

**PENERAPAN GRAFIK PENGENDALIKABUR \tilde{X} – \tilde{R}
DAN KAPABILITAS PROSES KABUR
PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PRODUKSI AIR PDAM**

SKRIPSI

**OLEH
AINUS SOFIY
NIM. 12610088**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016**

**PENERAPAN GRAFIK PENGENDALIKABUR \tilde{X} – \tilde{R}
DAN KAPABILITAS PROSES KABUR
PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PRODUKSI AIR PDAM**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh
Ainus Sofiy
NIM. 12610088**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016**

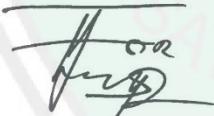
**PENERAPAN GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{R}$
DAN KAPABILITAS PROSES KABUR
PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PRODUKSI AIR PDAM**

SKRIPSI

Oleh
Ainus Sofiy
NIM. 12610088

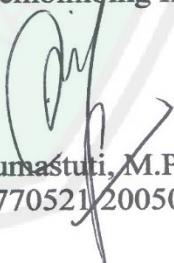
Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 16 September 2016

Pembimbing I,



Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19800527 200801 1 012

Pembimbing II,



Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si
NIP. 19770521 200501 2 004

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



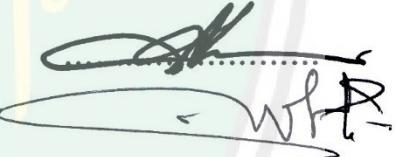
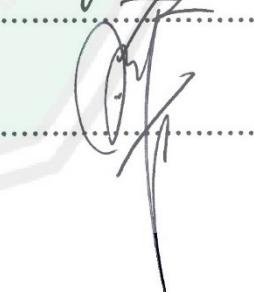
**PENERAPAN GRAFIK PENGENDALI KABUR $\tilde{X} - \tilde{R}$
DAN KAPABILITAS PROSES KABUR
PADA PENGENDALIAN KUALITAS
PRODUKSI AIR PDAM**

SKRIPSI

Oleh
Ainus Sofiy
NIM. 12610088

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Pengaji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal 16 September 2016

Pengaji Utama	: Abdul Aziz, M.Si	
Ketua Pengaji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	
Sekretaris Pengaji	: Fachrur Rozi, M.Si	
Anggota Pengaji	: Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si	



PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ainus Sofiy
NIM : 12610088
Jurusan : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Penerapan Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ dan Kapabilitas
Proses Kabur pada Pengendalian Kualitas Produksi Air
PDAM

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 September 2016
Yang membuat pernyataan,



Ainus Sofiy
NIM. 12610088

MOTO

إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًاٰ

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan” (*QS. al-Insyirah/94:6*).



HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Orang tua tercinta Sumartono dan Nurul Alfiyah yang senantiasa mendoakan
penulis dengan ikhlas, memberi semangat baru dan motivasi bagi penulis.

Untuk kakak tersayang Lailis Saida yang selalu menjadi inspirator bagi penulis,
Aisyah Qotrunnada selaku keponakan penulis yang selalu memberi keceriaan.



KATA PENGANTAR



Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, sehingga penulis dapat menyelesaikanskripsi yang berjudul “*Penerapan Grafik Pengendali Kabur \tilde{X} – \tilde{R} dan Kapabilitas Proses Kabur pada Pengendalian Kualitas Produksi Air PDAM*”. Shalawat serta salam selalu terlimpahkan kepada nabi Muhammad Saw. yang telah menuntun manusia ke jalan keselamatan.

Dalam kesempatan ini, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah mendukung dan membantu secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian skripsi ini, yakni kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, sebagai ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak meluangkan waktunya demi memberikan bimbingan dan arahan dengan sabar dalam menyelesaikanskripsi ini.
5. Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan banyak arahan dan bimbingan kepada penulis.

6. Kedua orang tua penulis dan seluruh keluarga penulis yang selalu mendoakan keberhasilan penulis.
7. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika khususnya angkatan 2012, yang telah banyak memberikan dukungan dan motivasi kepada penulis.

Semoga Allah Swt. melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua.

Malang, September 2016

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL

HALAMAN PENGAJUAN

HALAMAN PERSETUJUAN

HALAMAN PENGESAHAN

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

HALAMAN MOTO

HALAMAN PERSEMBAHAN

KATA PENGANTAR	viii
-----------------------------	------

DAFTAR ISI.....	x
------------------------	---

DAFTAR TABEL	xii
---------------------------	-----

DAFTAR GAMBAR.....	xiii
---------------------------	------

DAFTAR LAMPIRAN	xiv
------------------------------	-----

ABSTRAK	xv
----------------------	----

ABSTRACT	xvi
-----------------------	-----

ملخص	xvii
-------------------	------

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Masalah.....	6
1.6 Sistematika Penulisan.....	7

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pengendalian Kualitas Statistik.....	8
2.2 Grafik Pengendali.....	9
2.3 Grafik Pengendali untuk Variabel.....	12
2.4 Himpunan Kabur	16
2.5 Bilangan Kabur	18
2.6 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$	19
2.7 Kapabilitas Proses	21
2.8 Tanda-Tanda Keimanan Seorang Muslim Menurut Al-Quran	25

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian	28
3.2 Jenis dan Sumber Data	28
3.3 Teknik Pengambilan Data	28
3.4 Metode Analisis	29

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Representasi Bilangan Kabur Berdasarkan Fungsi Keanggotaan Kurva Segitiga.....	32
4.2 Penentuan Kondisi Proses Terkendali Menggunakan Pendekatan <i>Fuzzy Rules</i> Berdasarkan Batas Kendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$	33
4.3 Penentuan Kapabilitas Proses Kabur	39
4.4 Penerapan Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ Menggunakan Pendekatan <i>Fuzzy Rules</i> dan Penerapan Kapabilitas Proses Kabur.....	41
4.4.1 Analisis Deskriptif Data.....	41
4.4.2 Uji Normalitas.....	42
4.4.3 Representasi Data pH Air ke Bilangan Kabur Segitiga	43
4.4.4 Penerapan Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ Menggunakan Pendekatan <i>Fuzzy Rules</i> Berdasarkan Data pH Air	45
4.4.5 Penerapan Kapabilitas Proses Kabur Berdasarkan Data pH Air ...	54
4.5 Upaya Meningkatkan Keimanan Seorang Muslim	57

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan.....	61
5.2 Saran	62

DAFTAR PUSTAKA 63

LAMPIRAN-LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Deskriptif Statistik Data pH Air.....	41
Tabel 4.2 Hasil Representasi Bilangan Kabur Segitiga pada Data pH Air	44
Tabel 4.3 Hasil dari Proses Kendali Menggunakan Pendekatan <i>Fuzzy Rules</i> pada Iterasi ke-1	52

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Grafik Pengendali Statistik.....	11
Gambar 2.2 Representasi Fungsi Segitiga	17
Gambar 4.1 Grafik Fungsi Keanggotaan Segitiga	33
Gambar 4.2 <i>Fuzzy Rules</i> -1	37
Gambar 4.3 <i>Fuzzy Rules</i> -2	38
Gambar 4.4 <i>Fuzzy Rules</i> -3 dan 4.....	38
Gambar 4.5 <i>Fuzzy Rules</i> -5	39
Gambar 4.6 Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov untuk Data pH Air.....	43

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Air Produksi PDAM Delta Tirta Sidoarjo Variabel pH pada Periode 01 Juli 2015-31 Juli 2015	64
Lampiran 2 Nilai Standar Deviasi Setiap Subgrup	66
Lampiran 3Hasil Representasi Bilangan Kabur Segitiga pada Data pH Air Produksi PDAM	68
Lampiran 4Hasil Perhitungan $\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$	74
Lampiran 5Hasil Perhitungan <i>Range</i> Sampel Kabur	75
Lampiran 6Kondisi Proses Terkendali Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ pada Iterasi Pertama.....	76
Lampiran 7Kondisi Proses Terkendali Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ pada Iterasi Kedua	77
Lampiran 8Kondisi Proses Terkendali Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ pada Iterasi Ketiga	78
Lampiran 9 Contoh Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ dengan Pendekatan <i>Fuzzy Rules</i>	79
Lampiran 10 Program Matlab Perhitungan Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$	81
Lampiran 11 Program Matlab Perhitungan Kapabilitas Proses Kabur	85
Lampiran 12 Faktor Guna Membentuk Grafik Pengendali Variabel	88

ABSTRAK

Sofiy, Ainus. 2016. **Penerapan Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ dan Kapabilitas Proses Kabur pada Pengendalian Kualitas Produksi Air PDAM.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: I) Fachrur Rozi, M.Si. II) AriKususmastuti, M.Pd., M.Si.

Kata Kunci: Grafik Pengendali Kabur, $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$, Analisis Kapabilitas Proses Kabur.

Grafik pengendali merupakan salah satu alat yang digunakan untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali statistik atau tidak. Selain mengendalikan kualitas proses, suatu perusahaan perlu melakukan analisis kapabilitas proses. Analisis kapabilitas proses digunakan untuk mengetahui seberapa besar kemampuan proses suatu produk yang sesuai dengan batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh perusahaan. Dalam pengendalian kualitas, hal yang perlu diketahui oleh suatu perusahaan adalah mengenal karakteristik kualitas barang/jasa yang dihasilkan. Biasanya karakteristik sampel tersebut merupakan data yang tepat dan pasti. Namun ketidakpastian data dapat terjadi dalam pengendalian kualitas karena adanya kesalahan sistem pengukuran, operator atau kondisi lingkungan pada saat penentuan karakteristik sampel pengamatan. Hal ini akan bisa dipenuhi jika digunakan grafik pengendali kabur, karena grafik pengendali kabur ini bisa digunakan untuk data yang mengandung ketidakpastian.

Dalam penelitian ini digunakan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$. Grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses, sedangkan grafik pengendali kabur \tilde{R} digunakan untuk mengendalikan variabilitas proses didasarkan pada *range*. Pada penerapan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$, menunjukkan bahwa terdapat beberapa sampel kabur yang belum *in control* baik secara rata-rata maupun variabilitas. Namun setelah dilakukan revisi, didapatkan batas kendali yang menyebabkan sampel kabur *in control* baik secara rata-rata maupun variabilitas. Sehingga batas kendali tersebut dapat digunakan sebagai acuan untuk mengendalikan proses produksi air PDAM selanjutnya khususnya variable pH.

Proses produksi air PDAM sudah *capable*, karena nilai $C_p > 1$ dan nilai $C_{pk} > 1$. Dalam penelitian ini yang dimaksud proses produksi *capable* berarti kadar pH dalam air produksi sudah sesuai dengan batas spesifikasi yang ditentukan oleh PDAM.

ABSTRACT

Sofiy, Ainus. 2016. **Application of Fuzzy Control Chart $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ and Fuzzy Process Capability on the Quality Control Production of PDAM Water.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: I) Fachrur Rozi, M.Si. II) AriKususmastuti, M.Pd., M.Si.

Keyword: Fuzzy Control Chart $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$, Fuzzy Process Capability Analysis.

Control chart is one tool used to determine a process is in statistical control or not. In addition to controlling the quality of the process, a company needs to perform process capability analysis. Process capability analysis is used to determine how much processing capability of a product in accordance with the specification limits set by the company. In quality control, things that need to be known by a company that is familiar with the quality characteristics of the goods/services produced. Usually the characteristics of the sample are right data and certainly. But the uncertainty of data may occur in the quality control for their error measurement system, the operator or the environmental conditions at the time of the determination of the characteristics of the sample observations. This will be met if used fuzzy control chart, because the fuzzy control chart can be used for data that contain uncertainty.

This research used a fuzzy control chart $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$. Fuzzy control chart $\tilde{\bar{X}}$ used to control the process average, while the fuzzy control chart \tilde{R} used to control process variability based on range. On the application of fuzzy control chart $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$, shows that there are some vague samples that have not been in control both on average and variability. However, after the revision, it was found that the control limits cause fuzzy samples in control both on average and variability. So that the control limits can be used as a reference for controlling the production of PDAM water, especially variable pH.

The production of PDAM water is capable, because the value $C_p > 1$ and $C_{pk} > 1$. In this study is capable of production processes means that the pH level in water production is in conformity with the specification limit determined by the taps.

ملخص

صفي، عين. 2016. تطبيق تحكم الرسومات الضبابية $\tilde{R} - \tilde{\bar{X}}$ و قدرة عملية ضبابي الإنتاج على مياه PDAM. بحث الجامعي. قسم الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانق. مشرف: (1) فخر الرازي الماجستير. (2) اري كوسو ماستروي الماجستير

الكلمات الرئيسية: رسومات التحكم الغامض، $\tilde{R} - \tilde{\bar{X}}$ ، تحليل القدرة، عملية الغامضة.

مخطط التحكم هو أداة واحدة تستخدم لتحديد العملية في تحكم الإحصاء أم لا. بالإضافة إلى التحكم في جودة العملية، تحتاج الشركة لإجراء تحليل القدرة العملية. يستخدم تحليل القدرة العملية لتحديد مقدار القدرة على معالجة المنتجات وفقاً لحدود المواصفات التي وضعتها الشركة. في تحكم الجودة، والأشياء التي تحتاج إلى أن تكون معروفة من قبل الشركة التي هو على دراية بخصائص نوعية السلع / الخدمات المنتجة. عادةً خصائص العينة كانت البيانات الصحيحة ومؤكدة. ولكن عدم تأكيد البيانات قد تحدث في تحكم الجودة لخطأ نظام القياس، المشغل أو الظروف البيئية عند تحديد خصائص الملاحظات العينة. وسوف يجتمع هذا إذا ما استخدمنا مخطط تحكم غامض، لأن مخطط التحكم الغامض يمكن استخدامها للبيانات التي تحتوي على عدم التأكيد.

استخدمت هذه الدراسة مخطط تحكم الغامض $\tilde{R} - \tilde{\bar{X}}$. مخطط تحكم غامض \tilde{R} يستخدم لتحكم المتوسط العملي، وفي حين تقوم وحدة تحكم الرسومات المستخدمة لتحكم على غامض \tilde{R} على نطاق تغير العملية. على مخطط تطبيق تحكم غامض $\tilde{R} - \tilde{\bar{X}}$ ، وتبين أن هناك بعض العينات الغامضة التي لم تكن *in control* على حد سواء في المتوسط والتباين. ومع ذلك، بعد المراجعة، تبين أن حدود تحكم تسبّب في عينات الغامضة *in control* في المتوسط كان أو التباين. فكانت حدود التحكم يمكن استخدامها كمرجع لتحكم عملية إنتاج المياه PDAM، وخصوصاً متغيره pH.

عملية إنتاج المياه قادرة بالفعل، لأن قيمة $c_p > 1$ وقيمة $c_{pk} < 1$. في هذه الدراسة هو الذي يسمى قادر على عمليات الإنتاج يعني أن مستوى درجة الحموضة في إنتاج المياه يتوافق مع الحد مواصفات التي تحددها PDAM.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pengendalian kualitas merupakan suatu metode pengumpulan dan analisis data kualitas, serta penentuan dan interpretasi pengukuran yang menjelaskan tentang proses dalam suatu sistem industri untuk meningkatkan kualitas dari hasil produksi guna memenuhi kebutuhan konsumen. Tujuan pokok pengendalian kualitas statistik adalah menyidik dengan cepat terjadinya sebab-sebab terduga atau pergeseran proses sehingga penyelidikan pada proses tersebut dapat dilakukan sebelum terlalu banyak unit yang tak sesuai diproduksi (Montgomery, 1990).

Salah satu alat yang digunakan dalam pengendalian proses statistik adalah grafik pengendali. Grafik pengendali adalah teknik pengendali proses yang digunakan untuk mendeteksi adanya sebab-sebab yang dapat diprediksi dalam proses produksi. Montgomery (1990) menyatakan bahwa grafik pengendali dapat diklasifikasikan ke dalam dua tipe umum, yaitu grafik pengendali sifat (atribut) dan grafik pengendali untuk variabel. Grafik pengendali variabel digunakan apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam bilangan. Salah satu grafik pengendali variabel adalah grafik pengendali $\bar{X} - R$.

Kualitas hasil produksi dapat berubah-ubah karena disebabkan oleh beberapa faktor. Sama halnya dengan kualitas keimanan seorang muslim dapat naik dan turun. Sebagaimana firman Allah dalam surat at-Taubah/9:124, yaitu:

وَإِذَا مَا أُنْزِلَتْ سُورَةٌ فَمِنْهُمْ مَنْ يَقُولُ آيَّكُمْ رَادَتْهُ هَذِهِ إِيمَانًا فَأَمَّا الَّذِينَ
عَامَنُوا فَرَادَتْهُمْ إِيمَانًا وَهُمْ يَسْتَبْشِرُونَ ۝

“Dan apabila diturunkan suatu surat, maka di antara mereka (orang-orang munafik) ada yang berkata: "Siapakah di antara kamu yang bertambah imannya dengan (turannya) surat ini?" Adapun orang-orang yang beriman, maka surat ini menambah imannya, dan mereka merasa gembira” (QS. at-Taubah/9:124).

Ayat ini diturunkan setelah Allah Swt. menyebutkan kehinaan-kehinaan yang dilakukan orang-orang munafik, seperti tidak ikut dalam perang Tabuk, dan bersandar kepada sumpah-sumpah palsu, maka di sini Allah menyebutkan macam-macam cacat yang lain, seperti ejekan mereka terhadap al-Quran, dan berangsur-angsur mereka pergi ketika mendengarnya. Ini adalah wahyu terakhir yang turun menerangkan pengaruh al-Quran terhadap orang-orang munafik, dan terhadap orang-orang yang beriman.

Apabila Allah Swt. menurunkan pada rasul-Nya suatu surat di antara surat-surat dalam kitab-Nya yang mulia, maka di antara orang-orang munafik ada yang berkata kepada kawan-kawannya dengan nada berolok-lok, supaya mereka makin mantap dalam kemunafikan, atau berkata kepada orang-orang mu'min yang mereka temui supaya ragu, “siapakah di antara kalian yang bertambah iman dengan turunnya ayat ini?”

Maksudnya, “siapakah di antara kalian yang dengan turunnya ayat ini yakin tentang kebenaran al-Quran dan al-Islam, termasuk kebenaran rasul Saw.?” atau lebih jelasnya, “siapakah di antara kalian yang semakin membenarkan dengan pasti, disertai dengan kepatuhan dan tunduknya hati dan merasa wajib melaksanakan surat itu, dikarenakan yakin tentang kebenaran rasul yang kepadanya surat itu diturunkan?”

Keimanan yang demikian ini dapat bertambah dengan turunnya al-Quran di masa rasul, lebih-lebih bagi orang yang menyaksikan turunnya al-Quran itu, dan mendengar langsung dari rasul. Demikian pula dengan mendengarkan al-Quran dari selain rasul, maka iman yang ada dalam hati seorang mu'min dapat bertambah kuat.

Adapun bagi orang-orang yang beriman, maka dengan turunnya surat al-Quran itu, bertambah yakin dan tenteram hati mereka, dan bertambah kuatlah mereka dalam melaksanakan al-Quran dan dalam mendekatkan diri kepada Tuhan Yang Maha Esa. Mereka pun merasa gembira dengan diturunkannya surat tersebut, karena mereka mengharapkan kebaikan dari bertambahnya iman ini. Yakni, karena jiwa mereka akan semakin suci, sedang mereka mendapatkan kebahagiaan di dunia dan akhirat (Al-Maraghiy, 1987).

Selain mengendalikan kualitas proses, suatu perusahaan perlu melakukan analisis kapabilitas proses. Analisis kapabilitas proses digunakan untuk mengetahui seberapa besar kapabilitas proses suatu produk yang sesuai dengan batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh perusahaan (Kurnia, dkk, 2013). Dengan mengetahui kapabilitas prosesnya, suatu perusahaan dapat melakukan tindakan-tindakan lebih lanjut seperti perbaikan proses, dan penekanan biaya kualitas.

Dalam pengendalian kualitas, hal yang perlu diketahui oleh suatu perusahaan adalah mengenal karakteristik kualitas barang/jasa yang dihasilkan. Biasanya karakteristik sampel tersebut merupakan data yang tepat dan pasti. Namun ketidakpastian data dapat terjadi dalam pengendalian kualitas karena adanya kesalahan sistem pengukuran, operator, atau kondisi lingkungan pada saat penentuan karakteristik sampel pengamatan. Dalam hal ini, pendekatan teori himpunan kabur merupakan alat yang dapat digunakan untuk menangani

ketidakpastian data (Sentruk dan Erginel, 2009). Hal ini akan dapat dipenuhi jika digunakan grafik pengendali kabur, karena grafik pengendali kabur ini dapat digunakan untuk data yang mengandung ketidakpastian.

Beberapa penelitian sebelumnya yang terkait dengan penggabungan antara metode statistika dan teori himpunan kabur dalam konsep grafik pengendali dan kapabilitas proses ini telah dikembangkan oleh Kaya dan Kahraman (2011) dalam penelitiannya yang berjudul “*Process Capability Analyses Based on Fuzzy Measurements and Fuzzy Control Charts*”. Penelitian terbaru dilakukan oleh Khademi dan Amirzadeh (2014) dengan judul penelitian “*Fuzzy Rules for Fuzzy \bar{X} and R Control Charts*”.

