ANALISIS IMPLEMENTASI MATRIKS LESLIE DALAM ESTIMASI LAJU PERTUMBUHAN POPULASI WANITA DI KABUPATEN SITUBONDO

SKRIPSI

OLEH
ULFIA IMELDA WIJAYA
NIM. 19610016

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023

ANALISIS IMPLEMENTASI MATRIKS LESLIE DALAM ESTIMASI LAJU PERTUMBUHAN POPULASI WANITA DI KABUPATEN SITUBONDO

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Ulfia Imelda Wijaya
NIM. 19610016

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023

ANALISIS IMPLEMENTASI MATRIKS LESLIE DALAM ESTIMASI LAJU PERTUMBUHAN POPULASI WANITA DI KABUPATEN SITUBONDO

SKRIPSI

Oleh
Ulfia Imelda Wijaya
NIM. 19610016

Telah Disetujui untuk Diuji
Malang, 23 Juni 2023

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Intan Nisfulaila, M.Si	Erna Herawati, M.Pd
NIP. 19900215 201903 2 015	NIDT. 19760723 20180201 2 222

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

**ANALISIS IMPLEMENTASI MATRIKS LESLIE
DALAM ESTIMASI LAJU PERTUMBUHAN POPULASI WANITA
DI KABUPATEN SITUBONDO**

SKRIPSI

Oleh
Ulfia Imelda Wijaya
NIM. 19610016

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Malang, 26 Juni 2023

Ketua Penguji	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D.	....
Anggota Penguji 1	: Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.	....
Anggota Penguji 2	: Intan Nisfulaila, M.Si.	....
Anggota Penguji 3	: Erna Herawati, M.Pd.	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Ulfia Imelda Wijaya
NIM	: 19610016
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Analisis Implementasi Matriks Leslie dalam Estimasi Laju Pertumbuhan Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 26 Juni 2023

Yang membuat pernyataan,

Ulfia Imelda Wijaya

NIM. 19610016

MOTO

قُلْ يٰعِبَادِيَ الَّذِيْنَ اَسْرَفُوْا عَلٰٓى اَنْفُسِهِمْ لَا تَقْنَطُوْا مِنْ رَّحْمَةِ اللّٰهِ ۗاِنَّ اللّٰهَ يَغْفِرُ الذُّنُوْبَ جَمِيْعًا ۗ

إِنَّهُۥ هُوَ الْغَفُورُ الرَّحِيمُ (٥٣)

"Katakanlah (Nabi Muhammad), "Wahai hamba-hamba-Ku yang melampaui batas (dengan menzalimi) dirinya sendiri, janganlah berputus asa dari rahmat Allah. Sesungguhnya Allah mengampuni dosa semuanya. Sesungguhnya Dialah Yang Maha Pengampun lagi Maha Penyayang""

(QS. Az-Zumar/39:53)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Bapak Imam Wijaya, Ibu Umi Kulsum, Kakak Reyza Kandias Ilhami Wijaya, seluruh keluarga, teman-teman, dan orang-orang yang senantiasa memberikan motivasi, doa, serta bantuan-bantuan lainnya baik berupa moral ataupun material.

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarokatuh

Segala puji bagi Allah Swt. atas limpahan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Implementasi Matriks Leslie dalam Estimasi Laju Pertumbuhan Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo”. Penyusunan skripsi ini ditujukan sebagai salah satu syarat dalam memperoleh gelar sarjana di bidang Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Sholawat serta salam kepada nabi akhir zaman, Nabi Muhammad saw., semoga kita tergolong dalam golongan orang-orang yang mendapat syafaatnya kelak.

Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada semua pihak yang membantu dan mempermudah dalam penyusunan skripsi ini, baik secara langsung maupun tidak langsung. Ucapan terima kasih disampaikan terkhusus kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, MA selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Intan Nisfulaila, M.Si selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan arahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis selama penyusunan skripsi.
5. Erna Herawati, M.Pd selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan arahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis selama penyusunan skripsi.
6. Segenap sivitas akademika Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terkhusus kepada para dosen atas ilmu dan pengalamannya.
7. Ayah (Imam Wijaya) dan Ibu (Umi Kulsum) yang senantiasa mendoakan, memberikan semangat, saran, dan restunya kepada penulis.
8. Teman-teman Program Studi Matematika angkatan 2019 yang saling memberi doa dan dukungan.

9. Semua pihak yang turut memberikan bantuan dalam penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyampaikan mohon maaf atas segala kesalahan dan kekurangan dalam penyusunan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini memberikan manfaat bagi penulis maupun pembaca.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarokatuh

Malang, 26 Juni 2023

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam penyusunan proposal skripsi ini memiliki makna sebagai berikut:

L	: Matriks Leslie yang berukuran $n \times n$
a_l	: Nilai tingkat kesuburan wanita pada kelas umur ke-l dengan $l = 1,2, \ldots n$.
b_l	: Nilai tingkat ketahanan hidup wanita pada kelas umur ke-l dengan nilai $l = 1,2, \ldots n - 1$.
$n_l(t)$	: Populasi wanita pada kelas umur ke-l dengan $l = 1,2, \ldots n$ pada waktu $t = 0$
$n(t)$	: Populasi wanita saat $t = 0$
$n(t + 1)$	: Populasi wanita pada tahun berikutnya
$n(t + x)$	: Populasi wanita pada x tahun berikutnya
$n_l(t + 1)$	: Populasi wanita pada kelas umur ke-l dengan $l = 1,2, \ldots n$ pada tahun berikutnya
M	: Umur maksimum pada populasi yang diamati
A_l	: Banyaknya kelahiran bayi (wanita) pada kelas umur ke-l
λ_i	: Nilai eigen matriks Leslie dengan $i = 1,2, \ldots n$
$\lvert\lambda_i\rvert$	: *Magnitude* dari nilai eigen matriks Leslie dengan $i = 1,2, \ldots n$

ABSTRAK

Wijaya, Ulfia Imelda. 2023. **Analisis Implementasi Matriks Leslie dalam Estimasi Laju Pertumbuhan Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Intan Nisfulaila, M.Si, (2) Erna Herawati, M.Pd.

Kata Kunci: matriks Leslie, nilai eigen, pertumbuhan populasi.

Matriks Leslie adalah suatu matriks pertumbuhan yang digunakan untuk mengestimasi laju pertumbuhan suatu populasi. Melalui laju pertumbuhan populasi tersebut, dapat diperoleh informasi apakah pertumbuhannya cenderung mengalami peningkatan, penurunan, atau stabil. Informasi tersebut dapat menjadi bahan pertimbangan pemerintah dalam menyusun kebijakan-kebijakan terkait kependudukan, salah satunya dalam penanggulangan kemiskinan. Bentuk umum matriks Leslie yaitu berupa matriks persegi di mana entri-entri baris pertamanya memuat nilai-nilai tingkat kesuburan wanita (a_l), subdiagonalnya memuat nilai-nilai tingkat ketahanan hidup wanita (b_l), dan entri-entri selain di baris pertama dan subdiagonalnya bernilai nol. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 beserta analisisnya.

Jenis penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif. Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data sekunder yang diperoleh dari Dinas Kesehatan di Kabupaten Situbondo. Data yang dimaksud yaitu data populasi wanita dan kelahiran bayi (wanita) di Kabupaten Situbondo tahun 2020-2021. Adapun tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini untuk mengimplementasikan matriks Leslie yaitu diawali dengan menyajikan model pertumbuhan populasi matriks Leslie untuk tiga tahun berikutnya. Tahapan kedua yaitu menentukan interval kelas umur. Selanjutnya, menentukan vektor distribusi umur awal. Tahapan keempat dan kelima secara berurutan yaitu menghitung nilai a_l dan nilai b_l. Dilanjutkan tahapan keenam yaitu mengkonstruksi matriks Leslie. Tahapan ketujuh yaitu mengestimasi populasi wanita menggunakan model pertumbuhan pada tahapan pertama. Tahapan kedepalan yaitu menentukan nilai eigen. Tahapan terakhirnya yaitu menentukan nilai eigen dominan. Berdasarkan hasil penelitan yang telah dilakukan diperoleh bahwa estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 cenderung mengalami penurunan. Hal tersebut ditunjukkan dengan perolehan nilai eigen dominan yang kurang dari satu.

ABSTRACT

Wijaya, Ulfia Imelda. 2023. **The Analysis of the Implementation of the Leslie Matrix in Estimating the Growth Rate of the Female Population in Situbondo Regency**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (1) Intan Nisfulaila, M.Si, (2) Erna Herawati, M.Pd.

Keywords : Leslie matrix, eigenvalues, population growth.

Leslie matrix is a growth matrix used to estimate the growth rate of a population. Through the population growth rate, information can be obtained whether the growth tends to increase, decrease, or stabilize. This information can be taken into consideration by the government in formulating population-related policies, one of which is poverty reduction. The general form of the Leslie matrix is a square matrix in which the first row entries contain the values of the female fertility rate (a_l), the subdiagonals contain the values of the female survival rate (b_l), and the entries other than in the first row and subdiagonals are zero. This study aims to determine the implementation of the Leslie matrix in estimating the female population growth rate in Situbondo Regency in 2023 and its analysis.

This type of research is quantitative research. The data used in this research is secondary data obtained from the Health Office in Situbondo Regency. The data in question is data on the female population and baby girl births in Situbondo Regency in 2020-2021. The stages carried out in this study to implement the Leslie matrix are preceded by presenting the Leslie matrix population growth model for the next three years. The second stage is to determine the age class interval. Next, determine the initial age distribution vector. The fourth and fifth stages, respectively, are calculating the value of a_l and the value of b_l. The sixth stage is to construct the Leslie matrix. The seventh stage is estimating the female population using the growth model in the first stage. The eighth stage is to determine the eigenvalue. The last stage is determining the dominant eigenvalue. Based on the results of the research conducted, it is found that the estimated female population in Situbondo Regency in 2023 tends to decrease. This is indicated by the acquisition of a dominant eigenvalue that is less than one.

مستخلص البحث

ويجايا ، أولفيا إيميلدا. ٢٠٢٣. **تحليل تنفيذ مصفوفة ليزلي (*Leslie*) في تقدير معدل نمو السكان الإناث في سيتوبوندو ريجنسي.** أالبحث العلمي. قسم الرياضيات ،كلية العلوم والتكنولوجيا ،جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرفة: (١) إنتان نصف اللية، الماجستير (٢) إرنا هراواتي، الماجستير

الكلمات المفتاحية: مصفوفة ليزلي (*Leslie*)، القيم الذاتية ، النمو السكاني.

مصفوفة ليزلي (*Leslie*) هي مصفوفة النمو تستخدم لتقدير معدل نمو السكان. من خلال معدل النمو السكاني، يمكن الحصول على معلومة عما إذا كان النمو يميل إلى الزيادة أو الانخفاض أو الاستقرار. ويمكن للحكومة أن تأخذ هذه المعلومات في الاعتبار عند صياغة السياسات المتصلة بالسكان، ومن بينها الحد من الفقر. الشكل العام لمصفوفة ليزلي (*Leslie*) هي مصفوفة مربعة تحتوي فيها مدخلات الصف الأول على قيم معدل خصوبة الإناث (a_l)، تحتوي الأقطار الفرعية على قيم معدل بقاء الإنا(b_l) ، والمدخلات الأخرى غير الموجودة في الصف الأول والأقطار الفرعية هي صفر. تهدف هذه الدراسة إلى تحديد تنفيذ مصفوفة ليزلي(*Leslie*) في تقدير معدل النمو السكاني للإناث في سيتوبوندو ريجنسي في عام ٢٠٢٣ وتحليلها.

هذا النوع من الأبحاث هو بحث كمي. البيانات المستخدمة في هذا البحث هي بيانات ثانوية تم الحصول عليها من مكتب الصحة في سيتوبوندو ريجنسي. البيانات المعنية هي بيانات عن الإناث والولادات (النساء) في سيتوبوندو ريجنسي في ٢٠٢٠-٢٠٢١. يسبق المراحل التي تم إجراؤها في هذه الدراسة لتنفيذ مصفوفة ليزلي (*Leslie*) تقديم نموذج النمو السكاني لمصفوفة ليزلي (*Leslie*) لثلاث سنوات المقبلة. المرحلة الثانية هي تحديد الفصل الزمني للفئة العمرية. بعد ذلك، حدد متجه التوزيع العمري الأول. المرحلتاه هما مرحلة الرابعة والخامسة، على التوالي، بحساب قيمة a_l وقيمة b_l. المرحلة السادسة هي بناء مصفوفة ليزلي (*Leslie*). المرحلة السابعة هي تقدير عدد الإناث باستخدام نموذج النمو في المرحلة الأولى. المرحلة الثامنة هي تحديد القيمة الذاتية. المرحلة الأخيرة هي تحديد القيمة الذاتية المهيمنة. بناءً على نتائج البحث الذي تم إجراؤه، وجد أن عدد الإناث المقدر في سيتوبوندو ريجنسي في عام ٢٠٢٣ يميل إلى الانخفاض. ويدل على ذلك الحصول على قيمة ذاتية مهيمنة أقل من قيمة واحدة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matriks merupakan jajaran bilangan-bilangan berbentuk persegi panjang yang disusun dalam baris dan kolom. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut entri dari matriks (Anton & Rorres, 2004:26). Dalam kehidupan sehari-hari, matriks dapat digunakan untuk menyederhanakan dan meyelesaikan suatu permasalahan, misalnya masalah kependudukan. Jenis matriks yang digunakan dalam penyelesaian masalah kependudukan yaitu matriks Leslie. Matriks Leslie adalah suatu matriks yang diimplementasikan guna mengestimasi banyak dan laju pertumbuhan suatu populasi (Corazon dkk., 2016). Melalui pertumbuhan populasi dapat diperoleh informasi terkait perubahan banyaknya populasi tersebut pada tahun berikutnya, apakah pertumbuhan populasinya cenderung mengalami peningkatan, penurunan, atau stabil (Pratama dkk., 2013). Kelahiran, kematian, dan ketahanan hidup merupakan kondisi-kondisi internal yang mempengaruhi jumlah dari suatu populasi (Maryati & Supian, 2021).

Leslie (1948) menyatakan bahwa untuk kesederhanaan, diasumsikan bahwa rentang usia yang sama pada periode waktu tertentu dan hanya populasi wanita/betina yang digunakan dalam perhitungan matriks Leslie. Dalam artikel yang berbeda disebutkan bahwa karena wanita/betina yang dapat melahirkan, maka hanya populasi wanita/betina yang menjadi objek dalam perhitungan menggunakan matriks Leslie (Sanusi dkk., 2019). Matriks Leslie memiliki dua parameter yaitu parameter a_l dengan nilai $l = 1,2, \dots, n$ dan b_l dengan nilai $l = 1,2, \dots, n-1$.

