

**DISKRITISASI MODEL MATEMATIKA SEL T-HELPER**

**SKRIPSI**

**OLEH  
ADIB MAULIDA  
NIM. 16610019**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2023**

**DISKRITISASI MODEL MATEMATIKA SEL T-HELPER**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh  
Adib Maulida  
NIM. 16610019**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2023**

# DISKRITISASI MODEL MATEMATIKA SEL T-HELPER

## SKRIPSI

Oleh  
**Adib Maulida**  
**NIM. 16610019**

Telah Diperiksa dan Disetujui Untuk Diuji  
Malang, 13 Juni 2023

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II

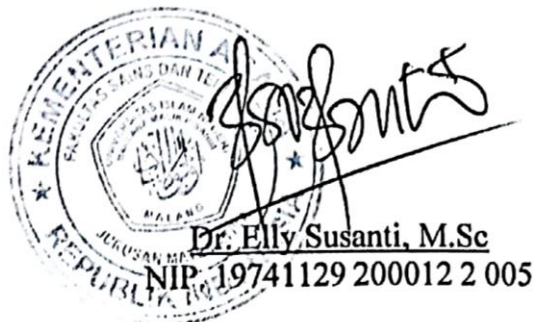


Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001



Ach. Nashichuddin, M.A  
NIDT. 1901006 20180201 2 229

Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005

# DISKRITISASI MODEL MATEMATIKA SEL T-HELPER

## SKRIPSI

Oleh  
Adib Maulida  
NIM. 16610019

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S. Mat)

Tanggal 23 Juni 2023

Ketua Penguji : Juhari, M.Si

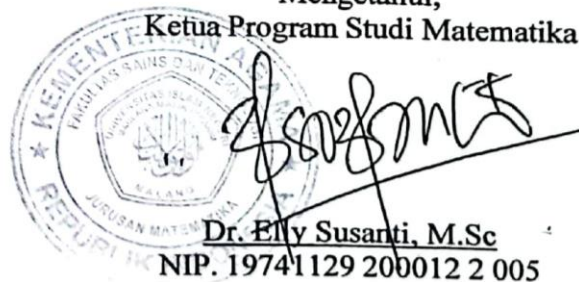
Anggota Penguji 1 : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si

Anggota Penguji 2 : Dr. Usman Pagalay, M.Si

Anggota Penguji 3 : Ach. Nashichuddin, M.A



Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Adib Maulida

NIM : 16610019

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Diskritisasi Model Matematika Sel T-Helper

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali secara tertulis dikutip dalam naskah dan disebutkan dalam sumber kutipan atau daftar pustaka. Apabila dikemudian hari pernyataan hasil skripsi ini terbukti terdapat unsur penjiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 23 Juni 2023

Yang membuat pernyataan,



Adib Maulida

NIM. 16610019

**MOTTO**

*Hasta La Victoria Siempre*

**(Che Guevarra)**

## **PERSEMBAHAN**

Dengan rasa syukur penulis persembahkan karya ini kepada:

Untuk orang-orang spesial, terkhusus bagi kedua orang tua penulis yaitu bapak Yusup dan ibu Siti Munti'ah tercinta yang senantiasa memberikan dukungan dan doa yang tiada hentinya demi keberhasilan penulis serta senantiasa memberikan dukungan baik secara moril

maupun materil saat proses mengerjakan skripsi ini. Teruntuk ke dua saudara kandung penulis (Muzakka Najih dan Yustia ziyadatutthani) yang juga senantiasa memberikan dukungan baik.

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada kehadiran Allah Subhanahu Wa Ta'ala, yang telah memberikan nikmat berupa rahmat, taufiq serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan sebaik-baiknya. Shalawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad *Shallallahu 'Alaihi Wasallam*, para sahabat, keluarga dan pengikut-Nya yang taat kepada ajaran agama-Nya, yang telah rela berkorban untuk mengeluarkan manusia dari zaman jahiliyah menuju zaman yang diridhoi oleh Allah Subhanahu Wa Ta'ala yaitu ajaran agama islam.

Alhamdulillah berkat taufiq serta hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul “**Diskritisasi Model Matematika Sel T-Helper**”. Dalam proses penyelesaian skripsi ini penulis banyak mendapat bimbingan dan bantuan, serta saran dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen wali dan pembimbing penulis yang telah memberikan banyak waktu, bimbingan, serta arahan selama perkuliahan hingga dapat terselesaikannya skripsi.



5. Ach. Nashichuddin, M.A., selaku dosen pembimbing Integrasi Sains dan Islam yang telah banyak meluangkan waktunya untuk membimbing penulis tentang sains dan perspektif agama Islam.
6. Juhari, M.Si, selaku Ketua Penguji yang telah memberikan banyak dukungan, bimbingan dan arahan kepada penulis selama menempuh studi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
7. Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si, selaku Anggota Penguji I dalam Ujian Skripsi yang telah memberikan banyak dukungan, bimbingan dan arahan kepada penulis selama menempuh studi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
8. Seluruh Dosen, Staff Administrasi Jurusan matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan ilmu serta pengalamannya kepada penulis selama studi.
9. Bapak Yusup dan Ibu Siti Munti'ah tercinta yang telah mendidik sepenuh hati dan tidak lupa kepada saudara sosok Adik kandung tersayang Muzaka Najih dan Yustia Ziyadatutthani.
10. Teman-teman seperjuangan matematika angkatan 2016, Pengurus HMJ Integral Matematika, DEMA FST, SEMA Universitas, Sahabat-sahabati Rayon PMII Pencerahan Galileo, Komisariat Sunan Ampel, dan Cabang Kota Malang yang telah kebersamai dalam berproses.
11. Semua pihak yang terlibat dalam memberikan bantuan dan dukungan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga bantuan yang tulus dari berbagai pihak, mendapatkan imbalan yang setimpal dari Allah SWT. Dengan mengucapkan *Alhamdulillah* 'alamin, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis sendiri khususnya dan juga

bagi para pembaca pada umumnya, untuk kemajuan ilmu pengetahuan dan pendidikan di masa depan.

*Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Malang, 23 Juni 2023

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGANTAR</b> .....	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b> .....	<b>iv</b>
<b>MOTTO</b> .....	<b>v</b>
<b>PERSEMBAHAN</b> .....	<b>vi</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xii</b>
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	<b>xiv</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>xvi</b>
<b>مستخلص البحث</b> .....	<b>xvii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Rumusan Masalah .....	4
1.3. Tujuan Penelitian.....	4
1.4. Manfaat Penelitian.....	5
1.5. Batasan Masalah.....	5
1.6. Definisi Istilah .....	6
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b> .....	<b>8</b>
2.1 Persamaan Differensial .....	8
2.2 Persamaan Differensial Biasa Linier dan Non Linier .....	8
2.3 Persamaan Beda .....	9
2.4 Metode Beda Hingga Standar .....	10
2.5 Metode Kontinu dan Model Diskrit .....	13
2.6 Model Matematika Sel T-Helper.....	14
2.7 Diskritisasi dalam Kajian Al-Qur'an .....	16
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b> .....	<b>18</b>
3.1 Jenis Penelitian.....	18
3.2 Pra Penelitian.....	18
3.3 Tahapan Penelitian .....	18
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	<b>20</b>
4.1. Proses Penskalaan .....	20
4.1.1. Penskalaan Persamaan $dW(t)/dt$ .....	20
4.1.2. Penskalaan Persamaan $dX(t)/dt$ .....	21
4.1.3. Penskalaan Persamaan $dM(t)/dt$ .....	23
4.1.4. Penskalaan Persamaan $dI(t)/dt$ .....	24
4.1.5. Penskalaan Persamaan $dA(t)/dt$ .....	25
4.2. Proses Diskritisasi Model Sel T-Helper.....	26
4.2.1. Diskritisasi Persamaan $dW(t)/dt$ .....	26
4.2.2. Diskritisasi Persamaan $dX(t)/dt$ .....	27
4.2.3. Diskritisasi Persamaan $dM(t)/dt$ .....	28
4.2.4. Diskritisasi Persamaan $dI(t)/dt$ .....	28
4.2.5. Diskritisasi Persamaan $dA(t)/dt$ .....	29

4.3. Analisis Perilaku Grafik .....	30
4.4. Sel T-Helper dalam Kajian Al-Qur'an .....	36
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>38</b>
4.1. Kesimpulan .....	38
4.2. Saran .....	38
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>39</b>
<b>LAMPIRAN</b>	
<b>RIWAYAT HIDUP</b>	

## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Daftar nilai Parameter (Mclean,1994) .....	31
Tabel 4.2	Daftar nilai Parameter (Mclean,1994) .....	32

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Diagram kompartemen (McLean, 1994) .....	14
Gambar 4.1	Grafik sel Th naif dengan $h = 0.1$ dan $h = 0.3$ .....	33
Gambar 4.2	Grafik sel Th teraktivasi dengan $h=0.1$ dan $h =0.3$ .....	34
Gambar 4.3	Grafik sel T memori dengan $h=0.1$ dan $h = 0.3$ .....	35
Gambar 4.4	Grafik Interleukin dengan $h=0.1$ dan $h = 0.3$ .....	36
Gambar 4.5	Grafik Antigen dengan $h=0.1$ dan $h=0.3$ .....	37

## DAFTAR SIMBOL

$A(t)$	= Antigen
$W(t)$	= Sel T- <i>Helper</i> istirahat
$X(t)$	= Sel T- <i>Helper</i> yang diaktifkan
$M(t)$	= Sel T- <i>Helper</i> Memori
$I(t)$	= interleukin-2
$\Lambda$	= laju imigrasi sel T- <i>Helper</i>
$\mu$	= Laju kematian semua sel T- <i>Helper</i>
$\delta\alpha$	= Laju stimulasi “Per antigen” sel naif dan memori
$\epsilon$	= Laju stimulasi latar belakang sel T- <i>Helper</i> memori
$r$	= Replikasi laju pertumbuhan antigen
$\gamma$	= Laju penghapusan antigen sel T- <i>Helper</i> yang diaktifkan dan spesifik
$p/\xi$	= Laju ploriferasi “Per IL-2” pada jumlah sel T- <i>Helper</i> yang diaktifkan
$1/\xi$	=Konsentrasi sel T- <i>Helper</i> pada setengah laju ploriferasi T- <i>Helper</i> maksimum
$\phi$	=Laju per produksi IL-2 sel T- <i>Helper</i> yang diaktifkan
$\beta$	=Laju pembentukan kompleks sel T- <i>Helper</i> yang diaktifkan
$\psi$	=Laju peluruhan IL-2
$\sigma$	=Laju kembali ke keadaan istirahat

## ABSTRAK

Adib Maulida. 2023. **Diskritisasi Model Matematika Sel T-Helper**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr.Usman Pagalay, M.Si. (II) Ach. Nashichuddin,M.A.

**Kata Kunci:** Diskritisasi, Model Matematika, Sel T-Helper

Pada penelitian ini membahas mengenai diskritisasi model matematika sel T-Helper. Penelitian ini dilakukan untuk merepresentasikan dinamika sistem kekebalan tubuh sel T-Helper. Pada model matematika sel T-Helper terdiri dari lima variabel yaitu  $W$  (T-helper istirahat),  $X$  (sel T-helper ter-aktivasi),  $M$  (sel T-helper memori),  $I$  (Interleukin), dan  $A$  (antigen). Tujuan dari tulisan ini adalah untuk mengetahui bentuk diskrit dari model matematika sel T-Helper serta mengetahui perbandingan grafik kontinu dan diskrit. Pada penelitian kali ini terlebih dahulu dilakukan penskalaan atau reduksi model untuk mengurangi banyaknya parameter yang ada, kemudian dilakukan diskritisasi menggunakan metode beda hingga. Diskritisasi merupakan transformasi model kontinu ke model diskrit, sementara metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisis. Prinsipnya adalah metode beda hingga mengganti turunan yang ada pada persamaan differensial. metode beda hingga yang digunakan adalah metode beda hingga standar dan dilakukan simulasi numerik untuk mengetahui perbandingan grafik kontinu dan diskritnya. Hasil penelitian ini digambarkan dengan grafik diskrit menggunakan nilai  $h$  yang berbeda, yakni saat  $h = 0.1$  dan  $h = 0.3$ . Perbandingan grafik diskrit dengan  $h = 0.1$  cenderung menunjukkan sama atau berhimpit dengan grafik kontinunya. Sementara saat  $h = 0.3$  grafik diskrit cenderung menjauh dari grafik kontinunya, hal ini menunjukkan naik dan turunnya jumlah populasi lebih cepat.