Dengan mempelajari ide dan pengembangan hasil penelitian sebelumnya, penulis tertarik untuk mengaplikasikan grafik pangendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ dan kapabilitas proses kabur pada data kualitas produksi air. Air merupakan elemen yang sangat signifikan bagi kehidupan makhluk hidup. Salah satu manfaat air bagi manusia yaitu untuk memenuhi kebutuhan mineral di dalam tubuh. Jika kualitas air tersebut buruk, maka pengaruh terhadap kesehatan juga akan buruk, begitu sebaliknya. Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) merupakan salah satu unit usaha yang bergerak dalam distribusi air bersih. Digunakannya jenis grafik pengendali ini karena data yang ada merupakan data variabel kuantitatif dan sampel yang diambil merupakan jenis sampel kelompok. Dari uraian di atas, maka penulis membahas permasalahan tersebut dalam skripsi ini dengan judul “Penerapan Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ dan Kapabilitas Proses Kabur pada Pengendalian Kualitas Produksi Air PDAM”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana penerapan grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ menggunakan pendekatan *fuzzy rules* pada pengendalian kualitas produksi air PDAM?
2. Bagaimana kapabilitas proses kabur pada produksi air PDAM?
3. Bagaimana upaya meningkatkan kualitas keimanan seorang muslim?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui hasil penerapan grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ menggunakan pendekatan *fuzzy rules* pada pengendalian kualitas produksi air PDAM.
2. Mengetahui kapabilitas proses kabur pada produksi air PDAM.
3. Mengetahui upaya meningkatkan kualitas keimanan seorang muslim.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini yaitu:

a. Bagi Penulis

Menambah pengetahuan penulis mengenai grafik pengendali kabur dan kapabilitas proses kabur pada pengendalian kualitas proses produksi.

b. Bagi Perusahaan

Dapat digunakan sebagai masukan dalam pengelolaan kebijakan perusahaan untuk menentukan strategi dan pengendalian kualitas pada masa yang akan datang sebagai upaya peningkatan mutu.

c. Bagi Pembaca

Penelitian memberikan informasi tentang grafik pengendali kabur dan kapabilitas proses kabur pada pengendalian kualitas produksi untuk dipelajari sebagai acuan penelitian selanjutnya.

d. Bagi Lembaga

Dapat digunakan sebagai rujukan untuk penelitian selanjutnya.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian, pembatasan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Fungsi keanggotaan yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi keanggotaan kurva segitiga.
2. Pendekatan yang digunakan untuk grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ adalah *fuzzy rules*.
3. Analisis grafik pengendali kabur hanya dilakukan pada tahap I (*start up stage*) berarti analisis hanya dibatasi pada penentuan batas kendali grafik pengendali kabur.
4. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data hasil analisis pH air produksi PDAM.

1.6 Sistematika Penulisan

Agar dapat membaca hasil penelitian ini dengan mudah, maka dalam penyajiannya ditulis berdasarkan suatu sistematika yang secara garis besar dibagi menjadilima bab, yaitu:

Bab I Pendahuluan

Bab ini meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini memaparkan teori-teori yang mendukung dalam penelitian ini yaitu teori tentang pengendalian kualitas statistik, grafik pengendali untuk variabel, logikakabur, bilangan kabur, grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$, *fuzzy rules*, serta kapabilitas proses kabur.

Bab III Metode Penelitian

Bab ini meliputi pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, teknik pengambilan data, metode analisis penelitian.

Bab IV Pembahasan

Bab ini membahas tentang penerapan grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ menggunakan pendekatan *fuzzy rules* dan penerapan kapabilitas proses kabur terhadap data suatu proses produksi.

Bab V Penutup

Bab ini memaparkan kesimpulan dan saran dari hasil yang diperoleh dalam pembahasan.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pengendalian Kualitas Statistik

Kualitas air merupakan suatu hal yang perlu diperhatikan, karena air merupakan salah satu kebutuhan pokok makhluk hidup. Dalam suatu perusahaan produksi air, untuk mengetahui apakah kualitas air sudah sesuai dengan spesifikasi atau belum, maka perlu diadakan pengendalian kualitas untuk memenuhi kebutuhan konsumen. Pengendalian kualitas merupakan suatu metode pengumpulan dan analisis data kualitas, serta penentuan dan interpretasi pengukuran yang menjelaskan tentang proses dalam suatu sistem industri, untuk meningkatkan kualitas dari hasil produksi guna memenuhi kebutuhan konsumen (Montgomery, 1990).

Kualitas menjadi faktor dasar keputusan konsumen dalam banyak produk dan jasa, karena konsumen akan memutuskan untuk membeli suatu produk dari perusahaan tertentu yang lebih berkualitas daripada saingan-saingannya. Akibatnya kualitas adalah faktor kunci yang membawa keberhasilan bisnis, pertumbuhan, dan peningkatan posisi bersaing. Ada keuntungan besar pada investasi dari program jaminan kualitas yang efektif, yang memberikan kenaikan keuntungan kepada perusahaan yang dengan efektif menggunakan kualitas sebagai strategi bisnisnya.

Tujuan utama pengendalian proses statistik adalah mengurangi variabilitas atau kesalahan-kesalahan proses. Ariani (2003) juga menambahkan bahwa tujuan utama dalam pengendalian proses statistik yaitu juga mendeteksi adanya penyebab

khusus dalam variabilitas atau kesalahan-kesalahan proses melalui analisis data. Ada dua macam penyebab dalam variabilitas proses, yaitu penyebab umum yang sudah melekat pada proses seperti penyimpangan pada bahan baku, kinerja karyawan, kinerja mesin, suhu udara, dan kelembaban udara serta penyebab khusus yang merupakan kesalahan yang biasanya muncul dalam proses sehingga nantinya dapat memprediksi proses berada dalam kondisi stabil atau sebaliknya seperti penggunaan alat, kesalahan operator, kesalahan penyiapan mesin, kesalahan perhitungan, kesalahan bahan baku, dan kesalahan-kesalahan yang tidak tampak dalam proses.

Menurut Montgomery (1990), pengendalian kualitas statistik banyak menggunakan alat-alat statistik untuk membantu mencapai tujuannya. Pengendalian kualitas statistik mempunyai 7 alat, yaitu: (1) bagan kendali, (2) histogram, (3) diagram pareto, (4) lembar kendali, (5) diagram konsentrasi cacat, (6) diagram pencar (*scatter plot*), dan (7) diagram sebab dan akibat.

2.2 Grafik Pengendali

Montgomery (1990) menyatakan bahwa untuk menentukan suatu proses berada dalam kendali secara statistik digunakan suatu alat yang disebut sebagai grafik pengendali (*control chart*). Secara umum grafik pengendali diklasifikasikan ke dalam dua tipe. Pertama, grafik pengendali variabel yaitu apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam bilangan. Misalnya, diameter bantalan poros dapat diukur dengan mikrometer dan dinyatakan dalam milimeter. Suatu karakteristik kualitas yang dapat diukur, seperti dimensi, berat, atau volume.

Kedua, grafik pengendali sifat (atribut) yaitu apabila karakteristik kualitas tidak dapat diukur dengan skala kuantitatif. Dalam keadaan ini dapat dinilai tiap

unit produk sebagai sesuai atau tidak sesuai atau dapat dicacah banyak yang tidak sesuai (cacat) yang tampak pada suatu unit produk. Contoh karakteristik kualitas yang merupakan sifat yaituterdinya tangkai penghubung mesin mobil, dan bagian semi konduktor tak berfungsi dalam satu giliran produksi.

Pada dasarnya grafik pengendali adalah uji hipotesis bahwa proses produksi *in control*, dengan kata lain merupakan uji hipotesis yang dilakukan berulang-ulang pada titik waktu yang lain. Satu titik terletak di dalam batas pengendali adalah ekuivalen dengan gagal menolak hipotesis bahwa suatu proses *in control* dan satu titik terletak di luar batas pengendali, ekuivalen dengan menolak hipotesis bahwa suatu proses *in control*.

Menurut Montgomery (1999), secara umum model grafik pengendali dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_w + k\sigma_w \\ CL &= \mu_w \\ LCL &= \mu_w - k\sigma_w \end{aligned} \tag{2.1}$$

dengan,

UCL : batas kendali atas (*upper control limit*)

CL : garis tengah (*center line*)

LCL : batas kendali bawah (*lower control limit*)

w : statistik sampel yang digunakan sebagai ukuran karakteristik kualitas proses produksi

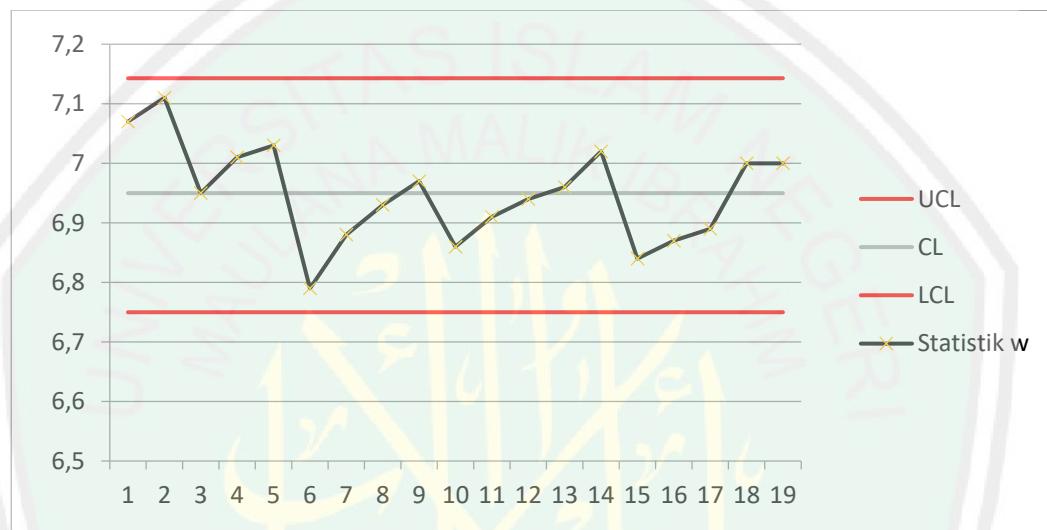
k : jarak batas kendali dari garis tengah yang dinyatakan dalam unit standar deviasi

σ_w : standar deviasi dari w

$$\mu_w \quad : \text{ mean dari } w$$

Teori umum grafik pengendali ini pertama kali ditemukan oleh Dr. Walter A. Shewhart. Grafik pengendali yang dikembangkan menurut prinsip ini biasanya disebut grafik pengendali Shewhart (Montgomery, 1990).

Berikut ini ditunjukkan grafik pengendali statistik:



Gambar 2.1Grafik Pengendali Statistik

Pada contoh gambar grafik pengendali statistik di atas, sumbu y menunjukkan nilai karakteristik kualitas yang diukur. Sedangkan sumbu x menunjukkan waktu atau nomor pengamatan. Garis hijau yang berada di tengah merupakan garis tengah(CL) yang menunjukkan besar nilai rata-rata karakteristik kualitas yang diukur. Garis merah merupakan batas atas(UCL)dan batas bawah (LCL)grafik pengendali. Titik-titik yang dihubungkan oleh garis adalah statistik sampel yang diukur karakteristik kualitasnya terhadap waktu atau nomor pengamatan tersebut.

Dari Gambar 2.1 di atas, selama titik-titik terletak di dalam batas-batas pengendali, proses dianggap dalam keadaan terkendali secara statistik dan tidak perlu tindakan apapun. Tetapi jika ada satu titik yang terletak di luar batas

pengendali (di bawah LCL atau di atas UCL), maka hal ini sebagai indikasi bahwa proses tidak terkendali dan diperlukan penyelidikan atau perbaikan untuk mengetahui dan menghilangkan sebab yang menyebabkan tingkah laku itu.

2.3 Grafik Pengendali untuk Variabel

Menurut Montgomery (1990), dalam grafik pengendali klasik, dikenal dua macam grafik pengendali untuk variabel yaitu grafik pengendali $\bar{X} - R$ dan grafik pengendali $\bar{X} - S$. Namun dalam penelitian ini grafik pengendali untuk variabel yang digunakan adalah grafik pengendali $\bar{X} - R$. Digunakannya jenis grafik pengendali ini karena data yang ada merupakan data variabel kuantitatif dan sampel yang diambil merupakan jenis sampel kelompok. Grafik pengendali $\bar{X} - R$ memiliki dua grafik pengendali, grafik pengendali \bar{X} digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses, sedangkan untuk mengendalikan variabilitas proses didasarkan pada *range* yang disebut grafik pengendali R .

Montgomery (1990) mengasumsikan karakteristik kualitas berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ , dengan μ dan σ diketahui. Jika x_1, x_2, \dots, x_n sampel berukuran n , dengan $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ maka rata-rata sampel ini adalah

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Dapat diketahui bahwa \bar{x} berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Selanjutnya probabilitasnya adalah $1 - \alpha$ bahwa setiap rata-rata sampel akan berada di antara

$$\mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}} = \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.2)$$

dan

$$\mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}} = \mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.3)$$

Sehingga dengan μ dan σ diketahui, persamaan (2.2) dan (2.3) digunakan untuk mendapatkan batas-batas kendali pada grafik pengendali rata-rata sampel dengan memilih batas 3sigma maka $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ diganti dengan 3.

Namun pada proses produksi biasanya μ dan σ tidak diketahui sehingga μ dan σ perlu ditaksir. Misal tersedia m sampel yang masing-masing memuat n pengamatan pada suatu karakteristik kualitas. Jika $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ adalah rata-rata tiap sampel, maka penaksir tak bias untuk rata-rata proses μ , yaitu

$$\begin{aligned}\bar{\bar{x}} &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}_j \\ E[\bar{x}] &= E \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{x}_j \right] \\ &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m E[\bar{x}_j] \\ &= \frac{1}{m} m\mu \\ &= \mu\end{aligned}$$

Menurut Montgomery (1990), untuk menaksir σ digunakan *range* atau rentang dari m sampel. Jika x_1, x_2, \dots, x_n suatu sampel berukuran n , maka *range* sampel tersebut adalah selisih pengamatan yang terbesar dan terkecil, yaitu

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Hubungan *range* suatu sampel berdistribusi normal dan standar deviasi terdapat dalam *range* relatif variabel acak $W = \frac{R}{\sigma}$. Misal R_1, R_2, \dots, R_m adalah *range* dari m sampel, maka rata-rata *range* nya adalah

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_j$$

dengan $E[R] = \mu_R$ nilai rata-rata R dan $E[W] = d_2$ nilai rata-rata W , diperoleh

$$E[W] = E\left[\frac{R}{\sigma}\right]$$

$$E[W] = \frac{E[R]}{\sigma}$$

$$\sigma = \frac{E[R]}{E[W]}$$

$$\sigma = \frac{\mu_R}{d_2}$$

Dalam hal ini μ_R ditaksir oleh \bar{R} , sehingga taksiran untuk σ yaitu

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Jika digunakan \bar{X} sebagai penaksir μ dan $\frac{\bar{R}}{d_2}$ sebagai penaksir σ , maka batas-batas kendali grafik pengendali \bar{X} yang didasarkan pada *range* sampel adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} UCL_{\bar{X}} &= \bar{X} + \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R} \\ CL_{\bar{X}} &= \bar{X} \\ LCL_{\bar{X}} &= \bar{X} - \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Misalkan $A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$ merupakan konstanta yang bergantung pada ukuran sampel dan d_2 merupakan konstanta faktor untuk garis tengah, maka batas-batas kendali pada persamaan (2.4) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} UCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ CL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} \\ LCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \tag{2.5}$$

Konstanta A_2 dengan beberapa ukuran sampel dapat dilihat pada tabel faktor guna pembentuk grafik pengendali variabel (Montgomery, 1990).

Range sampel berhubungan dengan standar deviasi proses. Oleh karena itu, variabilitas proses dapat dikendalikan dengan menggambarkan nilai-nilai R dari sampel-sampel yang berurutan pada grafik pengendali yang dinamakan grafik R . Garis tengahnya adalah \bar{R} . Untuk mendapatkan batas kendalinya perlu dilakukan penaksiran untuk σ_R . Dengan asumsi bahwa karakteristik kualitas berdistribusi normal, estimasi $\hat{\sigma}_R$ dapat diperoleh dari distribusi *range* relatif $W = \frac{R}{\sigma}$. Standar deviasi W adalah d_3 . Karena

$$R = W\sigma$$

maka standar deviasi R adalah

$$\sigma_R = d_3 \sigma$$

Karena σ tidak diketahui, maka penaksir untuk σ_R yaitu

$$\hat{\sigma}_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Dengan demikian, batas-batas kendali grafik pengendali R adalah sebagai berikut:

$$UCL_R = \bar{R} + 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$CL_R = \bar{R} \quad (2.6)$$

$$LCL_R = \bar{R} - 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

misal

$$D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2}$$

dan

$$D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}$$

Dengan d_2 dan d_3 merupakan konstanta faktor untuk garis tengah, maka batas-batas kendali pada persamaan (2.6) dapat ditulis menjadi

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$CL_R = \bar{R} \quad (2.7)$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

Konstanta D_3 dan D_4 dengan beberapa ukuran sampel dapat dilihat pada tabel faktor guna pembentuk grafik pengendali variabel (Montgomery, 1990).

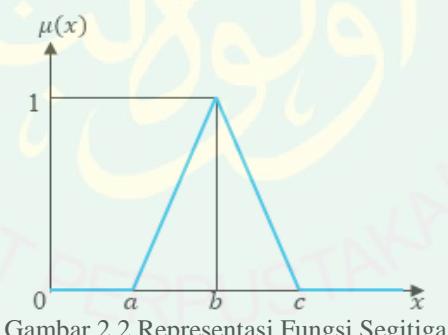
2.4 HimpunanKabur

Menurut Susilo (2006) teori himpunan kabur diperkenalkan oleh Lotfi Asker Zadeh pada tahun 1965. Zadeh memperluas teori mengenai himpunan klasik menjadi himpunan kabur (*fuzzy set*) sehingga himpunan klasik (*crisp set*) merupakan kejadian khusus dari himpunan kabur. Kemudian Zadeh mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan fungsi keanggotaan (*membership function*)

yang nilainya berada pada selang tertutup $[0, 1]$. Sehingga keanggotaan dalam himpunan kabur bukan sesuatu yang tegas lagi, melainkan sesuatu yang berderajat atau bergradasi secara kontinu (Susilo, 2006).

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang dapat digunakan (Kusumadewi dan Purnomo, 2004).

Dalam penelitian ini, fungsi yang digunakan untuk mempresentasikan bilangan kabur adalah fungsi segitiga. Fungsi segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (*linier*) seperti terlihat pada gambar berikut.



Gambar 2.2 Representasi Fungsi Segitiga

Misalkan $y = \mu(x)$, dengan $\mu(x)$ adalah derajat keanggotaan dari himpunan kabur x maka:

a. Jika $x < a$ atau $x > c$, maka

$$\mu(x) = 0 \quad (2.8)$$

b. Jika $a \leq x \leq b$, maka

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{y - 0}{1 - 0} &= \frac{x - a}{b - a} \\
 y &= \frac{x - a}{b - a} \\
 \mu(x) &= \frac{x - a}{b - a}
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

c. Jika $b \leq x \leq c$, maka

$$\begin{aligned}
 \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} &= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \\
 \frac{y - 1}{0 - 1} &= \frac{x - b}{c - b} \\
 y(c - b) - 1(c - b) &= -(x - b) \\
 y(c - b) - c + b &= -x + b \\
 y(c - b) &= -x + b + c - b \\
 y &= \frac{-x + c}{c - b} \\
 y &= \frac{c - x}{c - b} \\
 \mu(x) &= \frac{c - x}{c - b}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2004) fungsi keanggotaan dari representasi fungsi segitiga tersebut adalah

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ \frac{x - a}{b - a} & , a \leq x \leq b \\ \frac{c - x}{c - b} & , b \leq x \leq c \end{cases} \tag{2.11}$$

2.5 Bilangan Kabur

Konsep bilangan kabur muncul dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam aplikasi teori kabur dalam bentuk besaran yang dinyatakan dengan bilangan yang

tidak tepat, seperti misalnya “sekitar 7 Km”, “kurang lebih 10 buah”, “kira-kira 3 jam”, dan sebagainya ungkapan “sekitar 7” dapat dinyatakan dengan suatu himpunan kabur pada semesta R , dimana bilangan 7 mempunyai derajat keanggotaan sama dengan 1, dan bilangan-bilangan di sekitar 7 mempunyai derajat keanggotaan kurang dari 1. Apabila bilangan-bilangan itu semakin jauh dari 7, maka derajat keanggotaannya semakin mendekati 0 (Susilo, 2006).

Bilangan kabur yang sering digunakan dalam aplikasi adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan segitiga, yang disebut bilangan kabur segitiga, dan bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan trapesium yang disebut bilangan kabur trapesium. Kedua jenis bilangan kabur tersebut sering digunakan karena memenuhi keempat sifat bilangan kabur (Susilo, 2006).

2.6 Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$

Pada pengendalian kualitas proses produksi, grafik pengendali \bar{X} digunakan untuk mengendalikan rata-rata proses, sedangkan untuk mengendalikan variabilitas proses didasarkan pada *range* disebut grafik pengendali R . Pada penelitian ini, grafik pengendali kabur untuk variabel didasarkan pada bilangan kabur segitiga. Sehingga setiap sampel pengamatan direpresentasikan ke dalam bilangan kabur berdasarkan fungsi segitiga atau bilangan kabur segitiga $TFN(X_a, X_b, X_c)$. Garis tengah dari grafik pengendali kabur \tilde{X} adalah nilai rata-rata dari rata-rata sampel pengamatan kabur yang direpresentasikan dengan $TFN(\bar{\tilde{X}}_a, \bar{\tilde{X}}_b, \bar{\tilde{X}}_c)$, rata-rata sampel kabur tersebut dapat dihitung sebagai berikut:

$$\tilde{\bar{X}}_j = TFN\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_{aij}}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n X_{bij}}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n X_{cij}}{n}\right) \quad (2.12)$$

$$r = a, b, c; i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m$$

dengan \bar{X}_{rj} merupakan rata-rata sampel dari representasi ke- r bilangan kabur segitiga pada pengamatan ke- j , sehingga diperoleh

$$\tilde{\bar{X}} = TFN\left\{\frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj}}{m}\right\} = TFN(\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) \quad (2.13)$$

di mana n adalah ukuran sampel tiap pengamatan dan m adalah jumlah sampel kabur.