Didefinisikan a_l sebagai tingkat kesuburan wanita/betina yang merupakan rata-rata jumlah bayi (wanita/betina) yang lahir dari kelas umur ke-l pada waktu t hingga $t + 1$. Didefinisikan b_l sebagai tingkat ketahanan hidup wanita pada kelas umur ke-l pada waktu t yang mampu bertahan hidup hingga kelas umur $l + 1$ pada waktu ke-$t + 1$ (Corazon dkk., 2016).

Bentuk umum dari matriks Leslie yaitu berbentuk matriks persegi di mana entri baris pertamanya merupakan tingkat kesuburan wanita/betina (a_l), subdiagonalnya terdiri dari tingkat ketahanan hidup wanita/betina (b_l) serta entri-entri yang terletak selain pada baris pertama dan subdiagonalnya bernilai nol. Estimasi laju pertumbuhan populasi menggunakan matriks Leslie dilakukan dengan menetukan nilai eigen dari tranformasi linier berupa matriks Leslie tersebut. Apabila nilai eigen dominan yang diperoleh lebih dari satu, maka laju pertumbuhan populasinya cenderung mengalami peningkatan. Apabila nilai eigen dominan yang diperoleh kurang dari satu, maka laju pertumbuhan populasinya cenderung mengalami penurunan. Sedangkan, nilai eigen dominan yang bernilai sama dengan satu memiliki arti bahwa laju pertumbuhan populasi cenderung stabil (Pratama dkk., 2013). Sementara itu, estimasi populasinya diperoleh melalui perhitungan menggunakan model pertumbuhan populasi matriks Leslie.

Penelitian terdahulu terkait penerapan matriks Leslie ini dilakukan oleh Ati Maryati, Sudradjat Supian, dan Subiyanto (2021). Penelitian tersebut dilakukan untuk memprediksi angka dan laju pertumbuhan populasi wanita guna meningkatkan kualitas SDM di Jawa Barat termasuk peran wanita dalam pembangunan yang menjadi target pemerintah setempat. Hasil dari penelitian tersebut menyatakan bahwa pertumbuhan populasi wanita di Jawa Barat meningkat pada tahun 2021. Model pertumbuhan matriks Leslie yang digunakan dalam mengestimasi pertumbuhan populasi dalam penelitian tersebut juga akan digunakan dalam penelitian ini.

Pada tahun yang sama, penelitian juga dilakukan oleh Dewi Anggreini dan Ratri Candra Hastari. Penelitian ini dilakukan untuk menentukan populasi wanita di Provinsi Jawa Timur tahun 2021. Hasil dari penelitian tersebut berupa informasi bahwa jumlah populasi wanita di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2021 cenderung mengalami peningkatan atau dapat dikatakan laju pertumbuhan populasi bernilai positif. Di dalam jurnal tersebut juga memuat pemaparan terkait nilai eigen dominan yang digunakan dalam menentukan laju pertumbuhan. Ketentuan nilai eigen dominan tersebut akan digunakan dalam penelitian ini.

Konsep estimasi juga termuat dalam sebuah hadis yang diriwayatkan oleh Imam Bukhori dalam kitab Shohih Bukhori nomor 3836:

حَدَّثَنِي فَضْلُ بْنُ يَعْقُوبَ حَدَّثَنَا الْحَسَنُ بْنُ مُحَمَّدِ بْنِ أَعْيَنَ أَبُو عَلِيٍّ الْحَرَّانِيُّ حَدَّثَنَا زُهَيْرٌ حَدَّثَنَا أَبُو إِسْحَاقَ قَالَ أَنْبَأَنَا الْبَرَاءُ بْنُ عَازِبٍ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُمَا أَنَّهُمْ كَانُوا مَعَ رَسُولِ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ يَوْمَ الْحُدَيْبِيَةِ أَلْفًا وَأَرْبَعَ مِائَةٍ أَوْ أَكْثَرَ فَنَزَلُوا عَلَى بِئْرٍ فَنَزَحُوهَا فَأَتَوْا رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ فَأَتَى الْبِئْرَ وَقَعَدَ عَلَى شَفِيرِهَا ثُمَّ قَالَ ائْتُونِي بِدَلْوٍ مِنْ مَائِهَا فَأُتِيَ بِهِ فَبَصَقَ فَدَعَا ثُمَّ قَالَ دَعُوهَا سَاعَةً فَأَرْوَوْا أَنْفُسَهُمْ وَرِكَابَهُمْ حَتَّى ارْتَحَلُوا

Artinya : "*Telah menceritakan kepadaku Fadlal bin Ya'qub telah menceritakan kepada kami Al Hasan bin Muhammad bin A'yun Abu 'Ali Al Harrani telah menceritakan kepada kami Zuhair telah menceritakan kepada kami Abu Ishaq ia berkata: telah memberitakan kepada kami Al Bara' bin 'Azib radliyallahu 'anhuma bahwa mereka pernah bersama Rasulullah shallallahu 'alaihi wa sallam pada peristiwa Hudaibiyyah berjumlah seribu empat ratus orang atau lebih. Lalu kami singgah dan mengambil airnya (hingga tak bersisa setetespun). Setelah orang-orang menemui Rasulullah shallallahu 'alaihi wa sallam, beliau segera mendatangi sumur itu dan duduk di tepinya, beliau bersabda: "Bawakan aku bejana berisi air!" Setelah bejana diberikan kepada beliau, beliau meludahinya kemudian berdo'a. Selanjutnya beliau bersabda: "Biarkanlah sejenak!" Setelah itu mereka dapat memuaskan diri mereka (meminumnya) begitu pula hewan-hewan tunggangan mereka hingga mereka berangkat*" *(HR. Imam Bukhori:3836).*

Hadis tersebut mengisahkan peristiwa Hudaibiyyah di mana Al Bara' bin 'Azib beserta rombongannya yang berjumlah seribu empat ratus orang atau lebih sedang bersama Rasulullah. Ketidakpastian jumlah rombongan yang termuat dalam hadis tersebut ditandai dengan penggalan kalimat “seribu empat ratus orang atau lebih” yang memiliki maksud mengira-ngira. Dalam dunia matematika, memperkirakan suatu hal dikenal dengan istilah estimasi (Wulandari & Ulum, 2020).

Perlu diketahui bahwa populasi wanita memiliki peranan sangat penting dalam pertumbuhan populasi. Melalui rahim wanita terbentuklah cikal bakal kehidupan. Sebagaimana dalam al-Quran surah al-Qiyamah/75:37-39, yaitu:

اَلَمْ يَكُ نُطْفَةً مِّنْ مَّنِيٍّ يُّمْنٰى (٣٧) ثُمَّ كَانَ عَلَقَةً فَخَلَقَ فَسَوّٰىۙ (٣٨) فَجَعَلَ مِنْهُ الزَّوْجَيْنِ الذَّكَرَ وَالْاُنْثٰىۗ (٣٩)

Artinya : *“Bukankah Dia (manusia) dahulu setetes mani yang ditumpahkan (ke dalam rahim). Kemudian mani itu menjadi segumpal darah, lalu Allah menciptakannya, dan menyempurnakannya. Lalu Allah menjadikan dari padanya sepasang laki-laki dan perempuan” (QS. al-Qiyamah/75:37-39).*

Ayat 37-39 dalam al-Quran surah al-Qiyamah tersebut menjelaskan tentang terbentuknya janin di dalam rahim wanita. Janin yang ada di dalam rahim kemudian disempurnakan oleh Allah hingga terlahir individu baru. Wanita yang telah menjadi ibu memiliki peran penting dalam mencetak generasi emas bangsa. Hal ini sejalan dengan ungkapan *al-ummu al-madrasah al-ula, idza a’dadtaha a’dadta sya’ban tayyiban al-a’raq*, yang maknanya ibu merupakan madrasah/sekolah pertama bagi anak-anaknya, generasi yang baik akan terbentuk apabila seorang ibu mampu membentuknya. Oleh karena itu, menuntut ilmu bagi seorang wanita sangat diperlukan untuk membentuk dan memperbanyak generasi yang baik (*dzurriyyah thoyyibah*) (Nurhayati & Syahrizal, 2015).

Pertumbuhan populasi wanita perlu untuk diamati. Hal tersebut dikarenakan peranan wanita yang memiliki pengaruh terhadap berkembang atau tidaknya suatu populasi manusia yang ditandai dengan terlahir atau tidaknya individu-individu baru (Maryati & Supian, 2021). Penyejahteraan penduduk oleh pemerintah akan lebih mudah dilakukan salah satunya apabila pertumbuhan penduduknya terkendali (Sanusi dkk., 2019). Berdasarkan penjelasan tersebut, maka saya tertarik untuk melakukan penelitian terkait implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan dan populasi wanita. Sehingga, penelitian ini berjudul “Analisis Implementasi Matriks Leslie dalam Estimasi Laju Pertumbuhan Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo”. Penelitian ini dilakukan untuk memberikan pemahaman terkait implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan populasi serta memberikan kontribusi bagi pemerintah Kabupaten Situbondo. Kontribusi yang dimaksud yakni berupa data estimasi banyaknya populasi wanita di Kabupaten Situbondo.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu bagaimana analisis implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang akan dicapai dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui analisis implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan mampu memberikan manfaat di antaranya bagi:

1. Penulis

   Penyusunan penelitian ini diharapkan mampu meningkatkan pemahaman dan kemampuan penerapan terhadap bidang ilmu Matematika, lebih khusus terkait penerapan matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan populasi wanita serta analisisnya.

2. Lembaga

   Penyusunan penelitian ini diharapkan mampu memberikan konstribusi khususnya bagi pemerintah Kabupaten Situbondo dalam memberikan data estimasi laju pertumbuhan populasi wanita disertai analisisnya. Data estimasi populasi tersebut juga bisa dimanfaatkan untuk kepentingan dalam mengatasi masalah kependudukan salah satunya masalah kemiskinan.

3. Pembaca

   Penyusunan penelitian ini diharapkan mampu memberikan wawasan tambahan kepada pembaca terkait implementasi matriks Leslie dalam estimasi laju pertumbuhan populasi wanita berikut beserta analisinya.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Implementasi matriks Leslie hanya digunakan untuk mengestimasi laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023.

2. Populasi yang menjadi objek penelitian adalah populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2020 hingga tahun 2021.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penyusunan proposal penelitian ini yaitu:

Bab I Pendahuluan

Bab ini berisikan enam subbab yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini memuat penjelasan terkait konsep yang mendukung penyelesaian bab IV di antaranya yaitu pengertian matriks, operasi perkalian matriks dengan matriks, determinan matriks, nilai eigen, matriks Leslie, dan kajian keislaman.

Bab III Metode Penelitian

Bab ini terdiri dari jenis penelitian, sumber data, lokasi penelitian, teknik pengumpulan data, dan teknik analisis data.

Bab IV Hasil dan Pembahasan

Bab ini menganalisis implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan dan populasi wanita Kabupaten Situbondo yang selanjutnya digunakan untuk kepentingan upaya penurunan PMKS oleh Dinas Sosial di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 serta integrasi keagamaan.

Bab V Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dari hasil dan pembahasan penelitian beserta saran yang berkaitan dengan penelitian yang dilakukan.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Matriks

2.1.1 Pengertian Matriks

Matriks merupakan bilangan-bilangan yang tersusun berbentuk baris dan kolom. Dalam penulisan matriks, huruf kapital (*capital*) digunakan untuk menotasikan matriks dan huruf kecil (*lowercase*) digunakan dalam menotasikan besaran numerik (entri dalam matriks). Banyaknya baris (arah horizontal) dan kolom (arah vertikal) dalam suatu matriks menjadi acuan dalam menentukan ukuran matriks tersebut. Cara menuliskan ukuran suatu matriks yaitu bilangan pertama menotasikan banyaknya baris dan bilangan keduanya menotasikan banyaknya kolom. Misalnya, suatu matriks tersusun dari tiga baris dan dua kolom, maka ukuran dari matriks tersebut adalah 3×2. Entri a_{ij} menotasikan entri yang terletak pada baris ke-i dan kolom ke-j. Suatu matriks A tersusun dari m baris dan n kolom $(m \times n)$ memiliki bentuk umum:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix},$$

atau dapat ditulis sebagai $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ (Anton dkk., 2019:26-27).

Contohnya, sebuah matriks B tersusun dari dua kolom dan tiga baris. Sehingga, ukuran dari matriks B yaitu 2×3 yang dituliskan sebagai:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

dengan entri-entri $b_{11} = 1,\ \ b_{12} = 3, b_{13} = -1, b_{21} = 2,\ \ b_{22} = 4,$ dan $b_{23} = 5.$

2.1.2 Operasi Perkalian Matriks dengan Matriks

Dibutuhkan pemahaman terkait operasi perkalian matriks dengan matriks yang nantinya akan digunakan dalam perhitungan estimasi populasi wanita menggunakan implementasi matriks Leslie.

Suatu matriks A yang berukuran $m \times r$ dan matriks B dengan ukuran $r \times n$, maka hasilkali *AB* merupakan matriks C yang berukuran $m \times n$ yaitu $C = [c_{ij}]_{m\times n}$ dengan ilustrasi sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ir} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mr} \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2j} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{r1} & b_{r1} & \dots & b_{rj} & \dots & b_{rn} \end{bmatrix}$$

maka,

$$c_{ij} = \sum_{p=1}^{r} a_{ip}b_{pj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \cdots + a_{ir}b_{rj} \qquad (2.1)$$

(Anton dkk., 2019:30). Contohnya yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

maka,

$$C = \begin{bmatrix} 12 & 26 & 30 & 13 \\ 8 & -4 & 26 & 12 \end{bmatrix},$$

di mana untuk memperoleh nilai entri c_{23} adalah $c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} = (2 \cdot 4) + (6 \cdot 3) + (0 \cdot 5) = 26$, begitu juga untuk memperoleh entri-entri lainnya pada matriks C.

2.1.3 Determinan Matriks

Materi terkait permutasi dan inversi diperlukan untuk mendefinisikan determinan matriks.

2.1.3.1 Permutasi

Misalkan $P = \{1,2,\ldots,s\}$ merupakan himpunan bilangan bulat terurut dari 1 hingga s. Suatu himpunan K yang diperoleh dengan menyusun anggota-anggota P tanpa perulangan yaitu $j_1 j_2 \ldots j_s$ disebut permutasi dari P. Permutasi dari P merupakan pemetaan satu-satu (injektif) dan pada (onto) terhadap P itu sendiri.

