}^{2}}{a} - \frac{y_{..}{}^{2}}{ab} \qquad (2.9)$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(y_{ij} - \bar{y}_{..}\right)^{2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(y_{ij}{}^{2} - y_{ij}\bar{y}_{..} + \bar{y}_{..}{}^{2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}{}^{2} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{..} + ab\bar{y}_{..}{}^{2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}{}^{2} - \frac{y_{..}}{ab}y_{..} + ab\frac{y_{..}{}^{2}}{(ab)^{2}}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}{}^{2} - \frac{y_{..}{}^{2}}{ab} \qquad (2.10)$$

$$JKG = JKT - JKP - JKK$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}{}^{2} - \frac{\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}{}^{2}}{b} - \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}{}^{2}}{a} + \frac{y_{..}{}^{2}}{ab} \qquad (2.11)$$

Derajat dari JKT, JKP, dan JKK masing-masing adalah $(ab-1)$, $(a-1)$, $(b-1)$. Sedangkan derajat bebas dari JKG merupakan hasil pengurangan dari derajat bebas JKT terhadap derajat bebas JKK dan JKP, yaitu $(ab-1)-(a-1)-(b-1) = ab-a-b+1$. Hasil bagi antara jumlah

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kuadrat dengan derajat bebas dinamakan kuadrat tengah sehingga diperoleh:

$$KTP = \frac{JKP}{a-1}; KTK = \frac{JKK}{b-1}; KTG = \frac{JKG}{ab-a-b+1} \qquad (2.12)$$

Jika benar bahwa perlakuan mempunyai pengaruh yang nyata, maka hal ini terlihat dari besarnya jumlah kuadrat perlakuan. Sehingga untuk menguji hipotesis bahwa perlakuan mempunyai pengaruh yang signifikan, maka jumlah kuadrat perlakuan merupakan komponen penting dalam uji statistik. Selanjutnya, uji statistik yang digunakan adalah:

$$F_{hitung} = \frac{KTP}{KTG} = \frac{\frac{JKP}{a-1}}{\frac{JKG}{ab-a-b+1}} \qquad (2.13)$$

di bawah asumsi bahwa H_0 benar maka F_{hitung} akan berdistribusi F dengan drajat bebas $a-1$ dan $ab-a-b+1$. Sehingga dengan tingkat keyakinan sebesar α, maka H_0 ditolak jika F_{hitung} lebih besar dari $F_{\alpha;(a-1);(ab-a-b+1)}$.

Jika benar bahwa kelompok mempunyai pengaruh yang nyata, maka hal ini terlihat dari besarnya jumlah kuadrat kelompok. Sehingga untuk menguji hipotesis bahwa kelompok mempunyai pengaruh yang signifikan, maka jumlah kuadrat kelompok merupakan komponen penting dalam uji statistik. Selanjutnya, uji statistik yang digunakan adalah:

$$F_{hitung} = \frac{KTK}{KTG} = \frac{\frac{JKK}{b-1}}{\frac{JKG}{ab-a-b+1}} \qquad (2.14)$$

di bawah asumsi bahwa H_0 benar maka F_{hitung} akan berdistribusi F dengan drajat bebas $b-1$ dan $ab-a-b+1$. Sehingga dengan tingkat keyakinan sebesar α, maka H_0 ditolak jika F_{hitung} lebih besar dari $F_{\alpha;(b-1);(ab-a-b+1)}$ (Liani, 2004).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.1.4.1. Analisis Variansi (ANOVA)

Analisis variansi merupakan proses aritmatika untuk menguraikan jumlah kuadrat total menjadi beberapa komponen yang berhubungan dengan sumber keragaman yang diketahui (Stell dan Torrie, 1993). Analisis variansi digunakan untuk menguji secara sistematik nyata tidaknya pengaruh perlakuan dan pengaruh pengelompokan serta pengaruh interaksinya. Cara untuk memudahkan analisis yaitu dengan menyusun dalam sebuah tabel yang dinamakan tabel analisis variansi.

Tabel 2.2 Analisis Variansi untuk RAK

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Rata-rata Kuadrat	$E(KT)$	F_{htungi}
Perlakuan	$a-1$	JKP	KTP	$\sigma^2 + b\frac{\sum_{i=1}^{a}\tau_i}{a-1}$	KTP/KTG
Kelompok	$b-1$	JKK	KTK	$\sigma^2 + a\frac{\sum_{j=1}^{b}\alpha_j}{b-1}$	KTK/KTG
Galat	$ab-a-b+1$	JKG	KTG	σ^2	
Total	$ab-1$	JKT			

Asumsi-asumsi yang mendasari analisis variansi yang perlu diperhatikan agar pengujian menjadi valid menurut Gaspersz (1991) adalah:

1. Pengaruh perlakuan dan pengaruh kelompok bersifat aditif.

Komponen $\mu, \tau_i, \alpha_j, \varepsilon_{ij}$ harus bersifat aditif yang artinya dapat dijumlahkan sesuai dengan model pada persamaan (2.1). Setiap rancangan percobaan mempunyai model matematika yang disebut model linier aditif. Apabila model ini tidak bersifat aditif, maka perlu dilakukan transformasi. Metode pengujian untuk mengetahui apakah model tersebut bersifat aditif atau tidak adalah uji Tukey.

2. Galat percobaan memiliki variansi yang homogen.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Misalnya dalam RAK, komponen galat yang berasal dari beberapa perlakuan semuanya harus diduga dari variansi populasi yang sama. Bila nilai tengah satu atau dua perlakuan lebih tinggi dari yang lain dan variansi juga lebih tinggi dari yang lainnya, maka mengakibatkan variansi galat yang tidak homogen. Metode yang dapat digunakan untuk pengujian kehomogenan varian adalah uji Levene's.

3. Galat percobaan saling bebas.

Peluang galat dari salah satu pengamatan yang mempunyai nilai tertentu haruslah tidak bergantung dari nilai-nilai galat untuk pengamatan yang lain atau dapat dikatakan bahwa tidak ada korelasi antar galat. Sehingga untuk melihat keacakan galat percobaan dibuat plot antara nilai dugaan galat percobaan dengan nilai dugaan respon. Apabila plot yang dibuat menunjukkan galat berfluktuasi acak di sekitar nol, maka dapat dikatakan bahwa galat percobaan menyebar bebas.

4. Galat percobaan menyebar normal.

Jika sebaran dari galat percobaan secara jelas terlihat tidak normal, maka komponen galat dari perlakuan cenderung menjadi fungsi dari nilai tengah perlakuan. Hal ini mengakibatkan variansi tidak homogen. Jika hubungan fungsional diketahui, maka transformasi dapat ditentukan untuk membuat galat tersebut menyebar mendekati sebaran normal. Sehingga, analisis variansi dapat dilakukan pada data transformasi agar galat menjadi homogen.

2.2. *Outlier* dalam Rancangan Percobaan

Menurut Yitnosumarto (1991), uji asumsi merupakan suatu uji yang harus dipenuhi sebelum melakukan suatu analisis, misalnya dalam regresi dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

rancangan percobaan. Pada rancangan percobaan, model RAK seperti persamaan (2.1) yang diasumsikan $\varepsilon_{ij} \sim NIID(0, \sigma^2)$ memiliki makna tersirat yaitu:

1. Data pengamatan dari setiap kelompok dan perlakuan berasal dari populasi normal atau berdistribusi normal. Hal ini diperlukan sehingga galat terdistribusi secara normal.
2. Semua kelompok dan perlakuan mempunyai variansi yang homogen. Hal ini diperlukan sehingga galat memiliki variansi homogen untuk setiap perlakuan ke-i dan kelompok ke-j.
3. Unit satuan percobaan ditentukan dan ditempatkan secara acak pada setiap perlakuan dan kelompok. Hal ini diperlukan sehingga galat bersifat *independent* (saling bebas) satu sama lain.
4. Pengaruh dari τ_i, α_j, dan ε_{ij} bersifat aditif. Maksutnya, tinggi rendahnya respon merupakan akibat dari pengaruh penambahan perlakuan dan kelompok. Nilai Y_{ij} merupakan nilai μ ditambah dengan τ_i, α_j, serta galat ε_{ij}.

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam melakukan analisis variansi adalah normalitas, indenpedensi, homogenitas dan aditif. Normalitas berati nilai galat ε_{ij} dalam setiap perlakuan dan kelompok yang terkait dengan nilai pengamatan Y_{ij} harus berdistribusi normal, karena jika nilai galat terdistribusi secara normal maka nilai Y_{ij} pun akan berdistribusi normal.

Pada praktiknya, jarang sekali ditemukan sebaran nilai pengamatan yang mempunyai bentuk ideal, seperti berdistribusi normal. Bahkan sebaliknya, sering ditemukan bentuk yang cenderung tidak normal karena keragaman sampling. Keragaman ini terjadi apabila ukuran sampel yang terlalu sedikit atau apabila terdapat *outlier*. Adanya satu atau lebih *outlier* dalam data dapat menyebabkan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

tidak terpenuhinya satu atau lebih asumsi yang disyaratkan. Cara yang paling mudah untuk mendeteksi ada atau tidaknya *outlier* adalah dengan memetakan galat terhadap nilai dugaan pengamatan. *Outlier* biasanya terjadi karena adanya kesalahan, terutama kesalahan dalam melakukan *entri* data, salah dalam pemberian kode, kesalahan partisipan dalam mengikuti instruksi, dan lain sebagainya. Apabila penyimpangan disebabkan oleh adanya *outlier*, maka cara yang paling mudah untuk mengatasinya adalah dengan meniadakan pengamatan yang dianggap *outlier* tersebut (Yitnosumarto, 1991).

2.2.1. Metode untuk Mengidentifikasi *Outlier*

Menurut Mattjik dan Sumertajaya (2000), beberapa metode untuk mengidentifikasi adanya *outlier* antara lain:

1. Metode Grafis

Keuntungan dari metode ini yaitu mudah dipahami karena menampilkan data secara grafis (gambar) tanpa melibatkan perhitungan yang rumit. Sedangkan, kelemahan metode ini yaitu keputusan yang meperlihatkan data tersebut merupakan *outlier* atau tidak bergantung pada kebijakan (*judgement*) peneliti karena hanya mengandalkan visualisasi gambar.

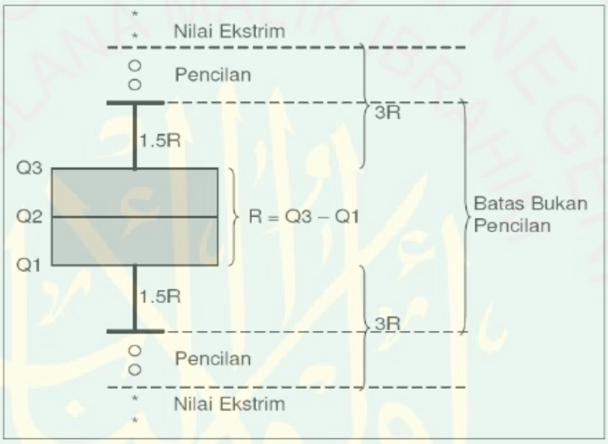
a. Diagram Pencar (*Scatter Plot*)

Metode ini dilakukan dengan cara melakukan plot data pada observasi ke-i $(i = 1, 2, \dots, n)$. Jika sudah didapatkan model rancangannya, maka dapat dilakukan dengan cara melakukan plot antara galat dengan nilai prediksi Y. Apabila terdapat satu atau beberapa data yang terletak jauh dari pola kumpulan data keseluruhan, maka hal ini mengindikasikan adanya pengaruh *outlier* atau pencilan.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

b. *Boxplot*

Metode ini mempergunakan nilai kuartil dan jangkauan untuk mendeteksi *outlier*. Kuartil $1, 2,$ dan 3 membagi data yang telah diurutkan sebelumnya menjadi empat bagian. Jangkauan *Interquartile Range* (IQR) didefinisikan sebagai selisih kuartil 1 terhadap kuartil 3, atau $IQR = Q3 - Q1$. Data-data yang merupakan *outlier* yaitu nilai yang kurang dari $1.5 \times IQR$ terhadap kuartil 1 dan nilai yang lebih dari $1.5 \times IQR$ terhadap kuartil 3.



Gambar 2.1 *Boxplot* Identifikasi *Outlier*

2. Metode *DfFITS (Difference fitted value FITS)* atau *Standardized DfFITS*

Metode ini menampilkan nilai perubahan dalam harga yang diprediksi apabila *case* tertentu yang dikeluarkan sudah distandarkan. Perhitungan *DfFITS* sebagai berikut:

$$(DfFITS)i = t_i \left(\frac{h_{ii}}{1 - h_{ii}}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (2.15)$$

yang mana, t_i adalah *studentized deleted* untuk kasus ke-*i* dan h_{ii} adalah nilai *leverage* untuk kasus ke-*i*, dengan,

$$t_i = e_i \sqrt{\frac{n - p - 1}{JKG(1 - h_{ii} - e_i{}^2}} \qquad (2.16)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

yang mana, e_i adalah galat ke-i dan JKG adalah jumlah kuadrat galat sebagai berikut:

$$H = X(X'X)^{-1}X' \tag{2.17}$$

dengan H adalah matriks n x n. Elemen diagonal h_{ii} dalam matrik dapat diperoleh langsung dari:

$$h_{ii} = X_i(X'X)^{-1}X_i' \tag{2.18}$$

dengan X_i adalah matriks $p \times 1$, $(X'X)^{-1}$ adalah matriks $p \times p$, dan $X_i{}'$ adalah matriks $1 \times p$.

Suatu data yang mempunyai nilai *absolute DfFITS* lebih besar dari $2\sqrt{\frac{p}{n}}$, maka diidentifikasikan sebagai *outlier*, dengan p adalah variabel independent dan n adalah banyaknya observasi.

3. *Cook's Distance* (Jarak Cook)

Selain dengan menggunakan *DfFITS*, terdapat metode yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya *outlier* yaitu dengan *Cook's Distance*. Metode *Cook's Distance* dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$Cook'sD = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}_i - \hat{Y}_{i(i)}\right)^2}{(k+1)MSR} \tag{2.19}$$

dengan $\hat{Y}_i$ merupakan nilai prediksi ketika kasus ke-i disubstitusikan ke dalam himpunan data, $\hat{Y}_{i(i)}$ merupakan nilai prediksi ketika kasus ke-i dihapuskan dari himpunan data, k merupakan nilai prediksi koefisien model rancangan, dan MSR merupakan nilai variansi dari galat. Nilai *Cook'sD* akan selalu lebih besar sama dengan nol.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.3. Pendekatan *Robust* M

Model *Robust* linier berguna untuk menyaring atau memfilter hubungan linier ketika variansi acak pada data yang tidak normal atau ketika data mengandung *outlier* yang signifikan. Metode ini penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh *outlier* sehingga dihasilkan model yang kekar atau *resistant* terhadap *outlier*. Suatu estimasi yang *resistant* secara relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan kecil pada bagian besar data. Metode ini dikembangkan oleh Rousseuw dan Leroy pada tahun 1987 (Chen, 2002).