Range suatu sampel kabur dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_j &= (\max X_{aj}, \max X_{bj}, \max X_{cj}) - (\min X_{aj}, \min X_{bj}, \min X_{cj}) \\ &= TFN(\max X_{aj} - \min X_{cj}, \max X_{bj} - \min X_{bj}, \max X_{cj} \\ &\quad - \min X_{aj}) \\ &= TFN(R_{aj}, R_{bj}, R_{cj}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

dengan R_{rj} merupakan *range* sampel dari representasi ke- r bilangan kabur segitiga pada pengamatan ke- j

$$\tilde{\bar{R}} = TFN\left(\frac{\sum_{j=1}^m R_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m R_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m R_{cj}}{m}\right) = TFN(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \quad (2.15)$$

Oleh karena itu, batas-batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \widetilde{UCL}_{\bar{X}} &= \tilde{\bar{X}} + A_2 \tilde{R} = TFN(\bar{\bar{X}}_a + A_2 \bar{R}_a, \bar{\bar{X}}_b + A_2 \bar{R}_b, \bar{\bar{X}}_c + A_2 \bar{R}_c) \\ \widetilde{CL}_{\bar{X}} &= \tilde{\bar{X}} = TFN(\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\widetilde{LCL}_{\bar{X}} = \tilde{\bar{X}} - A_2 \tilde{R} = TFN(\bar{\bar{X}}_a - A_2 \bar{R}_c, \bar{\bar{X}}_b - A_2 \bar{R}_b, \bar{\bar{X}}_c - A_2 \bar{R}_a)$$

dengan,

$\widetilde{UCL}_{\bar{X}}$: batas atas grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$

$\widetilde{CL}_{\bar{X}}$: garis tengah grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$

$\widetilde{LCL}_{\bar{X}}$: batas bawah grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$

Batas-batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widetilde{UCL}_R &= \tilde{\bar{R}}D_4 = TFN(\bar{R}_a D_4, \bar{R}_b D_4, \bar{R}_c D_4) \\ \widetilde{CL}_R &= \tilde{\bar{R}} = TFN(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c)\end{aligned}\quad (2.17)$$

$$\widetilde{LCL}_R = \tilde{\bar{R}}D_3 = TFN(\bar{R}_a D_3, \bar{R}_b D_3, \bar{R}_c D_3)$$

dengan,

\widetilde{UCL}_R : batas atas grafik pengendali kabur \tilde{R}

\widetilde{CL}_R : garis tengah grafik pengendali kabur \tilde{R}

\widetilde{LCL}_R : batas bawah grafik pengendali kabur \tilde{R}

(Khademi dan Amirzadeh, 2014).

2.7 Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses merupakan prosedur yang digunakan untuk memprediksi kinerja jangka panjang yang berada dalam batas pengendali proses statistik (Pizdek dalam Ariani, 2003), yang perlu diingat adalah analisis kapabilitas proses berada dalam batas pengendali statistik (*in control*). Dalam analisis kapabilitas proses dikenal adanya batas-batas spesifikasi. Batas spesifikasi tepat bagi kategori seperti bahan baku, produk, atau pelayanan. Batas spesifikasi ditentukan berdasarkan kebutuhan pelanggan. Apa yang diinginkan pelanggan terhadap produk atau pelayanan dianalisis dengan riset pasar dan dikombinasikan dengan perancangan produk dan jasa atau pelayanan. Batas-batas spesifikasi sering disebut dengan batas-batas toleransi. Batas spesifikasi atau batas toleransi juga meliputi batas spesifikasi atas atau toleransi atas dan batas spesifikasi bawah atau

toleransi bawah. Kedua batas tersebut merupakan batas kesesuaian unit-unit secara individu dengan operasi manufaktur atau jasa. Analisis kapabilitas proses membedakan kesesuaian dengan batas-batas toleransi. Oleh karenanya, ada dua kondisi yang mungkin terjadi, yaitu:

1. Rata-rata proses dalam batas pengendali dan berada dalam batas spesifikasi, atau
2. Rata-rata proses berada dalam batas pengendali tetapi tidak berada dalam batas spesifikasi.

Batas-batas pengendali menunjukkan penyimpangan atau variabilitas proses dan tidak berhubungan dengan batas-batas spesifikasi yang dipilih untuk memenuhi kebutuhan pelanggan. Oleh karenanya, seringkali terjadi bahwa proses berada dalam pengendali statistik tetapi produk tidak memenuhi spesifikasi, atau proses berada di luar batas pengendali statistik tetapi produk masih memenuhi spesifikasi. Menurut Mitra dalam Ariani (2003) ada beberapa manfaat dilakukannya analisis kapabilitas proses, yaitu :

1. Dapat menciptakan *output* yang seragam.
2. Kualitas dapat dipertahankan atau bahkan ditingkatkan.
3. Membantu dalam membuat perencanaan produk maupun proses.
4. Membantu dalam pemilihan pemasok yang memenuhi persyaratan.
5. Mengurangi biaya mutu total dengan memperkecil biaya kegagalan internal dan eksternal.
6. Memperkirakan seberapa baik proses akan memenuhi toleransi.
7. Mengurangi variabilitas dalam proses produksi.

8. Membantu dalam pembentukan interval untuk pengendalian interval antara pengambilan sampel.
9. Merencanakan urutan proses produksi apabila ada pengaruh interaktif proses pada toleransi.
10. Menetapkan persyaratan penampilan bagi alat baru.

Pada proses yang berada pada kondisi *in statistical control*, cara membuat analisis kemampuan proses, antara lain:

1. Rasio kapabilitas proses atau indeks kapabilitas proses (*Process Capability Ratio* atau *Capability Process Index*).

Apabila proses berada dalam batas pengendali statistik dengan peta pengendali proses statistik normal dan rata-rata proses terpusat pada target, maka rasio kapabilitas proses atau indeks kapabilitas proses dapat dihitung dengan

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (2.18)$$

Dengan *USL* (*Upper Specification Limit*) dan *LSL* (*Lower Specification Limit*) adalah batas toleransi yang ditetapkan konsumen yang harus dipenuhi oleh produsen, apabila:

$C_p > 1$ berarti proses masih baik (*capable*)

$C_p < 1$ berarti proses tidak baik (*not capable*)

$C_p = 1$ berarti proses sama dengan spesifikasi konsumen.

2. Indeks kapabilitas proses atas dan indeks kapabilitas proses bawah (*Upper and Lower Capability Index*).

$$C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \quad (2.19)$$

$$C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \quad (2.20)$$

dengan μ merupakan rata-rata proses.

C_{pu} adalah perbandingan dari rentang atas rata-rata, sedang C_{pl} adalah perbandingan rentang bawah rata-rata. Baik C_p , C_{pu} , maupun C_{pl} digunakan untuk mengevaluasi batas spesifikasi yang ditentukan. Selain itu, ketiganya dapat digunakan dalam mengevaluasi kinerja proses relatif terhadap batas-batas spesifikasi

3. Indeks Kapabilitas Proses (C_{pk})

Indeks kapabilitas proses di atas mengukur kemampuan potensial, dengan tidak memperhatikan kondisi rata-rata proses (μ). Rata-rata proses tersebut diasumsikan sama dengan titik tengah dari batas-batas spesifikasi dan proses berada pada kondisi *in statistical control*. Kenyataannya, nilai rata-rata tidak selalu berada di tengah, sehingga perlu mengetahui variasi dan lokasi rata-rata proses. Nilai C_{pk} mewakili kapabilitas sesungguhnya dari suatu proses dengan parameter nilai tertentu. Nilai C_{pk} diformulasikan dengan:

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right\} = \min\{C_{pu}, C_{pl}\} \quad (2.21)$$

di mana,

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_j}{m} \quad (2.22)$$

dengan $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_m$ adalah rata-rata tiap sampel ke- j

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.23)$$

Bila $C_{pk} > 1$ maka proses disebut baik (*Capable*), bila $C_{pk} < 1$ maka proses disebut kurang baik (*not Capable*). Indeks C_{pk} menunjukkan skala jarak relatif dengan 3 standar deviasi. Nilai C_{pk} ini menunjukkan kemampuan sesungguhnya dari proses dengan nilai-nilai parameter yang ada. Apabila nilai rata-rata yang sesungguhnya sama dengan titik tengah, maka sebenarnya nilai $C_{pk} = C_p$. Semakin tinggi indeks kemampuan proses maka semakin sedikit produk yang berada di luar batas-batas spesifikasi (Ariani, 2003).

2.8 Tanda-Tanda Keimanan Seorang Muslim Menurut Al-Quran

Dari surat at-Taubah/9:124, maka Allah Swt. menjelaskan tentang tanda-tanda seorang muslim yang benar-benar beriman kepada Allah Swt. Sebagaimana firman Allah Swt. dalam surat al-Anfal/8: 2-3, yaitu:

إِنَّمَا الْمُؤْمِنُونَ الَّذِينَ إِذَا ذُكِرَ اللَّهُ وَجِلَتْ قُلُوبُهُمْ وَإِذَا تُلِيهِمْ عَالِيَّهُمْ عَارِيَّتُهُو
رَأَدَتْهُمْ إِيمَانًا وَعَلَى رَبِّهِمْ يَتَوَكَّلُونَ ، الَّذِينَ يُقِيمُونَ الصَّلَاةَ وَمِمَّا رَزَقْنَاهُمْ
يُنفِقُونَ

“Sesungguhnya orang-orang yang beriman ialah mereka yang bila disebut nama Allah gemetarlah hati mereka, dan apabila dibacakan ayat-ayat-Nya bertambahlah iman mereka (karenanya), dan hanya kepada Tuhanlah mereka bertawakkal. (Yaitu) orang-orang yang mendirikan shalat dan yang menafkahkan sebagian dari rezeki yang Kami berikan kepada mereka” (QS. al-Anfal/8:2-3).

Dari ayat tersebut, ditafsirkan sebagai berikut:

إِنَّمَا الْمُؤْمِنُونَ الَّذِينَ إِذَا ذُكِرَ اللَّهُ وَجِلَتْ قُلُوبُهُمْ

Orang-orang yang ingat kepada Allah Swt. dalam hati mereka, maka mereka merasa takut terhadap kebesaran dan kekuasaan Allah Swt., atau terhadap janji, ancaman dan perhitungan-Nya kelak terhadap hamba-hamba-Nya.

وَإِذَا تُلِيَتْ عَلَيْهِمْ عَرَائِفُهُ وَزَادَتْهُمْ إِيمَانًا

Dan apabila dibacakan kepada mereka ayat-ayat Allah Swt. yang diturunkan kepada nabi-Nya yang terakhir, maka bertambah yakinlah mereka dalam beriman, bertambah mantaplah mereka dalam ketenteraman dan bertambah semangat dalam beramal. Karena dengan semakin mantapnya bukti-bukti itu, yang satu mendukung yang lain, dan hujjah yang satu memperkuat hujjah yang lain, maka menyebabkan semakin bertambahnya keyakinan.

وَعَلَى رَبِّهِمْ يَتَوَكَّلُونَ ،

Bahwa orang-orang yang benar-benar beriman itu bertawakkal kepada Allah semata-mata, tanpa menyerahkan urusan mereka kepada selain Allah. Siapa saja yang yakin bahwa Allah Swt. yang mengatur segala urusannya dan segala urusan alam semesta ini, dia tak mungkin menyerahkan urusan-urusan itu sedikit pun kepada selain Allah Swt.

الَّذِينَ يُقِيمُونَ الصَّلَاةَ

(Yaitu) orang-orang yang menunaikan shalat dengan sempurna, baik mengenai gerak-gerik dan rukun-rukun lahiriyahnya yaitu berdiri, ruku', sujud, bacaan-bacaan dan zikir-zikir atau mengenai makna dan ruhnya yang batiniyyah, seperti khusyuk dan tunduk dalam bermunajat kepada Allah Yang Maha Rahman, memikirkan dan meresapi makna yang terkandung dalam bacaan al-Quran, yang dengan demikian maka akan diperoleh buah shalat yaitu terhindarnya diri dari melakukan kekejadian dan kemungkaran.

وَمِمَّا رَزَقْنَاهُمْ يُنفِقُونَ ۝

Dan menafkahkan sebagian rezeki yang Kami berikan kepada mereka untuk hal-hal yang baik, berupa zakat wajib atau nafkah-nafkah wajib dan *mandub* lainnya, kepada kaum kerabat dan orang-orang sengsara. Juga kepada kemaslahatan-kemaslahatan umat dan kepentingan-kepentingan umum, yang dengan itu maka derajat bangsa makin jaya di tengah bangsa-bangsa lainnya, karena terletak pada nafkah-nafkah seperti itulah kemajuan dan kemakmuran bangsa (Al-Maraghiy, 1994).



BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kuantitatif dengan bantuan studi literatur yang dilakukan dengan cara mengkaji buku-buku yang berkaitan tentang grafik pengendali, bilangan kabur, grafik pengendali kabur dan kapabilitas proses kabur. Selanjutnya menerapkan grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ dan kapabilitas proses kabur pada data hasil analisis pH dalam air produksi PDAM.

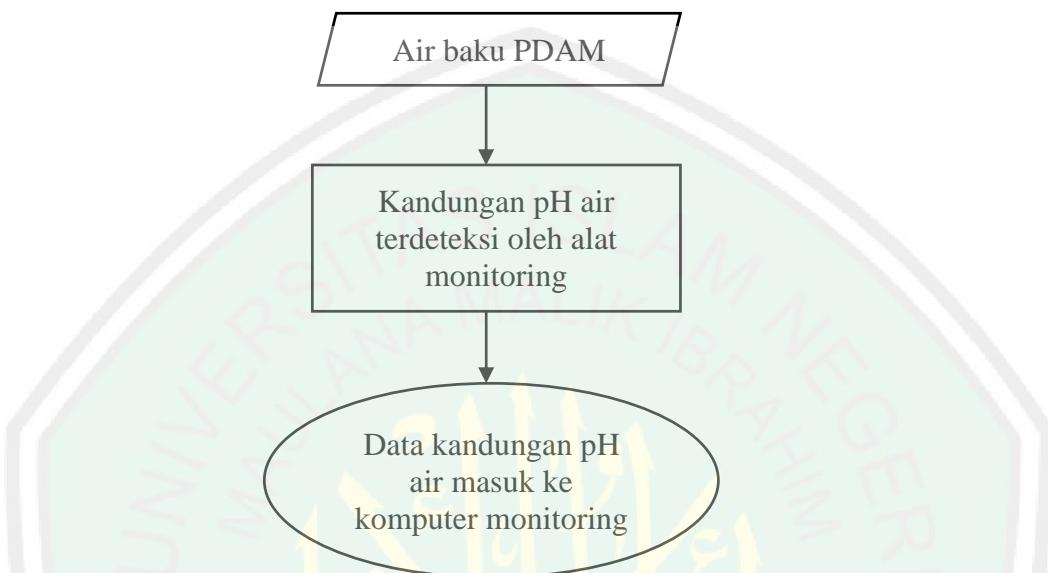
3.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis data dalam penelitian ini adalah data sekunder, data yang sudah terekam di PDAM Delta Tirta Sidoarjo yang bertempat di Jl. Pahlawan No. 1, Sidokumpul, Sidoarjo, Jawa Timur. Data yang digunakan adalah data karakteristik air PDAM yaitu data hasil analisis pH air produksi, pH tersebut merupakan suatu parameter penting untuk menentukan kadar asam/basa dalam air. Berkaitan dengan penelitian ini, maka data sekunder yang diambil adalah data yang tersedia dalam perusahaan, yaitu: data hasil analisis pH air produksi, pada PDAM Delta Tirta Sidoarjo tanggal 01 Juli 2015 - 31 Juli 2015, dimana data tersebut sudah merekam pengamatan per dua jam.

3.3 Teknik Pengambilan Data

Teknik pengambilan data dalam penelitian ini yaitu mengambil data hasil analisis nilai pH yang sudah tersedia secara *onlinedi* monitoring perusahaan

di mana data tersebut termonitoring dua jam sekali. Adapun data yang termonitoring tersebut, proses pengujinya dijelaskan dalam *flowchart* sebagai berikut.

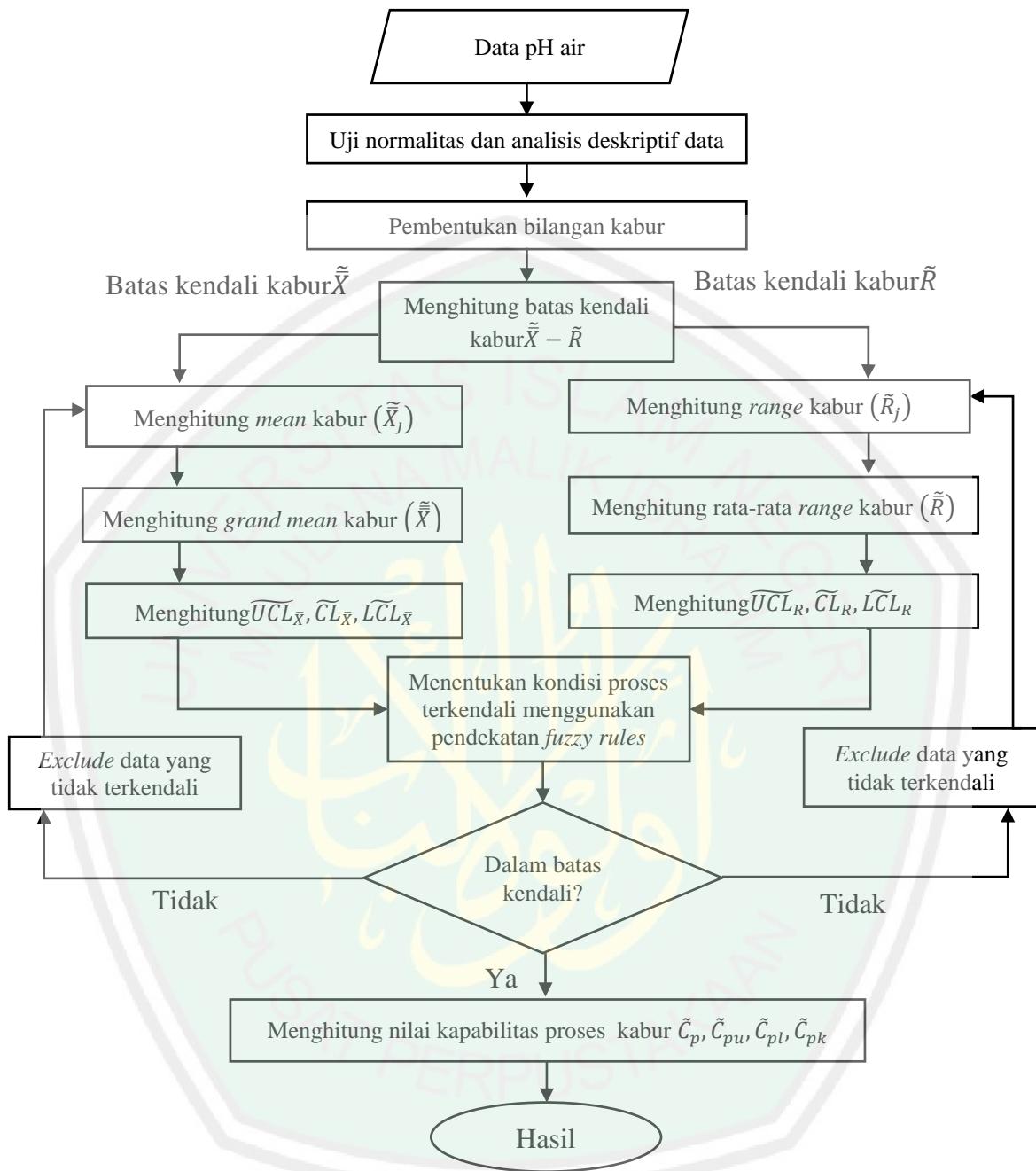


3.4 Metode Analisis

Berikut langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini:

1. Mempresentasikan bilangan kabur berdasarkan fungsi keanggotaan kurva segitiga.
2. Menentukan kondisi proses terkendali menggunakan pendekatan *fuzzy rules* berdasarkan batas kendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$. Keputusan apakah proses berada dalam keadaan terkendali didasarkan pada persentase daerah sampel yang berada di dalam \widetilde{UCL} dan \widetilde{LCL} .
 1. Menentukan kapabilitas proses kabur.
 - a. Menentukan indeks kapabilitas proses kabur $\tilde{C}_p = TFN(C_{pa}, C_{pb}, C_{pc})$.

- b. Menentukan indeks kapabilitas proses atas kabur $\tilde{C}_{pu} = TFN(C_{pua}, C_{pub}, C_{puc})$ dan indeks kapabilitas proses bawah kabur $\tilde{C}_{pl} = TFN(C_{pla}, C_{plb}, C_{plc})$.
- c. Menentukan indeks kapabilitas proses kabur \tilde{C}_{pk} dengan memperhatikan kondisi rata-rata proses.
2. Menerapkan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ menggunakan pendekatan *fuzzy rules* dan menerapkan kapabilitas proses kabur, dengan langkah-langkah:
- Analisis deskriptif data.
 - Uji normalitas.
 - Mempresentasikan data pH air ke bilangan kabur segitiga.
 - Menerapkan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ menggunakan pendekatan *fuzzy rules* berdasarkan data hasil analisis pH air. Jika masih terdapat data yang belum terkendali, maka data yang belum terkendali tersebut dihilangkan dan dilakukan perhitungan ulang sampai mendapatkan data terkendali.
 - Menerapkan kapabilitas proses kabur berdasarkan data pH air. Bila $C_p > 1$ maka proses disebut baik (*Capable*), bila $C_p < 1$ maka proses disebut kurang baik (*not Capable*). Bila $C_{pk} > 1$ maka proses disebut baik (*Capable*), bila $C_{pk} < 1$ maka proses disebut kurang baik (*not Capable*).
- Secara garis besar langkah-langkah pengaplikasian grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ menggunakan pendekatan *fuzzy rules* dan pengaplikasian kapabilitas proses kabur dijelaskan dalam *flowchart* sebagai berikut.

