

**PENERAPAN GRAFIK PENGENDALI MEWMA DENGAN  
MODEL *TIME SERIES* DALAM PENGENDALIAN KUALITAS  
PRODUKSI GULA KRISTAL PUTIH  
(Studi Kasus: PG Madukismo Yogyakarta)**

**SKRIPSI**

**OLEH:  
DONNY SETYA PRATAMA  
NIM. 19610044**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2023**

**PENERAPAN GRAFIK PENGENDALI MEWMA DENGAN  
MODEL *TIME SERIES* DALAM PENGENDALIAN KUALITAS  
PRODUKSI GULA KRISTAL PUTIH  
(Studi Kasus: PG Madukismo Yogyakarta)**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat.)**

**Oleh  
DONNY SETYA PRATAMA  
NIM. 19610044**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2023**

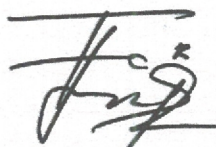
**PENERAPAN GRAFIK PENGENDALI MEWMA DENGAN  
MODEL *TIME SERIES* DALAM PENGENDALIAN KUALITAS  
PRODUKSI GULA KRISTAL PUTIH  
(Studi Kasus: PG Madukismo Yogyakarta)**

**SKRIPSI**

**Oleh  
Donny Setya Pratama  
NIM. 19610044**

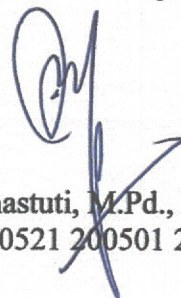
**Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Malang, 9 Juni 2023**

**Dosen Pembimbing I**



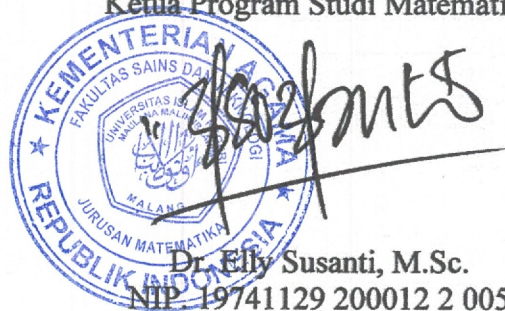
**Fachrur Rozi, M.Si.  
NIP. 19800527 200801 1 012**

**Dosen Pembimbing II**



**Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.  
NIP. 19770521 200501 2 004**

**Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika**



**Dr. Elly Susanti, M.Sc.  
NIP. 19741129 200012 2 005**

**PENERAPAN GRAFIK PENGENDALI MEWMA DENGAN  
MODEL *TIME SERIES* DALAM PENGENDALIAN KUALITAS  
PRODUKSI GULA KRISTAL PUTIH  
(Studi Kasus: PG Madukismo Yogyakarta)**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Donny Setya Pratama**  
NIM. 19610044

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat.)

Tanggal 21 Juni 2023

Ketua Penguji	: Dr. Sri Harini, M.Si.	.....
Anggota Penguji 1	: Angga Dwi Mulyanto, M.Si.	.....
Anggota Penguji 2	: Fachrur Rozi, M.Si.	.....
Anggota Penguji 3	: Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.	.....

Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika

  
Dr. Ely Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Donny Setya Pratama  
NIM : 19610044  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Judul Skripsi : Penerapan Grafik Pengendali MEWMA dengan  
Model *Time Series* dalam Pengendalian Kualitas  
Produksi Gula Kristal Putih  
(Studi Kasus: PG Madukismo Yogyakarta)

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 21 Juni 2023

Yang membuat pernyataan,



Donny Setya Pratama  
NIM. 19610044

**MOTO**

*“Urip Iku Urup”*

(Sunan Kalijaga)

## **PERSEMBAHAN**

*Bismillahirrahmanirrahim*, dengan mengucapkan syukur kepada Allah Swt. skripsi ini peneliti persembahkan untuk ayahanda tercinta Mochamad Sholeh, ibunda tercinta Darmiati, serta adik tersayang Jona Dwi Hendrawan yang senantiasa memberikan dukungan kepada peneliti baik moril maupun materiil bagi peneliti.

## KATA PENGANTAR

Puji Syukur senantiasa peneliti ucapkan kepada Allah Swt. atas limpahan rahmat, taufik, serta karunia-Nya sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan lancar. *Shalawat* dan salam tidak lupa senantiasa tercurahkan kepada baginda Nabi Agung Muhammad Saw. yang telah membawa kita dari zaman *jahiliyyah* ke zaman yang terang benderang yakni *addinul* Islam.

Terselesainya skripsi ini tidak lepas dari doa, bantuan, bimbingan, serta arahan dari berbagai pihak, karena itu peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. M. Zainuddin, M.A. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Ibu Dr. Sri Harini M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus selaku Ketua Penguji dalam ujian skripsi yang telah memberikan arahan, kritik, saran, dan ilmu yang bermanfaat bagi peneliti.
3. Ibu Dr. Elly Susanti, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Bapak Fachrur Rozi, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I yang senantiasa memberikan bimbingan, arahan, dan ilmu kepada peneliti dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Ibu Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang senantiasa memberikan bimbingan, arahan, dan ilmu kepada peneliti dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Ibu Ria Dhea Layla N.K., M.Si. selaku Dosen Wali yang senantiasa memberikan semangat dan memberikan banyak pengalaman dalam menjalani perkuliahan.
7. Bapak Angga Dwi Mulyanto, M.Si. selaku anggota penguji I dalam ujian skripsi yang telah memberikan arahan serta ilmu yang bermanfaat kepada peneliti.
8. Seluruh civitas academica Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang



khususnya seluruh dosen yang memberikan banyak ilmu dan pengalaman berharga bagi para peneliti.

9. PG Madukismo Yogyakarta yang telah memberikan izin dan kesempatan kepada peneliti untuk memperoleh data dan informasi terkait penelitian.
10. Teristimewa dari peneliti untuk kedua orang tua dan adik peneliti yang senantiasa memberikan dukungan kepada peneliti baik moril maupun materiil sehingga peneliti dapat menyusun dan menyelesaikan laporan skripsi ini dengan baik.
11. Teman-teman terbaik peneliti terutama Habiba Amalia Az Zahra yang selalu ada baik suka maupun duka dalam setiap proses, beserta teman kontrakan dan KKM-DR ~Vacation yang bersedia menemani, membantu, dan mendukung peneliti baik secara langsung maupun tidak langsung.
12. Seluruh teman teman seperjuangan SOULMATH '19.
13. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah membantu menyelesaikan skripsi, baik moril maupun materiil.

Malang, 21 Juni 2023

Peneliti

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGAJUAN</b> .....	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>iv</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b> .....	<b>v</b>
<b>MOTO</b> .....	<b>vi</b>
<b>PERSEMBAHAN</b> .....	<b>vii</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xiv</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>xvi</b>
<i>مستخلص البحث</i> .....	<b>xvii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	8
1.3 Tujuan Penelitian .....	8
1.4 Manfaat Penelitian .....	9
1.5 Batasan Masalah.....	10
<b>BAB II KAJIAN TEORI</b> .....	<b>11</b>
2.1 Teori Pendukung .....	11
2.1.1 Uji Korelasi Variabel .....	11
2.1.2 Konsep <i>Time Series</i> .....	12
2.1.3 Konsep Pengendalian Kualitas Statistik .....	24
2.1.4 Karakteristik Kualitas Gula Kristal Putih .....	35
2.1.5 Proses Produksi Gula Kristal Putih.....	36
2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an/ <i>Hadits</i> .....	40
2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung .....	43
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b> .....	<b>47</b>
3.1 Jenis Penelitian.....	47
3.2 Data dan Sumber Data .....	47
3.3 Teknik Analisis Data.....	48
3.4 Diagram Alir Penelitian .....	51
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	<b>52</b>
4.1 Analisis Deskriptif Karakteristik Kualitas Gula Kristal Putih .....	52
4.2 Uji Korelasi Variabel .....	55
4.3. Pemodelan <i>Time Series</i> VARIMA .....	57
4.3.1 Uji Stasioneritas Data .....	57
4.3.2 Identifikasi Model.....	60
4.3.3 Estimasi Parameter .....	61
4.2.1 Persamaan Model VARIMA(1,1,2) .....	63
4.2.2 Uji Asumsi Residual Model.....	64
4.2.3 Validasi Model.....	69
4.4 Pembentukan Grafik Pengendali MEWMA.....	71

4.5 Analisis Kapabilitas Proses .....	80
4.6 Manfaat Kajian Integrasi Topik dengan Al-Quran/ <i>Hadits</i> .....	84
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	<b>89</b>
5.1 Kesimpulan .....	89
5.2 Saran.....	90
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>91</b>
<b>LAMPIRAN</b> .....	<b>94</b>
<b>RIWAYAT HIDUP</b> .....	<b>114</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Tabel Nilai $\beta_\infty, \beta_1, \beta_2,$ dan $\beta_3$ .....	14
Tabel 2.2	Interval Interpretasi Nilai MAPE .....	24
Tabel 2.3	Nilai $\lambda$ dan $h_4$ untuk $m = 4$ Grafik MEWMA .....	33
Tabel 2.4	Syarat Mutu Gula Kristal Putih (GKP) SNI.....	36
Tabel 3.1	Variabel Penelitian .....	48
Tabel 4.1	Deskriptif Karakteristik Kualitas GKP .....	52
Tabel 4.2	Hasil Uji ADF Data Karakteristik Kualitas GKP.....	58
Tabel 4.3	Hasil Uji ADF Setelah Dilakukan <i>First Differencing</i> .....	59
Tabel 4.4	Nilai AICc .....	61
Tabel 4.5	Estimasi Parameter Model .....	62
Tabel 4.6	Hasil Uji Portmanteau Multivariat Model VARIMA (1,1,2) .....	65
Tabel 4.7	Hasil Nilai <i>Error</i> MAPE per Variabel .....	70
Tabel 4.8	Rangkuman Hasil Percobaan Grafik Pengendali MEWMA .....	77
Tabel 4.9	Batas Spesifikasi Karakteristik Kualitas GKP .....	82

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Bagan Konsep Grafik Pengendali Berdasarkan Tipe Data.....	26
Gambar 2.2	Ilustrasi Grafik Pengendali Shewhart .....	27
Gambar 2.3	Ilustrasi Grafik EWMA .....	29
Gambar 2.4	Ilustrasi Grafik MEWMA.....	33
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian.....	51
Gambar 4.1	Grafik Curah Hujan dengan (i) Susut Pengerangan, (ii) BJB, (iii) Polarisasi, dan (iv) ICUMSA .....	54
Gambar 4.2	Grafik <i>Time Series</i> (i) Susut Pengerangan, (ii) BJB, (iii) Polarisasi, dan (iv) ICUMSA .....	57
Gambar 4.3	Grafik <i>Time Series</i> (i) Susut Pengerangan, (ii) BJB, (iii) Polarisasi, dan (iv) ICUMSA Setelah Dilakukan <i>First Differencing</i> .....	59
Gambar 4.4	Skema Fungsi Matriks Korelasi Silang .....	60
Gambar 4.5	Skema Fungsi Matriks Autoregresi Parsial .....	61
Gambar 4.6	Skema Matriks Korelasi Silang Residual Model VARIMA(1,1,2) .....	66
Gambar 4.7	Skema Matriks Autoregresi Parsial Residual Model VARIMA(1,1,2) .....	66
Gambar 4.8	Grafik MEWMA dengan Nilai $\lambda = 0,05$ dan $h_4 = 11,22$ .....	72
Gambar 4.9	Grafik MEWMA dengan Nilai $\lambda = 0,1$ dan $h_4 = 12,73$ .....	73
Gambar 4.10	Grafik MEWMA dengan Nilai $\lambda = 0,2$ dan $h_4 = 13,87$ .....	73
Gambar 4.11	Grafik MEWMA dengan Nilai $\lambda = 0,3$ dan $h_4 = 14,34$ .....	74
Gambar 4.12	Grafik MEWMA dengan Nilai $\lambda = 0,4$ dan $h_4 = 14,58$ .....	75
Gambar 4.13	Grafik MEWMA dengan Nilai $\lambda = 0,5$ dan $h_4 = 14,71$ .....	75
Gambar 4.14	Grafik MEWMA dengan Nilai $\lambda = 0,6$ dan $h_4 = 14,78$ .....	76
Gambar 4.15	Grafik MEWMA dengan Nilai $\lambda = 0,8$ dan $h_4 = 14,85$ .....	77
Gambar 4.16	Grafik MEWMA Baru Setelah <i>Exclude Data Out of Control</i> ..	80

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Karakteristik Kualitas GKP Pabrik Gula Madukismo Periode Giling Bulan Mei – Juli 2022 .....	94
Lampiran 2	Data Curah Hujan Wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta.....	96
Lampiran 3	Data Kualitas Rata-Rata Harian Karakteristik Kualitas GKP di PG Madukismo Yogyakarta .....	97
Lampiran 4	<i>Output</i> nilai <i>ADF Test</i> .....	98
Lampiran 5	<i>Output</i> nilai <i>ADF Test</i> Setelah <i>First Differencing</i> .....	99
Lampiran 6	<i>Output</i> Program SAS <i>on Demand for Academics</i> untuk Model VARIMA(1,1,2) .....	100
Lampiran 7	Hasil Perhitungan Nilai $d_t^2$ .....	109
Lampiran 8	Data Residual Model VARIMA(1,1,2) yang Didefinisikan sebagai Data Pengamatan Baru .....	111
Lampiran 9	Nilai $T_t^2$ pada grafik MEWMA .....	112
Lampiran 10	<i>Script</i> Python Grafik MEWMA.....	113

## ABSTRAK

Pratama, Donny Setya. 2023. **Penerapan Grafik Pengendali MEWMA dengan Model *Time Series* dalam Pengendalian Kualitas Produksi Gula Kristal Putih (Studi Kasus: PG Madukismo Yogyakarta)**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Fachrur Rozi, M.Si. (II) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.

**Kata Kunci:** Grafik MEWMA, Gula Kristal Putih, Kapabilitas Proses, Model *Time Series*, PG Madukismo Yogyakarta

Penerapan grafik pengendali memiliki peran penting dalam menjaga kualitas produk gula kristal putih (GKP) yang dihasilkan. Namun, dalam proses produksi GKP yang dilakukan secara berulang dengan mesin yang sama, asumsi dasar grafik pengendali tentang independensi nilai proses antarpengamatan tidak selalu terpenuhi, sehingga mengakibatkan ketidakakuratan grafik pengendali. Oleh karena itu, dalam penelitian ini digunakan pendekatan model *time series* guna menghasilkan grafik pengendali yang lebih akurat. Penelitian ini bertujuan untuk melakukan pengendalian kualitas secara statistik terhadap produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta guna menjaga stabilitas dan kualitas produk sesuai standar. Empat variabel karakteristik kualitas yang diamati adalah susut pengeringan (%), besar jenis butir (mm), polarisasi ( $^{\circ}Z$ ), dan warna larutan gula (IU). Pengendalian kualitas dilakukan dengan menggunakan grafik pengendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) yang sensitif terhadap pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil. Langkah-langkah analisis meliputi pengecekan korelasi antarvariabel, pembentukan model *time series* VARIMA, *diagnostic checking* terhadap residual model, pembuatan grafik MEWMA terhadap residual model VARIMA, pengeluaran sampel yang di luar kendali, dan perhitungan indeks kapabilitas proses. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model *time series* terbaik yang diperoleh yaitu VARIMA(1,1,2) dan penerapan grafik MEWMA dengan  $\lambda$  optimum sebesar 0,8 terhadap residual model tersebut tidak terkendali secara statistik dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta. Selanjutnya dilakukan analisis kapabilitas proses berdasarkan data grafik MEWMA yang telah terkendali dan diperoleh hasil kapabilitas yang kapabel. Penerapan grafik MEWMA dengan model *time series* dan analisis kapabilitas proses pada pengendalian kualitas proses produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta diharapkan dapat membantu dalam proses pengendalian serta peningkatan kualitas GKP ke depannya.

## ***ABSTRACT***

Pratama, Donny Setya. 2023. **Application of MEWMA Control Chart with Time Series Model in Quality Control of White Crystal Sugar Production (Case Study: PG Madukismo Yogyakarta)**. Undergraduate Thesis. Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Fachrur Rozi, M.Si. (II) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.

**Keywords:** MEWMA Chart, White Crystal Sugar, Process Capability, Time Series Model, PG Madukismo Yogyakarta

The application of control charts has an important role in maintaining the quality of white crystal sugar (Gula Kristal Putih, GKP) products. However, in the repetitive production process of GKP using the same machine, the fundamental assumption of control charts about the independence of process values between observations is not always met, resulting in inaccuracies in the control charts. Therefore, in this study, a time series model approach is used to produce more accurate control charts. This study aims to conduct statistical quality control of GKP production at PG Madukismo Yogyakarta to maintain product stability and quality according to the standards. Four observed quality characteristic variables are drying shrinkage (%), grain size (mm), polarization ( $^{\circ}Z$ ), and sugar solution color (IU). Quality control is performed using Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) control charts, which are sensitive to relatively small shifts in process means. The analysis steps include checking the correlation between variables, constructing a VARIMA time series model, diagnostic checking of the model's residuals, creating MEWMA charts for the VARIMA model's residuals, identifying out-of-control samples, and calculating process capability indices. The results showed that the best time series model obtained is VARIMA(1,1,2) and the application of MEWMA charts with an optimum  $\lambda$  value of 0.8 on the residuals of that model is statistically out of control in detecting shifts in the average production process of GKP at PG Madukismo Yogyakarta. Furthermore, the process capability analysis is carried out based on the MEWMA charts data that had been controlled and the results of the capability are obtained. The application of MEWMA charts with time series model and process capability analysis on quality control of GKP production process in PG Madukismo Yogyakarta is expected to help in the process of controlling and improving the quality of GKP in the future.



## مستخلص البحث

براتاما، دوني سيتيا. ٢٠٢٣. تطبيق مخطط التحكم *MEWMA* مع نموذج السلسلة الزمنية في مراقبة جودة إنتاج السكر البلوري الأبيض (دراسة حالة: مصنع السكر مادوكيسمو يوجياكارتا). بحث جامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) فخر الرازي الماجستير، (٢) آري كوسوماستوتي الماجستير.

الكلمات المفتاحية: مخطط *MEWMA*، سكر الكريستال الأبيض، قدرة العملية، نموذج سلسلة الوقت، مصنع السكر مادوكيسمو يوجياكارتا (*PG Madukismo Yogyakarta*)

يؤدي تطبيق مخططات التحكم دورًا مهمًا في الحفاظ على جودة منتجات السكر البلوري الأبيض (*Gula Kristal Putih, GKP*). ومع ذلك، في عملية الإنتاج المتكررة لـ *GKP* باستخدام نفس الآلة، لا يتم دائمًا استيفاء الافتراض الأساسي لمخططات التحكم حول استقلالية قيم العملية بين الملاحظات، مما يؤدي إلى عدم دقة في مخططات التحكم. لذلك، في هذه الدراسة، يتم استخدام نهج نموذج السلاسل الزمنية لإنتاج مخططات تحكم أكثر دقة. تهدف هذه الدراسة إلى إجراء مراقبة جودة إحصائية لإنتاج *GKP* في مصنع السكر مادوكيسمو يوجياكارتا للحفاظ على استقرار المنتج وجودته وفقًا للمعايير. وملاحظة إلى عناصر المتغيرات الأربعة هي: تخفيف الانكماش (%،) وحجم الحبوب (مم)، والاستقطاب ( $Z^{\circ}$ )، ولون محلول السكر (*IU*). يتم إجراء مراقبة الجودة باستخدام مخططات التحكم في المتوسط المتحرك المرجح أسياً متعدد المتغيرات (*MEWMA*)، والتي تكون حساسة للتحويلات الصغيرة نسبيًا في وسائل العملية. تشمل خطوات التحليل التحقق من الارتباط بين المتغيرات، وبناء نموذج متسلسل زمني *VARIMA*، والتحقق التشخيصي لبقايا النموذج، وإنشاء مخططات *MEWMA* لبقايا نموذج *VARIMA*، وتحديد العينات الخارجة عن السيطرة، وحساب مؤشرات قدرة العملية. أظهرت النتائج أن أفضل نموذج متسلسل زمني تم الحصول عليه هو *VARIMA* (١،١،٢) وأن تطبيق مخططات *MEWMA* مع القيمة  $\lambda$  المثلى ٠،٨ على بقايا هذا النموذج خارج نطاق السيطرة إحصائيًا في اكتشاف التحويلات في متوسط عملية إنتاج *GKP* في مصنع السكر مادوكيسمو يوجياكارتا. ثم، تم إجراء تحليل لقدرة العملية بناء على بيانات الرسم البياني *MEWMA* التي تم التحكم فيها وتم الحصول على نتائج جيدة للقدرة. من المتوقع أن يساعد تطبيق مخططات *MEWMA* مع نموذج السلاسل الزمنية وتحليل قدرة العملية على مراقبة جودة عملية إنتاج *GKP* في مصنع السكر مادوكيسمو يوجياكارتا في عملية التحكم في جودة *GKP* وتحسينها في المستقبل.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Menurut Montgomery (2013) kualitas adalah kesesuaian penggunaan. Kualitas merupakan faktor fundamental yang mendasari minat konsumen terhadap suatu produk atau jasa. Oleh karena itu, pengendalian dan pengawasan kualitas penting dilakukan untuk menjaga kestabilan kualitas produk yang diproduksi (Aden dkk., 2019). Pengendalian kualitas adalah teknik dan aktivitas yang digunakan untuk memenuhi spesifikasi kualitas suatu produk atau jasa yang telah ditetapkan.

Pengendalian kualitas statistik adalah teknik pengendalian kualitas dengan metode statistik untuk mengamati, menganalisis, dan mengendalikan kualitas produk atau jasa. Salah satu teknik pengendalian kualitas yang sering digunakan oleh perusahaan/industri adalah pengendalian proses statistik. Sementara salah satu alat yang biasa digunakan untuk mengendalikan proses produksi ialah *control chart* atau grafik pengendali (Montgomery, 2013).

Grafik pengendali merupakan suatu grafik yang digunakan untuk mengamati dan memantau suatu proses produksi terkendali atau tidak. Grafik pengendali pertama kali dikemukakan oleh Walter A. Shewhart pada tahun 1924 sehingga sering disebut sebagai grafik pengendali Shewhart. Grafik Shewhart hanya menggunakan informasi proses pada pengamatan sampel terakhir dan mengabaikan informasi lainnya yang ada pada seluruh rangkaian sampel. Hal ini menyebabkan grafik ini kurang sensitif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil ( $\leq 1,5\sigma$ ). Sebagai alternatif yang lebih efektif dari grafik

ini dikembangkan grafik *exponentially weighted moving average* (EWMA) oleh Roberts pada tahun 1959 (Montgomery, 2013). Grafik ini mampu mendeteksi pergeseran rata-rata yang relatif kecil pada proses produksi.

Ada dua macam grafik pengendali, yaitu grafik pengendali univariat dan grafik pengendali multivariat. Grafik EWMA adalah salah satu grafik yang digunakan pada kasus univariat. Grafik ini menjadi kurang efektif dalam mengendalikan satu persatu karakteristik kualitas suatu produk yang memiliki beberapa karakteristik kualitas saling berhubungan. Oleh karena itu, dilakukan pengembangan grafik EWMA pada kasus multivariat guna mengendalikan rata-rata proses dengan banyak karakteristik kualitas yang saling berhubungan. Pengembangan grafik EWMA pada kasus multivariat disebut dengan grafik *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA).

Asumsi dasar dalam grafik pengendali adalah bahwa nilai proses yang diamati harus terdistribusi normal dan independen. Namun pada kenyataannya, proses produksi pada industri memiliki data yang dinamis sehingga asumsi ini tidak selalu dapat terpenuhi (Rao dkk., 2013). Pada kasus data yang tidak berdistribusi normal multivariat, grafik MEWMA hadir sebagai alternatif yang dapat membantu memantau pergeseran rata-rata proses produksi. Grafik MEWMA memiliki kelebihan yaitu tahan (*robust*) terhadap asumsi kenormalan data, sehingga baik digunakan pada kasus data karakteristik kualitas yang tidak berdistribusi normal.

Sementara kasus data tidak independen pada industri sering kali disebabkan oleh penggunaan mesin yang sama secara berulang-ulang pada proses produksinya, sehingga berpeluang terjadi autokorelasi pada data pengamatan. Adanya autokorelasi ini menghasilkan parameter bias dari deviasi standar proses, sehingga

batas kendali dari suatu grafik pengendali menjadi lebih ketat dari yang diharapkan. Semakin ketatnya batas kendali ini dapat menyebabkan penurunan nilai *average run length* (ARL) yang berakibat pada meningkatnya jumlah *false alarm*. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan model *time series* untuk membuat grafik pengendali yang baik dan akurat (Alwan & Roberts, 1988). Dengan demikian, perpaduan antara grafik MEWMA dan model *time series* adalah langkah yang tepat dalam mengendalikan proses produksi jika asumsi-asumsinya tidak terpenuhi.

Selain melakukan pengendalian dan pemantauan proses produksi menggunakan grafik pengendali diperlukan juga tindakan untuk menaksir kemampuan suatu proses tersebut sudah kapabel atau belum. Teknik ini yaitu analisis kapabilitas proses. Teknik dilakukan untuk mengetahui seberapa konsisten suatu proses dapat memenuhi spesifikasi yang ditentukan (Montgomery, 2013). Analisis ini dilakukan setelah data pengamatan karakteristik kualitas dalam keadaan *in control* (terkendali).

Penerapan grafik pengendali sangat erat kaitannya dengan dunia industri, tidak terkecuali industri gula kristal putih (GKP). GKP atau sering disebut sebagai gula pasir merupakan komoditas strategis dan satu dari sembilan bahan pokok di Indonesia yang memegang peranan vital di sektor perkebunan pada perekonomian nasional. Menurut Badan Standarisasi Nasional (2010), GKP adalah gula kristal yang terbuat dari tebu yang melalui proses sulfitasi/karbonatasi/fosfatasi atau proses lainnya sehingga dapat langsung dikonsumsi. GKP ini terbagi menjadi 2 jenis, yaitu GKP 1 dan GKP 2. Perbedaannya yang mendasar adalah pada warnanya (ICUMSA). GKP 2 memiliki warna kristal dan larutan yang lebih kuning dan lebih manis dibanding GKP 1. Sebagai salah satu dari sembilan bahan pokok (sembako)

yang dibutuhkan masyarakat, kebutuhan gula pasir terus mengalami peningkatan dari tahun ke tahun seiring dengan pertambahan jumlah penduduk Indonesia setiap tahunnya. Kementerian Perindustrian Republik Indonesia (Kemenperin) menyatakan bahwa total kebutuhan gula nasional tahun 2021 mencapai 6 juta ton, sedangkan rata-rata total produksi gula dalam negeri selama tahun 2015-2020 sekitar 2,2 juta ton per tahunnya. Ini menunjukkan bahwa ketersediaan gula pasir di dalam negeri belum mencukupi kebutuhan gula nasional.

Belum tercukupinya kebutuhan gula nasional, tentu jadi tantangan tersendiri bagi pabrik-pabrik gula di dalam negeri dalam meningkatkan kuantitas dan kualitas produksi gula pasir untuk memenuhi kebutuhan gula nasional per tahunnya. Salah satunya ada Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta yang ikut turut andil dalam memenuhi kebutuhan gula nasional. Pabrik Gula Madukismo bersamaan dengan Pabrik Spirtus Madukismo berada dalam naungan PT Madubaru yang terletak di Daerah Istimewa Yogyakarta, tepatnya di Kecamatan Kasihan, Kabupaten Bantul. Pabrik ini merupakan satu-satunya pabrik gula yang ada di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta dan berdiri sejak 14 Juni 1955.

Pabrik Gula Madukismo melakukan pengendalian kualitas terhadap produk GKP dengan beberapa variabel karakteristik kualitas, diantaranya susut pengeringan atau kadar air (%), besar jenis butir (mm), polarisasi, dan warna larutan gula/ICUMSA (IU). Semakin rendah susut pengeringan dalam produk gula menyebabkan semakin kecil ukuran besar jenis butirnya (BJB), dan semakin kecil BJB maka semakin rendah ICUMSA-nya (putih). Semakin rendah kadar air maka semakin tinggi kadar sukrosanya atau polarisasinya. Keempat karakteristik tersebut saling memengaruhi satu sama lain. Pengambilan sampel pengamatan karakteristik

kualitas GKP dilaksanakan satu kali pada setiap *shift* di Pabrik Gula Madukismo, mulai pagi sampai malam. Pengendalian kualitas pada Pabrik Gula Madukismo dilakukan di Laboratorium QC Pabrikasi Pabrik Gula.

Salah satu faktor yang memengaruhi kualitas gula yang diproduksi adalah rendemen tebu. Rendemen tebu ialah kadar kandungan gula pada batang tebu yang dinyatakan dalam persen (Hartatie, dkk., 2020). Rendemen tebu ini dipengaruhi oleh perubahan iklim di sekitarnya. Salah satu unsur iklim yang berpengaruh langsung pada rendemen tebu ialah curah hujan. Semakin tinggi curah hujan maka rendemennya kecil sehingga kadar gulanya menjadi turun. Pada awal periode giling PG Madukismo tahun 2022 mulai tanggal 9 Mei – 16 Juli 2022 curah hujan di Daerah Istimewa Yogyakarta terpantau rendah berdasarkan data dari Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG). Rata-rata curah hujan terhitung mulai tanggal 9 Mei – 16 Juli 2022 adalah 8,1 mm. Rendahnya curah hujan ini membuat rendemen tebu menjadi besar sehingga gula yang terbentuk berkualitas baik. Berdasarkan data kualitas harian pada tanggal tersebut yang dicatatkan pada Laboratorium *Quality Control* PG Madukismo menunjukkan mayoritas nilai pengamatan yang sudah berada di dalam batas spesifikasi SNI. Hanya ada sedikit yang berada di luar batas kendali. Secara sekilas ini menunjukkan bahwa kualitas sudah sesuai dengan SNI dan dikatakan layak. Namun untuk memantau prosesnya apakah sudah stabil dan kapabel perlu dilakukan pengendalian dengan pendekatan ilmu statistik untuk mengontrol dan mengevaluasi proses produksi tersebut.

Allah Swt. Berfirman dalam Al-Qur'an Surah Asy-Syu'ara/26 ayat 181-183 yang artinya

*“Sempurnakanlah takaran dan janganlah kamu termasuk orang-orang yang merugikan orang lain (181), dan timbanglah dengan timbangan yang benar (182),*

*dan janganlah kamu merugikan manusia dengan mengurangi hak-haknya dan janganlah membuat kerusakan di bumi (183).”* (Kementerian Agama RI, 2022).

Ayat tersebut mengisahkan kehidupan kaum Madyan yaitu kaum yang kukuh dalam kekufuran, tidak taat pada perintah Allah, dan selalu berbuat kemungkar di muka bumi. Beberapa riwayat menerangkan bahwa kaum Madyan merupakan kaum yang senang mengumpulkan harta dan berbuat curang dalam berdagang. Mereka sering mengurangi timbangan bahkan menggantinya dengan barang palsu. Oleh karena itu, Allah Swt. mengutus salah seorang dari kaum tersebut yakni Nabi Syu'aib untuk menyeru kepada kaumnya agar taat pada perintah Allah Swt.

Dalam kitab tafsir karya Ibnu Katsir dijelaskan bahwa Nabi Syu'aib memerintahkan mereka (kaumnya) untuk menyempurnakan takaran dan timbangan serta melarang mereka berbuat curang dalam masalah tersebut. Dia berkata: *auful kaila wa laa takuunuu minal mukhsiriin* (Sempurnakanlah takaran dan janganlah kamu termasuk orang-orang yang merugikan.) yakni jika kalian menyerahkan sesuatu kepada manusia, maka sempurnakanlah timbangannya dan janganlah kalian mengurangi timbangannya dengan memberikannya secara kurang. Akan tetapi ambillah oleh kalian sebagaimana kalian memberi dan berikanlah oleh kalian sebagaimana kalian mengambil. *Wa zinuu bil qisthaasil mustaqiim* (Dan timbanglah dengan timbangan yang lurus.) *al-qithas* adalah timbangan. Firman-Nya: *wa laa tabkhasun naasa asy-yaa-aHum* (Dan janganlah kamu merugikan manusia pada hak-haknya) yaitu janganlah kalian mengurangi harta-harta mereka.) *walaa tatsau fil ardli mufsiidiin* (Dan janganlah kamu merajalela di muka bumi dengan membuat kerusakan) yaitu menjadi perampok. *Wat taqulladzii khalaqakum wal jibillatal awwaliina* (Dan bertakwalah kepada Allah yang telah menciptakanmu dan umat-umat yang dahulu.) dia mengancam mereka dengan siksaan Allah, *Rabb*

Yang telah menciptakan mereka dan menciptakan nenek moyang mereka yang pertama, sebagaimana Musa as. berkata: *Rabbukum wa rabbu aabaa-ukumul awwaliin* (*Rabb*-mu dan *Rabb* nenek-nenek moyangmu yang dahulu. (asy-Syuaraa: 26) Ibnu Abbas, Mujahid, as-Suddi, Sufyan bin Uyainah dan Abdurrahman bin Zaid bin Aslam berkata tentang: *wal jibillatal awwaliin* (Dan umat-umat yang dahulu) yaitu orang-orang terdahulu (Abdullah, 2004).

Penelitian yang relevan pernah dilakukan oleh Kurniawan (2008) terhadap kualitas *sugar high sugar* (SHS) pada Pabrik Gula Kebon Agung Malang menggunakan grafik pengendali *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA) dan *unequal sample size* (USS) MEWMA. Pada penelitian ini menggunakan beberapa karakteristik kualitas SHS, antara lain kadar air, *brix* gula, *sugar diameter*, dan pol gula. Penelitian ini mendapatkan hasil bahwa grafik pengendali MEWMA dan USS MEWMA mampu mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil pada data berdistribusi normal. Penelitian relevan berikutnya dilakukan oleh Nashrunisa (2015) terhadap kualitas tetes tebu untuk variabel Zat Kering (Zk) dan Pol di Pabrik Gula Pesantren Baru Kediri dengan menggunakan diagram kontrol *multivariate exponentially weighted moving average* (MEWMA) untuk *mean* proses dan *multivariate exponentially weighted moving variance* (MEWMV) untuk variabilitas proses. Pada penelitian diperoleh pembobot optimum untuk grafik pengendali MEWMV adalah  $\omega = 0,4$  dan  $\lambda = 0,4$ . Sementara untuk grafik pengendali MEWMA diperoleh pembobot yang sensitif yaitu  $\lambda = 0,8$ . Namun kedua grafik pengendali tersebut menunjukkan proses tidak terkendali. Penelitian relevan berikutnya dilakukan oleh Arba (2019) tentang pengendalian kualitas pengolahan limbah air PT. Japfa Comfeed Indonesia, Tbk. Penelitian ini



menggunakan kombinasi grafik pengendali MEWMA terhadap dua variabel yaitu *total dissolved solid* (TDS) dan pH dengan pendekatan model *time series* dikarenakan adanya autokorelasi pada data pengamatan. Hasil yang diperoleh adalah stabil baik variabilitas dan rata-rata proses pada fase I, namun pada fase II belum stabil untuk rata-rata proses. Sementara untuk kapabilitas proses diperoleh hasil bahwa proses sudah kapabel.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian tentang pengendalian kualitas proses produksi GKP menggunakan grafik pengendali MEWMA dengan pendekatan model *time series*. Diharapkan dengan adanya penelitian ini dapat membantu dalam proses pengontrolan serta peningkatan kualitas GKP ke depannya.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang dijelaskan, maka dapat diambil rumusan masalah sebagai berikut.

1. Bagaimana hasil penerapan grafik pengendali MEWMA dalam pengendalian proses produksi GKP di Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta berdasarkan data residual model *time series*?
2. Bagaimana kapabilitas proses produksi GKP di Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta berdasarkan grafik pengendali MEWMA?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang disebutkan, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui hasil penerapan grafik pengendali MEWMA dalam pengendalian proses produksi GKP di Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta berdasarkan data residual model *time series*.
2. Mengetahui nilai kapabilitas proses produksi GKP di Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta berdasarkan grafik pengendali MEWMA.

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Berdasarkan uraian-uraian yang dijelaskan, maka manfaat dari penelitian ini dipaparkan sebagai berikut.

1. Bagi Peneliti

Dapat menambah wawasan dan ilmu pengetahuan tentang penerapan grafik pengendali MEWMA dengan pendekatan model *time series* guna mengendalikan kualitas produksi gula.

2. Bagi Pembaca

Memberikan informasi dan wawasan tentang penerapan grafik pengendali MEWMA dengan pendekatan model *time series* dalam pengendalian kualitas produksi gula serta dapat dijadikan acuan untuk penelitian selanjutnya.

3. Bagi Instansi

Dapat dijadikan informasi dan pertimbangan bagi Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta dalam membuat kebijakan terkait pengendalian kualitas produk GKP pada periode giling berikutnya sebagai upaya peningkatan kualitas gula yang dihasilkan.

