SOLUSI EKSAK MODEL PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA SISTEM IMUN TERHADAP VIRUS EBOLA

SKRIPSI

OLEH
AMADHEA AISYATUL AISYIYAH
NIM. 18610091

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023

SOLUSI EKSAK MODEL PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA SISTEM IMUN TERHADAP VIRUS EBOLA

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Amadhea Aisyatul Aisyiyah
NIM. 18610091

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2023

SOLUSI EKSAK MODEL PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA SISTEM IMUN TERHADAP VIRUS EBOLA

SKRIPSI

Oleh
Amadhea Aisyatul Aisyiyah
NIM. 18610091

Telah Disetujui Untuk Diuji
Malang, 23 Juni 2023

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Dr. Heni Widayani, M.Si	Erna Herawati, M.Pd
NIDT. 19901006 20180201 2 229	NIDT.19760723 20180201 2 222

Mengetahui
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti.M.Sc
NIP.19741129 200012 2 005

SOLUSI EKSAK MODEL PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA SISTEM IMUN TERHADAP VIRUS EBOLA

DRAF SKRIPSI

Oleh
Amadhea Aisyatul Aisyiyah
NIM. 18610091

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 26 Juni 2023

Ketua Penguji	: Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si	....
Anggota Penguji 1	: Juhari, M.Si	....
Anggota Penguji 2	: Dr. Heni Widayani, M.Si	....
Anggota Penguji 3	: Erna Herawati, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Elly Susanti.M.Sc
NIP.19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Amadhea Aisyatul Aisyiyah
NIM	: 18610091
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Solusi Eksak Model Persamaan Diferensial Biasa Sistem Imun Terhadap Virus Ebola

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 26 Juni 2023
Yang membuat pernyataan,

Amadhea Aisyatul Aisyiyah
NIM. 18610091

MOTO

"Seiring perguliran tahun dan hari, kamu akan semakin tahu bahwa jalan yang Allah pilihkan untukmu itu ribuan kali lebih baik dari jalan yang kamu pilih sesuai keinginanmu"

PERSEMBAHAN

Kedua orang tua penulis Bapak Supardi dan Ibu Sustina yang selalu memberikan kasih sayang dan menjadi alasan penulis untuk berjuang menggapai mimpi dan kesuksesan penulis. Kakak dan keponakan penulis yang selalu menjadi motivasi untuk menyelesaikan perkuliahan. Serta teman-teman yang selalu menemani, mendoakan, memberi semangat, dan kasih sayang yang tak terhingga. Sehingga penulis semangat dalam berproses dan mampu menyelesaikan skripsi ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah SWT atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis mendapatkan banyak bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M.Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
4. Dr. Heni Widayani, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberi bimbingan, arahan, perbaikan serta yang membangun demi kebaikan skripsi ini.
5. Erna Herawati, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Segenap civitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, Terima kasih atas segala ilmu yang diberikan dan atas segala bimbingannya.
7. Bapak Supardi dan Ibu Sustina yang selalu memberikan doa, semangat, motivasi, kasih sayang, serta pengorbanan materi kepada penulis.

8. Seseorang yang selalu membersamai penulis yakni Andy Takwin yang selalu menemani,memberikan semangat, dan mendukung untuk selalu menyelesaikan skripsi ini.
9. Seluruh teman-teman di Program studi Matematika 2018, telah berjuang bersama dan saling mendukung satu sama lain, terimakasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah ssaat menuntut ilmu bersama.
10. Seluruh teman-teman seperjuangan yang telah memberikan do'a, bantuan, dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca maupun bagi penulis serta dapat dijadikan sebagai penambah wawasan ilmu matematika terutama dalam bidang matematika terapan.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 23 Juni 2023

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Simbol- simbol yang digunakan pada penelitian ini memiliki makna sebagai berikut.

δ_A : tingkat penurunan antigen

δ_M : tingkat penurunan sel M

δ_S : tingkat kematian sel S

δ_L : tingkat kematian sel L

δ_{Ab} : tingkat kematian antibodi

ρ : tingkat dimana sel M dihasilkan dari waktu ke waktu per konsentrasi antigen

μ_S : tingkat diferensiasi sel M menjadi sel S per konsentrasi antigen

μ_L : tingkat diferensiasi sel M menjadi sel L per konsentrasi antigen

θ_S : tingkat produksi antibodi per sel S

θ_L : tingkat produksi antibodi per sel L

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Aisyiyah, Amadhea Aisyatul. 2023. **Solusi Eksak Model Persamaan Diferensial Biasa Sistem Imun Terhadap Virus Ebola**.Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UniversitasIslam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Heny Widayani, M.Si, (II) Erna Herawati, M.Pd.

Kata Kunci: Virus Ebola, Solusi Eksak, sistem imun, persamaan diferensial biasa.

Virus Ebola merupakan salah satu penyakit mematikan yang menyebabkan pembekuan darah dalam organ tubuh dan yang disebarkan melalui kontak langsung darah atau cairan tubuh pengidap. Berdasarkan hal tersebut imun di dalam tubuh akan terus menurun dan mengakibatkan Demam Berdarah Ebola. Wabah Ebola 2014-2016 di Afrika Barat telah memicu percepatan pengembangan beberapa vaksin pencegahan terhadap virus Ebola. Tujuan dari vaksinasi untuk menginduksi kekebalan terhadap penyakit menular. Dan juga untuk merangsang sistem kekebalan dan kemampuannya untuk menyimpan dan mengingat informasi tentang patogen tertentu, yang mengarah ke kekebalan protektif jangka panjang. Model persamaan pada vaksin virus ebola dalam penelitian ini melibatkan konsentrasi antigen yang merupakan variabel (A), dengan cara vaksin dimasukkan ke dalam tubuh pasien di mana akan melekat pada sel memori B yang merupakan variabel (M), yang kemudian akan dirangsang oleh sel-sel antibodi berumur pendek dilambangkan dengan variabel (S) ataupun sel berumur panjang yang dilambangkan dengan variabel (L), sedangkan antibodi akan membuktikan kemanjuran dilambangkan dengan variabel (Ab) pada respon imun tubuh pasien. Simulasi solusi eksak vaksin ebola menggunakan metode faktor integrasi yang nanti akan dibandingkan dengan simulasi numerik sesuai dengan nilai parameter dari penelitian Irene Balelli dkk (2020). Simulasi yang didapat memiliki nilai error perhitungan untuk setiap variabelnya sangat kecil yang artinya nilai eksak model vaksinasi terhadap virus ebola menunjukkan bahwa tidak ada perbedaan yang signifikan terhadap solusi numerik dengan menggunakan metode *Rungge Kutta* orde 45, error numerik yang dihasilkan paling besar adalah $2.29640283510782 \times 10^{9}$.

ABSTRACT

Aisyiyah, Amadhea Aisyatul. 2023**. On the Exact Solution of Ordinary Differential Equation Model of Immune System Against Ebola Virus**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisors: (I) Dr. Heny Widayani, M.Si, (II) Erna Herawati, M.Pd.

Keywords: Ebola Virus, Exact Solution, Immune System, Ordinary Differential Equation.

The Ebola virus is a deadly disease that causes blood clots in the body's organs and is spread through direct contact with the blood or body fluids of sufferers. Based on this, the immune system in the body will continue to decrease and cause Ebola Hemorrhagic Fever. The 2014-2016 Ebola outbreak in West Africa has accelerated the development of several preventive vaccines against the Ebola virus. The goal of the vaccination is to induce immunity against infectious diseases. And also to stimulate the immune system and its ability to store and remember information about specific pathogens, leading to long-term protective immunity. The model equation for the Ebola virus vaccine in this study involves the concentration of the antigen which is a variable (A), by means of which the vaccine is inserted into the patient's body where it will attach to B memory cells which are variable (M), which will then be stimulated by the cells short-lived antibodies are denoted by variables (S) or long-lived cells are denoted by variables (L), while antibodies will prove efficacy denoted by variables (Ab) on the patient's immune response. The simulation of the exact solution for the Ebola vaccine uses the integration factor method which will later be compared with numerical simulations according to the parameter values from the research of Irene Balelli et al (2020). The simulation obtained has a very small calculation error value for each variable, which means that the exact value of the Ebola virus vaccination model shows that there is no significant difference to the numerical solution using the order 45 *Rungge Kutt*a method, the largest resulting numerical error is $2.29640283510782 \times 10^9$.

مستخلص البحث

العائشة ، أماذيا عائيشة. ٢٠٢٣. الحل الدقيق لنموذج المعادلة التفاضلية العادية لجهاز المناعة ضد فيروس الإيبولا. البحث العلمى. برنامج دراسة الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) هيني ويداييني ,الماجستر (٢) ايرناهيراواة ,الماجستر

الكلمات المفتاحية: فيروس الإيبولا ، الحل الدقيق, نظام المناعة ، المعادلة التفاضلية العادية.

فيروس الإيبولا مرض قاتل يتسبب في حدوث جلطات دموية في أعضاء الجسم وينتشر من خلال الاتصال المباشر بدم أو سوائل جسم المصابين به. بناءً على ذلك ، سيستمر جهاز المناعة في الجسم في الانخفاض ويسبب حمى الإيبولا النزفية. أدى تفشي فيروس إيبولا في الفترة ٢٠١٤-٢٠١٦ في غرب إفريقيا إلى تسريع تطوير العديد من اللقاحات الوقائية ضد فيروس الإيبولا. الهدف من التطعيم هو تحفيز المناعة ضد الأمراض المعدية. وأيضًا لتحفيز جهاز المناعة وقدرته على تخزين وتذكر المعلومات حول مسببات الأمراض المحددة ، مما يؤدي إلى مناعة وقائية طويلة المدى. تتضمن المعادلة النموذجية للقاح فيروس الإيبولا في هذه الدراسة تركيز المستضد وهو متغير (A) ، والذي بواسطته يتم إدخال اللقاح في جسم المريض حيث سيتم ربطه بخلايا الذاكرة B المتغيرة (M).) ، والتي سيتم تحفيزها بعد ذلك بواسطة الخلايا ، يتم الإشارة إلى الأجسام المضادة قصيرة العمر بواسطة المتغيرات (S) أو يتم الإشارة إلى الخلايا طويلة العمر بواسطة المتغيرات (L) ، في حين أن الأجسام المضادة ستثبت فعاليتها بواسطة المتغيرات (Ab) على الاستجابة المناعية للمريض . تستخدم محاكاة الحل الدقيق للقاح الإيبولا طريقة عامل التكامل التي ستتم مقارنتها لاحقًا بالمحاكاة العددية وفقًا لقيم المعلمات من بحث Irene Balelli et all(٢٠٢٠). تحتوي المحاكاة التي تم الحصول عليها على قيمة خطأ حسابية صغيرة جدًا لكل متغير ، مما يعني أن القيمة الدقيقة لنموذج التطعيم ضد فيروس الإيبولا تُظهر عدم وجود فرق كبير في الحل العددي باستخدام طريقة الترتيب ٤٥ $Rungge\ Kutta$ ، والخطأ العددي الناتج هو الاكبر $١٠^{٩} \times ٢.٢٩٦٤٠٢٨٣٥١٠٧٨٢$

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Virus Ebola merupakan salah satu penyakit mematikan yang menyebabkan pembekuan darah dalam organ tubuh dan yang disebarkan melalui kontak langsung darah atau cairan tubuh pengidap. Berdasarkan hal tersebut imun di dalam tubuh akan terus menurun dan mengakibatkan Demam Berdarah Ebola (WHO,2014). Wabah Virus Ebola terjadi pada kisaran tahun 2014 hingga 2016 di Afrika Barat. Sejak penemuan virus Ebola pada tahun 1976, wabah Ebola berulang telah tercatat di Afrika. Wabah terbesar yang pernah tercatat telah mempengaruhi Afrika Barat antara bulan maret 2014 dan bulan juni 2016, di mana Darurat Kesehatan Masyarakat Kepedulian Internasional diumumkan, karena tidak ada izin vaksin atau obat yang tersedia, Pada bulan maret 2020 virus tersebut telah terbatas pada wilayah yang relatif kecil dan telah menyebabkan ribuan kematian (WHO, 2019a). Tujuan dari vaksinasi adalah untuk menginduksi kekebalan terhadap penyakit menular. Selanjutnya, bertujuan untuk merangsang sistem kekebalan dan kemampuannya untuk menyimpan dan mengingat informasi tentang patogen tertentu, yang mengarah ke kekebalan protektif jangka panjang. Hal ini dimungkinkan melalui memori imunologis, salah satu fitur inti dari respon imun adaptif, maka dari itu pada tahun 2010 pemberian izin untuk memproduksi vaksin dilakukan oleh Badan Kasehatan Kanada kepada NewLink berupa vaksin rVSVAG-ZEBOV-GP yang lebih dikenal dengan Merck’s V-920 (WHO, 2018) (Pulendran, Ahmed, 2006).

Model persamaan pada vaksin virus ebola dalam penelitian ini melibatkan konsentrasi antigen yang merupakan variabel (A), dengan cara vaksin dimasukkan ke dalam tubuh pasien di mana akan melekat pada sel memori B yang merupakan variabel (M), yang kemudian akan dirangsang oleh sel-sel antibodi berumuk pendek dilambangkan dengan variabel (S) ataupun sel berumur panjang yang dilambangkan dengan variabel (L), sedangkan antibodi akan membuktikan kemanjuran dilambangkan dengan variabel (Ab) pada respon imun tubuh pasien.