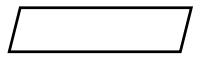


3. Menarik kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan

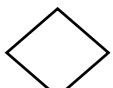
Keterangan,



: Hasil.



: Proses operasi.



: Keputusan.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Representasi Bilangan Kabur Berdasarkan Fungsi Keanggotaan Kurva Segitiga

Dalam penelitian ini, dimisalkan data yang digunakan sebanyak m sampel yang masing-masing data diamati sebanyak n kali. Maka pada kasus kabur setiap sampel pengamatan direpresentasikan ke dalam bilangan kabur berdasarkan fungsi keanggotaan yang digunakan. Dalam penelitian ini digunakan fungsi keanggotaan segitiga, sehingga setiap sampel ke- i pada pengamatan ke- j ditambah dan dikurangi standar deviasi, di mana masing-masing sampel memiliki standar deviasi yang berbeda-beda. Sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$X_{aij} = X_{ij} - k\sigma_j$$

$$X_{bij} = X_{ij}$$

$$X_{cij} = X_{ij} + k\sigma_j$$

dengan,

X_{aij} : sampel kecil

X_{bij} : sampel sedang

X_{cij} : sampel besar

X_{ij} : sampel ke- i pada pengamatan ke- j

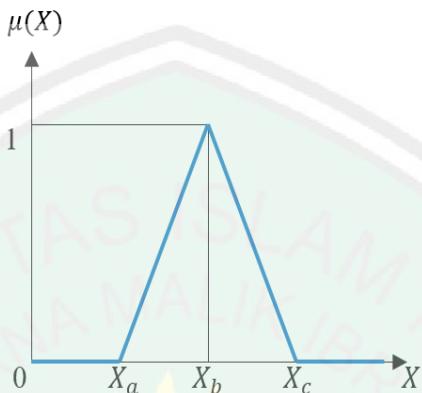
k : jarak X_a ke X_b dan X_b ke X_c yang dinyatakan dalam standar deviasi

σ_j : standar deviasi pada pengamatan ke- j

Maka representasi bilangan kabur segitiga dari sampel tersebut adalah

$$\tilde{X}_{ij} = TFN(X_{aij}, X_{bij}, X_{cij}) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m$$

dapat dilihat pada gambar berikut



Gambar 4.1 Grafik Fungsi Keanggotaan Segitiga

Fungsi keanggotaan dari representasi bilangan kabur segitiga tersebut berdasarkan

persamaan (2.11) adalah

$$\mu(X) = \begin{cases} 0 & , X \leq X_a \text{ atau } X \geq X_c \\ \frac{X - X_a}{X_b - X_a} & , X_a \leq X \leq X_b \\ \frac{X_c - X}{X_c - X_b} & , X_b \leq X \leq X_c \end{cases}$$

Selanjutnya didefinisikan bilangan kabur segitiga sebagai wakil dari setiap pengamatan ke- j adalah

$$\tilde{X}_j = TFN(X_{aj}, X_{bj}, X_{cj}) \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

4.2 Penentuan Kondisi Proses Terkendali Menggunakan Pendekatan *Fuzzy*

Rules Berdasarkan Batas Kendali Kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$

Pada grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$, batas kendali mengikuti batas kendali $\bar{X} - R$, hanya saja setiap sampel atau setiap subgrup direpresentasikan ke dalam

bilangan kabur segitiga $TFN(X_a, X_b, X_c)$. Berdasarkan batas kendali pada persamaan (2.16), batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{X} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widetilde{UCL}_{\bar{X}} &= \tilde{\bar{X}} + A_2 \tilde{\bar{R}} \\ &= TFN(\bar{\bar{X}}_a + A_2 \bar{R}_a, \bar{\bar{X}}_b + A_2 \bar{R}_b, \bar{\bar{X}}_c + A_2 \bar{R}_c) \\ &= TFN(UCL_{\bar{X}_a}, UCL_{\bar{X}_b}, UCL_{\bar{X}_c})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widetilde{CL}_{\bar{X}} &= \tilde{\bar{X}} \\ &= TFN(\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) \\ &= TFN\left\{\frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj}}{m}\right\} \\ &= TFN(CL_{\bar{X}_a}, CL_{\bar{X}_b}, CL_{\bar{X}_c})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widetilde{LCL}_{\bar{X}} &= \tilde{\bar{X}} - A_2 \tilde{\bar{R}} \\ &= TFN(\bar{\bar{X}}_a - A_2 \bar{R}_c, \bar{\bar{X}}_b - A_2 \bar{R}_b, \bar{\bar{X}}_c - A_2 \bar{R}_a) \\ &= TFN(LCL_{\bar{X}_a}, LCL_{\bar{X}_b}, LCL_{\bar{X}_c})\end{aligned}$$

dengan,

$UCL_{\bar{X}_r}$: batas atas grafik pengendali kabur \tilde{X} dari representasi ke- r bilangan kabur segitiga, $r = a, b, c$.

$CL_{\bar{X}_r}$: garis tengah grafik pengendali kabur \tilde{X} dari representasi ke- r bilangan kabur segitiga, $r = a, b, c$.

$LCL_{\bar{X}_r}$: batas bawah grafik pengendali kabur \tilde{X} dari representasi ke- r bilangan kabur segitiga, $r = a, b, c$.

Berdasarkan batas kendali pada persamaan (2.17), batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\widetilde{UCL}_R &= \tilde{\bar{R}}D_4 \\
&= TFN(\bar{R}_a D_4, \bar{R}_b D_4, \bar{R}_c D_4) \\
&= TFN(UCL_{R_a}, UCL_{R_b}, UCL_{R_c}) \\
\widetilde{CL}_R &= \tilde{\bar{R}} \\
&= TFN(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \\
&= TFN\left(\frac{\sum_{j=1}^m R_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m R_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m R_{cj}}{m}\right) \\
&= TFN(CL_{R_a}, CL_{R_b}, CL_{R_c}) \\
\widetilde{CL}_R &= \tilde{\bar{R}} \\
&= TFN(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \\
&= TFN\left(\frac{\sum_{j=1}^m R_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m R_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m R_{cj}}{m}\right) \\
&= TFN(CL_{R_a}, CL_{R_b}, CL_{R_c}) \\
\widetilde{LCL}_R &= \tilde{\bar{R}}D_3 \\
&= TFN(\bar{R}_a D_3, \bar{R}_b D_3, \bar{R}_c D_3) \\
&= TFN(LCL_{R_a}, LCL_{R_b}, LCL_{R_c})
\end{aligned}$$

dengan,

- UCL_{R_r} : batas atas grafik pengendali kabur \tilde{R} dari representasi ke- r bilangan kabur segitiga, $r = a, b, c.$
- CL_{R_r} : garis tengah grafik pengendali kabur \tilde{R} dari representasi ke- r bilangan kabur segitiga, $r = a, b, c.$
- LCL_{R_r} : batas bawah grafik pengendali kabur \tilde{R} dari representasi ke- r bilangan kabur segitiga, $r = a, b, c.$

Kaya dan Kahraman (2011) mengembangkan pendekatan kaburuntuk grafik pengendali yakni *fuzzy rules*. Pada penelitian ini, *fuzzy rules* didasarkan pada bilangan kabur segitiga. Keputusan apakah proses berada dalam keadaan “*in control*” berdasarkan pada persentase daerah sampel yang berada di dalam *UCL* dan atau *LCL*. Jika rata-rata sampelkabur atau *range* sampel kaburseluruhnya berada dalam batas kendali kabur, maka proses dikatakan “*in control*”. Jika rata-rata sampelkabur atau *range* sampel kaburseluruhnya berada di luar batas kendali kabur maka proses dikatakan “*out control*”.

Dalam *fuzzy rules*, grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ memiliki aturan khusus, persentase daerah dari rata-rata sampel kabur yang berada di dalam batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ pada pengamatan ke-*j* disimbolkan dengan $C_{\bar{X}_j}$, sedangkan persentase daerah dari *range* sampel kabur yang berada di dalam batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} pada pengamatan ke-*j* disimbolkan dengan C_{R_j} .

Berikut adalah aturan yang digunakan pada grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ (Kaya dan Kahraman, 2011):

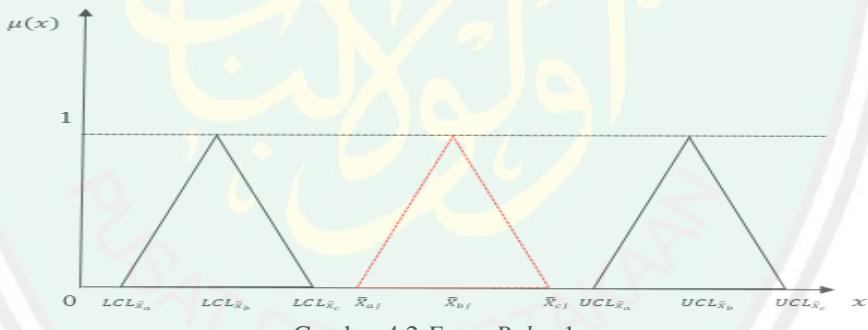
$$C_{\bar{X}_j} = \begin{cases} 1 & , (\bar{X}_{cj} \leq UCL_{\bar{X}_a}) \wedge (\bar{X}_{aj} \geq LCL_{\bar{X}_c}) \\ 0 & , (\bar{X}_{aj} > UCL_{\bar{X}_c}) \vee (\bar{X}_{cj} < LCL_{\bar{X}_a}) \\ 1 - \frac{(\bar{X}_{cj} - UCL_{\bar{X}_a})}{(\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{aj})} & , (\bar{X}_{cj} > UCL_{\bar{X}_a}) \\ 1 - \frac{(LCL_{\bar{X}_c} - \bar{X}_{aj})}{(\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{aj})} & , (\bar{X}_{aj} < LCL_{\bar{X}_c}) \\ \text{Min} \left\{ 1 - \frac{(\bar{X}_{cj} - UCL_{\bar{X}_a})}{(\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{aj})}, 1 - \frac{(LCL_{\bar{X}_c} - \bar{X}_{aj})}{(\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{aj})} \right\} & , (\bar{X}_{cj} > UCL_{\bar{X}_a}) \wedge (\bar{X}_{aj} < LCL_{\bar{X}_c}) \end{cases}$$

$$C_{R_j} = \begin{cases} 1 & , (R_{cj} \leq UCL_{Ra}) \wedge (R_{aj} \geq LCL_{Rc}) \\ 0 & , (R_{aj} > UCL_{Rc}) \vee (R_{cj} < LCL_{Ra}) \\ 1 - \frac{(R_{cj} - UCL_{Ra})}{(R_{cj} - R_{aj})} & , (R_{cj} > UCL_{Ra}) \\ 1 - \frac{(LCL_{Rc} - R_{aj})}{(R_{cj} - R_{aj})} & , (R_{aj} < LCL_{Rc}) \\ \text{Min} \left\{ 1 - \frac{(R_{cj} - UCL_{Ra})}{(R_{cj} - R_{aj})}, 1 - \frac{(LCL_{Rc} - R_{aj})}{(R_{cj} - R_{aj})} \right\} & , (R_{cj} > UCL_{Ra}) \wedge (R_{aj} < LCL_{Rc}) \end{cases}$$

Menurut Kaya dan Kahraman (2011), pada pendekatan *fuzzy rules* memiliki lima aturan. Keputusan yang mungkin dihasilkan tersebut digambarkan sebagai berikut:

1. Fuzzy Rules-1

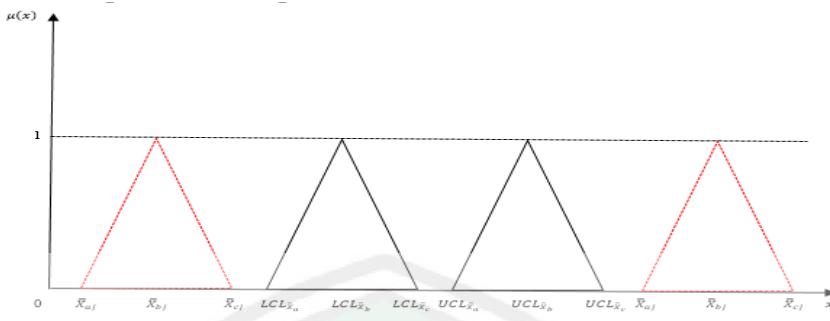
Fuzzyrules-1 menjelaskan kasus dimana rata-rata sampel kabur atau *range* sampel kabur seluruhnya berada dalam batas kendali kabur, sehingga pada kasus tersebut proses dikatakan “*in control*”, sesuai dengan Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Fuzzy Rules-1

2. Fuzzy Rules-2

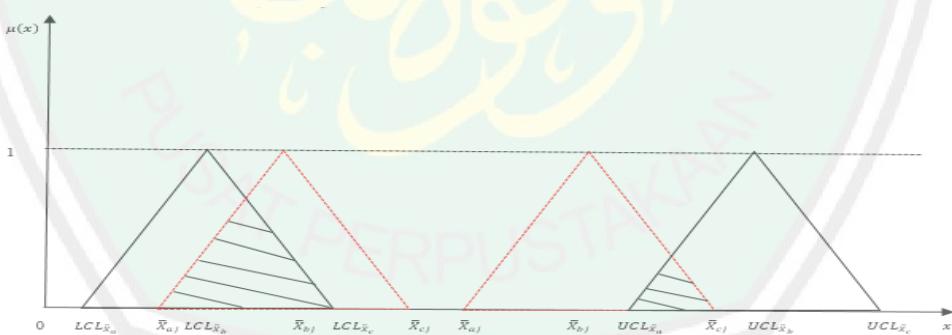
Fuzzyrules-2 merupakan kasus yang bertolak belakang dari *fuzzy rules-1*, *fuzzy rules-2* menjelaskan kasus di manarata-rata sampel kabur atau *range* sampel kabur seluruhnya berada di luar batas kendali kabur maka proses dikatakan “*out control*”, sesuai dengan Gambar 4.3.



Gambar 4.3Fuzzy Rules-2

3. Fuzzy Rules-3 dan 4

Fuzzy rules-3 dan *4* menjelaskan kasus di mana hanya sebagian rata-rata sampel kabur atau *range* sampel kabur yang berada pada salah satu batas kendalikabur, maka pada kasus ini jika persentase daerah dari rata-rata sampel kabur ($C_{\bar{X}_j}$), atau *range* sampel kabur (C_{R_j}) yang berada di dalam batas kendali kabur sama dengan atau lebih besar dari persentase daerah permintaan yang telah ditetapkan (β), maka proses dikatakan “*rather in control*” dan sebaliknya dikatakan “*rather out of control*”, sesuai dengan Gambar 4.4.

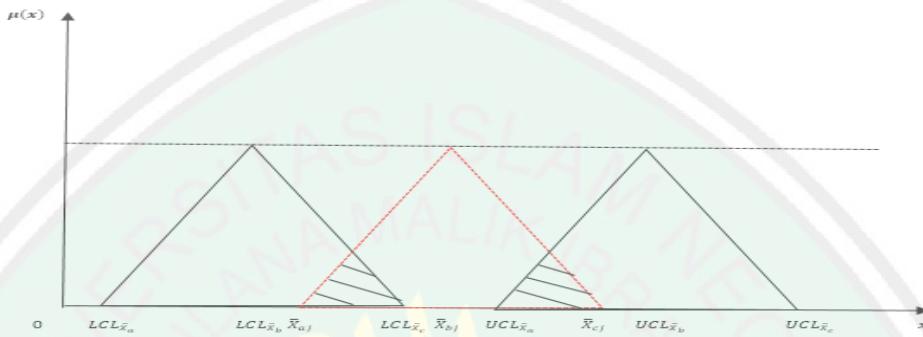


Gambar 4.4Fuzzy Rules-3 dan 4

4. Fuzzy Rules-5

Fuzzy rules-5 menjelaskan kasus di mana hanya sebagian rata-rata sampel kabur atau *range* sampel kabur yang berada pada kedua batas kendalikabur. Dalam kasus ini, proses dikatakan *rather in control* jika persentase daerah dari rata-rata sampel kabur ($C_{\bar{X}_j}$) atau *range* sampel kabur (C_{R_j}) yang berada di dalam batas kendali kabur sama dengan atau lebih besar dari persentase daerahpermintaan yang

telah ditetapkan (β). Proses dikatakan *rather out of control* jika persentase daerah dari rata-rata sampel kabur ($C_{\bar{X}_j}$) atau *range* sampel kabur (C_{R_j}) yang berada di dalam batas kendali kabur kurang dari persentase daerah permintaan yang telah ditetapkan (β), sesuai dengan Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Fuzzy Rules-5

Berdasarkan lima aturan yang ditentukan *fuzzy rules*, kondisi proses terkendali pada masing-masing sampel dapat didefinisikan sebagai berikut (Kaya dan Kahraman, 2011):

$$\text{Proses kendali} = \begin{cases} \text{in control} & , (C_{\bar{X}_j} = 1) \wedge (C_{R_j} = 1) \\ \text{out control} & , (C_{\bar{X}_j} = 0) \vee (C_{R_j} = 0) \\ \text{rather in control} & , (C_{\bar{X}_j} \geq \beta) \wedge (C_{R_j} \geq \beta) \\ \text{rather out of control} & , (C_{\bar{X}_j} < \beta) \vee (C_{R_j} < \beta) \end{cases}$$

4.3 Penentuan Kapabilitas Proses Kabur

Dalam analisis kapabilitas proses dikenal adanya batas-batas spesifikasi. Batas spesifikasi ditentukan berdasarkan kebutuhan pelanggan. Apa yang diinginkan pelanggan terhadap produk atau pelayanan dianalisis dengan riset pasar dan dikombinasikan dengan perancangan produk dan jasa atau pelayanan. Batas spesifikasi dari suatu produkyang direpresentasikan dalam bilangan kabur segitiga didefinisikan sebagai berikut:

$$\widetilde{USL} = TFN(u_a, u_b, u_c)$$

$$\widetilde{LSL} = TFN(l_a, l_b, l_c)$$

dengan,

\widetilde{USL} : batas spesifikasi atas kabur.

\widetilde{LSL} : batas spesifikasi bawah kabur.

u_r : batas spesifikasi atas dari representasi ke- r bilangan kabursegitiga,
 $r = a, b, c.$

l_r : batas spesifikasi bawah dari representasi ke- r bilangan kabursegitiga,
 $r = a, b, c.$

Sebelum menentukan kapabilitas proses kabur, ditentukan terlebih dahulu rata-rata proses kabur $\tilde{\mu}$ dan standar deviasi kabur $\tilde{\sigma}$ dari sampel yang diteliti.

$$\tilde{\mu} = \tilde{\bar{X}} = TFN(\mu_a, \mu_b, \mu_c)$$

$$\tilde{\sigma} = \frac{\tilde{R}}{d_2} = TFN\left(\frac{\bar{r}_a}{d_2}, \frac{\bar{r}_b}{d_2}, \frac{\bar{r}_c}{d_2}\right) = TFN(\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c)$$

Analisis kapabilitas proses merupakan prosedur yang digunakan untuk memprediksi kinerja jangka panjang yang berada dalam batas pengendali proses statistik. Analisis kapabilitas proses yang direpresentasikan dalam bilangan kabursegitiga didefinisikan sebagai berikut (Kaya dan Kahraman, 2011):

$$\tilde{C}_p = \frac{\widetilde{USL} - \widetilde{LSL}}{6\tilde{\sigma}} = TFN\left(\frac{u_a - l_c}{6\sigma_c}, \frac{u_b - l_b}{6\sigma_b}, \frac{u_c - l_a}{6\sigma_a}\right)$$

$$\tilde{C}_{pu} = \frac{\widetilde{USL} - \tilde{\mu}}{3\tilde{\sigma}} = TFN\left(\frac{u_a - \mu_c}{3\sigma_c}, \frac{u_b - \mu_b}{3\sigma_b}, \frac{u_c - \mu_a}{3\sigma_a}\right)$$

$$\tilde{C}_{pl} = \frac{\tilde{\mu} - \widetilde{LSL}}{3\tilde{\sigma}} = TFN\left(\frac{\mu_a - l_c}{3\sigma_c}, \frac{\mu_b - l_b}{3\sigma_b}, \frac{\mu_c - l_a}{3\sigma_a}\right)$$

$$\tilde{C}_{pk} = \min\{\tilde{C}_{pu}, \tilde{C}_{pl}\}$$

dengan,

\tilde{C}_p : nilai kapabilitas proses kabur.

\tilde{C}_{pu} : indeks kapabilitas proses atas kabur.

\tilde{C}_{pl} : indeks kapabilitas proses bawah kabur.

\tilde{C}_{pk} : indeks kapabilitas proses kabur.

Kriteria penilaian dalam kapabilitas proses yaitu jika $C_p > 1$ maka proses disebut baik (*Capable*), jika $C_p < 1$ maka proses disebut kurang baik (*not Capable*). Jika $C_{pk} = C_p$ maka proses dikatakan ideal. Jika $C_{pk} = 1$ maka proses menghasilkan produk yang sesuai dengan spesifikasi. Jika $C_{pk} > 1$ maka proses disebut baik (*Capable*) sebaliknya jika $C_{pk} < 1$ maka proses disebut kurang baik (*not Capable*).

4.4 Penerapan Grafik Pengendali Kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ Menggunakan Pendekatan *Fuzzy Rules* dan Penerapan Kapabilitas Proses Kabur

4.4.1 Analisis Deskriptif Data

Gambaran umum data karakteristik kualitas digunakan untuk mengetahui karakteristik masing-masing variabel data dengan menggunakan analisis deskriptif statistik. Dalam penelitian ini variabel yang digunakan yaitu pH air PDAM. Batas spesifikasi atas yang telah ditentukan oleh perusahaan adalah 8,5 sedangkan batas spesifikasi bawah adalah 6,5. Berikut adalah hasil analisis deskriptif pH air dengan menggunakan *software* Minitab 14.