Ilustrasi:

Misalkan $P = \{1,2,3,4\}$. Permutasi dari himpunan P yaitu 4231. Sesuai fungsi $f: P \to P$ yang didefinisikan sebagai

$$f(1) = 4$$

$$f(2) = 2$$

$$f(3) = 3$$

$$f(4) = 1.$$

Sebarang elemen dari s elemen di P dapat ditempatkan di posisi pertama, sebarang dari $s - 1$ elemen di posisi kedua, sebarang dari $s - 2$ elemen di posisi ketiga, hingga elemen terakhir di posisi ke-s. Sehingga, terdapat permutasi sebanyak $s(s-1)(s-2)\ldots 3 \cdot 2 \cdot 1 = s!$ (s faktorial) dari P. Himpunan semua permutasi dari anggota P dinotasikan sebagai P_s (Kolman & Hill, 2007:141-142).

Contoh:

Misalkan $P = \{1,2,3\}$. Himpunan P memilik 3 elemen sehingga $P_3 = 3! = 3 \times 2 = 6$. Himpunan-himpunan dari P_3 yaitu 123,132,213,231,312, dan 321.

2.1.3.2 Inversi

Suatu permutasi $j_1 j_2 \ldots j_s$ dikatakan mempunyai inversi (*inversion*) jika bilangan bulat yang lebih besar (j_b) mendahului bilangan bulat yang lebih kecil (j_k). Suatu permutasi disebut genap jika banyaknya inversinya genap (tandanya $+$). Suatu permutasi disebut ganjil apabila banyaknya inversinya ganjil (tandanya $-$). (Kolman & Hill, 2007:142).

Contoh:

Misalkan p merupakan suatu permutasi dengan $p(1) = 3$, $p(2) = 5$, $p(3) = 2$, $p(4) = 1$, dan $p(5) = 4$. Akan ditentukan jumlah inversi dari permutasi p.

Penyelesaian:

Diperoleh $p(1) = 3$ karena bilangan 3 mendahului dua bilangan lain yang lebih kecil yaitu 2 dan 1.

Diperoleh $p(2) = 5$ karena bilangan 5 mendahului tiga bilangan lain yang lebih kecil yaitu 2, 1, dan 4.

Diperoleh $p(3) = 2$ karena bilangan 2 mendahului satu bilangan lain yang lebih kecil yaitu 1.

Diperoleh $p(4) = 1$. Karena 1 merupakan bilangan bulat terkecil, maka tidak ada bilangan lain yang lebih kecil dari 1 mendahuluinya.

Diperoleh $p(5) = 4$ karena tidak ada bilangan yang mendahuluinya karena merupakan bilangan yang berada di posisi terakhir.

Dapat disimpulkan, p memiliki 6 inversi yang mengindikasikan bahwa p merupakan permutasi genap (bertanda $+$).

2.1.3.3 Definisi Determinan

Misalkan A suatu matriks persegi $n \times n$. Fungsi determinan dinotasikan dengan “det” yang didefinisikan sebagai

$$\det(A) = \sum(\pm)a_{1j_1}a_{2j_2}\dots a_{nj_n} \qquad (2.2)$$

yang merupakan penjumlahan dari perkalian elementer yaitu perkalian dari semua unsur matriks di mana setiap unsurnya hanya mengambil satu dan hanya satu pada setiap kolom atau baris (tidak berasal dari baris atau kolom yang sama) dengan memperhatikan banyaknya inversinya, apakah permutasi $j_1 j_2 \dots j_n$ genap $(+)$ atau ganjil $(-)$ (Anton & Rorres, 2004:92-93).

Apabila $A = [a_{11}]$ merupakan suatu matriks 1×1, maka $\det(A) = a_{11}$.

Apabila

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

maka terdapat sebanyak $n! = 2! = 2 \cdot 1 = 2$ permutasi yaitu 12 pada perkalian elementer $a_{11}a_{22}$ dan permutasi 21 pada perkalian elementer $a_{12}a_{21}$.

Permutasi 12 merupakan permutasi genap (bertanda $+$). Pada permutasi 21, karena terdapat indeks $j_1 = 2$ yang lebih besar mendahului indeks $j_2 = 1$ maka banyaknya inversinya yaitu satu yang mengindikasikan bahwa permutasi 21 ganjil (bertanda $-$). Sehingga diperoleh

$$\det(A) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Apabila

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

Tedapat sebanyak $n! = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ permutasi yaitu $123, 231, 312, 132, 213, 321$ pada perkalian-perkalian elementer yang secara berurutan yaitu:

$$a_{11}a_{22}a_{33}, a_{12}a_{23}a_{31}, a_{13}a_{21}a_{32}, a_{11}a_{23}a_{32}, a_{12}a_{21}a_{33},\ a_{13}a_{22}a_{31}$$

Permutasi-permutasi pada perkalian-perkalian elementer $a_{11}a_{22}a_{33}$, $a_{12}a_{23}a_{31}$, $a_{13}a_{21}a_{32}$ merupakan permutasi genap (bertanda $+$) dan permutasi-permutasi pada perkalian-perkalian elementer $a_{11}a_{23}a_{32}$, $a_{12}a_{21}a_{33}$, $a_{13}a_{22}a_{31}$ adalah ganjil (bertanda $-$), sehingga diperoleh:

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32}$$
$$-a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

(Kolman & Hill, 2007:142-143).

Contoh :

Diberikan suatu matriks A sebagai beikut:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

maka,

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31}$$

$$\det(A) = 2(-2)(-1) + 3(2)(4) + 1(-1)(5) - 2(2)(5) - 3(-1)(-1)$$
$$- 1(-2)(4) = 4 + 24 + (-5) - 20 - 3 + 8 = 8.$$

2.1.4 Nilai Eigen

2.1.4.1 Transformasi Linier

Definisi 2.1 berikut merupakan definisi yang menjelaskan pengertian dari tarnsformasi linier.

Definisi 2.1:

Apabila $T: V \to W$ merupakan suatu fungsi yang memetakan ruang vektor V ke suatu ruang vektor W, maka T disebut tranformasi linier dari V ke W apabila semua vektor **u** dan **v** pada V dan semua skalar c memenuhi syarat:

1. $T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$
2. $T(c\mathbf{u}) = cT(\mathbf{u})$.

Dalam kasus yang sama di mana $V = W$, maka suatu transformasi linier $T: V \to V$ disebut sebagai operator linier pada V (Anton & Rorres, 2004:418).

Contoh :

Misalkan V dan W masing-masing merupakan ruang vektor dan $\mathbf{0} \in W$ merupakan vektor nol. Pemetaan $T: V \to W$ didefinisikan sebagai

$$T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}, \text{ untuk setiap } \mathbf{v} \in V.$$

Akan ditunjukkan bahwa T merupakan transformasi linier.

Bukti:

Ambil sebarang skalar c dan $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$. Perhatikan bahwa

$$T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{0} = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$$

$$T(c\mathbf{u}) = \mathbf{0} = c\mathbf{0} = cT(\mathbf{u})$$

Sehingga, T merupakan transformasi linier.

2.1.4.2 Definisi Nilai Eigen

Definisi terkait nilai dan vektor eigen sebagaimana yang dituliskan pada Definisi 2.2 berikut.

Definisi 2.2:

Misalkan A suatu matriks persegi $n \times n$ dan terdapat vektor taknol $\mathbf{v} \in R^n$ $(\mathbf{v} \neq \mathbf{0})$ yang merupakan vektor eigen dari operator matriks T yaitu $T: R^n \to R^n$ dan $T(\mathbf{v}) = \lambda\mathbf{v}$. Oleh karena operator T diwakili oleh matriks A yaitu $T(\mathbf{v}) = \mathrm{A}\mathbf{v}$, maka dapat ditulis:

$$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v} \tag{2.3}$$

untuk suatu skalar λ. Skalar λ disebut nilai eigen dari A (pada operator T), dan $\mathbf{v}$ disebut eigen vektor yang bersesuaian dengan λ (Anton dkk, 2019:291).

Untuk nilai $\lambda\mathbf{v} = \lambda I\mathbf{v}$**,** maka nilai eigen dari A (pada operator T) dapat diperoleh melalui:

$$A\mathbf{v} = \lambda I\mathbf{v} \tag{2.4}$$

atau secara ekuivalen,

$$(\lambda I - A)\mathbf{v} = \mathbf{0}. \tag{2.5}$$

Selanjutnya, harus memiliki satu solusi taknol dari Persamaan (2.4) agar λ dapat menjadi nilai eigen. Persamaan (2.4) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika:

$$\det(\lambda I - A) = 0. \tag{2.6}$$

Persamaan (2.5) disebut persamaan karakteristik dari A dan nilai-nilai eigen dari A merupakan skalar-skalar yang memenuhi persamaan tersebut (Anton & Rorres, 2004:385).

Contoh:

Diberikan suatu matriks A

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},$$

akan ditentukan nilai eigen dari A.

Penyelesaian:

Berdasarkan Persamaan (2.5), akan dihitung terlebih dahulu nilai dari $\lambda I - A$, maka

$$\lambda I - A = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda - 4 & 1 \\ -2 & \lambda - 1 \end{bmatrix},$$

dengan menggunakan Persamaan (2.5) diperoleh

$$\det(\lambda I - A) = 0,$$

sehingga

$$\det \begin{bmatrix} \lambda - 4 & 1 \\ -2 & \lambda - 1 \end{bmatrix} = 0.$$

Jadi

$$(\lambda - 4)(\lambda - 1) - (1)(-2) = 0,$$

atau

$$\lambda^2 - \lambda - 4\lambda + 4 + 2 = 0.$$

Diperoleh

$$\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$$

yang difaktorkan menjadi

$$(\lambda - 2)(\lambda - 3) = 0.$$

Untuk $\lambda - 2 = 0$, maka $\lambda = 2$.

Untuk $\lambda - 3 = 0$, maka $\lambda = 3$.

Dengan demikian, nilai eigen dari transformasi linier berupa matriks A yaitu $\lambda = 2$ dan $\lambda = 3$.

2.1.5 Matriks Leslie

Matriks Leslie merupakan suatu matriks yang dikonstruksi dengan tujuan untuk mengestimasi jumlah dan laju pertumbuhan suatu populasi. Penemu matriks Leslie bernama P. H Leslie pada tahun 1945 yang merupakan seorang pakar Ekologi. Matriks Leslie berbentuk matriks persegi di mana entri baris pertamanya merupakan tingkat kesuburan wanita, sub diagonalnya terdiri dari tingkat ketahanan hidup wanita serta entri-entri yang terletak selain pada baris pertama dan sub diagonalnya bernilai nol, serta diasumsikan tidak adanya migrasi pada populasi tersebut (Pratama dkk., 2013). Untuk kesederhanaan, diasumsikan bahwa rentang usia yang sama pada periode waktu tertentu dan hanya populasi wanita/betina yang digunakan dalam perhitungan matriks Leslie (Leslie, 1948). Dalam artikel yang berbeda disebutkan juga bahwa karena wanita yang dapat melahirkan, maka hanya populasi wanita yang menjadi objek dalam perhitungan menggunakan matriks

Leslie. Tingkat kesuburan dan ketahanan hidup wanita menjadi faktor yang berpengaruh dalam mengestimasi populasi wanita pada tahun-tahun berikutnya menggunakan matriks Leslie (Sanusi dkk., 2019).

Didefinisikan a_l sebagai tingkat kesuburan wanita yang merupakan rata-rata jumlah bayi (wanita) yang lahir dari kelas umur ke-*l* pada waktu *t*. Didefinisikan b_l sebagai tingkat ketahanan hidup wanita pada kelas umur ke-*l* yang merupakan peluang wanita yang mampu bertahan hidup dari kelas umur ke-*l* hingga kelas umur *l* + 1 pada waktu ke-t. Bentuk umum matriks Leslie yaitu (Corazon dkk., 2016):

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$a_l \geq 0 \text{ untuk } l = 1,2, \dots , n$$

$$0 < b_l \leq 1 \text{ untuk } l = 1,2, \dots, n-1.$$

Asumsikan terdapat paling sedikit satu kelas umur a_l sehingga $a_l > 0$, karena apabila $a_l = 0$, $\forall_l$, maka artinya tidak ada kelahiran yang terjadi pada kelas tersebut. kelas umur a_l yang memiliki nilai disebut kelas umur kesuburan. Selanjutnya, kelas umur $b_l \neq 0$ karena apabila $b_l = 0$ artinya tidak ada wanita yang mampu bertahan hidup hingga kelas umur berikutnya.

Pada matriks Leslie, populasi wanita diklasifikasikan dalam beberapa kelas yang memiliki rentang umur sama. Misalkan M merupakan batas umur maksimum wanita di suatu populasi dan populasi wanita tersebut dibagi menjadi l kelas umur, maka masing-masing kelas umur memiliki rentang umur $\frac{M}{l}$ tahun. Penentuan kelas umur wanita dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Penentuan Kelas Umur

Kelas Umur	Rentang Umur	Kelas Umur	Rentang Umur
1	$\left[0, \frac{M}{l}\right)$	$\vdots$	$\vdots$
2	$\left[\frac{M}{l}, \frac{2M}{l}\right)$	l-1	$\left[\frac{(l-2)M}{l}, \frac{(l-1)M}{l}\right)$
3	$\left[\frac{2M}{l}, \frac{3M}{l}\right)$	l	$\left[\frac{(l-1)M}{l}, M\right)$

Diasumsikan populasi wanita untuk masing-masing kelas umur diketahui ketika $t = 0$, maka $n_1(t)$ dinotasikan sebagai populasi wanita pada kelas umur pertama, $n_2(t)$ dinotasikan sebagai populasi wanita pada kelas umur kedua, dan seterusnya hingga populasi wanita pada kelas umur ke-l yang dinotasikan dengan $n_l(t)$, sehingga total populasi saat $t = 0$ yaitu:

$$n(t) = n_1(t) + n_2(t) + n_3(t) + \cdots + n_l(t)$$

dan total populasi wanita pada masing-masing kelas umur saat waktu ke-t dituliskan sebagai:

$$n(t) = \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ n_3(t) \\ \vdots \\ n_l(t) \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

di mana vektor $n(t)$ disebut vektor distribusi umur awal. Selanjutnya, saat waktu ke-$t + 1$ di mana $n_1(t + 1)$ merupakan notasi populasi wanita pada kelas umur pertama, $n_2(t + 1)$ dinotasikan sebagai populasi wanita pada kelas umur kedua, dan seterusnya hingga $n_l(t + 1)$ yang merupakan notasi untuk populasi wanita pada kelas umur ke-l, maka total populasi saat waktu ke-$t + 1$ yaitu:

$$n(t+1) = n_1(t+1) + n_2(t+1) + n_3(t+1) + \cdots + n_l(t+1)$$

dan vektor distribusi umur saat $t + 1$ dituliskan sebagai:

$$n(t+1)=\begin{bmatrix} n_1(t+1) \\ n_2(t+1) \\ n_3(t+1) \\ \vdots \\ n_l(t+1) \end{bmatrix}.$$

Didefinisikan populasi wanita pada kelas umur pertama saat waktu $t+1$:

$$n_1(t+1)=a_1n_1(t)+a_2n_2(t)+a_3n_3(t)+\cdots+a_ln_l(t),$$

jumlah populasi kelahiran bayi berjenis kelamin wanita yang lahir saat waktu t hingga $t+1$ merupakan populasi wanita untuk kelas umur pertama saat $t+1$. Selanjutnya, didefinisikan rata-rata jumlah wanita pada kelas umur ke-l saat waktu t yang bertahan hidup hingga kelas umur ke-$l+1$ saat $t+1$ merupakan total populasi wanita pada kelas umur ke-$l+1$ pada waktu $t+1$ di mana $l=1,2,3,\dots,n-1$. Secara matematis dituliskan sebagai:

$$n_{l+1}(t+1)=b_ln_l(t),\;\; l=1,2,3,\dots,l-1.$$

Sehingga model pertumbuhan populasi wanita dengan

$$n_1(t+1)=a_1n_1(t)+a_2n_2(t)+a_3n_3(t)+\cdots+a_ln_l(t)$$

dan

$$n_{l+1}(t+1)=b_ln_l(t),\;\; l=1,2,3,\dots,l-1$$

dituliskan sebagai:

$$\begin{bmatrix} n_1(t+1) \\ n_2(t+1) \\ n_3(t+1) \\ \vdots \\ n_l(t+1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_{l-1} & a_l \\ b_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & b_{l-1} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ n_3(t) \\ \vdots \\ n_l(t) \end{bmatrix}$$

atau model pertumbuhan populasi dapat dituliskan kembali menjadi:

$$n(t+1)=Ln(t) \tag{2.9}$$

dengan keterangan:

$n(t+1)$: Vektor populasi yang memuat estimasi populasi wanita pada waktu $t+1$.