Pemodelan matematika telah banyak berkontribusi pada penyelidikan dinamika penyakit, seperti pada penelitian sebelumnya yaitu dengan memodelkan wabah Ebola. Menggunakan model (*Susceptible-Infectious-Infected Deceased-Recovered*) deterministik yang untuk menyelidiki penyebaran, persistensi, dan kekambuhan wabah Penyakit Virus Ebola (EVD) di Afrika (Aqsa Nazir, 2020), akan tetapi kajian terkait respon imun dari hasil vaksinasi ini belum banyak dilakukan karena memang vaksinnya sangat terbatas, sehingga sangat sedikit penelitian terkait respon imun dalam tubuh pasien ebola.

Peristiwa yang ada dimuka bumi sudah diatur oleh Allah SWT dan dibumi merupakan tempat hidupnya mahkluk, tidak hanya manusia saja akan tetapi terdiri dari hewan, dan tumbuhan juga. Manusia hidup di alam semesta yang tidak lepas dari cobaan hidup. Salah satunya cobaan hidup yang dialami manusia yaitu sakit. Allah SWT menurunkan penyakit kepada hambanya dengan bermacam-macam. Sebagai manusia harus yakin bahwa segala penyakit pasti ada obatnya. Upaya penanganan masalah kesehatan merupakan muamalah yang sifatnya mubah atau boleh untuk dikerjakan selama tidak bertentangan dengan syari’at. Hal ini sesuai dengan kaidah fikih yang telah digariskan dan diberlakukan bahwa “asal dari semua muamalah adalah mubah, kecuali ada dalil yang mengharamkannya". Maka dengan ini berlaku pula untuk segala hasil yang diperoleh pada pengembangan imunologi sebagai sebuah ilmu baru yang sedang marak dikembangkan dalam menangani masalah kesehatan (Yahya, 2002). Islam telah mengajarkan agar manusia selalu berikhtiyar disaat mengalami musibah masalah kesehatan, sebagaimana firman Allah SWT dalam *QS. Surah An-Najm* ayat 39-42

وَأَنْ لَيْسَ لِلْإِنْسَانِ إِلَّا مَا سَعَى ◌ وَأَنَّ سَعْيَهُ سَوْفَ يُرَى ◌ ثُمَّ يُجْزَاهُ الْجَزَاءَ الْأَوْفَى◌ وَأَنَّ إِلَى رَبِّكَ الْمُنْتَهَى◌

Artinya:" dan bahwasanya seorang manusia tiada memperoleh selain apa yang telah diusahakannya, dan bahwasanya usaha itu kelak akan diperlihatkan (kepadanya). Kemudian akan diberi balasan kepadanya dengan balasan yang paling sempurna, dan bahwasanya kepada Tuhanmulah kesudahan (segala sesuatu)." (*QS. Surah An-Najm* ayat 39-42).

Melalui arti dari ayat diatas menjelaskan bahwa didalam lembaran kitab suci menjelaskan bahwa mencegah supaya sesuatu tidak terjadi atau tidak berdampak lebih luas. Sikap ini jauh lebih penting daripada sikap penyembuhan. Sebab sikap ini mengandung unsur tanggap terhadap sesuatu yang sedang (akan) terjadi. Dalam penelitian ini penulis mengusulkan model ebola dengan melihat hasil solusi eksak terhadap respon imun pada vaksin ebola dengan tujuan untuk menghasilkan solusi perkiraan yang sesuai kepentingan agar dapat menunjukkan bentuk kualitatif dari solusi dan juga dapat membantu dalam mengidentifikasi.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana solusi eksak model matematika respon imun terhadap vaksin ebola?
2. Bagaimana perbandingan hasil solusi eksak dengan metode *runge kutte* orde 45?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Untuk mengetahui solusi eksak model matematika respon imun terhadap vaksin ebola.
2. Untuk mengetahui perbandingan hasil solusi eksak dengan metode *runge kutta* orde 45.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan informasi mengenai solusi eksak model matematika respon imun terhadap vaksin ebola sehingga dapat menjadi acuan penelitian mendatang.
2. Memberikan ilustrasi mengenai perbandingan hasil solusi eksak dengan metode *runge kutta* orde-45, sehingga diharapkan dapat menjadi rujukan oleh tenaga medis dan pemangku kebijakan.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan penelitian diatas, agar sesuai dengan yang dimaksud maka peneliti pembatasi sebagai berikut:

1. Model penelitian yang akan digunakan dalam penelitian kali ini diambil dari Irene Balelli dkk (2020),yaitu:

   $$\frac{dA}{dt} = -\delta_A A$$

   $$\frac{dM}{dt} = \rho A - (\mu_S + \mu_L)AM - \delta_M M$$

   $$\frac{dS}{dt} = \mu_S AM - \delta_S S$$

   $$\frac{dL}{dt} = \mu_L AM - \delta_L L$$

   $$\frac{dAb}{dt} = \theta_S S + \theta_L L - \delta_{Ab} Ab$$

2. Populasi yang dikaji adalah populasi sistem imun dari seorang individu.
3. Parameter pada penelitian ini digunakan dari artikel Irene Balelli dkk (2020).

1.6 Definisi Istilah

Definisi istilah yang digunakan dalam penelitian ini dapat dituliskan sebagai berikut:

1. Vaksinasi adalah proses penanaman bibit penyakit yang sudah dilemahkan kedalam tubuh manusia.
2. Sistem imun yang berfungsi untuk mencegah kerusakan tubuh atau timbulnya penyakit

3. Model matematika merupakan representasi suatu fakta atau fenomena alam yang dinyatakan dalam bentuk persamaan matematika khususnya persamaan diferensial, baik persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial.
4. PDB atau persamaan diferensial biasa merupakan suatu persamaan yang memuat fungsi yang tak diketahui dengan satu peubah yang tak diketahui.
5. Solusi eksak atau solusi analitik merupakan penyelesaian yang menghasilkan solusi umum dan solusi khusus pada suatu persamaan diferensial biasa maupun parsial.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

.

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas. Berdasarkan banyak nya variabel bebas yang terlibat didalam suatu persamaan maka dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial biasa dan diferensial parsial (Ross, 1984 : 3).Suatu persamaan diferensial biasa orde n merupakan suatu persamaan yang dapat ditulis dalam bentuk:

$$y^{(n)} = F(x, y, y, \dots, y^{(n-1)}$$

Dengan $y, y, \dots, y^{(n-1)}$ semuanya ditentukan nilai oleh x.

Persamaan diferensial biasa $F(x, y, y, \dots, y^{(n-1)} = 0$,dikatakan linier jika F merupakan linier dalam variabel-variabe $y, y, \dots, y^{(n-1)}$. Sehingga secara um persamaan diferensial biasa linier orde n ditulis sebagai

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_n(x)y = g(x)$$

Persamaan yang bukan dalam persamaan diatas merupakan persamaan non linier (Finzio & Ladas, 1988).

2.1.2 Persamaan Diferensial Nonlinier

Jika variabel terikatnya dan turunannya berpangkat satu dengan koefisien kostanta atau koefisien yang bergantung pada variabel bebasnya, dapat dikatakan sebagai persamaan diferensial linier, dan dapat dikatakan non linier apabila variabel terikatnya atau turunannya berpangkat lebih dari satu dengan koefisien konstanta atau koefisien yang bergantung variabel bebasnya (Ault & Ayres,1992). Suatu persamaan diferensial dikatakan nonlinier jika memenuhi setidaknya satu dari kriteria berikut:

1. Berisi variabel terikat dari turunannya ke pangkat selain satu
2. Terdapat perkalian antara variabel terikat dan atau turunannya
3. Ada fungsi transendental dari variabel terikat dan turunannya

Sedangkan sistem tidak Linier ialah sistem persamaan yang tersusun dari n buah persamaan diferensial tak linier dengan n buah fungsi tidak diketahui. Gambaran umun sistem persamaan diferensial non linier dapat dituliskan seperti berikut

Diberikan sistem persamaan diferensial non linear:

$$\frac{dx_1}{dt} = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dx_n}{dt} = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Dengan kondisi awal $x_1(t_0) = \sigma_i = 1,2, \dots, n$ atau ditulis dalam bentuk persamaan di bawah ini

$$\frac{dy}{dt} = f(t)$$

f merupakan fungsi nonlinier dan kontinu. Misalkan sistrm persamaan diferensial nonlinier merupakan persamaan sebagai berikut:

Contoh:

$$\frac{dM}{dt} = \rho A - (\mu_S + \mu_L)AM - \delta_M M$$

Karena terdapat perkalian antara variabel terikat dari sistem persamaan diferensial tersebut, sehingga dikatakan sebagai sistem persamaan non-linier.

2.1.3 Persamaan Diferensial Biasa Orde 1

Penyelesaian persamaan diferensial biasa orde 1 dengan cara manipulasi. persamaan tersebut sehingga seluruh turunannya hilang dan harga menyisakan hubungan antara x dan y. Adapun metodenya yaitu:

1. Metode integrasi secara langsung

   Bila persamaan dalam bentuk $y' = f(x)$, maka persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan integrasi sederhana. Jika $\frac{dy}{dx}$ maka ditulis y' dan jika $\frac{d^2y}{dx^2}$ maka ditulis y'' Jika PDB dapat disusun dalam bentuk $\frac{dy}{dx} = f(x)$ maka persamaan tersebut bisa diselesaikan dengan integrasi langsung. (R.S Johnson, 2012)

2. Metode pemisahan variabel

   Metode pemisahan variabel adalah teknik klasik yang efektif untuk menyelesaikan beberapa tipe dari persamaan diferensial parsial. Metode ini menggunakan penggantian persamaan diferensial parsial dengan seperangkat persamaan diferensial biasa, yang harus diselesaikan sesuai dengan kondisi awal dan syarat batas yang diberikan (Boyce dan Prima, 2009).

   Jika PDB (Persamaan Diferensial Biasa) berbentuk

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

   Dimana

$$M(x, y)dx = f_1(x)g_1(y)$$

$$N(x,y)dy = f_2(x)g_2(y)$$

Maka, jika disubstitusikan akan menjadi

$$f_1(x)g_1(y)dx + f_2(x)g_2(y)dy = 0$$

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx = -\frac{g_2(y)}{g_1(y)}dy$$

$$\int \frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx = -\int \frac{g_2(y)}{g_1(y)}dy$$

Dengan catatan tanda negatif tidak mutlak ada dalam solusi, tergantung persamaan diferensial biasa (J. H. Lumbantoruan, 2015).

3. Metode faktor integrasi

Perhatikan persamaan berikut $f(x,y) = C$.

Mengambil gradien yang kita dapatkan

$$f_x(x,y)\boldsymbol{i} + f_y(x,y)\boldsymbol{j} = 0.$$

Kita dapat menulis persamaan ini dalam bentuk diferensial sebagai

$$f_x(x,y)dx + f_y(x,y)dy = 0.$$

Sekarang bagi dengan dx untuk mendapatkan

$$f_x(x,y) + f_y(x,y)\frac{dy}{dx} = 0$$

persamaan diferensial jika dari bentuk di atas, kita mencari fungsi asal $f(x,y)$ (disebut fungsi potensial). Persamaan diferensial dengan fungsi potensial disebut eksak.

Untuk persamaan diferensial

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

Jika $\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$

Kemudian jika persamaan diferensial yang diberikan tidak eksak maka buat persamaan tersebut eksak dengan mencari faktor pengintegral. (Walter A strauss,2008)

contoh untuk PDB Orde-1: $y + f(x). y = 0$

Faktor integrasinya ialah

$$\frac{dy}{dx} + f(x)y = 0$$

Misalkan $f(x) = P, 0 = Q$

$$y = \frac{\int Q. f_1 \, dx}{f_1}$$

Dimana $f_1 = e^{\int P \, dx}$

Jadi $y = \frac{\int Q.e^{\int P \, dx}}{e^{\int P \, dx}}$

4. Metode variasi parameter

Bagian ini memberikan metode yang disebut variasi parameter untuk menemukan solusi tertentu dari persamaan berikut

$$P_0(x)y'' + P_1(x)y' + P_2(x)y = F(x) \qquad (2.1)$$

jika kita mengetahui himpunan dasar {y1,y2} dari solusi persamaan komplementer

$$P_0(x)y'' + P_1(x)y' + P_2(x)y = 0 \qquad (2.2)$$

Setelah menemukan solusi khusus yp dengan metode ini, kita dapat menulis solusi umum Persamaan 2.1

$$y = y_P + C_1 y_1 + C_2 y_2$$

Karena kita hanya membutuhkan satu solusi nontrivial dari Persamaan 2.2 untuk menemukan solusi umum Persamaan 2.1 dengan pengurangan orde, wajar untuk bertanya mengapa kita tertarik pada variasi parameter, yang membutuhkan dua solusi bebas linear dari Persamaan 2 .2 untuk mencapai tujuan yang sama. Jika kita telah mengetahui dua solusi bebas linier dari Persamaan 2.2 maka variasi parameter mungkin akan lebih sederhana daripada pengurangan orde.Variasi parameter adalah alat teoretis yang kuat yang digunakan oleh para peneliti dalam persamaan diferensial.Kami sekarang akan menurunkan metodenya. Seperti biasa, kami mempertimbangkan solusi Persamaan 2.1 dan Persamaan 2.2 pada interval (a,b) di mana P_0 , P_1 , P_2 , dan f kontinu dan P_0 tidak memiliki nol. Misalkan $\{y_1, y_2\}$adalah himpunan penyelesaian fundamental dari persamaan komplementer Persamaan 2.2 . maka mencari solusi khusus dari Persamaan 2.1 dalam bentuk

$$y_P = u_1y_1 + u_2y_2 \tag{2.3}$$

dimana $u_1$dan u_2 adalah fungsi yang akan ditentukan sehingga y_P memenuhi Persamaan 2.1 . Akan tetapi, karena u_1 dan u_2 harus memenuhi hanya satu kondisi (bahwa y_P adalah solusi dari Persamaan 2.1), dapat diterapkan dalam kondisi kedua yang menghasilkan penyederhanaan yang mudah, sebagai berikut.