## 1.5 Batasan Masalah

Batasan-batasan yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Parameter uji yang digunakan hanya 4 karakteristik kualitas, di antaranya susut pengeringan (kadar air), besar jenis butir (BJB), polarisasi, dan warna larutan (ICUMSA).
2. Jenis GKP yang akan diteliti dalam penelitian ini ialah GKP 1. Secara umum GKP 1 mempunyai kandungan sukrosa yang lebih tinggi dibanding GKP 2.
3. Data yang digunakan adalah data kualitas mulai 9 Mei – 16 Juli 2022.
4. Model *time series* yang digunakan ialah *Vector Autoregressive Integrated Moving Average* (VARIMA).
5. Penentuan *lag* optimum menggunakan *Akaike Information Criteria corrected* (AICc).
6. Tingkat signifikansi  $\alpha$  yang digunakan sebesar 0,05.

**BAB II**  
**KAJIAN TEORI**

**2.1 Teori Pendukung**

**2.1.1 Uji Korelasi Variabel**

Asumsi dasar dalam penerapan grafik pengendali multivariat adalah data harus berkorelasi antarvariabel. Pada kasus pengamatan multivariat yang memiliki lebih dari dua variabel digunakan uji Bartlett untuk menguji korelasinya.

Berikut ialah hipotesis pada uji Bartlett

$H_0: \mathbf{R} = \mathbf{I}$  (Tidak ada korelasi antarvariabel).

$H_1: \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$  (Ada korelasi antarvariabel).

Statistik uji yang digunakan pada uji Bartlett adalah sebagai berikut (Bartlett, 1951)

$$\chi^2 = - \left( n - 1 - \frac{(2m + 5)}{6} \right) \ln|\mathbf{R}| \quad (2.1)$$

dengan  $n$  ialah ukuran sampel residual pengamatan,  $m$  ialah jumlah variabel atau karakteristik kualitas,  $|\mathbf{R}|$  ialah determinan dari matriks  $\mathbf{R}$ , dan  $\mathbf{R}$  ialah matriks korelasi antarvariabel yang dinyatakan dengan

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & r_{11} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

dengan

$$r_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_{t,i} - \bar{Y}_i)(Y_{t,j} - \bar{Y}_j)}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (Y_{t,i} - \bar{Y}_i)^2 (Y_{t,j} - \bar{Y}_j)^2}}$$

dengan  $r_{ij}$  ialah nilai korelasi antarvariabel  $i$  dan variabel  $j$ ,  $Y_{t,i}$  ialah data pengamatan ke- $t$  untuk variabel ke- $i$ ,  $Y_{t,j}$  ialah data pengamatan ke- $t$  untuk variabel ke- $j$ ,  $\bar{Y}_i$  ialah rata-rata variabel ke- $i$ , dan  $\bar{Y}_j$  ialah rata-rata variabel ke- $j$ . Keputusan

yang diambil ialah tolak  $H_0$  apabila  $\chi^2 \geq \chi^2_{(\alpha, \frac{1}{2}m(m-1))}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$  yang ditetapkan yaitu 0,05.

### 2.1.2 Konsep *Time Series*

*Time series* merupakan sekumpulan pengamatan secara beruntun terhadap satu atau lebih variabel. Pengamatan dalam deret waktu saling berkorelasi satu sama lain, sehingga urutan pada pengamatan menjadi penting. Pada dasarnya, analisis *time series* menganalisis data dengan mempertimbangkan pengaruh waktu. Pada *time series* terdapat dua jenis data, yaitu data univariat dan data multivariat. Model yang biasa digunakan pada data *time series* univariat ialah *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA( $p, d, q$ )), sedangkan dalam data *time series* multivariat digunakan *Vector Autoregressive Integrated Moving Average* (VARIMA( $p, d, q$ )). Model *time series* multivariat inilah yang akan digunakan pada penelitian ini. Tahapan-tahapan secara umum yang akan digunakan dalam analisis *time series* untuk menemukan model yang terbaik meliputi: uji stasioneritas data, identifikasi model, penentuan *lag* optimum, estimasi parameter, *diagnostic checking* (pengecekan asumsi *white noise* dan normalitas terhadap residual model), dan validasi model.

#### A. *Vector Autoregressive Integrated Moving Average* (VARIMA)

Model *Vector Autoregressive Integrated Moving Average* (VARIMA) adalah gabungan dari model *Vector Autoregressive* (VAR) yang berorde  $p$  dan model *Vector Moving Average* (VMA) yang berorde  $q$  yang telah dilakukan

proses *differencing* atau pembedaan, ditandai dengan orde  $d$ . Bentuk umum dari model *Vector Autoregressive* (VAR( $p$ )) sendiri ialah (Montgomery dkk., 2015)

$$Y_t = \delta + \Phi_1 Y_{t-1} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

dengan  $\varepsilon_t$  adalah *white noise*. Sementara untuk bentuk umum dari *Vector Moving Average* (VMA( $q$ )) sendiri ialah

$$Y_t = \varepsilon_t - \Theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \Theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.4)$$

dengan  $Y_t$  ialah vektor  $m \times 1$  dari nilai variabel saat waktu ke- $t$ ;  $\delta$  ialah vektor  $m \times 1$  dari koefisien konstanta;  $\Phi_p$  ialah matriks  $m \times m$  parameter VAR ke- $p$ ,  $p = 1, 2, \dots$ ;  $\Theta_q$  ialah matriks  $m \times m$  parameter VMA ke- $q$ ,  $q = 1, 2, \dots$ ;  $\varepsilon_t$  ialah vektor berukuran  $m \times 1$  dari nilai *error* saat waktu ke- $t$ .

Dari Persamaan (2.3) dan (2.4) jika digabungkan akan menjadi model VARMA( $p, q$ ) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Y_t &= \delta + \Phi_1 Y_{t-1} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \Theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \Theta_q \varepsilon_{t-q} \\ &= \delta + \sum_{i=1}^p \Phi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{i=1}^q \Theta_i \varepsilon_{t-i} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.5) juga dapat direpresentasikan dalam *backshift operator* berikut

$$\begin{aligned} Y_t - (\Phi_1 Y_{t-1} + \dots + \Phi_p Y_{t-p}) &= \delta + (\varepsilon_t - \Theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \Theta_q \varepsilon_{t-q}) \\ Y_t - (\mathbf{I} - \Phi_1 B^1 - \dots - \Phi_p B^p) &= \delta + (\mathbf{I} - \Theta_1 B^1 - \dots - \Theta_q B^q) \\ \Phi(B) Y_t &= \delta + \Theta(B) \varepsilon_t \end{aligned} \quad (2.6)$$

Apabila data tidak stasioner dan dilakukan *differencing* maka akan menjadi model VARIMA( $p, d, q$ ) yang dinotasikan dengan

$$\Phi(B)(\mathbf{I} - \mathbf{I}B)^d Y_t = \delta + \Theta(B) \varepsilon_t.$$

## B. Stasioneritas Data

Stasioner menandakan jenis keseimbangan dan stabilitas statistik dalam data. Suatu data dalam model *time series* bisa dikatakan stasioner apabila rata-rata (*mean*) dan varians (*variance*) konstan setiap waktu (Montgomery, dkk., 2015). Pengujian stasioneritas data dapat dilakukan dengan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dengan hipotesis berikut,

$H_0: \phi = 0$  ( $Y_t$  terdapat akar unit yang berarti data tidak stasioner),

$H_1: \phi \neq 0$  ( $Y_t$  tidak terdapat akar unit yang berarti data stasioner).

Statistik uji yang digunakan adalah (Dickey & Fuller, 1979)

$$t_\phi = \frac{\hat{\phi} - 1}{SE(\hat{\phi})} \quad (2.7)$$

dengan  $SE(\hat{\phi})$  adalah *standard error* dari nilai estimasi orde AR,  $\hat{\phi}$ . Statistik ini tidak mengikuti distribusi *t-Student* konvensional, maka MacKinnon mengembangkan nilai kritis yang spesifik untuk pengujian Dickey-Fuller agar sesuai dengan perkiraan praktis yang melibatkan variasi dalam jumlah pengamatan, adanya tren, dan komponen autoregresif dalam deret waktu. Nilai kritis MacKinnon ini dapat diestimasi dengan rumus berikut (MacKinnon, 2010)

$$\hat{t}_{MK,\alpha} = \beta_\infty + \frac{\beta_1}{n} + \frac{\beta_2}{n^2} + \frac{\beta_3}{n^3} \quad (2.8)$$

dengan  $n$  ialah banyaknya pengamatan, sementara nilai estimasi dari  $\beta_\infty, \beta_1, \beta_2,$  dan  $\beta_3$  didefinisikan pada Tabel 2.1.

**Tabel 2.1** Tabel Nilai  $\beta_\infty, \beta_1, \beta_2,$  dan  $\beta_3$

	$\alpha$			
	0,01	0,025	0,05	0,10
$\beta_\infty$	-3,43035	-3,1175	-2,86154	-2,56677
$\beta_1$	-6,5393	-4,53235	-2,8903	-1,5384
$\beta_2$	-16,786	-9,8824	-4,234	-2,809
$\beta_3$	-79,433	-57,7669	-40,04	0

Keputusan ujinya yaitu tolak  $H_0$  jika nilai  $t_\phi$  kurang dari nilai kritis MacKinnon 5% atau  $p$ -value kurang dari  $\alpha$  yang telah ditetapkan ( $\alpha = 0,05$ ). Dengan kata lain, data telah stasioner. Jika didapati data tidak stasioner bisa dilakukan *differencing* (Montgomery, dkk., 2015).

### C. *Differencing*

*Differencing* atau perbedaan ialah suatu cara untuk menstasionerkan data dengan menghitung selisih antar nilai pengamatan. Misalkan  $y_t$  merupakan suatu pengamatan dari waktu ke- $t$  maka *differencing* akan didefinisikan seperti berikut (Montgomery, dkk., 2015)

$$x_t = y_t - y_{t-1} = \nabla y_t \quad (2.9)$$

dengan  $\nabla$  adalah operator selisih (*backward*). Persamaan (2.9) dapat dituliskan dalam operator mundur (*backshift operator*) yang didefinisikan dengan  $By_t = y_{t-1}$ , maka

$$x_t = y_t - B^1 y_t = (1 - B)y_t = \nabla y_t$$

dengan  $\nabla = (1 - B)$ . Perbedaan dapat dilakukan berurutan hingga data stasioner, misalnya pada perbedaan kedua berikut.

$$x_t = \nabla^2 y_t = (1 - B)^2 y_t = (1 - 2B + B^2) y_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

Apabila data belum stasioner pada perbedaan pertama dan kedua maka dapat dilakukan perbedaan kembali hingga data stasioner. Secara umum perbedaan pada orde ke- $d$  dapat didefinisikan sebagai berikut

$$\nabla_d y_t = (1 - B^d) y_t = y_t - y_{t-d}$$



#### D. Identifikasi Model

Jika pada kasus univariat, model bisa langsung diidentifikasi melalui *plot autocorrelation function* (ACF) dan *partial autocorrelation function* (PACF), maka pada kasus multivariat menggunakan fungsi matriks korelasi silang (*cross-correlation matrix function*) dan fungsi matriks autoregresi parsial (*partial autoregression matrix*). Fungsi matriks korelasi silang digunakan untuk mengidentifikasi model VMA sedangkan fungsi matriks autoregresi parsial digunakan untuk mengidentifikasi model VAR.

Diberikan suatu vektor deret waktu dengan  $n$  pengamatan,  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  maka fungsi matriks korelasi sampel pada lag ke- $k$  didefinisikan sebagai berikut (Wei, 2006)

$$\hat{\rho}(k) = [\hat{\rho}_{ij}(k)]$$

untuk  $i = 1, \dots, m$  dan  $j = 1, \dots, m$  dengan  $\hat{\rho}_{ij}(k)$  ialah korelasi silang (*cross-correlation*) untuk variabel ke- $i$  dan ke- $j$  yang dinotasikan sebagai

$$\hat{\rho}_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_{i,t} - \bar{Y}_i) (Y_{j,t+k} - \bar{Y}_j)}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (Y_{i,t} - \bar{Y}_i)^2 \sum_{t=1}^n (Y_{j,t} - \bar{Y}_j)^2}} \quad (2.10)$$

untuk  $i = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, m$ , dan  $t = 1, \dots, n$  dengan  $\bar{Y}_i$  dan  $\bar{Y}_j$  ialah rata-rata sampel dari variabel ke- $i$  dan ke- $j$ . Fungsi matriks korelasi silang sampel digunakan untuk mengidentifikasi orde model VMA( $q$ ). Namun dalam penerapannya, bentuk matriks akan semakin kompleks seiring meningkatnya dimensi vektor, sehingga pengidentifikasian pola menjadi sulit. Untuk mengatasi masalah tersebut, Tiao dan Box (1981) dalam Wei (2006) mengenalkan metode yang mudah untuk meringkas korelasi sampel yaitu menggunakan simbol (+), (-), dan (.) pada posisi ke- $(i, j)$  dari matriks korelasi sampel. Tanda (+)

menunjukkan nilai yang lebih besar dari 2 kali nilai estimasi *standard error* yang berarti memiliki korelasi positif. Tanda (–) menunjukkan nilai yang lebih kecil dari –2 kali estimasi *standard error* yang berarti memiliki korelasi negatif. Tanda (.) menunjukkan nilai yang berada di antara  $\pm 2$  kali nilai estimasi *standard error* yang berarti tidak terdapat korelasi. Estimasi nilai *standard error* menggunakan rumus  $1/\sqrt{n}$  dengan  $n$  ialah jumlah pengamatan.

Tiao dan Box (1981) dalam Wei (2006) mendefinisikan matriks autoregresi parsial pada *lag* ke- $s$  dan dinotasikan sebagai  $\mathcal{P}(s)$  berikut

$$\mathcal{P}(s) = \begin{cases} \Gamma'(1)[\Gamma(0)]^{-1}, & s = 1 \\ \{[\Gamma'(s) - \mathbf{c}'(s)[\mathbf{A}(s)]^{-1}\mathbf{b}(s)]\{[\Gamma(0) - \mathbf{b}'(s)[\mathbf{A}(s)]^{-1}\mathbf{b}(s)]\}^{-1}, & s > 1 \end{cases} \quad (2.11)$$

dengan nilai  $\mathbf{A}(s)$ ,  $\mathbf{b}(s)$ , dan  $\mathbf{c}(s)$  adalah

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma(0) & \Gamma'(1) & \cdots & \Gamma'(s-1) \\ \Gamma(1) & \Gamma(0) & \cdots & \Gamma'(s-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma(s-1) & \Gamma(s-2) & \cdots & \Gamma(0) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma'(s-1) \\ \Gamma'(s-2) \\ \vdots \\ \Gamma'(1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(s-1) \end{bmatrix}.$$

Seperti halnya *partial autocorrelation function* (PACF) pada kasus univariat, fungsi matriks autoregresi parsial,  $\mathcal{P}(s)$ , juga mempunyai *cut-off* pada model VAR. Jika modelnya adalah model VAR( $p$ ) maka nilai  $\mathcal{P}(s)$  memiliki sifat berikut.

$$\mathcal{P}(s) = \begin{cases} \Phi_p, & s = p \\ 0, & s > p \end{cases}$$

Estimasi sampel  $\mathcal{P}(s)$  diperoleh dengan mengganti nilai  $\Gamma(s)$  pada Persamaan (2.11) menjadi matriks kovarian sampel  $\hat{\Gamma}(s)$  berikut

$$\hat{\Gamma}(s) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-s} (\mathbf{Y}_t - \bar{\mathbf{Y}})(\mathbf{Y}_{t+s} - \bar{\mathbf{Y}})', \quad s = 1, 2, \dots,$$

dengan  $\bar{\mathbf{Y}} = (\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_m)'$  ialah vektor rata-rata sampel.

### E. Penentuan *Lag* Optimum

Penentuan panjang *lag* optimum perlu dilakukan guna mendapatkan residual data yang independen atau bebas autokorelasi yang dapat dilihat dari nilai *Akaike Information Criterion corrected* (AICc). Model VARIMA terbaik ialah model yang mempunyai nilai AICc paling kecil. Kriteria persamaan nilai AICc dapat ditulis sebagai berikut (Hurvich & Tsai, 1993)

$$\text{AIC}_c(p, q) = n \log |\hat{\Sigma}_{p+q}| + \frac{n(nm + (p + q)m^2)}{n - (p + q)m - m - 1} \quad (2.12)$$

dengan  $\hat{\Sigma}_{p+q}$  ialah estimasi matriks varian kovarian model VARIMA,  $n$  ialah ukuran sampel pengamatan,  $m$  ialah jumlah variabel karakteristik kualitas yang digunakan,  $p$  ialah jumlah orde model VAR dan  $q$  ialah jumlah orde model VMA.

### F. Estimasi Parameter

Salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter model VARIMA ialah metode *maximum likelihood estimation* (MLE). Mengacu pada Persamaan (2.5) dengan sampel  $n$  vektor pengamatan  $\mathbf{Y}_t, t = 1, 2, \dots, n$ , pendekatan *likelihood* bersyarat didasarkan pada asumsi bahwa pengamatan awal  $\mathbf{Y}_0, \mathbf{Y}_{-1}, \dots, \mathbf{Y}_{1-p}$  juga tersedia (untuk kemudahan notasi ini), dan dianggap tetap serta menggunakan perkiraan terhadap *error* awal dengan menetapkan  $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \boldsymbol{\varepsilon}_{-1} = \dots = \boldsymbol{\varepsilon}_{1-q} = 0$ . Jadi,  $n$  merupakan jumlah pengamatan yang efektif.

Misalkan didefinisikan dua buah matriks berukuran  $n \times m$  yaitu  $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_n)'$ , dan  $\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}_1, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_n)'$ , serta  $B^i \mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_{1-i}, \dots, \mathbf{Y}_{n-i})'$ , dan  $B^i \boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}_{1-i}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{n-i})'$ . Model  $\mathbf{Y}$  didefinisikan sebagai berikut (Reinsel, 1997).

$$\mathbf{Y} - \sum_{i=1}^p B^i \mathbf{Y} \boldsymbol{\Phi}_i' = \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon} - \sum_{i=1}^q B^i \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\Theta}_i' \quad (2.13)$$

Persamaan (2.13) dapat didefinisikan dalam bentuk operasi vektor dan relasi  $vec(ABC) = (C' \otimes A) vec(B)$ . Misalkan didefinisikan beberapa vektor yaitu  $\mathbf{y} = vec(\mathbf{Y}') = (\mathbf{Y}'_1, \dots, \mathbf{Y}'_n)'$ ,  $\mathbf{e} = vec(\boldsymbol{\varepsilon}') = (\boldsymbol{\varepsilon}'_1, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}'_n)'$ ,  $B^i \mathbf{y} = vec[(B^i \mathbf{Y}')']$ ,  $B^i \mathbf{e} = vec[(B^i \boldsymbol{\varepsilon}')']$ ,  $\boldsymbol{\phi}_i = vec(\boldsymbol{\Phi}_i)$ ,  $i = 1, \dots, p$ , dan  $\boldsymbol{\theta}_i = vec(\boldsymbol{\Theta}_i)$ ,  $i = 1, \dots, q$ , sehingga modelnya dapat didefinisikan sebagai berikut

$$\mathbf{y} - \sum_{i=1}^p (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\Phi}_i) B^i \mathbf{y} = \mathbf{e} - \sum_{i=1}^q (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\Theta}_i) B^i \mathbf{e}, \quad (2.14)$$

atau

$$\mathbf{y} - \sum_{i=1}^p (B^i \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m) \boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{e} - \sum_{i=1}^q (B^i \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \mathbf{I}_m) \boldsymbol{\theta}_i. \quad (2.15)$$

Diberikan sebuah matriks  $n \times n$  yang didefinisikan sebagai  $\mathbf{L}$ . Mengacu pada perkiraan nol untuk nilai awal  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ ,  $B^i \boldsymbol{\varepsilon}$  pada Persamaan (2.15) menjadi  $\mathbf{L}^i \boldsymbol{\varepsilon} = (0, \dots, 0, \boldsymbol{\varepsilon}_1, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{n-1})'$  sehingga  $B^i \mathbf{e}$  pada Persamaan (2.14) menjadi  $(\mathbf{L}^i \otimes \mathbf{I}_m) \mathbf{e} = (0, \dots, 0, \boldsymbol{\varepsilon}_1, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{n-1})'$ . Maka, dari Persamaan (2.14) dan (2.15) diperoleh

$$\begin{aligned} \mathbf{y} - \sum_{i=1}^p (B^i \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m) \boldsymbol{\phi}_i &= \mathbf{e} - \sum_{i=1}^q (\mathbf{L}^i \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \mathbf{I}_m) \boldsymbol{\theta}_i \\ &= \mathbf{e} - \sum_{i=1}^q (\mathbf{L}^i \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \boldsymbol{\Theta}_i) \mathbf{e} = \boldsymbol{\Theta} \mathbf{e}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

dengan  $\Theta = (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{I}_m) - \sum_{i=1}^q (\mathbf{L}^i \otimes \Theta_i)$ . Dengan asumsi normalitas  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ , perkiraan fungsi *log-likelihood* bersyarat dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} l &= -\frac{n}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \boldsymbol{\varepsilon}_t' \Sigma^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ &= -\frac{n}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \mathbf{e}' (\mathbf{I}_n \otimes \Sigma^{-1}) \mathbf{e} \\ &= -\frac{n}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \mathbf{w}' \Theta'^{-1} (\mathbf{I}_n \otimes \Sigma^{-1}) \Theta^{-1} \mathbf{w}, \end{aligned}$$

dengan  $\mathbf{w} = \mathbf{y} - \sum_{i=1}^p (B^i \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m) \boldsymbol{\phi}_i$ , dengan  $\mathbf{w} = (\mathbf{W}'_1, \dots, \mathbf{W}'_n)'$  dan  $\mathbf{W}_t = \mathbf{Y}_t - \sum_{i=1}^p \Phi_i \mathbf{Y}_{t-i}$ .

Sekarang akan dipertimbangkan maksimalisasi dari  $l$  terhadap parameter  $\boldsymbol{\phi}_i$ ,  $\boldsymbol{\theta}_i$ , dan  $\Sigma$ . Untuk  $\boldsymbol{\phi}_i$ ,  $\boldsymbol{\theta}_i$  tetap, maka pemaksimalan terhadap  $\Sigma$  menghasilkan  $\hat{\Sigma} = n^{-1} \sum_{t=1}^n \boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t' = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}' \boldsymbol{\varepsilon}}{n}$ , dengan  $\text{vec}(\boldsymbol{\varepsilon}') = \mathbf{e} = \Theta^{-1} \mathbf{w}$ . Turunan parsial dari  $l$  terhadap  $\boldsymbol{\phi}_j$  dan  $\boldsymbol{\theta}_j$  diberikan oleh  $\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\phi}_j} = -\left(\frac{\partial \mathbf{e}'}{\partial \boldsymbol{\phi}_j}\right) (\mathbf{I}_n \otimes \Sigma^{-1}) \mathbf{e}$  dan  $\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\theta}_j} = -\left(\frac{\partial \mathbf{e}'}{\partial \boldsymbol{\theta}_j}\right) (\mathbf{I}_n \otimes \Sigma^{-1}) \mathbf{e}$ . Oleh karena itu, berdasarkan Persamaan (2.16)

$$\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\phi}_j} = (B^j \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m)' \Theta'^{-1} (\mathbf{I}_n \otimes \Sigma^{-1}) \Theta^{-1} (\mathbf{y} - \sum_{i=1}^p (B^i \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m) \boldsymbol{\phi}_i),$$

untuk  $j = 1, 2, \dots, p$ , dan

$$\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\theta}_j} = -(\mathbf{L}^j \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \mathbf{I}_m)' \Theta'^{-1} (\mathbf{I}_n \otimes \Sigma^{-1}) \Theta^{-1} (\mathbf{y} - \sum_{i=1}^p (B^i \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m) \boldsymbol{\phi}_i),$$

untuk  $j = 1, 2, \dots, q$ , dengan  $\boldsymbol{\varepsilon}$  dinyatakan dalam bentuk pengamatan melalui relasi  $\text{vec}(\boldsymbol{\varepsilon}') = \mathbf{e} = \Theta^{-1} \mathbf{w}$ .

Selanjutnya didefinisikan sebuah vektor  $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\phi}'_1, \dots, \boldsymbol{\phi}'_p, \boldsymbol{\theta}'_1, \dots, \boldsymbol{\theta}'_q)'$  dan matriks  $\mathbf{Z} = [(B \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m), \dots, (B^p \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m), -(\mathbf{L} \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \mathbf{I}_m), \dots, -(\mathbf{L}^q \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \mathbf{I}_m)]$ , maka turunan berikut dapat dinyatakan secara kolektif sebagai

$$\begin{aligned}\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\beta}} &= \mathbf{Z}' \boldsymbol{\Theta}'^{-1} (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\Sigma}^{-1}) \boldsymbol{\Theta}^{-1} (\mathbf{y} - \sum_{i=1}^p (B^i \mathbf{Y} \otimes \mathbf{I}_m) \boldsymbol{\phi}_i) \\ &= \mathbf{Z}' \boldsymbol{\Theta}'^{-1} (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\Sigma}^{-1}) \mathbf{e}.\end{aligned}\quad (2.17)$$

Dengan demikian,

$$l = -\left(\frac{n}{2}\right) \log |\boldsymbol{\Sigma}| - \left(\frac{1}{2}\right) \mathbf{e}' (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\Sigma}^{-1}) \mathbf{e} = -\left(\frac{n}{2}\right) \log |\boldsymbol{\Sigma}| - \left(\frac{1}{2}\right) \sum_{t=1}^n \boldsymbol{\varepsilon}_t' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t,$$

maka diperoleh

$$\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -\left(\frac{\partial \mathbf{e}'}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right) (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\Sigma}^{-1}) \mathbf{e} = -\sum_{t=1}^n \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_t'}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

dengan  $\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}'} = -\boldsymbol{\Theta}^{-1} \mathbf{Z}$ .

Pada kasus  $q = 0$ , berarti menunjukkan model AR( $p$ ) dengan  $\boldsymbol{\Theta} = \mathbf{I}_{mn}$ , diperoleh  $\boldsymbol{\beta} = \text{vec}(\boldsymbol{\Phi}'_p)$  dengan  $\boldsymbol{\Phi}'_p = (\phi_1, \dots, \phi_p)$  dan  $\mathbf{Z} = \mathbf{X} \otimes \mathbf{I}_m$  dengan  $\mathbf{X} = (B \mathbf{Y}, B^2 \mathbf{Y}, \dots, B^p \mathbf{Y})$ . Maka persamaan *likelihood* disederhanakan menjadi

$$\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{Z}' (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\Sigma}^{-1}) (\mathbf{y} - \mathbf{Z} \boldsymbol{\beta}) = (\mathbf{I}_{mp} \otimes \boldsymbol{\Sigma}^{-1}) \mathbf{Z}' (\mathbf{y} - \mathbf{Z} \boldsymbol{\beta}) = 0,$$

yang berarti bahwa MLE bersyarat model AR( $p$ ) sama dengan

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{Z}' \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}' \mathbf{y} = ((\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \otimes \mathbf{I}_m) \mathbf{y}$$

atau ekuivalen dengan  $\hat{\boldsymbol{\Phi}}'_p = \mathbf{Y}' \mathbf{X} (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1}$ . Sementara untuk kasus  $q > 0$ , persamaan *likelihood* pada Persamaan (2.17) menjadi nonlinier dalam parameter  $\boldsymbol{\beta}$ , sehingga Persamaan ini perlu diselesaikan dengan metode numerik iteratif seperti metode Newton-Raphson.

### G. Diagnostic Checking

Pada tahap ini dilakukan pengujian untuk dua asumsi, *white noise* dan distribusi normal multivariat, terhadap residual model *time series* yang terbentuk.

Uji asumsi *white noise* dilakukan guna melihat apakah residual model sudah tidak saling berkorelasi. Hal itu dapat diketahui dengan menganalisis korelasi silang residual  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  dan matriks korelasi silang pada lag ke- $k$  dapat diestimasi dengan

$$\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_k = \frac{1}{n} \sum_{t=k+1}^n (\mathbf{Y}_t - \bar{\mathbf{Y}})(\mathbf{Y}_{t-k} - \bar{\mathbf{Y}})', \quad k \geq 0$$

dengan  $\bar{\mathbf{Y}} = \frac{\sum_{t=1}^n \mathbf{Y}_t}{n}$  ialah vektor rata-rata sampel. Matrik korelasi silang  $\boldsymbol{\rho}_k$  diestimasi dengan

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_k = \hat{\mathbf{D}}^{-1} \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_k \hat{\mathbf{D}}^{-1}, \quad k \geq 0$$

dengan  $\hat{\mathbf{D}}$  ialah diagonal matriks  $k \times k$  dari standar deviasi sampel.

Untuk menguji asumsi *white noise* digunakan uji Portmanteau multivariat dengan statistik Ljung-Box yang telah digeneralisasikan ke kasus multivariat oleh Hosking (1980) dan Li dan McLeod (1981) dalam Tsay (2005) dengan hipotesis berikut.

$$H_0: \boldsymbol{\rho}_1 = \dots = \boldsymbol{\rho}_k = 0 \text{ (Asumsi } white \text{ noise terpenuhi).}$$

$$H_1: \boldsymbol{\rho}_i \neq 0; i \in \{1, \dots, k\} \text{ (Asumsi } white \text{ noise tidak terpenuhi).}$$

Statistik uji yang digunakan untuk menguji tidak adanya autokorelasi dan korelasi silang dalam deret vektor  $\mathbf{Y}_t$  ialah sebagai berikut (Tsay, 2005)

$$Q_m(k) = n^2 \sum_{j=1}^k \frac{1}{n-j} \text{tr}(\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_j' \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_0^{-1} \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_j \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_0^{-1}) \quad (2.18)$$

dengan  $n$  ialah ukuran sampel residual,  $m$  ialah dimensi dari  $\mathbf{Y}_t$ ,  $k$  ialah banyaknya lag, dan  $\text{tr}(\mathbf{A})$  ialah *trace* dari matriks  $\mathbf{A}$ , yang merupakan jumlah elemen diagonal dari  $\mathbf{A}$ .  $Q_m(k)$  mengikuti distribusi *Chi-Square* dengan derajat kebebasan  $m^2(k - p - q)$ . Keputusan yang diambil adalah tidak menolak  $H_0$  atau

asumsi *white noise* terpenuhi jika nilai  $\chi^2 \leq \chi^2_{(\alpha; m^2(k-p-q))}$  atau nilai *p-value*  $> \alpha$  (yang telah ditetapkan yaitu 0,05).

Asumsi berikutnya ialah asumsi distribusi normal multivariat. Asumsi ini dapat dilihat dari jarak Mahalonobis dan nilai *chi-square* dengan mendefinisikan jarak kuadrat yang diperumum sebagai berikut (Johnson & Wichern, 2007)

$$d_t^2 = (\mathbf{Y}_t - \bar{\mathbf{Y}})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{Y}_t - \bar{\mathbf{Y}}) \quad (2.19)$$

dengan  $t = 1, 2, \dots, n$ , dengan  $\mathbf{Y}_t$  ialah vektor pengamatan pada waktu ke- $t$ ,  $\bar{\mathbf{Y}}$  ialah vektor rata-rata di mana

$$\bar{Y}_{t,i} = \frac{\sum_{t=1}^n Y_{t,i}}{n} \quad (2.20)$$

dan  $\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$  ialah *invers* matriks varian kovarian dari  $\mathbf{Y}$  yang setiap elemennya diperoleh dari

$$\Sigma_t^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_{t,i} - \bar{Y}_i)^2}{n-1} \text{ dan } \Sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_{t,i} - \bar{Y}_i)(Y_{t,j} - \bar{Y}_j)}{n-1}. \quad (2.21)$$

Hipotesis yang digunakan untuk uji distribusi normal multivariat adalah

$H_0$ : residual data berdistribusi normal multivariat,

$H_1$ : residual data tidak berdistribusi normal multivariat.

Keputusan yang diambil ialah tidak menolak  $H_0$  jika setengah (50%) dari nilai

$$d_t^2 \leq \chi^2_{(\alpha, m)}.$$

## H. Validasi Model

Validasi model digunakan untuk mengetahui ketepatan model yang diperoleh menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang ditulis pada persamaan sebagai berikut (Montgomery, dkk., 2015).



$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|}{n} \times 100\% \quad (2.22)$$

dengan  $y_t$  ialah nilai aktual,  $\hat{y}_t$  ialah nilai ramalan,  $y_t$  dan  $\hat{y}_t$  merupakan nilai untuk satu variabel karakteristik kualitas, serta  $n$  ialah banyaknya pengamatan. Interpretasi nilai MAPE dirangkum pada tabel 2.1 berikut (Chang dkk., 2007).

**Tabel 2.2** Interval Interpretasi Nilai MAPE

<b>Nilai MAPE</b>	<b>Interpretasi</b>
$\leq 10\%$	Kemampuan prediksi akurat
10 – 20%	Kemampuan prediksi baik
20 – 50%	Kemampuan prediksi cukup baik/wajar
$\geq 50\%$	Kemampuan prediski buruk

Model terbaik dan yang paling cocok ialah model yang mempunyai nilai MAPE paling kecil dan tidak lebih dari 10%.

### 2.1.3 Konsep Pengendalian Kualitas Statistik

Kegiatan pengendalian dan pengawasan kualitas dapat membantu perusahaan dalam menghasilkan produk atau barang yang berkualitas tinggi, mempertahankan dan meningkatkan kualitas produk atau barang secara terus-menerus, serta dapat menekan biaya produksi. Suatu perusahaan atau industri perlu melakukan peningkatan kualitas hasil produksinya karena dapat menaikkan intensitas penjualan serta dapat mengurangi biaya untuk pengolahan kembali produk cacat dan bahan sisa produksi (Montgomery, 2013).

Terdapat 3 teknik utama dalam pengendalian dan peningkatan kualitas, diantaranya *statistical process control* (SPC) atau pengendalian proses statistik, *design of experiments* atau rancangan percobaan, serta *product control* yang meliputi penerimaan sampel dan inspeksi. Pada penelitian ini akan lebih fokus kepada teknik SPC atau pengendalian proses produksi. SPC merupakan suatu

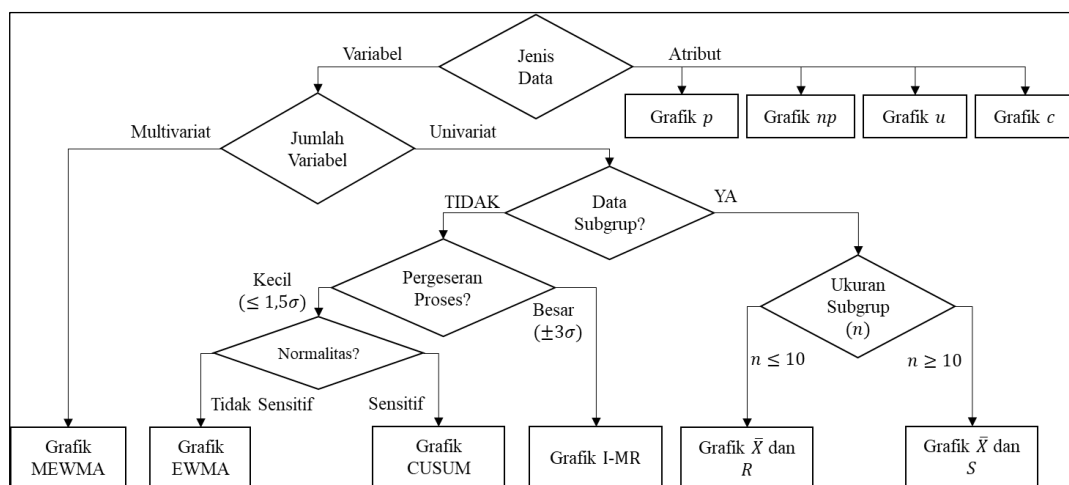
metode statistik untuk mengukur dan memantau variabilitas yang terjadi pada suatu proses produksi yang sedang berlangsung. Pada kerangka SPC, variabilitas terbagi menjadi dua sebab, yaitu *common cause* dan *assignable cause*. *Common cause* merupakan penyebab umum atau alami yang sering terjadi pada proses disebabkan oleh faktor yang tidak dapat dikontrol atau dihindari. Variabilitas yang disebabkan oleh penyebab ini umumnya kecil dan tidak memengaruhi kinerja proses secara umum sehingga masih bisa ditoleransi dan dapat dikatakan *in control* (terkendali) secara statistik. Sedangkan *assignable cause* merupakan penyebab khusus yang dapat dikontrol, seperti faktor manusia, bahan, dan mesin. Variabilitas ini umumnya lebih besar dari variabilitas alami sehingga menyebabkan kinerja proses yang kurang baik, sehingga perlu dilakukan pemantauan dan tindakan khusus guna meningkatkan kinerja proses produksi.