L : Matriks Leslie berukuran $n \times n$.

$n(t)$: Vektor populasi yang memuat populasi pada kelas umur saat waktu t.

Lebih lanjut, Rumus pemodelan pertumbuhan populasi untuk x tahun berikutnya diperoleh melalui pengembangan Persamaan (2.10) sebagai berikut:

$$n(t+1) = Ln(t)$$

$$n(t+2) = Ln(t+1) = L\big(Ln(t)\big) = L^2 n(t)$$

$$n(t+3) = Ln(t+2) = L\big(L^2 n(t)\big) = L^3 n(t)$$

$$n(t+4) = Ln(t+3) = L\big(L^3 n(t)\big) = L^4 n(t)$$

$$n(t+5) = Ln(t+4) = L\big(L^4 n(t)\big) = L^5 n(t)$$

$$\vdots$$

$$n(t+x) = Ln(t+(x-1)) = L\big(L^{x-1} n(t)\big) = L^x n(t).$$

Dengan demikian, model pertumbuhan populasi pada x tahun berikutnya yaitu:

$$n(t+x) = L^x n(t), \tag{2.10}$$

dengan keterangan:

$n(t+x)$: vektor populasi yang memuat estimasi populasi wanita pada waktu $t+x$.

L : matriks Leslie berukuran $n \times n$.

$n(t)$: vektor populasi yang memuat populasi pada kelas umur saat waktu t.

(Pratama dkk., 2013).

2.1.5.1 Menentukan Tingkat Kesuburan Wanita untuk Mengkonstruksi Matriks Leslie

Tingkat kesuburan wanita dalam matriks Leslie dinotasikan dengan a_l. Didefinisikan a_l merupakan rata-rata bayi (wanita) yang lahir dari kelas umur ke-l pada waktu t hingga $t+1$ dengan ketentuan:

$$a_l \geq 0 \text{ untuk } l = 1,2, \dots, n.$$

(Corazon dkk., 2016).

Misalkan A_l merupakan notasi untuk jumlah bayi (wanita) yang lahir ketika wanita berada pada kelas umur ke-l pada waktu t hingga waktu $t+1$ dan $n_l(t)$ merupakan notasi populasi awal wanita pada kelas umur ke-l (Farokhi, 2021). Diperoleh tingkat kesuburan wanita pada kelas umur tersebut yaitu:

$$a_l = \frac{\text{jumlah bayi (wanita) pada kelas umur ke-}l\text{ waktu }t\text{ hingga waktu }t+1}{\text{populasi wanita pada kelas umur ke-}l\text{ saat }t}$$

secara matematis dapat ditulis:

$$a_l = \frac{A_l}{n_l(t)}. \tag{2.11}$$

2.1.5.2 Menentukan Tingkat Ketahanan Hidup Wanita untuk Mengkonstruksi Matriks Leslie

Tingkat ketahanan hidup wanita dalam matriks Leslie dinotasikan dengan b_l yang memiliki ketentuan:

$$0 < b_l \leq 1 \text{ untuk } l = 1,2, \dots, n-1$$

(Corazon dkk., 2016). Didefinisikan b_l merupakan peluang wanita pada kelas umur ke-l pada waktu ke-t yang mampu bertahan hidup hingga kelas umur ke-$l+1$ pada waktu ke-$t+1$. Secara matematis dituliskan sebagai:

$$b_l n_l(t) = n_{l+1}(t+1) \tag{2.12}$$

$$b_l = \frac{n_{l+1}(t+1)}{n_l(t)} \tag{2.13}$$

(Montshiwa, 2007 dan Leslie, 1945).

2.1.5.3 Nilai Eigen Dominan untuk Laju Pertumbuhan Populasi

Laju pertumbuhan populasi dalam implementasi matriks Leslie diperoleh melalui nilai eigen dominan yang didefinisikan sebagaiman pada Definisi 2.3 berikut:

Definisi 2.3:

Diberikan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_n$ merupakan nilai eigen dari matriks persegi A, λ_1 disebut nilai eigen dominan dari A apabila:

$$|\lambda_1| > |\lambda_i| \text{ dengan } i = 2,3, \ldots, n.$$

Misalkan terdapat suatu matriks Q yang dapat dibalik (memiliki invers) dan matriks Leslie L dapat didiagonalisasikan, sehingga:

$$Q^{-}LQ = D \tag{2.14}$$

dengan $D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \lambda_n \end{bmatrix}$ dan $Q = [\mathbf{q_1}\ \mathbf{q_2} \ldots \mathbf{q}_n]$ untuk suatu nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_n$ dan vektor eigen dari Q yaitu $\mathbf{q_1}, \mathbf{q_2}, \ldots, \mathbf{q_n}$ (Anton dkk., 2019:302). Berdasarkan Persamaan (2.14), maka diperoleh $L = QDQ^{-}$ yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$L = Q \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \lambda_n \end{bmatrix} Q^{-1} \tag{2.15}$$

untuk suatu L^xdengan $x = 1,2, \ldots, n$, maka persamaannya menjadi:

$$L^x = Q\begin{bmatrix} {\lambda_1}^x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & {\lambda_2}^x & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & {\lambda_n}^x \end{bmatrix} Q^{-1}$$

diketahui bahwa $n(t)$ merupakan notasi untuk vektor distribusi umur awal suatu populasi, maka:

$$L^x n(t) = Q\begin{bmatrix} {\lambda_1}^x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & {\lambda_2}^x & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & {\lambda_n}^x \end{bmatrix} Q^{-1} n(t).$$

Pada Persamaan (2.10), $n(t+x) = L^x n(t)$, maka dapat dituliskan kembali:

$$n(t+x) = Q\begin{bmatrix} {\lambda_1}^x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & {\lambda_2}^x & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & {\lambda_n}^x \end{bmatrix} Q^{-1} n(t)$$

Misalkan hasil perkalian $Q^{-1}n(t) = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$, maka

$$n(t+x) = [\mathbf{q_1}\ \mathbf{q_2} \dots \mathbf{q}_{\boldsymbol{n}}]\begin{bmatrix} {\lambda_1}^x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & {\lambda_2}^x & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & {\lambda_n}^x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

$$n(t+x) = [\mathbf{q_1}\ \mathbf{q_2} \dots \mathbf{q}_{\boldsymbol{n}}]\begin{bmatrix} {\lambda_1}^x c_1 \\ {\lambda_2}^x c_2 \\ \vdots \\ {\lambda_n}^x c_n \end{bmatrix}$$

$$n(t+x) = \mathbf{q_1}{\lambda_1}^x c_1 + \mathbf{q_2}{\lambda_2}^x c_2 + \cdots + \mathbf{q}_{\boldsymbol{n}}{\lambda_n}^x c_n. \qquad (2.16)$$

Akan ditunjukkan bahwa λ_1 merupakan nilai eigen dominan yang memiliki pengaruh terhadap laju pertumbuhan populasi. Kedua ruas dikalikan dengan $\frac{1}{{\lambda_1}^p}$, maka persamaannya menjadi:

$$\frac{1}{{\lambda_1}^x} n(t+x) = Q \begin{bmatrix} 1 & 0 & & \\ 0 & \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^x & \cdots & 0 \\ & & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\right)^x \\ 0 & 0 & \cdots & \end{bmatrix} Q^{-1} n(t)$$

diketahui λ_1 merupakan notasi untuk nilai eigen dominan, maka:

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_1} < 1, \quad \text{untuk } i = 1,2, \ldots, n.$$

dan diperoleh

$$\left(\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\right)^x \to 0 \text{ ketika } p \to \infty.$$

Dibentuk suatu limit

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{1}{{\lambda_1}^x} n(t+x) = Q \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} Q^{-1} n(t)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{1}{{\lambda_1}^x} n(t+x) = [\mathbf{q_1}\ \mathbf{q_2} \ldots \mathbf{q}_n] \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{1}{{\lambda_1}^x} n(t+x) = [\mathbf{q_1}\ \mathbf{q_2} \ldots \mathbf{q}_n] \begin{bmatrix} c_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{1}{{\lambda_1}^x} n(t+x) = c_1\mathbf{q_1} + 0\mathbf{q_2} + \cdots + 0\mathbf{q_n}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{1}{{\lambda_1}^x} n(t+x) = c_1\mathbf{q_1}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to\infty} n(t+x) = c_1{\lambda_1}^x\mathbf{q_1}. \tag{2.17}$$

Diperoleh suatu pendekatan dari Persamaan (2.17):

$$n(t+x) = c_1{\lambda_1}^x\mathbf{q_1}$$

$$\Leftrightarrow n(t+(x-1)) = c_1{\lambda_1}^{x-1}\mathbf{q_1}$$

sehingga,

$$n(t+x) = c_1 {\lambda_1}^x \mathbf{q_1}$$

$$n(t+x) = c_1 \lambda_1 {\lambda_1}^{x-1} \mathbf{q_1}$$

$$n(t+x) = \lambda_1 c_1 {\lambda_1}^{x-1} \mathbf{q_1}$$

diperoleh,

$$n(t+x) = \lambda_1 n(t+(x-1)) \qquad (2.18)$$

(Pratama dkk, 2013).

Melalui Persamaan (2.18) diperoleh ketentuan bahwa untuk sebarang x tahun dalam populasi, jika $\lambda_1 = 1$ merupakan nilai eigen dominan dari transformasi linier berupa Matriks Leslie, maka vektor distribusi umur berikutnya akan sama dengan vektor distribusi umur sebelumnya. Sehingga berakibat:

1. Apabila nilai $\lambda_1 > 1$, maka laju pertumbuhan populasi cenderung meningkat.
2. Apabila nilai $\lambda_1 = 1$, maka laju pertumbuhan populasi cenderung stabil.
3. Apabila nilai $\lambda_1 < 1$, maka laju pertumbuhan populasi cenderung menurun

(Anggreini & Hastari, 2017).

Lebih lanjut, Asumsikan terdapat suatu nilai eigen dengan besaran (*magnitude*) terbesar (nilai eigen dominan) dari suatu matriks persegi $n \times n$ (Wong, 2019). Besaran (*magnitude*) dari bilangan riil merupakan nilai mutlak dari bilangan riil itu sendiri. Untuk suatu bilangan kompleks, misalkan $z = x + yi$, maka besaran (*magnitude*) dari z dengan notasi $|z|$ adalah sebagai berikut:

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad (2.18)$$

untuk $x, y \in \mathbb{R}$ (Gubner, 2017).

Contoh:

Penentuan nilai eigen dari suatu transformasi linier berupa matriks Leslie L adalah sebagai berikut:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}8981 & 0{,}5330 & 0{,}2551 & 0{,}1200 & 0{,}0829 & 0{,}0717 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}9910 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}9971 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}9947 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}9891 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9858 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9872 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9880 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9863 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9815 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9735 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9617 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9418 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2{,}4911 & 0 \end{bmatrix}$$

nilai-nilai eigen yang diperoleh yaitu $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 0$, $\lambda_4 = 0$, $\lambda_5 = 0$, $\lambda_6 = 1{,}13906051383703$, $\lambda_7 = 0{,}137932121610756 + 0{,}970942939950276i$, $\lambda_8 = 0{,}137932121610756 - 0{,}970942939950276i$, $\lambda_9 = 0{,}331937698241632 + 0{,}452384090860241i$, $\lambda_{10} = 0{,}331937698241632 - 0{,}452384090860241i$, $\lambda_{11} = -0{,}30579312225437 + 0{,}513175815126255i$, $\lambda_{12} = -0{,}30579312225437 - 0{,}513175815126255i$, $\lambda_{13} = -0{,}766849178010098$, $\lambda_{14} = -0{,}700364731022967$.

Dari nilai-nilai eigen tersebut, maka nilai eigen dominannya yaitu $\lambda_6 = 1{,}13906051383703$ atau berdasarkan notasi nilai eigen dominan maka $\lambda_1 = 1{,}13906051383703$. Hal ini sesuai dengan Definisi 2.6 bahwa nilai eigen dominan artinya

$$|\lambda_1| > |\lambda_i| \text{ dengan } i = 2,3,\dots,n.$$

Oleh karena $\lambda_1 > 1$, maka mengindikasikan bahwa laju pertumbuhan penduduknya cenderung meningkat.