## ABSTRACT

Adib Maulida. 2023. **Dizcretization Modelling T Cell Helper**. Thesis. Mathematics Department, Science and technology Faculty, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr.Usman Pagalay, M.Si. (II) Ach. Nashichuddin,M.A.

**Keywords: Dizcretization, Mathematics Model, T Cell Helper**

This study discusses the discretization of the mathematical model of T-Helper cells. This study was conducted to represent the dynamics of the immune system of T-Helper cells. In the mathematical model, T-helper cells consist of five variables, namely  $W$  (resting T-helper),  $X$  (activated T-helper cells),  $M$  (memory T-helper cells),  $I$  (Interleukins), and  $A$  (antigens). The purpose of this paper is to find out the discrete form of the mathematical model of T-Helper cells and know the comparison of continuous and discrete graphs. In this study, scaling or reducing the model was first carried out to reduce the number of existing parameters, then discretization was carried out using the finite difference method. Discretization is the transformation of a continuous model into a discrete model, while the finite difference method is a numerical method commonly used to solve technical problems and mathematical problems of a physical phenomenon. The principle is the difference method to replace the existing derivative in the differential equation. The finite difference method used is the standard finite difference method and numerical simulations are carried out to find out the comparison of continuous and discrete graphs. The results of this study are depicted with discrete graphs using different  $h$  values, namely when  $h = 0.1$  and  $h = 0.3$ . Comparisons of discrete graphs with  $h = 0.1$  tend to show equal or coinciding with their continuous graphs. While when  $h = 0.3$  discrete graphs tend to move away from their continuous graphs, this shows faster population rises and falls.

## مستخلص البحث

أديب موليدا. ٢٠٢٣. تقدير النموذج الرياضي للخلية التائية المساعدة. البحث العلمي. قسم الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) الدكتور عثمان باجالاي ماجستير. (٢) أحمد نسخ الدين ماجستير.

### الكلمات الدالة: التكنم، النماذج الرياضية، خلية $T$ خادم

تناقش هذه الدراسة تمييز النموذج الرياضي لخلايا  $Helper-T$ . أجريت هذه الدراسة لتمثيل ديناميكيات الجهاز المناعي للخلايا التائية المساعدة. في النموذج الرياضي، تتكون الخلايا التائية المساعدة من خمسة متغيرات، وهي  $W$  (يستريح  $Helper-T$ )،  $X$  (الخلايا التائية المساعدة المنشطة)،  $M$  (خلايا الذاكرة  $Helper-T$ )،  $I$  (Interleukins)، و  $A$  (المستضدات). الغرض من هذا البحث هو معرفة الشكل المنفصل للنموذج الرياضي لخلايا  $Helper-T$  ومعرفة مقارنة الرسوم البيانية المستمرة والمنفصلة. في هذه الدراسة، تم إجراء قياس أو تقليل النموذج أولاً لتقليل عدد المعلمات الموجودة، ثم تم إجراء التمييز باستخدام طريقة الفرق المحدود. التمييز هو تحويل نموذج مستمر إلى نموذج منفصل، في حين أن طريقة الفرق المحدود هي طريقة عديدة شائعة الاستخدام لحل المشكلات الفنية والمشكلات الرياضية لظاهرة فيزيائية. المبدأ هو طريقة الفرق لاستبدال المشتق الموجود في المعادلة التفاضلية. طريقة الفرق المحدود المستخدمة هي طريقة الفرق المحدود القياسية ويتم إجراء عمليات محاكاة عديدة لمعرفة مقارنة الرسوم البيانية المستمرة والمنفصلة. تم تصوير نتائج هذه الدراسة برسوم بيانية منفصلة باستخدام قيم  $h$  مختلفة، أي عندما  $h = 0.1$  و  $h = 0.3$ . تميل مقارنات الرسوم البيانية المنفصلة مع  $h = 0.1$  إلى إظهار مساواة أو تتزامن مع الرسوم البيانية المستمرة. بينما عندما تميل الرسوم البيانية المنفصلة  $h = 0.3$  إلى الابتعاد عن الرسوم البيانية المستمرة، فإن هذا يظهر ارتفاعاً وهبوطاً أسرع في عدد السكان.

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1. Latar Belakang**

Respon imun didefinisikan sebagai pertahanan atau kekebalan tubuh yang memiliki peran dalam mengenali dan menghancurkan patogen atau sel abnormal yang merugikan tubuh kita (Aidah, 2021). Ada dua aspek yang tidak sama dari respon imun yakni respon imun bawaan dan respon imun adaptif. Respon imun bawaan merupakan reaksi pertama tubuh terhadap patogen, dikenal sebagai respon non-spesifik dan cepat terhadap klasifikasi patogen apapun. Sementara Respon imun adaptif merupakan respon imun tubuh yang membantu antigen spesifik dan akibatnya dibutuhkan waktu lebih lama untuk mengaktifkan komponen yang terlibat. Adapun yang termasuk dalam respon imun adaptif salah satunya adalah sel T.

Sel T atau Limfosit T merupakan kelompok sel darah putih yang memiliki peran utama pada kekebalan selular. Sel T juga mampu membedakan jenis patogen dengan kemampuannya untuk berevolusi demi meningkatkan kekebalan setiap kali tubuh terpapar patogen. Sel T berperan sangat penting untuk membunuh bakteri dan membantu sel tipe lain dalam kerja-kerja sistem imun. Namun, seiring berlanjutnya usia maka banyak limfosit T kehilangan fungsi dan kemampuannya dalam melawan penyakit (Fatmah, 2006). Sel T sendiri memiliki beberapa jenis yang telah ditemukan dan diketahui memiliki fungsi dan peran yang berbeda-beda. Dalam penelitian kali ini kita akan lebih banyak membahas tentang sel T-Helper.

Sel T-Helper sendiri merupakan salah satu sel yang memiliki peranan penting didalam sistem imun adaptif. Sel T-helper juga dapat membantu aktivasi sel

kekebalan yang lain dengan cara melepaskan sitokin sel T (Kerpan, 2020). Dengan adanya pertumbuhan sel T yang diakibatkan oleh respon kekebalan, perlu melibatkan berbagai macam zat salah satunya adalah Interleukin-2 (IL-2). Interleukin-2 ini merupakan salah satu sitokin yang mengatur diferensiasi limfosit, pertumbuhan serta aktivasi. Ketika terjadi aktivasi oleh antigen, maka sel T akan mentranskripsi, mensintesis dan mensekresi IL-2.

Allah SWT berfirman dalam Al-Qur'an surat Al Imran ayat 191 yang berbunyi

الَّذِينَ يَذْكُرُونَ اللَّهَ قِيَامًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ السَّمٰوٰتِ وَالْاَرْضِ  
رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هٰذَا بَاطِلًا سُبْحٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ

*“(yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadaan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata): “Ya Tuhan Kami, Tiadalah Engkau menciptakan ini dengan sia-sia, Maha suci Engkau, Maka peliharalah Kami dari siksa neraka” (QS. Al-Imran: 191).*

Ayat di atas memiliki tafsiran salah satu ciri khas bagi orang berakal yang merupakan sifat khusus manusia dan kelengkapan ini dinilai sebagai makhluk yang memiliki keunggulan dibanding makhluk lain, yaitu apabila ia memperhatikan sesuatu, selalu memperoleh manfaat dan faedah, ia selalu menggambarkan kebesaran Allah, mengingat dan mengenang kebijaksanaan, keutamaan dan banyaknya nikmat Allah kepadanya. Jika kita integrasikan dalam permasalahan sains bahwasannya Allah SWT telah menciptakan sesuatu dengan ukuran dan fungsi masing-masing yang telah di atur dengan rapi olehNya (RI, Departemen Agama, 2021).

Salah satu hukum dalam Biologi adalah Hukum Struktur dan Fungsi, yang intinya tidak ada struktur dalam makhluk hidup yang tidak memiliki fungsi. Suatu

struktur tidak perlu ada dalam makhluk hidup kalau memang tidak ada fungsinya. Seperti contoh dalam penelitian ini adalah sel *T-Helper* yang bertempat didalam tubuh kita dengan ukuran kecil namun memiliki peran dan yang luar biasa dalam menjaga sistem imunitas tubuh kita.

Selain itu,Rasulullah SAW juga bersabda melalui hadist yang diriwayatkan oleh Imam Bukhari,At-tirmidzi, dan Ibnu majah tentang pentingnya menjaga kesehatan yaitu sebagai berikut:

نِعْمَتَانِ مَغْبُونٌ فِيهِمَا كَثِيرٌ مِنَ النَّاسِ ، الصِّحَّةُ وَالْفَرَاغُ

*“Dua kenikmatan yang sering dilupakan oleh kebanyakan manusia adalah kesehatan dan waktu luang” (HR.Bukhari:6412,At-tirmidzi:2304,Ibnu majah:4170).*

Smith (1998) dan Smith&Cantrell (1985) telah banyak menjelaskan mengenai dinamika klon sel T. Khususnya, mereka menunjukkan bahwa dua sinyal diperlukan untuk proliferasi sel T yakni stimulasi antigenic yang mendorong sel mengekspresikan reseptor Interleukin-2 (IL-2) dan pengikatan IL-2 ke sejumlah reseptor tersebut. Selain itu,juga ada sejumlah penelitian mengenai model infeksi human immunodeficiency virus pada klon sel T-helper dan masih banyak lagi penelitian lain mengenai sel T-Helper.

Dalam interaksi dinamika sel T-Helper yang digambarkan dalam oleh Angela R.Mclean (1994) terdapat berbagai asumsi eksplisit tentang interaksi antara himpunan bagian yang berbeda dari sel T-Helper,sitokin dan antigen yang dibuat.Asumsi biologis tersebut menggambarkan interaksi anatara lima populasi yakni antigen (*A*), T-Helper beristirahat / resting T-Helper (*W*), T-Helper yang diaktifkan / T-Helper activated (*X*), memori sel T-Helper (*M*) dan interleukin-2 (IL-2) (*I*). Model tersebut didasarkan pada proses dua Langkah yang mengarah ke

proliferasi sel T-Helper yaitu aktivasi yang digerakkan oleh antigen dan mendorong proliferasi IL-2 (McLean, 1994).

Berdasarkan gambaran diatas,peneliti tertarik untuk mengkaji model dinamika sel T-Helper dari jurnal Angela R.McLean (1994) yang berjudul “*Modelling T Cell Memory*” yang akan diterapkan dalam diskritisasi. Dimana,diskritisasi sendiri merupakan proses kuantisasi sifat-sifat kontinu yang berguna untuk mereduksi dan menyederhanakan data,sehingga didapatkan data diskrit yang lebih mudah dipahami,digunakan,dan dijelaskan (Liu & Hussain, 2012). Oleh karena itu penulis menuangkannya dalam skripsi yang berjudul “*Diskritisasi Model Matematika Sel T-Helper*”.

## **1.2. Rumusan Masalah**

Berdasarkan pada latar belakang, maka dapat rumusan masalah yang berkaitan dengan penjelasan diatas adalah:

1. Bagaimana proses penskalaan pada model matematika sel T-helper?
2. Bagaimana diskritisasi model matematika sel T-helper menggunakan metode beda hingga standar?
3. Bagaimana perbandingan grafik model kontinu dan model diskrit dari model sel T-helper?

## **1.3. Tujuan Penelitian**

Merujuk pada rumusan masalah di atas, maka tujuan dan penulis skripsi ini adalah untuk:

1. Untuk melakukan penskalaan atau reduksi model matematika sel T-Helper.
2. Untuk mengetahui bentuk diskrit model matematika sel T-helper menggunakan metode beda hingga standar.

3. Untuk mengetahui hasil perbandingan grafik kontinu dan diskrit dari model matematika sel T-helper.

#### 1.4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan harapan dapat bermanfaat bagi berbagai pihak berikut:

1. Mendapatkan bentuk model yang lebih sederhana dengan pengurangan banyaknya parameter dalam model matematika sel T-helper.
2. Mendapatkan bentuk diskrit dari model matematika sel T-helper.
3. Mendapatkan simulasi dan interpretasi pada model matematika sel T-helper.