Persamaan Diferensiasi 2.3 menghasilkan

$$y'_P = u_1y'_1 + u_2y'_2 + u'_1y_1 + u'_2y_2 \tag{2.4}$$

Sebagai kondisi kedua kami di u_1 dan u_2 kami membutuhkan itu

$$u'_1y_1 + u'_2y_2 = 0 \tag{2.5}$$

Maka Persamaan 2.4 menjadi

$$y'_P = u_1y'_1 + u_2y'_2 \tag{2.6}$$

yaitu, Persamaan 2.5 memungkinakan untuk membedakan y_P seolah-olah u_1 dan u_2 adalah konstanta. Persamaan Diferensiasi 2.4 menghasilkan

$$y''_P = u_1 y''_1 + u_2 y''_2 + u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 \quad (2.7)$$

Tidak ada istilah yang melibatkan u''_1 dan u''_2, kemudian mengganti Persamaan 2.3 , Persamaan 2.6 dan Persamaan 2.7 ke dalam Persamaan 2.1 dan mengumpulkan koefisien u_1 dan u_2 menghasilkan

$$u_1\left(P_o y'_1 + P_1 y'_1 + P_2 y_1\right) + u_2\left(P_o y''_2 + P_1 y'_2 + P_2 y_2\right) + P_o(u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2) = F$$

Seperti dalam penurunan metode reduksi orde, koefisien u_1 dan u_2 di sini sama-sama nol karena y_1 dan y_2 memenuhi persamaan komplementer. Oleh karena itu, dapat ditulis ulang persamaan terakhir sebagai

$$P_0(u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2) = F \quad (2.8)$$

Oleh karena itu y_p dalam Persamaan 2.3 memenuhi Persamaan 2.1 jika

$$u'_1 y_1 + u'_2 y_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow u'_1 y'_1 + u'_2 y'_2 = \frac{F}{P_0} \quad (2.9)$$

dimana persamaan pertama sama dengan Persamaan 2.5 dan yang kedua dari Persamaan 2.8 dan akan ditunjukkan bahwa Persamaan 2.9 untuk u'_1 dan u'_2 . Untuk memperoleh u'_1, kalikan persamaan pertama dalam Persamaan 2.9 dengan y'_2dan persamaan kedua dengan y_2 . Ini menghasilkan

$$u'_1 y_1 y'_2 + u'_2 y_2 y'_2 = 0$$

$$u'_1 y'_1 y_2 + u'_2 y'_2 y_2 = \frac{F y_2}{P_0}$$

Mengurangi persamaan kedua dari hasil pertama

$$u'_1(y_1y'_2 - y'_1y_2) = -\frac{Fy_2}{P_0} \quad (2.10)$$

Karena $\{y_1, y_2\}$ adalah himpunan penyelesaian fundamental dari Persamaan 2.2 pada (a, b) , Teorema 2.6 menyiratkan bahwa Wronskian $y_1y'_2 - y'_1y_2$ tidak memiliki nol pada (a, b) . Oleh karena itu kita dapat menyelesaikan Persamaan 2.10 untuk u'_1, untuk memperoleh

$$u'_1 = \frac{Fy_2}{P_0(y1y'2 - y1y'2)} \quad (2.11)$$

Persamaan 2.9 dan menunjukkan dengan argumen serupa bahwa

$$u'_2 = \frac{Fy_2}{P_0(y1y'2 - y1y'2)} \quad (2.12)$$

Dengan ini diperoleh u_1 dan u_2 dengan mengintegrasikan u'_1 dan u'_2 . Konstanta integrasi dapat dianggap nol, karena setiap pilihan u_1 dan $u_2$dalam Persamaan 2.3 sudah cukup. (William F. Trench,2013)

5. Metode koefisien konstan

Subkelas penting dari persamaan diferensial biasa adalah himpunan koefisien konstanta linier persamaan diferensial biasa. Persamaan ini berbentuk $Ax(t) = f(t)$ di mana A adalah operator diferensial dari bentuk yang diberikan dalam Persamaan

$$A = a_n \frac{d^n}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{d}{dt} + a_0$$

operator jenis ini memenuhi kondisi linearitas, dan a1,...,an adalah konstanta real. Selanjutnya, Persamaan $Ax(t) = f(t)$ dengan operator-operator ini memiliki turunan terhadap hanya satu variabel, menjadikannya persamaan diferensial biasa.

Konsep serupa untuk pengaturan waktu diskrit, persamaan perbedaan, dibahas dalam bab tentang analisis domain waktu sistem waktu diskrit. Ada banyak kesejajaran antara pembahasan koefisien konstanta linier persamaan diferensial biasa dan persamaan perbedaan koefisien konstanta linier. (Mukhopadhyay, 1968)

Adapun teorema eksistensi dan ketunggalan solusi nilai awal

Teorema 2.1

$$x'(t) = A(t)x(t) + b(t)$$

$$x(t_0) = x_0$$

Pada Teorema diatas, terdapat $A(t)$ dan $b(t)$ kontinu di interval I, sehingga terlihat bahwa terdapat penyelesaian tunggal dalam I, dengan A merupakan matriks berukuran n x n yang kontinu dalam interval I, sehingga terdapat penyelesaian-penyelesaian yang berada dalam ruang vektor berdimensi n (Nugroho, 2011).

2.1.4 Solusi Eksak

Solusi analitik eksak dari persamaan diferensial nonlinier, dengan metode yang menghasilkan solusi perkiraan atau informasi kualitatif yang dapat membantu dalam mengidentifikasi. Dalam persamaan linier $y' + p(t)y = g(t)$ yang memiliki beberapa penjelasan yang dapat diringkas dalam pernyataan berikut:

1. Dengan asumsi bahwa koefisien kontinu akan ada solusi umum, yang mengandung konstanta arbitrer, yang mencakup semua solusi persamaan diferensial. Tertentu solusi yang memenuhi kondisi awal yang diberikan dapat dipilih dengan memilih nilai untuk konstanta arbitrer.

2. Titik-titik diskontinuitas atau singularitas yang mungkin dari solusi dapat diidentifikasi (tanpa memecahkan masalah) hanya dengan menemukan titik diskontinuitas dari koefisien. Jadi, jika koefisien kontinu untuk semua t, maka solusinya juga ada dan berbeda. (Erwin kreyszig, 2020).

Menurut (Sari dan Kusumastuti 2018) terdapat dua solusi dalam penyelesaian analitik suatu persamaan diferensial yaitu solusi umum dan solusi khusus. Solusi umum merupakan solusi yang terdiri dari sejumlah fungsi bebas yang jumlahnya sesuai dengan orde persamaan diferensial yang diselesaikan. Sedangkan solusi khusus merupakan solusi yang diperoleh dari solusi umum dengan memasukkan nilai awal atau pilihan khusus dalam fungsi bebas. Dengan memperoleh solusi analitik, maka akan diperoleh nilai variabel terikat dengan mensubstitusikan nilai dari variabel-variabel bebas. Menurut (Soehardjo 1996), pengertian solusi analitik atau solusi eksak dari suatu persamaan diferensial yaitu suatu fungsi tanpa turunan-turunan yang memenuhi persamaan tersebut. Misalkan terdapat persamaan diferensial $\frac{dy}{dt} = f(t)$ maka solusi analitik dari persamaan diferensial tersebut yaitu fungsi tanpa turunan-turunan yang memenuhi persamaan $\frac{dy}{dt} = f(t)$ Perubahan terhadap waktu ini sering dihubungkan dengan masalah syarat awal yang selalu memiliki solusi tunggal. Solusi analitik terhadap suatu permasalahan dan penerapan matematika dikenal sebagai solusi sebenarnya (actual solution) dan solusi analitik merupakan solusi yang mempunyai galat (error) sama dengan nol (Kartono 2012).

2.1.5 Metode *Runge Kutte* Orde Empat

Metode *Runge-Kutta* orde empat sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Metode *Runge-Kutta* orde empat diturunkan dengan cara yang sama seperti metode *Runge-Kutta* orde dua untuk nilai n = 4. Metode *Runge-Kutta* orde empat mempunyai bentuk sebagaimana pada persamaan

$$y_{n+1} = y_n + h(f_1)\left(\frac{k_{n1} + 2k_{n2} + 2k_{n3} + k_{n4}}{6}\right)$$

dimana

$$k_{n1} = f(t_n, y_n)$$

$$k_{n2} = f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{n1}\right)$$

$$k_{n3} = f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{n2}\right)$$

$$k_{n4} = f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + hk_{n3}\right)$$

Metode *Runge-Kutta* orde empat ini mempunyai tingkat ketelitian solusi yang lebih tinggi daripada metode *Runge-Kutta* orde sebelumnya. Metode *Runge-Kutta* orde empat mudah diprogram, stabil, kecil kesalahan pemotongan dan juga kecil kesalaham pembulatan (Mathnews,1999).

2.2 Al-Quran dan Pencegahan Penyakit

Islam mengatur segala aspek kehidupan manusia. Semua ciptaan Allah telah terangkum dalam lingkungan, menurut tafsir Adam Almaraghi, lingkungan adalah segala sesuatu yang diciptakan oleh Allah yang meliputi kehidupan manusia, yaitu langit, bumi, bulan, bintang, sesama manusia, binatang, dan lain-lain. Allah SWT menciptakan segala sesuatu sesuai dengan hukum yang ditetapkan oleh-

Nya. Begitu juga dengan manusia adalah makhluk yang telah diciptakan Allah dengan sempurna dibandingkan dengan makhluk ciptaan Allah yang lainnya, manusia sendiri tersusun dari beberapa komponen yang rumit dan juga kompleks yang semisal dilihat dan dipahami dengan mendalam akan diketahui bahwa sekecil apapun komponennya tetap memiliki fungsi tersendiri yang berguna bagi tubuh, dan tidak ada satupun yang sia-sia diantaranya seperti yang telah dijelaskan oleh Allah SWT dalam Al-Qur’an surat Ibrahim ayat 34 :

Artinya : “Dan jika kamu menghitung nikmat Allah, tidaklah dapat kamu dapat menghinggakannya. Sesungguhnya manusia itu, sangat zalim dan sangat mengingkari.”(QS.Ibrahim:34)

Berdasarkan ayat Al-Qur’an di atas dapat ditafsirkan bahwa Allah SWT telah memberikan kepada makhluknya apa yang diminta sesuai dengan keperluan makhluknya dan apabila kita menghitungnya tidak akan pernah mampu untuk menghitungnya. Salah satunya yaitu manusia juga harus menjaga kesehatannya karena kesehatan salah satu anugrah dari Tuhan yang harus kita syukuri dengan menjaganya dan menggunakannya dengan cara yang benar. Karena kesehatan adalah syarat dari semua aktivitas utama kehidupan. (Al- Maraghi, 1993). Seperti contoh ayat dibawah ini yang menjelaskan tentang salah satu cara untuk mencegah penyakit dalam *QS.Al-Baqarah* ayat 151

كَمَآ اَرْسَلْنَا فِيْكُمْ رَسُوْلًا مِّنْكُمْ يَتْلُوْا عَلَيْكُمْ اٰيٰتِنَا وَيُزَكِّيْكُمْ وَيُعَلِّمُكُمُ الْكِتٰبَ وَالْحِكْمَةَ وَيُعَلِّمُكُمْ مَّا لَمْ تَكُوْنُوْا تَعْلَمُوْنَۗ

Yang artinya:” Sebagaimana Kami telah mengutus kepadamu seorang Rasul (Muhammad) dari (kalangan) kamu yang membacakan ayat-ayat Kami, menyucikan kamu, dan mengajarkan kepadamu Kitab (Al-Qur'an) dan Hikmah (Sunnah), serta mengajarkan apa yang belum kamu ketahui.”(QS.Al-Baqarah:151).

Dari kutipan beberapa arti ayat al-quran dan beberapa hadist nabi dari situ kita sebagai umat muslim akan pentingnya berusaha melakukan tindakan pencegahan terlebih dahulu dan senatiasa untuk menjaga kesehatan dan kebersihan agar terhindar dari segala penyakit, baik penyakit ringan maupun yang menular. Di dalam islam sendiri sudah dijelaskan bahwa semua penyakit pasti ada obatnya akan tetapi lebih baik mencegah dari pada mengobati. Sebagai umat Islam alangkah baiknya melakukan pencegahan penyakit dengan cara berusaha terlebih dahulu atau bisa disebut dengan istilah ikhtiar,yang mana secara bahasa ikhtiar berasal dari bahasa arab اختارُ- يَخْتارُ- اِخْتِيَارُ yang berarti memilih. ikhtiar juga diartikan berusaha, yang berarti melakukan suatu kegiatan dengan maksud untuk memperoleh suatu hasil yang dikehendaki. Oleh karena itu, kita sebagai manusia hendaknya mensyukuri serta menjaga dan merawat apa yang telah Allah SWT berikan kepada kita, seperti halnya dengan selalu menjaga kesehatan tubuh kita agar terhindar dari berbagai macam penyakit. Sebagaimana sabda Rasulullah SAW yaitu :

Artinya : "Dua kenikmatan yang sering dilupakan oleh kebanyakan manusia adalah kesehatan dan waktu luang". (HR. Al-Bukhari dan Ibnu Abas)

Makna dari hadist di atas diterangkan bahwa seseorang dikatakan memiliki badan sehat apabila memiliki waktu yang luang. Barangsiapa yang memilikinya harus senantiasa mensyukurinya dengan menjalankan semua perintah Allah dan menjauhi segala larangan-Nya. Barangsiapa yang tidak bersyukur maka dialah orang yang tertipu (Fathul Bari bi Syarhi Shahihil Bukhari: 14/183-184).