2.3 Kajian Keislaman

Populasi manusia merupakan salah satu populasi dari komunitas makhluk hidup di bumi yang masih bertahan hingga saat ini. Sebagaimana iman, populasi manusia juga bersifat naik atau turun. Artinya, populasi manusia dapat bertambah sebab adanya kelahiran atau pun berkurang karena adanya kematian. Kelahiran manusia sebagaimana proses kejadiannya yang dinyatakan dalam QS. al-Mu’minun ayat 12-14:

وَلَقَدْ خَلَقْنَا الْاِنْسَانَ مِنْ سُلٰلَةٍ مِّنْ طِيْنٍۚ(١٢) ثُمَّ جَعَلْنٰهُ نُطْفَةً فِيْ قَرَارٍ مَّكِيْنٍۖ (١٣) ثُمَّ خَلَقْنَا
النُّطْفَةَ عَلَقَةً فَخَلَقْنَا الْعَلَقَةَ مُضْغَةً فَخَلَقْنَا الْمُضْغَةَ عِظٰمًا فَكَسَوْنَا الْعِظٰمَ لَحْمًا ثُمَّ اَنْشَأْنٰهُ خَلْقًا اٰخَرَۗ
فَتَبَارَكَ اللّٰهُ اَحْسَنُ االْخٰلِقِيْنَ (١٤)

Artinya : *“Sungguh, Kami telah menciptakan manusia dari sari pati (yang berasal) dari tanah. Kemudian, Kami menjadikannya air mani di dalam tempat yang kukuh (rahim). Kemudian, air mani itu Kami jadikan sesuatu yang menggantung (darah). Lalu, sesuatu yang menggantung itu Kami jadikan segumpal daging. Lalu, segumpal daging itu Kami jadikan tulang belulang. Lalu, tulang belulang itu Kami bungkus dengan daging. Kemudian, Kami menjadikannya makhluk yang (berbentuk) lain. Mahasuci Allah sebaik-baik pencipta” (QS. al-Mu’minun/23:12-14).*

Adapun kematian manusia sebagaimana yang dinyatakan dalam QS. al-‘Ankabut ayat 57:

كُلُّ نَفْسٍ ذَآىِٕقَةُ الْمَوْتِۗ ثُمَّ اِلَيْنَا تُرْجَعُوْنَ(٥٧)

Artinya : *“Tiap-tiap yang* berjiwa *akan merasakan mati. Kemudian hanyalah kepada Kami kamu dikembalikan”* (QS. al-‘Ankabut/29:57).

Ayat 12-14 dalam QS. al-Mu’minun tersebut menjelaskan proses terbentuknya manusia dalam rahim yang menjadi cikal bakal hadirnya individu baru. Oleh karena hanya wanita yang memiliki rahim, maka dalam hal ini peran wanita sangat diperlukan. Wanita yang telah menjadi ibu memiliki peran penting dalam mencetak generasi emas bangsa. Sejalan dengan ungkapan seorang penyair ternama, Hafiz Ibrahim, *al-ummu al-madrasah al-ula, idza a’dadtaha a’dadta* *sya'ban tayyiban al-a'raq*, yang maknanya ibu merupakan madrasah/sekolah pertama bagi anak-anaknya, generasi yang baik akan terbentuk apabila seorang ibu mampu membentuknya. Oleh karena itu, menuntut ilmu bagi seorang wanita sangat diperlukan untuk membentuk dan memperbanyak generasi yang baik (*dzurriyyah thoyyibah*) (Nurhayati & Syahrizal, 2015).

Sebaliknya pada QS. al-Ankabut ayat 57 merupakan salah satu ayat yang menjadi pengingat bahwa setiap jiwa akan mengalami kematian. Semakin bertambah atau berkurangnya penduduk memiliki pengaruh terhadap kesejahteraan penduduk setempat. Misalnya, tingginya pertumbuhan penduduk dan minimnya lapangan pekerjaan berpotensi dalam meningkatnya angka kemiskinan dan pengangguran. Pertumbuhan penduduk yang terkendali menjadi faktor yang memudahkan pemerintah setempat dalam usaha penyejahteraan penduduk (Sanusi dkk., 2019).

Sebagaimana yang disebutkan bahwa pertumbuhan penduduk memiliki pengaruh terhadap kesejahteraan penduduk, maka dapat dilakukan pengamatan terhadap pertumbuhan penduduk. Pengamatan tersebut dilakukan agar diperoleh informasi apakah pertumbuhannya cenderung mengalami peningkatan, penurunan, atau stabil. Sehingga dapat dilakukan perencaan dan persiapan yang lebih baik terhadap usaha-usaha penyejahteraan penduduk untuk hasil yang lebih baik juga. Estimasi atau perkiraan terhadap suatu hal merupakan salah satu pengamatan yang dapat dilakukan. Estimasi terhadap suatu hal dapat menjadi bentuk antisipasi agar hal yang diperkirakan memberikan dampak baik terlebih untuk masa mendatang. Sebagaimana dalam QS. Yusuf ayat 47-48:

قَالَ تَزْرَعُونَ سَبْعَ سِنِينَ دَأَبًا فَمَا حَصَدْتُمْ فَذَرُوهُ فِي سُنْبُلِهِ إِلَّا قَلِيلًا مِمَّا تَأْكُلُونَ (٤٧)

ثُمَّ يَأْتِي مِنْ بَعْدِ ذَٰلِكَ سَبْعٌ شِدَادٌ يَأْكُلْنَ مَا قَدَّمْتُمْ لَهُنَّ إِلَّا قَلِيلًا مِمَّا تُحْصِنُونَ(٤٨)

Artinya : *“Dia (Yusuf) berkata,“Bercocoktanamlah kamu tujuh tahun berturut-turut! Kemudian apa yang kamu tuai, biarkanlah di tangkainya, kecuali sedikit untuk kamu makan. Kemudian, sesudah itu akan datang tujuh (tahun) yang sangat sulit (paceklik) yang menghabiskan apa yang kamu simpan untuk menghadapinya, kecuali sedikit dari apa (bibit gandum) yang kamu simpan”” (QS. Yusuf/12:48-49).*

Berdasarkan tafsir jalalain, ayat 47 dalam surah Yusuf memiliki maksud seruan untuk bercocok tanam secara terus-menerus selama tujuh tahun. Apabila telah tiba waktu pemanenan, maka makanlah sebagian hasilnya sedangkan jangan merusak sebagian yang lain (menyimpan sebagian hasilnya). Selanjutnya, di ayat 48 disebutkan bahwa setelah tujuh tahun masa tanam (kesuburan), akan datang masa kekeringan dan sulit (paceklik) selama tujuh tahun lamanya. Maka apa yang telah disimpan selama masa subur tersebut digunakan untuk mengadapi masa paceklik (Mahalli & Suyuti, 2010). Dalam kasus tersebut, estimasi atau perkiraan terhadap banyaknya hasil panen yang disimpan memiliki pengaruh terhadap keberlangsungan hidup di masa selanjutnya yaitu masa panceklik. Oleh karenanya, dibutuhkan persiapan dan perencaan yang baik untuk kehidupan yang baik pula di masa mendatang.

Pembelajaran yang dapat diperoleh yakni estimasi populasi di tahun-tahun berikutnya perlu untuk dilakukan sebagai bekal untuk perencanaan tata kehidupan yang lebih baik. Estimasi penduduk dapat memberikan informasi apakah pertumbuhannya cenderung mengalami peningkatan, penurunan, atau stabil. Berdasarkan informasi tersebut, pemerintah setempat dapat melakukan antisipasi dan rencana terhadap program-program yang menunjang kesejahteraan mereka.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penilitian

Jenis penelitian ini yaitu penelitian kuantitatif. Jenis penelitian ini menggunakan data berupa angka ataupun program statistik dalam penyelesaian masalah penelitian (Wahidmurni, 2017). Ciri dari jenis penelitian kuantitatif ialah penggunaan pengukuran berikut analisisnya (Arsyam & M. Yusuf Tahir, 2021).

3.2 Data dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu jenis data sekunder. Data sekunder yang dimaksud berupa data populasi dan kelahiran bayi (wanita) di Kabupaten Situbondo tahun 2020-2021. Adapun sumber data dalam penelitian ini berasal dari Dinas Kesehatan Kabupaten Situbondo.

3.3 Metode Pengumpulan Data

Pengumpulan data dalam penelitian ini menggunakan teknik penelitian lapangan. Teknik penelitian lapangan berupa dokumentasi pengumpulan data dengan menggunakan dokumen sebagai sumber data. Sumber data diperoleh dengan mengunjungi langsung dinas terkait yaitu dinas kesehatan di Kabupaten Situbondo.

3.4 Tahap-Tahap Penelitian

Proses analisis implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo dilakukan melalui beberapa tahapan berikut:

1. Menyajikan model pertumbuhan populasi matriks Leslie untuk x tahun berikutnya di Kabupaten Situbondo yang disesuaikan dengan batasan penelitian.
2. Menentukan interval kelas umur populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2020-2021 sebagaimana pada Tabel 2.1.
3. Menentukan vektor distribusi umur awal dengan menggunakan Persamaan (2.7).
4. Menghitung nilai tingkat kesuburan populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2020-2021 dengan menggunakan Persamaan (2.11).
5. Menghitung nilai tingkat ketahanan hidup populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2020-2021 dengan menggunakan Persamaan (2.13).
6. Mengkonstruksi matriks Leslie.
7. Menghitung estimasi populasi wanita Kabupaten Situbondo tahun 2020-2021.
8. Menentukan nilai eigen dari tranformasi linier berupa matriks Leslie dengan menggunakan Persamaan (2.6).
9. Menentukan nilai eigen dominan dari tranformasi linier berupa matriks Leslie untuk menentukan laju pertumbuhan wanita Kabupaten Situbondo tahun 2020-2021 beserta interpretasinya dengan menggunakan Definisi 2.3.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan dan populasi wanita di Kabupaten Situbondo dilakukan melalui tahapan-tahapan berikut:

4.1 Proses Estimasi Laju Pertumbuhan dan Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo Menggunakan Matriks Leslie

4.1.1 Menyajikan Model Pertumbuhan Populasi Matriks Leslie untuk x Tahun Berikutnya di Kabupaten Situbondo

Berdasarkan Persamaan (2.10), rumus model pertumbuhan populasi untuk x tahun berikutnya yaitu:

$$n(t+x) = L^x n(t).$$

Dalam penelitian ini, data yang digunakan untuk mengimplementasikan matriks Leslie yaitu data populasi wanita pada tahun 2020-2021 dan data kelahiran bayi berjeniskelamin wanita pada tahun 2020-2021 di Kabupaten Situbondo sebagaimana terdapat pada Lampiran 1. Data tersebut digunakan untuk mengestimasi laju pertumbuhan dan populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 menggunakan implementasi Matriks Leslie.

Diketahui untuk $t = 0$ yaitu populasi wanita pada tahun 2020 sebagai data populasi awal. Oleh karena data tersebut akan digunakan untuk mengestimasi populasi wanita pada tahun 2023, maka diperoleh $x = 3$. Sehingga, rumus model pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 yaitu:

$$n(t+x) = L^x n(t)$$

$$n(0+3) = L^3 n(0)$$

$$n(3) = L^3 n(0) \tag{4.1}$$

keterangan:

$n(3)$: vektor populasi yang memuat estimasi populasi wanita pada tahun 2023.

L : matriks Leslie berukuran $n \times n$.

$n(0)$: vektor populasi yang memuat populasi pada kelas umur saat waktu $t = 0$.

4.1.2 Menentukan Interval Kelas Umur Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Interval kelas umur yang digunakan dalam penelitian ini yaitu interval kelas umur yang telah ditentukan oleh Dinas Kesehatan Kabupaten Situbondo (Data terdapat pada Lampiran 1). Berdasarkan Tabel 2.1, diasumsikan nilai M yaitu 75 tahun dan l yaitu 15 kelas, maka rentang umur pada masing-masing kelas umur dapat ditentukan sebagaimana pada Tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1 Rentang Umur Populasi dan Kelahiran Bayi Wanita Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Kelas Umur	Rentang Umur	Kelas Umur	Rentang Umur
1	$\left[0, \frac{M}{l}\right) = [0,5)$	9	$\left[\frac{9M}{l}, \frac{10M}{l}\right) = [40,45)$
2	$\left[\frac{M}{l}, \frac{2M}{l}\right) = [5,10)$	10	$\left[\frac{10M}{l}, \frac{11M}{l}\right) = [45,50)$
3	$\left[\frac{2M}{l}, \frac{3M}{l}\right) = [10,15)$	11	$\left[\frac{11M}{l}, \frac{12M}{l}\right) = [50,55)$
4	$\left[\frac{3M}{l}, \frac{4M}{l}\right) = [15,20)$	12	$\left[\frac{12M}{l}, \frac{13M}{l}\right) = [55,60)$
5	$\left[\frac{4M}{l}, \frac{5M}{l}\right) = [20,25)$	13	$\left[\frac{13M}{l}, \frac{14M}{l}\right) = [60,65)$
6	$\left[\frac{6M}{l}, \frac{7M}{l}\right) = [25,30)$	14	$\left[\frac{14M}{l}, \frac{15M}{l}\right) = [65,70)$
7	$\left[\frac{7M}{l}, \frac{8M}{l}\right) = [30,35)$	15	$\left[\frac{15M}{l}, M\right) = [70,75)$
8	$\left[\frac{8M}{l}, \frac{9M}{l}\right) = [35,40)$		

diperoleh interval umur pada masing-masing kelas umur sebagaimana pada Tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2 Interval Umur Populasi dan Kelahiran Bayi Wanita Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Kelas Umur	Interval Umur	Kelas Umur	Interval Umur	Kelas Umur	Interval Umur	Kelas Umur	Interval Umur
1	0-4	5	20-24	9	40-44	13	60-64
2	5-9	6	25-29	10	45-49	14	65-69
3	10-14	7	30-34	11	50-54	15	70-74
4	15-19	8	35-39	12	55-59	16	75+

Berdasarkan Tabel 4.2, populasi wanita Kabupaten Situbondo pada tahun 2020-2021 terbagi menjadi 16 kelas umur dengan interval umur yang sama pada masing-masing kelas umur yaitu 5 tahun kecuali pada kelas umur terakhir yang berisikan populasi wanita dengan umur lebih dari 75 tahun. Banyaknya kelas umur akan sama dengan banyaknya nilai a_l, nilai b_l, dan ukuran matriks Leslie.