#### 1.5. Batasan Masalah

Agar pembahasan pada penelitian ini tidak meluas, maka penulis memberikan batasan-batasan masalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini menggunakan model matematika berbentuk sistem persamaan diferensial non-linier yang dirumuskan oleh (McLean 1994) yakni:

$$\frac{dW(t)}{dt} = \Lambda - \alpha A(t)W(t) - \mu W(t) + \sigma M(t) \quad (1.1)$$

$$\frac{dX(t)}{dt} = \alpha A(t)W(t) - \frac{pI(t)X(t)}{1 + \xi X(t)} + (\delta\alpha A(t) + \epsilon)M(t) - \mu X(t) \quad (1.2)$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{2pI(t)X(t)}{1 + \xi X(t)} - (\delta\alpha A(t) + \epsilon)M(t) - \mu M(t) - \sigma M(t) \quad (1.3)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \phi X(t) - \beta I(t)X(t) - \psi I(t) \quad (1.4)$$

$$\frac{dA(t)}{dt} = rA(t) - \gamma A(t)X(t) \quad (1.5)$$

## 1.6. Definisi Istilah

Pada penelitian ini terdapat beberapa istilah yang penting untuk dijelaskan, agar tidak terjadi salah makna serta mendapat kesamaan pemahaman tentang tema dan arah penelitian. Beberapa istilah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

### 1. Diskritisasi

Diskritisasi merupakan proses kuantisasi sifat-sifat kontinu yang berguna untuk mereduksi dan menyederhanakan data, sehingga didapatkan data diskrit yang lebih mudah dipahami, digunakan, dan dijelaskan (Liu & Hussain, 2012).

### 2. Model Matematika

Model matematika merupakan kumpulan Persamaan yang berusaha untuk merepresentasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau fenomena dunia nyata.

### 3. Respon Imun

Respon imun didefinisikan sebagai pertahanan atau kekebalan tubuh yang memiliki peran dalam mengenali dan menghancurkan patogen atau sel abnormal yang merugikan tubuh kita (Aidah, 2021)

### 4. Sel T-Helper

Sel T pembantu yang berperan dalam membantu menyekresikan limfokin, merangsang pertumbuhan dan proliferasi sel T sitotoksik dan sel T supresor. Selain itu juga berfungsi sebagai pengaktivasi sistem makrofag .



## 5. Interleukin

Interleukin merupakan komponen dalam sistem imun yang berfungsi sebagai mediator autokrin dan parakrin dalam ekspansi dan diferensiasi limfosit serta sel pembunuh alami dan sel lain dari sistem sel sitotoksik.

## 6. Antigen

Pembentukan senyawa antibodi yang dipicu oleh suatu benda asing yang kemudian bereaksi dengan antibodi yang telah dipicu pembentukannya secara spesifik.

## BAB II KAJIAN PUSTAKA

### 2.1 Persamaan Differensial

Persamaan yang melibatkan turunan atau diferensial dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas independen (Raisinghania, 2013). Adapun contoh dari persamaan differensial sebagai berikut :

$$\frac{dx}{dt} = x'(t) \quad (2.1)$$

Menurut (Bhamra, 2003) Persamaan Differensial Adalah persamaan yang melibatkan fungsi yang tidak diketahui tergantung pada satu atau lebih variabel bebas melalui konsep turunan. Dari dasar jika  $y = f(x)$  adalah fungsi  $x$  yang diberikan, maka  $\frac{dy}{dt}$  menyatakan laju perubahan  $y$  terhadap  $t$ .

Persamaan Diferensial diklasifikasikan dalam dua kelas yaitu biasa dan parsial. Persamaan diferensial biasa (*Ordinary differential equation*) adalah persamaan diferensial yang hanya memiliki satu variabel bebas, sedangkan persamaan diferensial parsial (*Partial differential equation*) yang memiliki dua atau lebih variabel bebas (Kusmaryanto, 2013).

### 2.2 Persamaan Differensial Biasa Linier dan Non Linier

Persamaan diferensial biasa dapat dikatakan linier jika dinyatakan dalam bentuk (Kusmaryanto, 2013):

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = F(x) \quad (2.2)$$

Dengan kondisi  $a_0(x) \neq 0$

Jika tidak maka persamaan diferensial tersebut dikatakan tidak linier.

Persamaan diferensial dikatakan non linier jika persamaan tersebut memenuhi paling tidak satu dari kriteria berikut (Ross, 2010):

- a. Memuat variabel tak bebas dari turunan-turunannya berpangkat selain satu.
- b. Terdapat perkalian dari variabel tak bebas dan atau turunan-turunannya.
- c. Terdapat fungsi transdental dari variabel tak bebas dan turunan-turunannya.

Contoh dari persamaan diferensial biasa non linier adalah sebagai berikut:

$$\frac{dW(t)}{dt} = \Lambda - \alpha A(t)W(t) - \mu W(t) + \sigma M(t) \quad (2.3)$$

### 2.3 Persamaan Beda

Barisan atau urutan maupun sekuen  $\{x_k\}$  dapat berkaitan dengan urutan yang lain, misal  $\{2x_k\} = \{x_{k+1}\}$ , dimana  $\{x_{k+1}\}$  adalah  $\{x_k\}$  yang digeser 1 ke kiri. Contoh hubungan ini biasa disebut persamaan beda. Solusi persamaan beda yang berupa barisan  $\{x_k\}$  yang terbatas ( $k$ =berhingga) bisa ditentukan tanpa transformasi asalkan kondisi awal/syarat diketahui (Kusmaryanto, 2013).

Sedangkan menurut (Goldberg, 1958) Persamaan beda merupakan persamaan yang menghubungkan nilai  $y$  yang diketahui, dan satu atau lebih beda  $\Delta y, \Delta^2 y, \dots, \Delta^n y$ , untuk semua nilai  $x$  anggota dari suatu himpunan bilangan.

Bentuk umum persamaan beda menurut (Meyer 1985) sebagai berikut:

$$x(k + 1) - x(k) = y(x(k), k) \quad (2.4)$$

atau

$$x_{k+1} - x_k = y(x_k, k) \quad (2.5)$$

Dengan  $k = 0, 1, 2, \dots$

Dimana  $y$  merupakan suatu fungsi dari dua variabel. Berikut contoh dari persamaan beda:

$$x_{k+1} - x_k = 1 \quad (2.6)$$

$$x_{k+1} - x_k = k + 1 \quad (2.7)$$

$$x_{k+1} - x_k = (x_k)^2 + 2k^3 \quad (2.8)$$

$$x_{k+1} - x_k = \sin(x_k + 2k) \quad (2.9)$$

untuk  $k = 0, 1, 2, \dots$

#### 2.4 Metode Beda Hingga Standar

Metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisis. Prinsipnya adalah metode beda hingga mengganti turunan yang ada pada persamaan differensial dengan diskritisasi beda hingga. salah satu metode beda hingga yang paling fundamental biasa digunakan menurut (Elaydi, 2015) adalah metode euler.

Menurut (Suryanto, 2012) Konsep dasar metode beda hingga adalah membagi domain dari penyelesaian persamaan diferensial menjadi sejumlah *grid*. Kemudian masing-masing titik titik turunan didekati dengan metode beda hingga. Diberikan contoh persamaan differensial sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dt} = f(y(t)), y(t_0) = y_0, t_0 \leq t \leq t_m \quad (2.10)$$

dengan menggunakan persamaan

$$y'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h} \quad (2.11)$$

untuk turunan  $y$  terhadap  $t$ , maka didapatkan

$$\frac{x(t+h) - x(t)}{h} = f(x(t)) \quad (2.12)$$

Atau

$$x(t+h) = x(t) + hf(x(t)) \quad (2.13)$$

jika  $t = t_0 + mh$ , maka persamaan menjadi

$$x(t_0 + (m+1)h) = x(t_0 + mh) + hf(x(t_0 + mh)) \quad (2.14)$$

dan untuk  $x(t_0 + mh) = x(t)$  persamaan menjadi

$$x(m+1) = x(t) + hf(x(t)) \quad (2.15)$$

Demikian pada konstruksi bentuk diskrit dari model reaksi sel *T-Helper* dilakukan dengan mentransformasikan satu demi satu persamaannya. Proses pertama untuk mendiskritisasi persamaannya adalah dengan mengganti interval kontinu  $t_0 \leq t \leq t_m$  dengan himpunan  $t = \{t_0, t_1, \dots, t_m\}$ , dengan  $m$  bilangan bulat positif yang membagi interval  $t_0 \leq t \leq t_m$  kedalam  $m$  bagian yang sama, maka didapatkan interval antar titik diskrit sebagai berikut:

$$h = \frac{t_m - t_0}{m}, m = 1, 2, 3, \dots, k; k \in N \quad (2.16)$$

Secara rekursif, titik-titik diskrit dalam interval  $[t_0, t_m]$  dapat ditentukan sebagai berikut:

$$t_1 = t_0 + \Delta t = t_0 + h$$

$$t_2 = t_0 + 2\Delta t = t_0 + 2h$$

$$\begin{aligned}
t_3 &= t_0 + 3\Delta t = t_0 + 3h \\
&\vdots \\
t_m &= t_0 + m\Delta t = t_0 + mh \\
t_{m+1} &= t_0 + (m+1)\Delta t = t_0 + (m+1)h
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Setiap variabel pada Model reaksi sel *T-Helper* berubah berdasarkan perubahan waktu. Pada kasus diskrit variabel-variabelnya berubah seiring perubahan waktu  $t$  dengan selang perubahan sebesar  $\Delta t = h$ . Sehingga dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_1 &= W(t_0 + h) \\
W_2 &= W(t_0 + 2h) \\
W_3 &= W(t_0 + 3h) \\
&\vdots \\
W_m &= W(t_0 + mh) \\
W_{m+1} &= W(t_0 + (m+1)h)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Jadi dengan menggunakan cara yang sama seperti persamaan (2.18) dapat didapatkan pula bahwa  $W_m = W(t_0 + mh)$ ,  $X_m = X(t_0 + mh)$ ,  $M_m = M(t_0 + mh)$ ,  $I_m = I(t_0 + mh)$ ,  $A_m = A(t_0 + mh)$ . Jika diasumsikan  $t = t_m = t_0 + mh$  maka  $A_m, W_m, X_m, M_m, I_m$  dapat ditulis menjadi:

$$W_m = W(t)$$

$$X_m = X(t)$$

$$M_m = M(t)$$

$$I_m = I(t)$$

$$A_m = A(t)$$

Saat  $t_{m+1} = t_0 + (m + 1)h$  maka didapatkan kondisi seperti berikut;

$$\begin{aligned} t_{m+1} &= t_0 + (m + 1)h \\ &= t_0 + mh + h \\ &= (t_0 + mh) + h \\ t_{m+1} &= t + h \end{aligned} \tag{2.19}$$

maka  $W_{m+1}, X_{m+1}, M_{m+1}, I_{m+1}, A_{m+1}$  dapat ditulis menjadi seperti berikut:

$$W_{m+1} = W(t + h)$$

$$X_{m+1} = X(t + h)$$

$$M_{m+1} = M(t + h)$$

$$I_{m+1} = I(t + h)$$

$$A_{m+1} = A(t + h)$$

## 2.5 Metode Kontinu dan Model Diskrit

Pada Persamaan diferensial model kontinu dinyatakan dimana turunan-turunan dari persamaan tersebut adalah perubahan sesaat. Sedangkan, model diskrit merupakan model yang meliputi perubahan tidak sesaat yang diinterpretasikan dalam bentuk persamaan beda (Meyer, 1985).