2.3.1. *Ordinary Least Square* (OLS)

Prosedur OLS yaitu penduga b_0 dan b_1 yang menjadikan jumlah kuadrat *error* $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$ minimum dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membentuk fungsi jumlah kuadrat *error*, yakni:

$$S = f(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2 \qquad (2.20)$$

2. Mendiferensialkan S terhadap b_0 dan b_1 sehingga,

$$\frac{d}{db_1} \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = 0, \frac{d}{db_2} \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = 0 \qquad (2.21)$$

Persamaan (2.20) dapat menggambarkan pengaruh yang disebabkan oleh titik eksperimen dengan galat yang ekstrim. Bentuk yang lebih umum adalah sebagai berikut:

$$\frac{d}{db_1} \sum_{i=1}^{n} \psi \left[\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right] = 0, \frac{d}{db_2} \sum_{i=1}^{n} \psi \left[\frac{\varepsilon_i}{\sigma}\right] = 0 \qquad (2.22)$$

Adapun penduga kuadrat terkecil dengan $\psi(\varepsilon_i) = \varepsilon_i$ seperti pada persamaan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

(2.21) tidak kekar terhadap *outlier* (Aziz, 2010).

2.3.2. Estimasi M

Estimasi M merupakan metode *Robust* yang sering digunakan. Pendugaan parameter menggunakan metode ini disebut juga *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS). Pada IRLS, nilai awal dihitung kemudian bobot baru dihitung berdasarkan hasil dari nilai awal. Iterasi berlanjut sampai kriteria konvergensi terpenuhi (Maronna, dkk, 2006).

Menurut Fox (2002), pada umumnya metode *Robust* M ini dilakukan dengan meminimumkan fungsi objektif dengan persamaan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(\varepsilon_i) = 0 \tag{2.23}$$

Dengan $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$, maka $\varepsilon_i = y_i - X_i^T \beta$ sehingga,

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(\varepsilon_i) = \sum_{i=1}^{n} \rho(y_i - X_i^T \beta) \tag{2.24}$$

untuk mendapatkan estimasi parameter pada metode *Robust* M ini menggunakan metode iterasi. Hal ini karena galat tidak dapat dihitung sampai diperoleh model yang cocok dan nilai parameter model juga tidak dapat dihitung tanpa mengetahui nilai galat. Untuk mendapatkan estimasi parameter pada metode *Robust* M biasa digunakan metode IRLS (Fox, 2002).

Fungsi objektif adalah fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada metode *Robust*. Adapun fungsi pembobot yang digunakan antara lain:

1. Fungsi pembobot oleh Huber memakai fungsi objektif sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\rho(e_i) = \begin{cases} \frac{1}{2}{\varepsilon_i}^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ c|\varepsilon_i| - \frac{1}{2}c^2, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.25}$$

dengan,

$$\rho'^{(\varepsilon_i)} = \psi(\varepsilon_i) = \frac{\partial\big(\rho(\varepsilon_i)\big)}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \varepsilon_i, & |\varepsilon_i| \leq c \\ c, & \varepsilon_i > c \\ -c, & \varepsilon_i < -c \end{cases} \tag{2.26}$$

setelah didapatkan $\rho'^{(e_i)}$, maka didapatkan fungsi pembobot yaitu:

$$w_i = w(\varepsilon_i) = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} 1, & |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c}{|\varepsilon_i|}, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.27}$$

2. Fungsi pembobot oleh Tukey memakai fungsi objektif sebagai berikut:

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6}\left\{1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c}\right)^2\right]^3\right\}, & |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6}, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.28}$$

dengan,

$$\rho'^{(\varepsilon_i)} = \psi(\varepsilon_i) = \frac{\partial\big(\rho(\varepsilon_i)\big)}{\partial \varepsilon_i} = \begin{cases} \varepsilon_i\left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c}\right)^2\right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.29}$$

setelah didapatkan $\rho'^{(e_i)}$, maka didapatkan fungsi pembobot yaitu:

$$w_i = w(\varepsilon_i) = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c}\right)^2\right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.30}$$

dimana konstanta c adalah konstanta yang menghasilkan efisiensi tinggi dengan galat berdistribusi normal dan dapat memberikan perlindungan terhadap *outlier*. Fungsi pembobot Huber memiliki nilai $c = 1{,}345$ dan fungsi pembobot Tukey memiliki nilai $c = 4{,}685$ (Fox, 2002).

Prosedur pendugaan parameter menurut Maronna, dkk (2006) sebagai

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

berikut:

1. Penduga β dihitung menggunakan metode OLS, sehingga didapatkan $\hat{y}_{i,0}$ dan $\varepsilon_{i,0} = y_i - \hat{y}_{i,0}, (i = 1, 2, \dots, n)$ yang diperlakukan sebagai nilai awal (y_i adalah hasil pengamatan).
2. Selanjutnya dari nilai-nilai galat ini, dihitung $\hat{\sigma}_i$ dan pembobot untuk iterasi awal $w_{i,0} = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{(\varepsilon_i^*)}$. Nilai $\psi(\varepsilon_i^*)$ dihitung sesuai fungsi Huber dan $\varepsilon_{i,0}^* = \frac{\varepsilon_{i,0}}{\hat{\sigma}_{i,0}}$.
3. Matriks pembobot berupa matriks diagonal dengan elemen $w_{1,0}; w_{2,0}; \dots; w_{n,0}$ yaitu W_0.
4. Dihitung penduga koefisien model sebagai berikut:
$$\beta_{robust\ ke-1} = (X^T W_0 X)^{-1} X^T W_0 Y$$
5. Kemudian, dengan menggunakan $\beta_{robust\ ke-1}$ dihitung pula:
$$\sum_{i=1}^{n} |y_i - \hat{y}_{i,1}| \ atau \sum_{i=1}^{n} |\varepsilon_{i,1}|$$
6. Selanjutnya, langkah di atas diulang sampai didapatkan $\sum_{i=1}^{n} |\varepsilon_{i,m}|$ yang konvergen mendekati nol atau selisih antara iterasi ke-m dan iterasi ke-$(m-1)$ kurang dari 0,001.

2.4. Matriks dan Vektor

Menurut Guritno (2005), matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan tersebut dinamakan *entri* dalam matriks. Ukuran dari matriks dijelaskan dengan menyatakan banyaknya baris dan banyaknya kolom.

Jika A adalah suatu matriks, maka digunakan a_{ij} untuk menyatakan *entri* yang terdapat di dalam baris ke-i dan kolom ke-j dari A yang mana $i =$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$. Matriks yang terdiri dari m-baris dan n-kolom disebut matriks berukuran $m \times n$. Matriks yang memiliki satu baris atau satu kolom disebut vektor. Matriks yang hanya memuat satu baris disebut vektor baris. Sedangkan matriks yang hanya memuat satu kolom disebut vektor kolom.

2.4.1. Transpos Matriks

Jika A adalah sebarang matriks $m \times n$ maka transpos A dinyatakan oleh A^t dan didefinisikan dengan matriks $n \times m$ yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari A, kolom keduanya adalah baris kedua dari A, dan seterusnya.

Teorema 2.1

Misalkan p dan q adalah sebarang skalar. A dan B adalah matriks. Maka

1. $(pA)^t = pA^t$
2. $(A^t)^t = A$
3. $(pA + qB)^t = pA^t + qB^t$
4. $AB^t = B^t A^t$

(Anton dan Rorres, 2005).

Definisi 2.1

Matriks A berukuran $m \times m$ dikatakan matriks simetris jika $A = A^t$.

Definisi 2.2

Vektor yang tiap elemennya hanya bernilai 1 disebut *summing vector* dan dinotasikan 1_n, yang mana n merupakan banyaknya elemen yang bernilai 1.

Definisi 2.3

Matriks identitas adalah matriks berukuran $n \times n$ yang diagonal utamanya berupa bilangan 1 dan yang di luar diagonal utamanya berupa bilangan 0. Dinotasikan I atau I_n.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Definisi 2.4

Misalkan A berukuran $m \times m$ merupakan matriks simetris. A adalah matriks simetris definit positif jika dan hanya jika untuk sebarang vektor X yang bukan 0 berlaku $X^t AX > 0$.

Definisi 2.5

Jika A adalah matriks $m \times m$ maka X adalah vektor bukan 0 yang memenuhi $AX = \lambda X$ untuk suatu skalar λ. Skalar λ dinamakan nilai eigen dari nilai A dan X disebut vektor eigen yang bersesuaian dengan λ.

Teorema 2.2

Matriks simetris A definit positif jika dan hanya jika semua nilai eigen A adalah positif (Anton dan Rorres, 2005).

2.4.2. Invers Matriks

Definisi 2.6

Suatu matriks A^{-1} berukuran $m \times m$ dikatakan invers dari matriks A yang berukuran $m \times m$ jika $AA^{-1} = A^{-1}A = I$. Matriks A memiliki invers jika A nonsingular.

Teorema 2.3

Jika A dan B adalah matriks yang memiliki invers berukuran $m \times m$, maka:

1. $(A^{-1})^{-1} = A$
2. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
3. $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

(Anton dan Rorres, 2005).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2.4.3. *Generalized Invers (Pseudoinvers)*

Konsep invers matriks yang telah diketahui merupakan konsep invers matriks yang terbatas pada matriks persegi berordo $n \times n$ dan non singular, sedangkan matriks yang berordo $m \times n$ atau $n \times n$ yang singular tidak mempunyai invers. Akan tetapi, terdapat matriks yang seolah-olah menjadi invers untuk matriks yang berordo $m \times n$ atau $n \times n$ yang singular. Matriks tersebut dinamakan *Generalized Invers* atau *Pseudoinvers*. Secara umum untuk setiap matriks A yang singular, maka terdapat $AA^{-}A = A$ yang disebut *generalized inverse* dari matriks A yang harus memenuhi kondisi berikut:

1. $AA^{+}A = A$
2. $A^{+}AA^{+} = A^{+}$
3. AA^{+} simetris
4. $A^{+}A$ simetris

Matriks A^{+} disebut matriks *Moore-Penrose inverse* (Setiadji, 2006).

2.5. Kajian Agama Islam tentang Estimasi

Permasalahan lain yang sering dijumpai dalam masyarakat umum adalah adanya sebuah pandangan bahwa konsep agama dan matematika tidak memiliki kaitan yang signifikan. Agama yang diekspresikan oleh para pemeluknya di satu sisi cenderung memfokuskan diri pada kegiatan yang bersifat ritual suci dan *ukhrawi*, sedangkan matematika memiliki corak yang kental terhadap *duniawi*. Namun, dengan perkembangan ilmu yang semakin pesat, sekarang ini telah banyak pengkajian masalah mengenai integrasi agama dan sains.

Sumber studi matematika sebagaimana sumber ilmu pengetahuan dalam

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Islam adalah konsep tauhid. Allah Swt. menciptakan alam semesta ini dengan aturan dan ukuran yang serapi-rapinya ternyata tidak hanya terdapat pada firman-Nya saja, melainkan itu semua telah terbukti. Dapat dilihat dan dirasakan secara langsung segala apa yang ada di muka bumi ini yang semuanya telah tertata dengan sempurna. Sebagaimana tercantum dalam surat al-Qomar ayat 49 berikut :

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَٰهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

"Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran" (QS. al-Qomar:49).

Al-Quran adalah *Kitabullah* yang di dalamnya terkandung berbagai ilmu Allah Swt.. Salah satu konsep matematika yang terdapat dalam al-Quran yang bersinergi dengan pembahasan dalam penelitian ini adalah mengenai estimasi parameter yang mengandung *outlier*. Hal ini disinggung dalam al-Quran surat Yunus ayat 24 yang berbunyi:

إِنَّمَا مَثَلُ ٱلْحَيَوٰةِ ٱلدُّنْيَا كَمَآءٍ أَنزَلْنَٰهُ مِنَ ٱلسَّمَآءِ فَٱخْتَلَطَ بِهِۦ نَبَاتُ ٱلْأَرْضِ مِمَّا يَأْكُلُ ٱلنَّاسُ وَٱلْأَنْعَٰمُ حَتَّىٰٓ إِذَآ أَخَذَتِ ٱلْأَرْضُ زُخْرُفَهَا وَٱزَّيَّنَتْ وَظَنَّ أَهْلُهَآ أَنَّهُمْ قَٰدِرُونَ عَلَيْهَآ أَتَىٰهَآ أَمْرُنَا لَيْلًا أَوْ نَهَارًا فَجَعَلْنَٰهَا حَصِيدًا كَأَن لَّمْ تَغْنَ بِٱلْأَمْسِ ۚ كَذَٰلِكَ نُفَصِّلُ ٱلْءَايَٰتِ لِقَوْمٍ يَتَفَكَّرُونَ ﴿٢٤﴾

"Sesungguhnya perumpamaan kehidupan duniawi itu adalah seperti air (hujan) yang Kami turunkan dari langit, lalu tumbuhlah dengan suburnya karena air itu tanam-tanaman bumi, di antaranya ada yang dimakan manusia dan binatang ternak, hingga apabila bumi itu telah sempurna keindahannya dan memakai (pula) perhiasannya dan pemilik-pemliknya mengira bahwa mereka pasti menguasainya tiba-tiba datanglah kepadanya azab Kami di waktu malam atau siang, lalu Kami jadikan (tanam-tanamannya) laksana tanam-tanaman yang sudah disabit, seakan-akan belum pernah tumbuh kemarin. Demikianlah Kami menjelaskan tanda-tanda kekuasaan (Kami) kepada orang-orang berpikir" (QS. Yunus:24).