4.1.3 Menentukan Vektor Distribusi Umur Awal

Vektor distribusi umur awal yang dinotasikan dengan $n(t)$ merupakan populasi wanita pada waktu $t = 0$ sebagaimana pada Persamaan (2.7). Dalam penelitian ini, $n(t)$ di mana $t = 0$ merupakan populasi wanita pada tahun 2020. Sehingga diperoleh:

$$n(0) = \begin{bmatrix} n_1(0) \\ n_2(0) \\ n_3(0) \\ n_4(0) \\ n_5(0) \\ n_6(0) \\ n_7(0) \\ n_8(0) \\ n_9(0) \\ n_{10}(0) \\ n_{11}(0) \\ n_{12}(0) \\ n_{13}(0) \\ n_{14}(0) \\ n_{15}(0) \\ n_{16}(0) \end{bmatrix}$$

$$n(0) = \begin{bmatrix} 21.274 \\ 22.217 \\ 22.805 \\ 26.136 \\ 25.662 \\ 24.578 \\ 24.535 \\ 25.421 \\ 25.918 \\ 26.456 \\ 26.657 \\ 24.213 \\ 21.626 \\ 13.706 \\ 9.831 \\ 10.232 \end{bmatrix}.$$

Sehingga, vektor kolom $n(0) = \begin{bmatrix} 21.274 \\ 22.217 \\ 22.805 \\ 26.136 \\ 25.662 \\ 24.578 \\ 24.535 \\ 25.421 \\ 25.918 \\ 26.456 \\ 26.657 \\ 24.213 \\ 21.626 \\ 13.706 \\ 9.831 \\ 10.232 \end{bmatrix}$ merupakan vektor distribusi umur awal.

4.1.4 Menghitung Nilai Tingkat Kesuburan Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Nilai tingkat kesuburan populasi wanita pada masing-masing kelas umur dapat diperoleh dengan menggunakan data pada Lampiran 1 dan rumus pada Persamaan (2.11) sebagai berikut:

$$a_l = \frac{A_l}{n_l(t)}.$$

Sehingga diperoleh:

$$a_1 = \frac{A_1}{n_1(0)} = \frac{0}{21.274} = 0 \qquad a_2 = \frac{A_2}{n_2(0)} = \frac{0}{22.217} = 0$$

$$a_3 = \frac{A_3}{n_3(0)} = \frac{9}{22.805} = 0{,}0004 \qquad a_4 = \frac{A_4}{n_4(0)} = \frac{339}{26.136} = 0{,}0130$$

$$a_5 = \frac{A_5}{n_5(0)} = \frac{2.309}{25.662} = 0{,}090 \qquad a_6 = \frac{A_6}{n_6(0)} = \frac{3.803}{24.578} = 0{,}1547$$

$$a_7 = \frac{A_7}{n_7(0)} = \frac{1.326}{24.535} = 0{,}0540 \qquad a_8 = \frac{A_8}{n_8(0)} = \frac{978}{25.421} = 0{,}0385$$

$$a_9 = \frac{A_9}{n_9(0)} = \frac{0}{25.918} = 0 \qquad a_{10} = \frac{A_{10}}{n_{10}(0)} = \frac{0}{26.456} = 0$$

$$a_{11} = \frac{A_{11}}{n_{11}(0)} = \frac{0}{26.657} = 0 \qquad a_{12} = \frac{A_{12}}{n_{12}(0)} = \frac{0}{24.213} = 0$$

$$a_{13} = \frac{A_{13}}{n_{13}(0)} = \frac{0}{21.626} = 0 \qquad a_{14} = \frac{A_{14}}{n_{14}(0)} = \frac{0}{13.706} = 0$$

$$a_{15} = \frac{A_{15}}{n_{15}(0)} = \frac{0}{9.831} = 0 \qquad a_{16} = \frac{A_{16}}{n_{16}(0)} = \frac{0}{10.232} = 0.$$

Berdasarkan perhitungan nilai tingkat kesuburan wanita (a_l), diperoleh bahwa nilai tingkat kesuburan wanita pada kelas umur pertama bernilai 0, pada kelas umur kedua bernilai 0, pada kelas umur ketiga bernilai 0.0004, seterusnya hingga kelas umur keenam belas yang bernilai 0.

4.1.5 Menghitung Nilai Tingkat Ketahanan Hidup Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Nilai tingkat ketahanan hidup populasi wanita pada masing-masing kelas umur dapat diperoleh dengan menggunakan data pada Lampiran 1 dan rumus pada Persamaan (2.13) sebagai berikut:

$$b_l = \frac{n_{l+1}(t+1)}{n_l(t)}.$$

Sehingga diperoleh:

$$b_1 = \frac{n_2(t+1)}{n_1(t)} = \frac{20.850}{21.274} = 0{,}9801 \qquad b_2 = \frac{n_3(t+1)}{n_2(t)} = \frac{21.083}{22.217} = 0{,}9489$$

$$b_3 = \frac{n_4(t+1)}{n_3(t)} = \frac{25.261}{22.805} = 1{,}11 \approx 1 \qquad b_4 = \frac{n_5(t+1)}{n_4(t)} = \frac{24.938}{26.136} = 0{,}9542$$

$$b_5 = \frac{n_6(t+1)}{n_5(t)} = \frac{24.669}{25.662} = 0{,}9613 \qquad b_6 = \frac{n_7(t+1)}{n_6(t)} = \frac{25.487}{24.578} = 1{,}0369 \approx 1$$

$$b_7 = \frac{n_8(t+1)}{n_7(t)} = \frac{25.827}{24.535} = 1{,}0527 \approx 1 \qquad b_8 = \frac{n_9(t+1)}{n_8(t)} = \frac{25.930}{25.421} = 1{,}02 \approx 1$$

$$b_9 = \frac{n_{10}(t+1)}{n_9(t)} = \frac{26.560}{25.918} = 1{,}0248 \approx 1 \qquad b_{10} = \frac{n_{11}(t+1)}{n_{10}(t)} = \frac{26.297}{26.456} = 0{,}9940$$

$$b_{11} = \frac{n_{12}(t+1)}{n_{11}(t)} = \frac{24.129}{26.657} = 0{,}9052 \qquad b_{12} = \frac{n_{13}(t+1)}{n_{12}(t)} = \frac{22.625}{24.213} = 0{,}9344$$

$b_{13} = \frac{n_{14}(t+1)}{n_{13}(t)} = \frac{15.451}{21.626} = 0{,}7145$ $\quad b_{14} = \frac{n_{15}(t+1)}{n_{14}(t)} = \frac{11.519}{13.706} = 0{,}8404$

$b_{15} = \frac{n_{16}(t+1)}{n_{15}(t)} = \frac{11.282}{9.831} = 1{,}15 \approx 1.$

Berdasarkan perhitungan nilai tingkat ketahanan hidup wanita (b_l) diperoleh bahwa nilai b_l pada kelas umur pertama adalah 0,9801, pada kelas umur kedua adalah 0,9489, pada kelas umur ketiga adalah 1, seterusnya hingga kelas umur kelima belas adalah 1.

4.1.6 Mengkonstruksi Matriks Leslie

Diperoleh nilai tingkat kesuburan (a_l) dan nilai tingkat ketahanan hidup (b_l) populasi wanita sebagaimana pada Tabel 4.3 berikut:

Tabel 4.3 Nilai (a_l) dan (b_l) Populasi Wanita Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

Kelas Umur	Rentang Umur	a_l	b_l
1	0-4	0	0,9801
2	5-9	0	0,9489
3	10-14	0,0004	1
4	15-19	0,0130	0,9542
5	20-24	0,090	0,9613
6	25-29	0,1547	1
7	30-34	0,0540	1
8	35-39	0,0385	1
9	40-44	0	1
10	45-49	0	0.9940
11	50-54	0	0,9052
12	55-49	0	0,9344
13	60-64	0	0,7145
14	65-69	0	0,8404
15	70-74	0	1
16	75+	0	-

Berdasarkan Tabel 4.3, maka dapat dikonstruksi suatu matriks Leslie L dengan ukuran 16×16 sebagai berikut:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}0004 & 0{,}0130 & 0{,}090 & 0{,}1547 & 0{,}0540 & 0.0385 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}9801 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}9489 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}9542 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9613 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9940 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9052 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9344 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}7145 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8404 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

dengan entri-entri pada baris pertanya menunjukkan nilai tingkat kesuburan wanita, sub diagonalnya menunjukkan nilai tingkat ketahanan hidup wanita, serta entri-entri selain pada baris pertama dan sub diagonalnya bernilai nol.

4.1.7 Menghitung Estimasi Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo Tahun 2023

Estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo dapat diperoleh dengan mengaplikasikan rumus model pertumbuhan populasi pada Persamaan (4.1):

$$n(3) = L^3 n(0)$$

keterangan:

$n(3)$: vektor populasi yang memuat estimasi populasi wanita pada tahun 2023.

L : matriks Leslie berukuran $n \times n$.

$n(0)$: vektor populasi yang memuat populasi pada kelas umur saat waktu $t = 0$.

Diperoleh:

$$
n(3)=\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0{,}0004 & 0{,}0130 & 0{,}090 & 0{,}1547 & 0{,}0540 & 0{,}0385 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0{,}9801 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0{,}9489 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0{,}9542 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9613 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9940 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9052 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9344 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}7145 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8404 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}^3
\begin{bmatrix}21.274\\22.217\\22.805\\26.136\\25.662\\24.578\\24.535\\25.421\\25.918\\26.456\\26.657\\24.213\\21.626\\13.706\\9.831\\10.232\end{bmatrix}
$$

$$
n(3)=\begin{bmatrix}
0{,}0004 & 0{,}0123 & 0{,}0859 & 0{,}1419 & 0{,}0519 & 0{,}0385 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0{,}0004 & 0{,}0127 & 0{,}0842 & 0{,}1458 & 0{,}0529 & 0{,}0377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0{,}0004 & 0{,}0121 & 0{,}0837 & 0{,}1439 & 0{,}0502 & 0{,}0358 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0{,}9300 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0{,}9054 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0{,}9173 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0{,}9173 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9613 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9940 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8407 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}6043 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5611 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}6005 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}21.274\\22.217\\22.805\\26.136\\25.662\\24.578\\24.535\\25.421\\25.918\\26.456\\26.657\\24.213\\21.626\\13.706\\9.831\\10.232\end{bmatrix}
$$

$$
n(3)=\begin{bmatrix}8.228\\8.466\\8.151\\19.785\\20.116\\20.918\\23.974\\24.669\\24.578\\24.535\\25.269\\23.320\\22.243\\16.110\\13.585\\12.986\end{bmatrix}
$$

Vektor kolom $n(3)$ dapat dituliskan kembali dalam bentuk tabel seperti pada Tabel 4.4 berikut:

Tabel 4.4 Estimasi Populasi Wanita Kabupaten Situbondo Tahun 2023

Rentang Umur	Estimasi Populasi Wanita 2023	Rentang Umur	Estimasi Populasi Wanita 2023
0-4	8.228	40-44	24.578
5-9	8.466	45-49	24.535
10-14	8.151	50-54	25.269
15-19	19.785	55-49	23.320
20-24	20.116	60-64	22.243
25-29	20.918	65-69	16.110
30-34	23.974	70-74	13.585
35-39	24.669	75+	12.986

Berdasarkan Tabel 4.4 diperoleh informasi bahwa estimasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 sebanyak 296.933 jiwa. Hal tersebut mengindikasikan bahwa adanya penurunan jumlah populasi wanita sebanyak 54.334 jiwa dari tahun 2020 hingga 2023.

4.1.8 Menentukan Nilai Eigen

Matriks Leslie yang telah dikonstruksi pada tahapan 4.1.6 kemudian digunakan dalam menentukan nilai eigen menggunakan rumus pada Persamaan (2.5):

$$\det(\lambda I - A) = 0,$$

di mana A merupakan suatu matriks. Untuk suatu matriks Leslie L, nilai dari $\lambda I - L$ yaitu:

$$\lambda I - L = \lambda \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0&0&0{,}0004&0{,}0130&0{,}090&0{,}1547&0{,}0540&0.0385&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0{,}9801&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0{,}9489&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0{,}9542&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0{,}9613&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}9940&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}9052&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}9344&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}7145&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}8404&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda I - L = \begin{bmatrix} \lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&\lambda&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&\lambda&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\lambda&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\lambda&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\lambda&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\lambda&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\lambda&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&\lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0&0&0{,}0004&0{,}0130&0{,}090&0{,}1547&0{,}0540&0.0385&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0{,}9801&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0{,}9489&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0{,}9542&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0{,}9613&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}9940&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}9052&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}9344&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}7145&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0{,}8404&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda I - L = \begin{bmatrix} \lambda&0&-0{,}0004&-0{,}0130&-0{,}090&-0{,}1547&-0{,}0540&-0.0385&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ -0{,}9801&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&-0{,}9489&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&-1&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&-0{,}9542&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&-0{,}9613&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&-1&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&-1&\lambda&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&-1&\lambda&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&-1&\lambda&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0{,}9940&\lambda&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0{,}9052&\lambda&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0{,}9344&\lambda&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0{,}7145&\lambda&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0{,}8404&\lambda&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&\lambda \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks Leslie L sebagaimana pada Persamaan (2.5) yaitu $\det(\lambda I - A) = 0$ adalah sebagai berikut:

$$0{,}9912635986\lambda^{16} - 9{,}675057796\ 10^{9}\lambda^{6} + 2{,}605010817\ 10^{9}\lambda^{7} - 5{,}194022235\ 10^{8}\lambda^{8} + 7{,}761350918\ 10^{7}\lambda^{9} - 8{,}718748896\ 10^{6}\lambda^{10} + 7{,}321741920\ 10^{5}\lambda^{11} - 45237{,}25814\lambda^{12} + 1994{,}287140\lambda^{13} - 59{,}31905170\lambda^{14} + 1{,}066014654\lambda^{15} - 4{,}869422513\ 10^{10}\lambda^{4} + 2{,}600887434\ 10^{10}\lambda^{5} + 1{,}263808168\ 10^{10}\lambda + 5{,}946712149\ 10^{10}\lambda^{3} - 4{,}189998681\ 10^{10}\lambda^{2} = 0$$

dengan nilai-nilai eigen yang diperoleh yaitu:

$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 0, \lambda_4 = 0, \lambda_5 = 0, \lambda_6 = 0, \lambda_7 = 0,\ \lambda_8 = 0,$

$\lambda_9 = 0{,}822923894018212,$

$\lambda_{10} = 0{,}404134481091049 + 0{,}630755971641907i,$

$\lambda_{11} = 0{,}404134481091049 - 0{,}630755971641907i,$

$\lambda_{12} = -0{,}667688379850824,$

$\lambda_{13} = -0{,}407241156066558 + 0{,}494053940417843i,$

$\lambda_{14} = -0{,}407241156066558 - 0{,}494053940417843i,$

$\lambda_{15} = -0{,}0745110821081863 + 0{,}504267093434348i,$

$\lambda_{16} = -0{,}0745110821081863 - 0{,}504267093434348i$

Terdapat 16 nilai eigen yang dapat ditentukan dari suatu transformasi linier berupa matriks Leslie L yang terdiri atas bilangan-bilangan riil dan kompleks dengan nilai $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0,\ \lambda_3 = 0,$ dan seterusnya hingga nilai eigen ke-16 yaitu $\lambda_{16} = -0{,}0745110821081863 - 0{,}504267093434348i.$