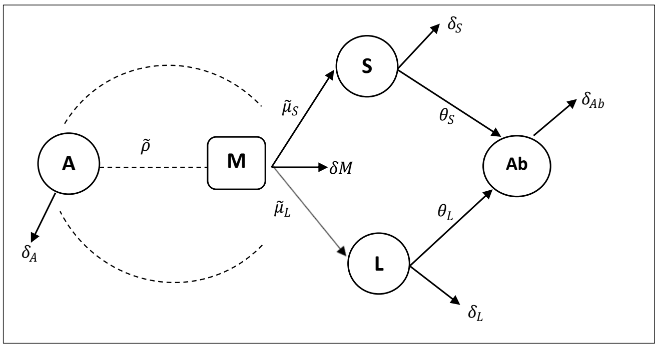
2.2 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

2.2.1 Sistem Imun

Sistem kekebalan tubuh adalah sistem yang sangat kompleks yang memainkan beberapa peran ganda dalam usaha menjaga keseimbangan dalam tubuh. mirip dengan sistem indokrin atau penyakit dalam, sistem kekebalan yang terlibat mengatur keseimbangan, dan menggunakan komponennya dalam kasus yang beredar diseluruh tubuh, supaya dapat mencapai sasaran yang jauh dari pusat. Untuk memenuhi fungsi kekebalan, dan tubuh memiliki suatu sistem yang disebut dengan sistem limfatik. Sistem imun manusia secara normal mempunyai kemapuan membedakan antara zat asing (*non-self*) yang dikenal sebgaai antigen, dan zat yang bersal dari tubuh sendiri (*self*). Namun, pada beberapa kondisi, sistem imun tidak mapu membedakan keduannya. Akibatnya, sel-sel dalam sistem imun membentuk zat anti terhdapa jaringan tubuhnya, atau yang dikenal dengan autoantibodi (Antari,2017:10-11). Di dalam sistem imun ada respon imun, yang artinya suatu respon dari semua komponen sistem imun secara bersama dan terkoordinasi untuk mengeliminasi antigen yang masuk kedalam tubuh. Respon imun diawali dengan adanya pengenalan molekul antigen oleh komponen sistem imun melalui reseptor yang menstimulasi sistem saraf didalam otak. Hal ini berguna untuk membangkitkan dan melakukan reaksi yang tepat guna mengeliminasi antigen tersebut (Antari,2017:11).

2.2.2 Formulasi Model

Dalam penelitian ini pemodelan matematika pada penyebaran penyakit Ebola menggunakan model matematika. Dengan diagram kompartementnya adalah:



Gambar 2.1 Diagram Kompartemen Model Vaksinasi Virus Ebola

Adapun model matematika berdasarkan sistem lima ODE yakni dari persamaan pertama sampai kelima. Dengan mempertimbangkan tiga populasi antar lain:

1. Sel B sel memori B yang dilambangkan dengan (M)
2. Sel yang mensekresi antibodi berumur pendek (S)
3. Sel yang mensekresi antibodi berumur panjang (L)

Selanjutnya mempertimbangkan konsentrasi antigen (A) melalui vaksinasi dan menyebabkan respon primer maupun sekunder. Kemudian konsentrasi antibodi yang dilambangkan dengan (Ab). Dengan model persamaan diferensial sebagai berikut

$$\frac{dA}{dt} = -\delta_A A$$

$$\frac{dM}{dt} = \rho A - (\mu_S + \mu_L)AM - \delta_M M$$

$$\frac{dS}{dt} = \mu_S AM - \delta_S S$$

$$\frac{dL}{dt} = \mu_L AM - \delta_L L$$

$$\frac{dAb}{dt} = \theta_S S + \theta_L L - \delta_{Ab} Ab$$

Dengan nilai parameter sebagai berikut:

Tabel 2.1 Nilai Parameter Model Vaksin Virus Ebola

Parameter	Nilai Parameter	Keterangan	Satuan
δ_A	10.7	Tingkat penurunan antigen	Perhari
δ_M	63.3	Tingkat penurunan sel M	Perhari
δ_S	0.7	Tingkat kematian sel S	Perhari
δ_L	9.5	Tingkat kematian sel L	Perhari
δ_{Ab}	23.9	Tingkat kematian antibodi	Perhari
ρ	3.5	Tingkat di mana sel M dihasilkan dari waktu ke waktu per konsentrasi antigen	Perhari
μ_S	2.5	Tingkat diferensiasi sel M menjadi sel S per konsentrasi antigen	Perhari
μ_L	0.011	Tingkat diferensiasi sel M menjadi sel L per konsentrasi antigen	Perhari

θ_S	20	Tingkat produksi antibodi per sel S	Perhari
θ_L	30	Tingkat produksi antibodi per sel L	Perhari

2.2.3 Model Matematika

Model matematika adalah representasi matematis yang diturunkan dari pemodelan matematika. Pemodelan matematika adalah representasi dari sistem atau skenario yang digunakan untuk mendapatkan pemahaman secara kuantitatif atau kualitatif dari masalah, yang dapat digunakan untuk masalah yang lebih besar atau bahkan untuk memprediksi apa yang akan terjadi di masa depan. melalui masalah dari dunia nyata dalam pernyataan matematika.(Widowati & Sutimin, 2007).

Adapun langkah-langkah untuk menentukan model matematikanya antara lain:

1. Berikan masalah yang sebenarnya nama matematika. Pada langkah ini, masalah yang dihadapi di dunia nyata dimodelkan dalam bahasa matematika. Langkah ini berisikan mengidentifikasi variabel dalam edisi ini membentuk beberapa hubungan antara variabel , dimana adalah hasil dari masalah.
2. Membuat asumsi yang asumsi pemodelan matematika mencerminkan bagaimana menangani proses berpikir sehingga dapat mengeksekusi model.
3. Formulasi persamaan atau pertidaksamaan yang berarti setelah memahami hubungan antara variabel dan asumsi, langkah selanjutnya adalah

merumuskan persamaan sistem atau persamaan dalam . Formulasi Model adalah langkah , dimana adalah yang paling penting dan menjadi mungkin diperlukan. Jika proses pengujian mendeteksi penyimpangan dalam model lagi, Anda perlu mengevaluasi kembali asumsi dan membuat asumsi baru.

4. Menyelidiki sifat dari solusi yang artinya Setelah formulasi model terbentuk, langkah selanjutnya adalah menyelidiki sifat dari solusi. yaitu, untuk mengetahui apakah solusi sistem stabil atau tidak stabil.
5. Interpretasi dari hasil adalah salah satu langkah rumus dan memberikan masalah dalam dunia nyata . Interpretasi ini dapat dicapai dalam bentuk grafik . Hal ini dinyatakan berdasarkan solusi yang diperoleh yang mana menjadi sebagai solusi di dunia nyata penafsiran.

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan jenis penelitian kualitatif, yang mana penelitian kualitatif ini menurut para ahli Sugiyono (2019:18) yaitu metode penelitian berdasarkan filosofi postpositivisme, yang digunakan untuk meneliti kondisi objek alam, (berlawanan dengan eksperimen) di mana peneliti adalah instrumen kunci, teknik pengumpulan data dilakukan dengan triangulasi (gabungan), data analisis bersifat induktif/kualitatif, dan hasil Penelitian kualitatif menekankan pada makna generalisasi. Fokus penelitian dimaksudkan agar peneliti dapat membatasi penelitian kualitatif berdasarkan tingkat kepentingan masalah yang akan dihadapi. Sehingga peneliti dapat menggali data dan mengungkapkannya sesuai dengan tema yang telah diambil. Fokus penelitian ini sesuai dengan unsur-unsur sistem pengendalian internal (Sugiyono,2018)

3.2 Pra Penelitian

Pra Penelitian yang di lakukan penulis ialah mempelajari juga mengkaji, jurnal, dan referensi lain yang berhubungan dengan materi mengenai solusi eksak persamaan diferensial biasa orde satu serta bagaimana respon imun ketahanan dalam tubuh manusia setelah melakukan vaksinasi, banyak penelitian yang membahas respon imun terhadap virus ebola, tanpa mempertimbangkankan ketahanan dalam tubuh manusia setelah melakukan vaksinasi. Maka, pada penelitian ini penulis akan mengkaji bagaimana ketahanan respon imun pada manusia dengan menggunakan solusi eksak setelah dilakukannya vaksinasi.

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian yang dipergunakan pada penelitian ini ialah menganalisis. Beberapa langkah yang diterapkan oleh penulis untuk mengkaji penelitian mengenai respon imun terhadap vaksin ebola ini adalah:

1. Menentukan solusi eksak model matematika respon imun terhadap vaksin ebola.
   a. Memahami model matematika.
   b. Mencari solusi eksak matematika respon imun terhadap vaksinasi.
   c. Mensubstitusikan nilai parameter ke solusi eksak.
2. Membandingkan solusi eksak dengan solusi numerik
   a. Melakukan simulasi perbandingan dari solusi eksak dan solusi numerik
   b. Melakukan interpretasi terhadap grafik simulasi.

BAB IV
PEMBAHASAN

4.1 Sistem Eksak

4.1.1 Solusi Eksak

Pada bab ini akan mengkaji mengenai solusi persamaan diferensial biasa terhadap sistem imun pada manusia oleh virus ebola menggunakan metode faktor integrasi sebagai berikut:

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{dA}{dt} = -\delta_A A & A(0) = A_0 \\ \frac{dM}{dt} = \rho A - (\mu_S + \mu_L)AM - \delta_M M & M(0) = M_0 \\ \frac{dS}{dt} = \mu_S AM - \delta_S S & S(0) = S_0 \\ \frac{dL}{dt} = \mu_L AM - \delta_L L & L(0) = L_0 \\ \frac{dAb}{dt} = \theta_S S + \theta_L L - \delta_{Ab} Ab & Ab(0) = Ab_0 \end{array}\right\} \quad (4.1)$$

Pada persamaan pertama terdapat:

$$\frac{dA}{dt} = -\delta_A A \text{ dengan } A(0) = A_0$$

Diselesaikan dengan metode pemisahan variabel sebagai berikut:

$$\int \frac{1}{A}\, dA = \int -\delta_A\, dt$$

$$ln|A| = -\delta_A\, t + c$$

$$ln|A| + C_1 = -\delta_A\, t + C_2$$

$$|A| = e^{-\delta_A t + c}$$

$$= e^{-\delta_A c} . e^{c}$$

$$e^c = C \in \mathbb{R}$$

Sehingga diperoleh solusi umum $A(t) = C. e^{-\delta_A t}$

karena $A(0) = A_0$

maka solusi khusus yang didapat untuk nilai awal A_0 adalah

$$\boxed{A(t) = A_0 e^{-\delta_A t} \qquad (4.2)}$$

Pada persamaan (4.2) disubstitusikan ke $\frac{dM}{dt}$ dari sistem (4.1)

$$\frac{dM}{dt} = \rho A_0 e^{-\delta_A t} - (\mu_S + \mu_L) A_0 e^{-\delta_A t} M(t) - \delta_M M(t)$$

Persamaan di atas merupakan PDB Orde-1 terhadap fungsi $M(t)$.

dimana

$$A(t) = A_0 e^{-\delta_A t}$$

$$\frac{dM}{dt} = \rho\, A_0 e^{-\delta_A t} - (\mu_S + \mu_L) A_0 e^{-\delta_A t} M(t) - \delta_M M(t)$$

maka,

$$\frac{dM}{dt} = \rho. A_0 e^{-\delta_A t} - (\mu_S + \mu_L) A_0 e^{-\delta_A t} M(t) - \delta_M M(t)$$

$$\frac{dM}{dt} + f(t). M(t) = \rho\, . A_0 e^{-\delta_A t}$$

Dengan dimisalkan

$$f(t) = (\mu_S + \mu_L) A_0 e^{-\delta_A t} + \delta_M$$

akan di cek PDB eksak tersebut tergolong atau tidak dengan

$$M\,(x, y) dx + N\,(x, y) dy = 0$$

$$\frac{dM}{dt} = \rho\, . A_0 e^{-\delta_A t} - f(t). M(t)$$

Misal $M = y$

$$\frac{dy}{dt} = \rho\, . A_0 e^{-\delta_A t} - f(t). y(t)$$

$$dy = (\, \rho\, . A_0 e^{-\delta_A t} - f(t). y(t))\, dt$$

$$dy - \ (\rho \ .A_0 e^{-\delta_A t} - f(t).y(t))\ dt = 0$$

$$dy + \ (-\rho \ .A_0 e^{-\delta_A t} + f(t).y(t))\ dt = 0$$

$$M\ (y,t)dy + N\ (y,t)\ dy = 0$$

Karena $M\ (y,t) = 1$ dan $N\ (y,t) = \ -\rho \ .A_0 e^{-\delta_A t} + f(t).y(t)$