Pada SPC terdapat tujuh alat dasar yang biasa digunakan, antara lain lembar pemeriksaan, diagram pareto, histogram, diagram Ishikawa, diagram pencar, *defect concentration diagram*, dan grafik pengendali (Montgomery, 2013). Salah satu dari alat pengendalian proses tersebut yang akan digunakan pada penelitian ini adalah grafik pengendali (*control chart*).

#### **A. Grafik Pengendali Shewhart**

Grafik pengendali merupakan suatu grafik yang digunakan untuk mengamati dan memantau suatu proses produksi terkendali atau tidak. Grafik pengendali pertama kali dikemukakan oleh Walter A. Shewhart pada tahun 1924 sehingga sering disebut sebagai grafik pengendali Shewhart. Grafik ini menggambarkan rata-rata pengukuran karakteristik kualitas dalam sampel yang

diambil dari proses pada waktu tertentu. Ada dua macam tipe data yang digunakan pada grafik pengendali Shewhart, yakni grafik pengendali variabel (karakteristik kualitas dapat diukur) dan grafik pengendali atribut (hanya berupa cacat atau tidak cacat). Contoh grafik pengendali variabel adalah grafik pengendali  $\bar{X}$  dan  $R$ ,  $\bar{X}$  dan  $S$ , dan  $I-MR$ , sedangkan contoh grafik pengendali atribut adalah grafik pengendali- $p$ ,  $np$ ,  $c$ , dan  $u$ . Pada penelitian ini akan digunakan grafik pengendali variabel karena menggunakan karakteristik kualitas yang dapat diukur. Untuk lebih jelasnya mengenai macam grafik pengendali berdasarkan tipe data telah terangkum pada Gambar 2.1.



**Gambar 2.1** Bagan Konsep Grafik Pengendali Berdasarkan Tipe Data

Pada grafik pengendali Shewhart terdapat tiga komponen penting yaitu batas kendali atas (*upper control limit/UCL*), batas kendali bawah (*lower control limit/LCL*), dan garis tengah (*central line*) yang menyatakan nilai rata-rata karakteristik kualitas. Batas-batas inilah yang kemudian digunakan untuk menyatakan suatu proses produksi bisa dikatakan *in control* atau *out of control* (Montgomery, 2013). Jika semua titik sampel berada di antara UCL dan LCL maka suatu proses dikatakan terkendali, sehingga tidak ada tindakan yang

diperlukan. Namun jika ditemukan adanya titik sampel yang berada di luar UCL dan LCL maka suatu proses dikatakan tidak terkendali dan diperlukan tindakan perbaikan untuk menghilangkan penyebab dari keadaan *out of control*.

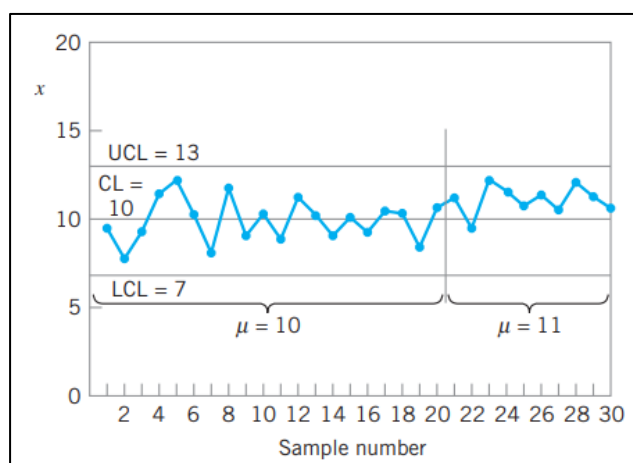
Model umum dari grafik pengendali Shewhart didefinisikan pada persamaan berikut.

$$UCL = \mu_w + L\sigma_w$$

$$CL = \mu_w$$

$$LCL = \mu_w - L\sigma_w$$

dengan  $w$  ialah statistik sampel yang menyatakan karakteristik kualitas,  $\mu_w$  ialah rata-rata dari  $w$ ,  $\sigma_w$  ialah deviasi standar dari  $w$ , dan  $L$  ialah jarak antara *control limit* dan *center line*. Ilustrasi dari grafik pengendali Shewhart dapat dilihat pada Gambar 2.2.



**Gambar 2.2** Ilustrasi Grafik Pengendali Shewhart

(Sumber: Montgomery, 2013)

Grafik pengendali Shewhart hanya menggunakan informasi proses pada pengamatan sampel terakhir dan mengabaikan informasi lainnya yang ada pada seluruh rangkaian sampel. Hal ini menyebabkan grafik ini kurang sensitif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil ( $\leq 1,5\sigma$ ). Sebagai alternatif yang lebih efektif dari grafik ini dikembangkan grafik *exponentially*

*weighted moving average* (EWMA) oleh Roberts pada tahun 1959 (Montgomery, 2013). Grafik ini mampu mendeteksi pergeseran rata-rata yang relatif kecil pada proses produksi.

### B. Grafik Pengendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA)

Grafik EWMA didefinisikan sebagai berikut (Montgomery, 2013)

$$z_t = \lambda x_t + (1 - \lambda)z_{t-1} \quad (2.23)$$

dengan  $t$  ialah banyaknya pengamatan,  $\lambda$  ialah konstanta pembobot dengan nilai  $0 < \lambda \leq 1$ ,  $x_t$  ialah sampel pengamatan ke- $t$ , dan  $z_t$  ialah nilai statistik EWMA di mana  $z_0 = \mu_0$  ialah target proses. Nilai  $z_0$  dapat diperoleh dari nilai yang telah ditargetkan oleh perusahaan atau dengan menggunakan nilai rata-rata dari proses yang diamati. Untuk menunjukkan bahwa EWMA  $z_i$  adalah rata-rata tertimbang dari semua rata-rata sampel sebelumnya, Persamaan (2.23) dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} z_t &= \lambda x_t + (1 - \lambda)z_{t-1} \\ &= \lambda x_t + (1 - \lambda)[\lambda x_{t-1} + (1 - \lambda)z_{t-2}] \\ &= \lambda x_t + \lambda(1 - \lambda)x_{t-1} + (1 - \lambda)^2 z_{t-2} \\ &= \lambda x_t + \lambda(1 - \lambda)x_{t-1} + (1 - \lambda)^2 [\lambda x_{t-2} + (1 - \lambda)z_{t-3}] \\ &= \lambda x_t + \lambda(1 - \lambda)x_{t-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 z_{t-2} + (1 - \lambda)^3 z_{t-3} \\ &= \lambda x_t + \lambda(1 - \lambda)x_{t-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 z_{t-2} + (1 - \lambda)^3 [\lambda x_{t-3} + (1 - \lambda)z_{t-4}] \\ &= \lambda x_t + \lambda(1 - \lambda)x_{t-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 z_{t-2} + \lambda(1 - \lambda)^3 x_{t-3} + (1 - \lambda)^4 z_{t-4} \end{aligned}$$

Selanjutnya mensubstitusikan secara rekursif untuk  $z_{t-j}, j = 4, 5, 6, \dots$  sehingga diperoleh

$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \lambda)^j x_{t-j} + (1 - \lambda)^t z_0.$$

Apabila pengamatan  $x_t$  ialah variabel acak independen dengan variansi  $\sigma^2$ , maka varian dari  $z_t$  adalah

$$\sigma_{z_t}^2 = \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}].$$

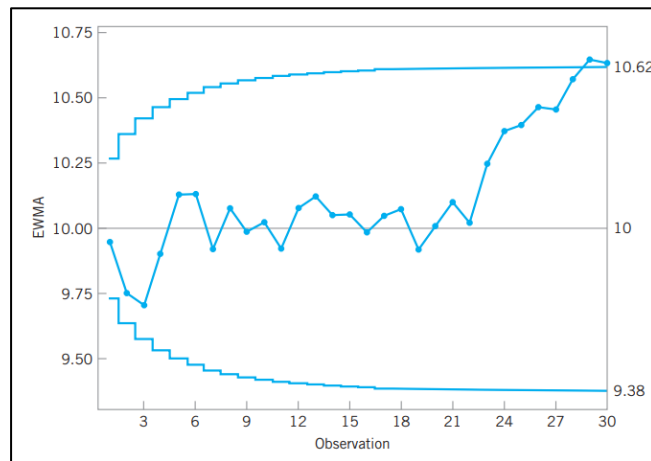
Grafik EWMA akan dibangun dengan menggambarkan  $z_t$  versus titik sampel ke- $t$ . Batas-batas kendali yang ada pada grafik EWMA didefinisikan sebagai berikut

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2t}]}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2t}]}$$

dengan  $L$  ialah lebar batas kendali. Ilustrasi dari grafik EWMA dapat dilihat pada Gambar 2.3.



**Gambar 2.3** Ilustrasi Grafik EWMA

(Sumber: Montgomery, 2013)

### C. Grafik Pengendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA)

Grafik MEWMA digunakan untuk memantau perubahan rata-rata proses produksi pada sampel individu dengan data multivariat. Grafik MEWMA lebih

sensitif dalam mendeteksi perubahan rata-rata proses produksi. Salah satu kelebihan grafik ini ialah tahan terhadap asumsi kenormalan data. Grafik pengendali ini merupakan pengembangan dari grafik EWMA yang didefinisikan sebagai berikut (Lowry dkk., 1992)

$$\mathbf{Z}_t = \lambda \mathbf{X}_t + (\mathbf{I} - \lambda) \mathbf{Z}_{t-1} \quad (2.24)$$

dengan  $t = 1, 2, \dots, n$  ialah banyaknya pengamatan, di mana  $\mathbf{Z}_0 = 0$ , sedangkan  $\lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  merupakan pembobot dengan nilai  $0 < \lambda_i \leq 1$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , dan  $\mathbf{X}_t$  ialah vektor karakteristik kualitas berukuran  $m \times n$  yang diamati pada sampel ke- $t$  yang jika dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1m} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nm} \end{bmatrix}$$

Pada penelitian ini, dikarenakan perusahaan tidak memberikan bobot yang berbeda pada masing-masing karakteristik kualitas, maka  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = \lambda$ , sehingga Persamaan (2.24) menjadi

$$\mathbf{Z}_t = \lambda \mathbf{X}_t + (1 - \lambda) \mathbf{Z}_{t-1} \quad (2.25)$$

dan dapat diuraikan sebagai berikut.

Pada saat  $t = 1$ , maka

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_1 &= \lambda \mathbf{X}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}_0 = 0 \\ &= \lambda \mathbf{X}_1. \end{aligned}$$

Pada saat  $t = 2$ , maka

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_2 &= \lambda \mathbf{X}_2 + (1 - \lambda) \mathbf{Z}_1 \\ &= \lambda \mathbf{X}_2 + (1 - \lambda) \lambda \mathbf{X}_1 \\ &= \lambda (\mathbf{X}_2 + (1 - \lambda) \mathbf{X}_1). \end{aligned}$$

Pada saat  $t = 3$ , maka

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Z}_3 &= \lambda \mathbf{X}_3 + (1 - \lambda) \mathbf{Z}_2 \\
 &= \lambda \mathbf{X}_3 + (1 - \lambda)(\lambda(\mathbf{X}_2 + (1 - \lambda)\mathbf{X}_1)) \\
 &= \lambda \mathbf{X}_3 + (\lambda(1 - \lambda)(\mathbf{X}_2 + (1 - \lambda)\mathbf{X}_1)) \\
 &= \lambda(\mathbf{X}_3 + (1 - \lambda)\mathbf{X}_2 + (1 - \lambda)^2\mathbf{X}_1) \\
 &= \lambda \sum_{j=1}^3 (1 - \lambda)^{3-j} \mathbf{X}_j.
 \end{aligned}$$

Langkah tersebut dilakukan perulangan hingga  $t = n$ , sehingga secara umum  $\mathbf{Z}_t$  dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\mathbf{Z}_t = \lambda \sum_{j=1}^t (1 - \lambda)^{t-j} \mathbf{X}_j, j = 0, 1, 2, \dots, n \quad (2.26)$$

Grafik MEWMA dapat segera memberikan sinyal tidak terkendali (*out of control*) jika

$$T_t^2 = \mathbf{Z}_t' \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_t}^{-1} \mathbf{Z}_t > h_4 \quad (2.27)$$

di mana  $h_4 (> 0)$  atau *upper control limit* (UCL) dipilih untuk mencapai ARL terkendali dan  $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_t}$  ialah matriks varian kovarian dari  $\mathbf{Z}_t$  yang didefinisikan sebagai

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_t} = \frac{\lambda_k \lambda_\ell [1 - (1 - \lambda_k)^t (1 - \lambda_\ell)^t]}{[\lambda_k + \lambda_\ell - \lambda_k \lambda_\ell] \sigma_{k,\ell}} \quad (2.28)$$

dengan  $\sigma_{k,\ell}$  adalah elemen ke- $(k, \ell)$  dari  $\boldsymbol{\Sigma}$ . Jika  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = \lambda$ , maka

Persamaan (2.28) dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_t} &= \frac{\lambda^2 [1 - (1 - \lambda)^{2t}]}{[2\lambda - \lambda^2] \sigma_{k,\ell}} \\
 &= \frac{\lambda^2 [1 - (1 - \lambda)^{2t}]}{[\lambda(2 - \lambda)] \sigma_{k,\ell}}
 \end{aligned}$$



$$= \left\{ \frac{\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2t}]}{(2 - \lambda)} \right\} \sigma_{k,\ell}$$

sehingga

$$\Sigma_{Z_t} = \left\{ \frac{\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2t}]}{2 - \lambda} \right\} \Sigma. \quad (2.29)$$

Sementara untuk nilai *lower control limit* (LCL) dari grafik MEWMA adalah 0 karena nilai  $T_t^2$  selalu positif.

Perhitungan nilai  $Z_t$ ,  $\Sigma_{Z_t}$ , dan  $T_t^2$  di atas dilakukan berulang sebanyak jumlah data ( $t = 1, 2, \dots, 180$ ). Secara umum, perhitungan  $Z_{t,m}$ ,  $m = 1, \dots, 4$  pada Persamaan (2.25) dijabarkan sebagai berikut

$$\begin{aligned} Z_t &= \lambda X_t + (1 - \lambda)Z_{t-1} \\ &= \lambda \begin{bmatrix} X_{t,1} \\ X_{t,2} \\ X_{t,3} \\ X_{t,4} \end{bmatrix} + (1 - \lambda) \begin{bmatrix} X_{t-1,1} \\ X_{t-1,2} \\ X_{t-1,3} \\ X_{t-1,4} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda X_{t,1} \\ \lambda X_{t,2} \\ \lambda X_{t,3} \\ \lambda X_{t,4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1 - \lambda)X_{t-1,1} \\ (1 - \lambda)X_{t-1,2} \\ (1 - \lambda)X_{t-1,3} \\ (1 - \lambda)X_{t-1,4} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda X_{t,1} + (1 - \lambda)X_{t-1,1} \\ \lambda X_{t,2} + (1 - \lambda)X_{t-1,2} \\ \lambda X_{t,3} + (1 - \lambda)X_{t-1,3} \\ \lambda X_{t,4} + (1 - \lambda)X_{t-1,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{t,1} \\ Z_{t,2} \\ Z_{t,3} \\ Z_{t,4} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

sehingga matriks varian kovarian dari  $Z_{t,m}$  ialah

$$\Sigma_{Z_{t,m}} = \begin{bmatrix} \text{var}(Z_{t,1}) & \text{cov}(Z_{t,1}, Z_{t,2}) & \text{cov}(Z_{t,1}, Z_{t,3}) & \text{cov}(Z_{t,1}, Z_{t,4}) \\ \text{cov}(Z_{t,1}, Z_{t,2}) & \text{var}(Z_{t,2}) & \text{cov}(Z_{t,2}, Z_{t,3}) & \text{cov}(Z_{t,2}, Z_{t,4}) \\ \text{cov}(Z_{t,1}, Z_{t,3}) & \text{cov}(Z_{t,2}, Z_{t,3}) & \text{var}(Z_{t,3}) & \text{cov}(Z_{t,3}, Z_{t,4}) \\ \text{cov}(Z_{t,1}, Z_{t,4}) & \text{cov}(Z_{t,2}, Z_{t,4}) & \text{cov}(Z_{t,3}, Z_{t,4}) & \text{var}(Z_{t,4}) \end{bmatrix}$$

maka nilai  $T_t^2$  pada grafik MEWMA adalah

$$T_t^2 = Z_t' \Sigma_{t,m}^{-1} Z_t$$

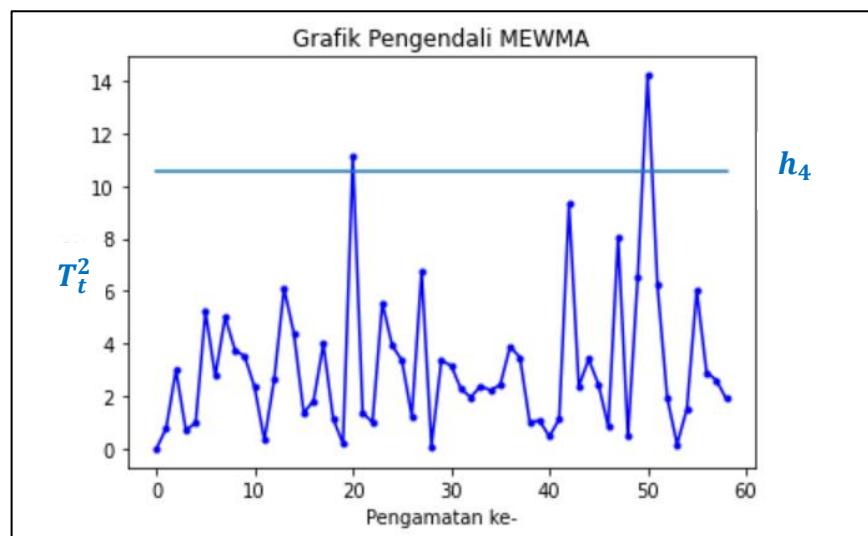
$$= [Z_{t,1} \quad Z_{t,2} \quad Z_{t,3} \quad Z_{t,4}] \times \Sigma_{Z_{t,m}}^{-1} \times \begin{bmatrix} Z_{t,1} \\ Z_{t,2} \\ Z_{t,3} \\ Z_{t,4} \end{bmatrix}.$$

Nilai  $T_t^2$  inilah yang akan digambarkan pada grafik MEWMA guna memantau rata-rata proses produksi. Nilai pembobot  $\lambda$  dan nilai batas kendali atas ( $h_4$ ) dengan 4 karakteristik kualitas untuk  $ARL_0 = 200$  diperoleh dari hasil simulasi yang dilakukan Prabhu dan Runger (1997) dalam Montgomery (2013) yang dirangkum pada Tabel 2.3.

**Tabel 2.3** Nilai  $\lambda$  dan  $h_4$  untuk  $m = 4$  Grafik MEWMA

$m$	$\lambda$	$h_4$
4	0,05	11,22
	0,10	12,73
	0,20	13,87
	0,30	14,34
	0,40	14,58
	0,50	14,71
	0,60	14,78
	0,80	14,85

Agar lebih mudah untuk memahami grafik MEWMA disajikan ilustrasi dari grafik MEWMA yang dapat dilihat pada Gambar 2.4.



**Gambar 2.4** Ilustrasi Grafik MEWMA

#### D. Analisis Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses merupakan suatu teknik pengendalian kualitas untuk mengukur kemampuan suatu proses dalam menghasilkan produk yang sesuai dengan spesifikasi produk yang telah ditetapkan oleh perusahaan. Dalam kegiatan pengendalian dan peningkatan kualitas suatu produk tidak cukup jika hanya berhenti di proses yang “*in control*” saja, melainkan suatu produk haruslah memenuhi spesifikasi yang telah ditetapkan perusahaan agar tidak mengecewakan konsumen.

Sebelum melakukan analisis kapabilitas proses, grafik pengendali yang digunakan untuk mengendalikan proses harus dalam kondisi terkendali. Jika pada grafik pengendali yang telah dibahas sebelumnya terdapat istilah *upper control limit* (UCL) dan *lower control limit* (LCL), pada analisis kapabilitas proses ini terdapat istilah lain yaitu *upper specification limit* (USL) dan *lower specification limit* (LSL). Salah satu cara untuk mengetahui kapabilitas proses adalah dengan menentukan indeks kapabilitas proses ( $C_p$ ). Suatu proses dikatakan kapabel jika memiliki nilai  $C_p > 1$  (Montgomery, 2013). Pada kasus multivariat, estimasi dari indeks kapabilitas proses ( $\hat{C}_p$ ) dapat dihitung dengan persamaan berikut (Kotz & Johnson, 1993)

$$\hat{C}_p = \frac{K}{\chi_{0,05;4}^2} \left( \frac{(n-1)m}{S} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

di mana  $\chi_{0,05;4}^2$  berdasarkan tabel *chi-square* dengan 0,05 sebagai tingkat signifikansi  $\alpha$  dan 4 sebagai *degree of freedom* yang besarnya sesuai dengan banyaknya variabel,  $n$  ialah ukuran sampel pengamatan yang telah terkendali,  $m$

ialah jumlah variabel karakteristik kualitas,  $K$  ialah daerah proses sebenarnya yang diperoleh dari

$$K^2 = (\bar{X}_j - \xi_j)' \Sigma^{-1} (\bar{X}_j - \xi_j) \quad (2.31)$$

dengan  $j = 1, \dots, m$ ,  $\Sigma^{-1}$  ialah *invers* matriks varian kovarian dari  $m$ -variabel karakteristik kualitas, dan  $\xi_j$  ialah nilai target setiap variabel yang ditentukan oleh

$$\xi_j = \frac{1}{2} (USL_j + LSL_j), \quad (2.32)$$

sedangkan  $S$  diperoleh oleh

$$S = \sum_{t=1}^n (\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.33)$$

dengan matriks  $\mathbf{A} = \mathbf{X}'\mathbf{X}$ .

#### 2.1.4 Karakteristik Kualitas Gula Kristal Putih

Menurut Badan Standarisasi Nasional (2010), gula kristal putih (GKP) adalah gula kristal yang terbuat dari tebu yang melalui proses sulfitasi/karbonatasi/fosfatasi atau proses lainnya sehingga dapat langsung dikonsumsi. Kebutuhan GKP selalu mengalami peningkatan setiap tahunnya, oleh karena itu pabrik-pabrik gula di Indonesia selalu berupaya untuk meningkatkan kuantitas produksinya agar dapat mengimbangi kebutuhan nasional yang terus meningkat. Peningkatan kuantitas produksi GKP tentunya harus diimbangi pula dengan peningkatan kualitasnya.

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), kualitas adalah tingkat baik atau buruknya sesuatu. Kualitas sendiri merupakan ukuran tingkat kesesuaian produk atau barang dengan standar yang telah ditentukan (Aden, dkk., 2019).

Sederhananya, kualitas ini menandakan baik atau buruknya produk atau barang yang dihasilkan.

Guna menjamin kualitas dari produk GKP yang dihasilkan oleh pabrik, pemerintah melalui Badan Standardisasi Nasional (BSN) mengatur Standar Nasional Indonesia (SNI) untuk produk GKP dengan nomor SNI 3140.3:2010. Di dalam SNI tersebut salah satunya mengatur syarat-syarat mutu GKP dengan beberapa parameter uji yang digunakan oleh pabrik-pabrik gula di Indonesia. Parameter uji tersebut terangkum pada Tabel 2.4.

**Tabel 2.4** Syarat Mutu Gula Kristal Putih (GKP) SNI

No.	Parameter Uji	Satuan	Persyaratan	
			GKP 1	GKP 2
1.	Warna			
1.1	Warna Kristal	CT	4,0 – 7,5	7,6 – 10,0
1.2	Warna Larutan	IU	81 – 200	201 – 300
2.	Besar Jenis Butir	mm	0,8 – 1,2	0,8 – 1,2
3.	Susut Pengeringan (b/b)	%	Maks. 0,1	Maks. 0,1
4.	Polarisasi ( $^{\circ}Z$ , 20 $^{\circ}C$ )	“Z”	Min. 99,6	Min. 99,5
5.	Abu Konduktiviti	%	Maks. 0,10	Maks. 0,15
6.	Bahan Tambahan Pangan			
6.1	Belerang Dioksida ( $SO_4$ )	mg/kg	Maks. 30	Maks. 30
7.	Cemaram Logam			
7.1	Timbal (Pb)	mg/kg	Maks. 2	Maks. 2
7.2	Tembaga (Cu)	mg/kg	Maks. 2	Maks. 2
7.3	Arsen (As)	mg/kg	Maks. 1	Maks. 1

### 2.1.5 Proses Produksi Gula Kristal Putih

Kegiatan produksi GKP di PG Madukismo hanya berlangsung pada musim panen tebu atau biasa disebut sebagai musim giling yang biasanya berlangsung sekitar 6 bulan dimulai dari bulan Mei hingga November. Proses produksi GKP di PG Madukismo menggunakan sistem proses kontinyu dan pengolahan bahan bakunya menggunakan sistem *First In First Out* (FIFO), yaitu bahan yang datang lebih dulu akan di proses terlebih dahulu. Proses produksi GKP pada PG

Madukismo Yogyakarta dijelaskan sebagai berikut (PT Perkebunan Nusantara (PTPN) XI).

1. Tahapan persiapan giling

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan bahan baku utama GKP yaitu tebu yang diperoleh dari daerah di sekitaran Yogyakarta yang selanjutnya akan masuk ke stasiun penggilingan. Tebu-tebu tersebut dipanen saat sudah berusia sekitar 10-15 bulan. Jarak waktu tebu setelah ditebang sampai digiling maksimal 36 jam. Kadar kotoran yang ada pada tebu maksimal 5%, meliputi: tebu mati, pucuk, daun, pelepah, tanah, akar sogolan. Tebu-tebu dari kebun diikat dalam satu bongkok kemudian dimasukkan ke dalam truk atau lori tebu lalu di bawa ke pabrik dan ditimbang. Tebu yang berada di lori langsung ditimbang dan siap untuk digiling.

2. Tahap penggilingan

Tahap penggilingan dilakukan di stasiun gilingan pabrik gula. Tujuannya ialah untuk memisahkan sebanyak mungkin nira mentah dari batang tebu, sehingga akan meminimalkan hilangnya kandungan gula pada serabut (ampas).

3. Tahap pemurnian nira

Nira mentah yang dihasilkan oleh stasiun gilingan sebenarnya telah disaring, namun nira tersebut masih mengandung banyak kotoran koloid, sehingga pihak pabrik melakukan tahap pemurnian lanjutan dengan metode sulfitasi alkalis. Dari tahap pemurnian lanjutan ini dihasilkan nira bersih yang akan diproses lebih lanjut pada tahapan selanjutnya dan nira kotor yang akan menjadi blotong sebagai pupuk organik.

#### 4. Tahap penguapan

Tahap ini berlangsung pada stasiun penguapan yang bertujuan untuk mengurangi kadar air yang terdapat pada nira dengan cara diuapkan pada evaporator. Nira yang keluar dari evaporator ini akan menjadi nira kental.

#### 5. Tahap pengkristalan

Tahap kristalisasi ini berlangsung pada stasiun masakan, yang tujuannya untuk mengubah sukrosa yang ada pada nira kental menjadi kristal. Untuk memperoleh hasil kristal yang baik dan maksimal, PG Madukismo menggunakan sistem masakan A, C, dan D. Dan ketiga masakan tersebut mempunyai harkat kemurnian (HK) yang berbeda-beda yaitu Masakan A dengan HK 83 – 85%, Masakan C dengan HK 74 – 76%, dan Masakan D dengan HK 59-61%.

#### 6. Tahap pemutaran

Pemisahan larutan dengan kristal dilakukan menggunakan alat putaran yang bekerja dengan gaya sentrifugal. Hal ini bertujuan untuk memisahkan gula kristal dari *stroop*, klare, dan tetes. Tahap ini berlangsung pada stasiun putaran. Sesuai jenis masakannya ada tiga jenis putaran yaitu putaran A, C, dan D1. Untuk mendapatkan gula yang putih, maka kristal tersebut akan diputar 2 kali sehingga ada putaran A dan SHS, putaran C, putaran D1 dan putaran D2. Larutan pada putaran I disebut *stroop* dan larutan pada putaran II disebut klare.

Putaran A akan menghasilkan gula A dan *stroop* A. Gula A dipompa ke putaran SHS dan diperoleh klare SHS yang digunakan untuk bahan masakan bibit dan sebagian dimasukkan ke masakan A, sedangkan *stroop* A digunakan sebagai bahan masakan C dan D. Pada putaran SHS dihasilkan gula SHS yang akan dibawa ke stasiun penyelesaian.

Hasil dari masakan C akan dibawa ke putaran C dan menghasilkan gula C serta *stroop* C. *Stroop* C dipompa ke bak penampungan untuk digunakan sebagai bahan masakan bibit. Untuk masakan D dari palung pendingin dibawa ke putaran D1 menghasilkan gula D1 serta tetes. Tetes dibawa ke pabrik spiritus Madukismo dan gula D1 dialirkan ke putaran D2 menghasilkan gula D2 serta Mare D1.

#### 7. Tahap penyelesaian

Pada tahap ini dibagi ke dalam beberapa tahap lagi, di antaranya proses pengeringan, penyaringan, dan pengemasan.

##### a. Proses Pengeringan

Produk yang keluar dari putaran SHS yaitu gula SHS masih dalam kondisi basah dan lengket, sehingga perlu dikeringkan terlebih dahulu sebelum dilakukan pengemasan. Pengeringan dilakukan dalam mesin pengering yang dialiri udara kering panas sehingga menghasilkan gula kering yang tidak lengket. Gula SHS dari putaran dipindahkan ke talang goyang untuk proses pendinginan dan pemisahan gula antara yang kasar dan yang halus. Gumpalan gula yang kasar akan diolah kembali.

##### b. Proses Penyaringan

Kristal gula dari talang goyang kemudian masuk ke silo dan dipisahkan antara gula dengan ukuran sesuai dan gula yang halus sekali. Kemudian gula yang sesuai spesifikasi dilakukan pengemasan setiap 50 kg per karung.

##### c. Penyimpanan

Gula yang sudah dilakukan pengemasan dalam kemasan 50 kg kemudian dibawa ke gudang untuk disimpan sebelum dipasarkan.



## 2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an/Hadits

Pada BAB I subbab 1.1 telah dijelaskan mengenai ayat Al-Qur'an yang berkaitan dengan pengendalian kualitas produk, yaitu pada QS. Asy-Syu'ara/26:181-184 beserta dengan tafsirnya. Pada subbab ini akan dijelaskan poin-poin yang terdapat pada ayat tersebut.

### 1. Menyempurnakan takaran dan timbangan

Menurut KBBI, takaran adalah ukuran, sedangkan timbangan adalah imbangan; timbalan; bandingan. Konteks menimbang dan menakar sangat erat kaitannya dengan perdagangan dalam kehidupan sehari-hari. Berdagang merupakan salah satu kegiatan yang banyak dilakukan orang-orang untuk memenuhi kebutuhan hidupnya.

Dalam bergadag selalu ada transaksi jual beli antara penjual dan pembeli. Pada transaksi tersebut ada dua hal yang harus selalu diperhatikan oleh penjual sebagai bentuk kewajiban dan tanggung jawab seorang penjual kepada pembelinya. Dua hal tersebut ialah timbangan dan takaran. Sebagai seorang pedagang harus selalu jujur dalam menyempurnakan takaran dan timbangan yang sudah menjadi kesepakatan antara pembeli dan penjual. Beberapa kali hal tersebut dibicarakan di dalam Al-Qur'an, salah satunya pada surah Al-Syu'ara ayat 181-183 yang telah disebutkan sebelumnya pada BAB I subbab 1.1. Selain itu, juga terdapat pada surah al-Muthaffifin/83 ayat 1-3, yang artinya

*“Celakalah orang-orang yang curang (dalam menakar dan menimbang)! (1), (Mereka adalah) orang-orang yang apabila menerima takaran dari orang lain, mereka minta dipenuhi (2), (Sebaliknya,) apabila mereka menakar atau menimbang untuk orang lain, mereka kurangi (3) (Kementerian Agama RI, 2022).*

Kata التَّطْفِيفُ (*at-tathfif*) bermakna pengurangan. Pelakunya disebut *muthaffif*. Menurut Ulama Lughah (Bahasa Arab), *al-muthaffifûn* adalah orang-orang yang mengurangi takaran dan timbangan, tidak memenuhi dan menyempurnakannya (Yayasan Lajnah Istiqomah, 2013).

Allah Swt. langsung menjelaskan *al-muthaffifûn* dalam ayat kedua dan ketiga berikut,

*“Yaitu orang-orang yang apabila menerima takaran dari orang lain mereka minta dipenuhi. Dan apabila mereka menakar atau menimbang untuk orang lain, mereka mengurangi.”* (Kementerian Agama RI, 2022).

Praktik kecurangan mereka seperti yang dijelaskan oleh Allah Swt. yaitu ketika menimbang atau menakar bagi diri sendiri, maka mereka menuntut takaran dan timbangan yang penuh bahkan meminta untuk dilebihkan. Akan tetapi jika mereka yang menimbang atau menakar untuk orang lain, mereka mengurangi kadarnya. Caranya beragam, ada yang dengan cara memodifikasi alat timbangan, ada yang langsung tidak memenuhi takaran dan timbangannya, atau dengan cara-cara curang lainnya.

## 2. Takwa

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), takwa merupakan terpeliharanya diri untuk tetap taat melaksanakan perintah Allah dan menjauhi segala larangan-Nya; keinsafan diri yang diikuti dengan kepatuhan dan ketaatan dalam melaksanakan perintah Allah dan menjauhi segala larangan-Nya; kesalehan hidup. Menurut bahasa, takwa berasal dari bahasa Arab yang berarti memelihara diri dari siksaan Allah SWT, yaitu dengan mengikuti segala perintah-Nya dan menjauhi segala larangan-Nya. Takwa (*taqwa*) berasal dari kata “*waqayaqi-wiqayah*” yang artinya memelihara, yakni menjaga diri agar selamat dunia

dan akhirat (Alfi, 2019). Kata “*Waqfa*” juga bermakna melindungi sesuatu, yakni melindunginya dari berbagai hal yang membahayakan dan merugikan.

*Taqwa* dapat diartikan sebagai sebuah bentuk kehati-hatian, menjaga, merawat dan memelihara diri, baik dari nafsu syahwat, perbuatan syirik, ataupun segala hal yang menyebabkan seseorang menerima azab Allah di akhirat. Lebih jauh, seorang yang bertakwa memiliki kemampuan untuk memisahkan antara yang hak dan yang batil, atau dengan bahasa lain, ia memiliki sifat furqan. Jadi, pada hakikatnya orang yang bertakwa adalah orang yang menjaga diri dari azab Allah, yaitu mereka yang memiliki pandangan dan kesadaran yang tinggi dalam memahami dan menghayati sebab-sebab yang dapat menimbulkan azab tersebut.

Dari Abu Dzar Jundub bin Junadah dan Abu ‘Abdirrahman Mu’adz bin Jabal radhiyallahu ‘anhuma, dari Rasulullah Saw. beliau bersabda,

*“Bertakwalah kepada Allah subhanahu wa ta’ala di manapun engkau berada. Iringilah kejelekan itu dengan kebaikan niscaya kebaikan itu akan menghapusnya (kejelekan). Dan pergaulilah manusia dengan pergaulan yang baik.”* (HR. at Tirmidzi, dan ia berkata bahwa *hadits* ini hasan. Di sebagian naskah *hadits-hadits* ini hasan *shahih*) (Hadist Arba’in, No. 18).

*Hadits* ini memang terlihat pendek namun maknanya luas dan dalam. *Hadits* ini mengandung 3 (tiga) makna yakni yang pertama tentang hubungan kita kepada Allah Swt., yang kedua tentang hubungan kita dengan diri kita sendiri, dan yang ketiga tentang hubungan kita dengan sesama manusia.

Anjuran pertama dari *hadits* ini yaitu tentang hubungan kita dengan Allah Swt. yang mana kita harus senantiasa berbuat baik, dan menjauhkan diri dari segala bentuk keburukan. Anjuran kedua tentang hubungan diri kita dengan diri kita sendiri ialah sesegera mungkin melakukan kebaikan setelah melakukan keburukan. Maksudnya ialah sesegera mungkin bertobat setelah melakukan

perbuatan buruk. Namun jika seseorang belum bisa bertobat tetapi ia berbuat kebaikan maka perbuatan tersebut akan ditimbang oleh Allah Swt. Jika timbangan kebaikannya lebih besar dibandingkan dengan keburukan maka Allah akan menghapuskan keburukan tersebut, hal ini sesuai dengan firman Allah SWT dalam Al-Qur'an surah Al-Anbiya' (21) ayat 47 yang artinya

*“Kami akan memasang timbangan yang tepat pada hari kiamat, maka tiadalah dirugikan seseorang barang sedikitpun. Dan jika (amalan itu) hanya seberat biji sawipun pasti Kami mendatangkan (pahala)nya. Dan cukuplah Kami sebagai pembuat perhitungan.”* (Kementerian Agama RI, 2022).