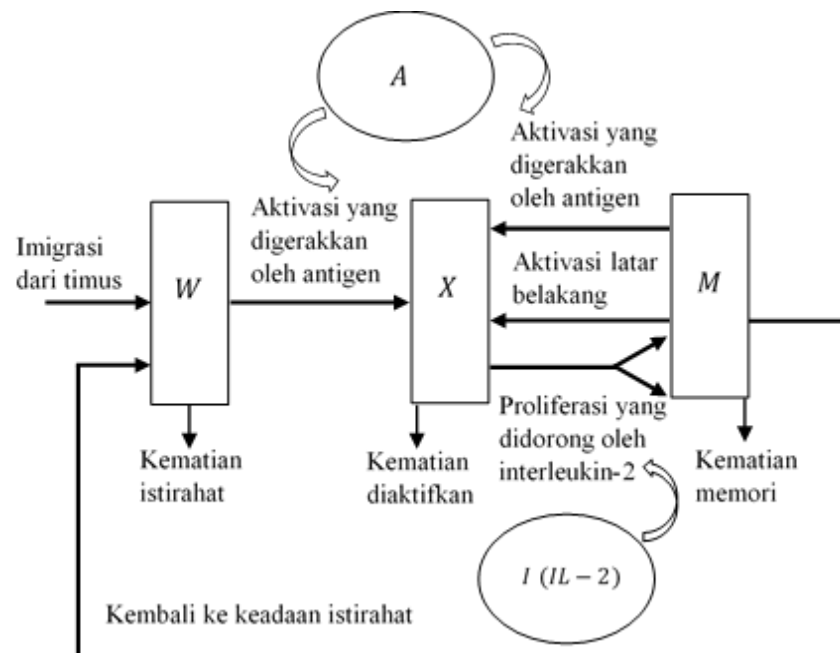
Adapun maksud laju perubahan sesaat dapat dijelaskan sebagai berikut. Apabila  $y(x)$  merupakan besar perpindahan sepanjang garis lurus oleh partikel dengan  $x$  adalah waktu, maka hasil dari bagi beda sebagai berikut:

$$\frac{\Delta y(x)}{\Delta x} \tag{2.20}$$

Untuk interval waktu  $x$  hingga  $x + \Delta x$ , perbedaan antara jarak perpindahan terhadap waktu perpindahan memberikan kecepatan rata-rata dalam interval waktu  $x$  hingga  $x + \Delta x$ . Limit dari kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai kecepatan sementara saat  $x$ . Sehingga, kecepatan sesaat  $x$  dinyatakan dengan  $Dy(x)$  (Goldberg, 1958).

## 2.6 Model Matematika Sel T-Helper

Model T sel memori yang dipakai dalam penelitian kali ini merujuk dari jurnal (McLean, 1994) terdiri dari lima populasi yaitu sel Th Istirahat ( $W$ ), Interleukin 2 (IL-2) ( $I$ ), sel T Memori ( $M$ ), sel Th teraktivasi ( $X$ ), dan antigen ( $A$ ). Model sel T memori ini juga digambarkan dalam diagram kompartemen sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram kompartemen (McLean, 1994)

Sel Th naif ( $W$ ) bermigrasi dari timus dengan kecepatan konstan  $\Lambda$  dan jika tidak diaktifkan memiliki paruh waktu  $\frac{1}{\mu}$ . Dalam hadapan antigen spesifik mereka ( $A$ ) mereka menjadi terstimulasi pada tingkat per kapita yang sebanding dengan



jumlah antigen yang ada  $\alpha A$ . Mungkin bagi sel-sel memori untuk kehilangan status memori mereka dan Kembali ke fenotipe naif atau istirahat, ini terjadi pada tingkat per sel  $\sigma$ . Asumsi ini memunculkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dW(t)}{dt} = \Lambda - \alpha A(t)W(t) - \mu W(t) + \sigma M(t) \quad (2.21)$$

Sel Th teraktivasi ( $X$ ) dapat dirangsang oleh IL-2 ( $I$ ) untuk membelah menjadi dua sel memori ( $M$ ) laju pembelahan ini jenuh pada tingkat tinggi sel Th teraktivasi, kedua asumsi ini memunculkan suku kedua dari persamaan dibawah. Sel Th yang diaktifkan memiliki waktu paruh  $\frac{1}{\mu}$  yang sama seperti semua sel Th lainnya. Sel memori dapat Kembali ke keadaan aktif karena dua alasan. Pertama, presentasi antigen spesifik ( $A$ ) oleh APC ke sel memori menyebabkan aktivasi mereka pada tingkat yang lebih cepat dengan faktor  $\delta$  daripada aktivasi sel naif. Kedua, tingkat aktivasi latar belakang  $\epsilon$  selalu ada, Ini bisa mewakili antigen yang diasingkan atau simulasi *cross-reactive*. Asumsi ini memunculkan persamaan sel Th teraktivasi sebagai berikut:

$$\frac{dX(t)}{dt} = \alpha A(t)W(t) - \frac{pI(t)X(t)}{1+iX(t)} + (\delta\alpha A(t) + \epsilon)M(t) - \mu X(t) \quad (2.22)$$

Sel Th teraktivasi membelah menjadi dua sel memori ( $M$ ). Ini memiliki waktu paruh  $\frac{1}{\mu}$  yang sama dengan subset sel Th lainnya. Sebagaimana dinyatakan diatas mereka diaktifkan pada tingkat per kapita  $\delta\alpha A + \epsilon$  mewakili aktivasi lebih cepat oleh antigen spesifik ditambah beberapa aktivasi yang hadir bahkan tanpa adanya antigen spesifik. Ada kemungkinan sel memori kehilangan status memorinya dan Kembali ke fenotipe naif atau istirahat, ini terjadi pada kecepatan per sel  $\sigma$ . Oleh karena itu, persamaan untuk dinamika sel memori Th adalah:

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{2pI(t)X(t)}{1+\xi X(t)} - (\delta\alpha A(t) + \epsilon)M(t) - \mu M(t) - \sigma M(t) \quad (2.23)$$

IL-2 diproduksi oleh sel Th teraktivasi, diserap oleh sel Th teraktivasi dan memiliki waktu paruh  $\frac{1}{\psi}$ . Oleh karena itu, persamaan untuk dinamika IL-2 adalah:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \phi X(t) - \beta I(t)X(t) - \psi I(t) \quad (2.24)$$

Persamaan yang digunakan untuk menggambarkan dinamika antigen spesifik ( $A$ ) tergantung pada jenis antigen yang dimodelkan. Untuk antigen yang bereplikasi yang tumbuh pada laju  $r$  tanpa adanya kekebalan fisik dan dihilangkan pada laju yang sebanding dengan jumlah sel Th teraktivasi yang spesifik untuknya, persamaan yang relevan adalah:

$$\frac{dA(t)}{dt} = rA(t) - \gamma A(t)X(t) \quad (2.25)$$

## 2.7 Diskritisasi dalam Kajian Al-Qur'an

Diskritisasi merupakan proses kuantisasi sifat-sifat kontinu yang berguna untuk mereduksi dan menyederhanakan data, sehingga didapatkan data diskrit yang lebih mudah dipahami untuk kemudian digunakan dan dijelaskan. Seperti apa yang telah tertuang dalam firman Allah surat Al-Insyiroh ayat 5:

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا

“*Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.*”(Q.S Al-Insyiroh/94:5).

Berdasarkan kegunaan diskritisasi yang telah dijelaskan di atas maka hubungan dengan surah Al-Insyiroh ayat 5-6 terletak pada kata “*yusra*” dalam bahasa Arab artinya mudah. Seperti halnya dengan kegunaan dari diskritisasi yakni

untuk mereduksi dan menyederhanakan data sehingga didapatkan data yang lebih mudah dipahami.

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Jenis Penelitian**

Metode penelitian yang akan digunakan dalam penelitian kali ini adalah jenis penelitian kualitatif. Penelitian kualitatif merupakan penelitian yang memiliki latar belakang alamiah yang menekankan kepada pengamatan fenomena yang terjadi dan dilakukan dengan memakai berbagai metode yang ada (Anggito & Setiawan, 2018). Penelitian ini dilakukan dengan memilih model matematika dengan mengkaji berbagai literatur yang berupa jurnal-jurnal, buku, maupun tugas akhir yang berkaitan dengan materi diskritisasi dan model matematika pada dinamika sel *T-Helper*.

#### **3.2 Pra Penelitian**

Langkah awal yang dilakukan dalam tahapan pra penelitian yaitu memilih masalah dan menentukan judul. Setelah masalah dan judul disetujui oleh dosen pembimbing, kemudian peneliti melakukan studi pendahuluan untuk mendapatkan gambaran awal penelitian yang akan dilakukan. Selanjutnya, mengumpulkan berbagai referensi yang relevan dengan permasalahan yang akan ditulis.

#### **3.3 Tahapan Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah mengikuti Langkah-langkah sebagai berikut:

1. Melakukan Penskalaan atau reduksi model matematika dari jurnal Angela R. McLean (1994).

Alur dalam melakukan penskalaan model matematika sel *T-helper* adalah sebagai berikut:

- a. Memilih variabel penskalaan baru dari persamaan  $W(t), X(t), M(t), I(t), A(t)$  dan waktu  $t$ .
  - b. Memilih parameter komposit yang akan digunakan dalam penskalaan.
2. Mendiskritisasi model persamaan sel T-*helper* menggunakan metode beda hingga standar.
  3. Simulasi model diskrit dinamika matematika sel T-*helper*.

Alur dalam melakukan simulasi model diskrit matematika sel T-*helper* adalah sebagai berikut:

- a. Memasukkan nilai parameter dari model matematika sel T-*helper* yang sudah dilakukan penskalaan.
- b. Melakukan *plotting* untuk menampilkan grafik menggunakan Matlab.
- c. Menganalisis grafik diskrit dan kontinu dari model matematika sel T-*helper*.

## BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1. Proses Penskalaan

Model telah direduksi menjadi bentuk tak berdimensi untuk melakukan simulasi numerik. Mengurangi jumlah parameter dan unit tidak penting untuk digunakan dalam analisis. Reduksi dilakukan dengan memilih variable penskalaan baru untuk  $W, X, M, I, A$  dan waktu  $t$  di definisikan

$$\begin{aligned} W(t) &= W_1(t)W_0, X(t) = X_1(t)X_0, M(t) = M_1(t)M_0, I(t) = \\ I_1(t)I_0, A(t) &= A_1(t)A_0, t = t_1t_0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

dan memilih ;

$$W_0 = \frac{\mu}{\gamma}, X_0 = \frac{\mu}{\gamma}, M_0 = \frac{\mu}{\gamma}, I_0 = \frac{\mu}{\rho}, A_0 = \frac{\mu}{\alpha}, t_0 = \frac{1}{\mu} \quad (3.2)$$

Dimana parameter kompositnya ialah sebagai berikut;

$$\begin{aligned} q &= \frac{\gamma\Lambda}{\mu^2}, a = \frac{\rho\phi}{\psi}, b = \frac{\beta\mu}{\gamma\psi}, c = \frac{r}{\mu}, d = \delta, e = \frac{\epsilon}{\mu}, w = \frac{\psi}{\mu}, v = \frac{\xi\mu}{\gamma}, s \\ &= \frac{\sigma}{\mu} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Adapun langkah-langkah Penskalaan model matematika sel T memori adalah sebagai berikut;

#### 4.1.1. Penskalaan Persamaan $\frac{dW(t)}{dt}$

Diberikan Persamaan awal  $\frac{dW(t)}{dt}$  adalah sebagai berikut;

$$\frac{dW(t)}{dt} = \Lambda - \alpha A(t)W(t) - \mu W(t) + \sigma M(t) \quad (3.4)$$

Selanjutnya, parameter dari setiap elemen dari persamaan diatas ditransformasikan dengan memilih variabel penskalaan baru pada persamaan (3.1) dan parameter komposit pada persamaan (3.3) Sehingga persamaan tersebut berubah menjadi;

$$\frac{W_0 \cdot dW_1(t)}{t_0 \cdot dt_1} = q \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} - \frac{\mu}{A_0} \cdot A_1(t) A_0 \cdot W_1(t) W_0 - \mu \cdot W_1(t) W_0 + s \cdot \mu \cdot M_1(t) M_0 \quad (3.5)$$