Tabel 4.1 Deskriptif Statistik Data pH Air

N	Rata-rata	Standar Deviasi	Minimum	Maksimum
360	7,1248	0,0831	6,9400	7,3500

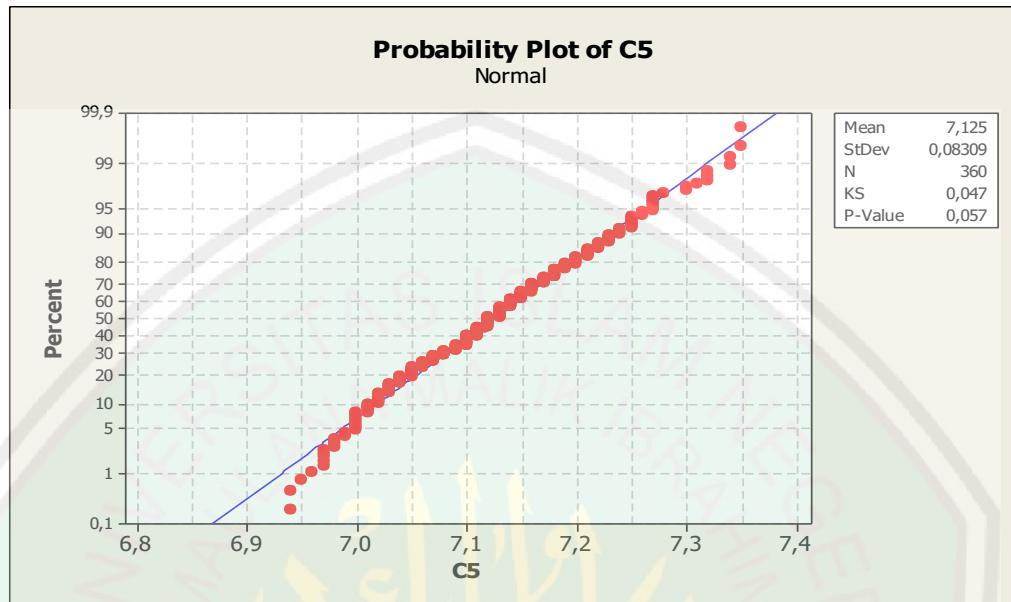
Pada Tabel 4.1 data yang digunakan sebanyak 360, di mana data tersebut diambil selama satu bulan yaitu pada bulan Juli 2015, setiap harinya diamati sebanyak 12 kali di mana data tersebut diambil dua jam sekali dalam sehari. Namun pada hari ke-21, data pH air tidak terdeteksi, hal itu disebabkan karena terjadi gangguan pada sistem operator. Sehingga data yang digunakan hanya 30 hari. Nilai rata-ratapH berada di dalam batas standar perusahaan, karena pH air tersebut mempunyai nilai rata-rata sebesar 7,1248.

Nilai minimum pH sebesar 6,9400, sedangkan nilai maksimum dari pH sebesar 7,3500, batas spesifikasi dari perusahaan berkisar 6,5 – 8,5, berarti nilai tersebut sudah berada dalam standar perusahaan. Jika air memiliki nilai $pH > 8,5$ maka kadar basa dalam air tersebut terlalu berlebihan, begitu juga sebaliknya ketika nilai $pH < 6,5$, maka kadar asam dalam air tersebut terlalu berlebihan. Karena ketika nilai pH air tidak sesuai dengan batas spesifikasi yang sudah ditentukan, maka air tersebut tidak baik untuk dikonsumsi masyarakat. Sehingga diperlukan perlakuan khusus untuk membuat kadar pH air tersebut normal.

4.4.2 Uji Normalitas

Setelah didapatkan gambaran umum karakteristik data pada subbab sebelumnya, langkah selanjutnya yaitu menguji normalitas data. Distribusi normal merupakan asumsi yang harus dipenuhi sebelum menganalisis data menggunakan grafik pengendali $\bar{X} - R$ dan kapabilitas proses. Pengujian asumsi normal berfungsi untuk memastikan data pengamatan sudah mengikuti distribusi normal. Dalam penelitian ini digunakan *software* Minitab 14 khususnya uji normalitas

Kolmogorov-Smirnov. Berikut adalah hasil uji normalitas data pH air pada periode 01 Juli 2015 sampai 31 Juli 2015 menggunakan *software* Minitab 14.



Gambar 4.6 Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov untuk Data pH Air

Pada grafik tersebut terlihat bahwa *p-value* nya lebih besar dari 0,050 yaitu 0,057. Dari nilai *p-value* tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa data produksi air PDAM pada variabel pH berdistribusi normal. Dengan demikian data tersebut dapat dilanjutkan untuk proses analisis berikutnya.

4.4.3 Representasi Data pH Air ke Bilangan Kabur Segitiga

Dalam penelitian ini, data hasil analisis pH sebanyak 30 sampel yang masing-masing data tersebut diamati sebanyak 12 kali. Maka pada kasus kabur setiap sampel pengamatan direpresentasikan ke dalam bilangan kabur berdasarkan fungsi keanggotaan segitiga, sehingga setiap sampel ke-*i* pada pengamatan ke-*j* ditambah dan dikurangi standar deviasi, di mana masing-masing sampel memiliki standar deviasi yang berbeda-beda. Sebagai contoh data

pengamatan hari pertama pada jam pertama, maka representasi bilangan kabur segitiga dari data tersebut adalah

$$\begin{aligned} X_{a11} &= X_{11} - k\sigma_1 \\ &= 7,2200 - 0,1(0,0584) \\ &= 7,2142 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{b11} &= X_{11} \\ &= 7,2200 \\ X_{c11} &= X_{11} + k\sigma_1 \\ &= 7,2200 + 0,1(0,0584) \\ &= 7,2258 \end{aligned}$$

Jadi dapat dituliskan bilangan kabur segitiga dari data tersebut sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{11} &= TFN(X_{a11}, X_{b11}, X_{c11}) \\ &= TFN(7,2142; 7,2200; 7,2258) \end{aligned}$$

Berikut adalah hasil representasi bilangan kabur segitiga dari data pH air PDAM:

Tabel 4.2 Hasil Representasi Bilangan Kabur Segitiga pada Data pH Air Produksi PDAM

Pengamatan	X_a				...	X_c			
	1	2	12	12		1	2	12	12
1	7,2142	7,2342	7,1142	7,1142		7,2258	7,2458	7,1258	7,1258
2	7,2060	7,1260	7,1260	7,1260		7,2140	7,1340	7,1340	7,1340
3	7,1849	7,0349	7,1249	7,1249		7,1951	7,0451	7,1351	7,1351
4	7,1040	7,0940	7,2440	7,2440		7,1160	7,1060	7,2560	7,2560
5	7,2619	7,2519	7,1519	7,1519		7,2781	7,2681	7,1681	7,1681
:	:	:	:	:		:	:	:	:
31	7,1731	7,1631	6,9931	6,9931		7,1869	7,1769	7,0069	7,0069

Keterangan: Hasil representasi secara lengkap tersaji dalam Lampiran 3

4.4.4 Penerapan Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ Menggunakan Pendekatan

Fuzzy Rules Berdasarkan Data pH Air

Berdasarkan data pada Tabel 4.2, rata-rata kabur (\tilde{X}_j) dari karakteristik sampel pengamatan dengan $r = a, b, c; i = 1, 2, 3, \dots, 12; j = 1, 2, 3, \dots, 30$ adalah sebagai berikut:

untuk $j = 1$ maka,

$$\begin{aligned}\bar{X}_{a1} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ai1} \\ &= \frac{1}{12} (7,2142 + 7,2342 + \dots + 7,1142) \\ &= 7,1375\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{b1} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{bi1} \\ &= \frac{1}{12} (7,2200 + 7,2400 + \dots + 7,1200) \\ &= 7,1433\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{c1} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ci1} \\ &= \frac{1}{12} (7,2258 + 7,2458 + \dots + 7,1258) \\ &= 7,1492\end{aligned}$$

untuk $j = 2$ maka,

$$\begin{aligned}\bar{X}_{a2} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ai2} \\ &= \frac{1}{12} (7,2060 + 7,1260 + \dots + 7,1260)\end{aligned}$$

$$= 7,1460$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{b2} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{bi2} \\ &= \frac{1}{12} (7,2100 + 7,1300 + \dots + 7,1300) \\ &= 7,1500\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{X}_{c2} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ci2} \\ &= \frac{1}{12} (7,2140 + 7,1340 + \dots + 7,1340) \\ &= 7,1540\end{aligned}$$

demikian selanjutnya sampai $j = 30$.

Hasil perhitungan nilai rata-rata kabur ($\tilde{\bar{X}}_j$) dari karakteristik sampel pengamatan secara lengkap terdapat dalam Lampiran 4. Representasi bilangan kabur rata-rata dari rata-rata sampel tersebut berdasarkan persamaan (2.13) adalah

$$\begin{aligned}\bar{\bar{X}}_a &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj} \\ &= \frac{1}{30} (7,1375 + 7,1460 + \dots + 7,1965) \\ &= 7,1193\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{\bar{X}}_b &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj} \\ &= \frac{1}{30} (7,1433 + 7,1500 + \dots + 7,2033) \\ &= 7,1248\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{\bar{X}}_c &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj} \\ &= \frac{1}{30} (7,1492 + 7,1540 + \dots + 7,2102) \\ &= 7,1303\end{aligned}$$

Range kabur dari karakteristik sampel pengamatan di atas berdasarkan persamaan (2.14) dengan $r = a, b, c; i = 1, 2, 3, \dots, 12; j = 1, 2, 3, \dots, 30$ adalah sebagai berikut:

untuk $j = 1$ maka,

$$R_{a1} = \max X_{a1} - \min X_{c1} = 7,2342 - 7,0758 = 0,1583$$

$$R_{b1} = \max X_{b1} - \min X_{b1} = 7,2400 - 7,0700 = 0,1700$$

$$R_{c1} = \max X_{c1} - \min X_{a1} = 7,2458 - 7,0642 = 0,1817$$

untuk $j = 2$ maka,

$$R_{a2} = \max X_{a2} - \min X_{c2} = 7,2060 - 7,0940 = 0,1120$$

$$R_{b2} = \max X_{b2} - \min X_{b2} = 7,2100 - 7,0900 = 0,1200$$

$$R_{c2} = \max X_{c2} - \min X_{a2} = 7,2140 - 7,0860 = 0,1280$$

demikian selanjutnya sampai $j = 30$.

Hasil perhitungan nilai *range* kabur (\tilde{R}_j) dari karakteristik sampel pengamatan secara lengkap terdapat dalam Lampiran 5. Rata-rata dari *range* sampel tersebut berdasarkan persamaan (2.15) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\bar{R}_a &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_{aj} \\ &= \frac{1}{30} (0,1583 + 0,1120 + \dots + 0,2362) \\ &= 0,1690\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{R}_b &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_{bj} \\ &= \frac{1}{30} (0,1700 + 0,1200 + \dots + 0,2500) \\ &= 0,1800\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{R}_c &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m R_{cj} \\ &= \frac{1}{30} (0,1817 + 0,1280 + \dots + 0,2638) \\ &= 0,1910\end{aligned}$$

Sehingga untuk $n = 12$, $A_2 = 0,266$ batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ berdasarkan persamaan (2.16) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widetilde{UCL}_{\bar{X}} &= \tilde{\bar{X}} + A_2 \tilde{\bar{R}} \\ &= TFN(\bar{\bar{X}}_a + A_2 \bar{R}_a, \bar{\bar{X}}_b + A_2 \bar{R}_b, \bar{\bar{X}}_c + A_2 \bar{R}_c) \\ &= TFN((7,1193 + (0,266)(0,1690)), (7,1248 \\ &\quad + (0,266)(0,1800)), (7,1303 + (0,266)(0,1910))) \\ &= TFN(7,1643; 7,1727; 7,1811) \\ \widetilde{CL}_{\bar{X}} &= TFN(\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) \\ &= TFN(7,1193; 7,1248; 7,1303) \\ \widetilde{LCL}_{\bar{X}} &= \tilde{\bar{X}} - A_2 \tilde{\bar{R}} \\ &= TFN(\bar{\bar{X}}_a - A_2 \bar{R}_c, \bar{\bar{X}}_b - A_2 \bar{R}_b, \bar{\bar{X}}_c - A_2 \bar{R}_a) \\ &= TFN((7,1193 - (0,266)(0,1910)), (7,1248 \\ &\quad - (0,266)(0,1800)), (7,1303 - (0,266)(0,1690))) \\ &= TFN(7,0685; 7,0769; 7,0853)\end{aligned}$$

Sedangkan batas kendali grafik pengendali kabur berdasarkan persamaan (2.17) adalah sebagai berikut.

$$\widetilde{UCL}_R = \tilde{\bar{R}}D_4$$

$$= TFN (\bar{R}_a D_4, \bar{R}_b D_4, \bar{R}_c D_4)$$

$$= TFN ((0,1690)(1,717), (0,1800)(1,717), (0,1910)(1,717))$$

$$= TFN (0,2902; 0,3091; 0,3279)$$

$$\widetilde{CL}_R = \tilde{\bar{R}}$$

$$= TFN (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c)$$

$$= TFN (0,1690; 0,1800; 0,1910)$$

$$\widetilde{LCL}_R = \tilde{\bar{R}}D_3$$

$$= TFN (\bar{R}_a D_3, \bar{R}_b D_3, \bar{R}_c D_3)$$

$$= TFN ((0,1690)(0,283), (0,1800)(0,283), (0,1910)(0,283))$$

$$= TFN (0,0478; 0,0509; 0,0540)$$

Setelah batas kendali sudah terhitung, maka langkah selanjutnya yaitu mengetahui proses kendali dengan menggunakan pendekatan *fuzzy rules*. Proses kendali diklasifikasikan menjadi empat kemungkinan yaitu “*in control*”, “*out of control*”, “*rather in control*”, atau “*rather out of control*”. Proses kendali tersebut didapatkan setelah diketahui nilai $C_{\bar{X}_j}$ dan nilai C_{R_j} .

Pada pembahasan sebelumnya didapatkan rata-rata sampel kabur pada pengamatan pertama yaitu

$$\bar{X}_1 = (7,1375; 7,1433; 7,1492)$$

batas atas grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ yaitu

$$\widetilde{UCL}_{\bar{X}} = TFN (7,1643; 7,1727; 7,1811)$$

batas bawah grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ yaitu

$$\widetilde{LCL}_{\bar{X}} = TFN (7,0685; 7,0769; 7,0853)$$

Sehingga terpenuhi pada kondisi $(\bar{X}_{c1} \leq UCL_{\bar{X}_a}) \wedge (\bar{X}_{a1} \geq LCL_{\bar{X}_c})$, $(7,1492 < 7,1643) \wedge (7,1375 > 7,0853)$. Oleh karena itu, didapatkan nilai $C_{\bar{X}_1} = 1$, yang menunjukkan bahwa rata-rata sampel kabur pada pengamatan pertama terkendali seluruhnya atau disebut *in control*.

Sama halnya dengan kondisi *range* sampel kabur, didapatkan *range* sampel kabur pada pengamatan pertama yaitu

$$R_1 = (0,1583; 0,1700; 0,1817)$$

batas atas grafik pengendali kabur \tilde{R} yaitu

$$\widetilde{UCL}_R = TFN (0,2902; 0,3091; 0,3279)$$

batas bawah grafik pengendali kabur \tilde{R} yaitu

$$\widetilde{LCL}_R = TFN (0,0478; 0,0509; 0,0540).$$

Sehingga terpenuhi pada kondisi $(R_{c1} \leq UCL_{R_a}) \wedge (R_{a1} \geq LCL_{R_c})$, $(0,1817 < 0,2902) \wedge (0,1583 > 0,0540)$. Oleh karena itu didapatkan nilai $C_{R_1} = 1$, yang menunjukkan *range* sampel kabur pada pengamatan pertama terkendali seluruhnya atau disebut *in control*.

Karena nilai $C_{\bar{X}_1} = 1$ dan nilai $C_{R_1} = 1$, sehingga terpenuhi pada kondisi $(C_{\bar{X}_1} = 1) \wedge (C_{R_1} = 1)$, yang menunjukkan bahwa seluruh rata-rata sampel kabur dan *range* sampel kabur pada pengamatan pertama *in control* pada grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$.

Dalam penelitian ini, tidak semua rata-rata sampel kabur dan *range* sampel kabur *in control*. Rata-rata sampel kabur pada pengamatan ke-4 menunjukkan kondisi *rather out of control*. Kondisi *rather out of control* tersebut merupakan kondisi di mana hanya sebagian rata-rata sampel kabur yang berada pada salah satu batas kendalikabur. Berikut adalah perhitungan persentase daerah dari rata-rata sampel kabur yang berada di dalam batas kendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ yang menyebabkan kondisi *rather out of control*.

$$\begin{aligned} C_{\bar{X}_4} &= 1 - \frac{(\bar{X}_{c4} - UCL_{\bar{X}_a})}{(\bar{X}_{c4} - \bar{X}_{a4})} \\ &= 1 - \frac{(7,1710 - 7,1643)}{(7,1710 - 7,1590)} \\ &= 1 - \frac{0,0067}{0,0120} \\ &= 1 - 0,5583 \\ &= 0,4417 \end{aligned}$$

Nilai $C_{\bar{X}_4}$ lebih kecil dari β , dimana β merupakan persentase daerah permintaan yang telah ditetapkan, yaitu $0,4417 < 0,5$. Dari perbandingan persentase daerah rata-rata sampel kabur yang berada dalam batas kendali kabur ($C_{\bar{X}}$) dan persentase daerah permintaan yang telah ditetapkan (β) menunjukkan bahwa rata-rata sampel kabur pada pengamatan ke-4 berada dalam kondisi *rather out of control*.

Berikut adalah hasil dari proses kendali menggunakan pendekatan *fuzzy rules* pada grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$.

Tabel 4.3 Hasil dari Proses Kendali Menggunakan Pendekatan *Fuzzy Rules* pada Iterasi ke-1

Pengamatan	<i>Fuzzy rules</i> untuk grafik pengendali kabur \tilde{X}	<i>Fuzzy rules</i> untuk grafik pengendali kabur \tilde{R}
1	<i>in control</i>	<i>in control</i>
2	<i>in control</i>	<i>in control</i>
3	<i>in control</i>	<i>in control</i>
4	<i>rather out of control</i>	<i>in control</i>
5	<i>out control</i>	<i>in control</i>
:	:	:
31	<i>out control</i>	<i>in control</i>

Keterangan: Kondisi lengkap tersaji dalam Lampiran 6

Berdasarkan hasil dari proses kendali menggunakan pendekatan *fuzzy rules* pada grafik pengendali kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ di atas, terdapat beberapa rata-rata sampel kabur *out control* pada grafik pengendali kabur \tilde{X} yaitu pada pengamatan ke-5, ke-7, ke-11, ke-12, ke-15, ke-16, ke-17, ke-25, ke-27, ke-28, ke-29, ke-30 dan ke-31, *rather out of control* pada pengamatan ke-4, ke-18 dan ke-26, *rather in control* pada pengamatan ke-20.

Sedangkan *range* sampel kabur *out control* pada grafik pengendali kabur \tilde{R} yaitu pada pengamatan ke-18, *rather out of control* pada pengamatan ke-7 dan ke-19, *rather in control* pada pengamatan ke-30.

Dengan demikian, pada iterasi ke-1 data pH air produksi belum seluruhnya *in control*, baik secara rata-rata maupun variabilitas. Sehingga harus dilakukan perhitungan ulang dengan cara menghilangkan sampel kabur yang telah

diketahui belum *in control* sampai mendapatkan seluruh sampel kabur *in control* baik secara rata-rata maupun variabilitas.

Pada iterasi ke-2, masih terdapat rata-rata sampel kabur *rather in control* pada pengamatan ke-10 dan ke-24, *rather out of control* pada pengamatan ke-23. Sehingga harus dilakukan perhitungan ulang dengan cara menghilangkan sampel kabur yang belum *in control* tersebut. Sedangkan secara variabilitas, sampel kabur tersebut sudah *in control* seluruhnya.

Pada iterasi ke-3, didapatkan seluruh sampel kabur *in control* baik secara rata-rata maupun variabilitas seperti yang sudah tersaji pada Lampiran 6. Pada iterasi tersebut didapatkan batas kendali grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ dengan batas atas grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ yaitu

$$\widetilde{UCL}_{\bar{X}} = (7,1741; 7,1812; 7,1882)$$

batas bawah grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ yaitu

$$\widetilde{LCL}_{\bar{X}} = (7,0979; 7,1049; 7,1120).$$

Sedangkan batas kendali grafik pengendali kabur \tilde{R} dengan batas atas grafik pengendali kabur R yaitu

$$\widetilde{UCL}_R = (0,2303; 0,2461; 0,2619)$$

batas bawah grafik pengendali kabur R yaitu

$$\widetilde{LCL}_R = (0,0380; 0,0406; 0,0432)$$

Dengan batas kendali tersebut, seluruh sampel kabur *in control* baik secara rata-rata maupun variabilitas. Sehingga batas kendali tersebut dapat digunakan sebagai acuan untuk mengendalikan proses produksi air PDAM selanjutnya khususnya variabel pH. Batas kendali tersebut juga dapat digunakan untuk menghitung kapabilitas proses kabur.

4.4.5 Penerapan Kapabilitas Proses Kabur Berdasarkan Data pH Air

Kapabilitas proses merupakan kemampuan suatu proses untuk beroperasi sesuai dengan spesifikasi yang telah ditentukan. Kapabilitas proses kabur dapat dihitung setelah didapatkan seluruh rata-rata sampel kabur dan *range* sampel kabur dalam keadaan *in control*. Pada subbab sebelumnya telah didapatkan batas kendali yang menyebabkan seluruh rata-rata sampel kabur dan *range* sampel kabur *in control*. Sehingga batas kendali tersebut digunakan untuk perhitungan kapabilitas proses kabur.