Ayat di atas menjelaskan bahwa akan muncul suatu bencana yang tidak manusia duga dan pada waktu yang tidak disangka-sangka. Apabila diperhatikan,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

maka dalam ayat tersebut terdapat kata *zhann* yang berarti menduga, mengira, atau menyangka. Al-Maraghi (1993) menjelaskan penggalan ayat tersebut, apabila bumi dengan tanaman-tanaman yang hijau bagai sutra dengan aneka ragam bunga-bunganya yang ada padanya, nampak bagai pengantin yang dihiasi emas dan intan berlian, serta aneka warna perhiasan yang indah dan megah, nampak cantik sekali pada malam pertama. Oleh karena itu, penghuni bumi menyangka dapat menikmati buah-buahnya bahkan menyimpan hasilnya. Sehingga dapat diketahui bahwa dalam al-Quran terdapat kajian mengenai estimasi karena dalam matematika estimasi ini berarti pendugaan atau perkiraan. Bukan berarti pendugaan atau estimasi di sini merupakan hal yang pasti benar, melainkan perkiraan yang mengarah kepada kebenaran. Namun, tentunya semua kebenaran adalah milik Allah Yang Maha Benar.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1. Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah pendekatan deskriptif kuantitatif dan studi literatur. Pendekatan deskriptif kuantitatif yaitu menganalisis data dan menyusun data sesuai dengan kebutuhan peneliti. Pendekatan studi literatur yaitu mengumpulkan bahan-bahan pustaka yang dibutuhkan oleh peneliti sebagai acuan dalam menyelesaikan penelitian.

3.2. Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder berupa data RAK yang diperoleh dari penelitian Lalmohan Bhar dengan judul "*Outlier* in Design Experiment". Hasil pengamatannya berupa hasil panen kapas (kg) tiap petak dengan perlakuan enam taraf pupuk lahan pertanian (FYM) dan empat pengelompokan replika lahan (Bhar, 2012).

3.3. Perlakuan Penelitian

Pada penelitian ini perlakuan penelitian dibagi menjadi dua, yaitu τ sebagai pengaruh aditif perlakuan ke-i dan α sebagai pengaruh aditif kelompok ke-j.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.4. Metode Analisis

3.4.1. Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada Data yang Mengandung *Outlier*

Langkah-langkah estimasi parameter model RAK pada data yang mengandung *outlier* sebagai berikut:

1. Model RAK yang mengandung *outlier* ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Ditentukan model tetap RAK dan simbol parameter model RAK untuk perlakuan adalah τ dan kelompok adalah α.
   b. Model tetap RAK ditransformasikan dalam bentuk matriks dengan pendekatan model regresi linier berganda.
2. Parameter model RAK diestimasi dengan metode *Robust* M, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Penduga β dihitung menggunakan metode OLS, sehingga didapatkan $\hat{y}_{i,0}$ dan $\varepsilon_{i,0} = y_i - \hat{y}_{i,0}, (i = 1,2, \dots, n)$ yang diperlakukan sebagai nilai awal.
   b. Selanjutnya, dari nilai-nilai *error* ini dihitung $\hat{\sigma}_i$ dan pembobot awal $w_{i,0} = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{(\varepsilon_i^*)}$. Nilai $\psi(\varepsilon_i^*)$ dihitung sesuai fungsi Huber dan $\varepsilon_{i,0}^* = \frac{\varepsilon_{i,0}}{\hat{\sigma}_{i,0}}$.
   c. Matriks pembobot berupa matriks diagonal dengan elemen $w_{1,0}; w_{2,0}; \dots; w_{n,0}$ yaitu W_0.
   d. Dihitung penduga koefisien model sebagai berikut:

$$\beta_{robust\ ke\ 1} = (X^T W_0 X)^{-1} X^T W_0 Y$$

   e. Kemudian, dengan menggunakan $\beta_{robust\ ke\ 1}$ dihitung pula:

$$\sum_{i=1}^{n} |y_i - \hat{y}_{i,1}| \ atau \sum_{i=1}^{n} |\varepsilon_{i,1}|$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

f. Selanjutnya, langkah di atas diulang sampai didapatkan $\sum_{i=1}^{n}\left|\varepsilon_{i,m}\right|$ yang konvergen mendekati nol atau selisih antara iterasi ke-m dan iterasi ke-$(m-1)$ kurang dari 0,001.

3.4.2. Implementasi *Robust* M pada Data Rancangan Acak Kelompok (RAK) yang Mengandung *Outlier*

Langkah-langkah dalam implementasi *Robust* M pada data RAK yang mengandung *outlier* sebagai berikut:

a. Analisis deskriptif data.
b. Pengujian asumsi data pada RAK.
c. Identifikasi adanya *outlier*.
d. Estimasi parameter model RAK pada data yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M.
e. Analisis variansi.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) yang Mengandung *Outlier*

Ada beberapa hal dalam rancangan percobaan yang membuat suatu data menjadi *outlier*, yaitu tidak berhasilnya suatu pengamatan pada salah satu unit pecobaan atau kesalahan dalam pengambilan pengamatan (Yitnosumarto, 1991). Jika terjadi *outlier* atau suatu percobaan gagal pada RAK maka nilai datanya harus diestimasi atau dilakukan percobaan ulang. Pada penelitian ini, model RAK yang digunakan adalah model tetap dengan asumsi-asumsi yang mendasari model tetap. Adapun model tetap RAK tersebut menurut Montgomery dan Peck (2006), sebagai berikut:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \varepsilon_{ij} \text{ untuk } i = 1, 2, 3, \dots, a \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, b \qquad (4.1)$$

yang mana,

y_{ij} : nilai pengamatan pada perlakuan ke-i kelompok ke-j,

μ : nilai tengah umum (nilai tengah populasi),

τ_i : pengaruh aditif perlakuan ke-i,

α_j : pengaruh aditif kelompok ke-j,

ε_{ij} : galat percobaan pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j,

a : banyaknya perlakuan,

b : banyaknya kelompok atau ulangan,

sedangkan model regresi linier berganda sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i, \quad (4.2)$$

$$\text{untuk } i = 1, 2, \dots, n \text{ dan } j = 1, 2, \dots, k$$

Persamaan (4.2) dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{2n} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Misalkan,

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n\times 1}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{2n} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}_{n\times(1+k)},$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}_{(1+k)\times 1}, \text{dan } \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

vektor Y merupakan nilai hasil observasi variabel respon berukuran $n \times 1$, matriks X merupakan matriks rancangan nilai observasi prediktor berukuran $n \times (1 + k)$, vektor ε adalah vektor galat berukuran $n \times 1$, dan vektor β berisi elemen-elemen parameter pada model regresi liniear berganda berukuran $(1 + k) \times 1$. Sehingga, model umum dari RAK dapat didekati melalui pendekatan persamaan regresi linier berganda dengan persamaan sebagai berikut:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (4.4)$$

Model RAK pada persamaan (4.1) dapat didekati dengan persamaan regresi linier berganda seperti pada persamaan (4.4) melalui penyetaraan simbol aditivitas nilai hasil observasi. Misal, pada model regresi linier berganda dengan $n = 4$ dan $k = 4$, maka:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ 1 & x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Sedangkan pada model RAK dengan $a = 2$ dan $b = 2$, maka:

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ y_{21} \\ y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

maka dapat ditunjukkan kesetaraan simbol aditivitas sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ 1 & x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \beta_0 + \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \\ x_{41} \end{bmatrix} \beta_1 + \begin{bmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \\ x_{42} \end{bmatrix} \beta_2 + \begin{bmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \\ x_{43} \end{bmatrix} \beta_3 + \begin{bmatrix} x_{14} \\ x_{24} \\ x_{34} \\ x_{44} \end{bmatrix} \beta_4 \equiv$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mu + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tau_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tau_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \alpha_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \alpha_2$$

Sehingga diperoleh:

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \beta_0 \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mu$, $\begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ x_{31} \\ x_{41} \end{bmatrix} \beta_1 \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tau_1$, $\begin{bmatrix} x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \\ x_{42} \end{bmatrix} \beta_2 \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tau_2$, $\begin{bmatrix} x_{13} \\ x_{23} \\ x_{33} \\ x_{43} \end{bmatrix} \beta_3 \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \alpha_1$, dan $\begin{bmatrix} x_{14} \\ x_{24} \\ x_{34} \\ x_{44} \end{bmatrix} \beta_4 \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \alpha_2$

Berdasarkan persamaan (4.6), maka dapat dibentuk transformasi model umum pendekatan RAK ke model regresi linier berganda sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1b} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{2b} \\ \vdots \\ y_{a1} \\ \vdots \\ y_{ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_a \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2b} \\ \vdots \\ \varepsilon_{a1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ab} \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

Misalkan,

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1b} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{2b} \\ \vdots \\ y_{a1} \\ \vdots \\ y_{ab} \end{bmatrix}_{ab\times 1}, X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{ab\times(1+a+b)},$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_a \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_b \end{bmatrix}_{(1+a+b)\times 1}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2b} \\ \vdots \\ \varepsilon_{a1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ab} \end{bmatrix}_{ab\times 1}$$

vektor Y merupakan nilai hasil pengamatan berukuran $ab \times 1$, matriks X merupakan sebuah matriks rancangan berukuran $ab \times (1 + a + b)$, vektor ε adalah vektor galat berukuran $ab \times 1$, dan vektor β berisi elemen-elemen parameter pada model tetap RAK berukuran $(1 + a + b) \times 1$ yang mana parameter tersebut diinterpretasi setara dengan koefisien-koefisien pada model

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

regresi liniear berganda. Kemudian, dari persamaan (4.7) didapatkan model umum RAK yang telah didekati dengan persamaan regresi linier berganda melalui bentuk matriks sebagai berikut:

$$Y = X\beta + \varepsilon \tag{4.8}$$

Setelah itu, dari persamaan (4.8) maka didapatkan *error* dari model RAK adalah sebagai berikut:

$$\varepsilon = Y - X\beta \tag{4.9}$$

Pada penelitian ini, model RAK diasumsikan mengandung *outlier* pada parameter ke-i dan ke-j, sehingga persamaan (4.8) dan (4.9) merupakan model RAK yang mengandung *outlier* yang diasumsikan dengan variabel ρ sebagai berikut:

$$\rho Y = \rho(X\beta + \varepsilon) \tag{4.10}$$

$$\rho\varepsilon = \rho(Y - X\beta) \tag{4.11}$$

Selanjutnya, untuk mendapatkan estimasi parameter model RAK yang mengandung *outlier* pada penelitian ini dapat didekati dengan menggunakan metode *Robust*. Metode ini merupakan alat penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh *outlier*, sehingga dihasilkan model yang kekar atau *resistant* terhadap *outlier* (Draper dan Smith, 1992). Suatu estimasi yang *resistant* secara relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan kecil pada bagian besar data. Metode *Robust* memiliki ketahanan kuat terhadap *outlier* yang menjadi keistimewaan dari metode ini, karena bertindak sebagai penurun bobot data *outlier*.

Menurut Chen (2002), metode *Robust* memiliki beberapa metode dalam hal estimasi, salah satunya adalah estimasi M (*median*). Metode ini merupakan metode yang baik dalam perhitungan maupun teoritis. Metode ini diperkenalkan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

oleh Huber pada tahun 1973, yang mana dalam metode ini menganalisis data dengan mengasumsikan bahwa sebagian besar *outlier* yang terdeteksi berada pada variabel prediktor (Chen, 2002). Menurut Fox (2002), metode estimasi *Robust* M dilakukan dengan meminimumkan fungsi objektif yaitu fungsi jumlah kuadrat *error* yang mengandung *outlier* sebagai berikut:

$$S = (\rho\varepsilon)^T \rho\varepsilon$$
$$= \varepsilon^T \rho^T \rho\varepsilon \quad (4.12)$$

Menurut Aziz (2010) $\rho^T\rho = \rho$ karena bersifat idempoten, maka:

$$S = \varepsilon^T \rho\varepsilon$$
$$= (Y - X\beta)^T \rho(Y - X\beta)$$
$$= (Y^T - (X\beta)^T)\rho(Y - (X\beta))$$
$$= (Y^T - \beta^T X^T)\rho(Y - X\beta)$$
$$= Y^T\rho Y - Y^T\rho X\beta - \beta^T X^T \rho Y + \beta^T X^T \rho\, X\beta$$

karena merupakan skalar maka $(Y^T\rho X\beta)^T = Y^T\rho X\beta$, Sehingga S menjadi:

$$S = Y^T\rho Y - (Y^T\rho X\beta)^T - \beta^T X^T\rho Y + \beta^T X^T\rho\, X\beta$$
$$= Y^T\rho Y - \beta^T X^T\rho Y - \beta^T X^T\rho Y + \beta^T X^T\rho\, X\beta$$
$$= Y^T\rho Y - 2\beta^T X^T\rho Y + \beta^T X^T\rho\, X\beta$$

Kemudian didapatkan:

$$S = Y^T\rho Y - 2\beta^T X^T\rho Y + \beta^T X^T\rho\, X\beta \quad (4.13)$$

untuk meminimumkan persamaan (4.13) dapat dilakukan dengan cara mencari turunan pertama S terhadap β atau biasa disebut dengan metode OLS, yaitu:

$$\frac{\partial\varepsilon^T\rho\varepsilon}{\partial\beta} = \frac{\partial[Y^T\rho Y - 2\beta^T X^T\rho Y + \beta^T X^T\rho\, X\beta]}{\partial\beta}$$
$$= 0 - 2X^T\rho Y + X^T\rho\, X\beta + (\beta^T X^T\rho\, X)^T$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= -2X^T\rho Y + 2X^T\rho\, X\beta \tag{4.14}$$

kemudian menyamadengankan persamaan tersebut dengan nol, maka diperoleh estimator β sebagai berikut:

$$0 = -2X^T\rho Y + 2X^T\rho\, X\beta$$

$$2X^T\rho Y = 2X^T\rho\, X\beta$$

$$X^T\rho Y = X^T\rho\, X\beta \tag{4.15}$$

Selanjutnya untuk menyelesaikan persamaan (4.15), maka mengalikan kedua ruas dengan invers dari $X^T\rho\, X$, sehingga diperoleh estimator β sebagai berikut:

$$(X^T\rho\, X)^{-1}X^T\rho Y = (X^T\rho\, X)^{-1}X^T\rho\, X\beta$$

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X^T\rho\, X)^{-1}X^T\rho Y \tag{4.16}$$

Setelah didapatkan estimator $\hat{\beta}$ yakni persamaan (4.16), maka dapat diketahui *error* yang diperoleh dari proses OLS, sehingga persamaan (4.11) dapat ditulis menjadi:

$$\varepsilon = Y - X\hat{\beta}_{OLS} \tag{4.17}$$

Dari persamaan (4.16) terdapat ρ yang merupakan parameter pengaruh *outlier*. Parameter tersebut dapat dicari dengan memisalkan $\rho = W$, sehingga persamaan (4.16) dapat diubah menjadi:

$$\hat{\beta} = (X^TW\, X)^{-1}X^TWY \tag{4.18}$$

dengan W adalah matriks pembobot yang berukuran $n \times n$ yang berisi elemen-elemen diagonal berupa pembobot $w_1, w_2, \dots, w_n$. Persamaan tersebut dikenal dengan persamaan *Weighted Least Square* (WLS). Pada penelitian ini, fungsi pembobot yang digunakan adalah fungsi pembobot Huber. Fungsi pembobot tersebut yaitu:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$w = w(\varepsilon) = \frac{\psi(\varepsilon)}{\varepsilon} = \begin{cases} 1, & |\varepsilon| \leq c \\ \frac{c}{|\varepsilon|}, & |\varepsilon| > c \end{cases} \tag{4.19}$$

dengan c = 1,345 (Fox, 2002).