Karena  $W_0 = \frac{\mu}{\gamma}$  dan  $t_0 = \frac{1}{\mu}$  sehingga menjadi

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\mu}{\gamma} \cdot dW_1(t)}{\frac{1}{\mu} \cdot dt_1} &= q \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} - \mu \cdot \frac{\mu}{\gamma} \cdot A_1(t) \cdot W_1(t) - \mu \cdot \frac{\mu}{\gamma} \cdot W_1(t) + s \\ &\quad \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} M_1(t) \\ \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot \frac{dW_1(t)}{dt_1} &= q \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} - \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot A_1(t) \cdot W_1(t) - \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot W_1(t) + s \\ &\quad \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} M_1(t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dari persamaan (3.6) Ruas kanan dan ruas kiri dibagi dengan  $\frac{\mu^2}{\gamma}$  maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dW_1(t)}{dt_1} = q - A_1(t) \cdot W_1(t) - W_1(t) + s \cdot M_1(t) \quad (3.7)$$

Sehingga diperoleh persamaan baru adalah sebagai berikut;

$$\frac{dW(t)}{dt} = q - W(t) - A(t)W(t) + sM(t) \quad (3.8)$$

#### 4.1.2. Penskalaan Persamaan $\frac{dX(t)}{dt}$

Diberikan Persamaan awal  $\frac{dX(t)}{dt}$  adalah sebagai berikut;

$$\frac{dX(t)}{dt} = \alpha A(t)W(t) - \frac{\rho I(t)X(t)}{1 + \xi X(t)} + (\delta \alpha A(t) + \epsilon)M(t) - \mu X(t) \quad (3.9)$$

Selanjutnya, parameter dari setiap elemen dari persamaan diatas ditransformasikan dengan memilih variabel penskalaan baru pada persamaan (3.1) dan parameter komposit pada persamaan (3.3) Sehingga persamaan tersebut berubah menjadi;

$$\frac{x_0 \cdot dx_1(t)}{t_0 \cdot dt_1} = \frac{i}{A_0} \cdot A_1(t)A_0 \cdot W_1(t)W_0 - \frac{\frac{\mu}{I_0} I_1(t)I_0 \cdot X_1(t)X_0}{1 + \frac{v \cdot \gamma}{\mu} X_1(t)X_0} + \left( d \cdot \frac{\mu}{A_0} \cdot A_1(t)A_0 + e \cdot \mu \right) M_1(t)M_0 - \mu \cdot X_1(t)X_0 \quad (3.10)$$

Karena  $X_0 = \frac{\mu}{\gamma}$  dan  $t_0 = \frac{1}{\mu}$  sehingga menjadi

$$\frac{\frac{\mu}{\gamma} \cdot dx_1(t)}{\frac{1}{\mu} \cdot dt_1} = \mu \cdot A_1(t) \cdot W_1(t)W_0 - \frac{\mu \cdot I_1(t)I_0 \cdot X_1(t)X_0}{1 + \frac{v \cdot \gamma}{\mu} X_1(t)X_0} + (d \cdot i \cdot A_1(t) + e \cdot \mu) M_1(t)M_0 - \mu \cdot X_1(t)X_0$$

$$\frac{\frac{\mu^2}{\gamma} \cdot dx_1(t)}{\frac{1}{\mu} \cdot dt_1} = \mu \cdot \frac{\mu}{\gamma} \cdot A_1(t) \cdot W_1(t) - \frac{\mu \cdot \frac{\mu}{\gamma} \cdot I_1(t) \cdot X_1(t)}{1 + \frac{v \cdot \gamma}{\mu} \cdot \frac{\mu}{\gamma} \cdot X_1(t)} + (d \cdot \mu \cdot A_1(t) + e \cdot \mu) M_1(t) - \mu \cdot \frac{\mu}{\gamma} \cdot X_1(t)$$

$$\frac{\frac{\mu^2}{\gamma} \cdot dx_1(t)}{\frac{1}{\mu} \cdot dt_1} = \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot A_1(t) \cdot W_1(t) - \frac{\frac{\mu^2}{\gamma} \cdot I_1(t) \cdot X_1(t)}{1 + v \cdot X_1(t)} + d \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot A_1(t) + e \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot M_1(t) - \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot X_1(t) \quad (3.11)$$

Dari persamaan (3.11) Ruas kanan dan ruas kiri dibagi dengan  $\frac{\mu^2}{\gamma}$  maka dapat ditulis sebagai berikut:



$$\frac{dX_1(t)}{dt_1} = A_1(t) \cdot W_1(t) - \frac{I_1(t) \cdot X_1(t)}{1+v \cdot X_1(t)} + d \cdot A_1(t) \cdot M_1(t) + e \cdot M_1(t) - X_1(t) \quad (3.12)$$

Sehingga diperoleh persamaan baru adalah sebagai berikut;

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t)W(t) - \frac{I(t)X(t)}{1+vX} + dA(t)M(t) + eM(t) - X(t) \quad (3.13)$$

#### 4.1.3. Penskalaan Persamaan $\frac{dM(t)}{dt}$

Diberikan Persamaan awal  $\frac{dM(t)}{dt}$  adalah sebagai berikut;

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{2pI(t)X(t)}{1 + \xi X(t)} - (\delta\alpha A(t) + \epsilon)M(t) - \mu M(t) - \sigma M(t) \quad (3.14)$$

Selanjutnya, parameter dari setiap elemen dari persamaan diatas ditransformasikan dengan memilih variabel penskalaan baru pada persamaan (3.1) dan parameter komposit pada persamaan (3.3) Sehingga persamaan tersebut burubah menjadi;

$$\frac{M_0 \cdot dM_1(t)}{t_0 \cdot dt_1} = \frac{2 \cdot \frac{\mu}{I_0} I_1(t) I_0 \cdot X_1(t) X_0}{1 + \frac{v \cdot \mu}{\mu} X_1(t) X_0} + (d \cdot \frac{\mu}{A_0} \cdot A_1(t) A_0 + e \cdot \mu) M_1(t) M_0 - \mu \cdot M_1(t) M_0 - s \cdot \mu \cdot M_1(t) M_0 \quad (3.15)$$

$$M_1(t)M_0 - s \cdot \mu \cdot M_1(t)M_0$$

Karena  $M_0 = \frac{\mu}{\gamma}$  dan  $t_0 = \frac{1}{\mu}$  sehingga menjadi

$$\frac{\frac{\mu}{\gamma} \cdot dM_1(t)}{\frac{1}{\mu} \cdot dt_1} = \frac{2 \cdot \frac{\mu}{\gamma} I_1(t) \cdot X_1(t) X_0}{1 + \frac{v \cdot \mu}{\mu} X_1(t) X_0} + (d \cdot \mu \cdot A_1(t) + e \cdot \mu) M_1(t) M_0 - \mu \cdot M_1(t) M_0 - s \cdot \mu \cdot M_1(t) M_0$$

$$M_1(t)M_0 - s \cdot \mu \cdot M_1(t)M_0$$

$$\frac{\mu^2}{\gamma} \cdot \frac{dM_1(t)}{dt_1} = \frac{2 \cdot \mu \frac{\mu}{\gamma} I_1(t) \cdot X_1(t)}{1 + \frac{v \cdot \mu}{\mu} \frac{\mu}{\gamma} X_1(t)} + (d \cdot \mu \cdot A_1(t) + e \cdot \mu) \frac{\mu}{\gamma} \cdot M_1(t) - \mu \cdot M_1(t) M_0 - s \cdot \mu \cdot M_1(t) M_0$$

$$\frac{\mu}{\gamma} M_1(t) - s \cdot \mu \cdot \frac{\mu}{\gamma} M_1(t)$$

$$\frac{\mu^2}{\gamma} \cdot \frac{dM_1(t)}{dt_1} = \frac{2 \frac{\mu^2}{\gamma} I_1(t) \cdot X_1(t)}{1 + v \cdot X_1(t)} + d \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot A_1(t) \cdot M_1(t) + e \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot M_1(t) - \frac{\mu^2}{\gamma} \cdot M_1(t) \quad (3.16)$$

$$M_1(t) - s \cdot \frac{\mu^2}{\gamma} M_1(t)$$

Dari persamaan (3.16) Ruas kanan dan ruas kiri dibagi dengan  $\frac{\mu^2}{\gamma}$  maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dM_1(t)}{dt_1} = \frac{2 \cdot I_1(t) \cdot X_1(t)}{1 + v \cdot X_1(t)} + d \cdot A_1(t) \cdot M_1(t) + e \cdot M_1(t) - M_1(t) - s \cdot M_1(t) \quad (3.17)$$

$M_1(t)$

Sehingga diperoleh persamaan baru adalah sebagai berikut;

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{2I(t)X(t)}{1 + vX} - dA(t)M(t) - eM(t) - M(t) - sM(t) \quad (3.18)$$

#### 4.1.4. Penskalaan Persamaan $\frac{dI(t)}{dt}$

Diberikan Persamaan awal  $\frac{dI(t)}{dt}$  adalah sebagai berikut;

$$\frac{dI(t)}{dt} = \phi X(t) - \beta I(t)X(t) - \psi I(t) \quad (3.19)$$

Selanjutnya, parameter dari setiap elemen dari persamaan diatas ditransformasikan dengan memilih variabel penskalaan baru pada persamaan (3.1) dan parameter komposit pada persamaan (3.3) Sehingga persamaan tersebut berubah menjadi;

$$\frac{I_0 \cdot dI_1(t)}{t_0 \cdot dt_1} = \frac{a \cdot \psi}{\rho} \cdot X_1(t)X_0 - \frac{b \cdot \gamma \cdot \psi}{\mu} \cdot I_1(t)I_0 \cdot X_1(t)X_0 - w \cdot \mu \cdot I_1(t)I_0 \quad (3.20)$$

Karena  $I_0 = \frac{\mu}{\rho}$  dan  $t_0 = \frac{1}{\mu}$  sehingga menjadi

$$\frac{\frac{\mu}{\rho} \cdot dI_1(t)}{\frac{1}{\mu} \cdot dt_1} = \frac{a \cdot \psi}{\rho} \cdot \frac{\mu}{\gamma} \cdot X_1(t) - \frac{b \cdot \gamma \cdot \psi}{\mu} \cdot \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\mu}{\gamma} I_1(t) \cdot X_1(t) - w \cdot \mu \cdot \frac{\mu}{\rho} I_1(t) \quad (3.21)$$

Karena  $\psi = w \cdot \mu$  sehingga persamaan berubah menjadi;

$$\frac{\frac{\mu}{\rho} \cdot dI_1(t)}{\frac{1}{\mu} \cdot dt_1} = \frac{a \cdot \mu \cdot w}{\rho} \cdot \frac{\mu}{\gamma} \cdot X_1(t) - \frac{b \cdot \gamma \cdot \mu \cdot w}{\mu} \cdot \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\mu}{\gamma} I_1(t) \cdot X_1(t) - w \cdot \mu \cdot \frac{\mu}{\rho} I_1(t)$$

$$\frac{\mu^2 \cdot dI_1(t)}{\rho \cdot dt_1} = \frac{a \cdot w}{\gamma} \cdot \frac{\mu^2}{\rho} \cdot X_1(t) - bw \cdot \frac{\mu^2}{\rho} I_1(t) \cdot X_1(t) - w \cdot \frac{\mu^2}{\rho} I_1(t) \quad (3.22)$$

Dari persamaan (3.22) Ruas kanan dan ruas kiri dibagi dengan  $\frac{\mu^2}{\rho}$  maka

dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dI_1(t)}{dt_1} = \frac{a \cdot w}{\gamma} \cdot X_1(t) - bw \cdot I_1(t) \cdot X_1(t) - w \cdot I_1(t)$$

$$\frac{dI_1(t)}{dt_1} = w \left( \frac{a}{\gamma} X_1(t) - b \cdot I_1(t) \cdot X_1(t) - I_1(t) \right) \quad (3.23)$$

Sehingga diperoleh persamaan baru adalah sebagai berikut;

$$\frac{dI(t)}{dt} = w \left( \frac{aX(t)}{\gamma} - bI(t)X(t) - I(t) \right) \quad (3.24)$$

#### 4.1.5. Penskalaan Persamaan $\frac{dA(t)}{dt}$

Diberikan Persamaan awal  $\frac{dA(t)}{dt}$  adalah sebagai berikut;

$$\frac{dA(t)}{dt} = rA(t) - \gamma A(t)X(t) \quad (3.25)$$

Selanjutnya, parameter dari setiap elemen dari persamaan diatas ditransformasikan dengan memilih variabel penskalaan baru pada persamaan