Dan $\frac{\partial M}{\partial t} = 0$ dan $\frac{\partial N}{\partial y} = f(t)$

Maka $\frac{\partial M}{\partial t} \neq \ \frac{\partial N}{\partial y}$

Kemudian Faktor integrasi↔ $p = e^{\int f(t)dt}$

$$e^{\int f(t)dt}.\frac{dM}{dt} + f(t)e^{\int f(t)dt}$$

$$M(t) = e^{\int f(t)dt}.\rho.A_0 e^{-\delta_A t}$$

Selanjutnya dengan di integralkan kedua ruas

$$M(t)e^{\int f(t)dt} = \int (\ \rho.A_0 e^{-\delta_A t}.e^{\int f(t)dt})dt$$

$$M(t) = \int \frac{\rho\ A_0 e^{-\delta_A t}.e^{\int f(t)dt}}{e^{\int f(t)dt}} dt$$

$$= \ \rho\ A_0 \int \frac{e^{-\delta_A t + \int f(t)dt}}{e^{\int f(t)dt}} \text{dt}$$

Untuk $e^{\int f(t)dt} = e^{\int (\mu_S + \mu_L)A0 e^{-\delta_A t} + \delta_M)dt}$

$$= e^{[(\mu_S + \mu_L)A_0 \int e^{-\delta_A t}\, dt) + \delta_M t]}$$

$$= e^{-\frac{(\mu_S+\mu_L)A_0}{\delta_A}} e^{-\delta_A t} + \delta_M t$$

$$= e^{\frac{(-\mu_S+\mu_L)A_0 e^{-\delta_A t} + \delta_A \delta_M t)}{\delta_A}}$$

$$p^{-\int f(t)dt} = e^{\frac{(\mu_S+\mu_L)A_0 e^{-\delta_A t} - \delta_M t)}{\delta_A}}$$

maka solusi khusus yang didapatkan untuk nilai awal $M(0) = M_0$ adalah

$$M(t) = \left(\rho A_0 \int e^{-\delta_A t + \int f(t)dt} dt\right). \; e^{-\int f(t)dt}\, dt \qquad (4.3)$$

Pada persamaan $(4.2) dan$ (4.3) disubstitusikan ke $\frac{dS}{dt}$ dari sistem (4.1)

$$\frac{dS}{dt} = \mu_S A_0 (\int_0^t \rho\, A_0 e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}} dt$$

$$+ \frac{M_0}{e^{\frac{A_0\mu_S - A_0\mu_S}{\delta}}}) e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}} - \delta_S S(t)$$

Persamaan diatas merupakan PDB Orde-1 terhadap fungsi $S(t)$

$\frac{dS}{dt} = \mu_S A_0 e^{-\delta_A t} M(t) - \delta_S S(t)$ di mana $M(t)$ sebagaimana persamaan (4.3),

Sehingga diperoleh :

$$\frac{dS}{dt} + \delta_S\, S(t) = \mu_S A_0 e^{-\delta_A t} M(t)$$

$$g(t) = \delta_S$$

Kemudian faktor integrasi$\leftrightarrow p = e^{\int g(t)dt}$

$$e^{\int g(t)dt}. \frac{dS}{dt} + g(t). e^{\int g(t)dt} S(t) = e^{\int g(t)dt} \mu_S A_0 e^{-\delta_A t} M(t)$$

selanjutnya di integralkan kedua ruas, menjadi:

$$S(t) e^{\int g(t)dt} = \int (\mu_S A_0 e^{-\delta_A t} M(t). e^{\int g(t)dt}) dt$$

$$S(t) = \int \frac{\mu_S A_0 e^{-\delta_A t} M(t). e^{\int g(t)dt}}{e^{\int g(t)dt}} dt$$

$$= \frac{\mu_S A_0 \int e^{-\delta_A t (M(t)) + \int g(t)dt}}{e^{\int g(t)dt}} dt$$

$$e^{\int g(t)dt} = e^{-\delta_S\, dt}$$

$$p^{\int g(t)dt} = e^{-\delta_S\, dt}$$

maka solusi khusus yang didapatkan untuk nilai awal $S(0) = S_0$ adalah

$$S(t) = \mu_S A_0 (\int e^{-\delta_A t(M(t))})\, e^{-\delta_S}\, dt \qquad (4.4)$$

Pada persamaan (4.2) , $(4.3) dan$ (4.4) disubstitusikan ke $\frac{dL}{dt}$ dari sistem (4.1)

$$\frac{dL}{dt} = \mu_L A_0 (\int_0^t \rho\, A_0 e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t} \mu_S - \delta_M t \delta + \delta^2 t}{\delta}} dt$$

$$+ \frac{M_0}{e^{\frac{A_0 \mu_S - A_0 \mu_S}{\delta}}}) e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t} \mu_S - \delta_M t \delta + \delta^2 t}{\delta}} - \delta_S L(t)$$

Persamaan diatas merupakan PDB Orde-1 terhadap fungsi $L(t)$

$$\frac{dL}{dt} = \mu_L A_0 e^{-\delta_A t} M(t) - \delta_L L(t)$$

$$\frac{dL}{dt} + \delta_L L(t) = \mu_L A_0 e^{-\delta_A t} M(t)$$

$$h(t) = \delta_L$$

kemudian faktor integrasi↔ $p = e^{\int h(t)dt}$

$$e^{\int h(t)dt} . \frac{dL}{dt} + h(t) . e^{\int h(t)dt} L(t) = e^{\int h(t)dt} \mu_L A_0 e^{-\delta_A t} M(t)$$

Kemudian di integralkan kedua ruas, menjadi:

$$L(t) e^{\int h(t)dt} = \int (\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} M(t) . e^{\int h(t)dt}) dt$$

$$L(t) = \int \frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} M(t) . e^{\int h(t)dt}}{e^{\int h(t)dt}} dt$$

$$L(t) = \frac{\mu_L A_0 \int e^{-\delta_A t (M(t)) + \int h(t)dt}}{e^{\int h(t)dt}} dt$$

$$e^{\int h(t)dt} = e^{-\delta_L dt}$$

$$p^{\int h(t)dt} = e^{-\delta_L dt}$$

maka solusi khusus yang didapatkan untuk nilai awal $L(0) = L_0$ adalah

$$L(t) = \mu_L A_0 (\int e^{-\delta_A t(M(t))})\, e^{-\delta_L} dt$$

$$L(t) = e^{\int_0^t A_0 \mu_L} (\int_0^t \rho\, A_0 e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}} dt$$

$$+ M_0 e^{\frac{A_0\mu_S - A_0\mu_S}{\delta}}) \delta_L e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}} \qquad (4.5)$$

Pada persamaan $(4.2), (4.3), (4.4)\ dan\ (4.5)$ disubstitusikan ke $\frac{dAb}{dt}$ dari sistem

(4.1)

$$\frac{dAb}{dt} = \theta_S (\int_0^t A_0 \mu_S M_0\, e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A0e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}} +$$

$$\rho\, A_0 (\int_0^t e^{-\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}} dt) e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}}) + c_1)$$

$$e^{-\delta_S t}) \theta_L (e^{\int_0^t A_0 \mu_L} (\int_0^t \rho\, A_0 e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}} dt +$$

$$M_0 e^{\frac{A_0\mu_S - A_0\mu_S}{\delta}}) \delta_L e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta_A t} + A_0 e^{-\delta_A t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}}) - \delta_{Ab} Ab$$

Persamaan diatas merupakan PDB Orde-1 terhadap fungsi $Ab(t)$

$$\frac{dAb}{dt} = \theta_S (M(t)) + \theta_L (L(t)) - \delta_{Ab} Ab$$

$$\frac{dAb}{dt} + \delta_{Ab} Ab = \theta_S (S(t)) + \theta_L (L(t))$$

Dimisalkan bahwa $j(t) = \delta_{Ab}$

Kemudian faktor integrasi$\leftrightarrow p = e^{\int j(t)dt}$

$$e^{\int j(t)dt} \frac{dAb}{dt} + j(t) e^{\int j(t)dt} Ab(t) = e^{\int j(t)dt}. \theta_S(S(t)). \theta_L(L(t))$$

selanjutnya di integralkan kedua ruas

$$Ab(t)e^{\int j(t)dt} = \int (\,\theta_S(S(t)).\theta_L(L(t)).e^{\int j(t)dt})dt$$

$$Ab(t) = \frac{\int \left(\theta_S(S(t)).\theta_L(L(t)).e^{\int j(t)dt}\right)dt}{e^{\int j(t)dt}}$$

$$Ab(t) = \frac{\theta_S(S(t)).\theta_L(L(t)).\int e^{\int j(t)dt}dt}{e^{\int j(t)dt}}$$

$$e^{\int j(t)dt} = e^{-\delta_{Ab}\,dt}$$

$$p^{\int j(t)dt} = e^{-\delta_{Ab}\,dt}$$

Jika $Ab(0) = 0$

maka solusi khusus yang didapatkan untuk nilai awal $Ab(0) = Ab_0$ adalah

$$Ab(t) = \left(\theta_S(S(t)).\theta_L(L(t)).\int e^{\int j(t)dt}dt\right).e^{-\delta_{Ab}}$$

$$Ab(t) = \left(\int_0^t (\theta_S(\,A_0\mu_S\left(\int_0^t (\,M_0 e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta t} + A_0 e^{-\delta t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}}\right)dt\right.$$

$$\left. + S_0\right)\, e^{\delta_{Ab} - \delta_S} + \theta_L)L_0 e^{\delta_{Ab} + A_0\mu_L\delta_L}$$

.

$$\left(\int_0^t (\rho\, A_0(\int_0^t e^{-\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta t} + A_0 e^{-\delta t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}}\,\frac{M_0}{e^{\frac{A_0\mu_S - A_0\mu_S}{\delta}}})dt\right)dt$$

$$\left(e^{\frac{\mu_L A_0 e^{-\delta t} + A_0 e^{-\delta t}\mu_S - \delta_M t\delta + \delta^2 t}{\delta}}\right) \qquad (4.6)$$

Kemudian hasil solusi eksak untuk persamaan (1) sampai persamaan (5) adalah

$$A(t) = A_0 e^{-\delta_A t}$$

$$M(t) = \left(\rho\, A_0 \int e^{-\delta_A t + \int f(t)dt}\right).\ e^{-\int f(t)dt} dt$$

$$S(t) = \mu_S A_0 (\int e^{-\delta_A t(M(t))})\, e^{-\delta_S}\, dt$$

$$L(t) = \mu_L A_0 (\int e^{-\delta_A t(M(t))})\, e^{-\delta_L} dt$$

$$Ab(t) = \left(\theta_S(S(t)).\, \theta_L(L(t)). \int e^{\int j(t)dt} dt\right). e^{-\delta_{Ab}}$$

Hasil perhitungan solusi tersebut sudah sesuai dengan perhitungan yang dicari menggunakan maple dan validasi solusi analitik tersebut diperoleh ketika substitusi solusi ke sistem persamaan diferensial biasa dan nilai awal sesuai, dapat dilihat pada lampiran 1.

4.1.2 Substitusi nilai parameter

1. **Substitusi Nilai Parameter ke Persamaan (4.2)**

   $A(t) = A_0 e^{-\delta_A t}$

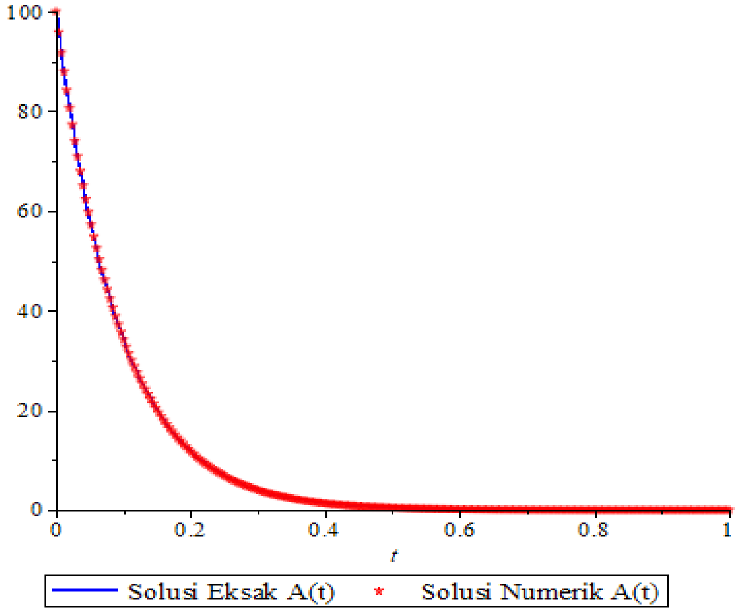
   Dengan substitusi nilai parameter didapatkan:

   $A(t) = 100e^{-\frac{107}{10}t}$

t	**$A(t)$ eksak**	**hasil**
0	$100e^{-\frac{107}{10}.0}$	100
0.1	$100e^{-\frac{107}{10}0.1}$	34.30085174
0.2	$100e^{-\frac{107}{10}0.2}$	11.76548430
0.3	$100e^{-\frac{107}{10}0.3}$	4.035661327
0.4	$100e^{-\frac{107}{10}0.4}$	1.384266209