Menurut Draper dan Smith (1992), fungsi *influence* dari fungsi pembobot dinyatakan sebagai berikut:

$$W = \frac{\psi(\varepsilon^*)}{\varepsilon^*} \tag{4.20}$$

dengan ε_i^* merupakan *error* yang distandardisasi terhadap estimasi simpangan baku ($\hat{\sigma}$), maka diperoleh:

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{\hat{\sigma}} \tag{4.21}$$

Setelah itu, untuk mendapatkan nilai ε^* maka terlebih dahulu menghitung standar deviasi galat $\hat{\sigma}$. Menurut Maronna, dkk (2006), nilai dari $\hat{\sigma}$ dapat diperoleh dengan cara:

$$\hat{\sigma} = \frac{MAD(x)}{0{,}6745} \tag{4.22}$$

yang mana $MAD(x) = med\{|x - med(x)|\}$ dan 0,6745 merupakan konstanta untuk mencari estimator $\hat{\sigma}$ yang bersifat *unbias* dari σ untuk n besar dan *error* berdistribusi normal. Maka, persamaan (4.19) dapat ditulis menjadi:

$$\varepsilon^* = \frac{Y - X\hat{\beta}_{OLS}}{\frac{MAD(x)}{0{,}6745}} \tag{4.23}$$

Jika fungsi ψ tidak linier, maka estimasi parameter dapat diselesaikan dengan metode iterasi OLS terboboti yaitu dengan metode IRLS atau *Iteratively Reweighted Least Square* (Fox, 2002). Pada iterasi ini nilai W akan berubah nilainya di setiap iterasinya sehingga diperoleh $\hat{\beta}^0, \hat{\beta}^1, \ldots, \hat{\beta}^m, \hat{\beta}^{m+1}$. Kemudian, untuk parameter dengan a dan b adalah jumlah parameter yang akan diestimasi,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

maka estimator awal $\hat{\beta}^0$ sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^0 = (\mathrm{X}^T W^0 \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^0 Y$$

dengan W^0 adalah matriks pembobot pertama berukuran $n \times n$ yang berisi pembobot $w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0$. Sehingga, langkah untuk estimator selanjutnya dapat ditulis:

$$\hat{\beta}^1 = (\mathrm{X}^T W^0 \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^0 Y \tag{4.24}$$

kemudian menghitung kembali pembobot dari W^1 dengan menggunakan $\hat{\beta}^1$ sebagai pengganti $\hat{\beta}^0$, maka didapatkan:

$$W^1 = \frac{\psi\left(\dfrac{Y - X\hat{\beta}_{OLS}{}^1}{\dfrac{MAD(x)}{0{,}6745}}\right)}{\dfrac{Y - X\hat{\beta}_{OLS}{}^1}{\dfrac{MAD(x)}{0{,}6745}}}$$

dan diperoleh:

$$\hat{\beta}^2 = (\mathrm{X}^T W^1 \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^1 Y \tag{4.25}$$

Selanjutnya, parameter sampai m (banyaknya iterasi), maka untuk seterusnya W dapat dinyatakan dengan,

$$W^{m-1} = \frac{\psi\left(\dfrac{Y - X\hat{\beta}_{OLS}{}^{m-1}}{\dfrac{MAD(x)}{0{,}6745}}\right)}{\dfrac{Y - X\hat{\beta}_{OLS}{}^{m-1}}{\dfrac{MAD(x)}{0{,}6745}}} \tag{4.26}$$

Setelah itu, dari persamaan (4.26) didapatkan $\hat{\beta}^m$ sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^m = (\mathrm{X}^T W^{m-1} \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^{m-1} Y \tag{4.27}$$

untuk W^m pembobot yang diberikan, maka dapat diperoleh estimator bagi β, yaitu:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\hat{\beta}^{m+1} = (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^m Y \quad (4.28)$$

Perhitungan tersebut terus berulang sampai diperoleh estimator yang konvergen, yaitu ketika selisih nilai $\hat{\beta}^m$ dan $\hat{\beta}^{m-1}$ mendekati 0 atau kurang dari 0,001, yang mana m merupakan banyaknya iterasi. Semakin tinggi nilai m, maka menunjukkan estimator semakin konvergen mendekati nol.

Estimator $\hat{\beta}^{m+1}$ pada persamaan (4.28) merupakan estimator *unbias* untuk β. Estimator $\hat{\beta}^{m+1}$ dikatakan *unbias* jika $E(\hat{\beta}^{m+1}) = \beta$. Pembuktian estimator $\hat{\beta}^{m+1}$ adalah *unbias* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}^{m+1}) &= E[(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} (\mathrm{X}^T W^m Y)] \\ &= E(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} E(\mathrm{X}^T W^m Y) \\ &= (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} [(\mathrm{X}^T W^m)(X\beta)] \\ &= (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} (\mathrm{X}^T W^m X)\beta \\ &= I\beta \\ &= \beta \end{aligned}$$

Berdasarkan uraian di atas, maka terbukti bahwa $\hat{\beta}^{m+1}$ merupakan estimator yang bersifat *unbias*. Selanjutnya pembuktian estimator $\hat{\beta}^{m+1}$ dikatakan memiliki variansi minimum sebagai berikut:

Karena,

$$\begin{aligned} \hat{\beta}^{m+1} &= (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^m Y \\ &= (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^m (\mathrm{X}\beta + \varepsilon) \\ &= (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^m \mathrm{X}\beta + (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^m \varepsilon \\ &= \beta + (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^m \varepsilon \end{aligned}$$

maka:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$cov(\hat{\beta}^{m+1}) = E[\hat{\beta}^{m+1} - E(\hat{\beta}^{m+1})][\hat{\beta}^{m+1} - E(\hat{\beta}^{m+1})]^T$$

$$= E[\hat{\beta}^{m+1} - \beta][\hat{\beta}^{m+1} - E(\hat{\beta}^{m+1})]^T$$

$$= E[(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}^T W^m \varepsilon][(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}^T W^m \varepsilon]^T$$

$$= E[(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}^T W^m \varepsilon][\varepsilon^T \mathrm{X}(W^m)^T(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}]$$

$$= E[(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}^T W^m \varepsilon\varepsilon^T \mathrm{X}(W^m)^T(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}]$$

$$= (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}^T W^m E(\varepsilon\varepsilon^T)\mathrm{X}(W^m)^T(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}$$

$$= (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}^T W^m \sigma^2 \mathrm{I_n}\, \mathrm{X}(W^m)^T(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}$$

$$= \sigma^2((\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X}(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1})$$

$$= \sigma^2(\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1}$$

dari teorema Gauss Markov yaitu estimator dalam kelas estimator linier tak bias adalah minimum (Aziz, 2010).

4.2. Implementasi Estimasi *Robust* M pada Data Rancangan Acak Kelompok (RAK) yang Mengandung *Outlier*

Penelitian ini diterapkan pada data Lampiran 1, yaitu RAK dengan karakter pengamatan berupa hasil panen tanaman kapas (kg) per petak yang diberi perlakuan enam taraf pupuk lahan pertanian (FYM) dan empat kelompok replika lahan. Analisis data yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis variansi. Namun, sebelum dilakukan analisis variansi terlebih dahulu dilakukan uji asumsi pada data RAK tersebut. Hal ini penting dilakukan agar penarikan kesimpulan bersifat valid. Uji-uji asumsi tersebut sebagai berikut:

1. Asumsi keaditifan pengaruh utama rancangan acak kelompok.

   Uji asumsi ini bertujuan untuk menyatakan bahwa nilai hasil pengamatan y_{ij} merupakan hasil penambahan atau aditifitas komponen-komponen $\mu, \tau, \alpha,$ dan $\boldsymbol{\varepsilon_{ij}}$. Pemeriksaan asumsi ini sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

a. Hipotesis

H_0 : pengaruh utama perlakuan dan kelompok bersifat aditif

H_1 : pengaruh utama perlakuan dan kelompok tidak bersifat aditif

b. Taraf Nyata ($\alpha = 0{,}005$)

c. Perhitungan

Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij}{}^2 - \frac{y_{..}{}^2}{ab} = 46{,}2382$$

Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}{}^2}{b} - \frac{y_{..}{}^2}{ab} = 17{,}8208$$

Jumlah Kuadrat Kelompok (JKK)

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}{}^2}{a} - \frac{y_{..}{}^2}{ab} = 8{,}8337$$

Kemudian dihitung,

$$\boldsymbol{Q} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij} \, (y_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{.j} - \bar{y}_{..}) = 1{,}480418$$

$$\boldsymbol{JK_{non\ aditivitas}} = \frac{Q^2}{\sum_{i=1}^{a} (\boldsymbol{y_{i.}} - \boldsymbol{\bar{y}_{..}})^2 \sum_{i=1}^{a} (\boldsymbol{y_{.j}} - \boldsymbol{\bar{y}_{..}})^2}$$

$$= \frac{(1{,}480418)^2}{(2142{,}058)(3908{,}054976)}$$

$$= 1{,}201266437$$

$$\boldsymbol{JKG} = \boldsymbol{JKT - JKP - JKK - JK_{non\ aditivitas}}$$

$$= 46{,}2382 - 17{,}8208 - 8{,}8337 - 1{,}201266437$$

$$= 18{,}38243386$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$KT_{non\ aditivitas} = \frac{JK_{non\ aditivitas}}{db(non\ aditivitas)}$$

$$= \frac{1{,}201266437}{1}$$

$$= 1{,}201266437$$

$$KTG = \frac{JKG}{db(Galat)}$$

$$= \frac{18{,}38243386}{15}$$

$$= 1{,}30558$$

$$F_{hitung} = \frac{KT_{non\ aditivitas}}{KTG}$$

$$= \frac{1{,}201266437}{1{,}30558}$$

$$= 0{,}920101745$$

d. Kesimpulan

Berdasarkan perhitungan uji asumsi aditivitas di atas maka didapatkan $(F_{hitung} = 0{,}920101745) < (F_{tabel} = 4{,}54)$ sehingga H_0 diterima, yang berarti model bersifat aditif. Sehingga, untuk uji asumsi aditivitas model terpenuhi.

2. Asumsi kenormalan data.

a. Hipotesis

H_0 : sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal

H_1 : sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal

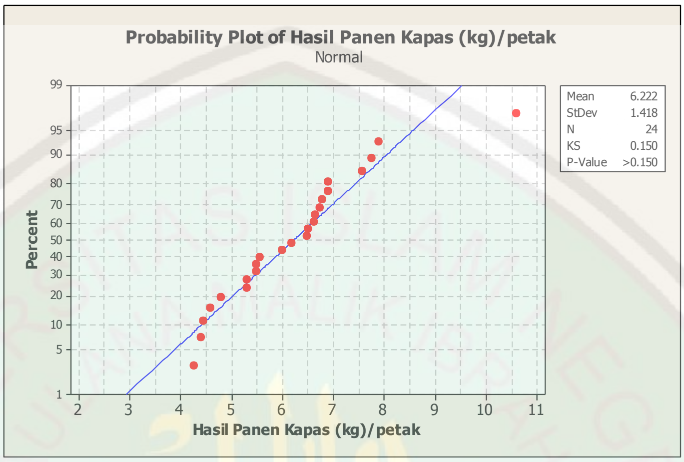
b. Taraf Nyata $(\alpha = 0{,}05)$

c. Perhitungan

Metode yang digunakan untuk menguji normalitas adalah uji Kolmogorov-

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Smirnov. Jika nilai signifikansi dari hasil uji Kolmogorov-Smirnov lebih besar dari 0,05, maka asumsi normalitas terpenuhi. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan program Minitab 16 sebagai berikut:



Gambar 4.1 Uji Normalitas

d. Kesimpulan

Didapatkan nilai signifikansinya $P_{value} > 0{,}150 > 0{,}05$ sehingga H_0 diterima, yang berarti data berdistribusi normal. Sehingga, untuk uji asumsi normalitas terpenuhi.