Anjuran yang ketiga yaitu tentang hubungan dengan sesama manusia maksudnya adalah menjaga pergaulan yang baik dalam kehidupan sehari-hari. Pergaulan kita sehari-hari akan menentukan bagaimana kehidupan yang kita jalani. Maka dari itu penting untuk memilah dan memilih pergaulan yang akan mendatangkan hal-hal positif pada kehidupan kita.

### **2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung**

Penelitian ini disusun dengan menggabungkan dua konsep statistika yang berbeda, yaitu konsep *time series* dan konsep pengendalian kualitas statistik. Penelitian ini diawali dengan mendeskripsikan data guna mengetahui karakteristik data, meliputi *mean* (rata-rata), median, standar deviasi, nilai maksimum, dan nilai minimum. Selanjutnya dilakukan uji korelasi terlebih dahulu terhadap data pengamatan dari semua karakteristik kualitas menggunakan uji Bartlett dengan statistik uji pada Persamaan (2.1). Keputusan yang diambil ialah tolak  $H_0$  atau tidak terdapat korelasi antarvariabel apabila  $\chi^2 \geq \chi^2_{(\alpha, \frac{1}{2}m(m-1))}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$  yang ditetapkan yaitu 0,05.

Kemudian dilakukan analisis data pengamatan karakteristik kualitas yang diduga berautokorelasi dan membentuk model *time series* yang sesuai. Dugaan autokorelasi ini didasari oleh proses produksi yang menggunakan mesin yang sama dari waktu ke waktu tanpa henti (kecuali persediaan bahan baku habis), sehingga hasil GKP yang sekarang akan dipengaruhi oleh bahan baku dan proses pada waktu sebelumnya. Tahapan membentuk model *time series* diawali dengan uji stasioneritas data. Pengujian stasioneritas data dilakukan dengan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) menggunakan statistik uji pada Persamaan (2.7). Keputusan ujinya yaitu tolak  $H_0$  atau terdapat *unit root* yang berarti data tidak stasioner jika nilai  $t_\phi$  kurang dari nilai kritis MacKinnon 5% atau *p-value* kurang dari  $\alpha$  yang telah ditetapkan ( $\alpha = 0,05$ ).

Apabila pada uji ADF diperoleh data tidak stasioner maka langkah selanjutnya adalah melakukan pembedaan atau *differencing* seperti pada Persamaan (2.9). *Differencing* atau pembedaan ini ialah suatu operasi untuk membentuk data *time series* baru dengan cara menghitung selisih nilai sampel pengamatan yang berurutan. Apabila data belum stasioner pada pembedaan pertama maka akan dilakukan pembedaan kedua, begitu pula seterusnya hingga diperoleh data yang stasioner.

Setelah diperoleh data yang stasioner, tahapan selanjutnya ialah mengidentifikasi model *time series* dengan melihat *plot* MACF atau fungsi matriks korelasi silang pada Persamaan (2.10) guna mengidentifikasi orde model VMA dan *plot* MPACF atau fungsi matriks autoregresi parsial pada Persamaan (2.11) untuk mengidentifikasi orde model VAR. Agar lebih mudah untuk dilakukan pengidentifikasian modelnya, representasi kedua *plot* tersebut diringkas oleh Tiao

dan Box (1981) dalam Wei (2006) menggunakan simbol (+), (−), dan (.). Tanda (+) berarti terdapat korelasi positif. Tanda (−) berarti terdapat korelasi negatif. Tanda (.) berarti tidak terdapat korelasi.

Setelah dilakukan identifikasi model *time series*, langkah selanjutnya adalah menentukan *lag* optimum dari model *time series* berdasarkan kriteria nilai AICc terkecil menggunakan Persamaan (2.12). Setelah diperoleh *lag* optimum dilakukan estimasi dan uji signifikansi parameter dari model *time series* yang terbentuk menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang diselesaikan dengan metode numerik Newton-Raphson. Semua langkah dalam analisis *time series* diolah dan dianalisis menggunakan program SAS *OnDemand for Academics* yang dapat diakses secara *online* dan gratis bagi mahasiswa.

Selanjutnya dilakukan uji asumsi terhadap residual model tersebut (*diagnostic checking*). Asumsi-asumsi yang diuji yaitu asumsi *white noise* dan asumsi distribusi normal multivariat. Pada uji asumsi *white noise* digunakan statistik uji Ljung-Box dalam kasus multivariat dengan rumus pada Persamaan (2.18). Sementara untuk asumsi distribusi normal multivariat dapat dilihat dengan statistik  $d_t^2$  yang didefinisikan dengan rumus pada Persamaan (2.19). Keputusan yang diambil ialah tidak menolak  $H_0$  jika setengah (50%) dari nilai  $d_t^2 \leq \chi_m^2$ . Setelah uji asumsi, dilakukan validasi model menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) pada Persamaan (2.22).

Setelah diperoleh model *time series* terbaik, selanjutnya dilakukan analisis pengendalian proses menggunakan grafik MEWMA berdasarkan nilai residual model *time series* yang terbaik. Pada analisis ini, data residual model *time series* terbaik sudah didefinisikan sebagai data pengamatan baru dan digunakan pada

analisis selanjutnya. Langkah awal pembuatan grafik MEWMA ialah menentukan nilai pembobot  $\lambda$  untuk masing-masing karakteristik kualitas. Berhubung perusahaan tidak memberikan alasan khusus untuk memberikan bobot yang berbeda pada masing-masing karakteristik kualitas, maka  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda$ . Uji coba nilai pembobot  $\lambda$  dapat dilihat pada Tabel 2.3. Setelah itu, menghitung nilai  $Z_t$  pada Persamaan (2.25) dan menghitung nilai  $T_t^2$  pada Persamaan (2.27) untuk semua data pengamatan. Kemudian, menggambarkan grafik MEWMA berdasarkan nilai  $Z_t$  dan  $T_t^2$ . Setelah itu, mengidentifikasi adanya sampel pengamatan yang *out of control*. Apabila ada sampel data yang *out of control* selanjutnya dilakukan pengeluaran (*excluded*) sampel data yang *out of control* tersebut serta dilakukan pembentukan grafik pengendali ulang hingga diperoleh sampel data yang terkendali atau *in control*.

Setelah itu, dilakukan analisis kapabilitas proses guna mengetahui seberapa baik suatu proses tersebut dalam memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan. Salah satu cara untuk mengetahui kapabilitas proses adalah dengan menentukan nilai estimasi indeks kapabilitas proses ( $C_p$ ) yang dapat dihitung dengan rumus pada Persamaan (2.30). Sebelum itu, mencari terlebih dahulu nilai target dari masing-masing karakteristik kualitas dengan rumus pada Persamaan (2.32). Kemudian menghitung nilai  $K$  dan  $S$  yang terdapat pada Persamaan (2.30) yang masing-masing dapat dihitung dengan Persamaan (2.31) dan (2.33).

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Jenis Penelitian**

Penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian kuantitatif karena proses analisisnya ditekankan pada data-data numerik yang diolah dengan metode statistika serta studi literatur yang memanfaatkan berbagai sumber, seperti jurnal ilmiah dan buku-buku sebagai referensi. Pada penelitian ini, peneliti menggunakan empat variabel karakteristik kualitas yang diduga berautokorelasi. Kemudian menganalisisnya dengan membentuk model *time series* yang sesuai dan diperoleh residual yang bebas autokorelasi. Residual data ini akan dianggap sebagai data pengamatan yang baru dan dilakukan analisis pengendalian kualitas GKP menggunakan grafik pengendali MEWMA.

#### **3.2 Data dan Sumber Data**

Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa karakteristik kualitas GKP masa giling tahun 2022 Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta mulai 9 Mei – 16 Juli 2022 yang didapatkan dari pembukuan Laboratorium *Quality Control* Pabrikasi Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta dengan jumlah data sebanyak 182 pengamatan berukuran  $n = 1$  (individu).

Variabel kualitas GKP yang digunakan pada penelitian ini diambil dari SNI GKP yang dikeluarkan pemerintah melalui Badan Standarisasi Nasional (2010) berdasarkan Tabel 2.4. Pada penelitian ini hanya akan diambil 4 karakteristik



kualitas saja dari keseluruhan karakteristik kualitas yang ada pada tabel tersebut, variabel-variabel tersebut disajikan pada Tabel 3.1.

**Tabel 3.1** Variabel Penelitian

<b>Variabel</b>	<b>Keterangan Variabel</b>	<b>Satuan Variabel</b>	<b>Spesifikasi SNI</b>
$X_1$	Susut Pengeringan (Kadar Air)	%	Maksimal 0,1
$X_2$	Besar Jenis Butir (BJB)	mm	0,8 – 1,2
$X_3$	Polarisasi	“Z”	Minimal 99,6
$X_4$	Warna Larutan (ICUMSA)	IU	81 – 200

Terdapat faktor eksternal yang juga menjadi perhatian pada penelitian ini yaitu faktor curah hujan harian di wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta. Faktor ini nantinya dapat memengaruhi rendemen tebu dan rendemen tebu akan memengaruhi kualitas GKP yang dihasilkan oleh pabrik. Pola data curah hujan harian akan diamati bersamaan dengan pola karakteristik kualitas GKP. Data curah hujan harian wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta mulai 9 Mei hingga 16 Juli 2022 diperoleh dari *website* Pusat *Database* BMKG.

### 3.3 Teknik Analisis Data

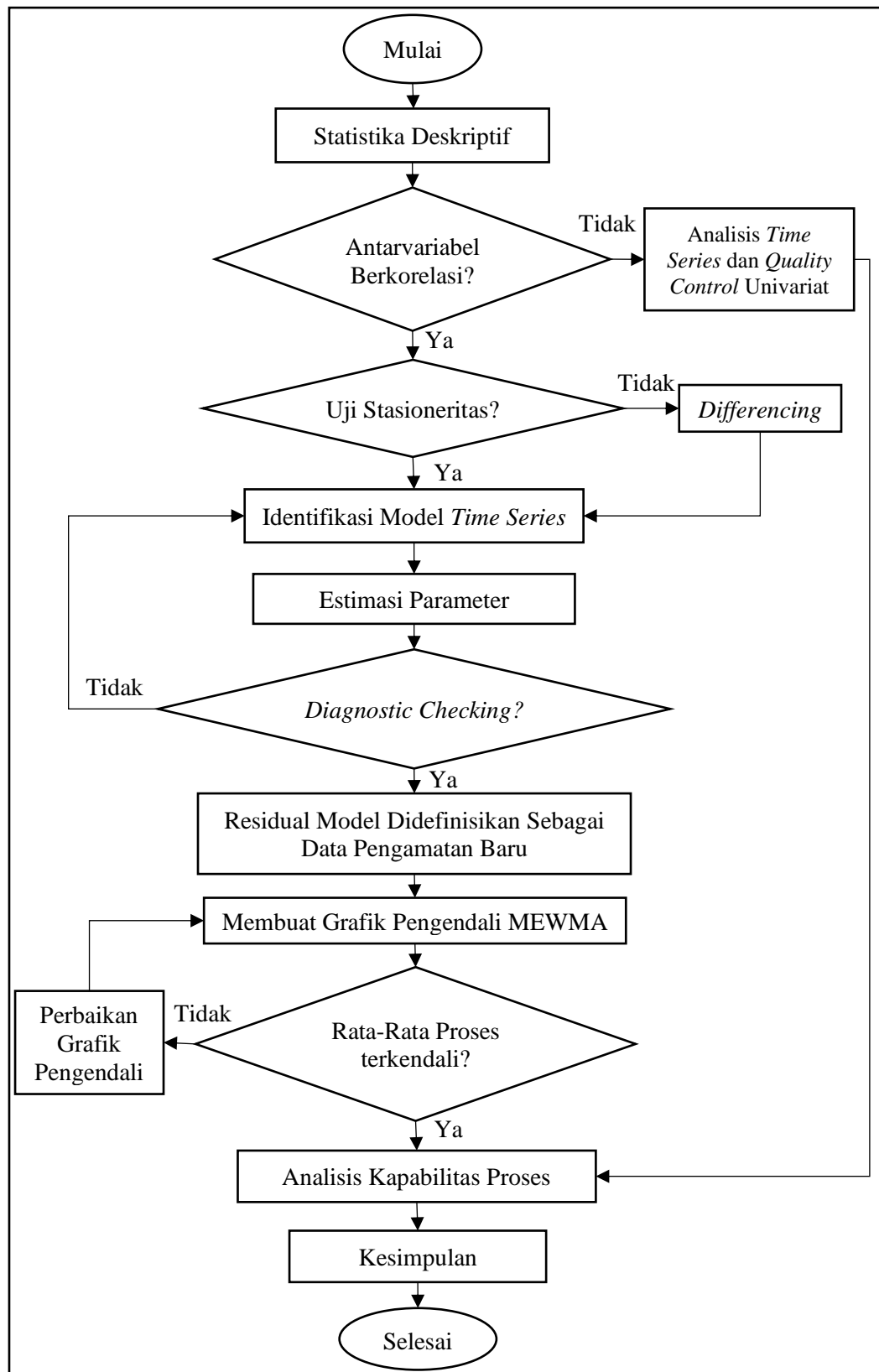
Langkah-langkah analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan data pengamatan kualitas GKP dengan menggunakan statistika deskriptif (*mean*, *variance*, nilai maksimal, dan nilai minimum).
2. Melakukan pengecekan korelasi antarvariabel (uji dependensi) terhadap data pengamatan dengan uji Bartlett pada Persamaan (2.1).
3. Membentuk model *time series* VARIMA yang sesuai guna memperoleh data residual karakteristik kualitas dengan langkah-langkah berikut.

- a. Melakukan uji stasioneritas terhadap masing-masing variabel kualitas GKP menggunakan uji Augmented Dickey-Fuller (ADF). Jika data tidak stasioner, maka dilakukan *differencing* hingga diperoleh data yang stasioner.
  - b. Mengidentifikasi model *time series* yang cocok dengan melihat *plot* MACF atau fungsi matriks korelasi silang dan *plot* MPACF atau fungsi matriks autoregresi parsial.
  - c. Menentukan *lag* optimum dengan melihat nilai AICc paling kecil.
  - d. Mengestimasi parameter model *time series* yang terbentuk.
  - e. Melakukan *diagnostic checking* terhadap residual model *time series* yang terbentuk, meliputi uji asumsi *white noise* dengan uji Portmanteau dan uji asumsi distribusi normal multivariat dengan menghitung jarak Mahalonobis dan nilai *Chi-Square*.
  - f. Memvalidasi model *time series* yang terbentuk menggunakan persamaan MAPE.
4. Mendefinisikan residual data model *time series* yang terbentuk sebagai data pengamatan yang baru.
  5. Membuat grafik MEWMA dengan langkah-langkah berikut.
    - a. Menentukan nilai pembobot  $\lambda$  untuk masing-masing karakteristik kualitas. Berhubung perusahaan tidak memberikan alasan khusus untuk memberikan bobot yang berbeda pada masing-masing karakteristik kualitas, maka  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda$ .
    - b. Menghitung nilai statistik MEWMA ( $\mathbf{Z}_t$ ) pada Persamaan (2.25) untuk setiap  $t = 1, 2, 3, \dots, 180$ .

- c. Menghitung nilai matriks varian kovarian dari nilai statistik MEWMA ( $\Sigma_{z_t}$ ) dan *invers*-nya ( $\Sigma_{z_t}^{-1}$ ) pada Persamaan (2.29).
  - d. Menggambarkan grafik MEWMA dengan menghitung nilai titik sampel pengamatan ( $T_t^2$ ) pada Persamaan (2.27) untuk setiap  $t = 1, 2, 3, \dots, 180$ .
  - e. Mengidentifikasi adanya sampel pengamatan yang *out of control*, kemudian sampel pengamatan tersebut dilakukan pengeluaran.
  - f. Setelah dilakukan pengeluaran sampel yang *out of control*, selanjutnya dilakukan pengulangan langkah (b-d) hingga diperoleh grafik MEWMA yang terkendali.
6. Menghitung nilai estimasi indeks kapabilitas proses ( $\hat{C}_p$ ) produksi GKP Pabrik Gula Madukismo Yogyakarta dengan langkah-langkah berikut.
- a. Menghitung nilai target ( $\xi$ ) dari masing-masing karakteristik kualitas dengan rumus pada Persamaan (2.32).
  - b. Menghitung nilai daerah proses sebenarnya ( $K$ ) pada Persamaan (2.31).
  - c. Menghitung nilai  $S$  pada Persamaan (2.33).
  - d. Mencari nilai *chi-square* ( $\chi_{0,05;4}^2$ ) dengan derajat bebas 4 dan tingkat signifikansi 0,05 pada tabel distribusi *chi-square*.
  - e. Apabila nilai target ( $\xi$ ), nilai daerah proses sebenarnya ( $K$ ), nilai *chi-square* ( $\chi_{0,05;4}^2$ ), dan nilai  $S$  telah diketahui, lalu menghitung nilai estimasi dari indeks kapabilitas proses ( $\hat{C}_p$ ) dengan rumus pada Persamaan (2.30).

### 3.4 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Analisis Deskriptif Karakteristik Kualitas Gula Kristal Putih

Analisis deskriptif pada keempat variabel karakteristik kualitas gula kristal putih bertujuan untuk mengetahui gambaran umum karakteristik data. Statistika deskriptif keempat variabel karakteristik kualitas GKP: susut pengeringan (kadar air), besar jenis butir (BJB), polarisasi, dan warna larutan (ICUMSA) pada tanggal giling mulai 9 Mei – 16 Juli 2022 di PG Madukismo dapat dilihat pada Tabel 4.1.

**Tabel 4.1** Deskriptif Karakteristik Kualitas GKP

<b>Karakteristik Kualitas</b>	<b>Rata-Rata</b>	<b>Varians</b>	<b>Minimum</b>	<b>Maksimum</b>	<b>Spesifikasi SNI</b>
Susut Pengeringan (%)	0,0225	0,000051	0,016	0,043	Maks. 0,1
Besar Jenis Butir (mm)	0,8079	0,000092	0,79	0,84	0,8 – 1,2
Polarisasi (°Z)	99,646	0,0028	99,6	99,8	Min. 99,6
Warna Larutan (IU)	174,68	103,68	158	200	81 – 200

Pada Tabel 4.1 terlihat bahwa rata-rata susut pengeringan (kadar air) selama periode giling mulai 9 Mei – 16 Juli 2022 sebesar 0,0225% dengan nilai minimum sebesar 0,016% dan nilai maksimum sebesar 0,043% yang ketiganya masih berada di dalam batas spesifikasi SNI sehingga dapat dikatakan kualitasnya memenuhi standar. Sementara untuk nilai variansnya cukup kecil yaitu sebesar 0,000051% yang berarti jarak antar datanya relatif kecil dan dapat dikatakan homogen.

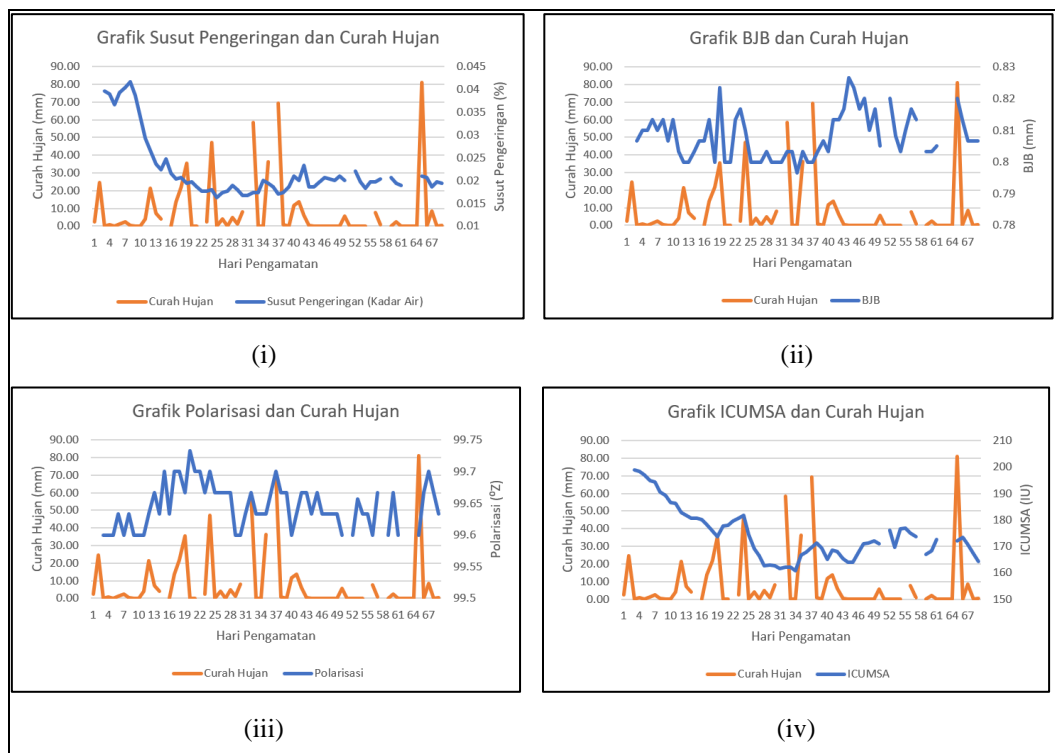
Karakteristik kualitas besar jenis butir (BJB) memiliki nilai rata-rata sebesar 0,8079 mm yang berada dalam batas spesifikasi SNI namun memiliki nilai minimum sebesar 0,79 mm yang berada di luar batas spesifikasi SNI. Nilai

variannya tergolong kecil yakni sebesar 0,000092 mm, berarti jarak antar data relatif kecil dan data karakteristik kualitas besar jenis butir dapat dikatakan homogen.

Karakteristik kualitas polarisasi memiliki nilai rata-rata sebesar 99,646°Z, nilai minimum sebesar 99,6°Z, dan nilai maksimum sebesar 99,8°Z. Ketiga nilai ini berada di atas ambang batas nilai yang ditetapkan SNI, sehingga dapat dikatakan bahwa karakteristik kualitas polarisasi memenuhi SNI. Nilai variannya tergolong kecil yakni sebesar 0,0028°Z yang berarti jarak antar data relatif kecil dan data polarisasi ini dapat dikatakan homogen.

Terakhir untuk karakteristik kualitas warna larutan nilai rata-rata sebesar 174,68 IU (*international unit*) berada dalam standar spesifikasi yang telah ditetapkan SNI sehingga dapat dikatakan kualitasnya baik dan memenuhi standar. Sedangkan untuk nilai variannya sebesar 103,68 IU. Angka tersebut cukup besar, sehingga jarak antar data relatif cukup besar dan karakteristik kualitas warna larutan dapat dikatakan heterogen.

Selain melihat statistik deskriptif masing-masing data, juga akan dilihat gambaran pengaruh faktor eksternal yang memengaruhi kualitas gula, yaitu faktor curah hujan. Berdasarkan data curah hujan pada Lampiran 2, diperoleh grafik curah hujan dengan keempat karakteristik kualitas yang dapat dilihat pada Gambar 4.1. Data karakteristik kualitas yang digunakan untuk membuat grafik pada Gambar 4.1 merupakan data rata-rata kualitas harian, dikarenakan per harinya terdapat 3 kali pengambilan sampel data (dapat dilihat pada Lampiran 3).



**Gambar 4.1** Grafik Curah Hujan dengan (i) Susut Pengerinan, (ii) BJB, (iii) Polarisasi, dan (iv) ICUMSA

Diketahui curah hujan di Daerah Istimewa Yogyakarta pada tanggal 9 Mei – 16 Juli 2022 tergolong rendah, pada saat itu di Daerah Istimewa Yogyakarta sedang mengalami musim kemarau. Umumnya musim giling pabrik gula di Indonesia memang dimulai saat mulai memasuki musim kemarau, harapannya agar diperoleh kualitas gula yang baik. Rata-rata curah hujan di Daerah Istimewa Yogyakarta pada tanggal tersebut hanya sebesar 8,8 mm. Curah hujan yang rendah ini mengakibatkan semakin tinggi rendemen tebu sehingga kualitas gula yang dihasilkan semakin baik. Terlihat pada Gambar 4.1 (i), karakteristik kualitas susut pengeringan atau kadar air bergerak cenderung konstan di angka 0,02% sesuai dengan pola curah hujan yang sebagian besar berada di sekitaran angka nol. Hanya ada beberapa data di awal pengamatan yang memiliki pola kadar air yang tinggi padahal pada saat itu curah hujan menunjukkan angka yang tidak terlalu tinggi. Hal ini kemungkinan bisa disebabkan oleh curah hujan di hari-hari sebelumnya yang

cukup tinggi atau tebu yang digunakan sebagai bahan baku GKP berasal dari luar Daerah Istimewa Yogyakarta yang memiliki curah hujan tinggi saat dipanen. Sekilas terlihat bahwa semakin rendah curah hujan maka karakteristik kualitas kadar air pun semakin rendah sehingga akan menguntungkan saat penyimpanan gula di dalam Gudang.

Pada Gambar 4.1 (ii) dan (iii) karakteristik kualitas BJB dan polarisasi terlihat cenderung tinggi saat curah hujan menunjukkan grafik di sekitaran angka nol. Ini berarti saat curah hujan rendah maka kandungan gula dalam tebu tinggi sehingga mengakibatkan kadar sukrosa dan besar jenis butir GKP juga tinggi. Hal ini berbanding terbalik dengan karakteristik kualitas susut pengeringan pada Gambar 4.1 (i) yang sama-sama rendah ketika curah hujannya rendah. Sementara pada Gambar 4.1 (iv) sama seperti Gambar 4.1 (i) yang mana terjadi peningkatan ICUMSA di awal-awal pengamatan, kemudian terlihat konstan di hari-hari selanjutnya. Hal ini mengindikasikan bahwa semakin rendah curah hujan semakin rendah pula kadar air dan ICUMSA-nya tetapi semakin tinggi kadar sukrosanya atau polarisasinya. Hal ini menunjukkan bahwa pola curah hujan bisa memengaruhi kualitas GKP yang diproduksi.

#### **4.2. Uji Korelasi Variabel**

Setelah diperoleh deskriptif data karakteristik kualitas GKP pada subbab 4.1, selanjutnya akan diuji korelasinya (asumsi dependensi) guna mengetahui hubungan antarvariabel. Pada kasus pengamatan multivariat yang memiliki lebih dari dua variabel digunakan uji Bartlett dalam pengujian korelasinya menggunakan rumus pada Persamaan (2.1). Hipotesis yang digunakan yaitu  $H_0: \mathbf{R} = \mathbf{I}$  (tidak ada korelasi



antarvariabel),  $H_1: \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$  (ada korelasi antarvariabel). Keputusan yang diambil ialah tolak  $H_0$  apabila  $\chi^2 \geq \chi^2_{(\alpha, \frac{1}{2}m(m-1))}$  atau nilai  $p\text{-value} < \alpha$  (0,05).

Sebelum menghitung nilai  $\chi^2$  pada Persamaan (2.1), terlebih dahulu menghitung matriks korelasi  $\mathbf{R}$  pada Persamaan (2.2), diperoleh

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0,0797 & -0,3058 & 0,8236 \\ 0,0797 & 1 & -0,0108 & 0,0795 \\ -0,3058 & -0,0108 & 1 & -0,1236 \\ 0,8236 & 0,0795 & -0,1236 & 1 \end{pmatrix}$$

selanjutnya, menghitung nilai determinan matriks korelasi ( $|\mathbf{R}|$ ) dan diperoleh  $|\mathbf{R}| = 0,2732$ . Kemudian menghitung nilai  $\chi^2$  berdasarkan Persamaan (2.1), sehingga diperoleh nilai  $\chi^2$  berikut.

$$\begin{aligned} \chi^2 &= -\left(n - 1 - \frac{(2m+5)}{6}\right) \ln|\mathbf{R}| \\ &= -\left(182 - 1 - \frac{(2(4)+5)}{6}\right) \ln(0,2732) \\ &= -(178,8333)(-1,2975) \\ &= 232,0365 \end{aligned}$$

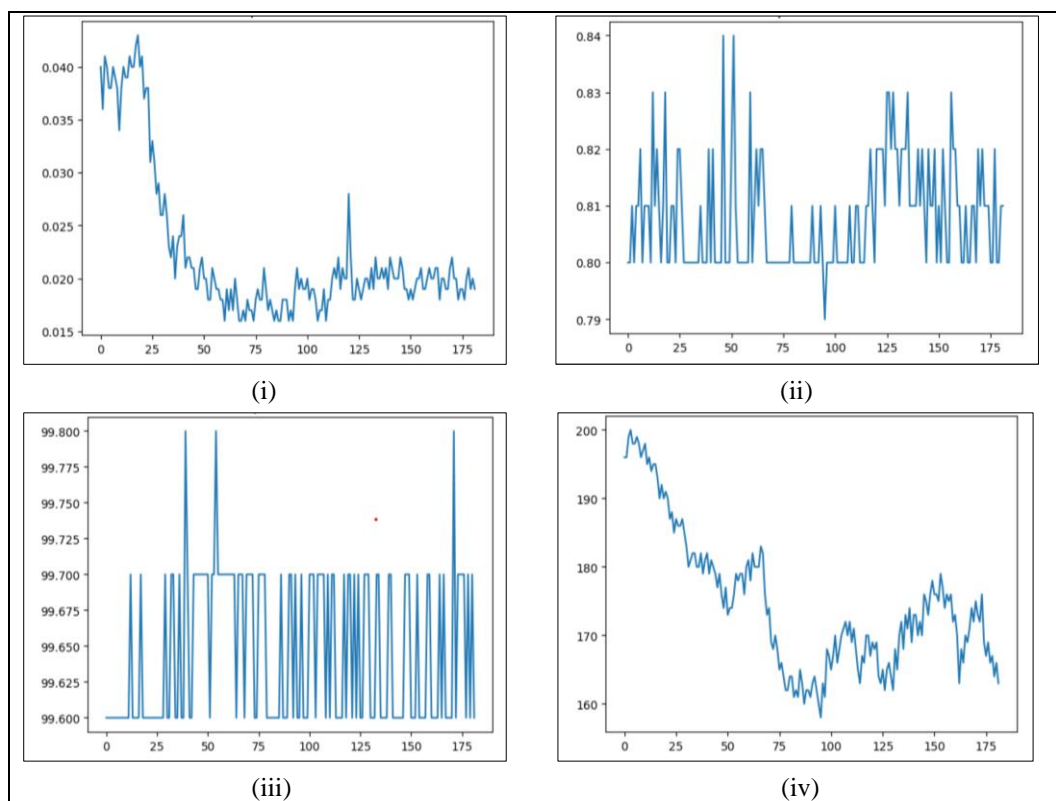
Setelah memperoleh nilai  $\chi^2$ , selanjutnya adalah menentukan nilai *Chi-Square* yang akan digunakan untuk pengujian signifikansi dengan  $\alpha = 0,05$  dan derajat kebebasan  $\frac{1}{2}(4)(4-1) = 6$  yaitu  $\chi^2_{0,05;6}$ . Berdasarkan tabel *Chi-Square* diperoleh nilai  $\chi^2_{0,05;6} = 12,5916$ . Berdasarkan hasil dari salah satu fungsi yang ada pada Microsoft Excel diketahui bahwa nilai  $\chi^2 = 232,0365$  memiliki  $p\text{-value}$  sebesar  $2,81458e - 47$ . Dengan demikian, dapat diambil keputusan bahwa nilai  $\chi^2$  lebih besar dari  $\chi^2_{0,05;6}$  dan  $p\text{-value}$  kurang dari  $\alpha$ , maka dapat diambil kesimpulan tolak  $H_0$  atau dengan kata lain antarvariabel karakteristik kualitas GKP berkorelasi.

### 4.3. Pemodelan *Time Series* VARIMA

Pemodelan *time series* VARIMA dilakukan untuk menemukan model VARIMA yang paling sesuai melalui beberapa tahapan antara lain: uji stasioneritas data, identifikasi model, estimasi parameter, uji asumsi residual model (*diagnostic checking*), dan terakhir validasi model. Semua tahapan dalam pemodelan VARIMA diolah dan dianalisis menggunakan program SAS *OnDemand for Academics* yang dapat diakses secara *online* dan gratis bagi mahasiswa.

#### 4.3.1 Uji Stasioneritas Data

Pada pemodelan VARIMA, data yang digunakan harus stasioner. Kestasioneran data dapat dilihat secara visual melalui grafik *time series* dari masing-masing karakteristik kualitas GKP pada Gambar 4.2.



**Gambar 4.2** Grafik *Time Series* (i) Susut Pengerinan, (ii) BJB, (iii) Polarisasi, dan (iv) ICUMSA

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa data memiliki pola yang tidak stabil atau tidak stasioner. Untuk grafik ICUMSA dan susut pengeringan terlihat jelas bahwa terdapat tren penurunan pada data pengamatannya. Untuk grafik BJB dan polarisasi sekilas terlihat hampir stabil pada rata-ratanya, meskipun terdapat beberapa data pengamatan yang mengalami peningkatan dan juga penurunan. Agar diperoleh keputusan yang akurat, kestasioneran data dapat diuji dengan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) pada Persamaan (2.7) dan (2.8) menggunakan data pengamatan asli dan diperoleh hasil pada Tabel 4.2.

**Tabel 4.2** Hasil Uji ADF Data Karakteristik Kualitas GKP

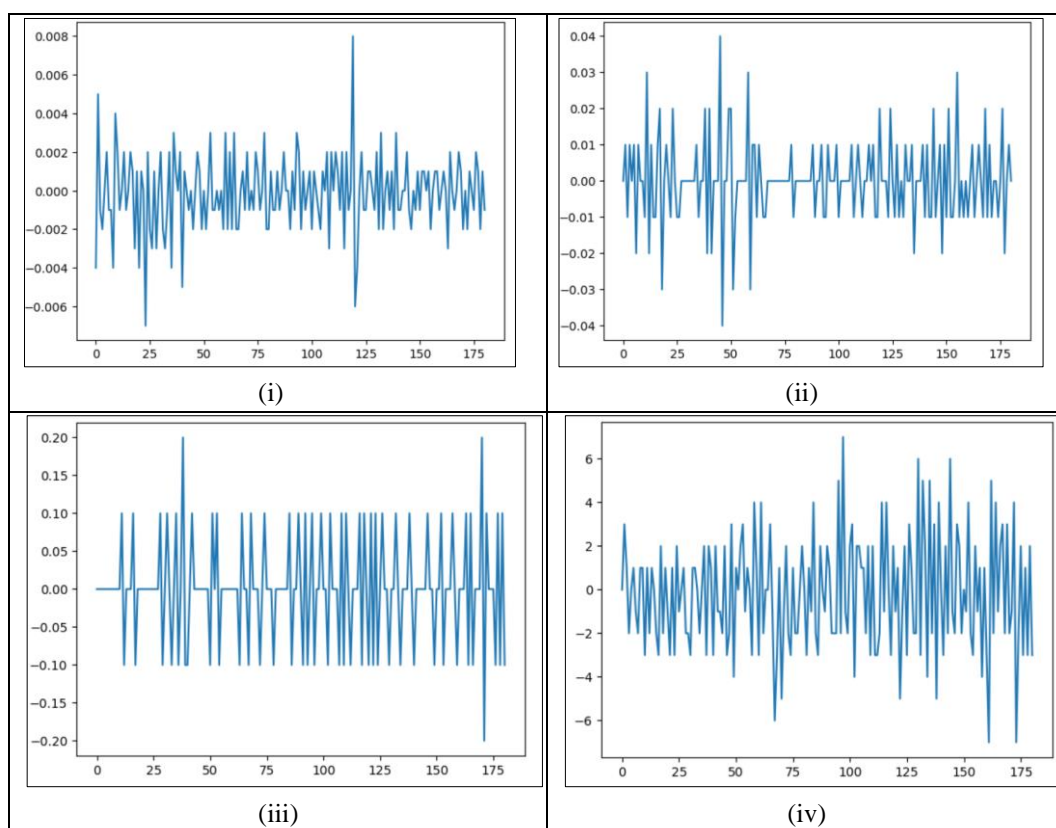
<b>Karakteristik Kualitas</b>	<i>t-statistic</i> ADF	<i>t-statistic</i> MacKinnon	<i>p-value</i>
Susut Pengeringan	-2,5166	-2,8775	0,1132
Besar Jenis Butir	-3,3801	-2,8777	0,0130
Polarisasi	-2,8569	-2,8779	0,0526
Warna Larutan	-2,3799	-2,8776	0,1489

Berdasarkan Tabel 4.2 terlihat bahwa terdapat tiga karakteristik kualitas yang memiliki nilai *t-statistic* ADF ( $t_\phi$ ) lebih besar dari nilai *t-statistic* MacKinnon 5% dan *p-value* yang lebih dari  $\alpha$  sebesar 0,05. Hanya ada satu karakteristik kualitas yaitu besar jenis butir yang memiliki nilai *t-statistic* ADF ( $t_\phi$ ) lebih kecil dari nilai *t-statistic* MacKinnon 5% dan *p-value* yang kurang dari  $\alpha$  sebesar 0,05. Maka, ada tiga karakteristik kualitas yang tidak menolak  $H_0$  atau tidak stasioner berdasarkan data asli. Oleh karena itu, perlu untuk melihat hasil pada *first differencing* untuk masing-masing karakteristik kualitas, karena setiap variabel harus memiliki perlakuan yang sama. Nilai *t-statistic* ADF ( $t_\phi$ ), nilai *t-statistic* MacKinnon 5%, dan *p-value* dari masing-masing karakteristik kualitas GKP setelah dilakukan *first differencing* dapat dilihat pada Tabel 4.3.