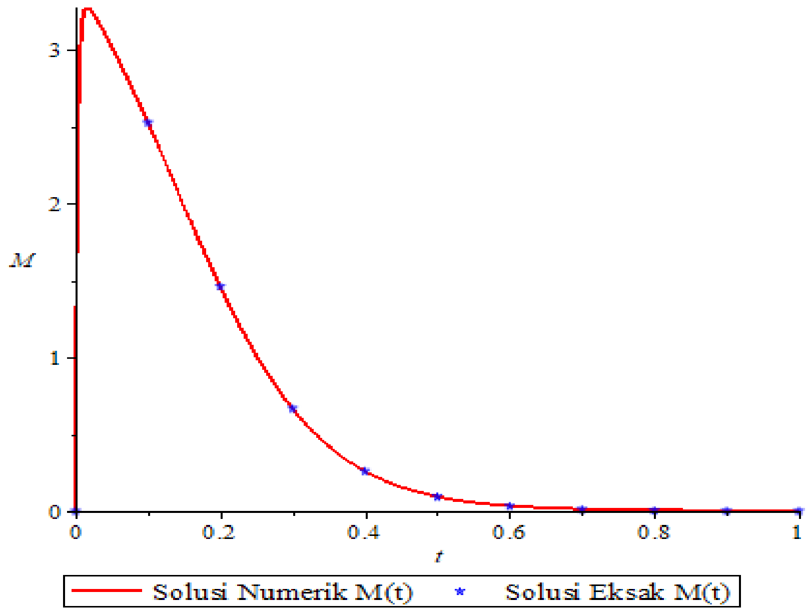
0.5	$100e^{-\frac{107}{10}0.5}$	0.4748150999
0.6	$100e^{-\frac{107}{10}0.6}$	0.1628656235
0.7	$100e^{-\frac{107}{10}0.7}$	0.05586429605
0.8	$100e^{-\frac{107}{10}0.8}$	0.01916192936
0.9	$100e^{-\frac{107}{10}0.9}$	0.006572704982
1	$100e^{-\frac{107}{10}1}$	0.002254493791

Berikut grafik dari substitusi diatas:



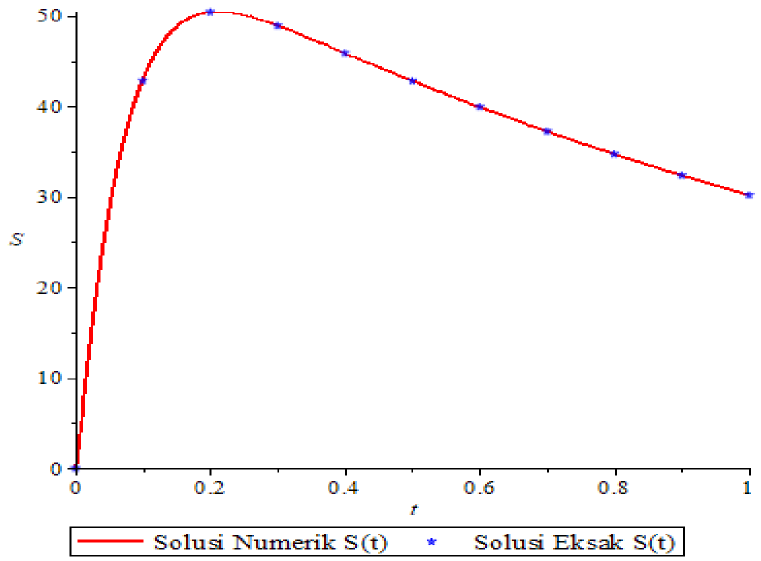
Gambar 4.1 Plot Solusi Eksak A(t) dengan t= [0,1] dengan nilai parameter: $\delta_A = 10.7; \delta_M = 63.3;\ \delta_S = 0.7; \delta_L = 9.5; \delta_{Ab} = 23.9; \rho = 3.5; \mu_S = 2.5; \theta_S = 20; \theta_L = 30; \mu_L = 0.011$

2. Substitusi Nilai Parameter ke Persamaan (4.3)



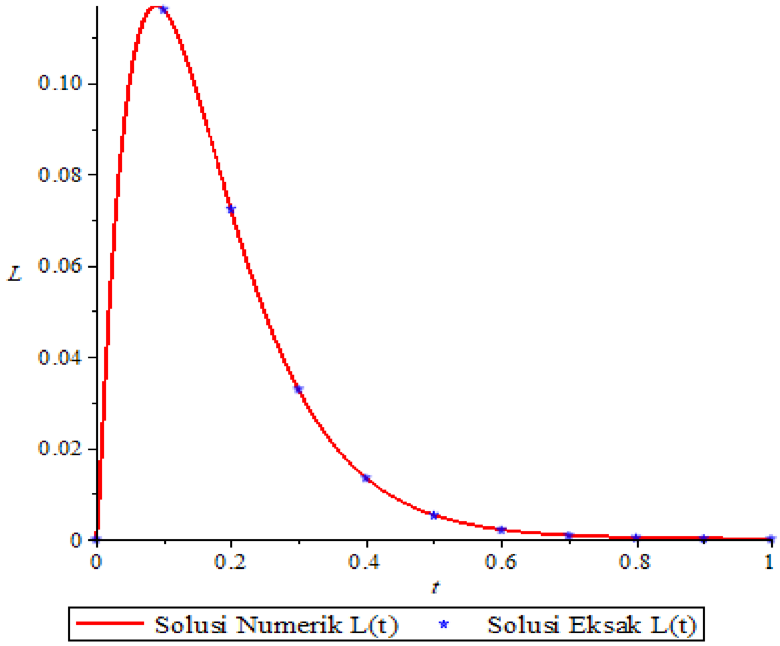
Gambar 4.2 Plot Solusi Eksak M(t) dengan t= [0,1] dengan nilai parameter $\delta_A = 10.7; \delta_M = 63.3;\ \delta_S = 0.7; \delta_L = 9.5; \delta_{Ab} = 23.9; \rho = 3.5; \mu_S = 2.5; \theta_S = 20; \theta_L = 30; \mu_L = 0.011$

3. Substitusi Nilai Parameter ke Persamaan (4.4)



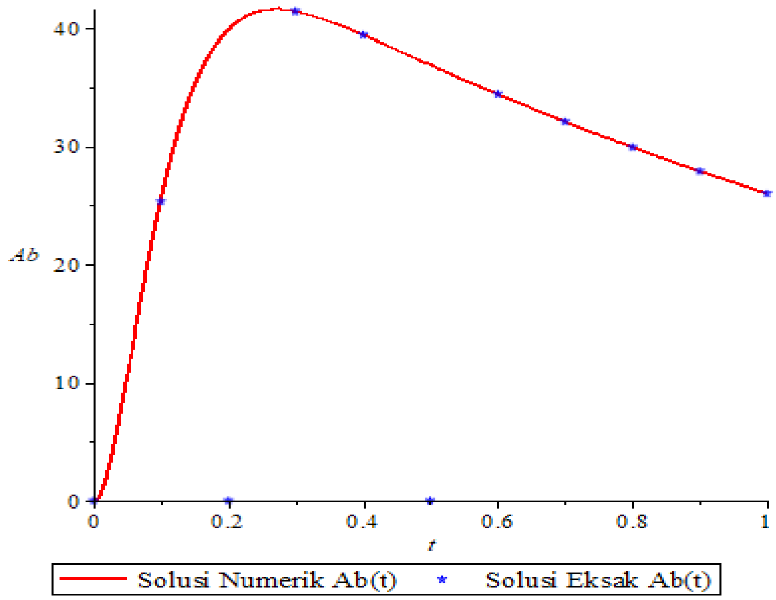
Gambar 4.3 Plot Solusi Eksak S(t) dengan t= [0,1] dengan nilai parameter: $\delta_A = 10.7; \delta_M = 63.3;\ \delta_S = 0.7; \delta_L = 9.5; \delta_{Ab} = 23.9; \rho = 3.5; \mu_S = 2.5; \theta_S = 20; \theta_L = 30; \mu_L = 0.011$

4. Substitusi Nilai Parameter ke Persamaan (4.5)



Gambar 4.4 Plot Solusi Eksak L(t) dengan t= [0,1] dengan nilai parameter: $\delta_A = 10.7; \delta_M = 63.3; \delta_S = 0.7; \delta_L = 9.5; \delta_{Ab} = 23.9; \rho = 3.5; \mu_S = 2.5; \theta_S = 20; \theta_L = 30; \mu_L = 0.011$

5. Substitusi Nilai Parameter ke Persamaan (4.6)



Gambar 4.5 Plot Solusi Eksak Ab(t) dengan t= [0,1] dengan nilai parameter: $\delta_A = 10.7; \delta_M = 63.3; \delta_S = 0.7; \delta_L = 9.5; \delta_{Ab} = 23.9; \rho = 3.5; \mu_S = 2.5; \theta_S = 20; \theta_L = 30; \mu_L = 0.011$

4.2 Perbandingan Hasil Solusi Eksak dan Runge Kutta

Perbandingan hasil solusi eksak dan *runge kutta* dapat disajikan dalam tabel 4.2

Contoh perhitungan hasil $A(t)$ metode numerik *Runge Kutta orde 4* $t = 0.1$ hingga 0.2 adalah sebagai berikut :

$$A(t = 0.1) = -34.30085174$$

$$A(t = 0.2) = -11.76548430$$

Tabel 4.1 Hasil $A(t)$ eksak dan $A(t)$ *Runge Kutta* orde 45

t	$A(t)$ eksak	$A(t)$ *Runge Kutta* orde 45	Error= A(t) eksak-A(t) RK
0	100	100	0
0.1	34.30085174	34.3008543618458	-2.62185×10^6
0.2	11.76548430	11.7654860995256	-1.79953×10^6
0.3	4.035661327	4.03566225196148	-9.24961×10^7
0.4	1.384266209	1.38426663158130	-4.22581×10^7
0.5	0.4748150999	0.474815281278330	-1.81378×10^7
0.6	0.1628656235	0.162865698119069	-7.46191×10^8
0.7	0.05586429605	0.0558643259172252	-2.98672×10^8
0.8	0.01916192936	0.0191619410730943	-1.17131×10^8
0.9	0.006572704982	0.00657270950038480	-4.51838×10^9
1	0.002254493791	0.00225449551335420	-1.72235×10^9

Error absolut=$\sum_{i=0}^{10} |error| = 0.607273262107902 \times 10^5$

Untuk perhitungan *Runge Kutta* orde 4 serupa dengan $\mathrm{A(t)}$ akan tetapi menggunakan persamaan $\frac{\mathrm{dM}}{\mathrm{dt}}$

Tabel 4.2 Hasil $M(t)$ Eksak dan $M(t)$ *Runge Kutta* orde 45

t	$M(t)$ eksak	$M(t)$ *Runge Kutta* orde 45	Error= A(t) eksak-A(t) RK
0	0	0	0
0.1	2.526860691	2.52686149313983	-8.0214×10^{7}
0.2	1.462188617	1.46218888062763	-2.63628×10^{7}
0.3	0.6678868107	0.667887045441807	-2.34742×10^{7}
0.4	0.2604843902	0.260484483014435	-9.28144×10^{8}
0.5	0.09393894825	0.0939389862899886	-3.804×10^{8}
0.6	0.03281125419	0.0328112751664999	-2.09765×10^{8}
0.7	0.01132615459	0.0113261723792536	-1.77893×10^{8}
0.8	0.003893489721	0.00389348959377712	1.27223×10^{10}
0.9	0.001336506781	0.00133650339544722	3.38555×10^{9}
1	0.0004585518053	0.000458548066276537	3.73902×10^{9}

Error absolut=$\sum_{i=0}^{10} |error| = 0.146287765246934 \times 10^{5}$

Untuk perhitungan *Runge Kutta* orde 4 serupa dengan $A(t)$ akan tetapi menggunakan persamaan $\frac{dS}{dt}$

Tabel 4.3 Hasil $S(t)$ Eksak dan $S(t)$ *Runge Kutta* orde 45

t	$S(t)$ eksak	$S(t)$ *Runge Kutta* orde 45	Error= A(t) eksak-A(t) RK
0	0	0	0
0.1	42.85814131	42.8581409760323	3.33968×10^{7}
0.2	50.45571974	50.4557199090890	-1.69089×10^{7}
0.3	48.94605398	48.9460542127878	-2.32788×10^{7}
0.4	45.91669328	45.9166935470688	-2.67069×10^{7}
0.5	42.84867436	42.8486746229847	-2.62985×10^{7}
0.6	39.95626179	39.9562620174081	-2.27408×10^{7}
0.7	37.25549880	37.2554990079166	-2.07917×10^{7}
0.8	34.73685915	34.7368593495307	-1.99531×10^{7}
0.9	32.38844013	32.3884403238699	-1.9387×10^{7}
1	30.19878228	30.1987824587873	-1.78787×10^{7}

Error absolut=$\sum_{i=0}^{10} |error| = 0.160547520522414 \times 10^{5}$

Untuk perhitungan *Runge Kutta* orde 4 serupa dengan $A(t)$ akan tetapi menggunakan persamaan $\frac{dL}{dt}$

Tabel 4.4 Hasil $L(t)$ Eksak dan $L\ (t)$ *Runge Kutta* orde 45

t	$L(t)$ Eksak	$L(t)$ *Runge Kutta* orde 45	Error= A(t) eksak-A(t) RK
0	0	0	0
0.1	0.1161453838	0.116145382007083	1.79292×10^{9}
0.2	0.07240810931	0.0724081094717689	-1.61769×10^{10}