Jika $C_{pk} = 1$ maka proses menghasilkan produk yang sesuai dengan spesifikasi. Jika $C_{pk} > 1$ maka proses disebut baik (*Capable*) sebaliknya jika $C_{pk} < 1$ maka proses disebut kurang baik (*not Capable*). Semakin tinggi indeks kapabilitas proses maka semakin sedikit produk yang berada di luar batas-batas spesifikasi.

Dalam produksi air PDAM telah ditentukan nilai *USL* yaitu 8,5 dan nilai *LSL* yaitu 6,5. Nilai *USL* dan *LSL* tersebut direpresentasikan ke dalam bilangan kabur segitiga. Berikut adalah representasi *USL* ke bilangan kabur segitiga.

$$\begin{aligned}
 u_b &= USL \\
 &= 8,5 \\
 u_a &= u_b - k\sigma \\
 &= 8,5 - 0,1(0,0548) \\
 &= 8,4945 \\
 u_c &= u_b + k\sigma \\
 &= 8,5 + 0,1(0,0548) \\
 &= 8,5055
 \end{aligned}$$

Sehingga bentuk representasi bilangan kabur segitiga dari USL adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widetilde{USL} &= TFN(u_a, u_b, u_c) \\ &= TFN(8,4945; 8,5; 8,5055)\end{aligned}$$

Selanjutnya direpresentasikan LSL ke bilangan kabur segitiga. Berikut adalah representasi LSL ke bilangan kabur segitiga.

$$\begin{aligned}l_b &= LSL \\ &= 6,5 \\ l_a &= l_b - k\sigma \\ &= 6,5 - 0,1(0,0548) \\ &= 6,4945 \\ l_c &= l_b + k\sigma \\ &= 6,5 + 0,1(0,0548) \\ &= 6,5055\end{aligned}$$

Sehingga bentuk representasi bilangan kabur segitiga dari LSL adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\widetilde{LSL} &= TFN(l_a, l_b, l_c) \\ &= TFN(6,4945; 6,5; 6,5055)\end{aligned}$$

Berikut adalah proses perhitungan untuk mencari kapabilitas proses kabur. Sebelum perhitungan lebih lanjut, ditentukan terlebih dahulu standar deviasi (σ). Nilai σ tersebut direpresentasikan ke dalam bilangan kabur segitiga, sehingga standar deviasi kabur dinotasikan $\tilde{\sigma}$, berikut adalah representasi bilangan kabur segitiga dari σ .

$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma} &= \frac{\tilde{R}}{d_2} \\
&= TFN\left(\frac{\bar{r}_a}{d_2}; \frac{\bar{r}_b}{d_2}; \frac{\bar{r}_c}{d_2}\right) \\
&= TFN\left(\frac{0,1341}{3,258}; \frac{0,1433}{3,258}; \frac{0,1526}{3,258}\right) \\
&= TFN(0,0412; 0,0440; 0,0468) \\
\\
\tilde{C}_p &= \frac{\widetilde{USL} - \widetilde{LSL}}{6\tilde{\sigma}} \\
&= TFN\left(\frac{u_a - l_c}{6\sigma_c}, \frac{u_b - l_b}{6\sigma_b}, \frac{u_c - l_a}{6\sigma_a}\right) \\
&= TFN\left(\frac{8,4945 - 6,5055}{6(0,0468)}; \frac{8,5 - 6,5}{6(0,0440)}; \frac{8,5055 - 6,4945}{6(0,0412)}\right) \\
&= TFN(7,0833; 7,5757; 8,1351) \\
\\
\tilde{C}_{pu} &= \frac{\widetilde{USL} - \tilde{\mu}}{3\tilde{\sigma}} \\
&= TFN\left(\frac{u_a - \mu_c}{3\sigma_c}; \frac{u_b - \mu_b}{3\sigma_b}; \frac{u_c - \mu_a}{3\sigma_a}\right) \\
&= TFN\left(\frac{8,4945 - 7,1477}{3(0,0468)}; \frac{8,5 - 7,1431}{3(0,0440)}; \frac{8,5055 - 7,1384}{3(0,0412)}\right) \\
&= TFN(9,5926; 10,2795; 11,0607) \\
\\
\tilde{C}_{pl} &= \frac{\tilde{\mu} - \widetilde{LSL}}{3\tilde{\sigma}} \\
&= TFN\left(\frac{\mu_a - l_c}{3\sigma_c}; \frac{\mu_b - l_b}{3\sigma_b}; \frac{\mu_c - l_a}{3\sigma_a}\right) \\
&= TFN\left(\frac{7,1384 - 6,5055}{3(0,0468)}; \frac{7,1431 - 6,5}{3(0,0440)}; \frac{7,1477 - 6,4945}{3(0,0412)}\right) \\
&= TFN(4,5078; 4,8719; 5,2848) \\
\\
\tilde{C}_{pk} &= \min\{\tilde{C}_{pu}, \tilde{C}_{pl}\} \\
&= TFN(\min\{C_{pua}, C_{pla}\}, \min\{C_{pub}, C_{plb}\}, \min\{C_{puc}, C_{plc}\}) \\
&= TFN(4,5078; 4,8719; 5,2848)
\end{aligned}$$

Pada hasil perhitungan di atas, didapatkan nilai kapabilitas proses kabur yaitu

$$\tilde{C}_p = TFN(7,0833; 7,5757; 8,1351)$$

dan indeks kapabilitas proses kabur yaitu

$$\tilde{C}_{pk} = TFN(4,5078; 4,8719; 5,2848)$$

Nilai $C_p > 1$ dan nilai $C_{pk} > 1$, berarti proses produksi *capable*. Dalam penelitian ini yang dimaksud proses produksi *capable* berarti air produksi PDAM sudah aman untuk dikonsumsi masyarakat, kadar pH air sudah sesuai dengan batas spesifikasi yang ditentukan oleh PDAM.

4.5 Upaya Meningkatkan Keimanan Seorang Muslim

Dari surat al-Anfal/8:2 telah dijelaskan tentang tanda-tanda keimanan seorang muslim. Keimanan seorang muslim tersebut sering mengalami fluktuasi, maka Allah Swt. menjelaskan tentang upaya-upaya dalam meningkatkan keimanan, salah satunya yaitu *membaca dan tadabbur (merenungkan atau memikirkan isi kandungan) al-Quran*. Sebagaimana firman Allah Swt. dalam surat Shad/38:29, yaitu:

كَتَبْ أَنْزَلْنَاهُ إِلَيْكَ مُبَرَّكٌ لِيَدْبُرُوا أَيَّتِهِ وَلِيَتَذَكَّرُ أُولُو الْأَلْبَابِ ۖ

“Ini adalah sebuah kitab yang Kami turunkan kepadamu penuh dengan berkah supaya mereka memperhatikan ayat-ayatnya dan supaya mendapat pelajaran orang-orang yang mempunyai fikiran” (QS. Shad/38:29).

Kami setelah menurunkan kepadamu al-Kitab yang bermanfaat kepada manusia, yang membimbing mereka kepada sesuatu yang memuat kebaikan dan kebahagiaan dalam persoalan agama maupun dunia, yang memuat berbagai macam kemaslahatan agar dipikirkan oleh orang-orang yang mempunyai akal, yang telah diterangi oleh Allah Swt. sanubari mereka, sehingga menempuh petunjuk dan

mengikuti bimbingan-Nya dalam perbuatan-perbuatan mereka, di samping mengingat nasihat-nasihat dan larangan-larangan-Nya serta dapat mengambil pelajaran dari umat terdahulu. Sehingga mereka tidak lagi menyalahinya dan tidak ditimpa oleh apa yang pernah menimpa umat-umat terdahulu, dan tidak dibinasakan seperti halnya mereka yang telah melakukan kedurjanaan dan kerusakan di muka bumi.

Memperhatikan al-Quran (*tadabbur*), bukanlah sekedar dengan membaca dengan suara yang merdu belaka, tetapi dengan mengamalkan isi dan mengikuti perintah-perintah dan larangan-larangan-Nya. Oleh karena itu, Hasan Al-Bashri berkata, “al-Quran benar-benar telah dibaca oleh budak-budak dan anak-anak yang tidak mengetahui ta’wilnya. Mereka hafal huruf-huruf al-Quran, tetapi mereka menyia-nyiakan batas-batasnya”. Sampai ada seorang di antara mereka yang benar-benar berkata, “demi Allah Swt. sesungguhnya aku telah membaca al-Quran. Aku tidak pernah menggugurkan satu huruf pun dari al-Quran. Padahal demi Allah Swt. dia sebenarnya telah menggugurkan al-Quran seluruhnya. Dan tidak tampak padanya pengaruh al-Quran dalam tingkah laku maupun perbuatannya. Demi Allah Swt. dia tidaklah menghafal huruf-huruf al-Quran dan tidak sekedar menyia-nyiakan batas-batas al-Quran. Demi Allah Swt. mereka bukanlah para hakim maupun pemimpin”. Semoga Allah Swt. tidak memperbanyak orang-orang seperti itu di tengah masyarakat (Al-Maraghiy,1989).

Selain membaca dan merenungkan kandungan al-Quran, seorang muslim juga harus mendirikan dan memelihara shalatnya. Sebagaimana firman Allah Swt. dalam surat al-Ankabut/29:45, yaitu:

اَتْلُ مَا اُوحِيَ إِلَيْكَ مِنَ الْكِتَبِ وَأَقِمِ الصَّلَاةَ ۖ إِنَّ الصَّلَاةَ تَنْهَىٰ عَنِ الْفَحْشَاءِ
وَالْمُنْكَرٌ ۗ وَلَذِكْرُ رَبِّكُمْ أَكْبَرُ ۗ وَاللَّهُ يَعْلَمُ مَا تَصْنَعُونَ ۝

“Bacalah apa yang telah diwahyukan kepadamu, yaitu al-Kitab (al-Quran) dan dirikanlah shalat. Sesungguhnya shalat itu mencegah dari (perbuatan-perbuatan) keji dan mungkar. Dan sesungguhnya mengingat Allah (shalat) adalah lebih besar (keutamaannya dari ibadat-ibadat yang lain). Dan Allah mengetahui apa yang kamu kerjakan”(QS. al-Ankabut/29:45).

Tekunlah membaca al-Kitab untuk mendekatkan diri kepada Allah Swt. dengan membacanya, merenungkan rahasia dan faidah yang terkandung di dalamnya, mengingatkan manusia dan mendorong mereka untuk mengamalkan segala hukum, adab dan akhlak mulia yang digariskan di dalamnya.

Kerjakanlah shalat secara sempurna seraya mengharapkan keridhaan-Nya dan kembali kepada-Nya dengan khusyu' dan merendahkan diri. Sebab jika shalat dikerjakan dengan cara demikian, maka ia akan mencegahmu dari berbuat kekejilan dan kemungkaran, karena ia mengandung berbagai macam ibadat, seperti takbir, tasbih, berdiri di hadapan Allah Swt., ruku', dan sujud dengan segenap kerendahan hati, serta pengagungan lantaran di dalam ucapan dan perbuatan shalat terdapat isyarat untuk meninggalkan kekejilan dan kemungkaran. Seakan-akan shalat berkata: Mengapa kamu mendurhakai Allah yang Dia berhak untuk menerima apa yang kamu lakukan? Mengapa patut bagimu melakukan hal itu dan mendurhakai-Nya, padahal kamu telah melakukan ucapan dan perbuatan yang menunjuk kepada keagungan dan kebesaran Allah, keikhlasan dan kembalimu kepada-Nya, serta ketundukan kepada keperkasaan-Nya. Jika kamu mendurhakai-Nya dan melakukan kekejilan serta kemungkaran, maka seakan-akan dia adalah orang yang ucapannya bertentangan dengan perbuatannya.

Sesungguhnya ingatan Allah Swt. kepada kalian dengan melimpahkan rahmat-Nya adalah lebih besar dibanding ingatan kalian kepada-Nya dengan mentaati-Nya.

Dan Allah Swt. mengetahui kebaikan atau keburukan yang kalian perbuat, maka Dia akan membalas kalian sesuai dengan amal kalian, jika baik maka baik pula balasannya, jika buruk maka buruk pula balasannya, sebagaimana hal itu telah menjadi sunnah-Nya yang berlaku pada makhluk-Nya. Dia Maha Bijaksana lagi Maha Mengetahui (Al-Maraghiy, 1989).



BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dari uraian yang telah dibahas pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan:

1. Pada penerapan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$, menunjukkan bahwa terdapat beberapa sampel kabur yang belum *in control* baik secara rata-rata maupun variabilitas. Namun setelah dilakukan revisi sampai tiga iterasi, untuk grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ diperoleh batas atas grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ yaitu

$$\widetilde{UCL}_{\bar{X}} = TFN(7,1741; 7,1812; 7,1882)$$

garis tengah grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ yaitu

$$\widetilde{CL}_{\bar{X}} = TFN(7,1384; 7,1431; 7,1477)$$

dan batas bawah grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}}$ yaitu

$$\widetilde{LCL}_{\bar{X}} = TFN(7,0979; 7,1049; 7,1120).$$

Sedangkan untuk grafik pengendali kabur \tilde{R} , diperoleh batas atas grafik pengendali kabur R yaitu

$$\widetilde{UCL}_R = TFN(0,2303; 0,2461; 0,2619)$$

garis tengah grafik pengendali kabur R yaitu

$$\widetilde{CL}_R = TFN(0,1341; 0,1433; 0,1526)$$

dan batas bawah grafik pengendali kabur R yaitu

$$\widetilde{LCL}_R = TFN(0,0380; 0,0406; 0,0432)$$

Sehingga rata-rata sampel kabur dan *range* sampel kabur terkendali secara statistik, artinya batas kendali kabur ini dapat digunakan sebagai acuan untuk mengendalikan proses produksi air PDAM selanjutnya.

- Nilai kapabilitas proses kabur pada produksi air PDAM dengan variabel pH yaitu

$$\tilde{C}_p = TFN(7,0833; 7,5757; 8,1351)$$

dan indeks kapabilitas proses yaitu

$$\tilde{C}_{pk} = TFN(4,5078; 4,8719; 5,2848)$$

Nilai $C_p > 1$ dan nilai $C_{pk} > 1$, berarti proses produksi air PDAM tersebut *capable*.

- Upaya meningkatkan kualitas keimanan seorang muslim yaitu diantaranya membaca dan *tadabbur* (merenungkan atau memikirkan isi kandungan) al-Quran sebagaimana firman Allah dalam surat Shad ayat 29. Selain itu mengerjakan shalat sebagaimana firman Allah dalam surat al-Ankabut ayat 45.

5.2 Saran

Pada penelitian ini hanya dilakukan penerapan grafik pengendali kabur $\tilde{\bar{X}} - \tilde{\bar{R}}$ pada pengendalian proses produksi, grafik pengendali ini hanya mampu mendeteksi proses terkendali atau tidak, belum mampu mendeteksi adanya pergeseran proses sebagai sinyal awal yang menyebabkan proses tidak terkendali. Sehingga untuk penelitian selanjutnya disarankan menggunakan grafik pengendali kabur jumlah kumulatif (CUSUM).

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Maraghiy, A.M. 1987. *Terjemahan Tafsir Al-Maraghi 11*. Semarang: CV. Toha Putra.
- Al-Maraghiy, A.M. 1989. *Terjemahan Tafsir Al-Maraghi 20*. Semarang: CV. Toha Putra.
- Al-Maraghiy, A.M. 1989. *Terjemahan Tafsir Al-Maraghi 23*. Semarang: CV. Toha Putra.
- Al-Maraghiy, A.M. 1994. *Terjemahan Tafsir Al-Maraghi 9*. Semarang: CV. Toha Putra.
- Ariani, D.W. 2003. *Pengendalian Kualitas Statistik (Pendekatan Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas)*. Yogyakarta: ANDI.
- Kaya, I., dan Kahraman, C. 2011. Process Capability Analyses Based On Fuzzy Measurements and Fuzzy Control Charts. *Expert System Applications*, 38(4): 3172-3184.
- Khademi, M., dan Amirzadeh, V. 2014. Fuzzy Rules for Fuzzy \bar{X} and R Control Charts. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 11 (5): 55-66.
- Kurnia, J.D., Retnaningsih, S.M., dan Aridinanti, L. 2013. Analisis Kapabilitas Proses Produksi Monosodium Glutamat (MSG) di PT. Ajinomoto Indonesia. *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, 2 (1):2337-3520.
- Kusumadewi, S dan Purnomo, H. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Montgomery, D.C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Terjemahan Zanzawi Soejati. Editor Subanar. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Sentruck, S. & Erginel, N. 2009. Development of Fuzzy $\tilde{X} - \tilde{R}$ and $\tilde{X} - \tilde{S}$ Control Charts Using α -cuts. *Information Sciences*, 179(10): 1542-1551.
- Susilo, F. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Lampiran 1

Data Air Produksi PDAM Delta Tirta Sidoarjo Variabel pH pada Periode 01 Juli 2015 - 31 Juli 2015

Hari ke	01.00	03.00	05.00	07.00	09.00	11.00	13.00	15.00	17.00	19.00	21.00	23.00
1	7,22	7,24	7,21	7,11	7,08	7,20	7,070	7,11	7,12	7,14	7,10	7,12
2	7,21	7,13	7,12	7,19	7,16	7,09	7,20	7,20	7,13	7,12	7,12	7,13
3	7,19	7,04	7,07	7,18	7,2	7,17	7,19	7,15	7,2	7,14	7,14	7,13
4	7,11	7,10	7,07	7,17	7,2	7,14	7,12	7,17	7,18	7,2	7,27	7,25
5	7,27	7,26	7,27	7,32	7,35	7,14	7,19	7,12	7,15	7,13	7,14	7,16
6	7,11	7,12	7,13	7,13	7,16	7,16	7,18	7,18	7,18	7,05	7,07	7,10
7	7,12	7,16	7,03	7,12	7,10	7,22	7,25	7,21	7,27	7,32	7,31	7,34
8	7,17	7,14	7,27	7,21	7,12	7,10	7,11	7,14	7,12	7,10	7,14	7,18
9	7,18	7,14	7,12	7,15	7,16	7,21	7,17	7,11	7,13	7,11	7,13	7,1
10	7,12	7,11	7,21	7,10	7,18	7,18	7,03	7,14	7,16	7,04	7,010	7,00
11	6,98	6,97	7,00	7,05	7,07	7,03	7,05	7,07	7,06	7,00	7,02	7,17
12	6,97	6,94	6,98	7,09	7,05	7,02	7,04	7,07	7,08	7,1	7,15	7,12
13	7,23	7,17	7,19	7,18	7,10	7,13	7,10	7,11	7,12	7,11	7,13	7,19
14	7,10	7,12	7,13	7,10	7,21	7,09	7,06	7,08	7,13	7,14	7,16	7,20
15	7,22	7,25	7,27	7,26	7,11	7,16	7,20	7,15	7,20	7,19	7,20	7,26
16	7,22	7,23	7,25	7,24	7,22	7,23	7,25	7,24	7,23	7,24	7,25	7,15
17	7,27	7,27	7,30	7,28	7,32	7,19	7,15	7,16	7,16	7,15	7,14	7,16
18	7,13	7,15	7,18	7,13	7,18	7,34	7,17	7,13	7,35	7,15	7,00	7,14
19	7,13	7,18	7,16	7,30	7,13	7,00	7,11	7,1	7,07	7,17	7,12	7,09
20	7,08	7,01	7,23	7,13	7,12	7,02	7,14	7,15	7,00	7,21	6,99	7,04
22	7,22	7,23	7,21	7,10	7,08	7,12	7,16	7,11	7,11	7,15	7,13	7,15

Lanjutan

Hari ke	01.00	03.00	05.00	07.00	09.00	11.00	13.00	15.00	17.00	19.00	21.00	23.00
23	7,117	7,16	7,05	7,13	7,09	7,07	7,10	7,08	7,11	7,14	7,08	7,06
24	7,16	7,15	7,17	7,09	7,12	7,10	7,09	7,10	7,11	7,09	7,02	7,05
25	7,05	7,04	7,01	7,08	7,06	7,06	7,05	7,05	7,04	7,03	6,96	6,95
26	7,14	7,13	7,11	7,09	7,10	7,12	7,06	7,06	7,05	7,06	7,03	7,02
27	6,94	6,97	7,04	7,08	7,04	7,01	7,03	7,01	7,03	7,05	7,02	7,04
28	7,06	7,15	7,09	7,07	7,05	7,00	7,02	7,00	7,01	7,03	7,00	7,00
29	7,03	7,01	7,02	7,04	7,02	6,99	6,97	6,98	7,03	7,01	7,06	7,02
30	6,98	6,99	6,97	7,05	7,07	7,10	7,05	7,02	7,03	7,03	7,25	7,00
31	7,18	7,17	7,25	7,22	7,24	7,25	7,21	7,23	7,24	7,22	7,23	7,00