3. Asumsi kehomogenan ragam.

a. Hipotesis

H_{0a} : ragam dari semua perlakuan sama

H_{1a} : paling sedikit satu dari semua ragam perlakuan tidak sama

H_{0b} : ragam dari semua kelompok sama

H_{1b} : paling sedikit satu dari semua ragam kelompok tidak sama

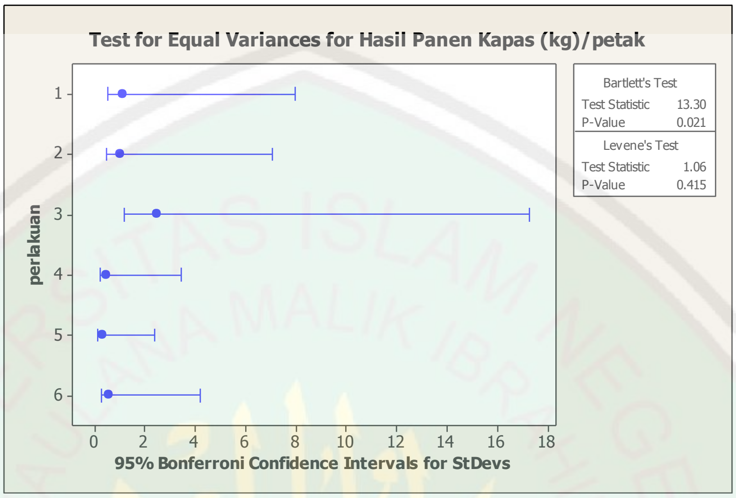
b. Taraf Nyata ($\alpha = 0{,}05$)

c. Perhitungan

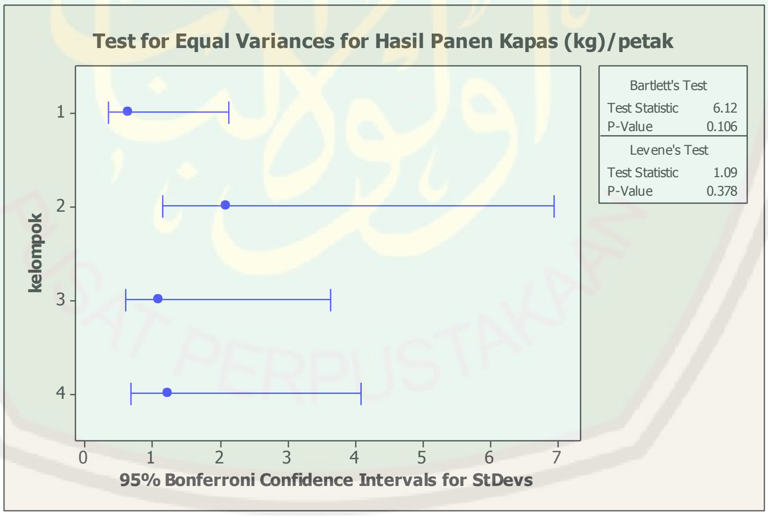
Metode yang digunakan untuk menguji homogenitas ragam data adalah dengan menggunakna uji Barlett atau Levene's. Jika nilai signifikansi dari

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

hasil uji Barlett atau Levene's lebih besar dari 0,05, maka asumsi homogenitas terpenuhi. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan program Minitab 16 sebagai berikut:



Gambar 4.2 Uji Homogenitas Perlakuan



Gambar 4.3 Uji Homogenitas Kelompok

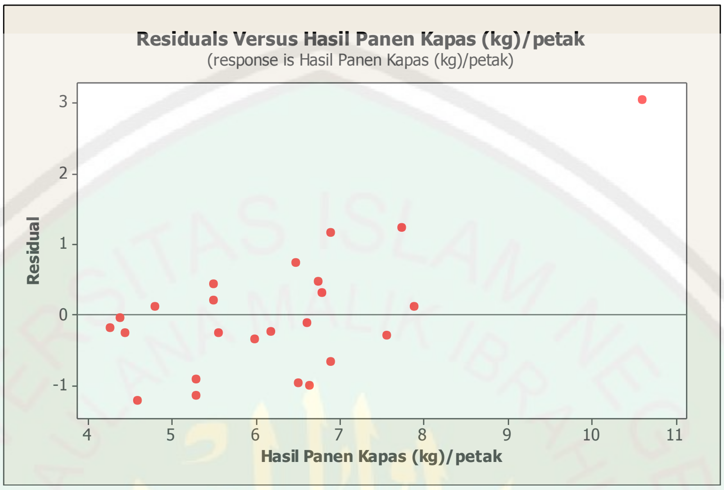
d. Kesimpulan

Didapatkan nilai signifikansinya $P_{value} > 0{,}05$ sehingga H_{0a} dan H_{0b} diterima, yang berarti ragam perlakuan dan ragam kelompok bersifat homogen. Sehingga, uji asumsi homogenitas terpenuhi.

4. Asumsi kebebasan galat data percobaan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Plot antara nilai dugaan galat percobaan dengan nilai amatan digunakan untuk mengetahui terpenuhi atau tidaknya asumsi kebebasan galat sebagaimana terlihat pada Gambar 4.4 di bawah ini:



Gambar 4.4 Uji Kebebasan Galat

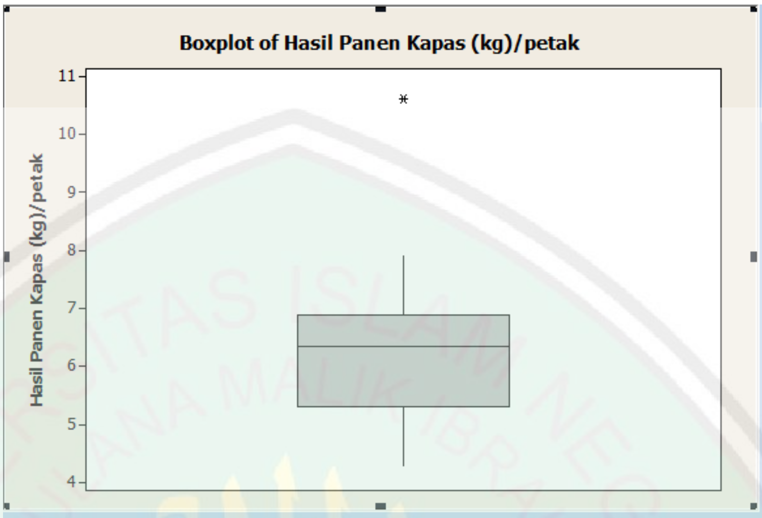
Berdasarkan Gambar 4.4 di atas, terlihat titik-titik menyebar secara acak (berfluktuasi secara acak di sekitar nol). Hal ini menunjukkan bahwa galat menyebar bebas.

Setelah itu, dengan terpenuhinya semua asumsi dalam RAK, maka analisis variansi dapat dilakukan. Hal ini dapat mendasari hasil kesimpulan dapat dianggap sah atau valid, kecuali terdapat hal-hal yang menyebabkan kesumbangan hasil analisis variansi dengan hasil keputusan seperti adanya *outlier* pada data.

Dalam rancangan percobaan ada beberapa hal yang membuat suatu data menjadi *outlier*, yaitu tidak berhasilnya suatu pengamatan pada salah satu unit pecobaan atau kesalahan dalam pengambilan pengamatan (Yitnosumarto, 1991). Salah satu cara yang digunakan untuk mengidentifikasi *outlier* adalah metode *Boxplot*. Metode ini menggunakan nilai kuartil $\mathbf{1}, \mathbf{2}$, dan $\mathbf{3}$ yang akan membagi sebuah urutan data menjadi beberapa bagian. Identifikasi data RAK yang ada pada

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 1 menggunakan metode *Boxplot* dengan Minitab 16 dan hasilnya sebagai berikut:



Gambar 4.5 Identifikasi *Outlier*

Berdasarkan Gambar 4.5 di atas, dapat diketahui bahwa terdapat titik yang berada di luar kotak *boxplot* sehingga dapat disimpulkan bahwa data pada Lampiran 1 adalah data yang mengandung *outlier*. Pada data perancangan percobaan (Lampiran 1), tidak berhasilnya unit percobaan y_{32} merupakan data yang dikategorikan *outlier*. Hal ini menyebabkan pengaruh perlakuan dan pengaruh kelompok menjadi tidak signifikan.

Persamaan (2.5) dapat diterapkan pada data Lampiran 1 untuk memperoleh penduga parameter $\mu, \tau,$ dan α. Berdasarkan persamaan (2.5), diperoleh:

1. Penduga parameter $\mu = 6{,}222083$
2. Penduga parameter $\tau_1 = -1{,}044583333$
3. Penduga parameter $\tau_2 = -1{,}027083333$
4. Penduga parameter $\tau_3 = 0{,}707916667$
5. Penduga parameter $\tau_4 = 0{,}790416667$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

6. Penduga parameter $\tau_5 = -0{,}427083333$

7. Penduga parameter $\tau_6 = 1{,}000416667$

8. Penduga parameter $\alpha_1 = 0{,}56125$

9. Penduga parameter $\alpha_2 = 0{,}639583333$

10. Penduga parameter $\alpha_3 = -0{,}717083333$

11. Penduga parameter $\alpha_4 = -0{,}48375$

Selanjutnya akan dilakukan analisis variansi, terlebih dahulu disusun hipotesis dari kasus yang telah ditentukan dan penguraian perhitungan analisis variansi sebagai berikut:

1. Pengaruh perlakuan taraf pupuk lahan pertanian (FYM).

   $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \cdots = \tau_a = 0$

   H_1 : setidaknya ada $\tau_i \neq 0$, untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

2. Pengaruh kelompok replika lahan pertanian.

   $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_b = 0$

   H_1 : setidaknya ada $\alpha_j \neq 0$, untuk $j = 1, 2, 3, 4$

Dengan menggunakan:

a. Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{ab} = 46{,}2382$$

b. Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{ab} = 17{,}8208$$

c. Jumlah Kuadrat Kelompok (JKK)

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{ab} = 8{,}8337$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

d. Jumlah Kuadrat Galat (JKG)

$$JKG = JKT - JKP - JKK = 19{,}5837$$

Setelah mendapatkan hasil perhitungan di atas, maka selanjutnya dapat disusun tabel analisis variansi sebagai berikut:

Tabel 4.1 Hasil Analisis Variansi

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}	P
Perlakuan	5	17,8208	3,56415	2,73	0,06
Kelompok	3	8,8337	2,94458	2,26	0,124
Galat	15	19,5837	1,30558		
Total	23	46,2382			

Berdasarkan Tabel 4.1, dapat dilihat bahwa pengaruh perlakuan taraf pupuk lahan pertanian (FYM) memiliki $F_{hitung} = 2{,}73 < F_{tabel} = 2{,}90$ sehingga H_0 diterima pada taraf $\alpha = 0{,}05$ (signifikansi), yang berarti bahwa perlakuan taraf pupuk lahan pertanian (FYM) tidak berpengaruh secara signifikan terhadap respon hasil panen kapas yang diamati. Kelompok replika lahan pertanian memiliki $F_{hitung} = 2{,}26 < F_{tabel} = 3{,}29$ sehingga H_0 diterima pada taraf $\alpha = 0{,}05$ (signifikansi), yang berarti bahwa kelompok replika lahan pertanian tidak berpengaruh secara signifikan terhadap respon hasil panen kapas yang diamati.

Analisis pada data RAK tidak dapat dilakukan dengan menggunakan analisis variansi jika terdapat *outlier* yang menyebabkan tidak signifikannya pengaruh perlakuan dan pengaruh kelompok sehingga perlu untuk melakukan estimasi atau menduga data tersebut dengan metode *Robust* M. Adapun langkah-langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

1. Penduga awal untuk $\hat{\beta}$ dihitung dengan menggunakan OLS.

   Misalkan,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$Y = \begin{bmatrix} 6,90 \\ 4,60 \\ 4,40 \\ 4,81 \\ 6,48 \\ 5,57 \\ 4,28 \\ 4,45 \\ 6,52 \\ 10,60 \\ \vdots \\ 5,30 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\beta}_{OLS} = \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix}$$

maka diperoleh:

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Perhitungan dilakukan dengan menggunakan program Matlab 16 (Lampiran 2) sehingga didapatkan parameter-parameter awalnya sebagai berikut:

$\hat{\mu}^{(0)} = 4,3921$

$\hat{\tau}_1{}^{(0)} = -0,3126$

$\hat{\tau}_2{}^{(0)} = -0,2951$

$\hat{\tau}_3{}^{(0)} = 1,4399$

$\hat{\tau}_4{}^{(0)} = 1,5224$

$\hat{\tau}_5{}^{(0)} = 0,3049$

$\hat{\tau}_6{}^{(0)} = 1,7324$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$\hat{\alpha}_1{}^{(0)} = 1{,}6593$

$\hat{\alpha}_2{}^{(0)} = 1{,}7376$

$\hat{\alpha}_3{}^{(0)} = 0{,}3809$

$\hat{\alpha}_4{}^{(0)} = 0{,}6143$

2. Nilai parameter data di atas merupakan parameter bagi iterasi awal. Selanjutnya, dihitung nilai *error* $\varepsilon_i^{(1)}$ dengan cara $\varepsilon_i^{(1)} = y_i - \hat{y}_i$ (hasil ditampilkan pada Lampiran 9).
3. Nilai *error* yang diperoleh pada langkah pertama digunakan untuk menghitung $\hat{\sigma} = \frac{MAD}{0{,}6745} = \frac{\frac{1}{n}\sum_i^n |y_i - \hat{y}_i|}{0{,}6745}$ dan pembobot awal $w_{i,0} = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*}$. Nilai $\psi(\varepsilon_i^*)$ dihitung sesuai fungsi Huber dan $\varepsilon_{i,0}^* = \frac{\varepsilon_{i,0}}{\hat{\sigma}_{i,0}}$ (hasil ditampilkan pada Lampiran 9).
4. Nilai w^0 dijadikan matriks diagonal dengan ukuran $n \times n$ dimana $n = 24$ dengan w^0 merupakan elemen diagonalnya. Kemudian, penduga $\beta_{robust\ ke-1}$ dihitung dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\hat{\beta}^{(1)} = (\mathrm{X}^T W^0 \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^0 Y$$

dengan menggunakan program Matlab 16 (Lampiran 3), maka didapatkan hasil estimasi parameter iterasi kedua sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^{(1)} = \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}2124 \\ -0{,}088 \\ -0{,}0705 \\ 0{,}1376 \\ 1{,}747 \\ 0{,}5295 \\ 1{,}957 \\ 1{,}8688 \\ 0{,}9293 \\ 0{,}5905 \\ 0{,}8238 \end{bmatrix}$$

5. Selanjutnya, langkah di atas diulang untuk perhitungan bobot baru $w_i^{(1)}$ sampai

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

didapatkan $\sum_{i=1}^{n}\left|\varepsilon_{i,m}\right|$ yang konvergen mendekati nol.