4.1.9 Menentukan Nilai Eigen Dominan

Nilai –nilai eigen yang diperoleh pada tahapan 4.1.8 kemudian digunakan untuk menentukan nilai eigen dominan. Berdasarkan Definisi 2.6:

$$|\lambda_1| > |\lambda_i| \text{ dengan } i = 2,3, \dots, n,$$

karena $\lambda_1, \dots, \lambda_9$, dan λ_{12} merupakan nilai-nilai eigen dengan bilangan riil, maka *magnitude*-nya adalah:

$$|\lambda_1| = |\lambda_2| = |\lambda_3| = |\lambda_4| = |\lambda_5| = |\lambda_6| = |\lambda_7| = |\lambda_8| = |0| = 0$$

$$|\lambda_9| = |0{,}822923894018212| = 0{,}822923894018212$$

$$|\lambda_{12}| = |-0{,}667688379850824| = 0{,}667688379850824$$

sedangkan *magnitude* untuk $\lambda_{10}, \lambda_{11}, \lambda_{13}, \dots, \lambda_{16}$ adalah sebagai berikut:

$|\lambda_{10}| = |0{,}404134481091049\ +\ 0{,}630755971641907i|$

$= \sqrt{0{,}404134481091049\ ^2 + 0{,}630755971641907^2}$

$= \sqrt{0{,}163324679 + 0.397853096} = 0{,}749118$

$|\lambda_{11}| = |0{,}404134481091049 -\ 0{,}630755971641907i|$

$= \sqrt{0{,}404134481091049\ ^2 + (-0{,}630755971641907)^2}$

$= \sqrt{0{,}163324679 + 0.397853096} = 0{,}749118$

$|\lambda_{13}| = |-0{,}407241156066558\ +\ 0{,}494053940417843i|$

$= \sqrt{(-0{,}407241156066558)\ ^2 + 0{,}494053940417843^2}$

$= \sqrt{0{,}165845359 + 0{,}244089296} = 0{,}640261$

$|\lambda_{14}| = |-0{,}407241156066558 -\ 0{,}494053940417843i|$

$= \sqrt{(-0{,}407241156066558)\ ^2 + (-0{,}494053940417843)^2}$

$= \sqrt{0{,}165845359 + 0{,}244089296} = 0{,}640261$

$|\lambda_{15}| = |-0{,}0745110821081863\ +\ 0{,}504267093434348i|$

$= \sqrt{(-0{,}0745110821081863)\ ^2 + 0{,}504267093434348^2}$

$= \sqrt{0{,}005551901 + 0{,}25428530} = 0{,}509742$

$|\lambda_{15}| = |-0{,}0745110821081863 -\ 0{,}504267093434348i|$

$= \sqrt{(-0{,}0745110821081863)\ ^2 + (-0{,}504267093434348)^2}$

$= \sqrt{0{,}005551901 + 0{,}25428530} = 0{,}509742.$

Diperoleh $\lambda_9 = 0{,}822923894018212 > \lambda_i$ untuk semua nilai $i = 1, \ldots, 8, 10, \ldots, 16$. Menggunakan notasi nilai eigen dominan, maka $\lambda_1 = 0{,}822923894018212$. Oleh karena $\lambda_1 < 1$, maka laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 cenderung mengalami penurunan.

Laju pertumbuhan yang menurun sebanding dengan perolehan estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 yang lebih sedikit dibandingkan dengan populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2020 dan tahun 2021.

4.2 Integrasi Keislaman terhadap Analisis Implementasi Matriks Leslie dalam Estimasi Laju Pertumbuhan dan Populasi Wanita

Berdasarkan hasil implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan dan populasi wanita di Kabupaten Situbondo, diperoleh estimasi bahwa laju pertumbuhan wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 mengalami penurunan. Penurunan tersebut ditandai dengan jumlah estimasi penduduk wanita pada tahun 2023 lebih sedikit daripada jumlah penduduk wanita pada tahun 2020 dan 2021. Peningkatan atau pun penurunan jumlah penduduk dalam implementasi matriks Leslie hanya dipengaruhi oleh adanya kelahiran atau pun kematian penduduk. Oleh karena estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo mengalami penurunan, maka diasumsikan bahwa penyebabnya adalah kematian penduduk wanita. Sebagaimana firman Allah tentang kematian yang termuat dalam QS. ali-‘Imron ayat 185:

كُلُّ نَفْسٍ ذَاۤىِٕقَةُ الْمَوْتِۗ وَاِنَّمَا تُوَفَّوْنَ اُجُوْرَكُمْ يَوْمَ الْقِيٰمَةِۗ فَمَنْ زُحْزِحَ عَنِ النَّارِ وَاُدْخِلَ الْجَنَّةَ فَقَدْ فَازَۗ
وَمَا الْحَيٰوةُ الدُّنْيَآ اِلَّا مَتَاعُ االْغُرُوْرِ (١٨٥)

Artinya : “*Setiap yang bernyawa akan merasakan mati. Hanya pada hari Kiamat sajalah diberikan dengan sempurna balasanmu. Siapa yang dijauhkan dari neraka dan dimasukkan ke dalam surga, sungguh dia memperoleh kemenangan. Kehidupan dunia hanyalah kesenangan yang memperdaya*” *(QS. ali-‘Imron/3: 185).*

Dalam QS. ali-‘Imran ayat 185 tersebut disebutkan bahwa setiap yang bernyawa akan mengalami kematian, tanpa ada pembeda umur, jenis kelamin, atau faktor lainnya. Apabila Allah telah berkehendak atas kematian makhluknya, maka kematian tersebut akan terjadi.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan penelitian yang telah dilakukan maka kesimpulan yang diperoleh yaitu terdapat delapan tahapan proses analisis implementasi matriks Leslie dalam mengestimasi laju pertumbuhan populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023 yang secara berurutan adalah sebagai berikut:

a. Menentukan model pertumbuhan populasi untuk estimasi populasi tiga tahun berikutnya (berdasarkan batasan masalah).
b. Menentukan interval kelas umur.
c. Menentukan vektor distribusi umur awal saat $t = 0$.
d. Menentukan nilai a_l (tingkat kesuburan wanita).
e. Menentukan nilai b_l (tingkat ketahanan hidup wanita).
f. Mengkonstruksi matriks Leslie.
g. Menghitung estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo tahun 2023.
h. Menentukan nilai eigen.
i. Menentukan nilai eigen dominan.

Diperoleh estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 sebanyak 296.933 wanita yang dalam penelitian ini terklasifikasikan menjadi 16 kelas umur dengan interval umur yang sama yaitu lima tahun. Populasi wanita di Kabupaten Situbondo pada tahun 2023 mengindikasikan bahwa terjadi penurunan populasi wanita pada tahun tersebut dibandingkan dari tahun 2020. Penurunan populasi tersebut sebanding dengan perolehan perhitungan laju pertumbuhan populasi dengan nilai eigen dominan yaitu $\lambda_1 = 0{,}822923894018212.$ Oleh karena $\lambda_1 < 1$ maka laju pertumbuhan populasinya cenderung mengalami penurunan. Diperkirakan penurunan populasi wanita tersebut terjadi karena adanya kematian, sebagimana yang termuat dalam QS. al-'Imran ayat 185. Ayat tersebut memiliki makna bahwa setiap yang bernyawa pasti akan mengalami kematian.

5.2 Saran

Melalui penelitian ini diperoleh estimasi populasi wanita di Kabupaten Situbondo yang kemudian hasil dari estimsi populasi tersebut dianalisis untuk kepentingan Program Perlindungan dan Jaminan Sosial serta Program Penanganan Bencana. Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya dengan menggunakan implementasi matriks Leslie di antaranya yaitu:

1. Mengestimasi laju pertumbuhan dan populasi wanita di lokasi yang berbeda.
2. Mengestimasi laju pertumbuhan dan populasi betina pada selain populasi wanita, misalnya populasi hewan tertentu.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Quran Online Terjemahan dan Tafsir Bahasa Indonesia (NU Online). Diakses pada 05 Maret 2023, dari https://quran.nu.or.id/

Anggreini, D., & Hastari, R. C. (2017). Penerapan matriks Leslie pada angka kelahiran dan harapan hidup wanita di Provinsi Jawa Timur. *Pythagoras: Jurnal Pendidikan Matematika*, *12*(2), 109–122. https://doi.org/10.21831/pg.v12i2.15293

Anton, H., & Rorres, C. (2004). Aljabar Linier Elementer Versi Aplikasi (edisi kedelapan). Jakarta: Erlangga.

Anton, H., & Rorres, C. (2013). *Elementary Linear Algebra* (11th ed., Vol. 4, Issue 1). WileyPLUS.

Anton, H., Rorres, C., & Kaul, A. (2019). *Elemntary Linear Algebra (Twelfth Edition)*. Wiley.

Arsyam, M., & M. Yusuf Tahir. (2021). Ragam Jenis Penelitian dan Perspektif. *Al-Ubudiyah: Jurnal Pendidikan Dan Studi Islam*, *2*(1), 37–47. https://doi.org/10.55623/au.v2i1.17

Corazon, C. M., Muda, Y., & Hasanah, N. (2016). Aplikasi Matriks Leslie Untuk Memprediksi Jumlah Dan Laju Pertumbuhan Perempuan Di Provinsi Riau Pada Tahun 2017. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistik*, *2*(I).

Farokhi, I. (2021). *Penerapan Matriks Leslie pada Pertumbuhan Populasi Sapi Perah Betina (Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)*.Skripsi dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang. http://etheses.uin-malang.ac.id/id/eprint/32856

Gubner, J. A. (2017). *Magnitude and Phase of Complex Numbers*. *0*, 6–8.

Ilmu Islam. (2023). Kumpulan Hadis. Diakses pada 23 Februari 2023, dari https://ilmuislam.id/hadits/12346/hadits-bukhari-nomor-3836.

Mahalli, Imam Jalaludin Muhammad bin Ahmaddan., Suyuti, Syaikh Jalaluddin Abdurahman bin Abi Bakar. (2010). Terjemah Tafir Jalalain. 1–402.

Kolman, B., & Hill, D. R. (2007). *Elementary Linear algebra with Applications (Ninth Edition)*. 1–708.

Leslie, P. H. (1948). *Some Further Notes on the Use of Matrices in Population Mathematics*. *Biometrika*, *35*(3/4). https://doi.org/10.2307/2332342

Maryati, A., & Supian, S. (2021). *Application of the Leslie Matrix to Predict the*

Number and Growth Rate of Women in West Java 2021. *2*(1), 11–23.

Montshiwa, M. I., Sciences, M., & Sherwell, D. (2007). Leslie Matrix Model in Population Dynamics. *Sciences-New York*.

Nurhayati, & Syahrizal. (2015). Urgensi Dan Peran Ibu Sebagai Madrasah Al-Ula Dalam Pendidikan Anak. *ITQAN : Jurnal Ilmu-Ilmu Kependidikan*, *6*(2), 153–166.

Pratama, Y., Prihandono, B., & Kusumastuti, N. (2013). Aplikasi Matriks Leslie Untuk Memprediksi Jumlah Dan Laju Pertumbuhan Suatu Populasi. *Bimaster*, *2*(03), 163–172.

Sanusi, W., Sukarna, S., & Ridiawati, N. (2019). Matriks Leslie dan Aplikasinya dalam Memprediksi Jumlah dan Laju pertumbuhan Penduduk di Kota Makassar. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, *1*(2), 142. https://doi.org/10.35580/jmathcos.v1i2.9189

Wahidmurni. (2017). Pemaparan Metode Penelitian Kuantitatif. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Wong, J. (2019). *Finding eigenvalues : The power method*. 1–16.

Wulandari, S., Ulum, M., & Abdussakir. (2019). Konsep Estimasi dalam Al-Hadits. Magister Pendidikan Matematika Pasca Sarjana UIN Maulana Malik Ibrahim Malang: Prosiding Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami (SI MaNIs). *3*(1), 212–221.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

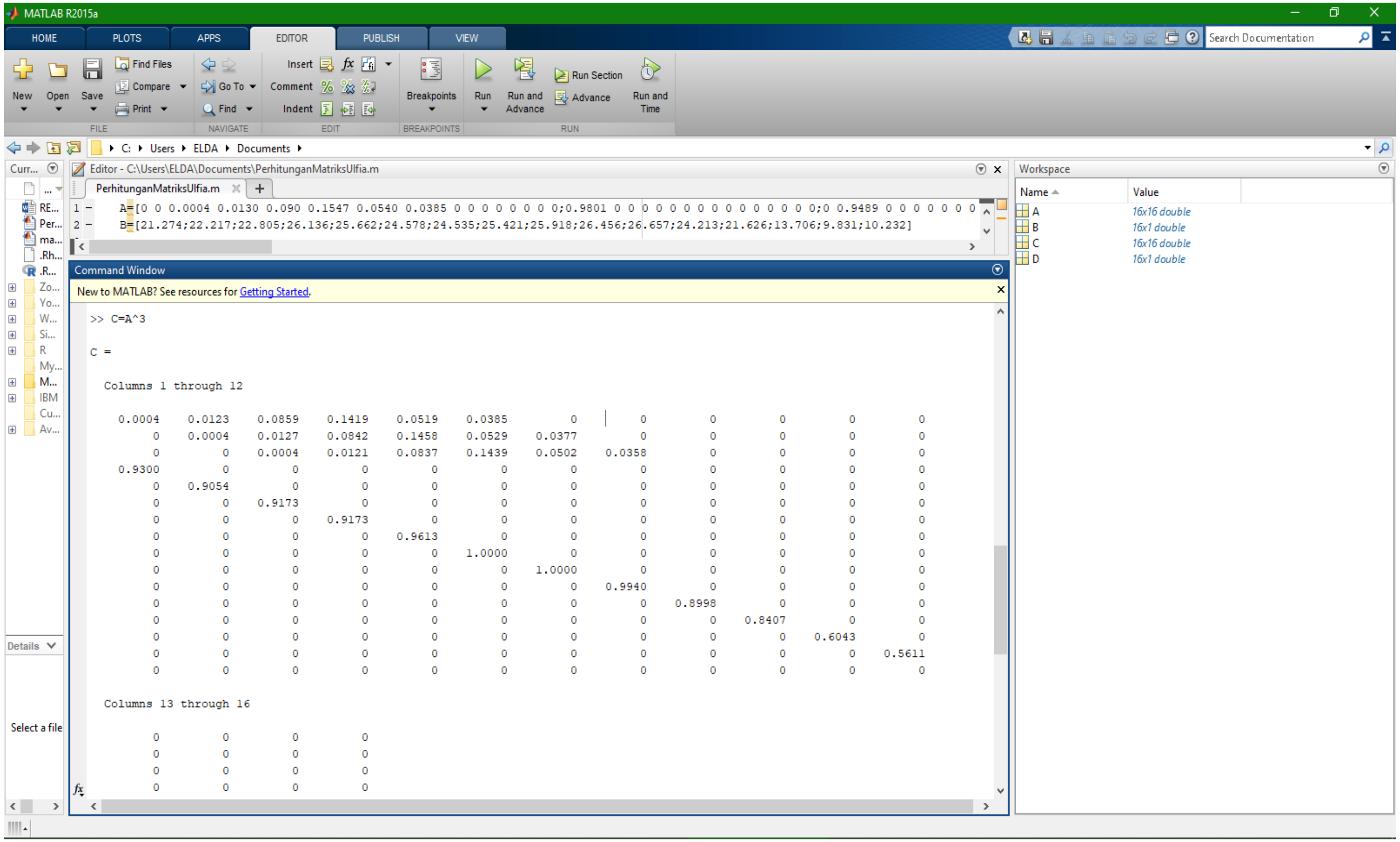
Lampiran 1: Data Populasi Wanita dan Kelahiran Bayi (wanita) di Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