(3.1) dan parameter komposit pada persamaan (3.3) Sehingga persamaan tersebut berubah menjadi;

$$\frac{A_0 \cdot dA_1(t)}{t_0 \cdot dt_1} = c \cdot \mu \cdot A_1(t)A_0 - \frac{\mu}{X_0} \cdot A_1(t)A_0 \cdot X_1(t)X_0 \quad (3.26)$$

Karena  $A_0 = \frac{\mu}{\alpha}$  dan  $t_0 = \frac{1}{\mu}$  sehingga menjadi

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\mu}{\alpha} \cdot dA_1(t)}{\frac{1}{\mu} \cdot dt_1} &= c \cdot \mu \cdot \frac{\mu}{\alpha} A_1(t) - \mu \cdot \frac{\mu}{\alpha} \cdot A_1(t) \cdot X_1(t) \\ \frac{\mu^2}{\alpha} \cdot \frac{dA_1(t)}{dt_1} &= c \cdot \frac{\mu^2}{\alpha} A_1(t) - \frac{\mu^2}{\alpha} \cdot A_1(t) \cdot X_1(t) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Dari persamaan (3.24) Ruas kanan dan ruas kiri dibagi dengan  $\frac{\mu^2}{\alpha}$  maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1(t)}{dt_1} &= c \cdot A_1(t) - A_1(t) \cdot X_1(t) \\ \frac{dA_1(t)}{dt_1} &= A_1(t)(c - X_1(t)) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Sehingga diperoleh persamaan baru adalah sebagai berikut;

$$\frac{dA(t)}{dt} = A(t)(c - X(t)) \quad (3.29)$$

Dari proses penskalaan yang telah dibuat sehingga persamaan untuk variable dan parameter baru adalah sebagai berikut;

$$\frac{dW(t)}{dt} = q - W(t) - A(t)W(t) + sM(t) \quad (3.30)$$

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t)W(t) - \frac{I(t)X(t)}{1 + vX} + dA(t)M(t) + eM(t) - X(t) \quad (3.31)$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{2I(t)X(t)}{1 + vX} - dA(t)M(t) - eM(t) - M(t) - sM(t) \quad (3.32)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = w \left( \frac{aX(t)}{\gamma} - bI(t)X(t) - I(t) \right) \quad (3.33)$$

$$\frac{dA(t)}{dt} = A(t)(c - X(t)) \quad (3.34)$$

## 4.2. Proses Diskritisasi Model Sel T-Helper

Langkah-langkah mendiskritkan model reaksi sel *T-Helper* adalah sebagai berikut:

### 4.2.1. Diskritisasi Persamaan $\frac{dW(t)}{dt}$

Diberikan  $\frac{dW(t)}{dt}$  dengan proses diskritisasinya adalah sebagai berikut;

$$\frac{dW(t)}{dt} = q - W(t) - A(t)W(t) + sM(t) \quad (3.35)$$

Dengan aproksimasi dari suatu fungsi  $\frac{dW(t)}{dt}$ , untuk beda maju dari persamaan (3.35) adalah sebagai berikut:

$$\frac{W(t + \Delta t) - W(t)}{\Delta t} = q - W(t) - A(t)W(t) + sM(t) \quad (3.36)$$

Karena  $\Delta t = h$  maka persamaan (3.33) Dapat ditulis sebagai berikut;

$$\frac{W(t + h) - W(t)}{h} = q - W(t) - A(t)W(t) + sM(t) \quad (3.37)$$

Dari persamaan (3.34) Ruas kanan dan ruas kiri dikali dengan  $h$  maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W(t + h) - W(t) &= h(q - W(t) - A(t)W(t) + sM(t)) \\ &= h \cdot q - h \cdot W(t) - h \cdot A(t) \cdot W(t) + h \cdot s \cdot M(t) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Selanjutnya mentransformasikan persamaan (3.38) kedalam fungsi diskrit Sehingga persamaan (3.38) menjadi sebagai berikut:

$$W_{n+1} - W_n = h \cdot q - h \cdot W_n - h \cdot A_n \cdot W_n + h \cdot s \cdot M_n \quad (3.39)$$

Dari persamaan (3.39) ruas kanan dan ruas kiri ditambah dengan  $W_n$  sehingga diperoleh

$$W_{n+1} = W_n + h \cdot q - h \cdot W_n - h \cdot A_n \cdot W_n + h \cdot s \cdot M_n \quad (3.40)$$

#### 4.2.2. Diskritisasi Persamaan $\frac{dX(t)}{dt}$

Diberikan  $\frac{dX(t)}{dt}$  dengan proses diskritisasinya adalah sebagai berikut;

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t)W(t) - \frac{I(t)X(t)}{1 + vX(t)} + dA(t)M(t) + eM(t) - X(t) \quad (3.41)$$

Dengan aproksimasi dari suatu fungsi  $\frac{dX(t)}{dt}$ , untuk beda maju dari persamaan (3.41) adalah sebagai berikut:

$$\frac{X(t+\Delta t) - X(t)}{\Delta t} = A(t)W(t) - \frac{I(t)X(t)}{1 + vX(t)} + dA(t)M(t) + eM(t) - X(t) \quad (3.42)$$

Karena  $\Delta t = h$  maka persamaan (3.42) Dapat ditulis sebagai berikut;

$$\frac{X(t+h) - X(t)}{h} = A(t)W(t) - \frac{I(t)X(t)}{1 + vX(t)} + dA(t)M(t) + eM(t) - X(t) \quad (3.43)$$

Dari persamaan (3.43) Ruas kanan dan ruas kiri dikali dengan  $h$  maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X(t+h) - X(t) &= h(A(t)W(t) - I(t)X(t)/(1 + vX(t)) + \\ &\quad dA(t)M(t) + eM(t) - X(t)) \\ &= h \cdot A(t)W(t) - h \cdot \frac{I(t)X(t)}{1 + vX(t)} - h \cdot dA(t)M(t) + h \cdot \\ &\quad eM(t) - h \cdot X(t) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Selanjutnya mentransformasikan persamaan (3.44) kedalam fungsi diskrit Sehingga persamaan (3.44) menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X_{n+1} - X_n &= h \cdot A_n \cdot W_n - \frac{h \cdot I_n \cdot X_n}{1 + v \cdot X_n} - h \cdot d \cdot A_n \cdot M_n + h \cdot e \cdot M_n - h \cdot \\ &X_n \end{aligned} \quad (3.45)$$

Dari persamaan (3.45) ruas kanan dan ruas kiri ditambah dengan  $X_n$  sehingga diperoleh

$$X_{n+1} = X_n + h \cdot A_n \cdot W_n - \frac{h \cdot I_n \cdot X_n}{1 + v \cdot X_n} - h \cdot d \cdot A_n \cdot M_n + h \cdot e \cdot M_n - h \cdot X_n \quad (3.46)$$

#### 4.2.3. Diskritisasi Persamaan $\frac{dM(t)}{dt}$

Diberikan  $\frac{dM(t)}{dt}$  dengan proses diskritisasinya adalah sebagai berikut;

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{2I(t)X(t)}{1+vX(t)} - dA(t)M(t) - eM(t) - M(t) - sM(t) \quad (3.47)$$

Dengan aproksimasi dari suatu fungsi  $\frac{dM(t)}{dt}$ , untuk beda maju dari persamaan (3.47) adalah sebagai berikut:

$$\frac{M(t+\Delta t)-M(t)}{\Delta t} = \frac{2I(t)X(t)}{1+vX(t)} - dA(t)M(t) - eM(t) - M(t) - sM(t) \quad (3.48)$$

Karena  $\Delta t = h$  maka persamaan (3.48) Dapat ditulis sebagai berikut;

$$\frac{M(t+h) - M(t)}{h} = \frac{2I(t)X(t)}{1+vX(t)} - dA(t)M(t) - eM(t) - M(t) - sM(t) \quad (3.49)$$

Dari persamaan (3.49) Ruas kanan dan ruas kiri dikali dengan  $h$  maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} M(t+h) - M(t) &= h \left( \frac{2I(t)X(t)}{1+vX(t)} - dA(t)M(t) - eM(t) - M(t) - \right. \\ &\quad \left. sM(t) \right) \\ &= \frac{2 \cdot h \cdot I(t) \cdot X(t)}{1+v \cdot X(t)} - h \cdot d \cdot A(t) \cdot M(t) - h \cdot e \cdot M(t) - \\ &\quad h \cdot M(t) - h \cdot s \cdot M(t) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Selanjutnya mentraformasikan persamaan (3.50) kedalam fungsi diskrit Sehingga persamaan (3.50) menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} M_{n+1} - M_n &= \frac{2 \cdot h \cdot I_n \cdot X_n}{1+v \cdot X_n} - h \cdot d \cdot A_n \cdot M_n - h \cdot e \cdot M_n - h \cdot \\ &\quad M_n - h \cdot s \cdot M_n \end{aligned} \quad (3.51)$$

Dari persamaan (3.48) ruas kanan dan ruas kiri ditambah dengan  $M_n$  sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} M_{n+1} &= M_n + \frac{2 \cdot h \cdot I_n \cdot X_n}{1+v \cdot X_n} - h \cdot d \cdot A_n \cdot M_n - h \cdot e \cdot M_n - h \cdot M_n - h \cdot s \cdot \\ &\quad M_n \end{aligned} \quad (3.52)$$

#### 4.2.4. Diskritisasi Persamaan $\frac{dI(t)}{dt}$

Diberikan  $\frac{dI(t)}{dt}$  dengan proses diskritisasinya adalah sebagai berikut;

$$\frac{dI(t)}{dt} = w \left( \frac{aX(t)}{\gamma} - bI(t)X(t) - I(t) \right) \quad (3.53)$$

Dengan aproksimasi dari suatu fungsi  $\frac{dI(t)}{dt}$ , untuk beda maju dari persamaan (3.53) adalah sebagai berikut:

$$\frac{I(t + \Delta t) - I(t)}{\Delta t} = w\left(\frac{aX(t)}{\gamma} - bI(t)X(t) - I(t)\right) \quad (3.54)$$

Karena  $\Delta t = h$  maka persamaan (3.54) Dapat ditulis sebagai berikut;

$$\frac{I(t + h) - I(t)}{h} = w\left(\frac{aX(t)}{\gamma} - bI(t)X(t) - I(t)\right) \quad (3.55)$$

Dari persamaan (3.55) Ruas kanan dan ruas kiri dikali dengan  $h$  maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} I(t + h) - I(t) &= h\left(w\left(\frac{aX(t)}{\gamma} - bI(t)X(t) - I(t)\right)\right) \\ &= h \cdot w \cdot \frac{aX(t)}{\gamma} - h \cdot w \cdot b \cdot I(t) \cdot X(t) - h \cdot w \cdot I(t) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Selanjutnya mentransformasikan persamaan (3.55) kedalam fungsi diskrit Sehingga persamaan (3.55) menjadi sebagai berikut:

$$I_{n+1} - I_n = h \cdot w \cdot \frac{a}{\gamma} \cdot X_n - h \cdot w \cdot b \cdot I_n \cdot X_n - h \cdot w \cdot I_n \quad (3.56)$$

Dari persamaan (3.56) ruas kanan dan ruas kiri ditambah dengan  $I_n$  sehingga diperoleh

$$I_{n+1} = I_n + h \cdot w \cdot \frac{a}{\gamma} \cdot X_n - h \cdot w \cdot b \cdot I_n \cdot X_n - h \cdot w \cdot I_n \quad (3.57)$$

#### 4.2.5. Diskritisasi Persamaan $\frac{dA(t)}{dt}$

Diberikan  $\frac{dA(t)}{dt}$  dengan proses diskritisasinya adalah sebagai berikut;

$$\frac{dA(t)}{dt} = A(t)(c - X(t)) \quad (3.58)$$

Dengan aproksimasi dari suatu fungsi  $\frac{dA(t)}{dt}$ , untuk beda maju dari persamaan (3.58) adalah sebagai berikut:

$$\frac{A(t+\Delta t) - A(t)}{\Delta t} = A(t)(c - X(t)) \quad (3.59)$$

Karena  $\Delta t = h$  maka persamaan (3.59) Dapat ditulis sebagai berikut;

$$\frac{A(t+h) - A(t)}{h} = A(t)(c - X(t)) \quad (3.60)$$

Dari persamaan (3.60) Ruas kanan dan ruas kiri dikali dengan  $h$  maka dapat ditulis sebagai berikut:



$$\begin{aligned}
 A(t+h) - A(t) &= h \cdot A(t) \left( (c - X(t)) \right) \\
 &= h \cdot c \cdot A(t) - h \cdot X(t) \cdot A(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.61}$$

Selanjutnya mentraformasikan persamaan (3.61) kedalam fungsi diskrit sehingga persamaan (3.61) menjadi sebagai berikut:

$$A_{n+1} - A_n = h \cdot c \cdot A_n - h \cdot X_n \cdot A_n \tag{3.62}$$

Dari persamaan (3.60) ruas kanan dan ruas kiri ditambah dengan  $A_n$  sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 A_{n+1} &= A_n + h \cdot c \cdot A_n - h \cdot X_n \cdot A_n \\
 &= A_n(1 + h \cdot c - h \cdot X_n)
 \end{aligned}
 \tag{3.63}$$

### 4.3. Analisis Perilaku Grafik

Setelah melakukan diskritisasi pada model matematika sel T-*Helper*,selanjutnya hasil diskritisasi tersebut disimulasikan menggunakan aplikasi matlab.Hasil simulasi tersebut akan dibandingkan dengan simulasi model kontinu. Grafik kontinu dengan selang waktu tertentu akan didekati dengan grafik diskrit yang membagi selang tersebut dengan jarak titik-titik diskrit berinterval tetap ( $h$ ). Besar  $h$  pada penelitian kali ini yaitu membandingkan  $h = 0.1$  dan  $h = 0.3$  , dengan nilai parameter sebagai berikut.