Hasil iterasi selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2 Nilai Parameter Model dari Hasil Iterasi

	Iterasi						
	OLS	$\boldsymbol{\beta}_{\text{robust ke}-1}$	$\boldsymbol{\beta}_{\text{robust ke}-2}$	$\boldsymbol{\beta}_{\text{robust ke}-3}$	$\boldsymbol{\beta}_{\text{robust ke}-4}$	$\boldsymbol{\beta}_{\text{robust ke}-5}$	$\boldsymbol{\beta}_{\text{robust ke}-6}$
$\hat{\mu}$	4,3921	4,2124	4,1512	4,1538	4,1536	4,1536	4,1536
$\hat{\tau}_1$	-0,3126	-0,088	-0,0115	-0,0147	-0,0145	-0,0145	-0,0145
$\hat{\tau}_2$	-0,2951	-0,0705	0,006	0,0028	0,003	0,003	0,003
$\hat{\tau}_3$	1,4399	0,1376	-0,3062	-0,2877	-0,2891	-0,2891	-0,2891
$\hat{\tau}_4$	1,5224	1,747	1,8235	1,8203	1,8205	1,8205	1,8205
$\hat{\tau}_5$	0,3049	0,5295	0,606	0,6028	0,603	0,603	0,603
$\hat{\tau}_6$	1,7324	1,957	2,0335	2,0303	2,0305	2,0305	2,0305
$\hat{\alpha}_1$	1,6593	1,8688	1,9403	1,9373	1,9375	1,9375	1,9375
$\hat{\alpha}_2$	1,7376	0,9293	0,6538	0,6653	0,6644	0,6644	0,6644
$\hat{\alpha}_3$	0,3809	0,5905	0,6619	0,6589	0,6592	0,6592	0,6592
$\hat{\alpha}_4$	0,6143	0,8238	0,8953	0,8923	0,8925	0,8925	0,8925

Sumber: *Output Matlab 16*

Berdasarkan Tabel 4.2, terlihat bahwa selisih $\sum_{i=1}^{n}\left|\varepsilon_{i,m}\right|$ dari $\beta_{robust\ \text{ke}-4}$ dan $\beta_{robust\ \text{ke}-5}$ kurang dari 0,001. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi parameter β telah konvergen mendekati nol. Setelah mendapatkan penduga yang *resistant* terhadap *outlier*, nilai tersebut digunakan pada persamaan $\hat{Y} = X\hat{\beta}$ sehingga diperoleh nilai $\hat{Y}$ sebagai berikut:

Tabel 4.3 Nilai $\hat{Y}$ Setelah Estimasi *Robust* M

Sumber Keragaman	kelompok				
		1	2	3	4
perlakuan	1	6,0766	4,8035	4,7983	5,0316
	2	6,0941	4,821	4,8158	5,0491
	3	5,802	4,5289	4,5236	4,757
	4	7,9116	6,6385	6,6333	6,8666
	5	6,6941	5,421	5,4158	5,6491
	6	8,1216	6,8485	6,8433	7,0766

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan nilai pendugaan yang telah diperoleh tersebut, selanjutnya dilakukan analisis variansi pada data yang mengandung *outlier* (Lampiran 1) dengan mengganti nilai pada respon $\hat{y}_{32} = 4{,}5289$. Hipotesis dari kasus dan penguraian perhitungan analisis variansi sebagai berikut:

1. Pengaruh perlakuan taraf pupuk lahan pertanian (FYM).

   $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \cdots = \tau_6 = 0$

   H_1 : setidaknya ada $\tau_i \neq 0$, untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

2. Pengaruh kelompok replika lahan pertanian.

   $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_4 = 0$

   H_1 : setidaknya ada $\alpha_j \neq 0$, untuk $j = 1, 2, 3, 4$

Dengan menggunakan:

a. Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} {y_{ij}}^2 - \frac{{y_{..}}^2}{ab} = 28{,}4032$$

b. Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{a} {\bar{y}_{i.}}^2}{b} - \frac{{y_{..}}^2}{ab} = 16{,}9039$$

c. Jumlah Kuadrat Kelompok (JKK)

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^{b} {y_{.j}}^2}{a} - \frac{{y_{..}}^2}{ab} = 5{,}6751$$

d. Jumlah Kuadrat Galat (JKG)

$$JKG = JKT - JKP - JKK = 5{,}8242$$

maka dapat disusun tabel analisis variansi sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 4.4 Hasil Analisis Variansi Setelah Estimasi *Robust* M

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}	P
Perlakuan	5	16,9039	3,38078	8,71	0,000
Kelompok	3	5,6751	1,89169	4,87	0,015
Galat	15	5,8242	0,38828		
Total	23	28,4032			

Berdasarkan Tabel 4.3, terlihat bahwa pengaruh perlakuan taraf pupuk lahan pertanian (FYM) memiliki $F_{hitung} = 8{,}71 > F_{tabel} = 2{,}90$ sehingga H_0 ditolak pada taraf $\alpha = 0{,}05$ (signifikansi), yang berarti perlakuan taraf pupuk lahan pertanian (FYM) berpengaruh secara signifikan terhadap respon hasil panen kapas yang diamati. Kelompok replika lahan pertanian memiliki $F_{hitung} = 4{,}87 > F_{tabel} = 3{,}29$ sehingga H_0 ditolak pada taraf $\alpha = 0{,}05$ (signifikansi), yang berarti bahwa kelompok replika lahan pertanian berpengaruh secara signifikan terhadap respon hasil panen kapas yang diamati.

4.3 Kajian Agama Islam tentang *Outlier*

Perbuatan seperti perselisihan, pertentangan, bercerai-berai, dan berpecah-belah antar umat manusia dapat dikatakan sebagai penyimpangan, karena manusia telah melanggar apa yang diperintahkan oleh Allah Swt., yaitu persatuan. Penyimpangan tersebut dapat berdampak pada perpecahan umat. Namun, Allah Swt. mendatangkan semua itu bukan semata-mata untuk menyiksa manusia, melainkan untuk mengingatkan manusia karena telah mengingkari segala nikmat yang telah diberikan-Nya.

Allah Swt. berfirman di dalam al-Quran surat Ali Imran/3:104, yaitu:

وَلۡتَكُن مِّنكُمۡ أُمَّةٌ يَدۡعُونَ إِلَى ٱلۡخَيۡرِ وَيَأۡمُرُونَ بِٱلۡمَعۡرُوفِ وَيَنۡهَوۡنَ عَنِ ٱلۡمُنكَرِۚ وَأُوْلَٰٓئِكَ هُمُ

ٱلۡمُفۡلِحُونَ ١٠٤

"Dan hendaklah ada di antara kamu segolongan umat yang menyeru kepada kebajikan, menyeru kepada yang ma'ruf dan mencegah dari yang munkar, merekalah orang-orang yang beruntung." (QS. Ali Imran/3:104).

Hendaknya dalam jiwa anggota umat tertanam cinta kebaikan dan berpegang teguh pada al-Quran, yang di dalamnya terkandung kemaslahatan bersama, seolah sama dengan cinta terhadap kemaslahatan pribadi. Sehingga tercipta suatu ikatan yang terhimpun dalam hal kebaikan, agar menjadi umat yang utuh seolah satu bangunan, sebagaimana sabda Rasulullah Saw. yang artinya:

"Orang-orang mukmin terhadap mukmin lainnya bagaikan satu bangunan utuh yang mana antar komponen saling mengikat." (Al-Maraghi, 1993).

Allah Swt. berfirman bahwasanya hendaklah ada dari kalian sejumlah orang yang bertugas untuk menegakkan perintah Allah Swt., yaitu dengan menyeru orang-orang untuk berbuat kebajikan dan melarang perbuatan yang munkar, mereka adalah golongan orang-orang yang beruntung (Katsir dan Ismail, 2000). Sebagimana yang disebutkan di dalam kitab Shahih Muslim dalam sebuah hadits dari Abu Hurairah, disebutkan bahwa Rasulullah Saw. bersabda yang artinya:

"Barang siapa di antara kalian melihat suatu kemunkaran, hendaklah ia mencegahnya dengan tangannya; dan jika ia tidak mampu, maka dengan lisannya; dan jika masih tidak mampu juga, maka dengan hatinya, yang demikian itu adalah selemah-lemahnya iman." (Katsir dan Ismail, 2000).

Dengan adanya dakwah Islam, maka banyaklah kebaikan dalam umat dan jarang terjadi kejahatan serta. Mereka saling menasehati dalam kebenaran dan kesabaran, dan mereka merasa bahagia di dunia dan di akhirat. Jika terdapat di antara satu golongan yang melaksanakan *amar ma'ruf nahi munkar*, berpegang teguh pada tali agama Allah Swt., dan mengarahkan pada suatu tujuan, maka pasti

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

mereka tidak akan berpecah belah dan berselisih.

Menganjurkan berbuat kebaikan saja tidaklah cukup tetapi harus diiringi dengan menghilangkan sifat-sifat yang buruk. Kemenangan tidak akan tercapai melainkan dengan kekuatan, dan kekuatan tidak akan terwujud melainkan dengan persatuan. Persatuan yang kukuh dan kuat tidak akan tercapai kecuali dengan sifat-sifat keutamaan. Tidak terpelihara keutamaan itu melainkan dengan terpeliharanya agama, dan akhirnya tidak mungkin agama terpelihara melainkan dengan adanya dakwah. Maka, kewajiban pertama umat Islam adalah menggiatkan dakwah agar pemeluk agama saling menghargai dan hidup dalam kerukunan.

Atas dasar dorongan agama, maka tercapailah bermacam-macam kebajikan, sehingga terwujud persatuan yang kukuh kuat. Dari persatuan yang kukuh kuat tersebut akan menimbulkan kemampuan yang besar untuk mencapai kemenangan dalam setiap perjuangan. Mereka yang memenuhi syarat-syarat perjuangan itulah orang-orang yang sukses dan beruntung.

Oleh karenanya, Allah Swt. mewajibkan kepada umat manusia untuk berpegang teguh pada kitab-Nya, sunnah Rasul-Nya, dan kembali kepada al-Quran dan hadits di saat terjadi perselisihan. Allah Swt. memerintahkan kepada umat manusia untuk bersatu dan berpegang teguh terhadap ajaran al-Quran dan al-Hadits, baik dengan keyakinan ataupun amal perbuatan. Ini adalah syarat tercapainya kesepakatan dan teraturnya sesuatu yang tercerai-berai, dengannya akan tercapai kemaslahatan (kebaikan) dunia, akhirat, dan keselamatan dari perpecahan (Al-Qurthubi, 2008).

Allah Swt. berfirman di dalam al-Quran surat Ali Imran/3:106-107, yang berbunyi:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

يَوۡمَ تَبۡيَضُّ وُجُوهٞ وَتَسۡوَدُّ وُجُوهٞۚ فَأَمَّا ٱلَّذِينَ ٱسۡوَدَّتۡ وُجُوهُهُمۡ أَكَفَرۡتُم بَعۡدَ إِيمَٰنِكُمۡ فَذُوقُواْ
ٱلۡعَذَابَ بِمَا كُنتُمۡ تَكۡفُرُونَ ١٠٦ وَأَمَّا ٱلَّذِينَ ٱبۡيَضَّتۡ وُجُوهُهُمۡ فَفِي رَحۡمَةِ ٱللَّهِۖ هُمۡ فِيهَا خَٰلِدُونَ
١٠٧

“Pada hari yang di waktu itu ada muka yang putih berseri, dan ada pula muka yang hitam muram. adapun orang-orang yang hitam muram mukanya (kepada mereka dikatakan): "Kenapa kamu kafir sesudah kamu beriman? Karena itu rasakanlah azab disebabkan kekafiranmu itu.” Adapun orang-orang yang putih berseri mukanya, Maka mereka berada dalam rahmat Allah (surga); mereka kekal di dalamnya.” (QS. Ali Imran/03:106-107).

Al-Jazairi (2008) menyatakan apabila manusia kafir ketika di dunia, maka akibat kekufurannya itu kembali padanya di hari kiamat. Allah Swt. akan memberikan ganjaran dengan keadilan-Nya dan itu adalah sejelek-jelek azab. Apabila manusia beramal shaleh di dunia, maka Allah Swt. telah menyiapkan tempat di surga. Allah Swt. akan memberikan karunia-Nya kepada manusia yang telah beramal shaleh. Amalan-amalan shaleh manusia merupakan pembersih jiwa manusia, sehingga manusia berhak untuk masuk surga.

Berdasarkan uraian di atas, dapat diambil kesimpulan bahwa Allah Swt. tidak langsung membinasakan manusia di muka bumi ini yang melakukan penyimpangan. Allah Swt. Maha Pengasih lagi Maha Penyayang terhadap hamba-hamba-Nya, sehingga Allah Swt. memberi kesempatan kepada manusia untuk segera bertaubat dan tetap pada agama yang lurus (Islam), menjalakan perintah-Nya, dan menjauhi segala larangan-Nya. Allah Swt. memerintahkan kepada seseorang untuk menyeru pada kebaikan dan mencegah pada kemunkaran terutama kepada seseorang yang melakukan penyimpangan dan mengembalikan ke jalan yang benar. Hal ini karena tidak semua orang yang menyimpang itu tidak memberikan kontribusi yang baik dalam kehidupan. Hal tersebut adalah salah satu

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

bentuk solusi untuk menyelesaikan *outlier*, yang mana *outlier* tersebut tidak serta merta dihapuskan begitu saja dari penelitian. *Outlier* diolah dengan memasukkan data yang mengandung *outlier* tersebut dalam perhitungan model sebagai fungsi *influence* (fungsi pengaruh). Adakalanya *outlier* memberikan informasi yang tidak dapat diberikan oleh titik data yang lainnya.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan dan penjelasan yang telah diuraikan, maka dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Model tetap RAK yaitu:

   $$y_{ij} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \varepsilon_{ij} \text{ untuk } i = 1, 2, 3, \ldots, a \text{ dan } j = 1, 2, 3, \ldots, b$$

   dapat didekati dengan persamaan regresi linier berganda melalui transformasi dalam bentuk matriks sebagai berikut:

   $$Y = X\beta + \varepsilon$$

   atau,

   $$\begin{bmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1b} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{2b} \\ \vdots \\ y_{a1} \\ \vdots \\ y_{ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_a \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1b} \\ \varepsilon_{21} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2b} \\ \vdots \\ \varepsilon_{a1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ab} \end{bmatrix}$$

   dengan penggunaan metode *Robust* M, maka didapatkan estimator β untuk model tetap RAK yang mengandung *outlier* sebagai berikut:

   $$\hat{\beta}^{m+1} = (\mathrm{X}^T W^m \mathrm{X})^{-1} \mathrm{X}^T W^m Y$$

   yang mana W dengan elemen $w_{1,0}; w_{2,0}; \ldots; w_{n,0}$ adalah matriks pembobot dan m adalah banyaknya iterasi yang dilakukan sampai mendapatkan estimator yang konvergen, sehingga diperoleh nilai estimator yang *resistant* terhadap

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

adanya pengaruh *outlier*.