**Tabel 4.3** Hasil Uji ADF Setelah Dilakukan *First Differencing*

Karakteristik Kualitas	<i>t-statistic</i> ADF	<i>t-statistic</i> MacKinnon	<i>p-value</i>
Susut Pengeringan	-13,8454	-2,8775	0,0000
Besar Jenis Butir	-6,4293	-2,8785	0,0000
Polarisasi	-10,4603	-2,8779	0,0000
Warna Larutan	-8,0187	-2,8776	0,0000

Berdasarkan Tabel 4.3 dapat disimpulkan bahwa setelah dilakukan *first differencing*, keempat karakteristik kualitas GKP memiliki nilai *t-statistic* ADF ( $t_{\phi}$ ) lebih kecil dari nilai *t-statistic* MacKinnon 5% dan *p-value* yang kurang dari  $\alpha$  sebesar 0,05 sehingga dapat diambil keputusan tolak  $H_0$  yang berarti data telah stasioner. Grafik *time series* masing-masing karakteristik kualitas setelah dilakukan *first differencing* dapat dilihat pada Gambar 4.3. Terlihat pada Gambar 4.3 bahwa setelah dilakukan *first differencing*, grafik data cenderung konstan dari waktu ke waktu, sehingga dapat dikatakan data telah stasioner.



**Gambar 4.3** Grafik *Time Series* (i) Susut Pengeringan, (ii) BJB, (iii) Polarisasi, dan (iv) ICUMSA Setelah Dilakukan *First Differencing*

### 4.3.2 Identifikasi Model

Guna mengidentifikasi orde model VARIMA maka digunakan fungsi matriks korelasi silang dan fungsi matriks autoregresi parsial. Fungsi matriks korelasi silang digunakan untuk mengidentifikasi model VMA sedangkan fungsi matriks autoregresi parsial digunakan untuk mengidentifikasi model VAR. Berdasarkan data pada Lampiran 1 diperoleh skema fungsi matriks korelasi silang yang dapat dilihat pada Gambar 4.4.

<i>Schematic Representation of Cross Correlations</i>													
<i>Variable/Lag</i>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>Kadar Air</b>	+...	-...	....	..-	..+	....	...-	....	....	..-	....	....	....
<b>BJB</b>	..+	..-	....	....	....	....	....	....	...+	..-	....	..++	..--
<b>Polarisasi</b>	..++	..-	....	..+	..-	..+	..-	..+	..-	....	....	+...	....
<b>ICUMSA</b>	..++	..-	+...	....	....	....	...-	...+	....	+..-	....	....	....

*+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between*

**Gambar 4.4** Skema Fungsi Matriks Korelasi Silang

Berdasarkan Gambar 4.4 terlihat bahwa dari ke-12 *lag* yang ada pada skema, mulai *lag* ke-0 sampai ke-9 serta *lag* ke-11 dan ke-12 signifikan dengan adanya simbol (+) dan (-), hanya ada satu *lag* yaitu *lag* ke-10 yang tidak signifikan. Skema tersebut berguna untuk menentukan orde model VMA. Berarti kemungkinan model VMA yang terbentuk memiliki orde hingga *lag* ke-11. Selanjutnya model VAR dapat ditentukan dengan skema fungsi matriks autoregresi parsial pada Gambar 4.5. Berdasarkan Gambar 4.5 terlihat bahwa dari kedua belas *lag* yang ada pada skema, *lag* ke-0 sampai ke-8 serta *lag* ke-10 signifikan dengan adanya simbol (+) dan (-), namun ada tiga *lag* yang tidak signifikan yaitu *lag* ke-9, ke-11, dan ke-12. Maka kemungkinan model VAR yang terbentuk memiliki orde hingga *lag* ke-9.

<i>Schematic Representation of Partial Autoregression</i>												
<i>Variable/Lag</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Kadar Air</b>	-. .	-. .	...	...	...	...	...	...	...	...+	...	...
<b>BJB</b>	-. .	-. .	-. .	-. .	-. .	...	...	+..	...	...	...	...
<b>Polarisasi</b>	..-	..-	..-	..-	...	..-	...	..+	...	...	...	...
<b>ICUMSA</b>	..-	...	...	..-	...	...	..-	...	...	...	...	...
<i>+ is &gt; 2*std error, - is &lt; -2*std error, . is between</i>												

**Gambar 4.5** Skema Fungsi Matriks Autoregresi Parsial

Untuk lebih jelasnya mengenai orde yang paling sesuai untuk model VARIMA maka dapat melihat nilai *Akaike Information Criterion corrected* (AICc) paling kecil yang terangkum pada Tabel 4.4 (nilai AICc secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 6).

**Tabel 4.4** Nilai AICc

<i>Lag</i>	<b>MA 0</b>	<b>MA 1</b>	<b>MA 2</b>	<b>MA 3</b>	<b>MA 4</b>	...	<b>MA 11</b>
<b>AR 0</b>	-24,9444	-25,5915	-25,5584	-25,6020	-25,5471	...	-24,9144
<b>AR 1</b>	-25,5759	-25,6555	<b>-25,8086</b>	-25,7794	-25,6621	...	-24,8198
<b>AR 2</b>	-25,6889	-25,6929	-25,7317	-25,6744	-25,5709	...	-24,6867
<b>AR 3</b>	-25,7688	-25,7239	-25,6428	-25,4997	-25,4256	...	-24,3514
<b>AR 4</b>	-25,7884	-25,7335	-25,6128	-25,5003	-25,3303	...	-24,0813
<b>AR 5</b>	-25,7119	-25,6484	-25,4998	-25,4033	-25,2113	...	-23,8711
<b>AR 6</b>	-25,5942	-25,5225	-25,4040	-25,2933	-25,0627	...	-23,5263
<b>AR 7</b>	-25,4290	-25,3699	-25,2551	-25,1438	-24,9188	...	-23,1634
<b>AR 8</b>	-25,3260	-25,3524	-25,2423	-25,1010	-24,8582	...	-22,6854
<b>AR 9</b>	-25,2032	-25,2793	-25,0942	-24,8796	-24,6628	...	-22,1906

Berdasarkan Tabel 4.4 terlihat bahwa model yang memiliki nilai AICc terkecil adalah model VARIMA(1,1,2), sehingga residual dari model inilah yang akan didefinisikan sebagai data pengamatan baru dan dibentuk grafik MEWMA. Namun sebelum itu akan dilakukan uji asumsi residualnya terlebih dahulu.

### 4.3.3 Estimasi Parameter

Estimasi parameter dari model VARIMA(1,1,2) menghasilkan 48 parameter yang terdiri dari 16 parameter AR dan 32 parameter MA. Nilai estimasi parameter-parameter model VARIMA(1,1,2) terangkum pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Estimasi Parameter Model

Karakteristik Kualitas	Parameter	Nilai Estimasi	Variabel
Susut Pengeringan (Kadar Air)	AR1_1_1	-0,7596	kadarair(t-1)
	AR1_1_2	0,1268	bjb(t-1)
	AR1_1_3	-0,0113	pol(t-1)
	AR1_1_4	0,0006	icumsa(t-1)
	MA1_1_1	-0,4265	e1(t-1)
	MA1_1_2	0,1256	e2(t-1)
	MA1_1_3	-0,0116	e3(t-1)
	MA1_1_4	0,0008	e4(t-1)
	MA2_1_1	0,5161	e1(t-2)
	MA2_1_2	-0,0743	e2(t-2)
	MA2_1_3	0,0177	e3(t-2)
	MA2_1_4	-0,0004	e4(t-2)
BJB	AR1_2_1	-1,5667	kadarair(t-1)
	AR1_2_2	-0,7368	bjb(t-1)
	AR1_2_3	-0,0118	pol(t-1)
	AR1_2_4	0,0007	icumsa(t-1)
	MA1_2_1	-1,7838	e1(t-1)
	MA1_2_2	-0,0396	e2(t-1)
	MA1_2_3	-0,0331	e3(t-1)
	MA1_2_4	0,0010	e4(t-1)
	MA2_2_1	0,2709	e1(t-2)
	MA2_2_2	0,7389	e2(t-2)
	MA2_2_3	0,0332	e3(t-2)
	MA2_2_4	-0,0005	e4(t-2)
Polarisasi	AR1_3_1	10,8216	kadarair(t-1)
	AR1_3_2	-0,8957	bjb(t-1)
	AR1_3_3	-0,5824	pol(t-1)
	AR1_3_4	-0,0090	icumsa(t-1)
	MA1_3_1	15,5818	e1(t-1)
	MA1_3_2	-1,2434	e2(t-1)
	MA1_3_3	0,2188	e3(t-1)
	MA1_3_4	-0,0087	e4(t-1)
	MA2_3_1	-7,1195	e1(t-2)
	MA2_3_2	0,3721	e2(t-2)
	MA2_3_3	0,6924	e3(t-2)
	MA2_3_4	0,0001	e4(t-2)
ICUMSA	AR1_4_1	166,7065	kadarair(t-1)
	AR1_4_2	58,5110	bjb(t-1)
	AR1_4_3	8,6058	pol(t-1)
	AR1_4_4	0,2871	icumsa(t-1)
	MA1_4_1	100,5630	e1(t-1)
	MA1_4_2	37,0341	e2(t-1)
	MA1_4_3	10,5966	e3(t-1)
	MA1_4_4	0,7242	e4(t-1)
	MA2_4_1	-205,7201	e1(t-2)
	MA2_4_2	-55,6691	e2(t-2)
	MA2_4_3	-5,1330	e3(t-2)
	MA2_4_4	-0,2910	e4(t-2)

#### 4.2.1 Persamaan Model VARIMA(1, 1, 2)

Persamaan model VARIMA(1,1,2) sebagai model *time series* terbaik berdasarkan Persamaan (2.5) dan nilai-nilai estimasi parameter pada Tabel 4.5 dituliskan pada persamaan berikut

$$\begin{pmatrix} \nabla Y_1(t) \\ \nabla Y_2(t) \\ \nabla Y_3(t) \\ \nabla Y_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 & \phi_{14}^1 \\ \phi_{21}^1 & \phi_{22}^1 & \phi_{23}^1 & \phi_{24}^1 \\ \phi_{31}^1 & \phi_{32}^1 & \phi_{33}^1 & \phi_{34}^1 \\ \phi_{41}^1 & \phi_{42}^1 & \phi_{43}^1 & \phi_{44}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Y_1(t-1) \\ \nabla Y_2(t-1) \\ \nabla Y_3(t-1) \\ \nabla Y_4(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \\ \varepsilon_3(t) \\ \varepsilon_4(t) \end{pmatrix} -$$

$$\begin{pmatrix} \theta_{11}^1 & \theta_{12}^1 & \theta_{13}^1 & \theta_{14}^1 \\ \theta_{21}^1 & \theta_{22}^1 & \theta_{23}^1 & \theta_{24}^1 \\ \theta_{31}^1 & \theta_{32}^1 & \theta_{33}^1 & \theta_{34}^1 \\ \theta_{41}^1 & \theta_{42}^1 & \theta_{43}^1 & \theta_{44}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1(t-1) \\ \varepsilon_2(t-1) \\ \varepsilon_3(t-1) \\ \varepsilon_4(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta_{11}^2 & \theta_{12}^2 & \theta_{13}^2 & \theta_{14}^2 \\ \theta_{21}^2 & \theta_{22}^2 & \theta_{23}^2 & \theta_{24}^2 \\ \theta_{31}^2 & \theta_{32}^2 & \theta_{33}^2 & \theta_{34}^2 \\ \theta_{41}^2 & \theta_{42}^2 & \theta_{43}^2 & \theta_{44}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1(t-2) \\ \varepsilon_2(t-2) \\ \varepsilon_3(t-2) \\ \varepsilon_4(t-2) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \nabla Y_1(t) \\ \nabla Y_2(t) \\ \nabla Y_3(t) \\ \nabla Y_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,7596 & 0,1268 & -0,0113 & 0,0006 \\ -1,5667 & -0,7368 & -0,0118 & 0,0007 \\ 10,8216 & -0,8957 & -0,5824 & -0,0090 \\ 166,7065 & 58,5110 & 8,6058 & 0,2871 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Y_1(t-1) \\ \nabla Y_2(t-1) \\ \nabla Y_3(t-1) \\ \nabla Y_4(t-1) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \\ \varepsilon_3(t) \\ \varepsilon_4(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0,4265 & 0,1256 & -0,0116 & 0,0008 \\ -1,7838 & -0,0396 & -0,0331 & 0,0010 \\ 15,5818 & -1,2434 & 0,2188 & -0,0087 \\ 100,5630 & 37,0341 & 10,5966 & 0,7242 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1(t-1) \\ \varepsilon_2(t-1) \\ \varepsilon_3(t-1) \\ \varepsilon_4(t-1) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} 0,5161 & -0,0743 & 0,0177 & -0,0004 \\ 0,2709 & 0,7389 & 0,0332 & -0,0005 \\ -7,1195 & 0,3721 & 0,6924 & 0,0001 \\ -205,7201 & -55,6691 & -5,1330 & -0,2910 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1(t-2) \\ \varepsilon_2(t-2) \\ \varepsilon_3(t-2) \\ \varepsilon_4(t-2) \end{pmatrix}$$

di mana  $Y_1(t)$  didefinisikan sebagai data karakteristik kualitas susut pengeringan.  $Y_2(t)$  sebagai data karakteristik kualitas besar jenis butir (BJB),  $Y_3(t)$  sebagai data karakteristik kualitas polarisasi, dan  $Y_4(t)$  sebagai data karakteristik kualitas warna larutan (ICUMSA).

Dengan demikian, dapat diperoleh model persamaan untuk masing-masing karakteristik kualitas.

1. Model VARIMA(1,1,2) untuk karakteristik kualitas susut pengeringan atau kadar air.



$$\begin{aligned} \nabla Y_1(t) = & -0,7596\nabla Y_1(t-1) + 0,1268\nabla Y_2(t-1) - 0,0113\nabla Y_3(t-1) + \\ & 0,0006\nabla Y_4(t-1) + \varepsilon_1(t-1) + 0,4265\varepsilon_1(t-1) - 0,1256\varepsilon_2(t-1) + \\ & 0,0116\varepsilon_3(t-1) - 0,0008\varepsilon_4(t-1) - 0,5161\varepsilon_1(t-2) + 0,0743\varepsilon_2(t-2) - \\ & 0,0177\varepsilon_3(t-2) + 0,0004\varepsilon_4(t-2) \end{aligned}$$

2. Model VARIMA(1,1,2) untuk karakteristik kualitas besar jenis butir (BJB).

$$\begin{aligned} \nabla Y_2(t) = & -1,5667\nabla Y_1(t-1) - 0,7368\nabla Y_2(t-1) - 0,0118\nabla Y_3(t-1) + \\ & 0,0007\nabla Y_4(t-1) + \varepsilon_1(t-1) + 1,7838\varepsilon_1(t-1) + 0,0396\varepsilon_2(t-1) + \\ & 0,0331\varepsilon_3(t-1) - 0,0010\varepsilon_4(t-1) - 0,2709\varepsilon_1(t-2) + 0,7389\varepsilon_2(t-2) - \\ & 0,0332\varepsilon_3(t-2) + 0,0005\varepsilon_4(t-2) \end{aligned}$$

3. Model VARIMA(1,1,2) untuk karakteristik kualitas polarisasi.

$$\begin{aligned} \nabla Y_3(t) = & 10,8216\nabla Y_1(t-1) - 0,8957\nabla Y_2(t-1) - 0,5824\nabla Y_3(t-1) - \\ & 0,0090\nabla Y_4(t-1) + \varepsilon_1(t-1) - 15,5818\varepsilon_1(t-1) + 1,2434\varepsilon_2(t-1) - \\ & 0,2188\varepsilon_3(t-1) + 0,0087\varepsilon_4(t-1) + 7,1195\varepsilon_1(t-2) - 0,3721\varepsilon_2(t-2) - \\ & 0,6924\varepsilon_3(t-2) - 0,0001\varepsilon_4(t-2) \end{aligned}$$

4. Model VARIMA(1,1,2) untuk karakteristik kualitas warna larutan (ICUMSA).

$$\begin{aligned} \nabla Y_4(t) = & 166,7065\nabla Y_1(t-1) + 58,5110\nabla Y_2(t-1) + 8,6058\nabla Y_3(t-1) + \\ & 0,2871\nabla Y_4(t-1) + \varepsilon_1(t-1) - 100,5630\varepsilon_1(t-1) - 37,0341\varepsilon_2(t-1) - \\ & 10,5966\varepsilon_3(t-1) - 0,7242\varepsilon_4(t-1) + 205,7201\varepsilon_1(t-2) + 55,6691\varepsilon_2(t- \\ & 2) + 5,1330\varepsilon_3(t-2) + 0,2910\varepsilon_4(t-2) \end{aligned}$$

#### 4.2.2 Uji Asumsi Residual Model

Pada tahap ini dilakukan pengujian asumsi-asumsi terhadap residual model *time series* yang terbentuk. Asumsi-asumsi tersebut yaitu asumsi *white noise* dan asumsi distribusi normal multivariat. Uji asumsi *white noise* dilakukan guna

melihat apakah residual model sudah tidak saling berautokorelasi. Pengujian asumsi *white noise* digunakan uji Portmanteau multivariat untuk korelasi silang dari residual dengan statistik uji pada (2.18). Hipotesis yang digunakan  $H_0$ : asumsi *white noise* terpenuhi dan  $H_1$ : asumsi *white noise* tidak terpenuhi. Keputusan yang diambil adalah tidak menolak  $H_0$  (asumsi *white noise* terpenuhi) jika nilai  $\chi^2 \leq \chi^2_{(\alpha; m^2(k-p-q))}$  atau nilai  $p\text{-value} > \alpha$  (yang telah ditetapkan yaitu 0,05). Hasil uji ini ditampilkan pada Tabel 4.6 (lebih lengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 6).

**Tabel 4.6** Hasil Uji Portmanteau Multivariat Model VARIMA(1,1,2)

<i>Up To Lag</i>	<i>df</i>	$\chi^2$	$\chi^2_{(0,05; m^2(k-p-q))}$	<i>p-value</i>
<b>4</b>	16	23,52	26,2962	0,1006
<b>5</b>	32	41,24	46,1943	0,1270
<b>6</b>	48	55,06	65,1708	0,2249
<b>7</b>	64	78,78	83,6753	0,1011
<b>8</b>	80	101,36	101,8795	0,0537
<b>9</b>	96	122,03	119,8709	0,0376
<b>10</b>	112	131,31	137,7015	0,1027
<b>11</b>	128	143,56	155,4047	0,1644
<b>12</b>	144	151,48	173,0041	0,3183

Berdasarkan Tabel 4.6 terlihat bahwa nilai  $\chi^2$  sebagian besar kurang dari nilai  $\chi^2_{(0,05; m^2(k-p-q))}$  dan nilai  $p\text{-value}$  sebagian besar *lag* sudah lebih dari 0,05 sehingga dapat diambil keputusan bahwa tidak menolak  $H_0$  atau dengan kata lain asumsi *white noise* telah terpenuhi. Untuk lebih jelasnya mengenai hal ini dapat juga melihat skema matriks korelasi silang dan skema matriks autoregresi parsial terhadap residual model.

Skema matriks korelasi silang dari model VARIMA(1,1,2) dapat dilihat pada Gambar 4.6. Pada Gambar 4.6 terlihat bahwa sebagian besar *lag* korelasi silang antara keempat variabel karakteristik kualitas sudah tidak signifikan lagi. Hal ini mengindikasikan bahwa asumsi *white noise* terpenuhi. Sementara skema matriks autoregresi parsial dapat dilihat pada Gambar 4.7.

<i>Schematic Representation of Cross Correlations of Residuals</i>													
<i>Variable/Lag</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Res Kadar Air</b>	+...	....	....	....	....	..-	....	....	....	....	....	....	....
<b>Res BJB</b>	.+..	....	....	....	....	....	....	....	..++	..-	....	....	....
<b>Res Polarisasi</b>	..+.	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
<b>Res ICUMSA</b>	...+	....	....	....	....	....	....	..-	....	..-	....	....	....
+ <i>is</i> > 2* <i>std error</i> , - <i>is</i> < -2* <i>std error</i> , . <i>is between</i>													

**Gambar 4.6** Skema Matriks Korelasi Silang Residual Model VARIMA(1,1,2)

<i>Schematic Representation of Partial Autoregression</i>												
<i>Variable/Lag</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Res Kadar Air</b>	....	....	....	....	....	....	...-	....	....	....	....	....
<b>Res BJB</b>	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
<b>Res Polarisasi</b>	....	....	....	....	....	....	....	.+..	....	....	....	....
<b>Res ICUMSA</b>	....	....	....	....	....	....	....	.+..	....	....	....	....
+ <i>is</i> > 2* <i>std error</i> , - <i>is</i> < -2* <i>std error</i> , . <i>is between</i>												

**Gambar 4.7** Skema Matriks Autoregresi Parsial Residual Model VARIMA(1,1,2)

Pada Gambar 4.7 juga terlihat bahwa sebagian besar *lag* autoregresi parsial keempat variabel karakteristik kualitas sudah tidak signifikan sehingga asumsi *white noise* terpenuhi.

Asumsi selanjutnya yaitu multivariat normal. Asumsi ini dapat dilihat dengan statistik  $d_t^2$  yang didefinisikan dengan rumus pada Persamaan (2.19). Hipotesis yang digunakan untuk uji multivariat normal adalah  $H_0$ : residual data berdistribusi normal multivariat dan  $H_1$ : residual data tidak berdistribusi normal multivariat. Keputusan yang diambil ialah tidak menolak  $H_0$  jika setengah (50%) dari nilai  $d_t^2$  kurang dari nilai  $\chi_{(\alpha,m)}^2$ .

Sebelum menghitung nilai  $d_t^2$ , pertama-tama menghitung nilai rata-rata ( $\bar{Y}$ ) dari masing-masing karakteristik kualitas dengan rumus pada Persamaan (2.20) sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_1 &= \frac{\sum_{t=1}^{180} Y_{t,1}}{n} & \bar{Y}_2 &= \frac{\sum_{t=1}^{180} Y_{t,2}}{n} \\
&= \frac{Y_{1,1}+Y_{2,1}+\dots+Y_{180,1}}{180} & &= \frac{Y_{1,2}+Y_{2,2}+\dots+Y_{180,2}}{180} \\
&= \frac{0,0090+(-0,0004)+\dots+0,0004}{180} & &= \frac{0,01+(-0,0074)+\dots+0,0028}{180} \\
&= -0,0001 & &= -0,0004 \\
\bar{Y}_3 &= \frac{\sum_{t=1}^{180} Y_{t,3}}{n} & \bar{Y}_4 &= \frac{\sum_{t=1}^{180} Y_{t,4}}{n} \\
&= \frac{Y_{1,3}+Y_{2,3}+\dots+Y_{180,3}}{180} & &= \frac{Y_{1,4}+Y_{2,4}+\dots+Y_{180,4}}{180} \\
&= \frac{0+(-0,0609)+\dots+(-0,0396)}{180} & &= \frac{3+2,1678+\dots+(-2,4484)}{180} \\
&= -0,0002 & &= -0,1936
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh vektor rata-rata data berikut

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} -0,0001 \\ -0,0004 \\ -0,0002 \\ -0,1936 \end{pmatrix}.$$

Langkah kedua, menghitung matriks varian kovarian dari  $Y$  yaitu  $\Sigma_Y^{-1}$  dengan rumus pada Persamaan (2.21). Berikut adalah contoh perhitungan varian dari karakteristik kualitas susut pengeringan (kadar air).

$$\begin{aligned}
\Sigma_1^2 &= \frac{\sum_{t=1}^{180} (Y_{t,1} - \bar{Y})^2}{180 - 1} \\
&= \frac{(Y_{1,1} - \bar{Y})^2 + (Y_{2,1} - \bar{Y})^2 + \dots + (Y_{180,1} - \bar{Y})^2}{179} \\
&= \frac{(0,0090 + 0,0001)^2 + (-0,0004 + 0,0001) + \dots + (0,0004 + 0,0001)^2}{179} \\
&= 0,00000336092 = 3,3601e - 6
\end{aligned}$$

Berikut adalah contoh perhitungan kovarian karakteristik kualitas susut pengeringan dengan besar jenis butir.

$$\begin{aligned}
\Sigma_{12} &= \frac{\sum_{t=1}^{180} (Y_{t,1} - \bar{Y}_1)(Y_{t,2} - \bar{Y}_2)}{180 - 1} \\
&= \frac{(Y_{1,1} - \bar{Y}_1)(Y_{1,2} - \bar{Y}_2) + (Y_{2,1} - \bar{Y}_1)(Y_{2,2} - \bar{Y}_2) + \dots + (Y_{180,1} - \bar{Y}_1)(Y_{180,2} - \bar{Y}_2)}{179}
\end{aligned}$$

$$= \frac{(0,0090+0,0001)(0,01-0,0004)+\dots+(0,0004+0,0001)(0,0028-0,0004)}{179}$$

$$= -0,000000190421 = 1,9042e - 7$$

Begitupun seterusnya dengan langkah yang sama pada karakteristik kualitas yang lain sehingga diperoleh matriks varian kovarian sebagai berikut.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0,00000336092 & -0,000000190421 & 0,000003034 & 0,000138 \\ -0,000000190421 & 0,00007066229 & 0,0000195961 & 0,002708 \\ 0,000003036139 & 0,00001959613 & 0,002131791 & 0,015406 \\ 0,0001375574 & 0,002708372 & 0,015406274 & 5,560224 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Kemudian dilakukan *invers* terhadap matriks varian kovarian  $\Sigma$  pada Persamaan (4.1) menjadi

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} 298234,4994 & 1174,4263 & -385,8172 & -6,8812 \\ 1174,4263 & 14440,2512 & -85,0730 & -6,8272 \\ -385,8171 & -85,0730 & 479,6570 & -1,2781 \\ -6,8812 & -6,8271 & -1,2781 & 0,1869 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Langkah selanjutnya ialah menghitung nilai  $d_t^2$  berdasarkan rumus pada Persamaan (2.19) dengan nilai  $\Sigma^{-1}$  pada Persamaan (4.2).

$$d_1^2 = (\mathbf{Y}_1 - \bar{\mathbf{Y}})' \Sigma^{-1} (\mathbf{Y}_1 - \bar{\mathbf{Y}})$$

$$= [(0,009 \quad 0,01 \quad 0 \quad 3) - (-0,0001 \quad 0,0004 \quad -0,0002 \quad -0,1936)] \times$$

$$\begin{bmatrix} 298234,4994 & 1174,4263 & -385,8172 & -6,8812 \\ 1174,4263 & 14440,2512 & -85,0730 & -6,8272 \\ -385,8171 & -85,0730 & 479,6570 & -1,2781 \\ -6,8812 & -6,8271 & -1,2781 & 0,1869 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,009 + 0,0001 \\ 0,01 - 0,0004 \\ 0 + 0,0002 \\ 3 + 0,1936 \end{bmatrix}$$

$$= [0,0091 \quad 0,0095 \quad 0,0002 \quad 3,1936] \times$$

$$\begin{bmatrix} 298234,4994 & 1174,4263 & -385,8172 & -6,8812 \\ 1174,4263 & 14440,2512 & -85,0730 & -6,8272 \\ -385,8171 & -85,0730 & 479,6570 & -1,2781 \\ -6,8812 & -6,8271 & -1,2781 & 0,1869 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,0091 \\ 0,0095 \\ 0,0002 \\ 3,1936 \end{bmatrix}$$

$$= 27,3542$$

Langkah yang sama untuk menghitung  $d_2^2, d_3^2, \dots, d_{180}^2$ . Hasil dari nilai  $d_t^2$  tersebut disajikan dalam Lampiran 7.

Setelah memperoleh nilai  $d_t^2, t = 1, 2, \dots, 180$ , selanjutnya adalah menentukan nilai *Chi-Square* yang akan digunakan untuk pengujian dengan tingkat signifikansi  $\alpha$  sebesar 0,05 dan derajat bebas sebesar banyaknya variabel ( $df = 4$ ), maka berdasarkan tabel *Chi-Square* nilai  $\chi_{(0,05;4)}^2$  sebesar 9,4877. Kemudian menghitung seberapa banyak nilai  $d_t^2$  yang kurang dari atau lebih dari 9,4877. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, nilai  $d_t^2$  yang kurang dari 9,4877 sebanyak 166 data, sedangkan nilai  $d_t^2$  yang lebih dari 9,4877 sebanyak 14 data (lebih detailnya dapat dilihat pada Lampiran 7). Ini berarti terdapat lebih dari 50% nilai  $d_t^2$  yang kurang dari nilai  $\chi_{(0,05;4)}^2$ , sehingga dapat diambil keputusan tidak menolak  $H_0$  atau dengan kata lain data berdistribusi normal multivariat.

#### 4.2.3 Validasi Model

Validasi model digunakan untuk mengetahui ketepatan dan keakuratan model yang diperoleh. Model VARIMA(1,1,2) akan divalidasi menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang dirumuskan pada Persamaan (2.22). Model terbaik memiliki nilai MAPE di bawah 10%. Semakin kecil nilai MAPE yang dihasilkan maka semakin akurat prediksi yang dihasilkan model tersebut yang berarti model tersebut telah tepat atau baik. Berikut perhitungan nilai MAPE untuk masing-masing karakteristik kualitas.

$$\begin{aligned} \text{MAPE}_{\text{Kadar Air}} &= \frac{\sum_{t=1}^{180} \left| \frac{y_{t,1} - \hat{y}_{t,1}}{y_{t,1}} \right|}{n} \times 100\% \\ &= \frac{\left| \left( \frac{0,041 - 0,032}{0,041} \right) + \left( \frac{0,04 - 0,0404}{0,04} \right) + \dots + \left( \frac{0,019 - 0,0162}{0,019} \right) \right|}{180} \times 100\% \\ &= 6,2841 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MAPE}_{\text{BJB}} &= \frac{\sum_{t=1}^{180} \left| \frac{y_{t,2} - \hat{y}_{t,2}}{y_{t,2}} \right|}{n} \times 100\% \\ &= \frac{\left| \left( \frac{0,81-0,8}{0,81} \right) + \left( \frac{0,8-0,8074}{0,8} \right) + \dots + \left( \frac{0,81-0,8072}{0,81} \right) \right|}{180} \times 100\% \\ &= 0,8071 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MAPE}_{\text{Polarisasi}} &= \frac{\sum_{t=1}^{180} \left| \frac{y_{t,3} - \hat{y}_{t,3}}{y_{t,3}} \right|}{n} \times 100\% \\ &= \frac{\left| \left( \frac{99,6-99,6}{99,6} \right) + \left( \frac{99,6-99,5392}{99,6} \right) + \dots + \left( \frac{99,6-99,6396}{99,6} \right) \right|}{180} \times 100\% \\ &= 0,0391 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{MAPE}_{\text{ICUMSA}} &= \frac{\sum_{t=1}^{180} \left| \frac{y_{t,4} - \hat{y}_{t,4}}{y_{t,4}} \right|}{n} \times 100\% \\ &= \frac{\left| \left( \frac{199-196}{199} \right) + \left( \frac{200-197,8322}{200} \right) + \dots + \left( \frac{163-165,4484}{163} \right) \right|}{180} \times 100\% \\ &= 1,1071 \% \end{aligned}$$

Hasil perhitungan nilai MAPE terangkum dalam Tabel 4.7. Tabel tersebut menunjukkan bahwa nilai *error* MAPE masing-masing variabel karakteristik kualitas GKP memiliki nilai di bawah 10% yang berarti hasil peramalan sangat akurat.

Variabel	Nilai MAPE (%)
Susut Pengeringan	6,2841
BJB	0,8071
Polarisasi	0,0391
ICUMSA	1,1071

Dengan demikian model VARIMA(1,1,2) merupakan model terbaik yang dapat digunakan untuk pengendalian kualitas GKP. Residual model tersebut terlampir pada Lampiran 8 dan akan dianggap sebagai data pengamatan baru serta digunakan pada proses pembentukan grafik pengendali MEWMA. Residual data

ini berjumlah 180 data pengamatan. Jumlah ini mengalami pengurangan 2 data dari data asli setelah proses *first differencing* dan analisis model VAR(1).

#### 4.4 Pembentukan Grafik Pengendali MEWMA

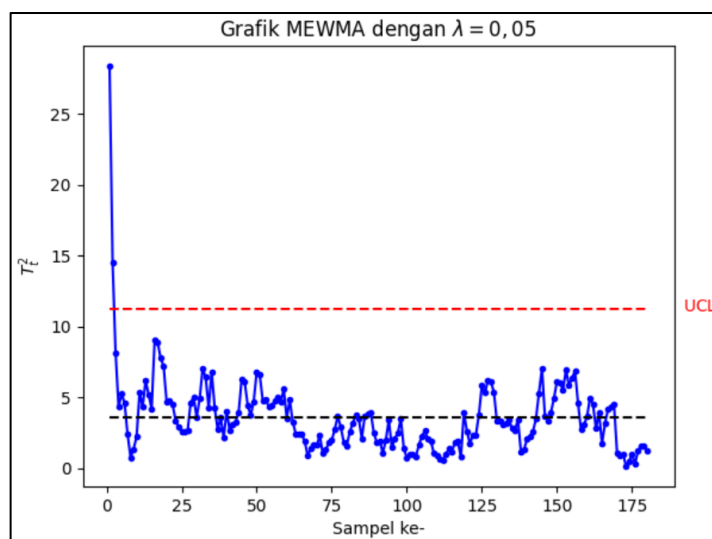
Sebelum membuat grafik pengendali, terdapat asumsi yang harus dipenuhi terlebih dahulu, yaitu asumsi independen antarpengamatan pada masing-masing karakteristik kualitas GKP dan data berdistribusi normal multivariat. Pengujian kedua asumsi ini telah dilakukan pada tahap *diagnostic checking* pemodelan *time series* VARIMA pada subbab 4.3 dan didapati hasil bahwa data telah independen (bebas autokorelasi) dan berdistribusi normal multivariat. Sementara syarat untuk membuat grafik pengendali multivariat adalah data harus saling berkorelasi antarvariabel. Pada subbab 4.2 telah diketahui bahwa antarvariabel saling berkorelasi. Dengan demikian, asumsi-asumsi telah terpenuhi dan dapat dilanjutkan ke tahap pembentukan grafik pengendali MEWMA.

Langkah awal pembentukan grafik MEWMA ialah menentukan nilai pembobot  $\lambda$  untuk masing-masing karakteristik kualitas. Data yang digunakan untuk pembentukan grafik MEWMA ini ialah data residual model pada Lampiran 8. Pada penelitian ini, perusahaan tidak memberikan bobot yang berbeda pada masing-masing karakteristik kualitas, maka  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda$ . Uji coba nilai pembobot  $\lambda$  dan nilai batas kendali atas ( $h_4$ ) untuk  $ARL_0 = 200$  diperoleh dari hasil simulasi yang dilakukan Prabhu dan Runger (1997) dalam Montgomery (2013) yang dapat dilihat pada Tabel 2.3.

Pada percobaan pertama akan dilakukan pembentukan grafik MEWMA dengan nilai pembobot  $\lambda$  sebesar 0,05 dan nilai  $h_4$  sebesar 11,22 disajikan pada



Gambar 4.8. Berdasarkan Gambar 4.8 terlihat bahwa terdapat 2 titik sampel pengamatan yang keluar dari batas kendali atas (UCL) yaitu sampel ke-1 dan sampel ke-2 yang berarti nilai  $T_1^2$  dan  $T_2^2$  lebih dari  $h_4$ . Nilai  $T_1^2$  merupakan nilai  $T_t^2$  tertinggi sebesar 28,3827, sedangkan nilai  $h_4$  sebesar 11,22. Secara lengkap nilai  $T_t^2$  yang lain pada grafik MEWMA dengan berbagai nilai pembobot  $\lambda$  dapat dilihat pada Lampiran 9.