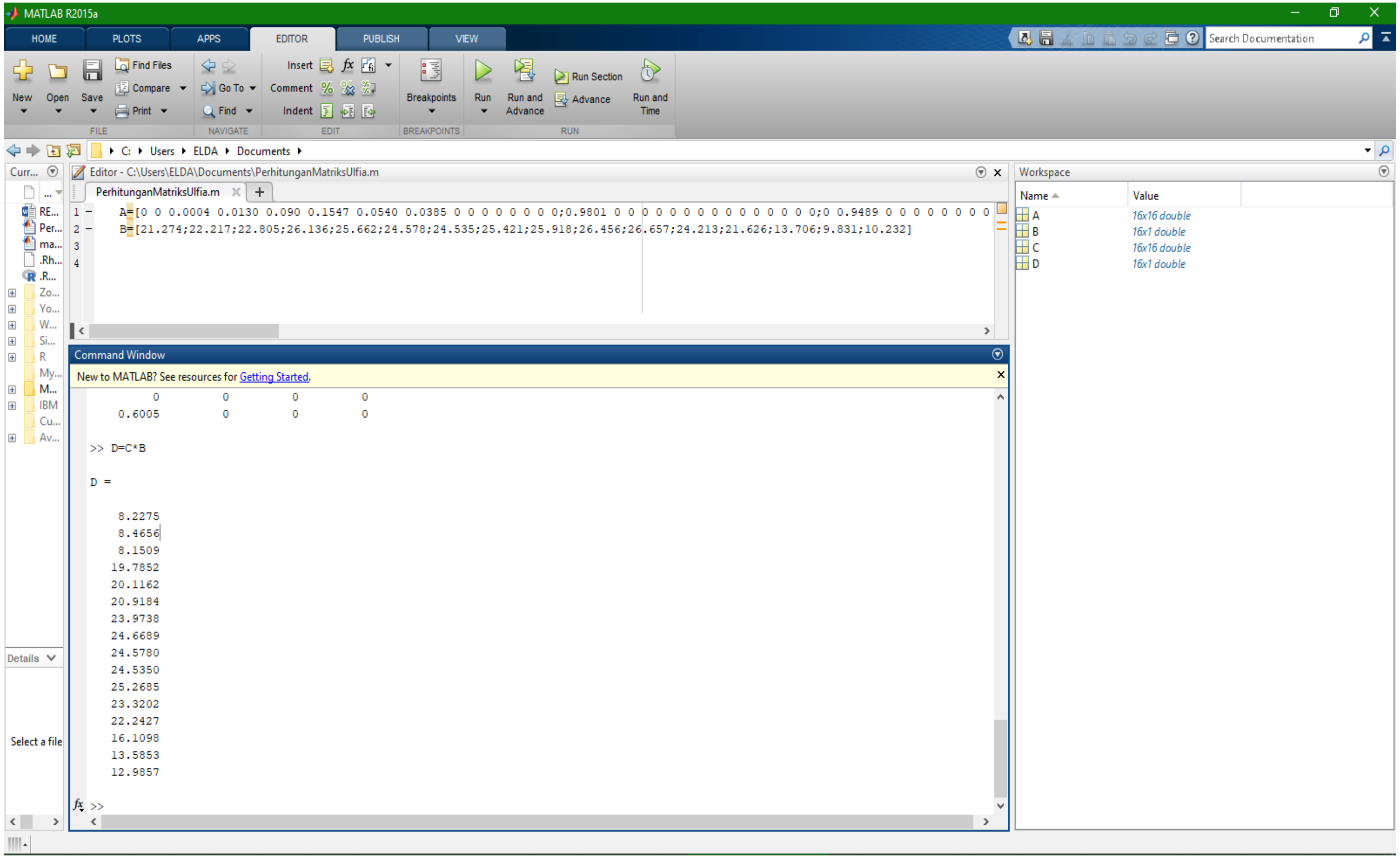
Interval Umur	Populasi Wanita 2020	Jumlah Kelahiran Bayi (Wanita) Tahun 2020-2021	Populasi Wanita 2021
0-4	21.274	0	21.373
5-9	22.217	0	20.850
10-14	22.805	9	21.083
15-19	26.136	339	25.261
20-24	25.662	2.309	24.938
25-29	24.578	3.803	24.669
30-34	24.535	1.326	25.487
35-39	25.421	978	25.827
40-44	25.918	0	25.930
45-49	26.456	0	26.560
50-54	26.657	0	26.297
55-49	24.213	0	24.129
60-64	21.626	0	22.625
65-69	13.706	0	15.451
70-74	9.831	0	11.519
75+	10.232	0	11.282
Total	**351.267**	**8.764**	**353.281**

Sumber: Data olahan Seksi KGM Bidang Kesmas Dinas Kesehatan Kabupaten Situbondo Tahun 2020-2021

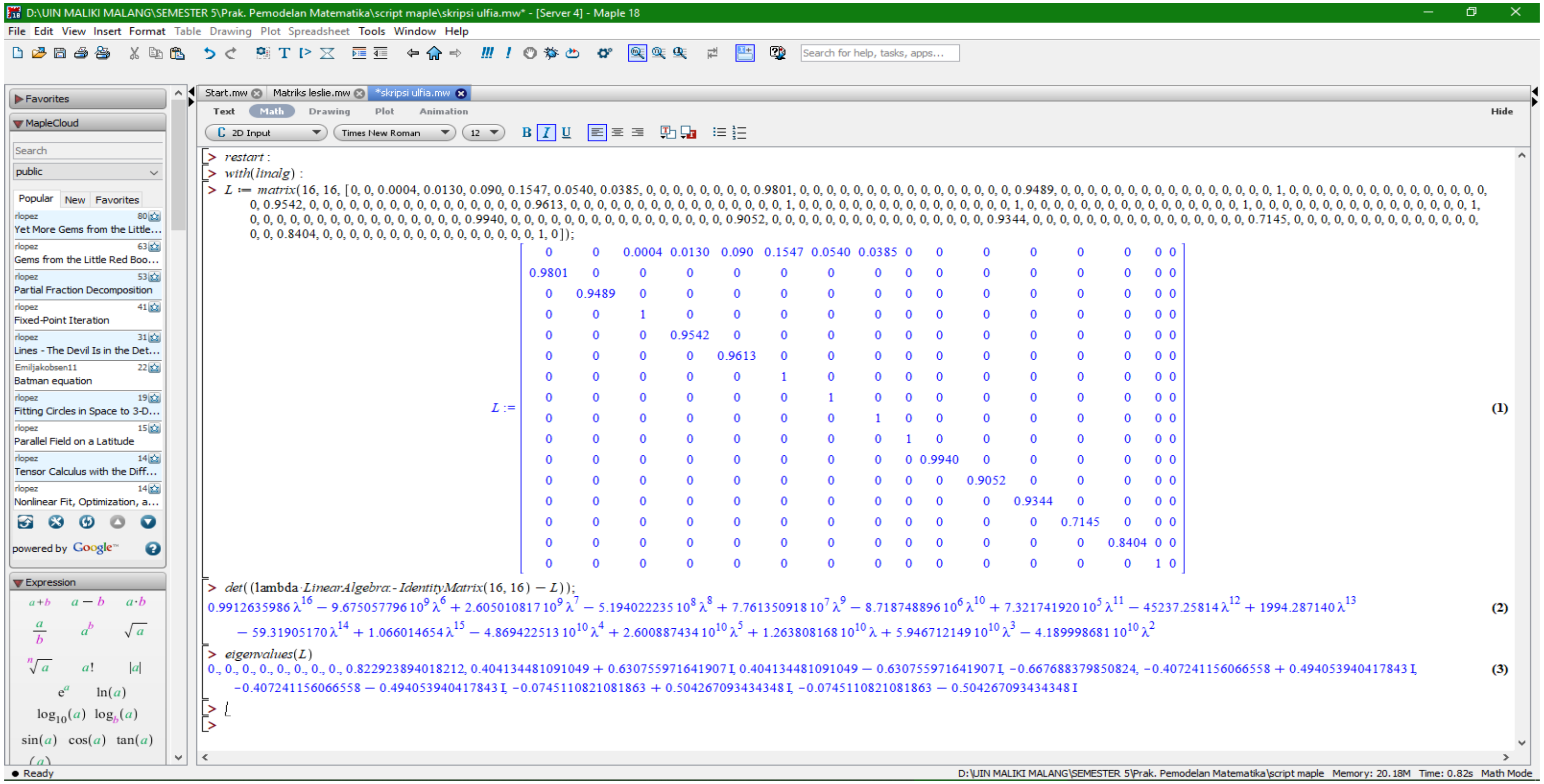
Lampiran 2: Perhitungan

A. Perhitungan Populasi




MATLAB R2015a
HOME
PLOTS
APPS
EDITOR
PUBLISH
VIEW
Search Documentation
New
Open
Save
Find Files
Compare
Print
FILE
Go To
Find
NAVIGATE
Insert
Comment
Indent
EDIT
Breakpoints
BREAKPOINTS
Run
Run and Advance
Run Section
Advance
Run and Time
RUN
C: Users ELDA Documents
Editor - C:\Users\ELDA\Documents\PerhitunganMatriksUlfia.m
PerhitunganMatriksUlfia.m
A=[0 0 0.0004 0.0130 0.090 0.1547 0.0540 0.0385 0 0 0 0 0 0 0 0;0.9801 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0.9489 0 0 0 0 0 0 0
B=[21.274;22.217;22.805;26.136;25.662;24.578;24.535;25.421;25.918;26.456;26.657;24.213;21.626;13.706;9.831;10.232]
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
0 0 0 0
0.6005 0 0 0
>> D=C*B
D =
8.2275
8.4656
8.1509
19.7852
20.1162
20.9184
23.9738
24.6689
24.5780
24.5350
25.2685
23.3202
22.2427
16.1098
13.5853
12.9857
>>
Workspace
Name
Value
A 16x16 double
B 16x1 double
C 16x16 double
D 16x1 double
Details
Select a file

B. Menentukan Nilai Eigen



RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Ulfia Imelda Wijaya, lahir di Kabupaten Situbondo pada tanggal 01 Agustus 2000, biasa dipanggil Ulfia. Bertempat tinggal di Desa Perante, Kecamatan Asembagus, Kabupaten Situbondo. Anak kedua dari dua bersaudara. Ayahnya bernama Imam Wijaya, ibunya bernama Umi Kulsum, dan saudara kandungnya bernama Reyza Kandias Ilhami Wijaya. Pendidikan formal yang telah ditempuhnya yaitu diawali dengan pendidikan sekolah dasar di SDN 1 Asembagus dan lulus pada tahun 2013. Melanjutkan pendidikan jenjang sekolah menengah pertama di SMPN 1 Asembagus dan lulus pada tahun 2016. Selanjutnya, Ulfia menempuh pendidikan sekolah menengah atas di SMAN 1 Asembagus dan lulus pada tahun 2019. Ulfia kembali melanjutkan jenjang pendidikannya di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi. Selama menjadi mahasiswi, Ulfia melaksanakan Praktik Kerja Lapangan (PKL) saat masa liburan semester enam di Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (BPJS) Ketenagakerjaan Cabang Pasuruan. Selain itu, Ulfia juga aktif dalam organisasi eksternal yaitu Pimpinan Anak Cabang Ikatan Pelajar Putri Nahdatul Ulama (PAC IPPNU) Kecamatan Asembagus masa khidmah 2020-2022 dan 2022-2024.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	: Ulfia Imelda Wijaya
NIM	: 19610016
Fakultas / Program Studi	: SAINTEK / Matematika
Judul Skripsi	: Analisis Implementasi Matriks Leslie dalam Estimasi Laju Pertumbuhan Populasi Wanita di Kabupaten Situbondo
Pembimbing I	: Intan Nisfulaila, M.Si
Pembimbing II	: Erna Herawati, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	12 Desember 2022	ACC Judul (Pembimbing 1)	1.
2.	11 Januari 2023	Konsultasi BAB I (Pembimbing 1)	2.
3.	08 Februari 2023	Revisi BAB I dan konsultasi BAB II (Pembimbing 1)	3.
4.	20 Februari 2023	Konsultasi BAB I (Pembimbing 2)	4.
5.	01 Maret 2023	Revisi BAB I dan konsultasi BAB II (Pembimbing 2)	5.
6.	02 Maret 2023	Revisi BAB II dan konsultasi BAB III (Pembimbing 1)	6.
7.	03 Maret 2023	ACC BAB I,II,III (Pembimbing 1)	7.
8.	03 Maret 2023	ACC BAB I,II (Pembimbing 2)	8.
9.	15 Mei 2023	Konsultasi BAB IV,V (Pembimbing 1)	9.
10.	19 Mei 2023	Konsultasi BAB IV,V (Pembimbing 2)	10.
11.	25 Mei 2023	Revisi BAB IV,V (Pembimbing 1)	11.
12.	04 Juni 2023	ACC BAB IV,V (Pembimbing 1)	12.
13.	05 Juni 2023	ACC BAB IV,V (Pembimbing 2)	13.
14.	19 Juni 2023	Revisi Seminar Hasil (Pembimbing 1)	14.

15.	26 Juni 2023	ACC Keseluruhan (Pembimbing 1)	15.
16.	26 Juni 2023	ACC Keseluruhan (Pembimbing 2)	16.

Malang, 26 Juni 2023
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005