2. Implementasi estimasi parameter model tetap RAK pada data percobaan pupuk lahan pertanian (FYM) dengan pengelompokan replika lahan untuk mengetahui tingkat hasil panen tanaman kapas yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M, sehingga didapatkan estimator β yang konvergen sampai iterasi ke-5, yaitu:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}1536 \\ -0{,}0145 \\ 0{,}003 \\ -0{,}2891 \\ 1{,}8205 \\ 0{,}603 \\ 2{,}0305 \\ 1{,}9375 \\ 0{,}6644 \\ 0{,}6592 \\ 0{,}8925 \end{bmatrix}$$

5.2. Saran

Penelitian ini membahas tentang kajian teoritis dan implementasi metode *Robust* M pada data RAK yang mengandung *outlier*. Penulis menyarankan untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan penelitian ataupun kajian tentang sifat-sifat teoritis pada beberapa estimator *Robust* yang lainnya pada model rancangan percobaan yang lainnya pula untuk mengatasi data yang mengandung *outlier*.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2008. *Matematika dan al-Quran*. Malang. (Online), (https://abdussakir.wordpress.com/2008/11/03/matematika-dan-al-quran/), diakses 15 November 2016.

Al-Jazairi, S.A.B.J. 2008. *Tafsir Al-Qur'an Al-Aisar*. Jakarta: Darus Sunnah.

Al-Maraghi, A.M. 1993. *Tafsir Al-Maraghi, Jilid 4*. Terjemahan Bahrun Abu Bakar dan Hery Noer Aly. Semarang: CV. Toha Putra.

Al-Qurthubi, S.I. 2008. *Tafsir Al Qurthubi, Jilid 4*. Terjemahan Dudi Rosyadi, Nashirul Haq, dan Fathurrahman. Jakarta: Pustaka Azzam.

Anton dan Rorres. 2005. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta: Airlangga.

Aziz, A. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktek Eksperimen dengan Matlab*. Malang: UIN Maliki Press.

Bhar, L. 2012. *Outlier in Design Experiment*. New Delhi: Library Avenue.

Chen, C. 2002. Robust Regression and Outlier Detection with the ROBUSTREG Procedure. *Paper Statistics and Data Analysis*, SUGI 27, Hal. 265-267.

Draper, N.R. dan Smith. H. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Terjemahan Edisi Kedua. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Fox, J. 2002. *Robust Regression*. New York. (Online), (http://cran.r-project.org/doc/contrib/Fox-Companion/appeandix-robust-regression.pdf&sa=U&ei=BnOVMqYltPeoATGr4DYBQ&ved=0CBQQFjAA&usg), diakses 13 Januari 2015.

Gaspersz, V. 1991. *Metode Perancangan Percobaan*. Bandung: Armico.

Guritno, S. 2005. *Statistika Multivariat Terapan*. Yogyakarta: UGM Press.

Harini, S. dan Turmudi. 2010. *Pengantar Statistika*. Malang: UIN Maliki Press

Katsir D. dan Ismail A.F.I.I. 2000. *Tafsir Ibnu Katsir, Juz 4*. Terjemahan Bahrun Abu Bakar. Bandung: Sinar Baru Algensindo.

Liani, K. 2004. *Analisis Data Hilang pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap*. Skripsi tidak dipublikasikan. Semarang: UNDIP

Maronna, R.A., Martin R.D., dan Yohai J.V. 2006. *Robust Statistics: Theory and Method*. Chichester: John Wiley & Sons.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Mattjik, A.A, dan Sumertajaya, I.M. 2000. *Tafsir Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab Jilid 1 Edisi Kedua*. Bogor: IPB Press.

Montgomery, D.C. dan Peck, E.A. 2006. *Introduction a Linier Regression Analisis*. New York: John Wiley & Sons Inc.

Setiadji. 2006. *Matriks Invers Tergeneralisasi*. Yogyakarta: Pasca Sarjana UGM.

Siswanto. 2014. *Estimasi Regresi Robust M pada Faktorial Rancangan Acak Lengkap yang Mengandung Outlier*. Skripsi tidak dipublikasikan. Makassar: UNHAS.

Steel, R.G.D, dan Torrie, J.H. 1993. *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik*. Jakarta: PT. Gramedia.

Yitnosumarto, S. 1991. *Percobaan Perancangan, Analisis, dan Interpretasinya*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Umum.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

LAMPIRAN

Lampiran 1

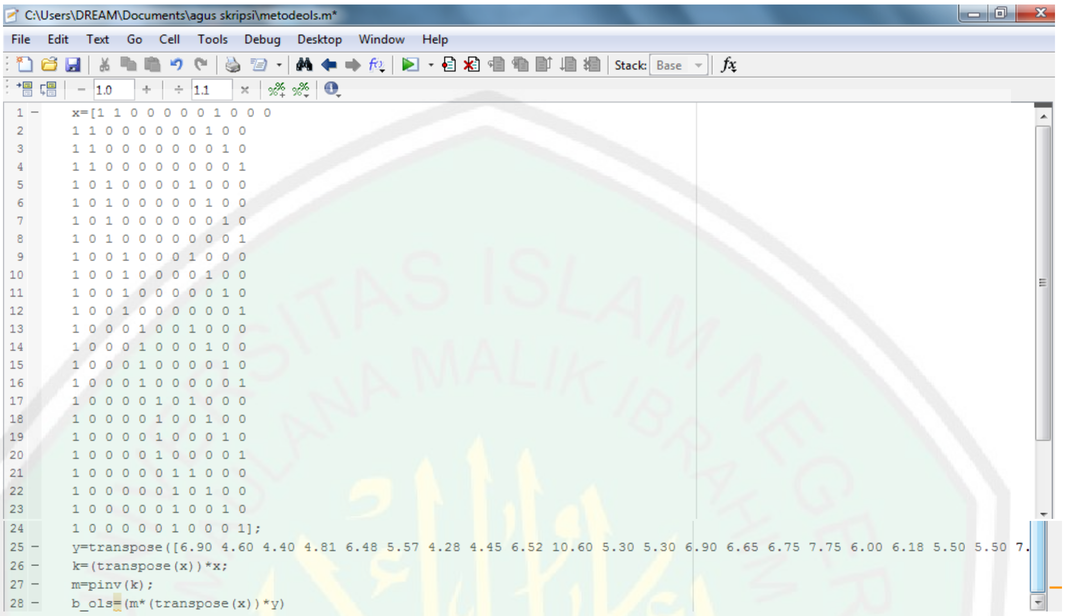
Sebuah pupuk percobaan dengan enam taraf pupuk lahan pertanian (FYM) diujikan menggunakan rancangan acak kelompok (RAK) dengan empat pengelompokan replika lahan pertanian. Penelitian ini bertujuan untuk melihat respon hasil panen tanaman kapas yang berkaitan dengan dekomposisi organik dan kandungan sintetis pupuk dalam tanah. Data selengkapnya disajikan dalam tabel berikut ini:

Level of FYM	Replication 1	Replication 2	Replication 3	Replication 4
1	6.90	4.60	4.40	4.81
2	6.48	5.57	4.28	4.45
3	6.52	10.60	5.30	5.30
4	6.90	6.65	6.75	7.75
5	6.00	6.18	5.50	5.50
6	7.90	7.57	6.80	6.62

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 2

Sintaks program Matlab untuk mencari parameter model RAK dengan pendekatan model regresi menggunakan metode kuadrat terkecil.

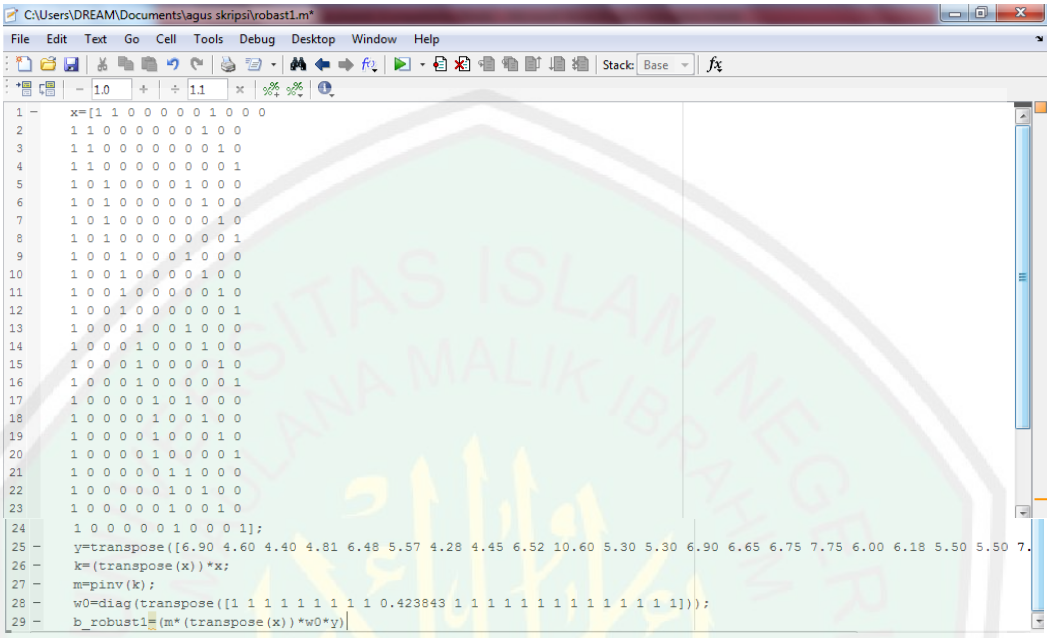



```
x=[1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([6.90 4.60 4.40 4.81 6.48 5.57 4.28 4.45 6.52 10.60 5.30 5.30 6.90 6.65 6.75 7.75 6.00 6.18 5.50 5.50 7.
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
b_ols=(m*(transpose(x))*y)
```

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 3

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model RAK $\beta_{roust\ ke-1}$.



C:\Users\DREAM\Documents\agus skripsi\robast1.m*

File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
x=[1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([6.90 4.60 4.40 4.81 6.48 5.57 4.28 4.45 6.52 10.60 5.30 5.30 6.90 6.65 6.75 7.75 6.00 6.18 5.50 5.50 7.
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w0=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.423843 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]));
b_robust1=(m*(transpose(x))*w0*y)
```

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 4

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model RAK $\beta_{roust\ ke-2}$.

C:\Users\DREAM\Documents\agus skripsi\robust2.m*

File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
x=[1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([6.90 4.60 4.40 4.81 6.48 5.57 4.28 4.45 6.52 10.60 5.30 5.30 6.90 6.65 6.75 7.75 6.00 6.18 5.50 5.50 7.
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w1=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.22746821 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]));
b_robust2=(m*(transpose(x))*w1*y)
```

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 5

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model RAK $\beta_{roust\ ke-3}$.

C:\Users\DREAM\Documents\agus skripsi\robust3.m*

```
x=[1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([6.90 4.60 4.40 4.81 6.48 5.57 4.28 4.45 6.52 10.60 5.30 5.30 6.90 6.65 6.75 7.75 6.00 6.18 5.50 5.50 7.
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w2=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.23565976 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]));
b_robust3=(m*(transpose(x))*w2*y)
```

Lampiran 6

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model RAK $\beta_{roust\ ke-4}$.

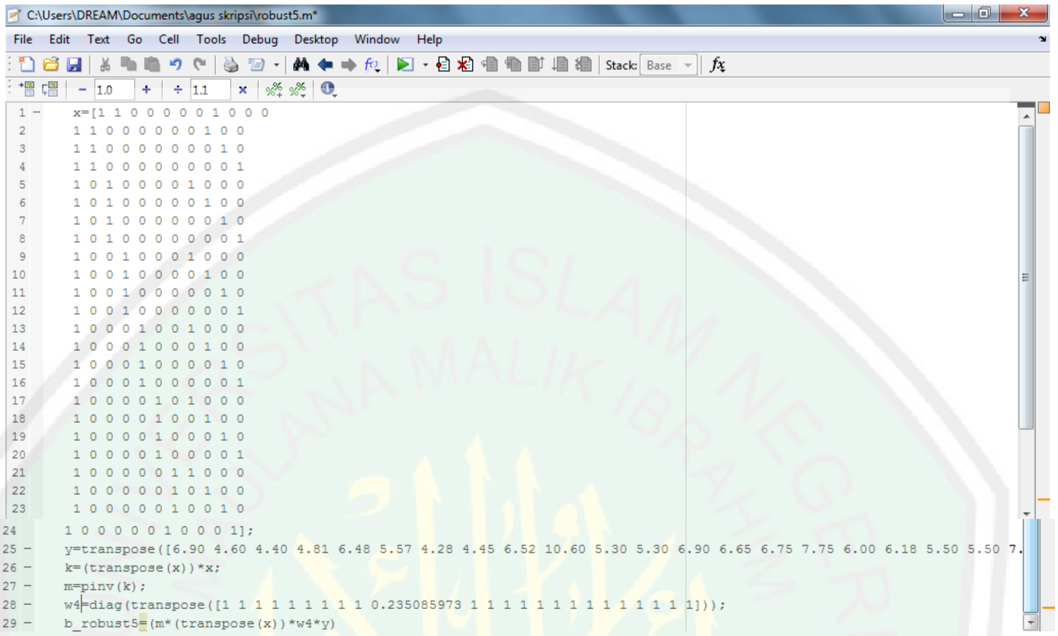
C:\Users\DREAM\Documents\agus skripsi\robust4.m*

```
x=[1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([6.90 4.60 4.40 4.81 6.48 5.57 4.28 4.45 6.52 10.60 5.30 5.30 6.90 6.65 6.75 7.75 6.00 6.18 5.50 5.50 7.
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w3=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.235037926 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]));
b robust4=(m*(transpose(x))*w3*y)
```

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 7

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model RAK $\beta_{roust\ ke-5}$.



C:\Users\DREAM\Documents\agus skripsi\robust5.m*

File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
x=[1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([6.90 4.60 4.40 4.81 6.48 5.57 4.28 4.45 6.52 10.60 5.30 5.30 6.90 6.65 6.75 7.75 6.00 6.18 5.50 5.50 7.
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w4=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.235085973 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]));
b_robust5=(m*(transpose(x))*w4*y)
```

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 8

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model RAK $\beta_{roust\ ke-6}$.

C:\Users\DREAM\Documents\agus skripsi\robust6.m*

File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
x=[1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
 1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([6.90 4.60 4.40 4.81 6.48 5.57 4.28 4.45 6.52 10.60 5.30 5.30 6.90 6.65 6.75 7.75 6.00 6.18 5.50 5.50 7.
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w5=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.235037926 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]));
b_robust6=(m*(transpose(x))*w5*y)
```

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 9

Perhitungan nialai estimasi, nilai residual dan nilai pembobot yang mengandung *outlier* untuk iterasi pertama.