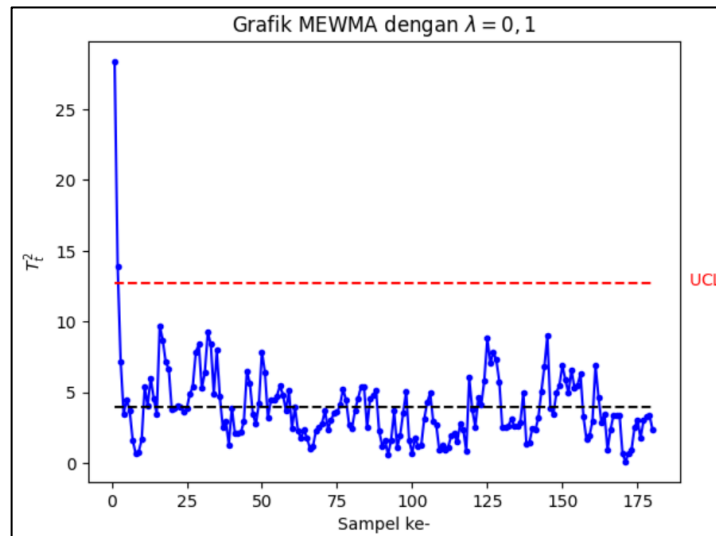


**Gambar 4.8** Grafik MEWMA dengan Nilai  $\lambda = 0,05$  dan  $h_4 = 11,22$

Berdasarkan Gambar 4.8 dapat diketahui bahwa rata-rata proses produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta belum terkendali secara statistik karena masih ada titik sampel pengamatan yang dinyatakan *out of control*.

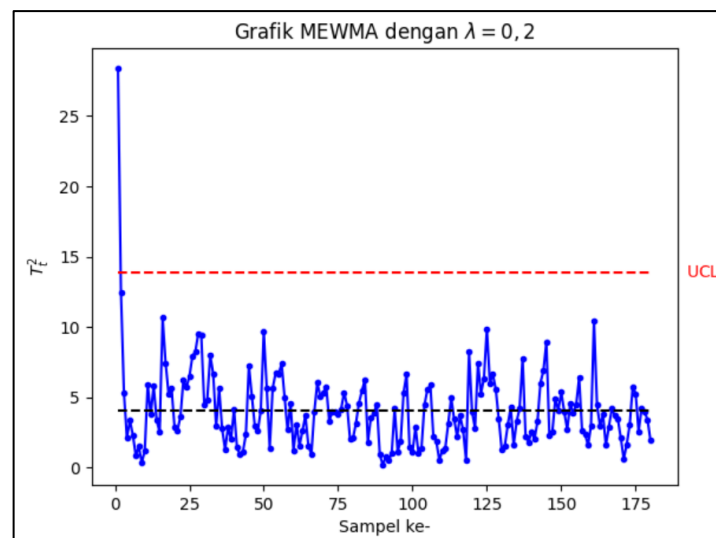
Selanjutnya dilakukan percobaan pembentukan grafik MEWMA kembali dengan nilai pembobot  $\lambda$  sebesar 0,1 dan nilai  $h_4$  sebesar 12,73 disajikan pada Gambar 4.9. Sama seperti grafik sebelumnya, Gambar 4.9 juga menunjukkan adanya 2 titik sampel pengamatan yang *out of control* pada sampel ke-1 dan sampel ke-2. Titik sampel ke-1 ( $T_1^2$ ) sebesar 28,3827 dan titik sampel ke-2 ( $T_2^2$ ) sebesar 13,8724. Kedua nilai ini jelas lebih besar daripada nilai  $h_4$  yang sebesar 12,73. Dikarenakan masih adanya titik sampel yang *out of control* maka rata-rata proses

produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta berdasarkan grafik MEWMA dengan  $\lambda$  sebesar 0,1 masih belum terkendali.



**Gambar 4.9** Grafik MEWMA dengan Nilai  $\lambda = 0,1$  dan  $h_4 = 12,73$

Percobaan grafik MEWMA selanjutnya dengan nilai  $\lambda$  sebesar 0,2 dan  $h_4$  sebesar 13,87 yang ditampilkan pada Gambar 4.10.

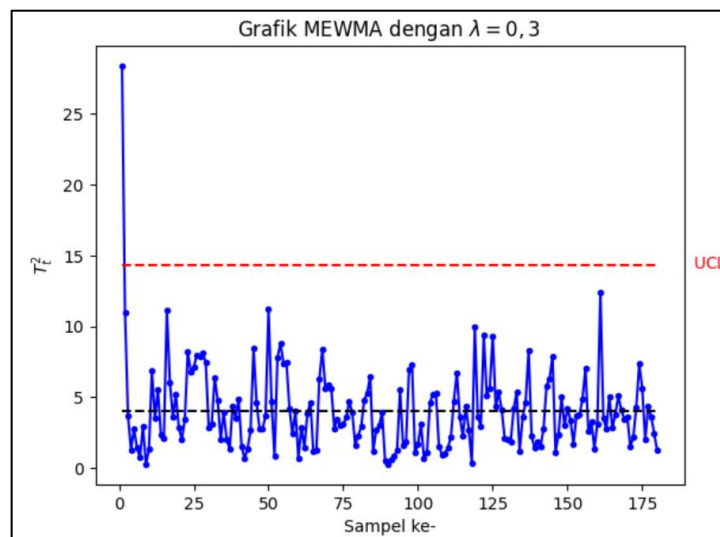


**Gambar 4.10** Grafik MEWMA dengan Nilai  $\lambda = 0,2$  dan  $h_4 = 13,87$

Berdasarkan Gambar 4.10, terlihat bahwa hanya ada satu pengamatan yang berada di luar batas kendali (UCL) yaitu titik sampel pengamatan ke-1. Titik sampel ini sebesar 28,3827 yang melebihi nilai  $h_4$  yang sebesar 13,87. Sama seperti sebelum-

sebelumnya, bahwa grafik MEWMA ini pun menunjukkan hasil bahwa rata-rata proses produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta yang masih belum terkendali secara statistik.

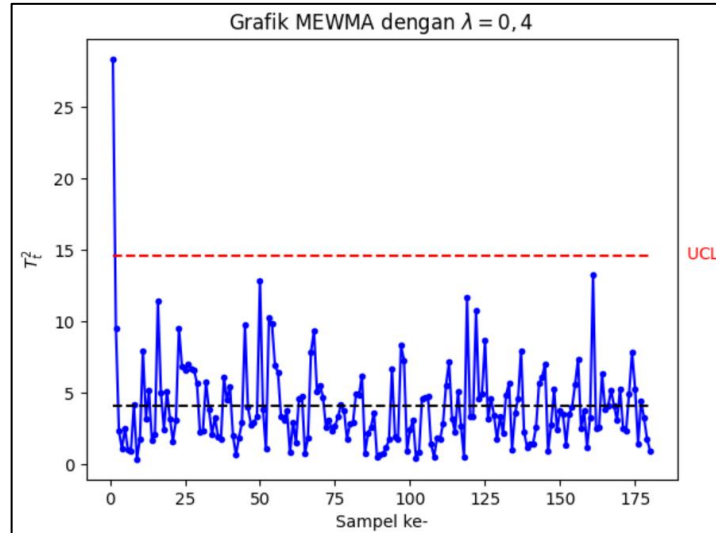
Percobaan grafik MEWMA berikutnya dengan nilai  $\lambda$  sebesar 0,3 dan nilai  $h_4$  sebesar 14,34 yang ditampilkan pada Gambar 4.11.



**Gambar 4.11** Grafik MEWMA dengan Nilai  $\lambda = 0,3$  dan  $h_4 = 14,34$

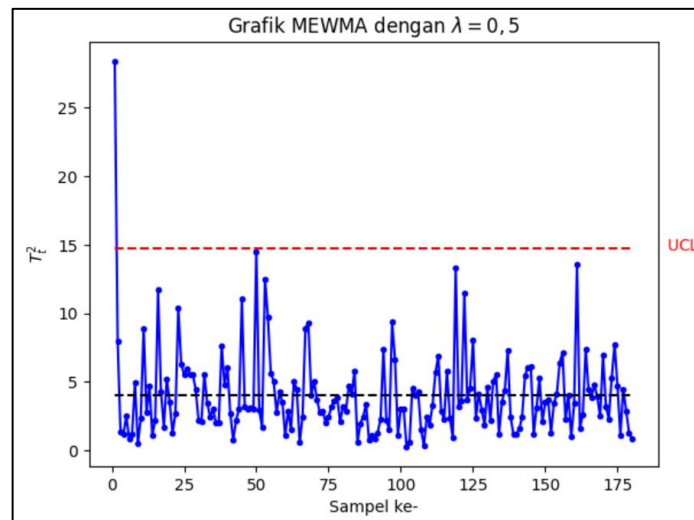
Berdasarkan Gambar 4.11, terlihat bahwa masih terdapat 1 pengamatan yang keluar dari batas kendali sehingga grafik ini juga masih menunjukkan hasil yang tidak terkendali. Namun apabila diperhatikan pada titik-titik sampel yang berada di dalam batas kendali mulai terlihat lebih stabil menyebar di sekitar rata-rata dibandingkan grafik-grafik sebelumnya.

Berikutnya akan dilakukan percobaan grafik MEWMA dengan nilai  $\lambda$  sebesar 0,4 dan nilai  $h_4$  sebesar 14,58 yang ditampilkan pada Gambar 4.12. Berdasarkan Gambar 4.12 terlihat ada pengamatan yang keluar batas kendali (UCL), sehingga grafik ini juga menyatakan bahwa proses belum terkendali. Pengamatan yang *out of control* juga masih sama yaitu sampel pengamatan ke-1 sebesar 28,3827.



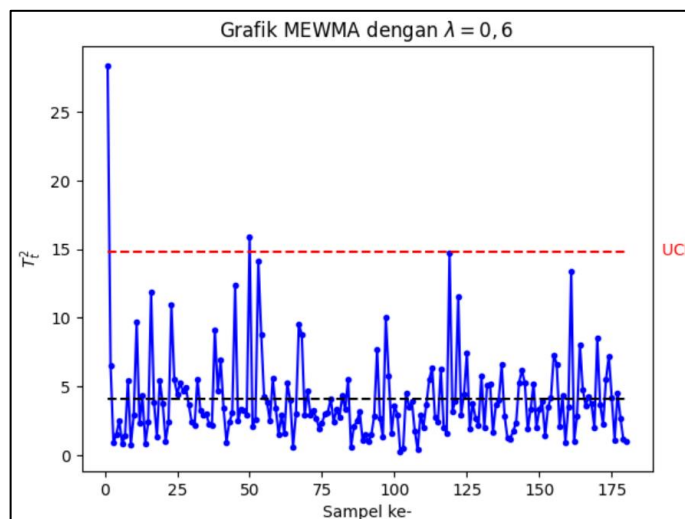
**Gambar 4.12** Grafik MEWMA dengan Nilai  $\lambda = 0,4$  dan  $h_4 = 14,58$

Percobaan pembentukan grafik MEWMA selanjutnya dengan nilai  $\lambda$  sebesar 0,5 dan nilai  $h_4$  sebesar 14,71 yang ditampilkan pada Gambar 4.13. Sama seperti grafik-grafik sebelumnya, berdasarkan Gambar 4.13 tanda *out of control* ditunjukkan oleh titik sampel ke-1 sebesar 28,3827. Pola datanya sekilas hampir sama dengan grafik MEWMA dengan  $\lambda$  sebesar 0,4 sebelumnya.



**Gambar 4.13** Grafik MEWMA dengan Nilai  $\lambda = 0,5$  dan  $h_4 = 14,71$

Percobaan pembentukan grafik MEWMA berikutnya dengan nilai  $\lambda$  sebesar 0,6 dan nilai  $h_4$  sebesar 14,78 yang disajikan pada Gambar 4.14.

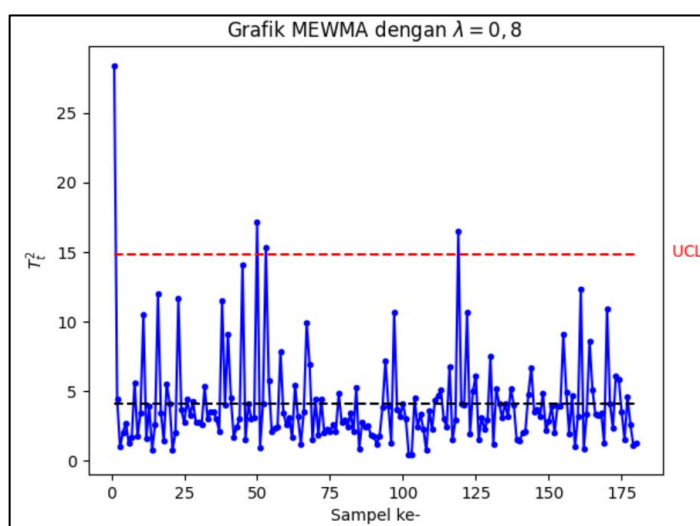


**Gambar 4.14** Grafik MEWMA dengan Nilai  $\lambda = 0,6$  dan  $h_4 = 14,78$

Berdasarkan Gambar 4.14 terlihat bahwa terdapat dua titik sampel pengamatan yang jelas-jelas keluar dari batas kendali yaitu titik sampel ke-1 dan ke-50 yang masing-masing sebesar 28,3827 dan 15,8940. Ada juga satu titik sampel pengamatan yang sekilas berada tepat di batas kendali (UCL). Titik sampel tersebut bernilai 14,6910. Apabila melihat nilai tersebut maka titik tersebut masih kurang dari nilai  $h_4$  sebesar 14,78, sehingga dapat disimpulkan bahwa titik tersebut masih terkendali.

Percobaan pembentukan grafik MEWMA yang terakhir dengan nilai  $\lambda$  sebesar 0,8 dan  $h_4$  sebesar 14,85 yang ditampilkan pada Gambar 4.15. Berdasarkan Gambar 4.15 terlihat bahwa semakin banyak titik sampel yang keluar dari batas kendali (UCL). Terdapat empat titik sampel pengamatan yang keluar batas kendali (UCL) yaitu sampel ke-1, ke-50, ke-53, dan ke-119 yang masing-masing sebesar 28,3827; 17,1219; 15,3551; dan 16,4543. Dapat diketahui bahwa titik sampel yang telah keluar pada grafik MEWMA sebelumnya, dinyatakan keluar kembali pada grafik MEWMA ini, yang berarti bahwa titik sampel tersebut memang benar-benar tidak terkendali secara statistik. Terlihat pula bahwa titik sampel ke-50 yang

pada grafik MEWMA sebelumnya terletak berdekatan dengan batas kendali (UCL) dan tidak dinyatakan keluar, tetapi pada grafik MEWMA ini dinyatakan *out of control*. Pada titik sampel ke-53 juga kurang lebih sama, pada grafik MEWMA sebelumnya tidak dinyatakan *out of control*, tetapi pada grafik MEWMA ini dinyatakan *out of control*. Hal ini mengindikasikan bahwa grafik MEWMA dengan  $\lambda$  sebesar 0,8 ini adalah yang paling sensitif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta.



**Gambar 4.15** Grafik MEWMA dengan Nilai  $\lambda = 0,8$  dan  $h_4 = 14,85$

Secara ringkas, hasil percobaan-percobaan pembentukan grafik MEWMA dengan berbagai nilai pembobot  $\lambda$  dan nilai batas kendali  $h_4$  dirangkum pada Tabel 4.8.

**Tabel 4.8** Rangkuman Hasil Percobaan Grafik Pengendali MEWMA

$\lambda$	$h_4$	$\max(T_t^2)$	Kriteria 1	Kriteria 2	Kriteria 3
			Banyaknya <i>Out of Control</i>	$ \max(T_t^2) - h_4 $	$ \overline{T_t^2} - h_4 $
0,05	11,22	28,3827	2	17,1627	<b>7,8798</b>
0,10	12,73	28,3827	2	15,6527	8,9739
0,20	13,87	28,3827	1	14,5127	9,9511
0,30	14,34	28,3827	1	14,0427	10,4256
0,40	14,58	28,3827	1	13,8027	10,6743
0,50	14,71	28,3827	1	13,6727	10,8047
0,60	14,78	28,3827	2	13,6027	10,8820
0,80	14,85	28,3827	<b>4</b>	<b>13,5327</b>	10,9776

Pada Tabel 4.8 terlihat bahwa semakin besar nilai pembobot  $\lambda$  semakin besar pula batas kendali (UCL) pada setiap grafik MEWMA yang terbentuk. Maka dari itu diperlukan penentuan pembobot yang paling optimum yang dapat digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses di masa yang mendatang. Penentuan nilai pembobot  $\lambda$  yang optimum dapat diketahui dengan tiga kriteria berikut:

1. melihat banyaknya jumlah *out of control* pada setiap grafik dengan pembobot  $\lambda$  yang berbeda (Maharani, 2020), atau
2. menghitung selisih nilai mutlak antara nilai  $T_t^2$  tertinggi dengan batas kendali  $h_4$  yang paling minimum (Jayanti & Wibawati, 2014), atau
3. menghitung nilai rata-rata paling minimum dari jarak nilai  $T_t^2$  tiap sampel pengamatan terhadap batas kendali  $h_4$  untuk setiap pembobot  $\lambda$  (Sari, dkk., 2016).

Pemilihan pembobot  $\lambda$  yang paling optimum dengan tiga kriteria tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.8. Pada Tabel 4.8 terlihat bahwa pembobot  $\lambda$  sebesar 0,8 memiliki jumlah *out of control* terbanyak dan juga memiliki nilai mutlak selisih antara  $h_4$  dan  $T_t^2$  tertinggi yang paling minimum. Sedangkan pembobot  $\lambda$  sebesar 0,05 memiliki nilai rata-rata jarak nilai  $T_t^2$  tiap sampel pengamatan terhadap  $h_4$  yang paling minimum. Dengan ini berarti, pembobot  $\lambda$  sebesar 0,8 memenuhi dua kriteria yaitu kriteria ke-1 dan kriteria ke-2, sedangkan pembobot  $\lambda$  sebesar 0,05 hanya memenuhi satu kriteria, yaitu kriteria ke-3. Maka dari itu, pembobot  $\lambda$  sebesar 0,8 dipilih sebagai pembobot yang paling optimum berdasarkan kriteria-kriteria tersebut serta grafik MEWMA pada Gambar 4.15 menjadi yang paling sensitif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta.

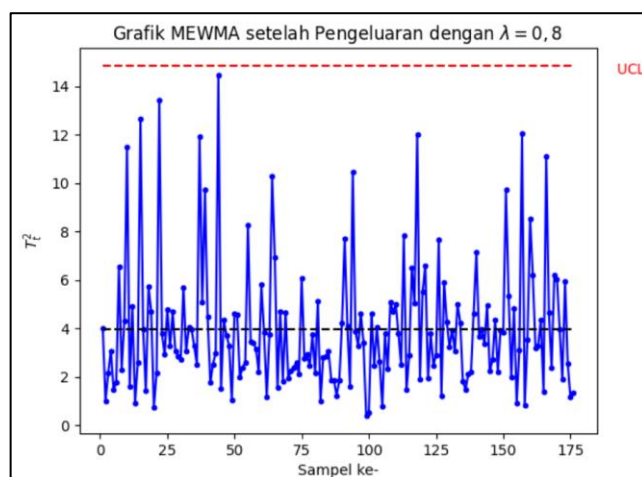
Setelah didapat nilai pembobot  $\lambda$  dan nilai  $h_4$  optimum untuk grafik pengendali MEWMA, sampel data yang mengalami *out of control* pada Gambar 4.15 yaitu sampel data ke-1, ke-50, ke-53, dan ke-119. Sampel data ini ialah sampel residual yang mana pada analisis sebelumnya telah dilakukan eliminasi data karena proses *first differencing* dan analisis model VAR(1). Jika berdasarkan data pengamatan asli maka data yang *out of control* ini ialah data ke-3, ke-52, ke-55, dan ke-121 yang secara berturut-turut bertanggal 11 Mei 2022 (pagi), 27 Mei 2022 (siang), 28 Mei 2022 (siang), dan 19 Juni 2022 (siang).

Adanya *out of control* di awal-awal musim giling yaitu tanggal 11 Mei 2022 tepatnya pada *shift* pagi kemungkinan dipengaruhi oleh mesin yang baru saja digunakan setelah lama tidak digunakan. Seperti yang diketahui bahwa periode giling sebelumnya berakhir pada bulan November 2021 dan dimulai lagi pada bulan Mei 2022, ini berarti mesin tersebut telah berhenti beroperasi selama  $\pm 5$  bulan. Selain itu, faktor iklim juga menjadi salah satu faktor yang berpengaruh dalam hal ini. Seperti yang telah dijelaskan pada subbab 4.1 bahwa curah hujan daerah tebu dipanen berpengaruh terhadap kualitas GKP yang dihasilkan.

Faktor bahan baku yaitu tebu juga sangat berpengaruh terhadap kualitas GKP yang dihasilkan. Tebu yang dipanen atau siap giling harusnya dalam keadaan bersih dan segar. Namun pada kenyataannya, terkadang tebu yang digiling tersebut kurang bersih dari kotoran. Selain itu, di PG Madukismo sering melakukan penundaan giling disebabkan oleh bahan baku yang belum mencukupi untuk melakukan proses giling. Di Yogyakarta sendiri bahan baku tebu tidak mudah diperoleh, sehingga harus mendatangkan tebu dari beberapa daerah di luar Yogyakarta. Hal ini membutuhkan waktu, sehingga dilakukan penundaan giling



yang berakibat pada susutnya bobot tebu dan meningkatnya kadar gula reduksi. Dalam perjalanan tersebut juga dapat mengakibatkan tebu menjadi kurang segar. Faktor-faktor tersebut menjadi penyebab kemungkinan adanya *out of control* pada proses produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta.



**Gambar 4.16** Grafik MEWMA Baru Setelah *Exclude Data Out of Control*

Sampel-sampel yang mengalami *out of control* tersebut dilakukan pengeluan (*exclude*) untuk memperoleh grafik MEWMA yang terkendali atau *in control*. Grafik MEWMA dengan data baru setelah dilakukan pengeluan (*excluded*) ditampilkan pada Gambar 4.16.

#### 4.5 Analisis Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses merupakan suatu teknik pengendalian kualitas untuk mengukur kemampuan suatu proses dalam menghasilkan produk yang sesuai dengan spesifikasi produk yang telah ditetapkan oleh perusahaan. Dalam kegiatan pengendalian dan peningkatan kualitas suatu produk tidak cukup jika hanya berhenti di proses yang "*in control*" saja, melainkan suatu produk haruslah memenuhi spesifikasi yang telah ditetapkan perusahaan agar tidak mengecewakan konsumen. Sebelum melakukan analisis kapabilitas proses, grafik pengendali yang

digunakan untuk mengendalikan proses harus dalam kondisi terkendali. Pada subbab 4.4 telah dilakukan pengeluaran terhadap titik-titik sampel yang *out of control* untuk membentuk grafik MEWMA terkendali (dapat dilihat kembali pada Gambar 4.16).

Jika pada grafik pengendali terdapat istilah *upper control limit* (UCL) dan *lower control limit* (LCL) serta yang diharapkan adalah kestabilan proses, pada analisis kapabilitas proses ini terdapat istilah lain yaitu *upper specification limit* (USL) dan *lower specification limit* (LSL) serta yang diharapkan adalah produk kapabel (sesuai spesifikasi yang ditetapkan). Suatu proses produksi bisa saja terkendali (*in control*) tetapi tidak kapabel, namun suatu proses yang kapabel sudah pasti terkendali (*in control*). Pada grafik pengendali dilakukan pengendalian terhadap rata-rata proses agar proses produksi dapat stabil. Grafik pengendali akan memplotkan titik-titik sampel agar stabil di sekitar rata-rata. Proses dapat dikatakan terkendali (*in control*) jika semua titik-titik sampelnya berada di sekitar rata-rata dan berada di antara UCL dan LCL. Sementara analisis kapabilitas proses membandingkan suatu proses produksi dengan spesifikasi yang diharapkan. Jika sebaran data pengamatannya tidak berada dalam batas spesifikasi, maka proses tersebut berpeluang untuk tidak kapabel (meskipun rata-rata prosesnya telah stabil). Sebaliknya, jika rata-rata proses tidak terkendali, dilakukan pengeluaran data penyebab *out of control* terlebih dahulu, lalu membentuk ulang grafik pengendali hingga terkendali (*in control*). Setelah itu, dilakukan analisis kapabilitas proses. Jika sebaran nilai pengamatan tidak jauh beda dengan nilai batas spesifikasi maka berpeluang proses tersebut kapabel.

Salah satu cara untuk mengetahui kapabilitas proses adalah dengan menentukan indeks kapabilitas proses ( $C_p$ ). Suatu proses dikatakan kapabel jika memiliki nilai  $C_p > 1$  (Montgomery, 2013). Pada kasus multivariat, estimasi dari indeks kapabilitas proses ( $\hat{C}_p$ ) dapat dihitung dengan Persamaan (2.30). Data yang digunakan untuk analisis kapabilitas proses ini menggunakan data asli yang terkendali setelah dilakukan pengeluaran data *out of control*. Total data menjadi 176 pengamatan karena berdasarkan grafik MEWMA yang paling optimal terdapat 4 sampel pengamatan yang *out of control*.

Dalam menghitung nilai  $\hat{C}_p$ , langkah pertama yang harus dilakukan adalah menghitung nilai  $K$  dengan rumus pada Persamaan (2.31). Namun dalam persamaan tersebut terdapat nilai target ( $\xi$ ) dari setiap variabel yang perlu dihitung terlebih dahulu.

**Tabel 4.9** Batas Spesifikasi Karakteristik Kualitas GKP

Variabel	Spesifikasi SNI
Susut Pengerangan (Kadar Air)	Maksimal 0,1
Besar Jenis Butir (BJB)	0,8 – 1,2
Polarisasi	Minimal 99,6
Warna Larutan (ICUMSA)	81 – 200

Berdasarkan Tabel 4.9 diperoleh nilai target setiap variabel karakteristik kualitas GKP.

$$\xi_1 = \frac{1}{2}(0,1 + 0) = 0,05 \qquad \xi_3 = \frac{1}{2}(100 + 99,6) = 99,8$$

$$\xi_2 = \frac{1}{2}(1,2 + 0,8) = 1 \qquad \xi_4 = \frac{1}{2}(200 + 81) = 140,5$$

Setelah diketahui nilai target ( $\xi$ ) maka dapat melanjutkan ke perhitungan  $K$  yang mana nilai  $\Sigma^{-1}$  ialah invers matriks varian kovarian dari data asli yang telah dilakukan pengeluaran data *out of control* sebelumnya, sehingga diperoleh perhitungan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
K^2 &= (\bar{X}_j - \xi_j)' \Sigma^{-1} (\bar{X}_j - \xi_j) \\
&= [(0,0221 \quad 0,8077 \quad 99,6460 \quad 174,3125) - (0,05 \quad 1 \quad 99,8 \quad 140,5)] \times \\
&\quad \begin{bmatrix} 72515,9825 & -976,8436 & 2085,5020 & -39,7500 \\ -976,8436 & 11604,6906 & -62,4574 & -0,7006 \\ 2085,5020 & -62,4574 & 430,8094 & -0,9361 \\ -39,7501 & -0,7005 & -0,9361 & 0,0322 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,0221 - 0,05 \\ 0,8077 - 1 \\ 99,6460 - 99,8 \\ 174,3125 - 140,5 \end{bmatrix} \\
&= [(-0,0278 \quad -0,1923 \quad -0,1540 \quad 33,8125)] \times \\
&\quad \begin{bmatrix} 72515,9825 & -976,8436 & 2085,5020 & -39,7500 \\ -976,8436 & 11604,6906 & -62,4574 & -0,7006 \\ 2085,5020 & -62,4574 & 430,8094 & -0,9361 \\ -39,7501 & -0,7005 & -0,9361 & 0,0322 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -0,0278 \\ -0,1923 \\ -0,1540 \\ 33,8125 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$K^2 = 629,6823$$

$$K = 25,0938$$

Setelah diperoleh nilai  $K$  langkah berikutnya adalah menghitung nilai  $S$  dengan rumus pada Persamaan (2.33) sebagai berikut

$$S = \sum_{t=1}^n (\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})$$

dengan matriks  $\mathbf{A} = \mathbf{X}'\mathbf{X}$ , maka

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0,04 & 0,038 & \dots & 0,019 \\ 0,8 & 0,81 & \dots & 0,81 \\ 99,6 & 99,6 & \dots & 99,6 \\ 200 & 198 & \dots & 163 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,04 & 0,8 & 99,6 & 200 \\ 0,038 & 0,81 & 99,6 & 198 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0,019 & 0,81 & 99,6 & 163 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,0947 & 3,1513 & 388,6006 & 689,537 \\ 3,1513 & 114,8418 & 14165,679 & 24782,07 \\ 388,6006 & 14165,679 & 1747562,53 & 3057030,9 \\ 689,537 & 24782,07 & 3057030,9 & 5364923 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

dan *invers* dari matriks  $\mathbf{A}$  adalah

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 359,7069 & -6,3967 & 0,3270 & -0,2030 \\ -6,3967 & 66,3004 & -0,5296 & -0,0036 \\ 0,3270 & -0,5296 & 0,0046 & -0,0002 \\ -0,2030 & -0,0036 & -0,0002 & 0,0002 \end{bmatrix}$$

Setelah diketahui nilai  $A^{-1}$  maka dapat dilanjutkan menghitung nilai  $S$  kembali dengan Persamaan (2.33).

$$\begin{aligned}
 S &= \sum_{t=1}^n (\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}}) \\
 &= (\mathbf{X}_1 - \bar{\mathbf{X}})' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}_1 - \bar{\mathbf{X}}) + (\mathbf{X}_2 - \bar{\mathbf{X}})' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}_2 - \bar{\mathbf{X}}) + \dots + (\mathbf{X}_{176} - \bar{\mathbf{X}})' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}_{176} - \bar{\mathbf{X}}) \\
 &= 0,0497 + 0,0349 + \dots + 0,0119 \\
 &= 3,000000234
 \end{aligned}$$

Setelah semua nilai yang dibutuhkan telah tersedia, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai indeks kapabilitas proses ( $\hat{C}_p$ ) dengan Persamaan (2.30).

$$\begin{aligned}
 \hat{C}_p &= \frac{K}{\chi_{0,05;4}^2} \left( \frac{(n-1)m}{S} \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &= \frac{25,0938}{9,4877} \left( \frac{(176-1)4}{3,000000234} \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &= 40,4005
 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan di atas diperoleh nilai  $\hat{C}_p$  sebesar 40,4005. Nilai ini lebih besar dari 1 dan memenuhi syarat suatu proses dinyatakan kapabel ( $\hat{C}_p > 1$ ). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa kapabilitas proses produksi GKP PG Madukismo Yogyakarta dinyatakan kapabel.

#### 4.6 Manfaat Kajian Integrasi Topik dengan Al-Quran/Hadits

Pada BAB I subbab 1.1 telah dijelaskan mengenai ayat Al-Qur'an yang berkaitan dengan pengendalian kualitas produk, yaitu pada QS. Asy-Syu'ara/26:181-184 beserta dengan tafsirnya sedangkan pada BAB II subbab 2.2 telah dijelaskan poin-poin yang terdapat pada ayat tersebut, yaitu menyempurnakan

takaran dan timbangan serta bertakwa. Selanjutnya pada subbab ini akan dijelaskan mengenai cara-cara melaksanakan atau mencapai kedua poin tersebut berdasarkan Al-Qur'an dan *Hadits*.

1. Menyempurnakan takaran dan timbangan

Praktik tidak menyempurnakan takaran dan timbangan ini merupakan salah satu bentuk kecurangan dalam kegiatan jual beli yang sering dibahas dalam Al-Qur'an. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), kecurangan adalah perihal curang; perbuatan yang curang; ketidakjujuran; keculasan. Dalam hukum Islam, transaksi yang mengandung unsur kecurangan disebut *al-ghisy*, atau *tadlis* kualitas. Transaksi dalam konsep Islam harus didasarkan pada prinsip saling rela, yang berarti tidak ada yang dirugikan antara pihak yang bertransaksi (Syafei, 2001).

*Tadlis* berasal dari bahasa Arab bentuk *mashdar* dari kata *dallasa-yudallisu-tadliisan* yang artinya: tanpa menjelaskan, menyembunyikan dan menipu. Ibn Manzhur dalam *Lisan al-'Arab* mengatakan bahwa *dallasa* dalam jual beli ialah tidak menyatakan aib (cacat) yang diperjualbelikan (Fauzi, 2017).

Dalam penerapannya, *tadlis* dikategorikan menjadi *tadlis* dalam kuantitas, *tadlis* dalam kualitas (*al-ghisy*), *tadlis* dalam harga, dan *tadlis* dalam waktu (Febriawita, 2012). Pada konteks penelitian ini lebih condong kepada *tadlis* dalam kualitas (*al-ghisy*). Praktik yang sering ditemui di tengah masyarakat adalah kecurangan dengan mencampurkan barang cacat (kualitas buruk) dengan barang berkualitas baik dan dijual dengan harga barang yang berkualitas baik.

Langkah-langkah yang bisa dilakukan untuk menghindari transaksi semacam ini, diantaranya: pertama, mewaspadaikan ke-*mudharat*-an yang

kemungkinan akan terjadi; kedua, mewaspadaai adanya kezaliman, tidak adanya pihak yang dirugikan dalam suatu transaksi; ketiga, adanya transparansi dalam bertransaksi; serta keempat, lebih teliti dalam memilih barang yang akan dibeli, terutama mengenai kualitasnya (Fauzi, 2017).

Sementara tindakan untuk kehati-hatian (khawatir terjadi ketidaksempurnaan dalam menimbang dan mengukur) maka disarankan untuk melebihkan timbangan yang ada. Lebih baik lebih daripada kurang. Apabila takarannya berlebih, *insyaAllah* bisa menjadi amal sedekah bagi penjual. Menurut Sayyid Sabiq dalam Fauziah, dkk. (2021), disunnahkan melebihkan timbangan atau takaran kepada pembeli saat menimbang atau menakar.

## 2. Takwa

Berdasarkan kamus Bahasa Arab *al-Munjid fi al-Lughah wa al-A'lam*, kata takwa memiliki makna takut kepada Allah Swt. dan melakukan ketaatan kepada-Nya (Ma'luf, 2002). Sementara menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), takwa merupakan terpeliharanya diri untuk tetap taat melaksanakan perintah Allah dan menjauhi segala larangan-Nya; keinsafan diri yang diikuti dengan kepatuhan dan ketaatan dalam melaksanakan perintah Allah dan menjauhi segala larangan-Nya; kesalehan hidup. Menurut bahasa, takwa berasal dari bahasa Arab yang berarti memelihara diri dari siksaan Allah SWT, yaitu dengan mengikuti segala perintah-Nya dan menjauhi segala larangan-Nya.

Allah Swt. memberitahukan dalam Al-Qur'an tentang tindakan-tindakan yang bisa dilakukan untuk mencapai takwa. Setidaknya ada empat langkah menuju takwa yang dicatat dalam Al-Qur'an. Pertama, menjadi seorang yang beriman. Kedua, melaksanakan shalat dan membayarkan zakat. Ketiga,

melaksanakan ibadah puasa. Keempat, mengonsumsi makanan dan minuman yang halal (Aulia, 2023). Kelima, membayarkan zakat harta yang kita miliki. Sebagaimana bunyi *hadits* yang diriwayatkan oleh Imam At-Tirmidzi yaitu Rasulullah Saw. bersabda,

*“Bertakwalah kalian kepada Allah Rabb kalian, kerjakanlah shalat lima waktu, berpuasalah di bulan Ramadhan, bayarkanlah zakat harta kalian, dan taatilah pemegang urusan kalian, niscaya kalian masuk surga Rabb kalian!”* (HR. At-Tirmidzi, Ash-Shalah, No. 6111 dan dia berkata, “Ini hadist hasan shahih.”) (Farid, 2008).

Sebagai upaya memelihara nilai-nilai ketakwaan, ada beberapa tindakan yang perlu dilakukan secara konsisten oleh setiap muslim dalam menjalani kehidupan di sela-sela kesibukannya. Beberapa tindakan tersebut di antaranya, *Sholat*, *Dzikir*, Membaca Al-Qur'an, dan *Shodaqoh*. Tindakan-tindakan tersebut dilakukan sebagai upaya dalam membantu umat Islam menjaga hubungannya dengan Allah Swt. Tindakan-tindakan tersebut didasarkan pada ajaran Al-Qur'an yang membawa umat Islam menuju kasih sayang dan keberkahan Allah Swt (Surasman, 2022).

Banyak ayat Al-Qur'an yang menunjukkan nilai penting dari *sholat*, *dzikir*, membaca Al-Qur'an, dan *shodaqoh*, seperti yang terdapat dalam surah Fathir (35) ayat 29-30, yang artinya

*“Sesungguhnya orang-orang yang selalu membaca Kitab Allah (Al-Qur'an), menegakkan salat, dan menginfakkan sebagian rezeki yang Kami anugerahkan kepadanya secara sembunyi-sembunyi dan terang-terangan, mereka itu mengharapkan perdagangan yang tidak akan pernah rugi (29). (Demikian itu) agar Allah menyempurnakan pahala mereka dan menambah karunia-Nya. Sesungguhnya Allah Maha Pengampun lagi Maha Mensyukuri (30).”* (Kementerian Agama RI, 2022).