0.3	0.03290364040	0.0329036405326176	-1.32618×10^{10}
0.4	0.01343834139	0.0134383414806693	-9.06693×10^{11}
0.5	0.005289058052	0.00528905806267001	-1.067×10^{11}
0.6	0.002056688935	0.00205668888501276	4.99872×10^{11}
0.7	0.0007967393163	0.000796739135151227	1.81149×10^{10}
0.8	0.0003082893295	0.000308289101900652	2.27599×10^{10}
0.9	0.0001192466951	0.000119246471823403	2.23277×10^{10}
1	0.0000461197741	0.0000461195569705559	2.17199×10^{10}

Error absolut=$\sum_{i=0}^{10} |error| = 2.29640283510782 \times 10^{9}$

Untuk perhitungan *Runge Kutta* orde 4 serupa dengan $A(t)$ akan tetapi menggunakan persamaan $\frac{dAb}{dt}$

Tabel 4.5 Hasil $Ab(t)$ Eksak dan $Ab\ (t)$ *Runge Kutta* orde 45

t	$Ab\ (t)$ Eksak	$Ab\ (t)$ *Runge Kutta* orde 45	Error= A(t) eksak-A(t) RK
0	0	0	0
0.1	25.35521492	25.3552149848653	-6.48653×10^{8}
0.2			
0.3	41.45768033	41.4576805164505	-1.8645×10^{7}
0.4	39.47152168	39.4715218552195	-1.75219×10^{7}
0.5			
0.6	34.44636940	34.4463695468793	-1.46879×10^{7}
0.7	32.11807559	32.1180757211945	-1.31195×10^{7}

0.8	29.94616013	29.9461602427020	-1.12702×10^{7}
0.9	27.92131126	27.9213113626855	-1.02686×10^{7}
1	26.03352836	26.0335284593989	-9.93989×10^{8}

Error absolut=$\sum_{i=0}^{10} |error| = 0.101939541963247 \times 10^{5}$

Solusi eksak yang diperoleh sudah sesuai sebagai solusi sistem $(\mathbf{4.1})$ dan memiliki nilai error perhitungan untuk setiap variabelnya sangat kecil. Urutan error solusi eksak dan *Runge Kutta* orde 45 dari terbesar hingga terkecil yakni $\text{error absolut}_L > \text{error absolut}_A > \text{error absolut}_{Ab} > \text{error absolut}_M >$ error absolut_S , tetapi untuk solusi $Ab(t)$ karena memuat integral lipat tiga, nilai solusi sulit dihitung di $t = 0.2$ dan $t = 0.5$.

4.3 Kajian Nilai-Nilai Agama dengan Hasil Penelitian

Perhitungan solusi eksak sistem imun terhadap vaksinasi virus ebola ini dapat diimplementasikan dalam pandangan Islam, yaitu dengan menjaga kesempurnaan penciptaan manusia khususnya sistem imun dalam tubuh. Dari perhitungan solusi eksak ini, kita mengetahui bagaimana sistem imun sangat mempengaruhi vaksin dalam tubuh manusia. Sehingga kita harus senantiasa menjaga sistem imun dalam tubuh. Pada saat tubuh manusia terserang virus ebola ini jalan satu-satunya agar sembuh dari penyakit ini adalah dengan melakukan pengobatan. Kita sebagai umat Islam juga dianjurkan untuk senantiasa berikhtiar. Berikhtiar sendiri adalah berusaha dengan sungguh-sungguh dengan cara yang baik sesuai dengan anjuran agama Islam. Dengan kata lain, ikhtiar merupakan suatu usaha yang dilakukan manusia untuk mencapai tujuan tertentu yang diridhoi oleh Allah SWT. Sesungguhnya Allah SWT pun juga akan selalu memberikan bantuan kepada mereka manusia yang senantiasa berikhtiar kepada-Nya.

Konsep ikhtiar sendiri dapat dianalogikan dengan topik penelitian skripsi ini. Salah satu bentuk upaya tersebut adalah upaya dalam melakukan pengobatan dalam menghadapi suatu penyakit. Namun kita juga harus memaksimalkan usaha dalam mencegah maupun mengobatinya. Penyakit ebola sendiri merupakan penyakit yang sangat membahayakan bagi manusia. Namun, kita sebagai manusia harus senantiasa berusaha agar sembuh dari penyakit tersebut, dan atas izin Allah SWT semua penyakit pasti dapat disembuhkan seiring dengan ikhtiar yang dilakukan.

Adapun bentuk ikhtiar lain yang bisa dilakukan yaitu dengan memperbanyak berdoa kepada Allah SWT. Dalam menghadapi suatu penyakit, manusia sebagai makhluk beriman harus senantiasa berdoa kepada Allah SWT. Dalam Islam, sekeras apapun usaha yang telah dilakukan, manusia tetaplah makhluk dan hanya Allah SWT yang berkuasa atas segalanya. Oleh karena itu, berdoa disyariatkan dalam Islam dan Allah SWT pasti akan mengabulkan permohonan manusia.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dipaparkan pada Bab IV diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Solusi eksak model matematika respon imun terhadap vaksin ebola adalah

$$A(t) = A_0 e^{-\delta_A t}$$

$$M(t) = \left(\rho\, A_0 \int e^{-\delta_A t + \int f(t)dt}\right).\ e^{-\int f(t)dt} dt$$

$$S(t) = \mu_S A_0 (\int e^{-\delta_A t(M(t))})\ e^{-\delta_S}\ dt$$

$$L(t) = \mu_L A_0 (\int e^{-\delta_A t(M(t))})\ e^{-\delta_L} dt$$

$$Ab(t) = \left(\theta_S(S(t)).\theta_L(L(t)).\int e^{\int j(t)dt} dt\right).e^{-\delta_{Ab}}$$

2. Perbandingan hasil solusi eksak dengan metode runge kutte orde 45 menghasilkan nilai galat yang relatif kecil. Nilai galat tersebut membuktikan bahwa nilai eksak model vaksinasi terhadap virus ebola menunjukkan bahwa tidak ada perbedaan yang signifikan terhadap solusi numerik dengan menggunakan metode *Rungge Kutta* orde 45, error numerik yang dihasilkan paling besar adalah $2.29640283510782 \times 10^9$.

5.2 Saran

Pada penelitian ini membahas solusi eksak model persamaan diferensial biasa sistem imun terhadap vaksinasi virus ebola. Sehingga untuk menindak lanjuti penelitian ini dapat dikembangkan solusi eksak model persamaan diferensial biasa sistem imun terhadap virus ebola dengan menggunakan perbandingan macam-macam vaksin diseluruh dunia dengan mempertimbangkan dosis yang berbeda disetiap populasi.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Qur'an dan Terjemahnya. (2019). Kementrian Agama RI.

Antari, A.L., (2017).Imunologi Dasar. Yogyakarta: CV Budi Utama.

Ault, J.C & Ayres, Frank.(1992). Persamaan Diferensial dalam Satuan SI Metric. Jakarta: Erlangga.

Aqsa Nazir, Naveed Ahmed, Umar Khan, Syed Tauseef Mohyud-Din, Kottakkaran Sooppy Nisar, Ilyas Khan.(2020). An advanced version of a conformable mathematical model of Ebola virus disease in Africa. Jurnal of Alexandria Engineering Journal,59,3261-3268

Balelli, I., Pasin, C., Prague, M., Crauste, F., Effelterre, T. V., Bockstal, V., et al. (2020). A Model for estabilisment,maintenance and reactivation of the immune response after vaccination againts Ebola virus. *Jurnal of Theoretical Biology*.

Boyce, W. E., DiPrima, R. C., & D. B.(1992). Elementary differential quations and boundary value problems . New York:nWiley.

Harahap, M. Yahya. 2002. Segi Hukum Perjanjian, Jakarta: Sinar Grafika.

Johnson, R. S. (2012). *Integration and differential equations.*

Kartono. Persamaan Diferensial Biasa Model Matematika Fenomena Perubahan. Yogyakarta: Graha Ilmu, 2012.

Kreyzig. E. 2020. Advancrd Engineering Mathematics. New York : John Wiley and Sons, Inc

Lumbantoruan, J. H. (2015). Modul Kalkulus Lanjut 2015 (J. H. Lumbantoruan (ed.)). Prodi Pendidikan Matematika Universitas Kristen Indonesia. http://repository.uki.ac.id/1637/

Mathews,J.H. dan Kurtis D.F. 1999. Numerical Methods Using MATLAB third Edition. Prentis Hall.

Mukhopadhyay, A. K. (1968). *Solutions of Ordinary Linear Differential Equations with Constant Coefficients* . John Wiley & Sons.

Nugroho D. Budi. 2011. Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya

(Penyelesaian Manual dan Menggunakan Maple). Yogyakarta. Graha Ilmu.

Pulendran, Ahmed, 2006B. Pulendran, R. Ahmed Translating innate immunity into immunological memory: implications for vaccine development

Ross. Shepley L. 1984. Differential Equations, Third Edition. New York Wiley&Sons.Inc.

Sari, Dian Maulidiya, dan Ari Kusumastuti. "Uji Validasi Model Matematika Vibrasi Dawai Flying Fox." Skripsi, 2018.

Soehardjo. Matematika IV. Diktat ITS, 1996

Strauss, W. A. (2008). *Partial Differential Equations.*

Sugiyono.(2018).MetodePenelitianKuantitatif,kualitatifdanR&D.Bandung:Alfabet

rench, F. William. 2021. Elementary Differential Equations with Boundary Value Problems.

Widowati dan Sutimin. 2007. Buku Ajar Pemodelan Matematika. Semarang:Universitas Diponegoro.

World Health Organisation, (2014a).Casedefinition recommendations for ebola or Marbug virus diseases.GAR Accessed on 4 May 2020

World Health Organisation, World Health Organisation, 2018. Ebola virus disease,FactSheet. https://www.who.int/news-room/fact sheets/detail/ebola-virus-disease, Last accessed on 2019-05-04.

World Health Organisation, 2019a. Ebola virus disease, Democratic Republic of the Congo, GAR Accesses on 4 May 2020.

Semarang:Universitas Diponegoro.

LAMPIRAN

Lampiran 1 script maple perhitungan solusi eksak persamaan 1

> $ode := \frac{d}{dt} A(t) = -\delta_A A(t)$

$$ode := \frac{d}{dt} A(t) = -\delta_A A(t)$$

> $dsolve(ode)$

$$A(t) = \_C1\, e^{-\delta_A t}$$

> $ics := A(0) = A_0$

$$ics := A(0) = A_0$$

> $dsolve(\{ode, ics\})$

$$A(t) = A_0\, e^{-\delta_A t}$$

Lampiran 2 script maple perhitungan solusi eksak persamaan 2

> > $ode := \frac{d}{dt} M(t) = \rho \cdot \left(A0\, e^{-\delta t}\right) - \left(\left(\mu_S + \mu_L\right) \cdot \left(A0\, e^{-\delta t}\right) \cdot M(t)\right) - \delta_M M(t)$

$$ode := \frac{d}{dt} M(t) = \rho\, A0\, e^{-\delta t} - \left(\mu_S + \mu_L\right) A0\, e^{-\delta t} M(t) - \delta_M M(t)$$

> $dsolve(ode)$

$$M(t) = \left(\int \rho\, A0\, e^{-\frac{A0\, e^{-\delta t} \mu_L + A0\, e^{-\delta t} \mu_S - \delta_M t\, \delta + \delta^2 t}{\delta}}\, dt + \_C1\right) e^{\frac{A0\, e^{-\delta t} \mu_L + A0\, e^{-\delta t} \mu_S - \delta_M t\, \delta}{\delta}}$$

> $ics := M(0) = M_0$

$$ics := M(0) = M_0$$

> $dsolve(\{ode, ics\})$

$$M(t) = \left(\int_0^t \rho\, A0\, e^{-\frac{A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_L + A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_S - \delta_M \_z1\, \delta + \delta^2 \_z1}{\delta}}\, d\_z1 + \frac{M_0}{e^{\frac{A0\, \mu_L + A0\, \mu_S}{\delta}}}\right) e^{\frac{A0\, e^{-\delta t} \mu_L + A0\, e^{-\delta t} \mu_S - \delta_M t\, \delta}{\delta}}$$

Lampiran 3 script maple perhitungan solusi eksak persamaan 3

$$ode := \frac{d}{dt} S(t) = \mu_S \cdot A0\, e^{-\delta t} \cdot \left(\int_0^t \rho\, A0\, e^{-\frac{\mu_L A0\, e^{-\delta\_z1} + A0\, e^{-\delta\_z1} \mu_S - \delta_M\_z1\, \delta + \delta^2\_z1}{\delta}} \, d\_z1 + \frac{M0}{e^{\frac{A0\, \mu_L + A0\, \mu_S}{\delta}}} \right) e^{\frac{\mu_L A0\, e^{-\delta t} + A0\, e^{-\delta t} \mu_S - \delta_M t\, \delta}{\delta}} - \delta_S S(t)$$

$$ode := \frac{d}{dt} S(t) = \mu_S A0\, e^{-\delta t} \left(\int_0^t \rho\, A0\, e^{-\frac{A0\, e^{-\delta\_z1} \mu_L + A0\, e^{-\delta\_z1} \mu_S - \delta_M\_z1\, \delta + \delta^2\_z1}{\delta}} \, d\_z1 + \frac{M0}{e^{\frac{A0\, \mu_L + A0\, \mu_S}{\delta}}} \right) e^{\frac{A0\, e^{-\delta t} \mu_L + A0\, e^{-\delta t} \mu_S - \delta_M t\, \delta}{\delta}} - \delta_S S(t)$$