Lampiran 2

Nilai Standar Deviasi Setiap Subgrup

Hari ke	01.00	03.00	05.00	07.00	09.00	11.00	13.00	15.00	17.00	19.00	21.00	23.00	Standar Deviasi
1	7,22	7,24	7,21	7,11	7,08	7,2	7,07	7,11	7,12	7,14	7,1	7,12	0,0584
2	7,21	7,13	7,12	7,19	7,16	7,09	7,2	7,2	7,13	7,12	7,12	7,13	0,0402
3	7,19	7,04	7,07	7,18	7,2	7,17	7,19	7,15	7,2	7,14	7,14	7,13	0,051
4	7,11	7,1	7,07	7,17	7,2	7,14	7,12	7,17	7,18	7,2	7,27	7,25	0,0602
5	7,27	7,26	7,27	7,32	7,35	7,14	7,19	7,12	7,15	7,13	7,14	7,16	0,081
6	7,11	7,12	7,13	7,13	7,16	7,16	7,18	7,18	7,18	7,05	7,07	7,1	0,0434
7	7,12	7,16	7,03	7,12	7,1	7,22	7,25	7,21	7,27	7,32	7,31	7,34	0,0987
8	7,17	7,14	7,27	7,21	7,12	7,1	7,11	7,14	7,12	7,1	7,14	7,18	0,0505
9	7,18	7,14	7,12	7,15	7,16	7,21	7,17	7,11	7,13	7,11	7,13	7,1	0,0328
10	7,12	7,11	7,21	7,1	7,18	7,18	7,03	7,14	7,16	7,04	7,01	7	0,0718
11	6,98	6,97	7	7,05	7,07	7,03	7,05	7,07	7,06	7	7,02	7,17	0,0535
12	6,97	6,94	6,98	7,09	7,05	7,02	7,04	7,07	7,08	7,1	7,15	7,12	0,0637
13	7,23	7,17	7,19	7,18	7,1	7,13	7,1	7,11	7,12	7,11	7,13	7,19	0,0433
14	7,1	7,12	7,13	7,1	7,21	7,09	7,06	7,08	7,13	7,14	7,16	7,2	0,0458
15	7,22	7,25	7,27	7,26	7,11	7,16	7,2	7,15	7,2	7,19	7,2	7,26	0,0494
16	7,22	7,23	7,25	7,24	7,22	7,23	7,25	7,24	7,23	7,24	7,25	7,15	0,0271
17	7,27	7,27	7,3	7,28	7,32	7,19	7,15	7,16	7,16	7,15	7,14	7,16	0,0689
18	7,13	7,15	7,18	7,13	7,18	7,34	7,17	7,13	7,35	7,15	7	7,14	0,0939
19	7,13	7,18	7,16	7,3	7,13	7	7,11	7,1	7,07	7,17	7,12	7,09	0,0722
20	7,08	7,01	7,23	7,13	7,12	7,02	7,14	7,15	7	7,21	6,99	7,04	0,0823

Lanjutan

Hari ke	01.00	03.00	05.00	07.00	09.00	11.00	13.00	15.00	17.00	19.00	21.00	23.00	Standar Deviasi
22	7,22	7,23	7,21	7,1	7,08	7,12	7,16	7,11	7,11	7,15	7,13	7,15	0,0494
23	7,117	7,16	7,05	7,13	7,09	7,07	7,1	7,08	7,11	7,14	7,08	7,06	0,0335
24	7,16	7,15	7,17	7,09	7,12	7,1	7,09	7,1	7,11	7,09	7,02	7,05	0,0432
25	7,05	7,04	7,01	7,08	7,06	7,06	7,05	7,05	7,04	7,03	6,96	6,95	0,0397
26	7,14	7,13	7,11	7,09	7,1	7,12	7,06	7,06	7,05	7,06	7,03	7,02	0,0396
27	6,94	6,97	7,04	7,08	7,04	7,01	7,03	7,01	7,03	7,05	7,02	7,04	0,0369
28	7,06	7,15	7,09	7,07	7,05	7	7,02	7	7,01	7,03	7	7	0,0465
29	7,03	7,01	7,02	7,04	7,02	6,99	6,97	6,98	7,03	7,01	7,06	7,02	0,0254
30	6,98	6,99	6,97	7,05	7,07	7,1	7,05	7,02	7,03	7,03	7,25	7	0,0749
31	7,18	7,17	7,25	7,22	7,24	7,25	7,21	7,23	7,24	7,22	7,23	7	0,0688

Lampiran 3

Hasil Representasi Bilangan Kabur Segitiga pada Data pH Air Produksi PDAM

Hari Ke	X_a											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7,2142	7,2342	7,2042	7,1042	7,0742	7,1942	7,0642	7,1042	7,1142	7,1342	7,0942	7,1142
2	7,2060	7,1260	7,1160	7,1860	7,1560	7,0860	7,1960	7,1960	7,1260	7,1160	7,1160	7,1260
3	7,1849	7,0349	7,0649	7,1749	7,1949	7,1649	7,1849	7,1449	7,1949	7,1349	7,1349	7,1249
4	7,1040	7,0940	7,0640	7,1640	7,1940	7,1340	7,1140	7,1640	7,1740	7,1940	7,2640	7,2440
5	7,2619	7,2519	7,2619	7,3119	7,3419	7,1319	7,1819	7,1119	7,1419	7,1219	7,1319	7,1519
6	7,1057	7,1157	7,1257	7,1257	7,1557	7,1557	7,1757	7,1757	7,1757	7,0457	7,0657	7,0957
7	7,1101	7,1501	7,0201	7,1101	7,0901	7,2101	7,2401	7,2001	7,2601	7,3101	7,3001	7,3301
8	7,1650	7,1350	7,2650	7,2050	7,1150	7,0950	7,1050	7,1350	7,1150	7,0950	7,1350	7,1750
9	7,1767	7,1367	7,1167	7,1467	7,1567	7,2067	7,1667	7,1067	7,1267	7,1067	7,1267	7,0967
10	7,1128	7,1028	7,2028	7,0928	7,1728	7,1728	7,0228	7,1328	7,1528	7,0328	7,0028	6,9928
11	6,9747	6,9647	6,9947	7,0447	7,0647	7,0247	7,0447	7,0647	7,0547	6,9947	7,0147	7,1647
12	6,9636	6,9336	6,9736	7,0836	7,0436	7,0136	7,0336	7,0636	7,0736	7,0936	7,1436	7,1136
13	7,2257	7,1657	7,1857	7,1757	7,0957	7,1257	7,0957	7,1057	7,1157	7,1057	7,1257	7,1857
14	7,0954	7,1154	7,1254	7,0954	7,2054	7,0854	7,0554	7,0754	7,1254	7,1354	7,1554	7,1954
15	7,2151	7,2451	7,2651	7,2551	7,1051	7,1551	7,1951	7,1451	7,1951	7,1851	7,1951	7,2551
16	7,2173	7,2273	7,2473	7,2373	7,2173	7,2273	7,2473	7,2373	7,2273	7,2373	7,2473	7,1473
17	7,2631	7,2631	7,2931	7,2731	7,3131	7,1831	7,1431	7,1531	7,1531	7,1431	7,1331	7,1531
18	7,1206	7,1406	7,1706	7,1206	7,1706	7,3306	7,1606	7,1206	7,3406	7,1406	6,9906	7,1306
19	7,1228	7,1728	7,1528	7,2928	7,1228	6,9928	7,1028	7,0928	7,0628	7,1628	7,1128	7,0828
20	7,0718	7,0018	7,2218	7,1218	7,1118	7,0118	7,1318	7,1418	6,9918	7,2018	6,9818	7,0318
22	7,2151	7,2251	7,2051	7,0951	7,0751	7,1151	7,1551	7,1051	7,1051	7,1451	7,1251	7,1451
23	7,1137	7,1567	7,0467	7,1267	7,0867	7,0667	7,0967	7,0767	7,1067	7,1367	7,0767	7,0567
24	7,1557	7,1457	7,1657	7,0857	7,1157	7,0957	7,0857	7,0957	7,1057	7,0857	7,0157	7,0457

Lanjutan

Hari ke	X_a											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
25	7,0460	7,0360	7,0060	7,0760	7,0560	7,0560	7,0460	7,0460	7,0360	7,0260	6,9560	6,9460
26	7,1360	7,1260	7,1060	7,0860	7,0960	7,1160	7,0560	7,0560	7,0460	7,0560	7,0260	7,0160
27	6,9363	6,9663	7,0363	7,0763	7,0363	7,0063	7,0263	7,0063	7,0263	7,0463	7,0163	7,0363
28	7,0554	7,1454	7,0854	7,0654	7,0454	6,9954	7,0154	6,9954	7,0054	7,0254	6,9954	6,9954
29	7,0275	7,0075	7,0175	7,0375	7,0175	6,9875	6,9675	6,9775	7,0275	7,0075	7,0575	7,0175
30	6,9725	6,9825	6,9625	7,0425	7,0625	7,0925	7,0425	7,0125	7,0225	7,0225	7,2425	6,9925
31	7,1731	7,1631	7,2431	7,2131	7,2331	7,2431	7,2031	7,2231	7,2331	7,2131	7,2231	6,9931

Lanjutan

Hari ke	X_b											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7,2200	7,2400	7,2100	7,1100	7,0800	7,2000	7,0700	7,1100	7,1200	7,1400	7,1000	7,1200
2	7,2100	7,1300	7,1200	7,1900	7,1600	7,0900	7,2000	7,2000	7,1300	7,1200	7,1200	7,1300
3	7,1900	7,0400	7,0700	7,1800	7,2000	7,1700	7,1900	7,1500	7,2000	7,1400	7,1400	7,1300
4	7,1100	7,1000	7,0700	7,1700	7,2000	7,1400	7,1200	7,1700	7,1800	7,2000	7,2700	7,2500
5	7,2700	7,2600	7,2700	7,3200	7,3500	7,1400	7,1900	7,1200	7,1500	7,1300	7,1400	7,1600
6	7,1100	7,1200	7,1300	7,1300	7,1600	7,1600	7,1800	7,1800	7,1800	7,0500	7,0700	7,1000
7	7,1200	7,1600	7,0300	7,1200	7,1000	7,2200	7,2500	7,2100	7,2700	7,3200	7,3100	7,3400
8	7,1700	7,1400	7,2700	7,2100	7,1200	7,1000	7,1100	7,1400	7,1200	7,1000	7,1400	7,1800
9	7,1800	7,1400	7,1200	7,1500	7,1600	7,2100	7,1700	7,1100	7,1300	7,1100	7,1300	7,1000
10	7,1200	7,1100	7,2100	7,1000	7,1800	7,1800	7,0300	7,1400	7,1600	7,0400	7,0100	7,0000
11	6,9800	6,9700	7,0000	7,0500	7,0700	7,0300	7,0500	7,0700	7,0600	7,0000	7,0200	7,1700
12	6,9700	6,9400	6,9800	7,0900	7,0500	7,0200	7,0400	7,0700	7,0800	7,1000	7,1500	7,1200
13	7,2300	7,1700	7,1900	7,1800	7,1000	7,1300	7,1000	7,1100	7,1200	7,1100	7,1300	7,1900
14	7,1000	7,1200	7,1300	7,1000	7,2100	7,0900	7,0600	7,0800	7,1300	7,1400	7,1600	7,2000
15	7,2200	7,2500	7,2700	7,2600	7,1100	7,1600	7,2000	7,1500	7,2000	7,1900	7,2000	7,2600
16	7,2200	7,2300	7,2500	7,2400	7,2200	7,2300	7,2500	7,2400	7,2300	7,2400	7,2500	7,1500
17	7,2700	7,2700	7,3000	7,2800	7,3200	7,1900	7,1500	7,1600	7,1600	7,1500	7,1400	7,1600
18	7,1300	7,1500	7,1800	7,1300	7,1800	7,3400	7,1700	7,1300	7,3500	7,1500	7,0000	7,1400
19	7,1300	7,1800	7,1600	7,3000	7,1300	7,0000	7,1100	7,1000	7,0700	7,1700	7,1200	7,0900
20	7,0800	7,0100	7,2300	7,1300	7,1200	7,0200	7,1400	7,1500	7,0000	7,2100	6,9900	7,0400
22	7,2200	7,2300	7,2100	7,1000	7,0800	7,1200	7,1600	7,1100	7,1100	7,1500	7,1300	7,1500
23	7,1170	7,1600	7,0500	7,1300	7,0900	7,0700	7,1000	7,0800	7,1100	7,1400	7,0800	7,0600
24	7,1600	7,1500	7,1700	7,0900	7,1200	7,1000	7,0900	7,1000	7,1100	7,0900	7,0200	7,0500

Lanjutan

Hari ke	X_b											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
25	7,0500	7,0400	7,0100	7,0800	7,0600	7,0600	7,0500	7,0500	7,0400	7,0300	6,9600	6,9500
26	7,1400	7,1300	7,1100	7,0900	7,1000	7,1200	7,0600	7,0600	7,0500	7,0600	7,0300	7,0200
27	6,9400	6,9700	7,0400	7,0800	7,0400	7,0100	7,0300	7,0100	7,0300	7,0500	7,0200	7,0400
28	7,0600	7,1500	7,0900	7,0700	7,0500	7,0000	7,0200	7,0000	7,0100	7,0300	7,0000	7,0000
29	7,0300	7,0100	7,0200	7,0400	7,0200	6,9900	6,9700	6,9800	7,0300	7,0100	7,0600	7,0200
30	6,9800	6,9900	6,9700	7,0500	7,0700	7,1000	7,0500	7,0200	7,0300	7,0300	7,2500	7,0000
31	7,1800	7,1700	7,2500	7,2200	7,2400	7,2500	7,2100	7,2300	7,2400	7,2200	7,2300	7,0000

Lanjutan

Hari ke	X_c											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7,2258	7,2458	7,2158	7,1158	7,0858	7,2058	7,0758	7,1158	7,1258	7,1458	7,1058	7,1258
2	7,2140	7,1340	7,1240	7,1940	7,1640	7,0940	7,2040	7,2040	7,1340	7,1240	7,1240	7,1340
3	7,1951	7,0451	7,0751	7,1851	7,2051	7,1751	7,1951	7,1551	7,2051	7,1451	7,1451	7,1351
4	7,1160	7,1060	7,0760	7,1760	7,2060	7,1460	7,1260	7,1760	7,1860	7,2060	7,2760	7,2560
5	7,2781	7,2681	7,2781	7,3281	7,3581	7,1481	7,1981	7,1281	7,1581	7,1381	7,1481	7,1681
6	7,1143	7,1243	7,1343	7,1343	7,1643	7,1643	7,1843	7,1843	7,1843	7,0543	7,0743	7,1043
7	7,1299	7,1699	7,0399	7,1299	7,1099	7,2299	7,2599	7,2199	7,2799	7,3299	7,3199	7,3499
8	7,1751	7,1451	7,2751	7,2151	7,1251	7,1051	7,1151	7,1451	7,1251	7,1051	7,1451	7,1851
9	7,1833	7,1433	7,1233	7,1533	7,1633	7,2133	7,1733	7,1133	7,1333	7,1133	7,1333	7,1033
10	7,1272	7,1172	7,2172	7,1072	7,1872	7,1872	7,0372	7,1472	7,1672	7,0472	7,0172	7,0072
11	6,9854	6,9754	7,0054	7,0554	7,0754	7,0354	7,0554	7,0754	7,0654	7,0054	7,0254	7,1754
12	6,9764	6,9464	6,9864	7,0964	7,0564	7,0264	7,0464	7,0764	7,0864	7,1064	7,1564	7,1264
13	7,2343	7,1743	7,1943	7,1843	7,1043	7,1343	7,1043	7,1143	7,1243	7,1143	7,1343	7,1943
14	7,1046	7,1246	7,1346	7,1046	7,2146	7,0946	7,0646	7,0846	7,1346	7,1446	7,1646	7,2046
15	7,2249	7,2549	7,2749	7,2649	7,1149	7,1649	7,2049	7,1549	7,2049	7,1949	7,2049	7,2649
16	7,2227	7,2327	7,2527	7,2427	7,2227	7,2327	7,2527	7,2427	7,2327	7,2427	7,2527	7,1527
17	7,2769	7,2769	7,3069	7,2869	7,3269	7,1969	7,1569	7,1669	7,1669	7,1569	7,1469	7,1669
18	7,1394	7,1594	7,1894	7,1394	7,1894	7,3494	7,1794	7,1394	7,3594	7,1594	7,0094	7,1494
19	7,1372	7,1872	7,1672	7,3072	7,1372	7,0072	7,1172	7,1072	7,0772	7,1772	7,1272	7,0972
20	7,0882	7,0182	7,2382	7,1382	7,1282	7,0282	7,1482	7,1582	7,0082	7,2182	6,9982	7,0482
22	7,2249	7,2349	7,2149	7,1049	7,0849	7,1249	7,1649	7,1149	7,1149	7,1549	7,1349	7,1549
23	7,1204	7,1634	7,0534	7,1334	7,0934	7,0734	7,1034	7,0834	7,1134	7,1434	7,0834	7,0634
24	7,1643	7,1543	7,1743	7,0943	7,1243	7,1043	7,0943	7,1043	7,1143	7,0943	7,0243	7,0543

Lanjutan

Hari ke	X_c											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
25	7,0540	7,0440	7,0140	7,0840	7,0640	7,0640	7,0540	7,0540	7,0440	7,0340	6,9640	6,9540
26	7,1440	7,1340	7,1140	7,0940	7,1040	7,1240	7,0640	7,0640	7,0540	7,0640	7,0340	7,0240
27	6,9437	6,9737	7,0437	7,0837	7,0437	7,0137	7,0337	7,0137	7,0337	7,0537	7,0237	7,0437
28	7,0647	7,1547	7,0947	7,0747	7,0547	7,0047	7,0247	7,0047	7,0147	7,0347	7,0047	7,0047
29	7,0325	7,0125	7,0225	7,0425	7,0225	6,9925	6,9725	6,9825	7,0325	7,0125	7,0625	7,0225
30	6,9875	6,9975	6,9775	7,0575	7,0775	7,1075	7,0575	7,0275	7,0375	7,0375	7,2575	7,0075
31	7,1869	7,1769	7,2569	7,2269	7,2469	7,2569	7,2169	7,2369	7,2469	7,2269	7,2369	7,0069

Lampiran 4
Hasil Perhitungan \bar{X}_a , \bar{X}_b dan \bar{X}_c

Hari ke	\bar{X}_a	\bar{X}_b	\bar{X}_c
1	7,1375	7,1433	7,1492
2	7,1460	7,1500	7,1540
3	7,1449	7,1500	7,1551
4	7,1590	7,1650	7,1710
5	7,2002	7,2083	7,2164
6	7,1265	7,1308	7,1352
7	7,1943	7,2042	7,2140
8	7,1450	7,1500	7,1551
9	7,1392	7,1425	7,1458
10	7,0995	7,1067	7,1138
11	7,0338	7,0392	7,0445
12	7,0445	7,0508	7,0572
13	7,1423	7,1467	7,1510
14	7,1221	7,1267	7,1312
15	7,2009	7,2058	7,2108
16	7,2265	7,2292	7,2319
17	7,2056	7,2125	7,2194
18	7,1614	7,1708	7,1802
19	7,1228	7,1300	7,1372
20	7,0851	7,0933	7,1016
22	7,1426	7,1475	7,1524
23	7,0956	7,0989	7,1023
24	7,0998	7,1042	7,1085
25	7,0277	7,0317	7,0356
26	7,0769	7,0808	7,0848
27	7,0180	7,0217	7,0254
28	7,0354	7,0400	7,0447
29	7,0125	7,0150	7,0175
30	7,0375	7,0450	7,0525
31	7,1965	7,2033	7,2102

Lampiran 5
Hasil Perhitungan Range Sampel Kabur

Hari ke	Ra	Rb	Rc
1	0,1583	0,1700	0,1817
2	0,1120	0,1200	0,1280
3	0,1498	0,1600	0,1702
4	0,1880	0,2000	0,2120
5	0,2138	0,2300	0,2462
6	0,1213	0,1300	0,1387
7	0,2903	0,3100	0,3297
8	0,1599	0,1700	0,1801
9	0,1034	0,1100	0,1166
10	0,1956	0,2100	0,2244
11	0,1893	0,2000	0,2107
12	0,1973	0,2100	0,2227
13	0,1213	0,1300	0,1387
14	0,1408	0,1500	0,1592
15	0,1501	0,1600	0,1699
16	0,0946	0,1000	0,1054
17	0,1662	0,1800	0,1938
18	0,3312	0,3500	0,3688
19	0,2856	0,3000	0,3144
20	0,2235	0,2400	0,2565
22	0,1401	0,1500	0,1599
23	0,1033	0,1100	0,1167
24	0,1414	0,1500	0,1586
25	0,1221	0,1300	0,1379
26	0,1121	0,1200	0,1279
27	0,1326	0,1400	0,1474
28	0,1407	0,1500	0,1593
29	0,0849	0,0900	0,0951
30	0,2650	0,2800	0,2950
31	0,2362	0,2500	0,2638

Lampiran 6

Kondisi Proses Terkendali Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ pada Iterasi Pertama

Pengamatan ke-	<i>Fuzzy rules</i> untuk grafik pengendali kabur \tilde{X}	<i>Fuzzy rules</i> untuk grafik pengendali kabur \tilde{R}
1	<i>in control</i>	<i>in control</i>
2	<i>in control</i>	<i>in control</i>
3	<i>in control</i>	<i>in control</i>
4	<i>rather out of control</i>	<i>in control</i>
5	<i>out control</i>	<i>in control</i>
6	<i>in control</i>	<i>in control</i>
7	<i>out control</i>	<i>rather out of control</i>
8	<i>in control</i>	<i>in control</i>
9	<i>in control</i>	<i>in control</i>
10	<i>in control</i>	<i>in control</i>
11	<i>out control</i>	<i>in control</i>
12	<i>out control</i>	<i>in control</i>
13	<i>in control</i>	<i>in control</i>
14	<i>in control</i>	<i>in control</i>
15	<i>out control</i>	<i>in control</i>
16	<i>out control</i>	<i>in control</i>
17	<i>out control</i>	<i>in control</i>
18	<i>rather out of control</i>	<i>out control</i>
19	<i>in control</i>	<i>rather out of control</i>
20	<i>rather in control</i>	<i>in control</i>
22	<i>in control</i>	<i>in control</i>
23	<i>in control</i>	<i>in control</i>
24	<i>in control</i>	<i>in control</i>
25	<i>out control</i>	<i>in control</i>
26	<i>rather out of control</i>	<i>in control</i>
27	<i>out control</i>	<i>in control</i>
28	<i>out control</i>	<i>in control</i>
29	<i>out control</i>	<i>in control</i>
30	<i>out control</i>	<i>rather in control</i>
31	<i>out control</i>	<i>in control</i>

Lampiran 7

Kondisi Proses Terkendali Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ pada Iterasi Kedua