Pada ayat di atas, terdapat tiga tindakan yang akan membawa pelakunya menuju perniagaan yang tidak akan pernah merugi selamanya. Pertama, membaca Al-



Qur'an dengan cara yang baik dan benar, serta memahaminya dengan baik dan mengamalkannya dalam kehidupan sehari-hari. Kedua, melaksanakan *shalat* dengan sempurna sesuai dengan syarat dan rukunnya, dengan penuh kekhusyukan dan rasa takut kepada Allah SWT, baik *shalat* wajib maupun *shalat* sunah. Ketiga, bersedekah dengan sebagian harta secara terang-terangan atau secara sembunyi-sembunyi untuk membantu orang-orang yang membutuhkan (Surasman, 2022).

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dijabarkan pada BAB sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Penerapan grafik pengendali MEWMA menunjukkan hasil yang tidak terkendali secara statistik untuk semua pembobot  $\lambda$  dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses produksi GKP di PG Maduksimo Yogyakarta pada periode giling tanggal 9 Mei – 16 Juli 2022. Namun di antara kedelapan pembobot  $\lambda$ , dipilih  $\lambda$  sebesar 0,8 sebagai pembobot yang optimum, karena dari ketiga kriteria penentuan pembobot optimum, pembobot ini memenuhi dua kriteria yang ada. Grafik MEWMA berdasarkan data asli dengan  $\lambda$  sebesar 0,8 menunjukkan 4 data pengamatan yang *out of control*, yaitu pengamatan ke-3, ke-52, ke-55, dan ke-121 yang berturut-turut bertanggal 11 Mei 2022, 27 Mei 2022, 28 Mei 2022, dan 19 Juni 2022.
2. Nilai indeks kapabilitas proses ( $\hat{C}_p$ ) dihitung berdasarkan grafik MEWMA terkendali dengan  $\lambda$  sebesar 0,8 diperoleh hasil sebesar 40,4005. Angka ini lebih dari 1 ( $\hat{C}_p > 1$ ). Maka dari itu, proses produksi GKP di PG Madukismo Yogyakarta pada periode giling tanggal 9 Mei – 16 Juli 2022 dinyatakan telah kapabel atau baik.

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah diuraikan pada penelitian ini, peneliti memberikan saran untuk penelitian selanjutnya agar dapat lebih baik sebagai berikut.

1. Menggunakan lebih banyak variabel karakteristik kualitas yang terdapat pada Standar Nasional Indonesia (SNI) GKP. Lalu mengidentifikasi mana variabel yang sebenarnya berpengaruh secara signifikan terhadap proses produksi GKP.
2. Mengidentifikasi penyebab adanya *out of control* secara spesifik.
3. Tidak hanya menganalisis pergeseran rata-rata proses saja tetapi juga menganalisis terkait pergeseran variabilitas proses yang terjadi pada suatu produksi.
4. Menggunakan data satu periode giling penuh dalam satu tahun, biasanya dimulai sekitar bulan Mei hingga November setiap tahunnya, agar lebih dapat merepresentasikan proses produksi pada tahun tersebut terkendali atau tidak. Sehingga dapat dijadikan acuan dalam penentuan kebijakan tentang peningkatan kualitas produksi pada periode giling tahun berikutnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah. (2004). *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6 (Terjemahan)* (Ghoffar dan al-Atsari (Penerjemah); 1st ed.). Pustaka Imam Asy-Syafi'i.
- Aden, Waryanto, H., Setiawan, T. H., & Ilmadi. (2019). *Statistik Pengendalian Kualitas* (N. Valentika & A. Maulani (eds.); 1st ed.). UNPAM Press.
- Alfi, L. (2019). *Konsep Taqwa dalam al-Qur'an*. Program Studi Aqidah Dan Filsafat Islam. <http://afi.unida.gontor.ac.id/2019/02/09/konsep-taqwa-dalam-al-quran/>
- Alwan, L. C., & Roberts, H. V. (1988). Time-Series Modeling for Statistical Process Control. *Journal of Ausiness & Economic Statistics*, 6(1), 87–95.
- Arba, I. T., Wibawati, & Pradnya Paramita, N. L. P. S. (2019). Pengendalian Kualitas Pengolahan Limbah Air PT Japfa Comfeed Indonesia Tbk Menggunakan Grafik Kendali Multivariat Berbasis Time Series. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 8(2). <https://doi.org/10.12962/j23373520.v8i2.45581>
- Aulia, I. (2023). *4 Langkah Raih Takwa dalam Al-Qur'an, Salah satunya Puasa Ramadhan*. MUI Digital. Nashih (Ed.). <https://mui.or.id/tanya-jawab-keislaman/ibadah/51930/4-langkah-raih-takwa-dalam-alquran-salah-satunya-puasa-ramadhan/>
- Badan Pengembangan dan Pembinaan Bahasa. (2016). *KBBI Daring*. Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi Republik Indonesia. <https://kbbi.kemdikbud.go.id/>
- Badan Standarisasi Nasional. (2010). *Gula kristal - Bagian 3 : Putih*.
- Bartlett, M. S. (1951). The Effect of Standardization on a  $\chi^2$  Approximation in Factor Analysis. *Biometrika*, 38(3/4), 337. <https://doi.org/10.2307/2332580>
- BMKG. (2020). *BMKG, Data Online Pusat Database*. Data Iklim Harian. <https://dataonline.bmkg.go.id/home>
- Chang, P. C., Wang, Y. W., & Liu, C. H. (2007). The Development of a Weighted Evolving Fuzzy Neural Network for PCB Sales Forecasting. *Expert Systems with Applications*, 32(1), 86–96. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2005.11.021>
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427–431. <https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10482531>
- Farid, A. (2008). *Quantum Takwa: Hakikat, Keutamaan dan Karakter Orang-Orang Bertakwa* (Imtihan Asy-Syafi'i (Penerjemah) (ed.); 1st ed.). Pustaka Arafah.
- Fauzi, A. S. (2017). Transaksi Jual-Beli Terlarang; Ghisy atau Tadlis Kualitas. *Mizan: Journal of Islamic Law*, 1(2), 143–154. <https://doi.org/10.32507/mizan.v1i2.9>
- Fauziah, A., Iffah, P. K., & Kurniawan, R. R. (2021). Takaran Dan Timbangan Yang Adil dalam Perdagangan Sesuai Al-Quran Surat Hud Ayat 85. *Ulumul*

*Qur'an: Jurnal Ilmu Al-Qur'an Dan Tafsir.*  
<https://doi.org/10.31219/osf.io/x4pba>

- Febriawita, R. (2012). *Fenomena Tadlis Kualitas dalam Jual Beli Kerudung di Pasar Pabean Surabaya*. Institut Agama Islam Negeri Sunan Ampel.
- Hadist Arba'in. (n.d.). *Hadist ke-18: Bertakwalah di manapun Engkau Berada*. Dakwah Studio. Retrieved February 24, 2023, from <https://haditsarbain.com/hadits/bertakwalah-di-manapun-engkau-berada/>
- Hartatie, D., Harlianingtyas, I., & Supriyadi. (2020). Pengaruh Curah Hujan dan Pemupukan terhadap Rendemen Tebu di PG Asembagus Situbondo. *Peran Teaching Factory Di Perguruan Tinggi Vokasi Dalam Mendukung Ketahanan Pangan Pada Era New Normal*, 47–54. <https://doi.org/10.25047/agropross.2020.35>
- Hurvich, C. M., & Tsai, C. -L. (1993). a Corrected Akaike Information Criterion for Vector Autoregressive Model Selection. *Journal of Time Series Analysis*, 14(3), 271–279. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.1993.tb00144.x>
- Jayanti, J. D., & Wibawati. (2014). Penerapan Diagram Kontrol MEWMA dan MEWMV pada Pengendalian Kualitas Air Produksi di IPAM Ngagel I. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 3(2), D314–D321. [https://ejournal.its.ac.id/index.php/sains\\_seni/article/view/8174%0Ahttps://ejournal.its.ac.id](https://ejournal.its.ac.id/index.php/sains_seni/article/view/8174%0Ahttps://ejournal.its.ac.id)
- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). Applied Multivariate Statistical Analysis. In *Pearson Prentice Hall* (6th ed.). Pearson Education, Inc. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-72244-1>
- Kemenperin. (2022). *Kemenperin Minta Industri Gula Jaga Kualitas, Kuantitas dan Konektivitas*. Pers Kemenperin RI. <https://kemenperin.go.id/artikel/23094/Kemenperin-Minta-Industri-Gula-Jaga-Kualitas,-Kuantitas-dan-Konektivitas>
- Kementerian Agama RI. (2022). *Quran Kemenag*. Lajnah Pentashihan Mushaf Al-Qur'an. <https://quran.kemenag.go.id/>
- Kotz, S., & Johnson, N. L. (1993). Process Capability Indices. In *Chapman & Hall* (1st ed.). Chapman & Hall. <https://doi.org/10.1201/9780203741948>
- Kurniawan, T. R. (2008). *Pengendalian Proses Statistik Menggunakan Grafik Kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) Dan Unequal Sample Size (USS) MEWMA*. Universitas Brawijaya.
- Lowry, C. A., Woodall, W. H., Champ, C. W., & Rigdon, S. E. (1992). A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart. *Technometrics*, 34(1), 46. <https://doi.org/10.2307/1269551>
- Ma'luf, L. (2002). *Al-Munjid fi al-lughah wa al-A'lam*. Dar al masyriq.
- MacKinnon, J. G. (2010). Critical Values for Co-Integration Tests. In *Queen's Economics Department Working Paper* (No. 1227; Queen's Economics Department Working Paper, Issue 1227). <http://hdl.handle.net/10419/67744>
- Maharani, B. (2020). Penerapan Grafik Kendali Multivariate Exponentially

- Weighted Moving Average (MEWMA) Pada Pengendalian Kualitas Proses Produksi Air PDAM [UIN Maulana Malik Ibrahim Malang]. In *Central Library of Maulana Malik Ibrahim Malang*. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/32/1/004>
- Montgomery, D. C. (2013). Introduction to Statistical Quality Control. In *John Wiley & Sons, Inc.* (7th ed.).
- Montgomery, D. C., Jennings, C. L., & Kulahci, M. (2015). *Introduction Time Series Analysis and Forecasting*. 671.
- Nashrunisa, D. (2015). *Analisis Pengendalian Kualitas Ampas Tebu di Pabrik Gula Pesantren Baru Kediri Menggunakan Diagram Kontrol MEWMV dan MEWMA*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- PT Perkebunan Nusantara (PTPN) XI. (n.d.). *Proses Bisnis Gula*. Retrieved February 22, 2023, from <https://ptpn11.co.id/page/proses-bisnis-gula>
- Rao, O. R. M., Subbaiah, K. V., Rao, K. N., & Rao, T. S. (2013). Application of Multivariate Control Chart for Improvement in Quality of Hotmetal - a Case Study. *International Journal for Quality Research*, 7(4), 623–640.
- Reinsel, G. C. (1997). Elements of Multivariate Time Series Analysis. In *Journal of the American Statistical Association* (1st ed., Vol. 92, Issue 440). Springer-Verlag. <https://doi.org/10.2307/2965460>
- Sari, S. P., Devianto, D., & Yanuar, F. (2016). Pengontrolan Bahan Baku Produksi Semen Jenis PCC di PT Semen Padang dengan Menggunakan Diagram Kontrol MEWMA. *Jurnal Matematika UNAND*, 5(3), 7–14.
- Surasman, O. (2022). Refleksi Spiritual Menggapai Puncak Takwa (Kajian Tafsir Tematik Menjalani Komunikasi Bersama Allah Swt). *Kordinat: Jurnal Komunikasi Antar Perguruan Tinggi Agama Islam*, XXI(2), 310–322.
- Syafei, R. (2001). *Fiqh Muamalah* (1st ed.). Pustaka Setia.
- Tsay, R. S. (2005). *Analysis of Financial Time Series* (2nd ed.). John Wiley & Sons, Inc. <https://doi.org/10.1177/095148489100400305>
- Wei, W. W. S. (2006). Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods. In *Technometrics* (Second). Pearson Addison Wesley. <https://doi.org/10.2307/1269015>
- Yayasan Lajnah Istiqomah. (2013). Curang dalam Timbangan dan Takaran Mengundang Kerusakan di Dunia dan Celaka di Aherat. *Yayasan Lajnah Istiqomah*. <https://almanhaj.or.id/45865-curang-dalam-timbangan-dan-takaran-mengundang-kerusakan.html>

## LAMPIRAN

**Lampiran 1.** Data Karakteristik Kualitas GKP Pabrik Gula Madukismo Periode Giling Bulan Mei – Juli 2022

<i>t</i>	Kadar Air	BJB	Pol	ICUMSA	<i>t</i>	Kadar Air	BJB	Pol	ICUMSA
1	0,04	0,8	99,6	196	44	0,022	0,8	99,7	180
2	0,036	0,8	99,6	196	45	0,021	0,8	99,7	179
3	0,041	0,81	99,6	199	46	0,021	0,8	99,7	177
4	0,04	0,8	99,6	200	47	0,019	0,84	99,7	179
5	0,038	0,81	99,6	198	48	0,019	0,8	99,7	176
6	0,038	0,81	99,6	198	49	0,021	0,8	99,7	174
7	0,04	0,82	99,6	199	50	0,022	0,8	99,7	177
8	0,039	0,8	99,6	198	51	0,02	0,82	99,7	173
9	0,038	0,81	99,6	196	52	0,02	0,84	99,6	174
10	0,034	0,81	99,6	197	53	0,018	0,81	99,7	174
11	0,038	0,81	99,6	198	54	0,018	0,8	99,7	176
12	0,04	0,8	99,6	195	55	0,021	0,8	99,8	179
13	0,039	0,83	99,7	196	56	0,02	0,8	99,7	178
14	0,039	0,81	99,6	194	57	0,019	0,8	99,7	179
15	0,041	0,82	99,6	195	58	0,019	0,8	99,7	179
16	0,04	0,81	99,6	195	59	0,018	0,8	99,7	176
17	0,04	0,8	99,6	193	60	0,018	0,83	99,7	180
18	0,042	0,81	99,7	190	61	0,016	0,8	99,7	181
19	0,043	0,83	99,6	192	62	0,019	0,81	99,7	178
20	0,04	0,8	99,6	190	63	0,017	0,82	99,7	182
21	0,041	0,8	99,6	191	64	0,019	0,81	99,7	180
22	0,037	0,81	99,6	190	65	0,017	0,82	99,6	180
23	0,038	0,81	99,6	187	66	0,02	0,82	99,7	180
24	0,038	0,8	99,6	188	67	0,018	0,81	99,7	183
25	0,031	0,82	99,6	185	68	0,016	0,8	99,7	182
26	0,033	0,82	99,6	187	69	0,016	0,8	99,6	176
27	0,031	0,81	99,6	186	70	0,017	0,8	99,7	173
28	0,028	0,8	99,6	186	71	0,016	0,8	99,7	174
29	0,029	0,8	99,6	187	72	0,018	0,8	99,7	169
30	0,026	0,8	99,7	185	73	0,017	0,8	99,7	168
31	0,026	0,8	99,6	183	74	0,017	0,8	99,6	170
32	0,028	0,8	99,6	180	75	0,016	0,8	99,6	168
33	0,026	0,8	99,7	181	76	0,018	0,8	99,7	165
34	0,023	0,8	99,7	182	77	0,019	0,8	99,7	166
35	0,022	0,8	99,6	182	78	0,018	0,8	99,7	164
36	0,024	0,81	99,6	180	79	0,018	0,8	99,7	162
37	0,02	0,8	99,7	180	80	0,021	0,81	99,6	162
38	0,023	0,8	99,6	182	81	0,019	0,8	99,6	164
39	0,024	0,8	99,6	179	82	0,017	0,8	99,6	164
40	0,024	0,82	99,8	181	83	0,018	0,8	99,6	161
41	0,026	0,8	99,7	182	84	0,017	0,8	99,6	162
42	0,021	0,82	99,6	179	85	0,016	0,8	99,6	161
43	0,022	0,8	99,6	181	86	0,017	0,8	99,6	165

<i>t</i>	Kadar Air	BJB	Pol	ICUMSA	<i>t</i>	Kadar Air	BJB	Pol	ICUMSA
87	0,016	0,8	99,7	163	136	0,02	0,83	99,6	168
88	0,016	0,8	99,6	160	137	0,021	0,81	99,6	173
89	0,018	0,8	99,6	162	138	0,02	0,81	99,6	171
90	0,018	0,81	99,6	162	139	0,021	0,81	99,6	174
91	0,018	0,8	99,7	161	140	0,019	0,81	99,7	169
92	0,016	0,8	99,7	163	141	0,022	0,82	99,7	173
93	0,017	0,8	99,6	164	142	0,021	0,81	99,6	173
94	0,016	0,81	99,7	162	143	0,02	0,82	99,6	170
95	0,019	0,8	99,6	160	144	0,02	0,81	99,6	172
96	0,021	0,79	99,6	158	145	0,02	0,8	99,6	170
97	0,019	0,8	99,7	163	146	0,022	0,82	99,6	176
98	0,02	0,8	99,6	161	147	0,021	0,81	99,6	175
99	0,019	0,8	99,6	168	148	0,019	0,81	99,7	173
100	0,019	0,8	99,6	167	149	0,019	0,82	99,7	176
101	0,02	0,81	99,7	165	150	0,018	0,8	99,7	178
102	0,018	0,8	99,7	167	151	0,019	0,81	99,6	176
103	0,019	0,8	99,7	170	152	0,018	0,8	99,6	176
104	0,019	0,8	99,6	166	153	0,019	0,82	99,6	175
105	0,018	0,8	99,7	168	154	0,02	0,81	99,7	179
106	0,016	0,8	99,7	170	155	0,02	0,8	99,6	177
107	0,017	0,8	99,7	171	156	0,021	0,8	99,6	174
108	0,017	0,81	99,7	172	157	0,019	0,83	99,6	176
109	0,019	0,8	99,6	170	158	0,019	0,82	99,6	175
110	0,016	0,8	99,7	172	159	0,02	0,82	99,7	176
111	0,018	0,81	99,6	169	160	0,021	0,81	99,7	172
112	0,018	0,81	99,7	171	161	0,02	0,81	99,6	173
113	0,02	0,8	99,7	168	162	0,02	0,8	99,6	170
114	0,021	0,8	99,6	165	163	0,021	0,8	99,6	163
115	0,02	0,8	99,6	163	164	0,021	0,81	99,6	168
116	0,022	0,81	99,6	167	165	0,018	0,8	99,7	166
117	0,019	0,81	99,6	166	166	0,02	0,8	99,6	170
118	0,021	0,82	99,7	170	167	0,02	0,81	99,7	169
119	0,02	0,81	99,6	170	168	0,019	0,81	99,6	171
120	0,02	0,8	99,7	167	169	0,019	0,8	99,6	174
121	0,028	0,82	99,7	169	170	0,021	0,82	99,6	172
122	0,022	0,82	99,6	168	171	0,022	0,81	99,6	175
123	0,018	0,82	99,7	169	172	0,02	0,82	99,8	173
124	0,018	0,82	99,6	164	173	0,02	0,81	99,6	172
125	0,02	0,81	99,7	163	174	0,018	0,81	99,7	176
126	0,019	0,83	99,6	165	175	0,019	0,81	99,7	169
127	0,018	0,83	99,6	162	176	0,019	0,8	99,7	167
128	0,019	0,82	99,7	165	177	0,018	0,8	99,7	169
129	0,02	0,83	99,7	166	178	0,02	0,82	99,6	166
130	0,02	0,82	99,7	164	179	0,021	0,8	99,7	167
131	0,019	0,82	99,6	162	180	0,019	0,8	99,6	164
132	0,021	0,81	99,6	168	181	0,02	0,81	99,7	166
133	0,019	0,82	99,6	165	182	0,019	0,81	99,6	163
134	0,022	0,82	99,7	170					
135	0,02	0,82	99,7	172					



**Lampiran 2.** Data Curah Hujan Wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta

No.	Tanggal	RR* (mm**)	No.	Tanggal	RR* (mm**)
1	09-05-2022	2,5	36	13-06-2022	Tidak ada data
2	10-05-2022	24,5	37	14-06-2022	69,5
3	11-05-2022	0	38	15-06-2022	0,8
4	12-05-2022	0,7	39	16-06-2022	0
5	13-05-2022	0	40	17-06-2022	11,5
6	14-05-2022	1,3	41	18-06-2022	13,8
7	15-05-2022	2,4	42	19-06-2022	6
8	16-05-2022	0,3	43	20-06-2022	0,4
9	17-05-2022	0	44	21-06-2022	0
10	18-05-2022	0	45	22-06-2022	0
11	19-05-2022	3,9	46	23-06-2022	0
12	20-05-2022	21,3	47	24-06-2022	0
13	21-05-2022	7,2	48	25-06-2022	0
14	22-05-2022	4	49	26-06-2022	0
15	23-05-2022	Data tidak terukur	50	27-06-2022	5,8
16	24-05-2022	0	51	28-06-2022	0
17	25-05-2022	13,8	52	29-06-2022	0
18	26-05-2022	21,8	53	30-06-2022	0
19	27-05-2022	35,5	54	01-07-2022	0
20	28-05-2022	0	55	02-07-2022	Tidak ada data
21	29-05-2022	0	56	03-07-2022	7,7
22	30-05-2022	Data tidak terukur	57	04-07-2022	0,7
23	31-05-2022	2,4	58	05-07-2022	Tidak ada data
24	01-06-2022	47,3	59	06-07-2022	0
25	02-06-2022	0	60	07-07-2022	2,2
26	03-06-2022	4	61	08-07-2022	0
27	04-06-2022	0	62	09-07-2022	0
28	05-06-2022	5	63	10-07-2022	0
29	06-06-2022	1	64	11-07-2022	0
30	07-06-2022	8,2	65	12-07-2022	81,1
31	08-06-2022	Tidak ada data	66	13-07-2022	0
32	09-06-2022	58,5	67	14-07-2022	8,5
33	10-06-2022	0	68	15-07-2022	0
34	11-06-2022	0	69	16-07-2022	0,4
35	12-06-2022	36,3	<b>RATA-RATA</b>		<b>8,1</b>

\*) Simulasi prediksi curah hujan bulanan (RR) dengan menggunakan prediktor suhu udara (T) dan kelembapan udara (RH)

\*\*\*) Satu mm curah hujan mengindikasikan bahwa air hujan yang turun di area seluas satu meter persegi akan memiliki tinggi satu mm, apabila tidak meresap, mengalir, atau menguap.

**Lampiran 3.** Data Kualitas Rata-Rata Harian Karakteristik Kualitas GKP di PG Madukismo Yogyakarta

No.	Kadar Air	BJB	Pol	ICUMSA	No.	Kadar Air	BJB	Pol	ICUMSA
1	0,0380	0,8000	99,6000	196,0000	33	0,0200	0,7967	99,6333	160,6667
2	0,0397	0,8067	99,6000	199,0000	34	0,0193	0,8033	99,6333	166,6667
3	0,0390	0,8100	99,6000	198,3333	35	0,0187	0,8000	99,6667	167,6667
4	0,0367	0,8100	99,6000	197,0000	36	0,0170	0,8000	99,7000	169,6667
5	0,0393	0,8133	99,6333	195,0000	37	0,0173	0,8033	99,6667	171,3333
6	0,0403	0,8100	99,6000	194,3333	38	0,0187	0,8067	99,6667	169,3333
7	0,0417	0,8133	99,6333	190,6667	39	0,0210	0,8033	99,6000	165,0000
8	0,0387	0,8067	99,6000	189,3333	40	0,0200	0,8133	99,6333	168,6667
9	0,0340	0,8133	99,6000	186,6667	41	0,0233	0,8133	99,6667	168,0000
10	0,0293	0,8033	99,6000	186,3333	42	0,0187	0,8167	99,6667	165,3333
11	0,0267	0,8000	99,6333	182,6667	43	0,0187	0,8267	99,6333	164,0000
12	0,0237	0,8000	99,6667	181,6667	44	0,0197	0,8233	99,6667	164,0000
13	0,0223	0,8033	99,6333	180,6667	45	0,0207	0,8167	99,6333	167,6667
14	0,0247	0,8067	99,7000	180,6667	46	0,0203	0,8200	99,6333	171,0000
15	0,0217	0,8067	99,6333	180,0000	47	0,0200	0,8100	99,6333	171,3333
16	0,0203	0,8133	99,7000	178,3333	48	0,0210	0,8167	99,6333	172,0000
17	0,0207	0,8000	99,7000	175,6667	49	0,0200	0,8050	99,6000	171,0000
18	0,0193	0,8233	99,6667	173,6667	50	0,0220	0,8200	99,6000	176,0000
19	0,0197	0,8000	99,7333	177,6667	51	0,0197	0,8082	99,6563	169,5146
20	0,0187	0,8000	99,7000	178,0000	52	0,0183	0,8033	99,6333	176,6667
21	0,0177	0,8133	99,7000	179,6667	53	0,0197	0,8100	99,6333	177,0000
22	0,0177	0,8167	99,6667	180,6667	54	0,0197	0,8167	99,6000	175,0000
23	0,0180	0,8100	99,7000	181,6667	55	0,0203	0,8133	99,6667	173,6667
24	0,0163	0,8000	99,6667	174,3333	56	0,0207	0,8033	99,6000	167,0000
25	0,0173	0,8000	99,6667	169,0000	57	0,0193	0,8033	99,6667	168,3333
26	0,0177	0,8000	99,6667	166,3333	58	0,0190	0,8050	99,6000	172,5000
27	0,0190	0,8033	99,6667	162,6667	59	0,0210	0,8200	99,6000	172,0000
28	0,0180	0,8000	99,6000	163,0000	60	0,0207	0,8133	99,6667	173,3333
29	0,0167	0,8000	99,6000	162,6667	61	0,0187	0,8067	99,7000	170,6667
30	0,0167	0,8000	99,6333	161,6667	62	0,0197	0,8067	99,6667	167,3333
31	0,0173	0,8033	99,6667	162,0000	63	0,0193	0,8067	99,6333	164,3333
32	0,0173	0,8033	99,6333	162,0000					

**Lampiran 4. Output nilai ADF Test****Kadar Air**

Null Hypothesis: KADAR\_AIR has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 2 (Automatic - based on AIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.516581	0.1132
Test critical values: 1% level	-3.466994	
5% level	-2.877544	
10% level	-2.575381	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**BJB**

Null Hypothesis: BJB has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 4 (Automatic - based on AIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.380053	0.0130
Test critical values: 1% level	-3.467418	
5% level	-2.877729	
10% level	-2.575480	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**Polarisasi**

Null Hypothesis: POLARISASI has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 6 (Automatic - based on AIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.856916	0.0526
Test critical values: 1% level	-3.467851	
5% level	-2.877919	
10% level	-2.575581	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**ICUMSA**

Null Hypothesis: ICUMSA has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 3 (Automatic - based on AIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.379924	0.1489
Test critical values: 1% level	-3.467205	
5% level	-2.877636	
10% level	-2.575430	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**Lampiran 5. Output nilai ADF Test Setelah First Differencing****Kadar Air**

Null Hypothesis: D(KADAR\_AIR) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 1 (Automatic - based on AIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-13.84535	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.466994	
5% level	-2.877544	
10% level	-2.575381	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**BJB**

Null Hypothesis: D(BJB) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 11 (Automatic - based on AIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.429279	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469214	
5% level	-2.878515	
10% level	-2.575899	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**Polarisasi**

Null Hypothesis: D(POLARISASI) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 5 (Automatic - based on AIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.46031	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.467851	
5% level	-2.877919	
10% level	-2.575581	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**ICUMSA**

Null Hypothesis: D(ICUMSA) has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 2 (Automatic - based on AIC, maxlag=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.018743	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.467205	
5% level	-2.877636	
10% level	-2.575430	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**Lampiran 6. Output Program SAS on Demand for Academics untuk Model VARIMA(1,1,2)**

The VARMAX Procedure							
Number of Observations							181
Number of Pairwise Missing							0
Observation(s) eliminated by differencing							1
Simple Summary Statistics							
Variable	Type	N	Mean	Standard Deviation	Min	Max	Difference
kadarair	Dependent	181	-0.00012	0.00196	-0.00700	0.00800	1
bjb	Dependent	181	0.00006	0.01138	-0.04000	0.04000	1
pol	Dependent	181	0.00000	0.06749	-0.20000	0.20000	1
icumsa	Dependent	181	-0.18232	2.61723	-7.00000	7.00000	1
Cross Correlations of Dependent Series							
Lag	Variable	kadarair	bjb	pol	icumsa		
0	kadarair	1.00000	0.04503	-0.05447	0.09096		
	bjb	0.04503	1.00000	-0.00000	0.07497		
	pol	-0.05447	-0.00000	1.00000	0.15725		
	icumsa	0.09096	0.07497	0.15725	1.00000		
1	kadarair	-0.35255	-0.01215	0.06704	-0.01045		
	bjb	-0.07185	-0.45068	-0.03617	0.08990		
	pol	0.08010	0.04337	-0.45122	-0.03402		
	icumsa	-0.19642	-0.16014	-0.12265	-0.36700		
2	kadarair	-0.08290	0.09198	-0.01676	0.00192		
	bjb	-0.04721	-0.04719	0.06511	-0.08579		
	pol	-0.05447	-0.09405	-0.02439	0.01572		
	icumsa	0.17080	0.11194	0.05346	0.02965		
3	kadarair	0.09467	-0.06188	-0.16761	0.05188		
	bjb	0.09695	-0.01717	-0.07235	0.11386		
	pol	-0.03304	0.15189	-0.06098	-0.04660		
	icumsa	-0.02640	-0.07432	0.05661	0.14184		
4	kadarair	-0.04628	0.06462	0.15923	-0.05075		
	bjb	-0.02927	-0.00002	0.10129	-0.09071		
	pol	0.09218	-0.15916	-0.07317	-0.07233		
	icumsa	-0.03804	0.06714	-0.10378	-0.09324		
5	kadarair	0.11030	-0.14664	-0.05447	0.13794		
	bjb	0.02484	0.06011	-0.09405	0.06160		
	pol	-0.13779	-0.00727	0.21951	0.07291		
	icumsa	0.09739	-0.04296	0.05032	0.10912		
6	kadarair	-0.08713	0.06435	0.00838	-0.17430		
	bjb	0.01741	-0.02141	-0.02894	-0.05780		
	pol	0.14714	0.08678	-0.17073	-0.02459		
	icumsa	-0.04592	0.01456	0.05661	-0.15007		
7	kadarair	0.00372	0.01770	0.02514	0.07758		
	bjb	-0.06932	-0.01290	0.06511	-0.10038		
	pol	-0.08751	0.04337	0.18293	0.07291		
	icumsa	-0.05738	-0.01090	-0.07233	0.16179		
8	kadarair	0.08865	0.12432	-0.05447	0.05059		
	bjb	0.08479	0.06438	0.13022	0.17573		
	pol	0.00049	-0.05068	-0.15854	-0.09692		
	icumsa	-0.05957	-0.01131	0.09120	-0.08428		
9	kadarair	0.00325	-0.19887	0.07961	-0.03129		

		<b>bjb</b>	-0.13650	-0.17597	-0.12299	-0.09105							
		<b>pol</b>	0.07542	-0.02170	-0.00000	0.04717							
		<b>icumsa</b>	0.16114	0.04470	-0.18870	-0.05341							
<b>10</b>		<b>kadarair</b>	-0.03775	0.06215	-0.08380	-0.01415							
		<b>bjb</b>	0.13977	0.11586	-0.13746	-0.06645							
		<b>pol</b>	-0.13731	-0.00731	0.06098	0.00744							
		<b>icumsa</b>	0.00377	-0.06165	0.11636	0.04794							
<b>11</b>		<b>kadarair</b>	-0.10400	0.04252	0.00419	0.01254							
		<b>bjb</b>	-0.00964	0.01714	0.17363	0.16827							
		<b>pol</b>	0.17180	0.04341	0.03659	0.02201							
		<b>icumsa</b>	-0.04935	0.01516	0.05346	-0.02840							
<b>12</b>		<b>kadarair</b>	0.14649	0.02179	0.01208	0.01327							
		<b>bjb</b>	-0.16845	-0.08152	-0.06507	-0.15415							
		<b>pol</b>	-0.10476	-0.02894	-0.08537	-0.00943							
		<b>icumsa</b>	0.14388	0.04776	-0.13895	-0.05902							
<b>Schematic Representation of Cross Correlations</b>													
<b>Variable/ Lag</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>kadarair</b>	+...	-...	....	..-	..+	....	...-	....	....	-..	....	....	....
<b>bjb</b>	..+	..-	....	....	....	....	....	....	...+	-..	....	..++	-..-
<b>pol</b>	..++	..-	....	..+	..-	..+	..-	..+	..-	....	....	+...	....
<b>icumsa</b>	..++	-..-	+...	....	....	....	...-	...+	....	+..-	....	....	....
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between													
<b>Minimum Information Criterion Based on AICC</b>													
<b>L a g</b>	<b>MA 0</b>	<b>MA 1</b>	<b>MA 2</b>	<b>MA 3</b>	<b>MA 4</b>	<b>MA 5</b>	<b>MA 6</b>	<b>MA 7</b>	<b>MA 8</b>	<b>MA 9</b>	<b>MA 10</b>	<b>MA 11</b>	
<b>A R 0</b>	- 24.94 438	- 25.59 149	- 25.55 838	- 25.60 202	- 25.547 1	- 25.459 54	- 25.327 59	- 25.211 58	- 25.222 75	- 25.234 92	- 25.080 99	- 24.914 44	
<b>A R 1</b>	- 25.57 585	- 25.65 552	- 25.80 864	- 25.77 935	- 25.662 12	- 25.531 49	- 25.362 47	- 25.235 38	- 25.264 35	- 25.235 29	- 25.024 4	- 24.819 76	
<b>A R 2</b>	- 25.68 892	- 25.69 291	- 25.73 171	- 25.67 438	- 25.570 88	- 25.443 6	- 25.267 33	- 25.132 93	- 25.166 19	- 25.070 49	- 24.900 01	- 24.686 71	
<b>A R 3</b>	- 25.76 876	- 25.72 391	- 25.64 282	- 25.49 973	- 25.425 6	- 25.320 07	- 25.145 91	- 24.952 53	- 24.914 04	- 24.789 09	- 24.612 88	- 24.351 42	
<b>A R 4</b>	- 25.78 84	- 25.73 352	- 25.61 28	- 25.50 026	- 25.330 3	- 25.189 28	- 24.979 8	- 24.779 05	- 24.763 28	- 24.597 12	- 24.392 61	- 24.081 31	
<b>A R 5</b>	- 25.71 19	- 25.64 839	- 25.49 976	- 25.40 333	- 25.211 26	- 25.035 71	- 24.827 01	- 24.626 71	- 24.563 91	- 24.400 23	- 24.242 18	- 23.871 12	
<b>A R 6</b>	- 25.59 419	- 25.52 247	- 25.40 398	- 25.29 325	- 25.062 72	- 24.877 22	- 24.662 72	- 24.483 43	- 24.442 75	- 24.153 29	- 23.901 02	- 23.526 29	
<b>A R 7</b>	- 25.42 896	- 25.36 986	- 25.25 512	- 25.14 379	- 24.918 75	- 24.695 55	- 24.505 96	- 24.246 27	- 24.147 43	- 23.827 03	- 23.547 51	- 23.163 41	
<b>A R 8</b>	- 25.32 597	- 25.35 242	- 25.24 225	- 25.10 095	- 24.858 18	- 24.665 66	- 24.413 28	- 24.096 81	- 23.827 13	- 23.460 6	- 23.163 02	- 22.685 37	
<b>A R 9</b>	- 25.20 324	- 25.27 932	- 25.09 424	- 24.87 96	- 24.662 8	- 24.445 48	- 24.124 66	- 23.778 3	- 23.435 44	- 23.013 43	- 22.768 15	- 22.190 58	
<b>Partial Autoregression</b>													
	<b>Lag</b>	<b>Variable</b>	<b>kadarair</b>	<b>bjb</b>	<b>pol</b>	<b>icumsa</b>							
	<b>1</b>	<b>kadarair</b>	-0.32955	-0.00755	0.00262	-0.00013							
		<b>bjb</b>	0.13935	-0.44129	0.01123	-0.00061							

		pol	1.70673	-0.20321	-0.43979	-0.00143							
		icumsa	27.28196	27.05499	1.05297	-0.38195							
2		kadarair	-0.23809	-0.01529	-0.00006	0.00005							
		bjb	0.62680	-0.30009	-0.01132	0.00009							
		pol	1.01525	0.31880	-0.29090	0.00058							
		icumsa	12.67694	2.15128	1.09110	-0.10852							
3		kadarair	-0.01833	-0.00203	-0.00149	0.00002							
		bjb	0.31059	-0.25994	0.01974	-0.00027							
		pol	-6.00942	-0.19346	-0.30634	0.00350							
		icumsa	57.92658	29.74643	-2.06484	0.13235							
4		kadarair	-0.00433	0.00343	0.00206	-0.00000							
		bjb	0.68917	-0.19187	-0.01096	0.00019							
		pol	-0.82360	0.41847	-0.35974	-0.00069							
		icumsa	-25.14716	2.33947	-8.16167	0.07413							
5		kadarair	0.08822	0.00345	-0.00474	0.00009							
		bjb	-0.57385	-0.12294	-0.02932	0.00008							
		pol	-2.38195	-0.07697	-0.12264	0.00059							
		icumsa	158.85222	17.66632	-3.22572	0.07328							
6		kadarair	-0.00471	0.01494	0.00109	0.00002							
		bjb	-0.03169	-0.04792	-0.01097	-0.00013							
		pol	-2.69192	-0.56243	-0.25276	0.00279							
		icumsa	-173.71369	-6.73374	-3.27044	-0.06896							
7		kadarair	-0.05775	-0.00139	-0.00100	-0.00008							
		bjb	-0.62854	-0.10860	0.01116	-0.00012							
		pol	-0.11218	-0.37142	0.04726	-0.00104							
		icumsa	-55.20478	-50.04654	2.61893	0.04249							
8		kadarair	0.05999	0.00333	0.00188	-0.00011							
		bjb	1.01963	0.03512	0.00257	-0.00007							
		pol	-1.35908	1.19054	-0.14102	0.00348							
		icumsa	89.25330	-1.45669	-2.11381	-0.03254							
9		kadarair	0.17035	-0.01894	0.00307	0.00006							
		bjb	-0.50237	-0.16737	0.00700	0.00020							
		pol	1.42597	0.68801	-0.05663	-0.00283							
		icumsa	63.05956	-6.13675	-0.78614	-0.01497							
10		kadarair	-0.01328	0.00924	-0.00363	0.00014							
		bjb	0.17804	-0.06864	-0.00388	-0.00010							
		pol	-2.54440	-0.42037	-0.03466	-0.00119							
		icumsa	-5.50552	-24.32195	1.94479	-0.05947							
11		kadarair	-0.12575	0.01825	0.00050	0.00003							
		bjb	0.12986	-0.05093	0.01856	-0.00040							
		pol	-2.69623	0.36422	0.09031	0.00038							
		icumsa	-19.08560	43.77806	2.28076	-0.00565							
12		kadarair	0.01548	-0.03102	-0.00130	0.00009							
		bjb	0.49088	-0.13619	0.00009	0.00021							
		pol	0.37335	0.08601	-0.01346	-0.00133							
		icumsa	-26.16854	7.44909	2.08510	-0.13630							
<b>Schematic Representation of Partial Autoregression</b>													
Variable/Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
kadarair	...-	....	....	....	....	....	....	....	....	....+	....	....	
bjb	.-..	.-..	.-..	.-..	..-.	....	....	+...	....	....	....	....	
pol	..-.	..-.	..-.	..-.	....	..-.	....	..+.	....	....	....	....	
icumsa	...-	....	....	..-.	....	....	.-..	....	....	....	....	....	