Tabel 4. 1 Daftar nilai Parameter (Mclean,1994)

No.	Parameter	Deskripsi Parameter	Nilai Parameter
1.	$\Lambda$	Laju imigrasi sel T- <i>Helper</i>	100 pg/ml
2.	$\dot{\iota}$	Laju kematian semua sel T- <i>Helper</i>	0.33 pg/ml
3.	$\delta$	Laju stimulasi “Per antigen” sel naif dan memori	2 pg/ml

4.	$\epsilon$	Laju stimulasi latar belakang sel T <i>T-Helper</i> memori	0.495 pg/ml
5.	$r$	Replikasi laju pertumbuhan antigen	0.66 pg/ml
6.	$\tilde{a}$	Laju penghapusan antigen sel <i>T-Helper</i> yang diaktifkan dan spesifik	0.0098 pg/ml
7.	$p$	Laju proliferasi “Per IL-2” pada jumlah jenuh sel <i>T-Helper</i> yang diaktifkan	0.91 pg/ml
8.	$\hat{i}$	Konsentrasi sel <i>T-Helper</i> pada setengah laju proliferasi <i>T-Helper</i> maksimum	0.029 pg/ml
9.	$\phi$	Laju produksi IL-2 sel <i>T-Helper</i> yang diaktifkan	72.5 pg/ml
10.	$\hat{a}$	Laju pembentukan kompleks sel T <i>Helper</i> teraktivasi IL-2	0.098 pg/ml
11.	$\emptyset$	Laju peluruhan IL-2	0.66 pg/ml

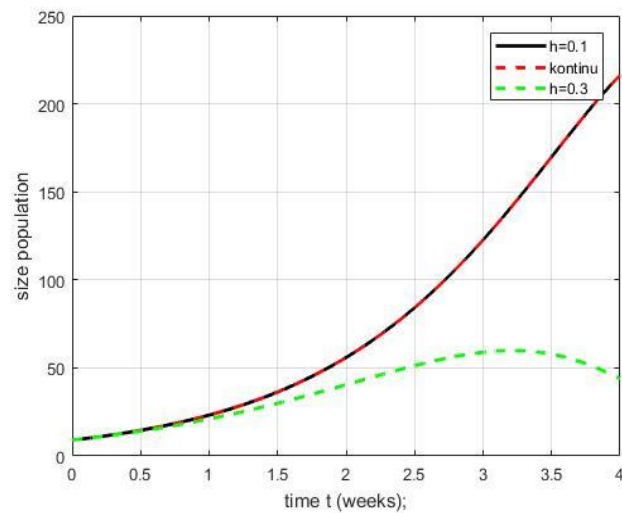
Dimana parameter komposit diberikan oleh:

$$q = \frac{\gamma\Lambda}{\mu^2}, a = \frac{\rho\phi}{\psi}, b = \frac{\beta\mu}{\gamma\psi}, c = \frac{r}{\mu}, d = \delta, e = \frac{\epsilon}{\mu}, w = \frac{\psi}{\mu}, v = \frac{\xi\mu}{\gamma}, s = \frac{\sigma}{\mu}$$

Tabel 4. 2 Daftar nilai Parameter (Mclean, 1994)

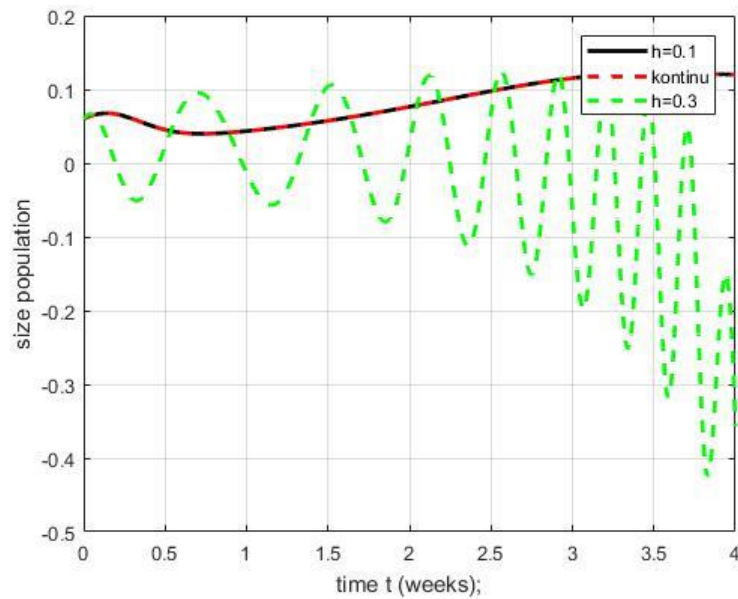
$q$	$a$	$b$	$C$	$d$	$e$	$w$	$v$	$s$
9	100	5	0.02	2	1,2	2	1	0,1

Berikut grafik kontinu dari persamaan (2.19) sampai (2.23) dan grafik diskrit dari model diskrit yang telah diperoleh.



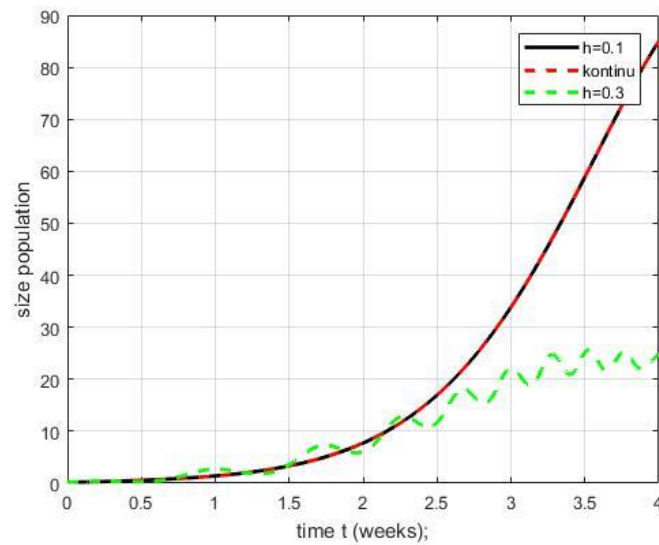
Gambar 4. 1 Grafik sel Th naif dengan  $h=0.1$  dan  $h=0.3$

Grafik diatas menunjukkan perubahan jumlah sel Th naif atau istirahat selama 30 hari dengan nilai parameter yang telah dicantumkan pada tabel diatas dengan nilai awal  $W(0)$  adalah 9. Grafik diatas digambarkan dengan nilai  $h = 0.1$  dan  $h = 0.3$ . Saat  $h = 0.1$  grafik diskrit menunjukkan sama atau berhimpit dengan grafik kontinunya. Saat  $h = 0.3$  grafik diskrit tersebut menunjukkan kenaikan populasi sel Th naif lebih cepat dibandingkan saat  $h = 0.1$  atau dengan kata lain menjauhi grafik kontinunya.



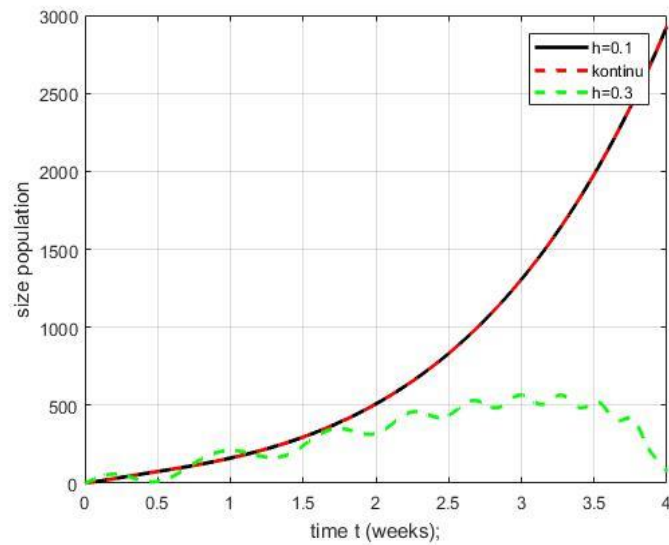
Gambar 4. 2 Grafik sel Th teraktivasi dengan  $h=0.1$  dan  $h=0.3$

Grafik diatas menunjukkan perubahan jumlah sel Th yang teraktivasi selama 30 hari dengan nilai parameter yang telah dicantumkan pada tabel diatas dengan nilai awal  $X(0)$  adalah 0,06. Grafik diatas digambarkan dengan nilai  $h = 0.1$  dan  $h = 0.3$ . Saat  $h = 0.1$  grafik diskrit menunjukkan sama atau berhimpit dengan grafik kontinunya. Saat  $h = 0.3$  grafik diskrit tersebut menunjukkan naik dan turunnya populasi sel Th naif lebih cepat dibandingkan saat  $h = 0.1$  atau dengan kata lain menjauhi grafik kontinunya.



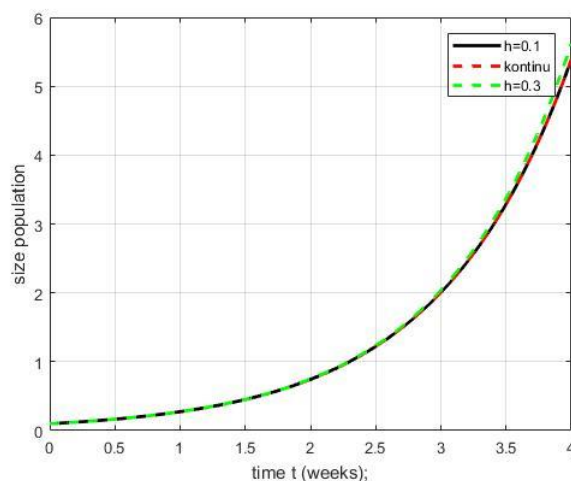
Gambar 4. 3 Grafik sel T memori dengan  $h=0.1$  dan  $h=0.3$

Grafik diatas menunjukkan perubahan jumlah sel Th Memori yang teraktivasi selama 30 hari dengan nilai parameter yang telah dicantumkan pada tabel diatas dengan nilai awal  $M(0)$  adalah 0,02. Grafik diatas digambarkan dengan nilai  $h = 0.1$  dan  $h = 0.3$ . Saat  $h = 0.1$  grafik diskrit menunjukkan sama atau berhimpit dengan grafik kontinunya. Saat  $h = 0.3$  grafik diskrit tersebut menunjukkan naik dan turunnya populasi sel Th memori lebih cepat dibandingkan saat  $h = 0.1$  atau dengan kata lain menjauhi grafik kontinunya.