Pengamatan ke-	<i>Fuzzy rules</i> untuk grafik pengendali kabur \tilde{X}	<i>Fuzzy rules</i> untuk grafik pengendali kabur \tilde{R}
1	<i>in control</i>	<i>in control</i>
2	<i>in control</i>	<i>in control</i>
3	<i>in control</i>	<i>in control</i>
6	<i>in control</i>	<i>in control</i>
8	<i>in control</i>	<i>in control</i>
9	<i>in control</i>	<i>in control</i>
10	<i>rather in control</i>	<i>in control</i>
13	<i>in control</i>	<i>in control</i>
14	<i>in control</i>	<i>in control</i>
22	<i>in control</i>	<i>in control</i>
23	<i>rather out of control</i>	<i>in control</i>
24	<i>rather in control</i>	<i>in control</i>

Lampiran 8

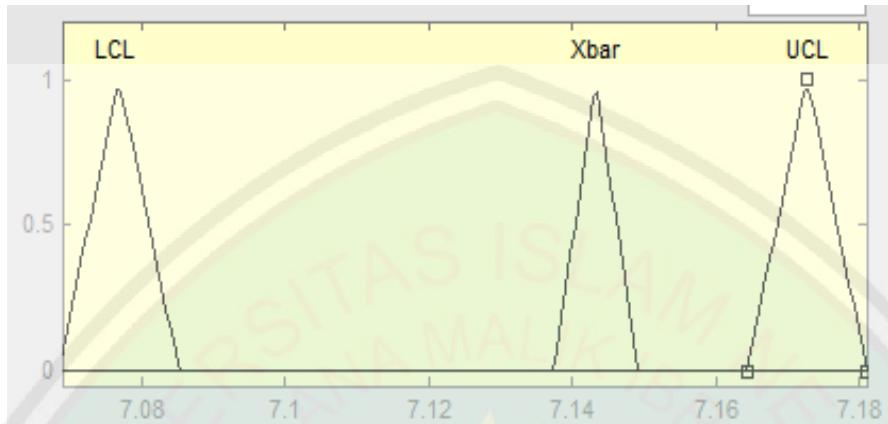
Kondisi Proses Terkendali Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ pada Iterasi Ketiga

Pengamatan ke-	<i>Fuzzy rules</i> untuk grafik pengendali kabur \tilde{X}	<i>Fuzzy rules</i> untuk grafik pengendali kabur \tilde{R}
1	<i>in control</i>	<i>in control</i>
2	<i>in control</i>	<i>in control</i>
3	<i>in control</i>	<i>in control</i>
6	<i>in control</i>	<i>in control</i>
8	<i>in control</i>	<i>in control</i>
9	<i>in control</i>	<i>in control</i>
13	<i>in control</i>	<i>in control</i>
14	<i>in control</i>	<i>in control</i>
22	<i>in control</i>	<i>in control</i>

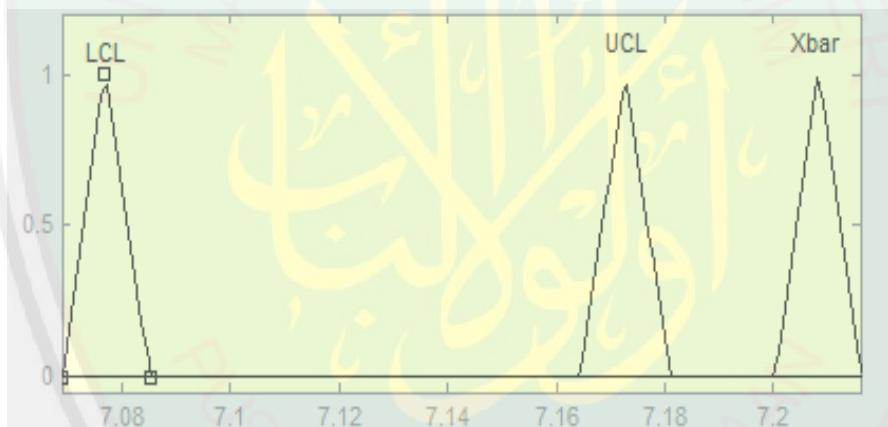
Lampiran 9

Contoh Grafik Pengendali Kabur $\tilde{X} - \tilde{R}$ dengan Pendekatan *Fuzzy Rules*

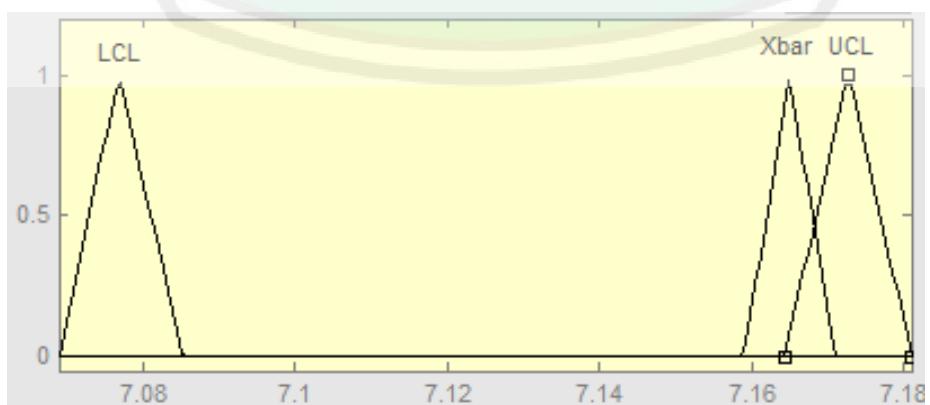
Fuzzy Rules untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} pada subgrup pertama (*in control*)



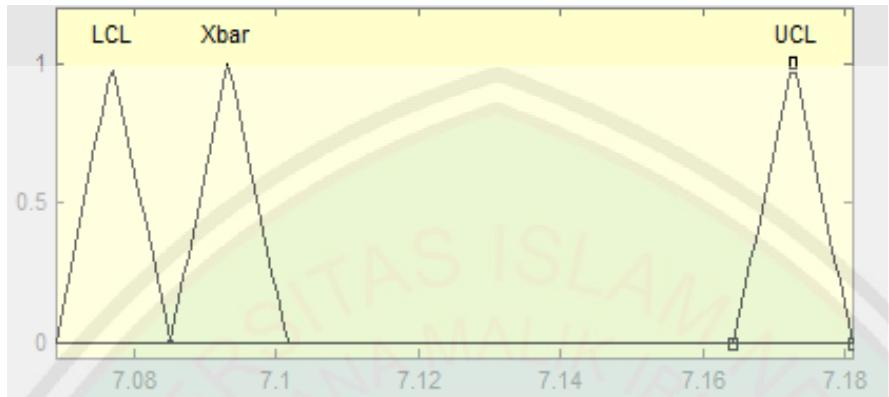
Fuzzy Rules untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} pada subgrup ke-5 (*out control*)



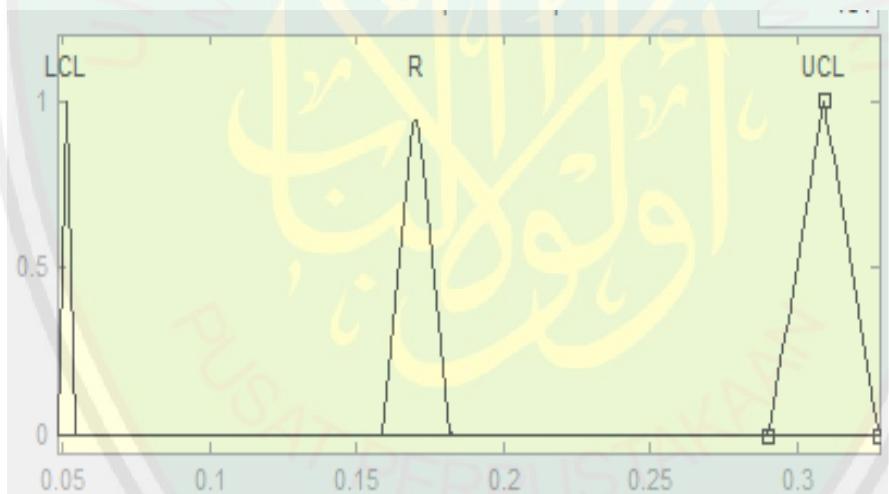
Fuzzy Rules untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} pada subgrup ke-4 (*rather out of control*)



Fuzzy Rules untuk grafik pengendali kabur \tilde{X} pada subgrup ke-20 (*rather in control*)



Fuzzy Rules untuk grafik pengendali kabur \tilde{R} pada subgrup pertama (*in control*)



Lampiran 10

Program Matlab Perhitungan Grafik Pengendali $\tilde{X} - \tilde{R}$ Kabur

```

clc,clear
format short

%memanggil data dari Ms. Excel ke Matlab
X=xlsread('ph.xlsx','Sheet10','B1:N30')
data=size(X);
data=data(1);
M=zeros(data,60);
for i=1:data
    M(i,13)=X(i,1);
    M(i,14)=X(i,2);
    M(i,15)=X(i,3);
    M(i,16)=X(i,4);
    M(i,17)=X(i,5);
    M(i,18)=X(i,6);
    M(i,19)=X(i,7);
    M(i,20)=X(i,8);
    M(i,21)=X(i,9);
    M(i,22)=X(i,10);
    M(i,23)=X(i,11);
    M(i,24)=X(i,12);
end
%parameter-parameter pengendalian kualitas statistik
A2=0.266;
D4=1.717;
D3=0.283;

%membentuk bilangan Fuzzy
for i=1:data
    M(i,1)=M(i,13)-X(i,13);
    M(i,2)=M(i,14)-X(i,13);
    M(i,3)=M(i,15)-X(i,13);
    M(i,4)=M(i,16)-X(i,13);
    M(i,5)=M(i,17)-X(i,13);
    M(i,6)=M(i,18)-X(i,13);
    M(i,7)=M(i,19)-X(i,13);
    M(i,8)=M(i,20)-X(i,13);
    M(i,9)=M(i,21)-X(i,13);
    M(i,10)=M(i,22)-X(i,13);
    M(i,11)=M(i,23)-X(i,13);
    M(i,12)=M(i,24)-X(i,13);
    M(i,25)=M(i,13)+X(i,13);
    M(i,26)=M(i,14)+X(i,13);
    M(i,27)=M(i,15)+X(i,13);
    M(i,28)=M(i,16)+X(i,13);
    M(i,29)=M(i,17)+X(i,13);
    M(i,30)=M(i,18)+X(i,13);
    M(i,31)=M(i,19)+X(i,13);
    M(i,32)=M(i,20)+X(i,13);
    M(i,33)=M(i,21)+X(i,13);
    M(i,34)=M(i,22)+X(i,13);
    M(i,35)=M(i,23)+X(i,13);
    M(i,36)=M(i,24)+X(i,13);
end

```

```

%menentukan X bar bilangan fuzzy
for i=1:data
    M(i,37)=mean(M(i,1:12));
    M(i,38)=mean(M(i,13:24));
    M(i,39)=mean(M(i,25:36));
end

%menetukkan X bar-bar(CL Xbar)
CLXbarA=mean(M(1:data,37));
CLXbarB=mean(M(1:data,38));
CLXbarC=mean(M(1:data,39));

%menentukkan R
for i=1:data
    M(i,40)=max(M(i,1:12),[],2)-min(M(i,25:36),[],2);
    M(i,41)=max(M(i,13:24),[],2)-min(M(i,13:24),[],2);
    M(i,42)=max(M(i,25:36),[],2)-min(M(i,1:12),[],2);
end

%menentukkan R bar (CL R)
CLRa=mean(M(1:data,40));
CLRb=mean(M(1:data,41));
CLRc=mean(M(1:data,42));

%menentukkan UCL Xbar (masing-masing)
UCLXbarA=CLXbarA+A2*CLRa;
UCLXbarB=CLXbarB+A2*CLRb;
UCLXbarC=CLXbarC+A2*CLRc;

%menentukkan LCL Xbar (masing-masing)
LCLXbarA=CLXbarA-A2*CLRc;
if LCLXbarA>=0
    LCLXbarA=LCLXbarA;
else
    LCLXbarA=0;
end
LCLXbarB=CLXbarB-A2*CLRb;
if LCLXbarB>=0
    LCLXbarB=LCLXbarB;
else
    LCLXbarB=0;
end
LCLXbarC=CLXbarC-A2*CLRa;
if LCLXbarC>=0
    LCLXbarC=LCLXbarC;
else
    LCLXbarC=0;
end

%menentukkan UCL R (masing-masing)
UCLRa=CLRa*D4;
UCLRb=CLRb*D4;
UCLRc=CLRc*D4;

%menentukkan LCL R (masing-masing)
LCLRa=CLRa*D3;
LCLRb=CLRb*D3;

```

```

LCLRc=CLRc*D3;

%membuat tabel
for i=1:data
    M(i,43)=CLXbarA
    M(i,44)=CLXbarB
    M(i,45)=CLXbarC
    M(i,46)=UCLXbarA
    M(i,47)=UCLXbarB
    M(i,48)=UCLXbarC
    M(i,49)=LCLXbarA
    M(i,50)=LCLXbarB
    M(i,51)=LCLXbarC
    M(i,52)=CLRa
    M(i,53)=CLRb
    M(i,54)=CLRc
    M(i,55)=UCLRa
    M(i,56)=UCLRb
    M(i,57)=UCLRc
    M(i,58)=LCLRa
    M(i,59)=LCLRb
    M(i,60)=LCLRc
end

%proses situasi untuk grafik kontrol xbar - R
N=zeros(data,2);
%proses situasi untuk grafik kontrol xbar (Cx)
for i=1:data
if M(i,39)<=UCLXbarA && M(i,37)>=LCLXbarC
    N(i,1)=1;
elseif M(i,37)>UCLXbarC || M(i,39)<LCLXbarA
    N(i,1)=0;
elseif M(i,39)>UCLXbarA
    N(i,1)=1-(M(i,39)-UCLXbarA) / (M(i,39)-M(i,37));
elseif M(i,37)<LCLXbarC
    N(i,1)=1-(LCLXbarC-M(i,37)) / (M(i,39)-M(i,37));
elseif M(i,39)>UCLXbarA && M(i,37)<LCLXbarC
    N(i,1)=min(1-(M(i,39)-UCLXbarA) / (M(i,39)-M(i,37)),1-
(LCLXbarC-M(i,37)) / (M(i,39)-M(i,37)));
end
end
%proses situasi untuk grafik kontrol R (Cr)
for i=1:data
if M(i,42)<=UCLRa && M(i,40)>=LCLRc
    N(i,2)=1;
elseif M(i,40)>UCLRc || M(i,42)<LCLRa
    N(i,2)=0;
elseif M(i,42)>UCLRa
    N(i,2)=1-(M(i,42)-UCLRa) / (M(i,42)-M(i,40));
elseif M(i,40)<LCLXbarC
    N(i,2)=1-(LCLRC-M(i,40)) / (M(i,42)-M(i,40));
elseif M(i,42)>UCLRa && M(i,40)<LCLRc
    N(i,2)=min(1-(M(i,42)-UCLRa) / (M(i,42)-M(i,40)),1-(LCLRC-
M(i,40)) / (M(i,42)-M(i,40)));
end
end
%Fuzzy rule untuk Cx
disp(' ')

```

```

disp('Keputusan Cx')
disp(' ')
for i=1:data
if N(i,1)==1
    disp('in control')
elseif N(i,1)==0
    disp('out control')
elseif N(i,1)>=0.45
    disp('rather in control')
elseif N(i,1)<0.45
    disp('rather out of control')
end
end
% Fuzzy rule untuk Cr
disp(' ')
disp('Keputusan Cr')
disp(' ')
for i=1:data
if N(i,2)==1
    disp('in control')
elseif N(i,2)==0
    disp('out control')
elseif N(i,2)>=0.45
    disp('rather in control')
elseif N(i,2)<0.45
    disp('rather out of control')
end
end
%Fuzzy Rule Cx dan Cr
disp(' ')
disp('Keputusan Cx dan Cr')
disp(' ')
for i=1:data
if N(i,1)==1 && N(i,2)==1
    disp('in control')
elseif N(i,1)==0 || N(i,2)==0
    disp('out control')
elseif N(i,1)>=0.45 && N(i,2)>=0.45
    disp('rather in control')
elseif N(i,1)<0.45 || N(i,2)<0.45
    disp('rather out of control')
end
end

```

Lampiran 11

Program Matlab Perhitungan Kapabilitas Proses Kabur

```

clc,clear
format short

%memanggil data dari Ms. Excel ke Matlab
X=xlsread('ph.xlsx','Sheet12','B1:N9');
data=size(X);
data=data(1);
M=zeros(data,60);
for i=1:data
    M(i,13)=X(i,1);
    M(i,14)=X(i,2);
    M(i,15)=X(i,3);
    M(i,16)=X(i,4);
    M(i,17)=X(i,5);
    M(i,18)=X(i,6);
    M(i,19)=X(i,7);
    M(i,20)=X(i,8);
    M(i,21)=X(i,9);
    M(i,22)=X(i,10);
    M(i,23)=X(i,11);
    M(i,24)=X(i,12);
end
%parameter-parameter pengendalian kualitas statistik
A2=0.266;
D4=1.717;
D3=0.283;
d2=3.258;

%membentuk bilangan Fuzzy
for i=1:data
    M(i,1)=M(i,13)-X(i,13);
    M(i,2)=M(i,14)-X(i,13);
    M(i,3)=M(i,15)-X(i,13);
    M(i,4)=M(i,16)-X(i,13);
    M(i,5)=M(i,17)-X(i,13);
    M(i,6)=M(i,18)-X(i,13);
    M(i,7)=M(i,19)-X(i,13);
    M(i,8)=M(i,20)-X(i,13);
    M(i,9)=M(i,21)-X(i,13);
    M(i,10)=M(i,22)-X(i,13);
    M(i,11)=M(i,23)-X(i,13);
    M(i,12)=M(i,24)-X(i,13);
    M(i,25)=M(i,13)+X(i,13);
    M(i,26)=M(i,14)+X(i,13);
    M(i,27)=M(i,15)+X(i,13);
    M(i,28)=M(i,16)+X(i,13);
    M(i,29)=M(i,17)+X(i,13);
    M(i,30)=M(i,18)+X(i,13);
    M(i,31)=M(i,19)+X(i,13);
    M(i,32)=M(i,20)+X(i,13);
    M(i,33)=M(i,21)+X(i,13);
    M(i,34)=M(i,22)+X(i,13);
    M(i,35)=M(i,23)+X(i,13);
    M(i,36)=M(i,24)+X(i,13);

```

```

end
%menentukan X bar bilangan fuzzy
for i=1:data
    M(i,37)=mean(M(i,1:12));
    M(i,38)=mean(M(i,13:24));
    M(i,39)=mean(M(i,25:36));
end

%menetukkan X bar-bar(CL Xbar)
CLXbarA=mean(M(1:data,37))
CLXbarB=mean(M(1:data,38))
CLXbarC=mean(M(1:data,39))

%menentukkan R
for i=1:data
    M(i,40)=max(M(i,1:12),[],2)-min(M(i,25:36),[],2);
    M(i,41)=max(M(i,13:24),[],2)-min(M(i,13:24),[],2);
    M(i,42)=max(M(i,25:36),[],2)-min(M(i,1:12),[],2);
end

%menentukkan R bar (CL R)
CLRa=mean(M(1:data,40))
CLRb=mean(M(1:data,41))
CLRc=mean(M(1:data,42))

%menentukkan UCL Xbar (masing-masing)
UCLXbarA=CLXbarA+A2*CLRa;
UCLXbarB=CLXbarB+A2*CLRb;
UCLXbarC=CLXbarC+A2*CLRc;

%menentukkan LCL Xbar (masing-masing)
LCLXbarA=CLXbarA-A2*CLRc;
if LCLXbarA>=0
    LCLXbarA=LCLXbarA;
else
    LCLXbarA=0;
end
LCLXbarB=CLXbarB-A2*CLRb;
if LCLXbarB>=0
    LCLXbarB=LCLXbarB;
else
    LCLXbarB=0;
end
LCLXbarC=CLXbarC-A2*CLRa;
if LCLXbarC>=0
    LCLXbarC=LCLXbarC;
else
    LCLXbarC=0;
end

%menentukkan UCL R (masing-masing)
UCLRa=CLRa*D4;
UCLRb=CLRb*D4;
UCLRc=CLRc*D4;

%menentukkan LCL R (masing-masing)
LCLRa=CLRa*D3;

```

```

LCLRb=CLRb*D3;
LCLRc=CLRc*D3;

%menentukan s
sa=CLRa/d2
sb=CLRb/d2
sc=CLRc/d2

%menentukan Cp
Cpa=(8.4994-6.5005) / (6*sc)
Cpb=(8.5-6.5) / (6*sb)
Cpc=(8.5005-6.4994) / (6*sa)

%menentukan Cpu
Cpua=(8.4994-CLXbarC) / (3*sc)
Cpub=(8.5-CLXbarB) / (3*sb)
Cpuc=(8.5005-CLXbarA) / (3*sa)

%menentukan Cpl
Cpla=(CLXbarA-6.5005) / (3*sc)
Cplb=(CLXbarB-6.5) / (3*sb)
Cplc=(CLXbarC-6.4994) / (3*sa)

%menentukan Cpk
Cpka=min(Cpua,Cpla)
Cpkb=min(Cpub,Cplb)
Cpkc=min(Cpuc,Cplc)

```

Lampiran 12

FAKTOR GUNA MEMBENTUK GRAFIK PENGENDALI VARIABEL

Appendix VI
Factors for constructing variables control charts

Observations in Sample, n	Chart for Averages				Chart for Standard Deviations				Chart for Ranges							
	Factors for Control Limits			c_4	$1/c_4$	Factors for Control Limits				Factors for Center Line		Factors for Control Limits				
	A	A_2	A_3			B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.04230	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.413	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541

For $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}}, \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}}, \quad c_4 \approx \frac{4(n-1)}{4n-3},$$

$$B_2 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}, \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}},$$

$$B_3 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}, \quad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}.$$