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between							
Partial Canonical Correlations							
Lag	Correlation1	Correlation2	Correlation3	Correlation4	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
1	0.50090	0.46732	0.42114	0.28342	16	130.86	<.0001
2	0.33553	0.30213	0.25934	0.09377	16	50.10	<.0001
3	0.40127	0.30879	0.10233	0.00521	16	47.50	<.0001
4	0.39826	0.24473	0.07879	0.00866	16	39.79	0.0008
5	0.29064	0.24122	0.05391	0.01879	16	25.68	0.0587
6	0.29987	0.15033	0.09004	0.02555	16	21.22	0.1701
7	0.25439	0.15667	0.06296	0.04215	16	16.53	0.4166
8	0.31225	0.21685	0.10722	0.06090	16	27.63	0.0350
9	0.30967	0.20409	0.06926	0.02396	16	24.58	0.0775
10	0.23533	0.12256	0.08047	0.04171	16	13.44	0.6401
11	0.24784	0.14823	0.10753	0.03580	16	16.36	0.4281
12	0.29138	0.10201	0.05726	0.03591	16	16.88	0.3935

The VARMAX Procedure	
Type of Model	VARMA(1,2)
Estimation Method	Maximum Likelihood Estimation

AR Coefficient Estimates					
Lag	Variable	kadarair	bjb	pol	icumsa
1	kadarair	-0.75955	0.12681	-0.01132	0.00062
	bjb	-1.56674	-0.73676	-0.01180	0.00070
	pol	10.82164	-0.89568	-0.58237	-0.00895
	icumsa	166.70649	58.51104	8.60575	0.28711

MA Coefficient Estimates					
Lag	Variable	e1	e2	e3	e4
1	kadarair	-0.42645	0.12556	-0.01162	0.00079
	bjb	-1.78380	-0.03961	-0.03310	0.00101
	pol	15.58178	-1.24343	0.21875	-0.00870
	icumsa	100.56295	37.03409	10.59656	0.72424
2	kadarair	0.51613	-0.07429	0.01768	-0.00039
	bjb	0.27085	0.73894	0.03320	-0.00050
	pol	-7.11949	0.37205	0.69237	0.00009
	icumsa	-205.72005	-55.66912	-5.13304	-0.29103

Schematic Representation of Parameter Estimates			
Variable/Lag	AR1	MA1	MA2
kadarair	*.**	-.**	+.**
bjb	.-.*	...*	+.*
pol	+.-*	+..*	-.*
icumsa	+..+	...+	*..*

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	Variable
kadarair	AR1_1_1	-0.75955	0.00000			kadarair(t-1)
	AR1_1_2	0.12681	0.12252	1.04	0.3020	bjb(t-1)
	AR1_1_3	-0.01132	0.00000			pol(t-1)
	AR1_1_4	0.00062	0.00000			icumsa(t-1)
	MA1_1_1	-0.42645	0.08960	-4.76	0.0001	e1(t-1)
	MA1_1_2	0.12556	0.11870	1.06	0.2916	e2(t-1)
	MA1_1_3	-0.01162	0.00000			e3(t-1)



	MA1_1_4	0.00079	0.00000			e4(t-1)
	MA2_1_1	0.51613	0.07283	7.09	0.0001	e1(t-2)
	MA2_1_2	-0.07429	0.10522	-0.71	0.4811	e2(t-2)
	MA2_1_3	0.01768	0.00000			e3(t-2)
	MA2_1_4	-0.00039	0.00000			e4(t-2)
bjb	AR1_2_1	-1.56674	0.95761	-1.64	0.1036	kadarair(t-1)
	AR1_2_2	-0.73676	0.12676	-5.81	0.0001	bjb(t-1)
	AR1_2_3	-0.01180	0.04162	-0.28	0.7771	pol(t-1)
	AR1_2_4	0.00070	0.00000			icumsa(t-1)
	MA1_2_1	-1.78380	0.95377	-1.87	0.0631	e1(t-1)
	MA1_2_2	-0.03961	0.18370	-0.22	0.8295	e2(t-1)
	MA1_2_3	-0.03310	0.04685	-0.71	0.4808	e3(t-1)
	MA1_2_4	0.00101	0.00000			e4(t-1)
	MA2_2_1	0.27085	0.58572	0.46	0.6443	e1(t-2)
	MA2_2_2	0.73894	0.13455	5.49	0.0001	e2(t-2)
	MA2_2_3	0.03320	0.04564	0.73	0.4679	e3(t-2)
	MA2_2_4	-0.00050	0.00000			e4(t-2)
pol	AR1_3_1	10.82164	4.76090	2.27	0.0242	kadarair(t-1)
	AR1_3_2	-0.89568	1.82908	-0.49	0.6250	bjb(t-1)
	AR1_3_3	-0.58237	0.10516	-5.54	0.0001	pol(t-1)
	AR1_3_4	-0.00895	0.00000			icumsa(t-1)
	MA1_3_1	15.58178	4.14177	3.76	0.0002	e1(t-1)
	MA1_3_2	-1.24343	1.97166	-0.63	0.5291	e2(t-1)
	MA1_3_3	0.21875	0.13373	1.64	0.1036	e3(t-1)
	MA1_3_4	-0.00870	0.00000			e4(t-1)
	MA2_3_1	-7.11949	3.46889	-2.05	0.0416	e1(t-2)
	MA2_3_2	0.37205	1.84801	0.20	0.8407	e2(t-2)
	MA2_3_3	0.69237	0.13936	4.97	0.0001	e3(t-2)
	MA2_3_4	0.00009	0.00000			e4(t-2)
icumsa	AR1_4_1	166.70649	55.89379	2.98	0.0033	kadarair(t-1)
	AR1_4_2	58.51104	155.75031	0.38	0.7076	bjb(t-1)
	AR1_4_3	8.60575	14.81231	0.58	0.5620	pol(t-1)
	AR1_4_4	0.28711	0.11744	2.44	0.0155	icumsa(t-1)
	MA1_4_1	100.56295	55.07220	1.83	0.0695	e1(t-1)
	MA1_4_2	37.03409	168.32687	0.22	0.8261	e2(t-1)
	MA1_4_3	10.59656	17.91525	0.59	0.5549	e3(t-1)
	MA1_4_4	0.72424	0.04075	17.77	0.0001	e4(t-1)
	MA2_4_1	-205.72005	0.00000			e1(t-2)
	MA2_4_2	-55.66912	132.93946	-0.42	0.6759	e2(t-2)
	MA2_4_3	-5.13304	14.33369	-0.36	0.7207	e3(t-2)
	MA2_4_4	-0.29103	0.00000			e4(t-2)

Log-likelihood 2041.973

Information Criteria

AICC	-3910.91
HQC	-3892.98
AIC	-3967.95
SBC	-3783.08
FPEC	3.92E-12

Cross Correlations of Residuals

Lag	Variable	kadarair	bjb	pol	icumsa
0	kadarair	1.00000	-0.01552	0.03704	0.03771
	bjb	-0.01552	1.00000	0.05196	0.13441

		pol	0.03704	0.05196	1.00000	0.13706
		icumsa	0.03771	0.13441	0.13706	1.00000
1		kadarair	-0.03891	0.01768	0.08442	0.00716
		bjb	-0.04938	0.01254	-0.01240	0.00917
		pol	-0.00347	-0.04558	0.01655	-0.02659
		icumsa	0.04262	-0.05658	-0.03733	0.01794
2		kadarair	0.02461	0.03977	-0.02449	-0.04422
		bjb	0.03219	-0.04900	0.00897	-0.12041
		pol	0.05567	0.05381	-0.04441	-0.02432
		icumsa	-0.03698	0.01267	0.00481	-0.02643
3		kadarair	-0.01367	-0.00584	-0.05214	-0.01330
		bjb	0.04390	-0.06454	0.06329	-0.01694
		pol	0.01680	0.01146	-0.12301	-0.01440
		icumsa	-0.03046	0.05068	0.01684	0.05620
4		kadarair	0.01402	0.06786	-0.02169	0.02534
		bjb	0.02416	0.04948	0.00239	-0.09033
		pol	-0.01007	-0.06893	0.05030	-0.03621
		icumsa	-0.01100	0.02201	-0.05538	-0.03992
5		kadarair	0.12171	-0.15359	0.13529	0.04761
		bjb	0.05040	0.01791	0.01241	-0.05254
		pol	0.02309	-0.01167	0.14817	0.09408
		icumsa	0.00664	0.03219	0.01126	0.05045
6		kadarair	-0.11013	-0.01245	-0.03816	-0.07855
		bjb	-0.03155	-0.00191	-0.00133	-0.11621
		pol	-0.02715	0.14116	0.08939	0.06046
		icumsa	-0.02103	0.00362	0.06294	-0.09471
7		kadarair	-0.03955	0.04225	0.10960	0.05332
		bjb	-0.03592	-0.04292	0.14746	-0.05579
		pol	0.00062	0.13342	0.09796	0.05204
		icumsa	-0.20742	0.00572	0.02185	0.09811
8		kadarair	0.10753	0.10057	-0.05829	0.06508
		bjb	0.01323	-0.01917	0.21575	0.16324
		pol	-0.02016	-0.04832	-0.06467	-0.06541
		icumsa	0.05467	0.05857	0.00658	-0.04109
9		kadarair	0.05435	-0.12180	0.03831	0.00936
		bjb	0.05355	-0.15792	-0.16210	-0.00572
		pol	-0.00840	-0.01896	0.00443	0.00089
		icumsa	0.11904	-0.03793	-0.15434	-0.06643
10		kadarair	-0.04348	-0.01319	-0.01494	-0.07683
		bjb	0.10332	0.07795	-0.08360	0.03337
		pol	-0.06783	-0.02654	0.06159	0.02932
		icumsa	0.04563	-0.00944	-0.01605	-0.02437
11		kadarair	-0.10291	0.08779	-0.08326	-0.00230
		bjb	-0.02389	0.03813	0.08284	0.11506
		pol	0.04731	0.03658	0.06991	0.00689
		icumsa	0.05317	-0.06080	0.04208	-0.03679
12		kadarair	0.05661	0.05449	0.03893	0.05641
		bjb	-0.04873	0.03749	0.01053	-0.06580
		pol	-0.06610	-0.02149	-0.06901	-0.06610
		icumsa	0.06604	0.03794	-0.04723	-0.04407

Schematic Representation of Cross Correlations of Residuals													
Variable/ Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
kadarair	+...	....	....	....	....	..-	....	....	....	....	....	....	....
bjb	.+..	....	....	....	....	....	....	....	..++	..--	....	....	....
pol	..+.	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
icumsa	...+	....	....	....	....	....	....	..-	....	..-	....	....	....
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between													
Portmanteau Test for Cross Correlations of Residuals													
Up To Lag	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq										
4	16	23.52	0.1006										
5	32	41.24	0.1270										
6	48	55.06	0.2249										
7	64	78.78	0.1011										
8	80	101.36	0.0537										
9	96	122.03	0.0376										
10	112	131.31	0.1027										
11	128	143.56	0.1644										
12	144	151.48	0.3183										
The VARMAX Procedure													
Number of Observations												180	
Number of Pairwise Missing												14	
Simple Summary Statistics													
Variable	Type	N	Mean	Standard Deviation	Min	Max	Label						
RES1	Dependent	180	-0.00011	0.00183	-0.00532	0.00900	Residuals for kadarair						
RES2	Dependent	180	0.00041	0.00841	-0.01602	0.03029	Residuals for bjb						
RES3	Dependent	180	-0.00016	0.04617	-0.09232	0.13780	Residuals for pol						
RES4	Dependent	180	-0.19357	2.35801	-7.38911	6.81882	Residuals for icumsa						
Cross Correlations of Dependent Series													
Lag	Variable	RES1	RES2	RES3	RES4								
0	RES1	1.00000	-0.01236	0.03587	0.03182								
	RES2	-0.01236	1.00000	0.05049	0.13664								
	RES3	0.03587	0.05049	1.00000	0.14151								
	RES4	0.03182	0.13664	0.14151	1.00000								
1	RES1	-0.04449	0.01965	0.08569	0.00366								
	RES2	-0.04509	0.01119	-0.01372	0.01156								
	RES3	-0.00232	-0.04364	0.01141	-0.03263								
	RES4	0.03634	-0.05282	-0.03923	0.00898								
2	RES1	0.01931	0.04189	-0.02329	-0.04762								
	RES2	0.03489	-0.05336	0.01509	-0.10942								
	RES3	0.05502	0.05355	-0.04319	-0.02339								
	RES4	-0.04522	0.01410	0.00982	-0.02683								
3	RES1	-0.01657	-0.00016	-0.06103	-0.02882								
	RES2	0.04734	-0.06850	0.06772	-0.00722								
	RES3	0.01697	0.01238	-0.12457	-0.01716								
	RES4	-0.03660	0.05431	0.01491	0.04789								
4	RES1	0.00923	0.07140	-0.02385	0.01788								
	RES2	0.03013	0.04971	-0.00363	-0.09356								
	RES3	-0.01070	-0.06894	0.05096	-0.03553								
	RES4	-0.01742	0.02466	-0.05517	-0.04518								
5	RES1	0.11776	-0.14976	0.12993	0.03601								

		RES2	0.05353	0.01454	0.01746	-0.04268								
		RES3	0.02362	-0.00997	0.14361	0.08875								
		RES4	0.00099	0.03556	0.00772	0.04057								
6		RES1	-0.11738	-0.01103	-0.03489	-0.08021								
		RES2	-0.02793	-0.00552	0.00300	-0.10710								
		RES3	-0.02706	0.14262	0.08581	0.05577								
		RES4	-0.02961	0.00360	0.06940	-0.09236								
7		RES1	-0.04453	0.04601	0.10657	0.04507								
		RES2	-0.03234	-0.04685	0.15170	-0.04644								
		RES3	0.00152	0.13677	0.08995	0.04175								
		RES4	-0.21546	0.00523	0.02864	0.10209								
8		RES1	0.10260	0.10281	-0.05699	0.06175								
		RES2	0.01838	-0.02017	0.21220	0.16390								
		RES3	-0.02062	-0.04585	-0.06815	-0.07151								
		RES4	0.05202	0.06308	-0.00097	-0.05400								
9		RES1	0.04755	-0.12252	0.04551	0.01308								
		RES2	0.05715	-0.16189	-0.15757	0.00382								
		RES3	-0.01073	-0.01897	0.00753	0.00265								
		RES4	0.11268	-0.03776	-0.14983	-0.06600								
10		RES1	-0.04851	-0.01049	-0.01653	-0.08299								
		RES2	0.10975	0.07742	-0.08795	0.03243								
		RES3	-0.06591	-0.01997	0.04701	0.01021								
		RES4	0.03896	-0.00894	-0.01257	-0.02404								
11		RES1	-0.10896	0.08902	-0.08307	-0.00549								
		RES2	-0.01844	0.03767	0.08096	0.11635								
		RES3	0.04448	0.03761	0.07127	0.00593								
		RES4	0.04803	-0.05923	0.03796	-0.04408								
12		RES1	0.05302	0.05873	0.03141	0.04459								
		RES2	-0.04344	0.03731	0.00799	-0.06622								
		RES3	-0.06926	-0.02134	-0.06483	-0.06402								
		RES4	0.06019	0.03886	-0.04816	-0.04732								
<b>Schematic Representation of Cross Correlations</b>														
Variable/ Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
RES1	+...	....	....	....	....	...	....	....	....	....	....	....	....	
RES2	.+..	....	....	....	....	....	....	..+	..++	---	....	....	....	
RES3	..+	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	
RES4	...+	....	....	....	....	....	....	...	....	..-	....	....	....	
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between														
<b>Partial Autoregression</b>														
Lag	Variable	RES1	RES2	RES3	RES4									
1	RES1	-0.04642	-0.01127	-0.00018	0.00004									
	RES2	0.10496	0.02036	-0.00697	-0.00018									
	RES3	2.17692	-0.04127	0.01478	-0.00084									
	RES4	6.01894	3.28949	-1.79352	0.01220									
2	RES1	0.01941	0.00841	0.00240	-0.00005									
	RES2	0.19867	-0.05646	0.00967	0.00004									
	RES3	-0.48138	0.11179	-0.04706	0.00023									
	RES4	-58.84949	-30.53922	-0.69496	-0.00924									
3	RES1	-0.01470	0.01284	0.00102	-0.00003									
	RES2	-0.04689	-0.07983	-0.00006	0.00023									
	RES3	-1.47152	0.32941	-0.13464	0.00060									
	RES4	-38.33730	-3.27296	-1.53166	0.05118									

4	RES1	0.00339	0.00590	-0.00040	-0.00001
	RES2	0.34288	0.05155	-0.01548	0.00010
	RES3	-0.39878	-0.03912	0.06457	-0.00116
	RES4	29.69039	-26.42502	-1.10653	-0.03288
5	RES1	0.12357	0.01375	0.00088	-0.00001
	RES2	-0.62779	-0.00553	0.00156	0.00013
	RES3	2.99505	0.13461	0.13394	-0.00037
	RES4	47.28816	-13.98270	4.63118	0.03147
6	RES1	-0.13056	-0.00479	-0.00107	-0.00002
	RES2	-0.04170	-0.02246	0.02784	0.00000
	RES3	-1.74154	-0.00122	0.06989	0.00113
	RES4	-97.57641	-29.10989	3.64507	-0.08788
7	RES1	-0.05564	-0.00459	0.00095	-0.00017
	RES2	0.09308	-0.03778	0.02598	-0.00002
	RES3	3.12555	0.82509	0.11211	-0.00021
	RES4	42.48752	-17.77629	1.51864	0.13100
8	RES1	0.12778	0.00116	-0.00094	0.00002
	RES2	0.48864	-0.00224	-0.00695	0.00031
	RES3	-0.19459	1.32489	-0.05009	0.00024
	RES4	121.06809	50.36960	-2.14714	-0.08808
9	RES1	0.04429	0.00050	-0.00201	0.00010
	RES2	-0.58741	-0.16424	0.00451	-0.00010
	RES3	0.18853	-0.84324	0.03901	-0.00284
	RES4	12.33761	8.20373	2.16323	-0.04811
10	RES1	-0.08311	0.02306	-0.00448	0.00004
	RES2	0.20924	0.08242	-0.00288	-0.00008
	RES3	-1.24349	-0.42163	0.03633	-0.00133
	RES4	-140.09026	5.38795	-0.55908	-0.05447
11	RES1	-0.08561	0.00118	0.00098	0.00004
	RES2	0.38398	0.03402	0.00415	-0.00019
	RES3	-2.02965	0.40619	0.03325	0.00038
	RES4	10.20013	38.64260	0.50631	-0.04157
12	RES1	0.05834	-0.01091	-0.00255	0.00009
	RES2	0.02823	0.04658	-0.01038	0.00003
	RES3	0.81781	-0.32086	-0.09636	-0.00024
	RES4	-24.65569	-29.14810	-2.93789	-0.05229

## Schematic Representation of Partial Autoregression

Variable/Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
RES1	....	....	....	....	....	....	...-	....	....	....	....	....
RES2	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
RES3	....	....	....	....	....	....	....	..+.	....	....	....	....
RES4	....	....	....	....	....	....	....	..+.	....	....	....	....

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between

Lampiran 7. Hasil Perhitungan Nilai  $d_t^2$ 

$t$	Nilai $d_t^2$	$d_t^2 \leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	$t$	Nilai $d_t^2$	$d_t^2 \leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
1	27,3542	0	47	3,8897	1
2	3,7395	1	48	2,5356	1
3	1,8430	1	49	3,4516	1
4	2,1541	1	50	15,3698	0
5	2,8615	1	51	1,0378	1
6	1,7324	1	52	4,2879	1
7	1,7664	1	53	13,6382	0
8	4,9292	1	54	2,9829	1
9	2,8174	1	55	0,9911	1
10	3,0875	1	56	1,6119	1
11	10,5727	0	57	2,2732	1
12	1,6026	1	58	9,1510	1
13	3,9952	1	59	3,8386	1
14	1,0699	1	60	3,9551	1
15	2,3262	1	61	3,8447	1
16	10,9795	0	62	2,1421	1
17	3,4363	1	63	5,1307	1
18	2,2365	1	64	2,6446	1
19	4,7269	1	65	2,0509	1
20	4,2867	1	66	3,0569	1
21	0,9357	1	67	9,4427	1
22	1,9657	1	68	4,7110	1
23	11,2493	0	69	0,9717	1
24	2,1082	1	70	4,4409	1
25	1,7256	1	71	1,2181	1
26	3,7560	1	72	5,1654	1
27	2,0446	1	73	1,1706	1
28	3,9280	1	74	2,5809	1
29	2,3197	1	75	1,4804	1
30	2,9349	1	76	1,9948	1
31	3,4496	1	77	1,3567	1
32	4,5630	1	78	5,2772	1
33	2,7216	1	79	2,5593	1
34	3,6550	1	80	2,0828	1
35	4,4152	1	81	2,1740	1
36	4,0561	1	82	2,5532	1
37	1,8114	1	83	1,1533	1
38	12,8654	0	84	4,8469	1
39	3,3992	1	85	1,3231	1
40	10,9089	0	86	3,4185	1
41	5,1138	1	87	2,3523	1
42	2,8073	1	88	1,7103	1
43	2,1363	1	89	2,5062	1
44	2,9003	1	90	1,6282	1
45	14,3783	0	91	1,3055	1
46	1,7323	1	92	2,2167	1

$t$	Nilai $d_t^2$	$d_t^2 \leq \chi_{(\alpha,m)}^2$	$t$	Nilai $d_t^2$	$d_t^2 \leq \chi_{(\alpha,m)}^2$
93	4,8588	1	137	3,9279	1
94	5,8666	1	138	5,0357	1
95	5,4987	1	139	1,8242	1
96	1,7056	1	140	1,4010	1
97	10,2995	0	141	1,9595	1
98	1,9719	1	142	1,8301	1
99	4,4105	1	143	4,2837	1
100	3,9416	1	144	7,0362	1
101	3,1256	1	145	2,1308	1
102	0,8702	1	146	5,0862	1
103	0,6891	1	147	2,6721	1
104	4,3303	1	148	4,3915	1
105	1,5196	1	149	2,3579	1
106	2,7874	1	150	2,0678	1
107	2,7671	1	151	3,7460	1
108	1,4046	1	152	2,8813	1
109	4,2689	1	153	4,7521	1
110	2,7170	1	154	3,3571	1
111	4,9871	1	155	9,8574	0
112	3,7279	1	156	2,9876	1
113	3,9128	1	157	2,2621	1
114	3,3953	1	158	4,5456	1
115	2,2027	1	159	1,1465	1
116	6,9499	1	160	2,7363	1
117	1,5627	1	161	10,9499	0
118	3,7109	1	162	1,8455	1
119	16,1742	0	163	3,5592	1
120	5,8728	1	164	8,2064	1
121	3,0809	1	165	5,5423	1
122	8,5891	1	166	3,7900	1
123	1,6289	1	167	2,1708	1
124	5,5855	1	168	3,1992	1
125	4,4123	1	169	0,8427	1
126	1,8122	1	170	11,7281	0
127	2,3968	1	171	4,3082	1
128	1,8301	1	172	2,9423	1
129	3,2625	1	173	6,4516	1
130	7,9929	1	174	4,0309	1
131	0,6041	1	175	3,1891	1
132	5,0599	1	176	2,0976	1
133	2,9734	1	177	4,5473	1
134	4,4142	1	178	2,5787	1
135	4,4320	1	179	1,3381	1
136	2,1430	1	180	1,7355	1

**Lampiran 8.** Data Residual Model VARIMA(1,1,2) yang Didefinisikan Sebagai Data Pengamatan Baru

<i>t</i>	Residual Susut Pengeringan	Residual BJB	Residual Polarisasi	Residual ICUMSA
1	*	*	*	*
2	*	*	*	*
3	0,0090	0,0100	0,0000	3,0000
4	-0,0004	-0,0074	0,0609	2,1678
5	-0,0008	0,0067	-0,0379	-1,9159
6	-0,0015	0,0017	0,0469	-1,4566
7	0,0008	0,0133	-0,0171	0,6509
8	0,0011	-0,0082	0,0177	-0,9020
9	-0,0020	-0,0009	0,0101	-2,0092
10	-0,0041	0,0041	-0,0041	-0,0205
11	0,0025	0,0002	0,0080	2,0617
12	0,0027	-0,0052	0,0078	-1,5522
13	0,0012	0,0216	0,0913	0,0022
14	-0,0005	-0,0053	0,0025	-2,8032
15	0,0025	0,0115	-0,0130	-0,4460
16	0,0002	-0,0068	0,0219	0,1654
17	-0,0002	-0,0114	-0,0042	-2,0326
18	0,0025	-0,0017	0,1110	-3,5957
19	0,0004	0,0156	0,0088	1,0222
20	-0,0002	-0,0117	0,0002	-1,5187
21	-0,0001	-0,0160	0,0233	1,0615
22	-0,0038	0,0037	0,0073	0,0714
23	0,0004	-0,0028	-0,0056	-2,2943
24	-0,0017	-0,0072	0,0210	0,4083
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
165	-0,0009	-0,0065	0,0729	0,1503
166	0,0002	-0,0109	-0,0284	4,9208
167	0,0019	0,0119	0,0755	1,4193
168	-0,0011	-0,0063	-0,0440	2,5260
169	-0,0004	0,0025	-0,0305	2,6535
170	0,0023	0,0067	-0,0396	-0,5198
171	-0,0006	0,0054	-0,0180	0,9961
172	0,0003	0,0092	0,1370	-2,2645
173	-0,0031	-0,0064	-0,0313	-2,6286
174	-0,0008	0,0070	0,0351	3,2360
175	0,0008	-0,0066	0,0727	-3,8818
176	-0,0015	-0,0065	0,0303	-3,7119
177	0,0018	-0,0080	0,0378	1,3485
178	0,0006	0,0116	-0,0089	-0,5300
179	0,0033	-0,0074	0,0197	0,6967
180	-0,0007	-0,0099	-0,0105	-2,9118
181	-0,0006	0,0026	0,0490	0,8337
182	0,0004	0,0028	-0,0396	-2,4484



**Lampiran 9.** Nilai  $T_t^2$  pada grafik MEWMA

$t$	$\lambda$							
	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8
1	28,3827	28,3827	28,3827	28,3827	28,3827	28,3827	28,3827	28,3827
2	14,5287	13,8724	12,4824	11,0073	9,4840	7,9707	6,5483	4,3888
3	8,1300	7,1841	5,3449	3,6827	2,3273	1,3785	0,8734	0,9851
4	4,2964	3,4549	2,1114	1,3151	1,0574	1,1933	1,5118	2,0499
5	5,2427	4,4991	3,3834	2,7683	2,5309	2,4954	2,5356	2,6854
6	4,5932	3,7019	2,3075	1,4440	1,0015	0,8415	0,8667	1,2392
7	2,3586	1,6275	0,8540	0,7588	0,9483	1,1789	1,3767	1,6771
8	0,7563	0,6599	1,5239	2,9438	4,1549	4,9556	5,4129	5,6113
9	1,3372	0,7918	0,3438	0,2832	0,3330	0,4837	0,7682	1,7306
10	2,2345	1,6626	1,1950	1,3233	1,7717	2,3444	2,8811	3,4438
11	5,3744	5,3741	5,9055	6,8466	7,9259	8,9150	9,6820	10,5101
12	4,3004	4,0400	3,7847	3,5496	3,2065	2,7652	2,3005	1,6343
13	6,1534	6,0131	5,7880	5,5167	5,1481	4,7157	4,3153	3,8946
14	5,2007	4,5683	3,3766	2,3954	1,6411	1,1243	0,8398	0,7852
15	4,1648	3,4544	2,5176	2,1310	2,0888	2,2266	2,4101	2,5856
16	9,0108	9,7126	10,6613	11,1567	11,4642	11,6922	11,8639	11,9759
17	8,8735	8,6824	7,4526	6,0771	5,0001	4,2698	3,8233	3,4636
18	7,7657	7,1280	5,2709	3,6174	2,4431	1,7059	1,3286	1,4133
19	7,1818	6,6628	5,6653	5,1678	5,0757	5,2046	5,4028	5,5430
20	4,6587	3,7865	2,9062	2,8944	3,2045	3,5350	3,7866	4,0899
21	4,7915	3,8790	2,6564	2,0178	1,6022	1,2773	1,0299	0,8052
22	4,4645	4,0047	3,6552	3,4183	3,0843	2,7130	2,3882	2,0169
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
166	3,1556	2,3578	2,9030	3,7933	4,0637	3,8869	3,5767	3,3141
167	4,1430	3,3807	4,2036	5,0894	5,1745	4,8002	4,2809	3,2523
168	4,3321	3,3515	3,6990	4,1084	4,0878	3,9093	3,7242	3,4449
169	4,4804	3,3845	3,4804	3,4778	3,0571	2,5161	2,0047	1,2426
170	1,0912	0,6643	2,1230	3,6556	5,2720	6,9423	8,5181	10,9402
171	0,8686	0,0885	0,6086	1,5333	2,4801	3,2103	3,6596	4,0547
172	1,0047	0,6871	1,6599	2,1767	2,3288	2,3124	2,2657	2,3739
173	0,1347	0,9463	3,0470	4,2783	4,9527	5,2884	5,5008	6,0555
174	0,5011	2,5135	5,7326	7,3419	7,8611	7,7047	7,2148	5,8565
175	0,9365	3,0395	5,2718	5,6457	5,2902	4,7142	4,1669	3,4859
176	0,3281	1,7488	2,5664	2,0298	1,4258	1,1108	1,0906	1,5429
177	1,1938	3,0107	4,2329	4,3450	4,4027	4,4864	4,5489	4,6054
178	1,5716	3,3232	4,0045	3,6423	3,2100	2,8781	2,6784	2,5822
179	1,5822	3,3515	3,3774	2,4417	1,7232	1,3123	1,1290	1,1156
180	1,2038	2,3324	1,9318	1,2519	0,9331	0,8766	0,9590	1,2921

## Lampiran 10. Script Python Grafik MEWMA

```

data = pd.read_csv('/content/residual VARIMA(1,1,2).csv')
data = data[['RESkadarair', 'RESbjb', 'RESpol', 'RESicumsa']].values
r = 0.8
h4 = 14.85
S = cov(data)
row, col = data.shape;
t = row
w = col
mean = matrix(data).mean(0)
data = data - mean
xi = data
v = xi[1:, :] - data[:-1, :]
S = 1/2*matmul(v.T, v)/(t-1)
Z = zeros((t,w))
Z[0,:] = r*data[0,:]

for m in range(1,t):
    for n in range(w):
        Z[m, n] = r*data[m, n]+(1-r)*Z[m-1, n];

T2 = zeros(t)

for o in range(t):
    Szi = (r*(1-(1-r)**(2*(o+1)))/(2-r))*S;
    iS = linalg.inv(Szi)
    Z1 = Z[o,:]
    T2[o] = matmul(matmul(Z1.T, iS), Z1)
output = 0
d = 0
ygKeluar = []

for p in range(t):
    if T2[p]>h4:
        output = output + 1
        d= d + 1
        ygKeluar.append(p)

batas = [h4 for i in range(t)]
x = [i for i in range(1,t+1)]

sumOutput = output
A = T2.max()
outputValues = T2[ygKeluar]
print(outputValues)

import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(x, T2, 'b.-', x, batas, 'r--', x, [T2.mean() for i in x], 'k--')
plt.xlabel('Sampel ke-')
plt.ylabel(r'$T_{t}^{2}$')
plt.title('Grafik MEWMA dengan ' r'$\lambda=0,8$')
plt.text(192, 14.5, 'UCL ', rotation=0, color='red')
plt.show()

```

## RIWAYAT HIDUP



Donny Setya Pratama, biasa disapa Donny, lahir di Samarinda, 30 Juli 2001. Tinggal di Kelurahan Sananwetan, Kecamatan Sananwetan, Kota Blitar. Anak pertama dari 2 bersaudara. Putra dari pasangan Bapak Mochamad Sholeh dan Ibu Darmiati. Pendidikan dasar ditempuh di SD Negeri Sananwetan 2 Blitar dan lulus pada tahun 2013, kemudian melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 1 Blitar dan lulus pada tahun 2016. Setelah lulus pendidikan menengah pertama, melanjutkan ke pendidikan menengah atas di SMA Negeri 1 Blitar dan lulus pada tahun 2019. Selanjutnya menempuh pendidikan tinggi di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada tahun 2019 melalui jalur SBMPTN. Selama menempuh pendidikan tinggi, peneliti mengikuti organisasi HMJ “Integral” Matematika selama 2 periode yaitu pada tahun 2020 dan 2021 sebagai anggota Divisi Kewirausahaan dan Divisi Kematematikaan. Peneliti juga pernah menjadi asisten laboratorium Statistika Elementer selama satu semester. Peneliti dapat dihubungi melalui e-mail: [donnysetya89@gmail.com](mailto:donnysetya89@gmail.com).



KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

**BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**



Nama : Donny Setya Pratama  
NIM : 19610044  
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika  
Judul Skripsi : Penerapan Grafik Pengendali MEWMA dengan Model *Time Series* dalam Pengendalian Kualitas Produksi Gula Kristal Putih (Studi Kasus: PG Madukismo Yogyakarta)  
Pembimbing I : Fachrur Rozi, M.Si.  
Pembimbing II : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	13 September 2022	Konsultasi Topik dan Data	1.
2.	17 November 2022	Konsultasi Bab I, II, dan III	2.
3.	23 November 2022	Konsultasi Bab I, II, dan III	3.
4.	1 Maret 2023	ACC Bab I, II, dan III	4.
5.	3 Maret 2023	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	5.
6.	8 Maret 2023	ACC Kajian Agama Bab I dan II	6.
7.	10 Maret 2023	ACC Seminar Proposal	7.
8.	3 Mei 2023	Konsultasi Revisi Seminar Proposal	8.
9.	9 Mei 2023	Konsultasi Bab IV dan V	9.
10.	11 Mei 2023	ACC Bab IV dan V	10.
11.	12 Mei 2023	Konsultasi Kajian Agama Bab IV	11.
12.	13 Mei 2023	ACC Kajian Agama Bab IV	12.
13.	16 Mei 2023	ACC Seminar Hasil	13.
14.	29 Mei 2023	Konsultasi Revisi Seminar Hasil	14.



**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

15.	30 Mei 2023	ACC Sidang Skripsi	15. 
16.	21 Juni 2023	ACC Keseluruhan	16. 

Malang, 21 Juni 2023

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005