> *dsolve*(*ode*)

$$S(t) = \left(\int A0\, \mu_S \left(M0\, e^{\frac{A0\, e^{-\delta t} \mu_S + A0\, e^{-\delta t} \mu_L - \delta_M t\, \delta + \delta_S t\, \delta - \delta^2 t - A0\, \mu_S - A0\, \mu_L}{\delta}} + e^{\frac{A0\, e^{-\delta t} \mu_S + A0\, e^{-\delta t} \mu_L - \delta_M t\, \delta + \delta_S t\, \delta - \delta^2 t}{\delta}} A0\, \rho \left(\int_0^t e^{-\frac{A0\, e^{-\delta\_z1} \mu_L + A0\, e^{-\delta\_z1} \mu_S - \delta_M\_z1\, \delta + \delta^2\_z1}{\delta}} \, d\_z1 \right) \right) dt + \_C1 \right) e^{-\delta_S t}$$

> $ics := S(0) = S_0$

$$ics := S(0) = S_0$$

> *dsolve*({*ode*, *ics*})

$$S(t) = \left(\int_0^t A0\,\mu_S \left(M0\, e^{\frac{A0\, e^{-\delta\_z2}\mu_S + A0\, e^{-\delta\_z2}\mu_L - \delta_M\_z2\,\delta + \delta_S\_z2\,\delta - \delta^2\,\_z2 - A0\,\mu_S - A0\,\mu_L}{\delta}} + e^{\frac{A0\, e^{-\delta\_z2}\mu_S + A0\, e^{-\delta\_z2}\mu_L - \delta_M\_z2\,\delta + \delta_S\_z2\,\delta - \delta^2\,\_z2}{\delta}} A0\,\rho \left(\int_0^{\_z2} e^{-\frac{A0\, e^{-\delta\_z1}\mu_L + A0\, e^{-\delta\_z1}\mu_S - \delta_M\_z1\,\delta + \delta^2\,\_z1}{\delta}} \, \mathrm{d}\_z1 \right) \right) \mathrm{d}\_z2 + S_0 \right) e^{-\delta_S t}$$

Lampiran 4 script maple perhitungan solusi eksak persamaan 4

$$> \; ode := \frac{d}{dt} L(t) = \mu_L \cdot A0\, e^{-\delta t} \cdot \left(\int_0^t \rho\, A0\, e^{-\frac{\mu_L A0\, e^{-\delta \_z1} + A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_S - \delta_M \_z1\, \delta + \delta^2 \_z1}{\delta}} \, d\_z1 + \frac{M0}{e^{\frac{A0\, \mu_L + A0\, \mu_S}{\delta}}} \right) e^{\frac{\mu_L A0\, e^{-\delta t} + A0\, e^{-\delta t} \mu_S - \delta_M t\, \delta}{\delta}} \cdot \delta_L L(t)$$

$$ode := \frac{d}{dt} L(t) = \mu_L\, A0\, e^{-\delta t} \left(\int_0^t \rho\, A0\, e^{-\frac{A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_L + A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_S - \delta_M \_z1\, \delta + \delta^2 \_z1}{\delta}} \, d\_z1 + \frac{M0}{e^{\frac{A0\, \mu_L + A0\, \mu_S}{\delta}}} \right) e^{\frac{A0\, e^{-\delta t} \mu_L + A0\, e^{-\delta t} \mu_S - \delta_M t\, \delta}{\delta}} \delta_L L(t)$$

$$> \; dsolve(ode)$$

$$L(t) = \_C1\, e^{\int A0\, \mu_L \left(\int_0^t \rho\, A0\, e^{-\frac{A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_L + A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_S - \delta_M \_z1\, \delta + \delta^2 \_z1}{\delta}} \, d\_z1 + M0\, e^{-\frac{A0\, (\mu_S + \mu_L)}{\delta}} \right) \delta_L\, e^{\frac{A0\, e^{-\delta t} \mu_L + A0\, e^{-\delta t} \mu_S - \delta_M t\, \delta - \delta^2 t}{\delta}} \, dt}$$

$$> \; ics := L(0) = L_0$$

$$ics := L(0) = L_0$$

$$> \; dsolve(\{ode, ics\})$$

$$L(t) = L_0\, e^{\int_0^t A0\, \mu_L \left(\int_0^{\_z2} \rho\, A0\, e^{-\frac{A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_L + A0\, e^{-\delta \_z1} \mu_S - \delta_M \_z1\, \delta + \delta^2 \_z1}{\delta}} \, \mathrm{d}\_z1 + M0\, e^{-\frac{A0 (\mu_S + \mu_L)}{\delta}} \right) \delta_L\, e^{\frac{A0\, e^{-\delta \_z2} \mu_L + A0\, e^{-\delta \_z2} \mu_S - \delta_M \_z2\, \delta - \delta^2 \_z2}{\delta}} \, \mathrm{d}\_z2}$$

Lampiran 5 script maple perhitungan solusi eksak persamaan 5

$$ode := \frac{d}{dt} Ab(t) = \theta_s \cdot \Bigg(\int_0^t A0\,\mu_S \Bigg(M0\,e^{\frac{A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_S + A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_L - \delta_M\_z2\,\delta + \delta_S\_z2\,\delta - \delta^2\_z2 - A0\,\mu_S - A0\,\mu_L}{\delta}} + \rho\,A0 \Bigg(\int_0^{\_z2} e^{-\frac{A0\,e^{-\delta\_z1}\mu_L + A0\,e^{-\delta\_z1}\mu_S - \delta_M\_z1\,\delta + \delta^2\_z1}{\delta}}\,d\_z1 \Bigg) e^{\frac{A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_S + A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_L - \delta_M\_z2\,\delta + \delta_S\_z2\,\delta - \delta^2\_z2}{\delta}} \Bigg) d\_z2 + S0 \Bigg) e^{-\delta_S t} + \theta_L$$

$$.L0\; e^{\int_0^t A0\,\mu_L \left(\int_0^{\_z2} \rho\,A0\,e^{-\frac{A0\,e^{-\delta\_z1}\mu_L + A0\,e^{-\delta\_z1}\mu_S - \delta_M\_z1\,\delta + \delta^2\_z1}{\delta}}\,d\_z1 + M0\,e^{-\frac{A0(\mu_S + \mu_L)}{\delta}} \right) \delta_L\, e^{\frac{A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_L + A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_S - \delta_M\_z2\,\delta - \delta^2\_z2}{\delta}}\,d\_z2} - \delta_{Ab}\,Ab(t)$$

> *dsolve*(*ode*)

$$
\begin{aligned}
Ab(t) = \Bigg(& \int \Bigg(\theta_s \cdot \Bigg(A0\, \mu_S \Bigg(\\
& \int_0^t \Bigg(M0\, \mathrm{e}^{\frac{A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z2}\, \mu_S + A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z2}\, \mu_L - \delta_M \_z2\, \delta + \delta_S \_z2\, \delta - \delta^2\, \_z2 - A0\, \mu_S - A0\, \mu_L}{\delta}} + \rho\, A0 \Bigg(\\
& \int_0^{\_z2} \mathrm{e}^{-\frac{A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z1}\, \mu_L + A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z1}\, \mu_S - \delta_M \_z1\, \delta + \delta^2\, \_z1}{\delta}}\, \mathrm{d}\_z1 \Bigg) \\
& \mathrm{e}^{\frac{A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z2}\, \mu_S + A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z2}\, \mu_L - \delta_M \_z2\, \delta + \delta_S \_z2\, \delta - \delta^2\, \_z2}{\delta}} \Bigg)\, \mathrm{d}\_z2 \Bigg) + S0 \Bigg)\, \mathrm{e}^{t\,(\delta_{Ab} - \delta_S)} + \theta_L \\
& .L0 \\
& \mathrm{e}^{\delta_{Ab}\, t + A0\, \mu_L\, \delta_L} \Bigg(\int_0^t \Bigg(\rho\, A0 \Bigg(\int_0^{\_z2} \mathrm{e}^{-\frac{A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z1}\, \mu_L + A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z1}\, \mu_S - \delta_M \_z1\, \delta + \delta^2\, \_z1}{\delta}}\, \mathrm{d}\_z1 \Bigg) \\
& + M0\, \mathrm{e}^{-\frac{A0\, (\mu_S + \mu_L)}{\delta}} \Bigg)\, \mathrm{e}^{\frac{A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z2}\, \mu_L + A0\, \mathrm{e}^{-\delta \_z2}\, \mu_S - \delta_M \_z2\, \delta - \delta^2\, \_z2}{\delta}}\, \mathrm{d}\_z2 \Bigg) \Bigg)\, \mathrm{d}t + \_C1 \Bigg)\, \mathrm{e}^{-\delta_{Ab}}
\end{aligned}
$$

> $ics := Ab(0) = Ab_0$

$$ics := Ab(0) = Ab_0$$

> $dsolve(\{ode, ics\})$

$$Ab(t) = \Bigg(\int_0^t \Bigg(\theta_s \cdot \Bigg(A0\,\mu_S \Bigg(\int_0^{\_z3} \Bigg(M0\,e^{\frac{A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_S + A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_L - \delta_M\_z2\,\delta + \delta_S\_z2\,\delta - \delta^2\_z2 - A0\,\mu_S - A0\,\mu_L}{\delta}} + \rho\,A0 \Bigg(\int_0^{\_z2} e^{-\frac{A0\,e^{-\delta\_z1}\mu_L + A0\,e^{-\delta\_z1}\mu_S - \delta_M\_z1\,\delta + \delta^2\_z1}{\delta}}\,d\_z1\Bigg)$$

$$e^{\frac{A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_S + A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_L - \delta_M\_z2\,\delta + \delta_S\_z2\,\delta - \delta^2\_z2}{\delta}}\Bigg)\,d\_z2\Bigg) + S0\Bigg)\,e^{\_z3\,(\delta_{Ab} - \delta_S)} + \theta_L$$

$$.L0$$

$$e^{\delta_{Ab}\_z3 + A0\,\mu_L\,\delta_L}\Bigg(\int_0^{\_z3}\Bigg(\rho\,A0\Bigg(\int_0^{\_z2} e^{-\frac{A0\,e^{-\delta\_z1}\mu_L + A0\,e^{-\delta\_z1}\mu_S - \delta_M\_z1\,\delta + \delta^2\_z1}{\delta}}\,d\_z1\Bigg)$$

$$+ M0\,e^{-\frac{A0\,(\mu_S + \mu_L)}{\delta}}\Bigg)\,e^{\frac{A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_L + A0\,e^{-\delta\_z2}\mu_S - \delta_M\_z2\,\delta - \delta^2\_z2}{\delta}}\,d\_z2\Bigg)\Bigg)\,d\_z3 + Ab_0\Bigg)$$

$$e^{-\delta_{Ab}\,t}$$

RIWAYAT HIDUP

Amadhea Aisyatul Aisyiyah, lahir di Kota Malang pada tanggal 17 Maret 2000, dan biasa dipanggil Dhea, tinggal di Kota Malang, Jawa Timur. Anak terakhir dari Supardi dan Sustina. Pendidikan dasarnya ditempuh di SD Muhammadiyah 4 Kota Malang dan lulus pada tahun 2012, setelah itu melanjutkan ke SMP Alrifa’ie Gondanglegi dan lulus pada tahun 2015, setelah itu melanjutkan kejenjang SMA Al-rifa’ie Gondanglegi dan lulus pada tahun 2018, lalu melanjutkan kejenjang perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan mengambil program studi Matematika.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	:	Amadhea Aisyatul Aisyiyah
NIM	:	18610091
Fakultas / Program Studi	:	Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi	:	Solusi Eksak Model Persamaan Diferensial Biasa Sistem Imun Terhadap Virus Ebola
Pembimbing I	:	Dr. Heni Widayani, M.Si
Pembimbing II	:	Erna Herawati, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	2 Februari 2022	Konsultasi Bab 1	1.
2.	19 Februari 2022	Revisi Bab 1	2.
3.	23 Maret 2022	Revisi Bab 1	3.
4.	14 April 2022	Konsultasi Bab 2	4.
5.	18 April 2022	Revisi Kajian Agama	5.
6.	7 Juni 2022	Acc Kajian Agama	6.
7.	7 Juni 2022	Acc Bab 1, 2 Dan 3	7.
8.	8 Juni 2022	Acc Kajian Agama	8.
9.	19 Juli 2022	Revisi Bab 1,2 Dan 3	9.
10.	11 November 2022	Konsultasi Revisi Sempro	10.
11.	18 November 2022	Konsultasi Bab 4 Dan 5	11.
12.	9 Desember 2022	Konsultasi Bab 4 Dan 5	12.
13.	12 Desember 2022	Konsultasi Bab 4 Dan 5	13.
14.	15 Desember 2022	Konsultasi Bab 4 Dan 5	14.
15.	22 Desember 2022	Konsultasi Bab 4 Dan 5	15.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

16.	17 Januari 2023	Konsultasi Bab 4 Dan 5	16.
17.	19 Mei 2023	Konsultasi Revisi Bab 4 Dan 5	17.
18.	22 Mei 2023	Acc Bab 4 Dan 5	18.
19.	22 Mei 2023	Konsultasi Kajian Agama	19.
20.	23 Mei 2023	Revisi Kajian Agama	20.
21.	24 Mei 2023	Acc Kajian Agama	21.
22.	19 Juni 2023	Konsultasi Revisi Semhas	22.
23.	22 Juni 2023	Acc Seminar Hasil	23.
24.	23 Juni 2023	Revisi Seminar Hasil	24.
25.	26 Juni 2023	Acc Keseluruhan	25.

Malang, 26 Juni 2023
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005