Gambar 4. 4 Grafik Interleukin dengan  $h=0.1$  dan  $h=0.3$

Grafik diatas menunjukkan perubahan jumlah interleukin selama 30 hari dengan nilai parameter yang telah dicantumkan pada tabel diatas dengan nilai awal  $I(0)$  adalah 0,36. Grafik diatas digambarkan dengan nilai  $h = 0.1$  dan  $h = 0.3$ . Saat  $h = 0.1$  grafik diskrit menunjukkan sama atau berhimpit dengan grafik kontinunya. Saat  $h = 0.3$  grafik diskrit tersebut menunjukkan naik dan turunnya populasi interleukin lebih cepat dibandingkan saat  $h = 0.1$  atau dengan kata lain menjauhi grafik kontinunya.



Gambar 4. 5 Grafik Antigen dengan  $h=0.1$  dan  $h=0.3$

Grafik diatas menunjukkan perubahan jumlah Antigen selama 30 hari dengan nilai parameter yang telah dicantumkan pada tabel diatas dengan nilai awal  $A(0)$  adalah 0,1. Grafik diatas digambarkan dengan nilai  $h = 0.1$  dan  $h = 0.3$ . Saat  $h = 0.1$  grafik diskrit menunjukkan sama atau berhimpit dengan grafik kontinunya. Saat  $h = 0.3$  grafik diskrit tersebut menunjukkan kenaikan populasi sel  $T_h$  naif sedikit lebih cepat dibandingkan saat  $h = 0.1$  atau dengan kata lain menjauhi grafik kontinunya.

#### 4.4. Sel T-Helper dalam Kajian Al-Qur'an

Apa yang terjadi pada semua makhluk sudah ditetapkan oleh Allah. Sungguh, Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran, yaitu suatu sistem dan ketentuan yang telah ditetapkan (RI, Departemen Agama,2021).Allah telah menciptakan berbagai macam sel-sel didalam tubuh kita dengan fungsi dan peran yang sangat luar biasa. Terlepas dari ukuran yang sangat kecil,Allah SWT memberikan karunia terhadap sel T-Helper untuk memperkuat pertahanan sistem imun pada diri manusia dari virus ataupun penyakit yang menyerang kesehatan pada tubuh manusia. Dalam Al-Qur'an surat Al-Qomar ayat 49 Allah SWT berfirman:

أَنَا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَاهُ بِقَدَرٍ

“*Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran*” (QS. Al-Qomar:49).



## BAB V PENUTUP

### 4.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada skripsi ini, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Bentuk diskrit dari model matematika sel T-Helper yang terdiri dari Sel Th Naif, Sel Th yang teraktivasi, Sel Th Memori, Interleukin, dan Antigen hasilnya sebagai berikut:

$$W_{n+1} = W_n + h \cdot q - h \cdot W_n - h \cdot A_n \cdot W_n + h \cdot s \cdot M_n$$

$$X_{n+1} = X_n + h \cdot A_n \cdot W_n - \frac{h \cdot I_n \cdot X_n}{1 + v \cdot X_n} - h \cdot d \cdot A_n \cdot M_n + h \cdot e \cdot M_n - h \cdot X_n$$

$$M_{n+1} = M_n + \frac{2 \cdot h \cdot I_n \cdot X_n}{1 + v \cdot X_n} - h \cdot d \cdot A_n \cdot M_n - h \cdot e \cdot M_n - h \cdot M_n - h \cdot s \cdot M_n$$

$$I_{n+1} = I_n + h \cdot w \cdot \frac{a}{\bar{a}} \cdot X_n - h \cdot w \cdot b \cdot I_n \cdot X_n - h \cdot w \cdot I_n$$

$$A_{n+1} = A_n(1 + h \cdot c - h \cdot X_n)$$

2. Perbandingan grafik diskrit dengan  $h = 0,1$  cenderung menunjukkan sama atau berhimpit dengan grafik kontinunya. Sementara saat  $h = 0,3$  grafik diskrit cenderung menjauh dari grafik kontinunya hal ini menunjukkan naik dan turunnya jumlah populasi lebih cepat.

### 4.2. Saran

Pada pengembangan penelitian selanjutnya disarankan untuk melanjutkan studi model matematika sel T-Helper dengan menggunakan metode lainnya, seperti mencari analisis kestabilan serta akurasi.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aidah, S. N. (2021). *Sistem Imunitas Manusia*. Yogyakarta: KBM Indonesia.
- Al-Qur'an dan terjemahannya (2019). Kementerian Agama
- Anggito, A., & Setiawan, J. (2018). *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Sukabumi: Jejak Publisher.
- Bhamra. (2003). *Ordinary Differential Equation*. New Delhi: Allied.
- Elaydi, S. (2015). *An Introduction to difference Equation*. New York: Springer.
- Fatmah. (2006). Respons Imunitas Yang Rendah Pada Tubuh Manusia Usia Lanjut. *Makara*, 47-53.
- Goldberg, S. (1958). *Introduction to Difference Equations*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Kerpan, I. (2020). *Sel T*. Cambridge: Cambridge Stanford Book.
- Kusmaryanto, S. (2013). *Buku Ajar Matematika Teknik I*. Malang: UB Press.
- Liu, & Hussain. (2012). *Discretization: An Enabling Technique*. Arizona: Departement of Computer Science and Engineering-Arizona State.
- McLean, A. R. (1994). Modelling T Cell Memory. *J. Theor.Biol*, 63-74.
- Meyer, W. J. (1985). *Concept of Mathematical Modeling*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Raisinghania. (2013). *Ordinary and Partial Differential Equations*. New Delhi: S. Chand Publishing.
- RI, Departemen Agama;. (2021). *Al-Qur'an dan Tafsirnya*. Jakarta: Widya Cahaya.
- Ross, S. L. (2010). *Differential Equations*. Delhi: Rajv Book Binding House.
- Suryanto, A. (2012). *Persamaan Diferensial Parsial Numerik II*. Malang: Jurusan Matematika Universitas Brawijaya.

## LAMPIRAN

```
clc; clear all; close all;
global q a b c d e w v s y;
q=9;
a=100;
b=5;
c=0.02;
d=2;
e=1.2;
w=2;
v=1;
s=0.1;
y=0.0098;

tn=50;
u0=[9;0.06;0.2;0.36;0.1];
[tsol,usol]=ode45(@rhs1,[0,tn],u0);
Wsol=usol(:,1);Xsol=usol(:,2);Msol=usol(:,3);Isol=usol(:,4);Asol=u
sol(:,5);
figure(1);
%plot(tsol,Wsol,'k','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Xsol,'y','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Msol,'r','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Isol,'g','linewidth',2);hold on;
plot(tsol,Asol,'b','linewidth',2);hold on;

grid on
legend('W(t)', 'X(t)', 'M(t)', 'I(t)', 'A(t)');
xlabel('time t (weeks)');
ylabel('size population');
function udot=rhs1(~,u)
global q a b c d e w v s y;
W=u(1); X=u(2); M=u(3); I=u(4); A=u(5);
Wdash = q-W-A*W+s*M;
Xdash = -(I*X/1+v*X)+d*A*M+e*M-X+A*W;
Mdash = (2*I*X/1+v*X)-d*A*M-e*M-M-s*M;
Idash = w*(a*X/y-b*I*X-I);
Adash = A*c-A*X;

udot=[Wdash; Xdash; Mdash; Idash; Adash];
end
```

```

clc; clear all; close all;
global q a b c d e w v s h1 h2 y;
q=9;
a=100;
b=5;
c=0.02;
d=2;
e=1.2;
w=2;
v=1;
s=0.1;
h1=0.1;
h2=0.3;
y=0.0098;

tn=4;
u0=[9;9;0.06;0.06;0.2;0.2;0.36;0.36;0.1;0.1;];
[tsol,usol]=ode45(@rhs1,[0,tn],u0);
Wsol=usol(:,1);Rsol=usol(:,2);Xsol=usol(:,3);Ssol=usol(:,4);Msol=u
sol(:,5);Tsol=usol(:,6);Isol=usol(:,7);Usol=usol(:,8);Asol=usol(:,
9);Zsol=usol(:,10);
figure(1);
plot(tsol,Wsol,'k','linewidth',2);hold on;
plot(tsol,Rsol,'--r','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Xsol,'k','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Ssol,'--r','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Msol,'k','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Tsol,'--r','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Isol,'k','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Usol,'--r','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Asol,'k','linewidth',2);hold on;
%plot(tsol,Zsol,'--r','linewidth',2);hold on;
grid on
legend('W(t)', 'X(t)', 'M(t)', 'I(t)', 'A(t)');
xlabel('time t (weeks)');
ylabel('size population');
function udot=rhs1(~,u)
global q a b c d e w v s h1 h2 y;
W=u(1); R=u(2);
X=u(3); S=u(4); M=u(5); T=u(6); I=u(7); U=u(8); A=u(9); Z=u(10);
Wdash = W+h1*q-h1*W-h1*A*W+h1*s*M;
Rdash = R+h2*q-h2*R-h2*Z*R+h2*s*T;
Xdash = X+h1*A*W-(h1*I*X/1+v*X)-h1*d*A*M+h1*e*M-h1*X;
Sdash = S+h2*A*R-(h2*U*X/1+v*S)-h2*d*Z*T+h2*e*T-h2*S;
Mdash = M+(2*h1*I*X/1+v*X)-h1*d*A*M-h1*e*M-h1*M-h1*s*M;
Tdash = T+(2*h2*U*S/1+v*S)-h2*d*Z*-h2*e*T-h2*T-h2*s*T;
Idash = I+h1*w*a/y*X-h1*w*b*I*X-h1*w*I;
Udash = U+h2*w*a/y*S-h2*w*b*U*S-h2*w*U;
Adash = A+h1*c-h1*X*A;
Zdash = Z+h1*c-h1*S*Z;
udot=[Wdash; Rdash; Xdash; Sdash; Mdash; Tdash; Idash; Udash;
Adash; Zdash;];
end

```

## RIWAYAT HIDUP



Adib Maulida, lahir di Bojonegoro pada tanggal 20 Juli 1998. Memiliki nama panggilan Adib. Bertempat tinggal di RT 02 RW 01 Desa Ngasem, Kecamatan Ngasem, Kabupaten Bojonegoro. Merupakan anak sulung dari 3 bersaudara dari Bapak Yusup dan Ibu Siti Munti'ah. Pendidikan yang pernah ditempuh yaitu MI Islamiyah Ngasem 1 dan lulus pada tahun 2010. Menempuh Pendidikan di MTsN 1 Bojonegoro, lulus pada tahun 2013. Pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan di MAN 1 Model Bojonegoro dan lulus pada tahun 2016. Tahun 2016 melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang menempuh Program Studi Matematika. Aktif dalam kegiatan akademis dan organisasi di dalam maupun luar kampus seperti HMJ "Integral" Matematika, DEMA-Fakultas Sains dan Teknologi, Senat Mahasiswa UIN Malang dan Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia (PMII) dari Rayon Pencerahan Galileo, Komisariat Sunan Ampel Malang, sampai Pengurus Cabang PMII Kota Malang.




KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

**BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : Adib Maulida  
NIM : 16610019  
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika  
Judul Skripsi : Diskritisasi Model Matematika Sel T-Helper  
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si.  
Pembimbing II : Ach. Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	04 September 2021	KONSULTASI BAB 2	1.
2.	18 September 2021	REVISI BAB 2 dan 3	2.
3.	25 Oktober 2021	KONSULTASI KAJIAN AGAMA	3.
4.	27 Oktober 2021	ACC BAB 1, 2 dan 3	4.
5.	01 November 2021	ACC KAJIAN AGAMA	5.
6.	27 Desember 2021	KONSULTASI REVISI SEMPRO	6.
7.	22 Februari 2022	KONSULTASI BAB 4 dan 5	7.
8.	28 Februari 2022	REVISI BAB 4 dan 5	8.
9.	7 Maret 2022	ACC BAB 4 dan 5	9.
10.	16 Juni 2022	KONSUL REVISI SEMHAS	10.
11.	2 Februari 2023	REVISI KESIMPULAN dan ABSTRAK	11.
12.	2 Februari 2023	REVISI KAJIAN AGAMA	12.
13.	3 Februari 2023	ACC REVISI SEMHAS	13.
14.	23 Juni 2023	ACC KESELURUHAN	14.

Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika  
  
Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP.197411292000122005