$\hat{y}_{ij}$	$\varepsilon_{ij}^{(1)}$	$\left\|\varepsilon_{ij}^{(1)}\right\|$	ε_{ij}^{*}	$\left\|\varepsilon_{ij}^{*}\right\|$	$\psi(\varepsilon_{ij}^{*})$	$W_i^{(1)}$
5.7387	1.1613	1.1613	1.216079152	1.216079152	1.216079152	1
5.8171	-1.2171	1.2171	-1.274511269	1.274511269	-1.274511269	1
4.4604	-0.0604	0.0604	-0.063249101	0.063249101	-0.063249101	1
4.6937	0.1163	0.1163	0.121785934	0.121785934	0.121785934	1
5.7563	0.7237	0.7237	0.757837322	0.757837322	0.757837322	1
5.8346	-0.2646	0.2646	-0.277081326	0.277081326	-0.277081326	1
4.4779	-0.1979	0.1979	-0.207235051	0.207235051	-0.207235051	1
4.7113	-0.2613	0.2613	-0.273625663	0.273625663	-0.273625663	1
7.4913	-0.9713	0.9713	-1.017116749	1.017116749	-1.017116749	1
7.5696	3.0304	3.0304	3.173345615	3.173345615	1.345	0.423843
6.2129	-0.9129	0.9129	-0.955961989	0.955961989	-0.955961989	1
6.4463	-1.1463	1.1463	-1.200371594	1.200371594	-1.200371594	1
7.5738	-0.6738	0.6738	-0.705583512	0.705583512	-0.705583512	1
7.6521	-1.0021	1.0021	-1.049369602	1.049369602	-1.049369602	1
6.2954	0.4546	0.4546	0.476043729	0.476043729	0.476043729	1
6.5287	1.2213	1.2213	1.278909385	1.278909385	1.278909385	1
6.3563	-0.3563	0.3563	-0.373106865	0.373106865	-0.373106865	1
6.4346	-0.2546	0.2546	-0.26660962	0.26660962	-0.26660962	1
5.0779	0.4221	0.4221	0.442010686	0.442010686	0.442010686	1
5.3112	0.1888	0.1888	0.197705799	0.197705799	0.197705799	1
7.7838	0.1162	0.1162	0.121681217	0.121681217	0.121681217	1
7.8621	-0.2921	0.2921	-0.305878516	0.305878516	-0.305878516	1
6.5054	0.2946	0.2946	0.308496442	0.308496442	0.308496442	1
6.7388	-0.1188	0.1188	-0.124403861	0.124403861	-0.124403861	1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 10

Perhitungan nialai estimasi, nilai residual dan nilai pembobot yang mengandung *outlier* untuk iterasi kedua.

$\hat{y}_{ij}$	$\varepsilon_{ij}^{(2)}$	$\lvert\varepsilon_{ij}^{(2)}\rvert$	ε_{ij}^{*}	$\lvert\varepsilon_{ij}^{*}\rvert$	$\psi(\varepsilon_{ij}^{*})$	$W_i^{(2)}$
5.9932	0.9068	0.9068	1.007749231	1.00774923	1.007749231	1
5.0537	-0.4537	0.4537	-0.504208013	0.50420801	-0.504208013	1
4.7149	-0.3149	0.3149	-0.349956146	0.34995615	-0.349956146	1
4.9482	-0.1382	0.1382	-0.153585072	0.15358507	-0.153585072	1
6.0107	0.4693	0.4693	0.521544678	0.52154468	0.521544678	1
5.0712	0.4988	0.4988	0.554328757	0.55432876	0.554328757	1
4.7324	-0.4524	0.4524	-0.502763291	0.50276329	-0.502763291	1
4.9657	-0.5157	0.5157	-0.573110144	0.57311014	-0.573110144	1
6.2189	0.3011	0.3011	0.334619865	0.33461986	0.334619865	1
5.2794	5.3206	5.3206	5.912914159	5.91291416	1.345	0.22746821
4.9406	0.3594	0.3594	0.399410094	0.39941009	0.399410094	1
5.1739	0.1261	0.1261	0.140138044	0.14013804	0.140138044	1
7.8282	-0.9282	0.9282	-1.03153158	1.03153158	-1.03153158	1
6.8887	-0.2387	0.2387	-0.265273204	0.2652732	-0.265273204	1
6.5499	0.2001	0.2001	0.222376071	0.22237607	0.222376071	1
6.7832	0.9668	0.9668	1.074428713	1.07442871	1.074428713	1
6.6107	-0.6107	0.6107	-0.67868599	0.67868599	-0.67868599	1
5.6712	0.5088	0.5088	0.565442004	0.565442	0.565442004	1
5.3324	0.1676	0.1676	0.186258018	0.18625802	0.186258018	1
5.5657	-0.0657	0.0657	-0.073014032	0.07301403	-0.073014032	1
8.0382	-0.1382	0.1382	-0.153585072	0.15358507	-0.153585072	1
7.0987	0.4713	0.4713	0.523767328	0.52376733	0.523767328	1
6.7599	0.0401	0.0401	0.04456412	0.04456412	0.04456412	1
6.9932	-0.3732	0.3732	-0.414746375	0.41474638	-0.414746375	1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 11

Perhitungan nialai estimasi, nilai residual dan nilai pembobot yang mengandung *outlier* untuk iterasi ketiga.

$\hat{y}_{ij}$	$\varepsilon_{ij}^{(3)}$	$\left\|\varepsilon_{ij}^{(3)}\right\|$	ε_{ij}^{*}	$\left\|\varepsilon_{ij}^{*}\right\|$	$\psi(\varepsilon_{ij}^{*})$	$W_i^{(3)}$
6.08	0.82	0.82	0.767071	0.767071	0.767071	1
4.7935	-0.1935	0.1935	-0.18101	0.18101	-0.18101	1
4.8016	-0.4016	0.4016	-0.37568	0.375678	-0.37568	1
5.035	-0.225	0.225	-0.21048	0.210477	-0.21048	1
6.0975	0.3825	0.3825	0.35781	0.35781	0.35781	1
4.811	0.759	0.759	0.710008	0.710008	0.710008	1
4.8191	-0.5391	0.5391	-0.5043	0.504302	-0.5043	1
5.0525	-0.6025	0.6025	-0.56361	0.56361	-0.56361	1
5.7852	0.7348	0.7348	0.68737	0.68737	0.68737	1
4.4988	6.1012	6.1012	5.707381	5.707381	1.345	0.23565976
4.5069	0.7931	0.7931	0.741907	0.741907	0.741907	1
4.7402	0.5598	0.5598	0.523666	0.523666	0.523666	1
7.915	-1.015	1.015	-0.94948	0.949484	-0.94948	1
6.6285	0.0215	0.0215	0.020112	0.020112	0.020112	1
6.6366	0.1134	0.1134	0.10608	0.10608	0.10608	1
6.87	0.88	0.88	0.823198	0.823198	0.823198	1
6.6975	-0.6975	0.6975	-0.65248	0.652478	-0.65248	1
5.411	0.769	0.769	0.719363	0.719363	0.719363	1
5.4191	0.0809	0.0809	0.075678	0.075678	0.075678	1
5.6525	-0.1525	0.1525	-0.14266	0.142656	-0.14266	1
8.125	-0.225	0.225	-0.21048	0.210477	-0.21048	1
6.8385	0.7315	0.7315	0.684283	0.684283	0.684283	1
6.8466	-0.0466	0.0466	-0.04359	0.043592	-0.04359	1
7.08	-0.46	0.46	-0.43031	0.430308	-0.43031	1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 12

Perhitungan nialai estimasi, nilai residual dan nilai pembobot yang mengandung *outlier* untuk iterasi keempat.

$\hat{y}_{ij}$	$\varepsilon_{ij}^{(4)}$	$\lvert\varepsilon_{ij}^{(4)}\rvert$	ε_{ij}^{*}	$\lvert\varepsilon_{ij}^{*}\rvert$	$\psi(\varepsilon_{ij}^{*})$	$W_i^{(4)}$
6.0766	0.8234	0.8234	0.775959	0.775959	0.7759595	1
4.8035	-0.2035	0.2035	-0.19178	0.191775	-0.1917753	1
4.7983	-0.3983	0.3983	-0.37535	0.375352	-0.3753518	1
5.0316	-0.2216	0.2216	-0.20883	0.208832	-0.2088324	1
6.0941	0.3859	0.3859	0.363666	0.363666	0.3636662	1
4.821	0.749	0.749	0.705846	0.705846	0.7058461	1
4.8158	-0.5358	0.5358	-0.50493	0.50493	-0.5049297	1
5.0491	-0.5991	0.5991	-0.56458	0.564583	-0.5645826	1
5.802	0.718	0.718	0.676632	0.676632	0.6766321	1
4.5289	6.0711	6.0711	5.721311	5.721311	1.345	0.235086
4.5236	0.7764	0.7764	0.731667	0.731667	0.7316674	1
4.757	0.543	0.543	0.511715	0.511715	0.5117148	1
7.9116	-1.0116	1.0116	-0.95332	0.953316	-0.9533163	1
6.6385	0.0115	0.0115	0.010837	0.010837	0.0108374	1
6.6333	0.1167	0.1167	0.109976	0.109976	0.1099763	1
6.8666	0.8834	0.8834	0.832503	0.832503	0.8325026	1
6.6941	-0.6941	0.6941	-0.65411	0.654109	-0.6541092	1
5.421	0.759	0.759	0.71527	0.71527	0.7152699	1
5.4158	0.0842	0.0842	0.079349	0.079349	0.0793488	1
5.6491	-0.1491	0.1491	-0.14051	0.14051	-0.1405095	1
8.1216	-0.2216	0.2216	-0.20883	0.208832	-0.2088324	1
6.8485	0.7215	0.7215	0.67993	0.67993	0.6799305	1
6.8433	-0.0433	0.0433	-0.04081	0.040805	-0.0408053	1
7.0766	-0.4566	0.4566	-0.43029	0.430293	-0.4302928	1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Lampiran 13

Perhitungan nialai estimasi, nilai residual dan nilai pembobot yang mengandung *outlier* untuk iterasi kelima.

$\hat{y}_{ij}$	$\varepsilon_{ij}^{(5)}$	$\lvert\varepsilon_{ij}^{(5)}\rvert$	ε_{ij}^{*}	$\lvert\varepsilon_{ij}^{*}\rvert$	$\psi(\varepsilon_{ij}^{*})$	$W_i^{(5)}$
6.0763	0.8237	0.8237	0.776708	0.776708	0.7767079	1
4.8043	-0.2043	0.2043	-0.19264	0.192645	-0.1926447	1
4.798	-0.398	0.398	-0.37529	0.375294	-0.3752941	1
5.0313	-0.2213	0.2213	-0.20867	0.208675	-0.2086748	1
6.0938	0.3862	0.3862	0.364167	0.364167	0.3641673	1
4.8218	0.7482	0.7482	0.705515	0.705515	0.7055152	1
4.8155	-0.5355	0.5355	-0.50495	0.50495	-0.5049497	1
5.0488	-0.5988	0.5988	-0.56464	0.564638	-0.5646385	1
5.8033	0.7167	0.7167	0.675812	0.675812	0.6758123	1
4.5313	6.0687	6.0687	5.722481	5.722481	1.345	0.235038
4.525	0.775	0.775	0.730786	0.730786	0.7307863	1
4.7583	0.5417	0.5417	0.510796	0.510796	0.510796	1
7.9113	-1.0113	1.0113	-0.95361	0.953605	-0.9536053	1
6.6393	0.0107	0.0107	0.01009	0.01009	0.0100896	1
6.633	0.117	0.117	0.110325	0.110325	0.1103252	1
6.8663	0.8837	0.8837	0.833285	0.833285	0.8332849	1
6.6938	-0.6938	0.6938	-0.65422	0.654219	-0.6542187	1
5.4218	0.7582	0.7582	0.714945	0.714945	0.7149447	1
5.4155	0.0845	0.0845	0.079679	0.079679	0.0796793	1
5.6488	-0.1488	0.1488	-0.14031	0.140311	-0.140311	1
8.1213	-0.2213	0.2213	-0.20867	0.208675	-0.2086748	1
6.8493	0.7207	0.7207	0.679584	0.679584	0.6795841	1
6.843	-0.043	0.043	-0.04055	0.040547	-0.0405469	1
7.0763	-0.4563	0.4563	-0.43027	0.430268	-0.4302681	1

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

RIWAYAT HIDUP

Mohammad Agus dilahirkan di Kota Samarinda Kalimantan Timur pada tanggal 03 Agustus 1991, anak keenam dari enam bersaudara, pasangan Bapak Umar Said dan Ibu Rayem. Pendidikan dasar ditempuh di Kota Bontang di SDN 011 Bontang Selatan yang ditamatkan pada tahun 2003.

Pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMPN 2 Bontang. Pada tahun 2006, dia menamatkan pendidikannya, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di SMAN 1 Bontang dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2009. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SBMPTN dengan mengambil Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi.

Selama menjadi mahasiswa, dia mengikuti organisasi intra dan ekstra kampus serta komunitas jelajah dan konservasi budaya nusantara dalam rangka mengembangkan potensi akademisi, organisatoris dan konservasi budaya, diantara organisasi dan komunitas yang pernah digelutinya yaitu Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika, Unit Kegiatan Lembaga Mahasiswa LKP2M, PKPT IPNU UIN Malang, LP2M UIN Malang, Bhakti Alam, dan Kawulo Alam (KALAM).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Mohammad Agus
Nim : 11610033
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *Robust* M
Pembimbing I : Dr. Sri Harini, M.Si
Pembimbing II : Dr. Ahmad Barizi, M.A

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	29 Januari 2016	Konsultasi Bab I & Bab II	1.
2.	24 Februari 2016	Konsultasi Agama Bab I & Bab II	2.
3.	27 Februari 2016	Revisi Bab I & Bab II	3.
4.	03 Maret 2016	Revisi Agama Bab I & II	4.
5.	09 Maret 2016	Konsultasi Bab III	5.
6.	23 Maret 2016	Konsultasi Bab IV	6.
7.	03 April 2016	Revisi Bab III & Bab IV	7.
8.	06 April 2016	Konsultasi Agama Bab II & IV	8.
9.	21 April 2016	Konsultasi Bab IV	9.
10.	24 April 2016	Revisi Agama Bab II	10.
11.	28 April 2016	Konsultasi Bab IV	11.
12.	07 Mei 2016	Revisi Agama Bab IV	12.
13.	12 Mei 2016	ACC Keseluruhan	13.
14.	13 Mei 2016	ACC Agama Keseluruhan	14.

Malang, 12 September 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG