

**PROSES BERPIKIR KRITIS PESERTA DIDIK
DENGAN KECERDASAN VISUAL SPASIAL DAN LOGIS MATEMATIS
DALAM MENGONSTRUKSI BUKTI MATEMATIS**

TESIS

OLEH
MUHAMAD TORIKUL HUDA
NIM. 18811012



**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2023**

**PROSES BERPIKIR KRITIS PESERTA DIDIK
DENGAN KECERDASAN VISUAL SPASIAL DAN LOGIS MATEMATIS
DALAM MENINGKONSTRUKSI BUKTI MATEMATIS**

TESIS

Diajukan Kepada

Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Menyelesaikan Program Magister Pendidikan Matematika

Oleh
Muhamad Torikul Huda
NIM. 18811012

**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2022**

LEMBAR PERSETUJUAN

Nama : Muhamad Torikul Huda
NIM : 18811012
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika
Judul Tesis : Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Visual Spasial dan Logis Matematis dalam Mengkonstruksi Bukti Matematis.

Setelah diperiksa dan dilakukan perbaikan seperlunya, tesis dengan judul sebagaimana di atas disetujui untuk diajukan ke sidang ujian tesis pada tanggal 17 Desember 2021

Pembimbing I,



Dr. Abdussakir, M.Pd

NIP. 19751006 200312 1 001

Pembimbing II,

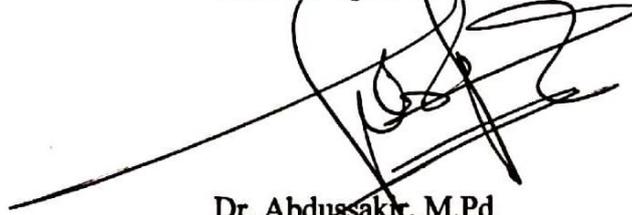


Dr. Elly Susanti, M.Sc

NIP. 19741129 200012 2 005

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Abdussakir, M.Pd

NIP. 19751006 200312 1 001

LEMBAR PENGESAHAN

Tesis dengan judul Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Visual Spasial dan Logis Matematis dalam Mengkonstruksi Bukti Matematis ini telah diuji dan dipertahankan di depan sidang dewan penguji pada tanggal 28 Desember 2021.

Dewan Penguji,



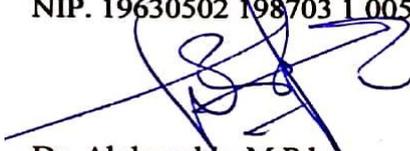
Dr. Marhayati, M.PMat
NIP. 19771026 200312 2 003

Ketua



Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP. 19630502 198703 1 005

Penguji Utama



Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

Anggota



Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

Anggota

Mengesahkan:

Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan



Prof. Dr. H. Nur Ali, M.Pd
NIP. 19650403 199803 1 002

PERNYATAAN ORISINALITAS PENELITIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Muhamad Torikul Huda
NIM : 18811012
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika
Judul Tesis : Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Visual Spasial dan Logis Matematis dalam Mengkonstruksi Bukti Matematis

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa tesis yang saya tulis ini benar-benar merupakan karya saya sendiri, bukan pengambil alihan tulisan orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri. Apabila di kemudian hari terbukti ada unsur-unsur plagiasi, maka saya bersedia untuk diproses sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Demikian surat ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan tanpa adanya paksaan dari siapapun.

Malang, 13 Desember 2021

Yang menyatakan,



Muhamad Torikul Huda
NIM. 18811012

MOTO

خَيْرُ النَّاسِ أَنْفَعُهُمْ لِلنَّاسِ

“Sebaik-baik manusia adalah yang paling bermanfaat bagi orang lain”

(H.R. Bukhari)

PERSEMBAHAN

Tesis ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta, ayahanda Komari dan ibunda Asiyah

Istri tersayang, Atika Kamala

Adik tercinta Alifia Nadia Azizah

Keluarga besar mahasiswa Magister Pendidikan Matematika angkatan 2019

Keluarga besar Pondok Pesantren Mafatihul Muhtadin

Keluarga besar MAN 3 Tulungagung

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala ungkapan syukur penulis haturkan ke hadirat Allah *'azza wa jalla* yang telah melimpahkan rahmat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis dengan judul “Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Visual Spasial dan Logis Matematis dalam Mengonstruksi Bukti Matematis“. Untaian shalawat serta salam selalu terlimpahkan kepada Nabi Muhammad *Sollallahu 'alaihi wasallam*

Dalam penulisan tesis ini, penulis mendapatkan bantuan berupa masukan dan bimbingan, dukungan, dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya dan penghargaan setinggi-tingginya kepada:

1. Prof. Dr. M. Zainuddin, MA, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Prof. Dr. H. Nur Ali, M.Pd, selaku Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku dosen Ketua Program Studi Magister Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan selaku pembimbing I yang telah memberikan banyak masukan, arahan dan pengalaman yang berharga bagi penulis.
4. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan arahan, masukan, dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Segenap civitas akademik Program Studi Magister Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama seluruh dosen yang telah memberikan ilmunya selama perkuliahan.
6. Segenap civitas MAN 3 Tulungagung yang telah memberikan izin kepada penulis untuk melakukan penelitian tesis.
7. Semua pihak yang telah memberi dukungan yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Akhirnya penulis berharap semoga tesis ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca dan khususnya bagi penulis pribadi.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Desember 2021

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

SAMPUL	
LEMBAR PENGAJUAN	
LEMBAR PERSETUJUAN	
LEMBAR PENGESAHAN	
ORISINALITAS PENELITIAN	
MOTO	
PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACK	xvii
ملخص	xviii
BAB 1 PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	5
C. Tujuan Penelitian	6
D. Manfaat Penelitian	6
E. Orisinalitas Penelitian	6
F. Penegasan Istilah	9

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Perspektif Teori	11
B. Kerangka Berpikir	34

BAB III METODE PENELITIAN

A. Pendekatan dan Jenis Penelitian	37
B. Latar Penelitian	38
C. Data	38
D. Sumber Data	39
E. Instrumen Penelitian	39
F. Teknik Pengumpulan Data	41
G. Teknik Analisis Data	41
H. Keabsahan Data	44
I. Prosedur Penelitian	44

BAB IV DATA DAN HASIL PENELITIAN

A. Paparan Data	46
B. Temuan Penelitian	79

BAB V PEMBAHASAN

A. Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Visual Spasial dalam mengkonstruksi Bukti Matematis	89
B. Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Logis Matematis dalam mengkonstruksi Bukti Matematis	92

BAB VI PENUTUP

A. Simpulan	95
B. Saran	96

DAFTAR RUJUKAN	99
LAMPIRAN-LAMPIRAN	105
RIWAYAT HIDUP	133

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1.1 Orisinalitas Penelitian	8
Tabel 2.1 Indikator Berpikir Kritis	14
Tabel 2.2 Karakteristik Kcerdasan Visual Spasial	26
Tabel 2.3 Karakteristik Kcerdasan Logis Matematis	27
Tabel 3.1 Soal Geometri	41
Tabel 3.2 Kode Indikator Berpikir Kritis	44
Tabel 3.3 Aspek Mengkonstruksi Bukti	44
Tabel 4.1 Kode Kategori Subjek Berdasarkan Multiple Intelligence	48
Tabel 4.2 Temuan Proses Berpikir Subjek Visual Spasial	80
Tabel 4.3 Temuan Proses Berpikir Subjek Logis Matematis	85

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Kerangka Berpikir	35
Gambar 3.1 Bagan Prosedur Penelitian	44
Gambar 4.1 Hasil Kerja VS1 Identifikasi Dasar	47
Gambar 4.2 Hasil Kerja VS1 Menyusun Argumen Pembuktian	49
Gambar 4.3 Hasil Kerja VS1 Menggunakan Konsep Pembuktian	50
Gambar 4.4 Hasil Kerja VS1 Menentukan Validitas Pembuktian	51
Gambar 4.5 Hasil Kerja VS1 Memahami Kesesuaian Pernyataan	53
Gambar 4.6 Skema Berpikir VS1	54
Gambar 4.7 Hasil Kerja VS2 Identifikasi Dasar	55
Gambar 4.8 Hasil Kerja VS2 Menyusun Argumen Pembuktian	56
Gambar 4.9 Hasil Kerja VS2 Menggunakan Konsep Pembuktian	57
Gambar 4.10 Hasil Kerja VS2 Menentukan Validitas Pembuktian	59
Gambar 4.11 Hasil Kerja VS2 Memahami Kesesuaian Pernyataan	61
Gambar 4.12 Skema Berpikir Subjek Visual Spasial 2	62
Gambar 4.13 Hasil Kerja LM1 Identifikasi Dasar	62
Gambar 4.14 Hasil Kerja LM1 Menyusun Argumen Pembuktian	64
Gambar 4.15 Hasil Kerja LM1 Menggunakan Konsep Pembuktian	65
Gambar 4.16 Hasil Kerja LM1 Menentukan Validitas Pembuktian	66
Gambar 4.17 Hasil Kerja LM1 Memahami Kesesuaian Pernyataan	68
Gambar 4.18 Skema Berpikir Subjek Logis Matematis 1	69
Gambar 4.19 Hasil Kerja LM2 Identifikasi Dasar	70
Gambar 4.20 Hasil Kerja LM2 Menyusun Argumen Pembuktian	71

Gambar 4.21 Hasil Kerja LM1 Menggunakan Konsep Pembuktian	73
Gambar 4.22 Hasil Kerja LM1 Menentukan Validitas Pembuktian	74
Gambar 4.23 Hasil Kerja LM1 Memahami Kesesuaian Pernyataan	76
Gambar 4.24 Skema Berpikir Logis Matematis 2	77

ABSTRAK

Huda, Muhamad Torikul. 2021. *Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Visual Spasial dan Logis Matematis dalam Mengonstruksi Bukti Matematis*. Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing (I) Dr. Abdussakir, M.Pd, (II) Dr. Elly Susanti, M.Sc.

Kata kunci: Proses Berpikir. Berpikir Kritis, Mengonstruksi Bukti, Bukti Matematis, Kecerdasan Majemuk.

Fakta yang terjadi di lapangan menunjukkan peserta didik kurang terlatih dalam dan membiasakan proses berpikir kritis dalam menyelesaikan masalah. Proses berpikir peserta didik dalam mengonstruksi bukti akan memberi petunjuk untuk mengetahui berpikir kritis peserta didik. Beberapa penelitian telah dilakukan untuk melihat proses berpikir kritis peserta didik. Meskipun demikian, penelitian tersebut lebih menekankan pada kemampuan peserta didik berdasarkan kemampuan akademik dari pada melihat kecenderungan kecerdasan yang dimiliki subjek. Penelitian ini ditujukan untuk mengungkap secara mendalam proses berpikir kritis peserta didik dengan kecenderungan kecerdasan visual spasial dan logis matematis ketika mengonstruksi bukti matematis. Proses berpikir kritis peserta didik akan dilihat menggunakan kerangka proses berpikir kritis menurut Ennis yaitu klarifikasi dasar, menyusun keterampilan dasar, inferensi, klarifikasi lanjut dan strategi dan taktik.

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dan masuk ke dalam jenis penelitian deskriptif. Penelitian ini dilakukan pada peserta didik Madrasah Aliyah Negeri yang sudah menerima materi geometri melalui kegiatan lembar tes dan *think aloud*. Subjek penelitian dipilih berdasarkan penjarangan subjek yang menggunakan angket kecerdasan majemuk. Berdasarkan penjarangan subjek terpilih empat subjek dengan kategori dua memiliki kecenderungan kecerdasan visual spasial dan dua subjek memiliki kecenderungan kecerdasan logis matematis.

Berdasarkan kajian teori dan analisis data dapat disimpulkan bahwa peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dan logis matematis melalui semua tahap berpikir kritis akan tetapi terdapat perbedaan berpikir pada beberapa proses berpikir yaitu pada proses klarifikasi dasar yakni subjek visual spasial dapat menggambar bangun yang dimaksud dengan detail. Kemudian terjadi perbedaan dalam menentukan konsep pembuktian dimana subjek logis matematis lebih terperinci dalam menyusun penyelesaian masalah. Selanjutnya dalam menentukan kesimpulan akhir terjadi perbedaan dalam penggunaan konsep yang digunakan dalam mengambil kesimpulan.

ABSTRACT

Huda, Muhamad Torikul. 2021. *Critical Thinking Process of Students with Visual Spatial and Mathematical Logical Students in Constructing Mathematical Proof*. Mathematics Education Study Program, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University, Malang. Supervisor (I) Dr. Abdussakir, M.Pd, (II) Dr. Elly Susanti, M.Sc.

Keywords: Thinking Process. Critical Thinking, Constructing Evidence, Mathematical Proof, Multiple Intelligences.

The facts that occur in the field show that students are less trained in and familiarize themselves with critical thinking processes in solving problems. The students' thinking process in constructing evidence will provide clues to determine students' critical thinking. Several studies have been conducted to look at students' critical thinking processes. However, this study places more emphasis on students' abilities based on academic abilities rather than looking at the tendency of the subject's intelligence. This research is aimed at revealing in depth the critical thinking process of students with the tendency of visual-spatial and logical-mathematical intelligence when constructing mathematical proofs. Students' critical thinking process will be seen using the framework of critical thinking processes according to Ennis, namely basic clarification, developing basic skills, inference, further clarification and strategies and tactics.

This research uses a qualitative approach and is included in the type of descriptive research. This research was conducted on State Madrasah Aliyah students who had received geometry material through test sheets and think load activities. Research subjects were selected based on subject screening using multiple intelligence questionnaires. Based on the selection of subjects, four subjects were selected with two categories of visual-spatial intelligence and logical-mathematical subject boxes.

Based on theoretical studies and data analysis, it can be concluded that students with visual spatial and logical mathematical intelligence go through all stages of critical thinking but there are differences in thinking in some, namely differences in thinking, namely in the basic clarification process, namely the visual spatial subject can draw the shape referred to in detail. Then there is a difference in determining the concept used in relation to the proof step where the mathematical logical subject is more detailed in compiling problem solving. Furthermore, in determining the final conclusion there is a difference in the use of the concepts used in determining the conclusion.

ملخص

محمد توريكول هدى . عملية التفكير النقدي لطلاب المنطق البصري المكاني والرياضي في بناء البراهين الرياضية. برنامج دراسة تعليم الرياضيات ، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية ، مالانج. مستشار دكتور. عبد الشاكر ، نائب الرئيس ، د. إيلي سوسانتي ، ماجستي

الكلمات المفتاحية: عملية التفكير. التفكير النقدي ، بناء الأدلة ، البرهان الرياضي ، الذكاءات المتعددة

تظهر الحقائق التي تحدث في هذا المجال أن الطلاب أقل تدريباً على عمليات التفكير النقدي وإمامهم بها في حل المشكلات. ستوفر عملية تفكير الطلاب في بناء الأدلة أدلة لتحديد التفكير النقدي للطلاب. تم إجراء العديد من الدراسات للنظر في عمليات التفكير النقدي لدى الطلاب. ومع ذلك ، تركز هذه الدراسة بشكل أكبر على قدرات الطلاب بناءً على القدرات الأكاديمية بدلاً من النظر إلى ميل ذكاء يهدف هذا البحث إلى الكشف بعمق عن عملية التفكير النقدي لدى الطلاب مع ميل الذكاء. الموضوع البصري المكاني والذكاء المنطقي الرياضي عند تكوين البراهين الرياضية. سيتم النظر إلى عملية التفكير ، أي التوضيح الأساسي ، وتطوير النقدي لدى الطلاب باستخدام إطار عمل عمليات التفكير النقدي وفقاً للمهارات الأساسية ، والاستدلال ، والمزيد من التوضيح والاستراتيجيات والتكتيكات.

يستخدم هذا البحث منهجاً نوعياً ويدخل في نوع البحث الوصفي. تم إجراء هذا البحث على طلاب مدرسة عالية الحكومية الذين تلقوا مواد هندسية من خلال أوراق الاختبار وأنشطة تحميل التفكير. تم اختيار موضوعات البحث بناءً على فحص الموضوع باستخدام استبيانات ذكاء متعددة. بناءً على اختيار الموضوعات ، تم اختيار أربعة موضوعات بفئتين من الذكاء المرئي المكاني ومربعات الموضوعات الرياضية المنطقية.

بناءً على الدراسات النظرية وتحليل البيانات ، يمكن الاستنتاج أن الطلاب ذوي الذكاء البصري المكاني والمنطقي الرياضي يمرون بجميع مراحل التفكير النقدي ولكن هناك اختلافات في التفكير لدى البعض وهي الاختلافات في التفكير وتحديداً في عملية التوضيح الأساسية وهي: يمكن للموضوع المكاني المرئي رسم الشكل المشار إليه بالتفصيل. ثم هناك اختلاف في تحديد المفهوم المستخدم فيما يتعلق بخطوة الإثبات حيث يكون الموضوع المنطقي الرياضي أكثر تفصيلاً في تجميع حل المشكلات. علاوة على ذلك ، عند تحديد الاستنتاج النهائي ، هناك اختلاف في استخدام المفاهيم المستخدمة في تحديد الاستنتاج.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Seorang peserta didik dikatakan mampu bernalar apabila mampu menerapkan pengetahuannya pada kondisi yang belum pernah dikenalnya. Kemampuan inilah yang biasa dikenal dengan kemampuan berpikir kritis. Berpikir kritis merupakan proses berpikir intelektual dengan menilai kualitas berpikirnya yang jernih, reflektif, rasional, dan independen (Ahmatika, 2013). Fatnawati et al (2014) mengungkapkan, berpikir kritis adalah penerapan strategi kognitif atau keterampilan dalam menentukan tujuan yang mengacu langsung pada sasaran, dengan demikian berpikir kritis merupakan bentuk berpikir yang perlu dikembangkan secara tepat dan efektif. Sejalan dengan itu, Marfuah et al. (2016) menjelaskan bahwa kemampuan berpikir kritis merupakan kemampuan yang sangat fundamental karena berfungsi efektif dalam berbagai aspek kehidupan. Dengan demikian kemampuan berpikir kritis sangat penting dan harus ditanamkan sejak dini, baik di rumah, sekolah, maupun dalam lingkungan masyarakat.

Untuk dapat merangsang dan melatih kemampuan berpikir kritis peserta didik, maka perlu menghadapkan peserta didik dengan pemecahan masalah khususnya masalah pembuktian (Susanto, 2013). Fawcett (1989) mengungkapkan bahwa pembuktian matematika dapat meningkatkan daya kritis dan reflektif. Sejalan dengan itu, Soedjadi (2000) berpendapat bahwa pembuktian tidak hanya dapat meningkatkan pemahaman konsep-konsep matematika, juga dapat melatih

berpikir kritis untuk meningkatkan kemampuan bernalar dan membangun karakter peserta didik.

Merujuk pada buku NCTM tahun 2000 menjelaskan bahwa belajar pembuktian penting dan harus diperhatikan dalam pembelajaran matematika di sekolah (Karlimah, 2012). Berdasarkan rekomendasi NCTM tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa pembuktian matematika merupakan hal yang penting dan aspek yang harus diperhatikan dalam pembelajaran matematika di sekolah. Selain itu dilihat dari tahap perkembangan anak menurut teori Piaget (1920) tahap berpikir peserta didik sekolah menengah dikategorikan pada tahap IV yaitu operasional formal. Pada tahap ini peserta didik sudah mampu berpikir secara abstrak menurut logika-logika tertentu dan peserta didik sudah mampu memberikan alasan dan gagasan dengan menggunakan lebih banyak simbol-simbol (Yunus, dkk., 2019).

Kegiatan pembuktian di perguruan tinggi banyak dipelajari bahkan pembuktian merupakan pengetahuan yang wajib dikuasai oleh mahasiswa khususnya mahasiswa matematika. Hal ini dikarenakan pembuktian merupakan inti berpikir matematis (Hanna, 2000). Pengalaman peserta didik mengenai pembuktian pada jenjang MAN akan berpengaruh pada kemampuan peserta didik melakukan pembuktian pada jenjang perguruan tinggi. Mengingat pengalaman peserta didik dalam menyusun pembuktian berdampak pada kemampuan pembuktian ketika mengikuti kuliah di perguruan tinggi, maka pembuktian matematis di sekolah perlu mendapat perhatian (Fatmawati, dkk., 2019).

Kenyataan yang terjadi di sekolah, kegiatan menyusun bukti kurang diperhatikan (Faruq, 2014). Hal ini disebabkan karena pembuktian tidak

digunakan dalam tes dan ujian akhir sekolah. Sehingga pembuktian tidak dianggap penting bagi peserta didik dalam kegiatan belajar matematika (Khoiriah, 2017). Hal ini secara tidak sadar memisahkan matematika dengan bukti yang sebenarnya merupakan perangkat yang paling penting (Hanna, 2000). Padahal jika dilihat dari karakteristik matematik itu sendiri merupakan ilmu deduktif yang dalam mencari kebenaran berdasarkan pada pembuktian (Hanna, 2000).

Materi geometri menjadi pelajaran yang sulit bagi peserta didik di jenjang Madrasah Aliyah Negeri (MAN). Hal ini sesuai dengan yang diungkapkan oleh Moore (1994) bahwa peserta didik mengalami kesulitan melakukan pembuktian khususnya pada materi geometri. Permasalahan dalam geometri disebabkan tingkat keabstrakan objek geometri serta kurangnya kemampuan visualisasi objek abstrak atau objek dalam pikiran peserta didik yang merupakan salah satu unsur keruangan yang harus dimiliki peserta didik. Hal ini ditandai dengan kurangnya pemahaman peserta didik dan banyaknya kesalahan dalam menyelesaikan soal geometri (Novianti, dkk., 2015).

Beberapa penelitian menunjukkan peserta didik mengalami kesulitan dalam pembuktian. Penelitian Khoiriah (2017) menunjukkan peserta didik mengalami kesulitan yaitu tidak mengetahui apa saja yang dapat dijadikan fakta untuk melakukan penyusunan dalam pembuktian sehingga tidak mengetahui apa yang hendak dimanipulasi atau dikoneksikan dengan soal pembuktian yang berhubungan. Kemudian penelitian Budiarto (2009) menunjukkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan peserta didik dengan pola yang relatif sama yaitu, peserta didik tidak terlatih dalam pembuktian secara deduktif, belum mampu menggunakan aksioma, definisi, teorema dalam memecahkan masalah

pembuktian, dan daya logika yang lemah. Bentuk kesalahan lainnya adalah rancu dalam menggunakan istilah atau tidak tertib dalam menggunakan suatu kesepakatan.

Kegiatan pembuktian merupakan pemecahan masalah matematis sebagai proses berpikir seseorang yang berusaha mencari solusi dari permasalahan yang dialami menggunakan pengetahuan matematika yang dimiliki (Abdussakir, 2014). Ketika peserta didik mendapat masalah, mereka akan berusaha mencari solusi dari permasalahan tersebut. Hal ini sejalan dengan pendapat Solso (2008) bahwa seseorang yang mendapat suatu masalah akan berpikir dan berusaha mencari solusi dari permasalahan tersebut.

Kecerdasan merupakan kemampuan untuk menyelesaikan masalah atau membuat produk yang bernilai bagi suatu budaya tertentu (Cipto & Tatang, 2012). Pada dasarnya setiap individu memiliki beberapa kecerdasan yang menonjol pada dirinya, jika kecerdasan tersebut terus diasah akan menjadikan individu yang unggul dalam bidang yang digemari (Azwar, 2013). Kecerdasan dibagi menjadi delapan jenis yaitu kecerdasan linguistik, logis matematis, visual spasial, musikal, kinestetik, interpersonal, intrapersonal, dan kecerdasan naturalis (Gardner, 2013).

Kecerdasan visual spasial merupakan kecerdasan yang paling sering digunakan terkait keruangan, yaitu kemampuan untuk mengubah gambaran suatu objek atau pola tertentu dan menggunakannya untuk berpikir mencari jalan pemecahan masalah (Indragiri, 2010). Hal ini sesuai dengan penelitian Librrianti, dkk. (2015) bahwa peserta didik dengan kecerdasan visual spasial mampu memenuhi karakteristik pengimajinasian yang tidak kesulitan dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan gambar. Selain itu, peserta didik

juga dapat mengimajinasikan bentuk suatu bangun ruang dan dapat menggambarkan permukaan bangun ruang dengan benar sesuai dengan imajinasinya.

Permasalahan dalam matematika merupakan situasi atau kondisi yang disadari dan memerlukan suatu tindakan penyelesaian, serta tidak segera tersedia suatu cara untuk mengatasi situasi tersebut (Susanto, 2009). Proses penalaran yang dilakukan peserta didik pada tahap perencanaan penyelesaian masalah merupakan kemampuan yang tercakup pada kecerdasan logis matematis (Hasanah, 2013). Hal ini sesuai dengan penelitian Farah, dkk (2017) yaitu kecerdasan logis matematis berhubungan dengan kemampuan seseorang dalam berpikir secara induktif dan deduktif, berpikir menurut aturan logika, memahami dan menganalisis pola angka-angka, serta memecahkan masalah. Berdasarkan paparan di atas, kecerdasan yang dapat dilihat dari soal pemecahan masalah adalah kecerdasan logis matematis.

Berdasarkan penjelasan yang telah dipaparkan di atas, peneliti bermaksud mengangkat judul "Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Visual Spasial dan Logis Matematis dalam Mengkonstruksi Bukti Matematis".

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, fokus dari penelitian ini adalah:

1. Bagaimana proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dalam mengkonstruksi bukti matematis?
2. Bagaimana proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mendeskripsikan proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dalam mengkonstruksi bukti matematis.
2. Mendeskripsikan proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis.

D. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan memberikan manfaat untuk pendidikan di Indonesia, khususnya pada proses berpikir kritis dalam mengkonstruksi bukti matematis. Selain itu dengan mengetahui proses berpikir peserta didik yang memiliki kecenderungan kecerdasan visual spasial dan logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis ini menjadikan peneliti lebih mengetahui dan lebih memahami terkait dengan proses mengkonstruksi bukti pada masing-masing kecerdasan. Selanjutnya penelitian ini dapat digunakan oleh peneliti untuk mengetahui proses berpikir peserta didik khususnya peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dan logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis pada materi geometri yang nantinya akan bermanfaat tidak hanya dalam pembelajaran matematika namun juga dalam kehidupan sehari-hari. Dan hasil dari penelitian ini dapat digunakan sebagai referensi penelitian berikutnya yang berkaitan dengan proses mengkonstruksi bukti.

E. Penelitian Terdahulu dan Orisinalitas Penelitian

1. Penelitian yang dilakukan oleh Sukma Netti (2018) berfokus pada proses berpikir peserta didik dalam mengkonstruksi bukti yang melibatkan fungsi komposisi dengan menggunakan teori pemecahan masalah menurut polya.

Sedangkan penelitian yang akan dilakukan lebih berfokus proses berpikir peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis menurut teori perkembangan kognitif Piaget yaitu asimilasi dan akomodasi.

2. Penelitian yang dilakukan oleh Buaddin Hasan (2016) berfokus pada proses berpikir dalam mengkonstruksi bukti pada jenjang mahasiswa dengan menggunakan induksi matematika. Sedangkan penelitian yang akan dilakukan berfokus pada peserta didik MAN dan menggunakan materi geometri.
3. Penelitian yang dilakukan oleh Nurul Khoiriah (2017) berfokus pada proses menyusun bukti pada jenjang MAN dengan menggunakan materi trigonometri berdasarkan indikator memanipulasi fakta untuk menunjukkan kebenaran dan membuat koneksi matematis antara fakta dengan konklusi yang hendak dibuktikan. Sedangkan pada penelitian ini lebih berfokus pada proses berpikir peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis dilihat dari teori perkembangan kognitif milik Piaget pada materi geometri pada peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dan logis matematis.

Tabel 1.1 Orisinalitas Penelitian

Nama dan tahun penelitian	Judul penelitian	Persamaan	Perbedaan	Orisinalitas Penelitian
Syukma Netty, 2018	Proses berpikir peserta didik dalam konstruksi bukti matematika.	Proses berpikir dalam mengkonstruksi bukti matematika.	Fokus pada proses berpikir peserta didik dalam mengonstruksi bukti yang melibatkan fungsi komposisi	Proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dan logika matematika dalam mengkonstruksi

			dengan menggunakan teori pemecahan masalah menurut Polya pada materi trigonometri.	si bukti matematis.
Buaddin Hasan, 2016	Proses berpikir mahasiswa dalam mengonstruksi bukti menggunakan induksi matematika berdasarkan teori pemrosesan informasi.	Proses berpikir dalam konstruksi bukti matematika berdasarkan teori pemrosesan informasi.	Penelitian ini berfokus pada materi induksi matematika dan dilakukan pada jenjang mahasiswa.	
Nurul Khoiriah, 2017	Analisis kemampuan menyusun bukti matematis sekolah peserta didik menengah atas.	Proses berpikir dalam mengkonstruksi bukti matematika.	Fokus pada proses menyusun bukti pada jenjang sama dengan menggunakan materi trigonometri berdasarkan indikator memanipulasi fakta untuk menunjukkan kebenaran dan membuat koneksi matematis antara fakta dengan konklusi yang hendak	

			dibuktikan.	
--	--	--	-------------	--

F. Penegasan Istilah

1. Proses berpikir adalah urutan proses mental yang terjadi secara alamiah atau terencana dan sistematis pada konteks ruang, waktu dan media yang digunakan, serta menghasilkan suatu perubahan terhadap objek yang mempengaruhinya.
2. berpikir kritis adalah aktivitas mental secara logis, rasional untuk menyelidiki, mengidentifikasi yang pada akhirnya untuk mengambil kesimpulan
3. Peserta didik visual spasial adalah peserta didik dengan kecerdasan memahami gambar dan bentuk termasuk kemampuan untuk menginterpretasi dimensi ruang yang tidak dapat dilihat yang meliputi kepekaan pada warna, garis, bentuk, ruang, dan hubungan antar unsur tersebut.
4. Peserta didik logis matematis adalah peserta didik dengan kecerdasan yang berhubungan dengan berhitung, menalar, berpikir logis, serta dalam hal memecahkan masalah.
5. Mengkonstruksi bukti adalah tugas matematika dimana peserta didik disediakan sejumlah informasi awal (misalnya asumsi, aksioma, definisi) dan diminta untuk menerapkan aturan (misalnya mengingat fakta yang ditetapkan sebelumnya, menggunakan teorema) sampai kesimpulan yang dikehendaki diperoleh.
6. Bukti matematis adalah sekumpulan argumen yang sesuai logika untuk menyatakan suatu pernyataan.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Perspektif Teori

1. Definisi Proses Berpikir

Pengertian berpikir secara umum dilandasi oleh asumsi aktivitas mental dan intelektual yang melibatkan kesadaran individu (Kuswana, 2011). Hal ini dapat merujuk ke suatu tindakan pemikiran atau ide-ide atau pengaturan ide. Pandangan serupa termasuk kognisi, kesanggupan untuk merasa, kesadaran, dan imajinasi. Oleh karena itu, berpikir mendasari hampir semua tindakan manusia dan interaksinya. Pemahaman asal usul fisik dan metafisik, proses, dan efek telah menjadi tujuan dalam disiplin ilmu.

Proses berpikir merupakan urutan kejadian mental yang terjadi secara alamiah atau terencana dan sistematis pada konteks ruang, waktu, dan media yang digunakan, serta menghasilkan suatu perubahan terhadap objek yang mempengaruhinya (Kuswana, 2011). Proses berpikir merupakan peristiwa mencampur, mencocokkan, menggabungkan, menukar, dan mengurutkan konsep-konsep, persepsi-persepsi, dan pengalaman sebelumnya. Proses kognisi atau proses berpikir berkaitan dengan penjelasan mengenai apa yang terjadi dalam otak peserta didik selama memperoleh pengetahuan baru, yaitu, bagaimana pengetahuan baru tersebut diperoleh, diatur, disimpan dalam memori, dan digunakan lebih lanjut dalam pembelajaran dan pemecahan masalah (Ronis, 2009).

Berdasarkan pengertian di atas, dapat ditarik kesimpulan bahwa proses berpikir adalah ketika peserta didik memperoleh pengetahuan baru dalam proses belajarnya. Pengetahuan baru tersebut diatur sebelum pada akhirnya disimpan dalam memori otaknya. Dan ketika peserta didik menemui suatu permasalahan yang butuh untuk dipecahkan, maka pengetahuan yang sudah tersimpan dalam memorinya tersebut kembali dibuka untuk digunakan dalam penyelesaian suatu masalah. Suatu proses dari menerima pengetahuan baru hingga menggunakan pengetahuan tersebut untuk menyelesaikan suatu permasalahan, itulah yang disebut dengan proses berpikir.

2. Berpikir Kritis

Berpikir kritis merupakan salah satu tujuan dari pendidikan dan merupakan keterampilan yang diharapkan dalam proses pembelajaran. Berpikir kritis merupakan adalah berpikir secara rasional (masuk akal) (Beyer & Zubaidah, 2010). Sejalan dengan itu Karim (2015) berpendapat bahwa berpikir kritis adalah berpikir secara rasional dalam menilai sesuatu, sebelum mengambil keputusan dan tindakan, maka dilakukan pengumpulan informasi sebanyak mungkin tentang sesuatu tersebut. Sedangkan Kusumaningsih (2011) mengemukakan berpikir kritis adalah proses berpikir secara tepat, terarah, beralasan, dan reflektif dalam pengambilan keputusan. Berdasarkan pengertian para ahli di atas dapat disimpulkan bahwa berpikir kritis adalah aktivitas mental secara logis, rasional untuk menyelidiki, mengidentifikasi yang pada akhirnya untuk mengambil kesimpulan.

Ennis (2012) mengungkapkan terdapat 5 indikator berpikir kritis yaitu (1) klarifikasi dasar, pada tahap ini peserta didik mampu merumuskan pertanyaan,

menganalisis argumen, serta menanyakan dan menjawab pertanyaan; (2) memberi alasan dari setiap Keputusan, peserta didik mampu menilai kredibilitas sumber informasi serta melakukan observasi dan menilai laporan; (3) inferensi, peserta didik mampu membuat kesimpulan secara deduksi dan induksi, serta mengevaluasi; (4) klarifikasi lanjut, peserta didik mampu membuat definisi serta mengidentifikasi asumsi; dan (5) dugaan dan keterpaduan, peserta didik mampu menduga kemudian memadukan.

Jacob & Sam (2008) mengungkapkan 4 indikator berpikir kritis yaitu (1) Perumusan pokok-pokok permasalahan (*klarifikasi*); (2) Pemberian alasan untuk menghasilkan argumen yang benar (*assesment*); (3) Penarikan kesimpulan dengan jelas dan logis dari hasil penyelidikan (*inferensi*); dan (4) Penyelesaian masalah dengan berbagai alternatif penyelesaian berdasarkan konsep (*strategies*).

Sedangkan Facione (2013) mengungkapkan 6 indikator berpikir kritis yaitu (1) *interpretation*, yaitu kemampuan seseorang untuk memahami dan mengekspresikan maksud dari suatu situasi, data, penilaian, aturan, prosedur, atau kriteria yang bervariasi; (2) *analysis*, yaitu kemampuan seseorang untuk mengklarifikasi kesimpulan berdasarkan hubungan antara informasi dan konsep, dengan pertanyaan yang ada dalam masalah; (3) *evaluation*, yaitu kemampuan seseorang untuk menilai kredibilitas dari suatu pernyataan atau representasi lain dari pendapat seseorang atau menilai suatu kesimpulan berdasarkan hubungan antara informasi dan konsep, dengan pertanyaan yang ada dalam suatu masalah; (4) *inference*, yaitu kemampuan seseorang untuk mengidentifikasi elemen-elemen yang dibutuhkan dalam membuat kesimpulan yang rasional, dengan mempertimbangkan informasi-informasi yang relevan dengan suatu masalah dan

konsekuensinya berdasarkan data yang ada; (5) *explanation*, yaitu kemampuan seseorang untuk menyatakan penalaran ketika memberikan alasan atas pembenaran dari suatu bukti, konsep, metodologi, dan kriteria logis berdasarkan informasi atau data yang ada, dimana penalaran ini disajikan dalam bentuk argument; dan (6) *self-regulation*, yaitu kemampuan seseorang untuk memiliki kesadaran untuk memeriksa kegiatan kognitif diri, unsur-unsur yang digunakan dalam kegiatan tersebut, serta hasilnya, dengan menggunakan kemampuan analisis dan evaluasi, dalam rangka mengkonfirmasi, memvalidasi, dan mengoreksi kembali hasil penalaran yang telah dilakukan sebelumnya.

Berdasarkan indikator yang telah dipaparkan di atas, indikator yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut (Ennis, 1996):

Tabel 2.1 Indikator berpikir kritis

Komponen Berpikir Kritis	Indikator
Klasifikasi Dasar	Peserta didik mampu memahami masalah, mengajukan dan menjawab.
Keterampilan Dasar	Peserta didik mampu memutuskan sumber yang teruji.
Inferensi	Peserta didik mampu membuat kesimpulan secara deduktif dan induktif.
Klasifikasi Lanjut	Peserta didik mengidentifikasi istilah-istilah dan definisi serta menentukan konteks definisi berdasarkan alasan yang tepat sehingga dapat mengevaluasi solusi yang direncanakan.
Strategi dan Taktik	Peserta didik memutuskan suatu tindakan berpikir secara terbuka dalam memecahkan masalah dengan cara mengevaluasi langkah-langkah dan hasil pemecahan masalah serta menentukan solusi lain dalam pemecahan masalah.

3. Definisi Bukti

Dalam pembelajaran matematika salah satu kegiatan yang harus dikuasai peserta didik adalah kegiatan dalam melakukan pembuktian. Bukti merupakan karakteristik penting dalam matematika dan berperan sebagai komponen kunci dalam pendidikan matematika (Miyazaki, Fujita, & Jones, 2017). Bukti juga merupakan esensi matematika (Abdussakir, 2014). Bukti merupakan bagian yang mutlak serta mendasar dalam mempelajari matematika atau bagian yang melekat dalam pembelajaran matematika (Dickerson, 2008; Stylianides, 2016). Pembuktian adalah argumen yang dapat menjelaskan kebenaran atau kesalahan klaim matematis (Lesseig, 2016). Kemudian Balacheff (1988) menyampaikan bahwa pembuktian meliputi validasi proposisi-proposisi melalui penjelasan-penjelasan yang diterima oleh komunitas matematika serta mengikuti aturan ahli logika dengan memperhatikan struktur spesifik yang digunakan.

Bukti matematis adalah suatu ungkapan yang menyatakan suatu kebenaran berdasarkan asumsi yang diberikan (Abdussakir, 2014). Bukti matematis melibatkan sekumpulan sesuatu yang diketahui secara eksplisit dan menggunakannya untuk menghasilkan argumen deduktif yang valid dengan mengaplikasikan prinsip-prinsip logika (Abdussakir, 2014).

Pembuktian sebagai suatu aktivitas dikemukakan oleh Weber (2001). Pembuktian matematis adalah kemampuan seseorang dalam memahami pernyataan atau simbol matematika serta memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran suatu klaim matematis berdasarkan definisi, teorema dan prinsip yang ada (Lestari, 2015). Stylianides (2017) pembuktian merupakan argumen matematis yang dirancang untuk menyetujui atau menentang klaim matematis

yang dapat diakses dan diterima secara umum baik dugaan maupun konsepnya. Pembuktian meliputi aktivitas matematis yang kompleks dengan dimensi logis, konseptual, sosial serta pemecahan masalah. Pembuktian suatu pernyataan meliputi verifikasi, menjelaskan, mengkomunikasikan, meyakinkan, mengkonstruksi pengetahuan baru atau bahkan mensintesis pengetahuan menjadi bentuk aksiomatika (Netti, 2018). Almeida (2000) menyatakan bahwa pembuktian adalah kemampuan yang sangat dibutuhkan oleh matematikawan. Pembuktian merangkum alur berpikir dan bernalar baik secara formal maupun logis yang diawali aksioma-aksioma serta melalui langkah logis menuju kesimpulan yang diterima (weber, 2001).

Lestari (2015) dalam penelitiannya menyebutkan indikator pembuktian dalam menyusun bukti. Adapun indikator tersebut antara lain: (1) Membaca pembuktian matematis; (2) Melakukan pembuktian matematis secara langsung, tak langsung atau dengan induksi matematis; dan (3) Mengkritisi pembuktian matematis dengan menambah, mengurangi atau menyusun kembali suatu pembuktian matematis. Sedangkan indikator kemampuan menyusun bukti matematis menurut Sumarmo (2010) adalah: (1) Kemampuan mengorganisasikan dan memanipulasi fakta untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan; dan (2) Kemampuan membuat koneksi antara fakta dengan unsur dari konklusi yang hendak dibuktikan.

Berdasarkan indikator kemampuan menyusun bukti matematis di atas, indikator yang digunakan dalam penelitian ini adalah: (1) identifikasi terhadap masalah pembuktian ditandai dengan ketepatan menentukan langkah pembuktian; (2) penyusunan argumen untuk membuktikan/ menjelaskan pernyataan; (3)

menggunakan konsep dan prinsip yang berkaitan dengan penyusunan pembuktian ditandai dengan ketepatan dalam pemilihan dan pemanfaatannya dalam rangkaian pembuktian; (4) menentukan validitas pembuktian matematis, ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak; dan (5) Memahami kesesuaian antara pernyataan dan bukti ditandai dengan ketepatan dan kecermatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan.

4. Kesulitan Peserta Didik dalam Mengkonstruksi Bukti

Kemampuan mengkonstruksi bukti adalah kemampuan menyusun suatu bukti pernyataan matematik berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema serta menuliskannya dalam bentuk pembuktian lengkap (Lestari, 2018). Pembuktian pada dasarnya adalah membuat serangkaian deduksi dari asumsi (premis atau aksioma) dan hasil-hasil matematika yang sudah ada (lemma dan teorema) untuk memperoleh hasil-hasil penting dari suatu persoalan matematika (Arnawa, 2007).

Menurut Lestari & Yudhanegara (2015) kemampuan pembuktian matematis adalah kemampuan memahami pernyataan atau simbol matematika serta memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi. Ada tiga alasan mengapa pembuktian matematis perlu untuk dikembangkan, yaitu: (1) kemampuan pembuktian sangat penting untuk pembelajaran matematika yang mendalam; (2) kemahiran dalam pembuktian dapat meningkatkan kemampuan matematis mereka lebih luas; dan (3) ditemukannya kesulitan yang dihadapi oleh banyak peserta didik dan peserta didik dalam pembuktian matematika.

Penelitian Fatmawati, dkk. (2019) menunjukkan bahwa peserta didik belum melalui tahapan proses berpikir dalam menyusun bukti matematika dengan baik. Langkah bukti yang dilakukan peserta didik pada saat tes belum sistematis serta masih banyak melakukan kesalahan. Peserta didik merasa perlu banyak latihan mengerjakan soal-soal seperti ini karena soal seperti ini lebih sulit daripada soal hitungan biasa. Hal ini sejalan dengan temuan penelitian Maya & Sumarmo (2011) yang menemukan bahwa peserta didik lebih kesulitan dalam mengonstruksi bukti daripada memahami tugas matematika. Walaupun demikian peserta didik telah mengetahui jenis-jenis pembuktian seperti bukti langsung, tidak langsung dan induksi matematika walau terkadang ketika bertemu soal masih bingung akan mengerjakan soal dengan jenis bukti yang mana.

Moore (1994) mengungkapkan kesulitan peserta didik dalam menyusun bukti disebabkan (1) mahasiswa tidak tahu bagaimana mengawali pembuktian, (2) ketidakmampuan dalam memahami dan menyatakan sebuah definisi, (3) keterbatasan intuisi terkait konsep, (4) ketidakmampuan dalam membuat contoh sendiri terkait pembuktian, (5) keterbatasan konsep yang dimiliki untuk menyusun bukti, (6) ketidakmampuan dalam memanfaatkan definisi untuk menyusun bukti, dan (7) kekurangan pemahaman terkait bahasan dan notasi matematis.

Penelitian Guler (2016) menunjukkan bahwa masih banyak peserta didik yang mengalami kesulitan dalam membuktikan. Selanjutnya hasil penelitian Mujib (2019) yang menyimpulkan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa masih rendah. Hasil penelitian Hodiyanto (2017) diperoleh bahwa

mahasiswa masih banyak melakukan kesalahan dalam melakukan pembuktian matematis.

5. Kecerdasan Majemuk

Teori kecerdasan majemuk (*multiple intelligences*) ditemukan dan dikembangkan oleh Howard Gardner, seorang ahli psikologi perkembangan dan profesor pendidikan dari *Graduate of School of Education, Harvard University*, Amerika Serikat, pada awal tahun 1980-an. Gardner menemukan bahwa meskipun peserta didik hanya menonjol pada beberapa kecerdasan, mereka dapat dibantu lewat pendidikan dan bantuan guru untuk mengembangkan kecerdasan lain sehingga dapat digunakan dalam mengembangkan hidup yang lebih menyeluruh. Kecerdasan bukanlah sesuatu yang sudah mati yang tidak dapat dikembangkan lagi seperti sering dikatakan mengenai IQ seseorang (Goleman, 2000).

Teori kecerdasan majemuk adalah validasi tertinggi gagasan bahwa perbedaan individu adalah penting (Kelelufna & Masan, 2019). Pemakaiannya dalam pendidikan sangat tergantung pada pengenalan, pengakuan dan penghargaan terhadap setiap atau berbagai cara peserta didik belajar, di samping pengenalan, pengakuan dan penghargaan terhadap setiap minat masing-masing peserta didik (Fathani, 2016). Teori kecerdasan majemuk bukan hanya mengakui perbedaan individual ini untuk tujuan-tujuan praktis, seperti pengajaran dan penilaian, tetapi juga menganggap serta menerimanya sebagai sesuatu yang normal, wajar, bahkan menarik dan sangat berharga (Suarca, dkk., 2005).

Gardner mengenalkan teori kecerdasan majemuk yang menyatakan bahwa kecerdasan meliputi delapan kecerdasan yaitu linguistik, logis matematis, visual spasial, musikal, kinestetik, interpersonal, intrapersonal, dan naturalis (Suarca,

dkk., 2016). Teori tersebut didasarkan pada pemikiran bahwa kemampuan intelektual yang diukur melalui tes IQ sangatlah terbatas, karena tes IQ hanya menekan pada kemampuan logika (matematika) dan bahasa. Padahal setiap orang mempunyai cara yang unik untuk menyelesaikan persoalan yang dihadapinya. Kecerdasan bukan hanya dilihat dari nilai yang diperoleh seseorang. Kecerdasan merupakan kemampuan yang dimiliki oleh seseorang untuk melihat suatu masalah, lalu menyelesaikan masalah tersebut atau membuat sesuatu yang dapat berguna bagi orang lain (Raharjo, 2012; Jasmine & Julia, 2007).

Gardner (1983) berpendapat bahwa inteligensi sendiri bukanlah hal yang tunggal, tetapi banyak. Dengan kata lain, dapat dikatakan bahwa setiap individu memiliki lebih dari satu jenis kecerdasan yang berbeda. Pada setiap individu peserta didik memiliki kapasitas berpikir kreatif berbeda sehingga kreativitas yang dihasilkan juga berbeda. Perbedaan ini disebabkan karena setiap peserta didik terlahir dengan fitrah yang berbeda, sehingga memiliki jenis inteligensi atau kecerdasan yang berbeda pula.

Gardner (1983) menuliskan gagasannya tentang kecerdasan majemuk dalam bukunya *Frames of Mind*. Pada tahun 1993 Gardner mempublikasikan bukunya yang berjudul *Multiple Intelligence*. Dia mendefinisikan inteligensi sebagai kemampuan untuk memecahkan persoalan dan menghasilkan produk dalam suatu keadaan yang bermacam-macam dan dalam situasi yang nyata. Pada awalnya ia mengemukakan tujuh jenis kecerdasan, namun dengan berjalannya waktu Gardner menambahkan satu jenis kecerdasan lagi sehingga menjadi delapan jenis kecerdasan (Amstrong, 2002) yaitu:

a. Kecerdasan Linguistik

Kecerdasan Bahasa merupakan kemampuan seseorang dalam menggunakan kata-kata, baik secara lisan maupun tulisan, untuk mengekspresikan ide-ide atau gagasan-gagasan yang dimilikinya. Orang yang mempunyai kecerdasan linguistik tinggi akan mampu berbahasa dengan lancar, baik dan lengkap dan mudah untuk mengetahui dan mengembangkan bahasa dan mudah mempelajari berbagai bahasa (Paul & Suparno, 2004).

b. Kecerdasan Logis Matematis

Kecerdasan logis matematis merupakan kemampuan menggunakan angka secara efektif (misalnya, sebagai ahli matematika, akuntan pajak, atau ahli statistik) dan untuk alasan yang baik (misalnya, sebagai seorang ilmuwan, pemrogram komputer, atau ahli logika) (Habibi, 2015). Kecerdasan ini meliputi kepekaan terhadap pola-pola dan hubungan-hubungan yang logis, pernyataan dan dalil (jika-maka, sebab-akibat), fungsi, dan abstraksi terkait lainnya. Jenis-jenis proses yang digunakan dalam pelayanan kecerdasan logis-matematis mencakup kategorisasi, klasifikasi, kesimpulan, generalisasi, penghitungan, dan pengujian hipotesis (Paul & Suparno, 2004).

c. Kecerdasan Visual Spasial

Kecerdasan Ruang atau kecerdasan visual spasial adalah kemampuan seseorang dalam menangkap dunia ruang visual secara tepat, seperti yang dimiliki oleh seorang dekorator dan arsitek (Fathoni, 2012). Yang termasuk dalam kecerdasan ini adalah kemampuan untuk mengenal bentuk dan benda secara tepat, melakukan perubahan bentuk benda dalam pikiran dan mengenali perubahan tersebut, menggambarkan suatu hal/benda dalam pikiran dan mengubahnya dalam bentuk nyata serta mengungkapkan data dalam suatu grafik (Lwin, 2008).

d. Kecerdasan Kinestetik

Kecerdasan Gerak Badan merupakan kemampuan seseorang untuk secara aktif menggunakan bagian-bagian atau seluruh tubuhnya untuk berkomunikasi dan memecahkan masalah (Irwansyah, 2015). Orang yang mempunyai kecerdasan ini dengan mudah dapat mengungkapkan diri dengan gerak tubuh mereka. Apa yang mereka pikirkan dan rasakan dengan mudah dapat diekspresikan dengan gerak tubuh.

e. Kecerdasan Musikal

Kecerdasan musikal merupakan kecerdasan untuk merasakan, membedakan, mengubah dan mengekspresikan bentuk-bentuk musik. Kecerdasan ini meliputi kepekaan terhadap ritme, nada atau melodi, dan timbre atau warna nada dalam sepotong musik (Sunendar, 2017). Seseorang dapat memiliki pemahaman musik yang figural atau “dari atas ke bawah” (global, intuitif), pemahaman musik yang formal atau “dari bawah ke atas” (analitis, teknis), atau keduanya.

f. Kecerdasan Interpersonal

Kecerdasan interpersonal merupakan kemampuan untuk memahami dan membuat perbedaan-perbedaan pada suasana hati, maksud, motivasi, dan perasaan terhadap orang lain. Hal ini dapat mencakup kepekaan terhadap ekspresi wajah, suara, dan gerak tubuh; kemampuan untuk membedakan berbagai jenis isyarat interpersonal; dan kemampuan untuk merespons secara efektif isyarat-isyarat tersebut dalam beberapa cara pragmatis (Suryanti & Safitri, 2019).

g. Kecerdasan Intrapersonal

Kecerdasan intrapersonal merupakan pengetahuan diri atau kemampuan untuk bertindak secara adaptif berdasarkan pengetahuan itu. Kecerdasan ini termasuk memiliki gambaran yang akurat tentang diri sendiri (kekuatan dan keterbatasan seseorang); kesadaran terhadap suasana hati dan batin, maksud, motivasi, temperamen, dan keinginan; serta kemampuan untuk mendisiplinkan diri, pemahaman diri, dan harga diri (Krobo, 2014).

h. Kecerdasan Natural

Kecerdasan naturalis merupakan keahlian dalam mengenali dan mengklasifikasikan berbagai spesies flora dan fauna, dari suatu lingkungan individu. Hal ini mencakup kepekaan terhadap fenomena alam lainnya (misalnya, formasi-formasi awan, gunung, dll), dan dalam kasus yang tumbuh di lingkungan perkotaan, kemampuan untuk membedakan benda-benda mati seperti mobil, sepatu, dan sampul CD (Yasbiati, dkk., 2017).

Dalam penelitian ini, peneliti hanya mengambil dua dari delapan tipe kecerdasan majemuk yang dikemukakan oleh Gardner. Tipe kecerdasan tersebut adalah kecerdasan visual spasial dan logis matematis.

6. Kecerdasan Visual Spasial

Kecerdasan visual spasial merupakan kemampuan untuk memahami dunia visual-spasial secara akurat dan melakukan perubahan-perubahan pada persepsi tersebut. Kecerdasan ini melibatkan kepekaan terhadap warna, garis, bentuk, ruang, dan hubungan-hubungan yang ada diantara unsur-unsur ini (Armstrong, 2002; Legowo, 2017). Kecerdasan ini melibatkan kemampuan untuk melihat objek dari berbagai sudut pandang. Peserta didik yang memiliki kecerdasan ini akan menikmati pelajaran yang banyak memuat informasi dalam bentuk gambar.

Piaget & Inhelder (Paul & Suparno, 2004) menyebutkan bahwa kemampuan spasial yang merupakan aspek dari kognisi berkembang sejalan dengan perkembangan kognitif yaitu konsep spasial pada tahapan sensorimotor, konsep spasial pada tahapan pra-operasional, konsep spasial pada tahapan konkret-operasional dan konsep spasial pada tahapan formal-operasional. Kecerdasan visual-spasial didefinisikan sebagai kemampuan mempersepsi dunia visual-spasial secara akurat serta mentransformasikan persepsi visual-spasial tersebut dalam berbagai bentuk. Rettig (Woolfolk, dkk., 2004) terdapat tiga kunci dalam mendefinisikan kecerdasan visual-spasial yaitu:

1. Mempersepsi yakni menangkap dan memahami sesuai panca indra.
2. Visual-spasial terkait dengan kemampuan mata khususnya warna dan ruang.
3. Mentransformasikan yakni mengarahkan hal yang ditangkap mata ke dalam bentuk wujud lain, misalnya melihat, mencermati, merekam, menginterpretasikan dalam pikiran lalu menuangkan rekaman dan interpretasi tersebut ke dalam bentuk lukisan, sketsa, kolase atau lukisan.

Menurut Haas (2001) karakteristik kecerdasan visual spasial adalah sebagai berikut:

a. Pengimajinasian

Peserta didik dengan kecerdasan ini lebih banyak dengan melihat daripada mendengarkan. Saat mengutarakan pendapat peserta didik lebih senang dan aktif membuat gambar visual dalam menyajikan informasi. Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial memiliki kemampuan untuk memahami konsep-konsep dalam berbagai dimensi, khususnya dimensi tiga. Peserta didik ini lebih mudah

memahami permasalahan perspektif pergeseran, transisi, rotasi, serta memahami konsep berdasarkan dari yang dilihat.

b. Pengonsepan

Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dapat memahami konsep yang lebih baik daripada peserta didik yang lain. Peserta didik ini mengonstruksi kerangka kerja konseptual untuk memperlihatkan hubungan antara fakta-fakta dan persoalan pokoknya. Mereka sering mengalami kesulitan dalam menghafalkan rumus-rumus. Namun mereka menjadikan konsep-konsep tersebut sebagai acuan untuk menyelesaikan suatu masalah yang berkaitan dengan keruangan.

c. Pemecahan masalah

Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial memiliki pemikiran yang divergen/menyebar, lebih mudah memilih solusi yang tidak umum dan strategi yang bermacam-macam dalam menyelesaikan masalah. Proses mendapatkan jawaban lebih penting daripada jawaban yang diperoleh dalam menyelesaikan masalah.

d. Pencarian pola

Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial tidak hanya unggul dalam mencari pola-pola dalam menyelesaikan menentukan jumlah, namun juga mampu menentukan pola dalam menyelesaikan masalah suatu masalah yang berkaitan dengan masalah keruangan.

Pada penelitian ini, indikator kecerdasan visual spasial dalam menyelesaikan masalah geometri akan dijabarkan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

Tabel 2.2 Karakteristik kecerdasan visual spasial

No	Karakteristik kecerdasan visual spasial	Indikator
----	---	-----------

1	Pengonsepan	<p>Peserta didik mampu menggunakan gambar dalam menyelesaikan soal geometri.</p> <p>Peserta didik mampu untuk memahami konsep-konsep dalam berbagai dimensi, khususnya dimensi tiga.</p>
2	Pengimajinasian	<p>Peserta didik mampu menggunakan konsep-konsep dalam geometri untuk menyelesaikan masalah.</p>
3	Pemecahan masalah	<p>Peserta didik mampu menyelesaikan soal dengan benar.</p> <p>Peserta didik menyelesaikan soal dari sudut pandang yang berbeda-beda.</p> <p>Peserta didik menyelesaikan soal yang berbentuk penyelesaian masalah.</p>
4	Penemuan pola	<p>Peserta didik mampu menentukan pola dalam menyelesaikan masalah geometri.</p>

7. Kecerdasan Logis Matematis

Kecerdasan logis-matematis merupakan kemampuan menggunakan angka secara efektif dan untuk alasan yang logis. Kecerdasan ini meliputi kepekaan terhadap pola-pola dan hubungan-hubungan yang logis, pertanyaan dan dalil (sebab-akibat), fungsi, dan abstraksi terkait lainnya (Armstrong, 2013). Sedangkan menurut Kezar (Yaumi, 2012) menyebutkan bahwa kecerdasan matematis adalah kemampuan yang berkenaan dengan rangkaian alasan, mengenal pola-pola dan aturan. Kecerdasan ini merujuk pada kemampuan untuk mengeksplorasi pola-pola, kategori-kategori dan hubungan dengan memanipulasi objek atau simbol untuk melakukan percobaan dengan cara yang terkontrol dan teratur.

Kecerdasan logis matematis disebut juga kecerdasan logis dan penalaran, karena merupakan dasar dalam memecahkan masalah dengan memahami prinsip-prinsip yang mendasari sistem kausal atau dapat memanipulasi bilangan, kuantitas dan operasi. Azwar (2013) menerangkan bahwa kecerdasan matematis adalah kecerdasan yang digunakan untuk memecahkan problem berbentuk logika, simbolis dan matematika abstrak. Dengan kata lain kecerdasan ini adalah kemampuan berpikir (menalar) dan menghitung, berpikir logis dan sistematis.

Kecerdasan logis matematis sering dipandang dan dihargai lebih tinggi dari jenis kecerdasan lainnya. Seseorang yang memiliki kecerdasan logis matematis yang terasah dengan baik akan suka dalam mencari penyelesaian suatu masalah, menunjukkan minat yang besar terhadap analogi dan silogisme (Novitasari & Rahman, 2015). Mereka suka aktivitas yang melibatkan angka, urutan, pengukuran, dan perkiraan. Peserta didik dengan kecerdasan logis matematis tinggi cenderung senang terhadap kegiatan menganalisis dan mempelajari sebab akibat terjadinya sesuatu. Peserta didik juga senang berpikir secara konseptual, seperti menyusun hipotesis, mengadakan kategorisasi dan klasifikasi terhadap apa yang dihadapinya. Peserta didik semacam ini cenderung menyukai aktivitas berhitung dan memiliki kecepatan tinggi dalam menyelesaikan masalah matematika dan sains. Apabila kurang memahami, peserta didik cenderung akan berusaha untuk bertanya dan mencari jawaban atas hal yang kurang dipahaminya (Jasmine, 2016).

Menurut Willis dan Johnson (2001) kecerdasan logis matematis mencakup lima bidang yaitu:

Tabel 2.3 Karakteristik kecerdasan logis matematis

No	Karakteristik kecerdasan logis matematis	Indikator
1	Klasifikasi	a. Peserta didik mampu menyebutkan informasi yang diketahui dari masalah. b. Peserta didik juga mampu menyebutkan informasi yang ditanyakan dalam soal.
2	Pembandingan	a. Peserta didik mampu menghubungkan antara data yang diketahui dengan data yang tidak diketahui. b. Peserta didik mampu menyusun penyelesaian masalah.
3	Operasi hitung matematika	Peserta didik mampu melakukan operasi hitung matematika dengan benar.
4	Penalaran induktif dan deduksi	a. Peserta didik mampu melakukan proses penarikan kesimpulan dari kasus-kasus khusus ke bentuk umum. b. Peserta didik mampu melakukan proses penarikan kesimpulan dari bentuk umum ke bentuk yang lebih khusus.
5	Pengecekan kembali	a. Peserta didik mampu menelaah kembali penyelesaian masalah yang dibuat. b. Peserta didik mampu melakukan pengecekan kembali terhadap jawaban yang telah diperoleh.

8. Kecerdasan Visual Spasial dalam Menyelesaikan Masalah

Penelitian yang dilakukan oleh Novitasari, dkk (2015) yang mengungkapkan profil kreativitas peserta didik dalam menyelesaikan masalah ditinjau dari kecerdasan visual spasial tinggi dan logis matematis tinggi menunjukkan:

- a. Tahap Perumusan yaitu mencermati/menerjemahkan masalah dengan menggunakan penalaran analitis, mengingat dan mengaitkan kembali konsep-konsep, sifat-sifat dan prinsip matematika dengan menggunakan pengetahuan matematika yang dimiliki, mengumpulkan dan mengorganisasikan informasi kemudian membangun ide-ide/dugaan penyelesaian masalah dengan

melibatkan kecerdasan visual spasial (kemampuan mentransformasi pengalaman visual) dan kecerdasan logis matematis (penalaran logis dan penalaran analitis).

- b. Tahap perencanaan yaitu memilih dan merencanakan pola/cara yang didapat pada tahap merumuskan dengan menggunakan kecerdasan logis matematis yang berkaitan dengan penalaran logis dan analitis dan kecerdasan visual spasial (kemampuan dalam mentransformasi dan memodifikasi pengalaman visual).
- c. Tahap produksi yaitu menerapkan ide dan menguji solusi dengan menggunakan kecakapan bekerja dengan angka-angka, simbol-simbol (operasi bilangan), penalaran logis dan analitis kemudian menggunakan penalaran logis dan analitis dalam menyimpulkan dengan valid dari jawaban-jawaban yang diperoleh.
- d. Tahap kreativitas peserta didik dari segi proses sesuai dengan tahapan yang dikemukakan oleh Anderson & Katwrohl namun pada tahapan merencanakan penyelesaian (*Planning*) tidak nampak proses pemilihan ide.
- e. Tahap penggunaan kecerdasan logis matematis terlebih dahulu dengan mencari ukuran rusuk setiap bangun ruang, kemudian menggunakan kecerdasan visual spasial (kecakapan mempersepsi dunia visual dengan akurat dan mentransformasi pengalaman visual) dalam memvisualisasikannya dalam bentuk gambar.

9. Kecerdasan Logis Matematis dalam Penyelesaian Masalah

Penelitian yang dilakukan oleh Susanti (2013) dengan judul “Analisis Kemampuan Kognitif Dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Kecerdasan Logis

Matematis” dengan menggunakan teori Polya menunjukkan, peserta didik dengan kecerdasan logis matematis tinggi dalam mengingat subjek dapat mengenali apa yang diketahui dari permasalahan. Subjek mampu merubah apa yang diketahui menjadi simbol matematika sehingga dapat menuliskan informasi apa yang diketahui dari apa yang ditanyakan dalam soal. Kemudian dalam indikator memahami subjek dapat mengklasifikasikan rumus atau konsep untuk menyelesaikan permasalahan pada soal. Subjek mampu mengklasifikasikan rumus yang digunakan untuk menyelesaikan soal. Subjek juga dapat menuliskan 2 langkah penyelesaian yang berbeda. Dalam indikator menerapkan subjek mampu mengimplementasikan rumus atau konsep dalam menyelesaikan masalah. Dalam indikator menganalisis subjek mampu menguraikan proses penyelesaian dari soal yang diberikan. Kemudian dalam indikator mengevaluasi subjek dapat menyelesaikan permasalahan dengan benar.

10. Pengukuran Kecerdasan

Howard Gardner (1993) mengemukakan delapan jenis kecerdasan, yakni kecerdasan linguistik, kecerdasan logis matematis, kecerdasan visual spasial, kecerdasan kinestetik, kecerdasan musik, kecerdasan intrapersonal, kecerdasan interpersonal, dan kecerdasan naturalis. Oleh sebab itu, untuk dapat mengetahui seberapa besar kecerdasan yang dimiliki individu diperlukan tes yang memiliki indikator masing-masing dari kedelapan kecerdasan tersebut.

Penelitian ini menggunakan angket yang telah diadaptasi dari berbagai sumber (termasuk dari *Learning Disabilities Resource Community*, Greg Gay dan J.Ivanco) yang terdiri 80 pertanyaan, setiap kecerdasan diwakili oleh 10

pertanyaan. Tes dikerjakan secara individu agar diketahui kecerdasan masing-masing peserta didik dan tidak terpengaruh oleh temannya.

11. Hubungan Kecerdasan Visual Spasial Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika

Kecerdasan visual spasial adalah kecerdasan yang berkaitan dengan kemampuan anak dalam memvisualisasikan gambar di dalam pikiran seseorang atau dimana anak berpikir dalam bentuk visualisasi dan gambar untuk memecahkan masalah atau menemukan jawaban (Cipto, 2012). Hoffer (2009) mengungkapkan kecerdasan visual-spasial dan geometri saling mendukung satu sama lain, sehingga untuk meningkatkan kecerdasan visual spasial dapat dilakukan dengan mempelajari geometri dan sebaliknya, kemampuan spasial dapat membantu memahami konsep-konsep geometri. Kecerdasan visual spasial adalah kemampuan keruangan yang melibatkan pengimajinasian, penggunaan konsep, penyelesaian masalah, dan penemuan pola dalam menyelesaikan soal geometri.

Dalam penelitian yang dilakukan oleh Milsan & Wewe (2018) disebutkan bahwa selain kecerdasan logis matematis, kecerdasan visual spasial merupakan kecerdasan kedua yang mempengaruhi hasil belajar matematika. Selanjutnya dalam penelitian yang dilakukan oleh Jayantika (2013) menyebutkan bahwa kontribusi kecerdasan spasial terhadap prestasi belajar matematika yakni sebesar 30%. Hasil ini juga menunjukkan bahwa kecerdasan spasial juga merupakan faktor internal yang mempengaruhi prestasi belajar matematika peserta didik.

Dalam penelitian yang dilakukan oleh Wahono (2014) menyebutkan bahwa dalam memecahkan soal geometri ruang; (1) subjek berkemampuan

matematika tinggi menunjukkan karakteristik kecerdasan visual spasial pengimajinasian, pengonsepan, pemecahan masalah, dan pencarian pola; (2) subjek berkemampuan matematika sedang menunjukkan karakteristik kecerdasan visual spasial pengimajinasian, pengonsepan, dan pemecahan masalah, namun mengalami kesulitan dalam pencarian pola; (3) subjek berkemampuan matematika rendah menunjukkan karakteristik kecerdasan visual spasial pengonsepan, namun mengalami kesulitan dalam pengimajinasian, pemecahan masalah, dan pencarian pola. Dari penelitian-penelitian di atas maka dapat disimpulkan bahwa kecerdasan visual-spasial mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah matematika pada materi geometri.

12. Hubungan Kecerdasan Logis Matematis Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika

Kebanyakan orang berpikir bahwa kecerdasan logis matematis semata-mata hanya berhubungan dengan kemampuan berhitung. Menurut Gardner (dalam Gunawan, 2017) kecerdasan ini sebenarnya mempunyai aspek, yaitu kemampuan melakukan perhitungan matematis, kemampuan berpikir logis, kemampuan pemecahan masalah, pola pikir deduksi, dan kemampuan mengenali pola dan hubungan. Akhmad (2020) mengemukakan bahwa teori *Multiple Intelligences* (kecerdasan majemuk) mengelompokkan pemecahan masalah sebagai bagian dari kecerdasan logis matematis. Secara khusus dia membagi kecerdasan logis matematis kedalam lima kemampuan yang menjadi karakteristik atau kunci utamanya yaitu *problem solving* (pemecahan masalah), *thinking patterns* (pola berpikir), *calculations process* (proses perhitungan), *logical analysis* (analisis logis), dan *mathematical operations* (operasi matematis).

Hasil penelitian yang dilakukan oleh Librianti, dkk. (2015) menyebutkan bahwa peserta didik yang memiliki kecerdasan logis matematis menunjukkan pemahaman terhadap suatu masalah dengan baik, mampu mengklasifikasikan informasi masalah dalam kelompok yang diketahui dan ditanya, mampu menentukan rencana penyelesaian masalah dan menggunakan rumus yang tepat untuk menyelesaikan masalah, selain itu peserta didik juga memenuhi karakteristik mengecek kembali dari penyelesaian yang telah ia buat. Selain itu penelitian yang dilakukan oleh Akhmad (2020) menjelaskan bahwa kecerdasan logis matematis mempunyai pengaruh sebesar 71,45% terhadap kemampuan pemecahan masalah, sehingga dapat disimpulkan bahwa kecerdasan logika matematika mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah matematika peserta didik. Kemudian Zuhdi (2015) dalam penelitiannya menyatakan bahwa kecerdasan logika matematika memiliki pengaruh yang cukup tinggi dalam hasil belajar dibandingkan dengan kecerdasan yang lain. Selain mempengaruhi hasil belajar, kecerdasan logika matematika juga mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah matematika.

13. Hubungan Kecerdasan Visual Spasial dengan Kecerdasan Logis matematis.

Secara mendalam kecerdasan spasial dapat didefinisikan sebagai kapasitas untuk mengenali dan melakukan penggambaran atas objek atau pola yang diterima otak, sedangkan kecerdasan logis matematis dapat didefinisikan sebagai kapasitas seseorang untuk berpikir secara logis dalam memecahkan kasus atau permasalahan dan melakukan perhitungan matematis.

Terdapat teori yang menyampaikan keterkaitan antara kedua kecerdasan tersebut, yaitu May Lwin dkk (2008) dalam buku yang berjudul "*How to Multiply Your Child's Intelligence*" terdapat kutipan sebagai berikut "Berpikir dalam gambar bukan hanya merangsang kreativitas, melainkan juga memperkaya proses berpikir tingkat tinggi. Jika dikaitkan dengan definisi kecerdasan logis di atas, berpikir tingkat tinggi merupakan salah satu cerminan dari kecerdasan logis matematis, sehingga kutipan ini mengindikasikan adanya hubungan antara kecerdasan spasial dengan kecerdasan logis matematis.

Penelitian Jayantika, dkk. (2013) menyebutkan besarnya koefisien jalur dan koefisien korelasi kecerdasan spasial terhadap kecerdasan logis matematis berturut-turut sebesar 0,148 dan 0,552. Hasil ini menunjukkan bahwa bakat numerik berkontribusi cukup besar terhadap kecerdasan logis matematis sebesar 2,2%. Temuan ini mengindikasikan bahwa peserta didik yang memiliki kecerdasan spasial yang baik akan mampu meningkatkan kecerdasan logis matematis nya. Oleh karena itu salah satu upaya untuk meningkatkan kecerdasan logis matematis peserta didik adalah dengan kecerdasan spasialnya

B. Kerangka Berpikir

Penelitian ini berusaha mengungkapkan proses berpikir kritis peserta didik yang memiliki kecenderungan kecerdasan visual spasial dan logis matematis dalam mengonstruksi bukti matematis dengan menggunakan soal pembuktian geometri. Soal yang akan diberikan sudah disesuaikan dengan karakteristik kedua kecerdasan tersebut.

Indikator kemampuan menyusun bukti matematis yang digunakan dalam penelitian ini adalah modifikasi dan perpaduan dari indikator pembuktian milik

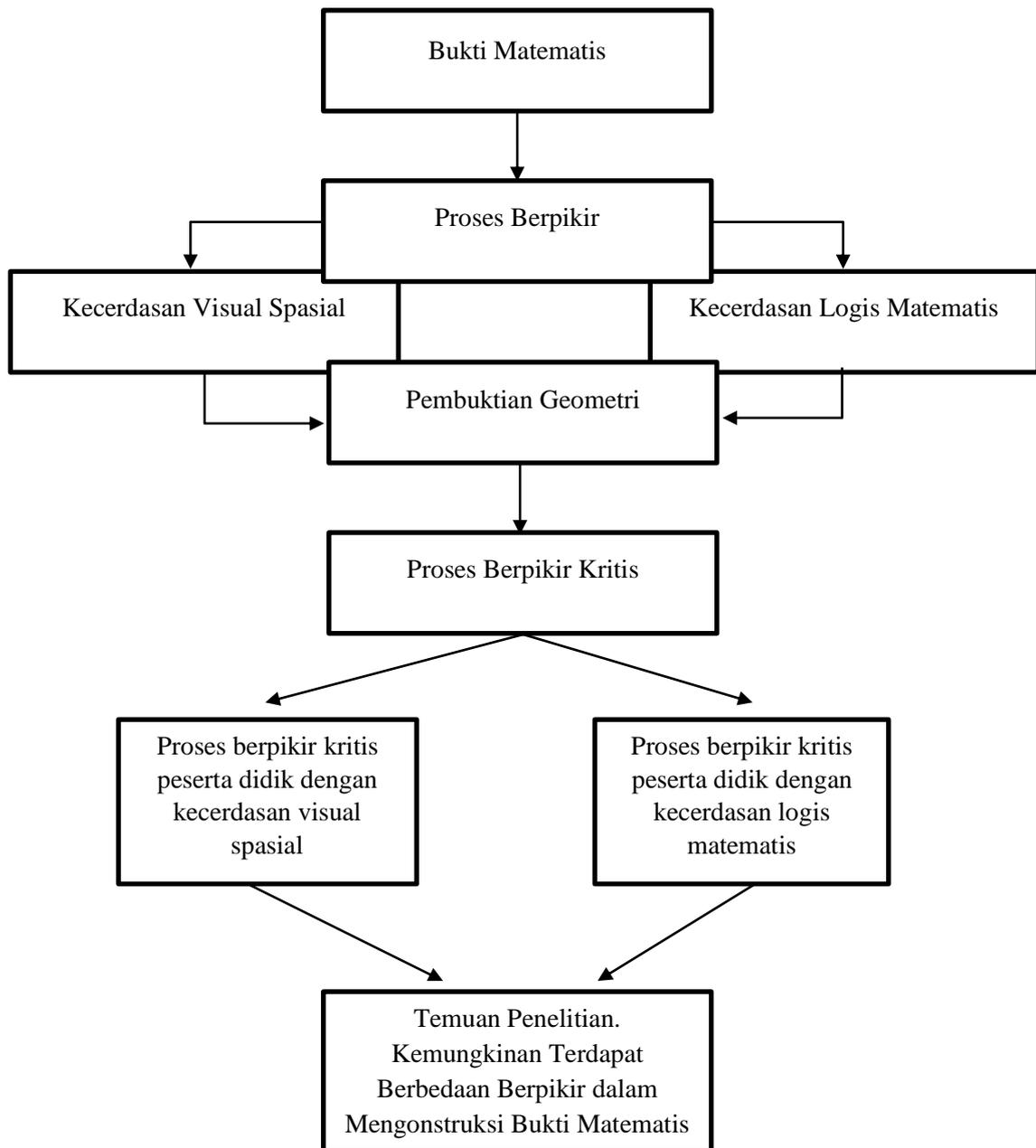
Lestari (2015) dan Sumarmo (2011) yaitu: (1) Melakukan identifikasi terhadap masalah pembuktian ditandai dengan ketepatan menentukan langkah pembuktian; (2) Menyusun argumen untuk membuktikan/ menjelaskan pernyataan; (3) Menggunakan konsep dan prinsip yang berkaitan dengan penyusunan pembuktian ditandai dengan ketepatan dalam pemilihan dan pemanfaatannya dalam rangkaian pembuktian; (4) Menentukan validitas pembuktian matematis, ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak; (5) Memahami kesesuaian antara pernyataan dan bukti ditandai dengan ketepatan dan kecermatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan.

Setiap individu merupakan pribadi yang unik, artinya setiap individu dilahirkan memiliki kecerdasan yang berbeda-beda antara satu dengan yang lain. Sejalan dengan itu Gagne (1975) mengungkapkan setiap kecerdasan memiliki kreativitas dan cara masing-masing dalam menyelesaikan masalah. Dari sini peneliti menduga akan terjadi perbedaan pekerjaan antara peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dan logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis. Dugaan ini diperkuat (Gunawan, 2013; Yaumi, 2012; Novitasari., dkk, 2015; Susanti, 2013) yang mengungkapkan dari setiap kecerdasan tersebut memiliki ciri-ciri masing-masing dan memiliki penyelesaian masalah yang berbeda-beda.

Sebagai acuan untuk menganalisis hasil pekerjaan peserta didik diperlukan teori. Teori yang digunakan dalam penelitian ini adalah teori berpikir kritis yang dikemukakan oleh Ennis. Peneliti akan melihat bagaimana proses berpikir kritis peserta didik berdasarkan tahapan berpikir kritis yang telah diungkapkan Ennis

yaitu (1) klasifikasi dasar; (2) membangun keterampilan dasar; (3) inferensi; (4) klasifikasi lanjut; (5) mengatur strategi dan taktik.. Kemudian peneliti juga akan melihat bagaimana peserta didik dalam mengonstruksi bukti. Melalui proses inilah nantinya peserta didik akan mengalami perubahan-perubahan skema pada dirinya yang disebabkan oleh proses berpikir.

Berikut adalah diagram kerangka berpikir:



Gambar 2.1 Kerangka Berpikir

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Pendekatan dan Jenis Penelitian

Penelitian ini bertujuan menjelaskan proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dan logis matematis ketika mengkonstruksi bukti matematis. Untuk mengetahui proses berpikir kritis peserta didik dalam mengkonstruksi bukti, peneliti mengacu pada indikator berpikir kritis menurut Ennis (1996) meliputi (1) klasifikasi dasar; (2) membangun keterampilan dasar; (3) inferensi; (4) klasifikasi lanjutan; (5) mengatur strategi dan taktik.

Untuk mengungkap proses berpikir peserta didik, peneliti akan memeriksa data temuan secara teliti dan mendalam. Peneliti akan mengeksplorasi pikiran, perilaku, ucapan, serta gambaran yang dilakukan oleh subjek ketika menyusun bukti matematis pada materi geometri. Data yang diperoleh akan dipaparkan sesuai keadaan yang sebenarnya guna memperoleh gambaran alami mengenai proses berpikir subjek penelitian. Selanjutnya dilakukan analisis data secara induktif serta pencocokan dengan teori yang ada, sehingga diperoleh pola proses berpikir pada subjek penelitian.

Peneliti akan bertindak sebagai instrumen kunci. Artinya kehadiran peneliti mutlak diperlukan dan tidak dapat diwakilkan oleh orang lain atau dengan sesuatu yang lain. Peneliti tidak melakukan manipulasi suatu variabel untuk melihat dampak terhadap sesuatu variabel yang lain sehingga penelitian ini dikategorikan sebagai penelitian deskriptif. Peneliti lebih mengutamakan mengungkap apa yang terjadi di balik proses berpikir kritis yang dilakukan subjek

dalam menyusun bukti matematis pada materi geometri. Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini merupakan penelitian kualitatif, dikarenakan mempunyai ciri-ciri penelitian kualitatif.

B. Latar Penelitian

Untuk memperoleh data yang dibutuhkan, peneliti memilih tempat di MAN 3 Tulungagung. Pemilihan tempat penelitian didasarkan pada beberapa pertimbangan. Pertimbangan pertama berdasarkan wawancara awal dengan guru matematika bahwa peserta didik mengalami kesulitan dalam pembuktian khususnya pada materi geometri. Pertimbangan kedua terdapat peserta didik dengan *multiple Intelligence* tipe visual spasial dan logis matematis.

C. Data

1. Hasil Tes

Hasil tes dalam penelitian ini adalah hasil tes tertulis peserta didik berupa lembar tugas yang telah dikerjakan oleh peserta didik dengan *multiple intelligences* tipe visual spasial dan logis matematis dalam mengonstruksi bukti matematis. Pengerjaan tes dikerjakan secara *think aloud* dan direkam menggunakan alat perekam suara. Data *think aloud* dipilih karena pemikiran yang dilakukan subjek dalam memecahkan masalah matematika dapat dilihat dari perilaku menyelesaikan soal matematika.

2. Hasil Wawancara

Wawancara yang digunakan dalam penelitian ini adalah wawancara semi terstruktur. Hasil wawancara semi terstruktur diperoleh dari mentranskrip rekaman wawancara peneliti dengan subjek penelitian tentang jawaban yang dihasilkan subjek pada saat mengerjakan lembar soal tes. Wawancara ini

dilakukan untuk menggali informasi lebih lanjut tentang proses berpikir kritis peserta didik. Wawancara dilakukan untuk menguji kekokohan data pada saat peserta didik mengerjakan soal tes.

D. Sumber Data

Sumber data dalam penelitian ini adalah peserta didik MAN 3 Tulungagung yang sudah menempuh materi geometri karena tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui proses berpikir yang melibatkan informasi atau pengetahuan yang sudah tersimpan dalam memori peserta didik. Subjek penelitian dipilih menggunakan teknik *purposive sampling* yaitu memilih subjek sesuai dengan tujuan penelitian atau dengan pertimbangan tertentu. Pertimbangan yang dimaksud yaitu peneliti memperhatikan kemampuan komunikasi peserta didik sehingga subjek yang dipilih adalah peserta didik yang mampu mengutarakan ide atau pendapatnya dengan baik.

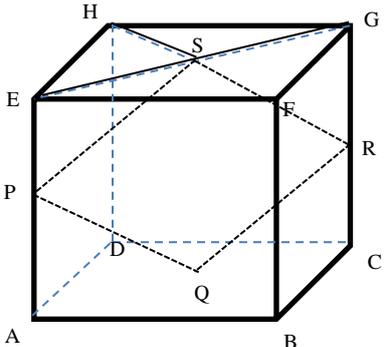
E. Instrumen Penelitian

Ada dua jenis instrumen yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu instrumen utama dan instrumen pembantu. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri. Sebagai instrumen utama, peneliti berperan sebagai perencana penelitian, pengumpul data, penganalisis data, penafsir data, hingga yang menjadi pelapor hasil penelitian. Dalam pengumpulan data, peneliti menggunakan lembar tugas berisi masalah tentang pembuktian, lembar catatan lapangan, wawancara. Kemudian instrumen pembantu dalam penelitian ini adalah alat perekam audio. Adapun instrumen yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Soal Geometri

Instrumen lembar tugas yang digunakan dalam penelitian ini berisi tugas pembuktian pada materi geometri. Poin soal yang akan dikerjakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3.1 Soal Geometri

No	Soal
1	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Diketahui kubus ABCD.EFGH seperti pada gambar disamping</p> <ol style="list-style-type: none"> Jika $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi $\angle EBG$, maka buktikan bahwa \overline{BS} garis berat segitiga EBG. Jika titik P, Q, R, dan S berturut-turut adalah titik tengah sisi $\overline{EA}, \overline{AC}, \overline{CG}$ dan \overline{GE} maka buktikan bahwa bangun PQRS merupakan jajargenjang. </div> </div>

Gambar Kubus ABCD.EFGH

2. Pedoman Wawancara

Wawancara merupakan proses perekaman suara yang dilakukan peneliti terhadap subjek penelitian untuk menggali informasi yang dibutuhkan. Pada penelitian ini, pedoman wawancara yang digunakan adalah bentuk semi terstruktur. Wawancara ini bersifat fleksibel dan memungkinkan untuk mengikuti pemikiran subjek tetapi tidak beralih dari tujuan awal wawancara. Tujuan dalam wawancara ini adalah untuk mengkonfirmasi atau memeriksa kembali kebenaran jawaban peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis. Sehingga diperoleh informasi yang jelas tentang proses berpikir kritis peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis.

F. Teknik Pengumpulan Data

1. Kegiatan Tes

Teknik pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan tes tertulis berupa soal pembuktian materi geometri. Tes diberikan kepada subjek yang memiliki *multiple Intelligence* dominan yaitu tipe visual spasial dan logis matematis yang masing-masing dari tipe kecerdasan tersebut diambil 2 subjek untuk kemudian hasil jawaban akan dianalisis.

2. Think Aloud

Data *think aloud* adalah hasil menceritakan proses berpikir dalam mengerjakan soal. Data *think aloud* dipilih karena pemikiran yang dilakukan subjek dalam memecahkan masalah matematika dapat dilihat dari perilaku menyelesaikan soal matematika.

3. Kegiatan Wawancara

Kegiatan wawancara dalam penelitian ini berupa proses refleksi yang dilakukan subjek terhadap jawaban yang diberikan. Peserta didik diberikan pertanyaan terkait hasil tes yang telah mereka kerjakan sehingga diketahui maksud dari jawaban yang diberikan oleh peserta didik. Wawancara ini dilakukan untuk menguji kekokohan data sekaligus untuk melengkapi kekurangan data yang terjadi pada saat tes tertulis.

G. Teknik Analisis Data

Terdapat enam langkah analisis data kualitatif yang harus dilakukan. Dimulai dari mengolah data, mempersiapkan data, sampai memaknai data. Tujuh

langkah tersebut tidak diwajibkan berurutan serta diperbolehkan memodifikasinya (Creswell, 2010). Analisis data yang dilakukan peneliti pada penelitian ini adalah:

1. Mentranskrip data yang telah dikumpulkan selama penelitian.
2. Menelaah seluruh data yang tersedia dari berbagai sumber, yaitu dari hasil *Think alouds*, wawancara, pengamatan yang sudah dilakukan dalam catatan lapangan, dan hasil jawaban peserta didik dalam mengkonstruksi bukti matematis.
3. Mengadakan reduksi data dengan membuat abstraksi. Abstraksi merupakan usaha membuat rangkuman inti, artinya setiap proses dan pernyataan-pernyataan data temuan penelitian perlu dijaga untuk tetap berada pada masalah yang diteliti.
4. Menyusun dalam satuan-satuan yang selanjutnya dikategorikan dengan membuat *coding*.
5. Menggambarkan skema berpikir subjek dalam bentuk peta kognitif.
6. Menganalisis proses berpikir kritis subjek berdasarkan kategori yang ditetapkan peneliti berdasarkan teori-teori para ahli.
7. Penarikan kesimpulan.

Secara ringkas langkah analisis data dijelaskan sebagai berikut. Dimulai dari mengolah data, mempersiapkan data, sampai memaknai data. Data yang telah terkumpul selama penelitian di transkrip dan ditelaah secara seksama. Hal ini dilakukan bertujuan untuk memahami data dan menentukan data yang akan direduksi. Data yang telah tereduksi selanjutnya disajikan dalam lembar rangkuman inti, artinya memilih hal-hal yang pokok serta memfokuskan kepada hal-hal yang penting dan membuang yang tidak diperlukan.

Selanjutnya, data disusun dan dikategorikan dengan membuat *coding* yang kemudian mendeskripsikan data dalam bentuk teks naratif dan menganalisis proses berpikir kritis subjek berdasarkan kategori yang ditetapkan peneliti berdasarkan teori para ahli. Terakhir, menyimpulkan proses berpikir kritis untuk masing-masing peserta didik dengan *multiple Intelligence* visual spasial dan logis matematis.

Untuk mempermudah penjelasan langkah-langkah berpikir kritis menurut Ennis (1996) maka peneliti merangkum dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Tabel. 3.2 Kode indikator berpikir kritis

Tahapan	Indikator	Kode
Klarifikasi dasar	Memfokuskan pertanyaan, menganalisis argumen, bertanya dan menjawab pertanyaan klarifikasi.	KD
Penyusunan keterampilan dasar	Mempertimbangkan apakah sumber bisa dipercaya atau tidak, mengobservasi dan menilai hasilnya.	MKD
Inferensi	Membuat deduksi dan induksi kemudian mempertimbangkan hasilnya.	In
Klarifikasi lanjut	Mendefinisikan istilah dan mempertimbangkan definisi, mengidentifikasi asumsi.	KL
Strategi dan taktik	Menentukan tindakan	ST

Selanjutnya, aspek mengkonstruksi bukti akan dipaparkan dalam bentuk tabel yaitu sebagai berikut:

Tabel 3.3 Aspek mengkonstruksi bukti

Aspek	Indikator	Kode
Identifikasi dasar	Ketepatan menentukan langkah	IM

Penyusunan argument	Peserta didik menjelaskan pernyataan	MA
Penggunaan konsep	Ketepatan dalam pemilihan dan pemanfaatannya dalam merangkai bukti	MK
Penentuan validitas	Ketepatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak	MV
Pemahaman kesesuaian antara pernyataan dan bukti	Ketepatan dan kecermatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan	MKPB

H. Keabsahan Data

Peneliti menggunakan metode triangulasi sumber karena dalam penelitian ini peneliti menggunakan beberapa teknik pengumpulan data yang bermacam-macam. Proses triangulasi dilakukan dengan cara membandingkan hasil jawaban subjek pada saat mengerjakan soal geometri beserta kesinkronan jawaban pada proses wawancara semi terstruktur. Jika terdapat kesinkronan jawaban dari proses pengerjaan soal dan proses wawancara terstruktur, maka data yang didapat peneliti merupakan data yang valid.

I. Prosedur Penelitian

Prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini dibagi menjadi dua tahap yaitu:

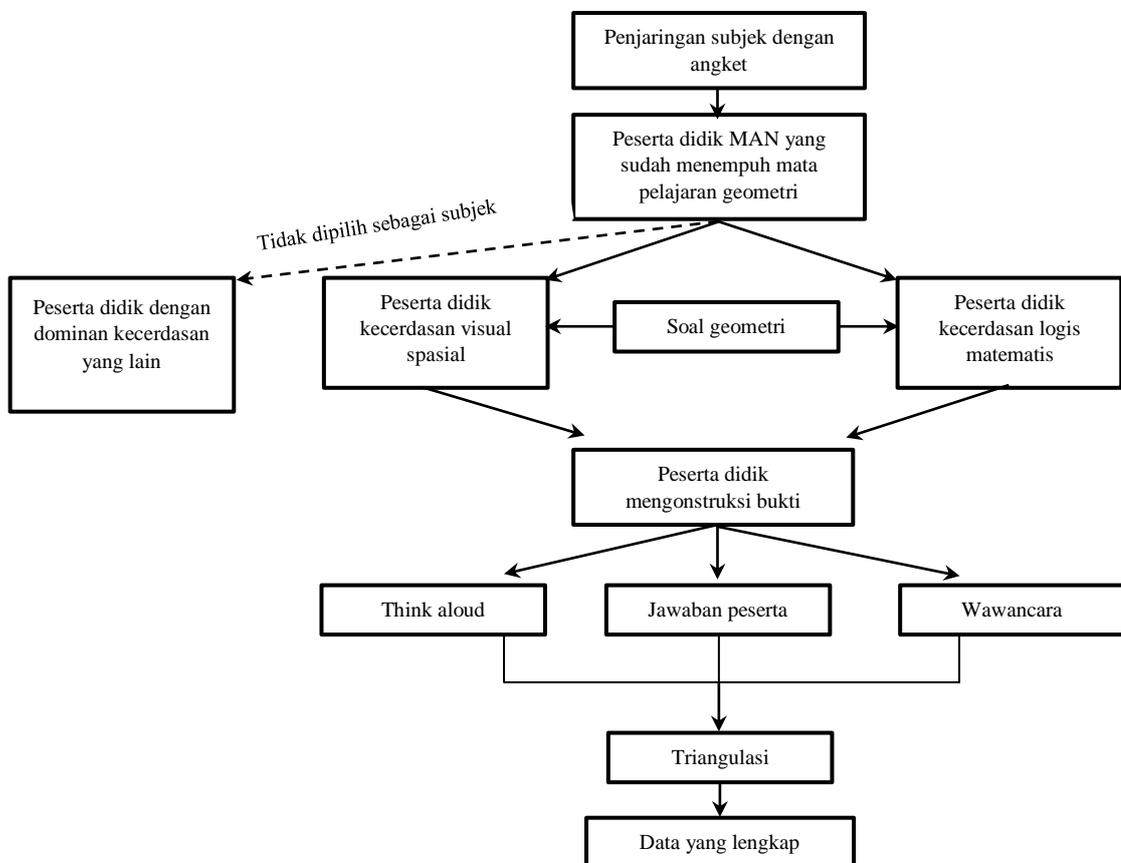
1. Tahap penelitian.

Kegiatan ini mengamati dan mencatat semua kegiatan subjek saat menjawab soal geometri. Subjek penelitian akan dipilih dengan indikator kecerdasan visual spasial dan logis matematis. Yaitu, satu subjek dengan subjek yang lain harus mempunyai pembandingan dengan kemampuan akademik yang setara. Digunakan juga alat perekam audio sebagai instrumen pembantu.

Pengambilan data berlangsung dalam dua tahap, yaitu subjek mengerjakan lembar soal dan wawancara semi terstruktur.

2. Tahap analisis dan pembahasan.

Pada tahap ini peneliti melakukan analisis data yang diperoleh dari hasil *think aloud* dan data wawancara semi terstruktur. Proses analisis data dimulai dari mentranskrip data rekaman wawancara semi terstruktur dari setiap subjek. Data dari hasil berpikir peserta didik dalam menyusun bukti beserta data wawancara subjek akan dikelompokkan berdasarkan kategori subjek, yaitu subjek dengan multiple Intelligence tipe visual spasial dan logis matematis. Adapun prosedur penelitian dalam bentuk bagan adalah sebagai berikut:



Gambar 3.1 Bagan Prosedur Penelitian

BAB IV

PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN

A. Paparan Data

Subjek penelitian ini adalah siswa kelas 11 terdiri dari 109 responden yang telah diberikan angket tentang *multiple intelligence* (kecerdasan majemuk). Peneliti mengambil 4 siswa yang memiliki kecenderungan *multiple Intelligence* tipe visual spasial dan logis matematis masing-masing 2 subjek dengan tujuan sebagai pembanding untuk memperoleh data yang valid.

Proses berpikir kritis dilihat saat siswa melakukan pembuktian matematis. Adapun indikator pembuktian dalam penelitian ini sebagai berikut: (1) melakukan identifikasi masalah pembuktian ditandai dengan siswa ketepatan menentukan langkah; (2) menyusun argumen pembuktian ditandai dengan siswa menjelaskan pernyataan; (3) menggunakan konsep pembuktian yang ditandai dengan ketepatan dalam pemilihan dan pemanfaatannya dalam merangkai bukti; (4) menentukan validitas pembuktian matematis yang ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak; (5) memahami kesesuaian antara pernyataan dan bukti yang ditandai dengan ketepatan dan kecermatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan.

Hasil pembuktian dilihat berdasarkan kategori berpikir kritis sesuai yang diungkapkan oleh Ennis (1996) yaitu: (1) klarifikasi dasar yaitu siswa memahami masalah, mengajukan dan menjawab pertanyaan; (2) membangun keterampilan

dasar yaitu siswa menentukan sumber yang kredibel (teruji); (3) inferensi yaitu siswa memutuskan kesimpulan secara deduktif dan induktif; (4) klarifikasi lanjut yaitu siswa mengidentifikasi istilah-istilah dan definisi serta menentukan konteks definisi berdasarkan alasan yang tepat sehingga dapat mengevaluasi solusi yang direncanakan; (5) mengatur strategi dan taktik yaitu siswa memutuskan suatu tindakan berpikir secara terbuka dalam memecahkan masalah dengan cara mengevaluasi langkah-langkah dan hasil pemecahan masalah serta menentukan solusi lain dalam pemecahan masalah.

Analisis penelitian ini berdasarkan hasil tes dan hasil wawancara ketika mengerjakan soal pembuktian dengan materi geometri. Kegiatan wawancara bertujuan untuk menggali lebih dalam proses berpikir kritis siswa saat mengerjakan soal pembuktian. Adapun siswa yang terpilih menjadi subjek dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Kode kategori subjek berdasarkan *multiple intelligence*

No	Multiple Intelligence	Kode
1	Visual Spasial	VS1
2	Visual Spasial	VS2
3	Logis Matematis	LM1
4	Logis Matematis	LM2

Keterangan

- VS1 : Subjek penelitian visual spasial kesatu
 VS2 : Subjek penelitian visual spasial kedua
 LM1 : Subjek penelitian logis matematis kesatu
 LM2 : Subjek penelitian logis matematis kedua

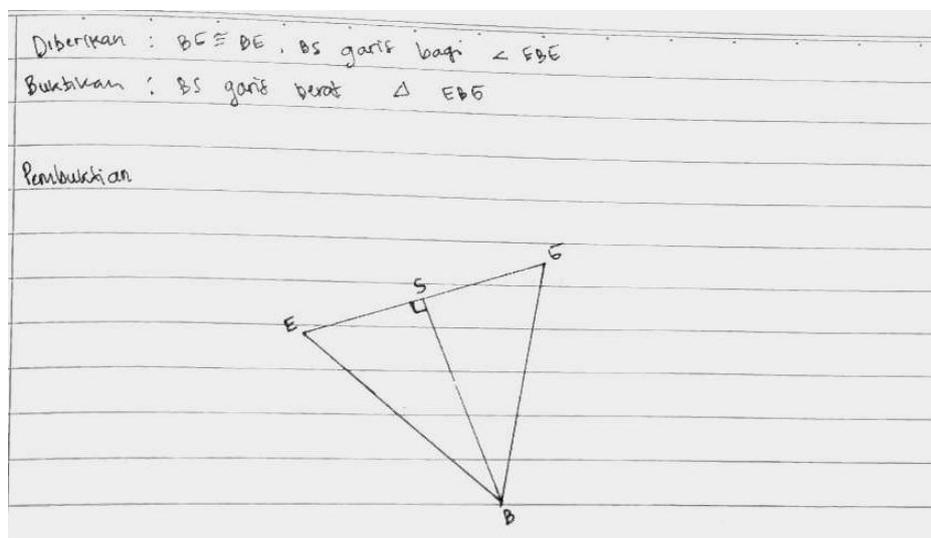
1. Paparan Data Subjek VS1

a. Identifikasi Masalah Pembuktian

VS1 mengidentifikasi masalah pembuktian ditandai dengan menentukan ketepatan langkah. Keterangan ini dapat dilihat dari hasil *think aloud* berikut:

“Garis BE kongruen dengan garis BG kemudian garis BS merupakan garis tengah sudut EBG . Terus perintah dalam soal disuruh membuktikan berarti buktikan kalau garis BS merupakan garis berat dari segitiga. Pembuktian, emmm (mulai menggambar) BE kongruen dengan BG terus garis EG di garis EG ada titik tengah yaitu S , kemudian BS (menarik garis) garis tengah” (VS1.IM.T1).

VS1 dapat memahami masalah dengan menuliskan informasi yang diketahui dalam soal. Hal ini ditandai dengan VS1 menyebutkan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$. VS1 menuliskan perintah dalam soal yaitu untuk membuktikan bahwa \overline{BS} adalah garis berat dari $\triangle EBG$. Selanjutnya VS1 menggambar segitiga seperti yang dimaksud dalam soal. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS1 pada Gambar 4.1 sebagai berikut:



Gambar 4.1 Hasil Kerja VS1 Identifikasi Dasar

Pada Gambar 4.1, VS1 menuliskan yang diketahui dalam soal yaitu $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$. VS1 menuliskan perintah dalam soal yaitu \overline{BS} garis bagi dari $\triangle EBG$. Selanjutnya VS1 menggambar segitiga EBG (VS1.IM). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan VS1 yaitu sebagai berikut (VS1.IM.W1):

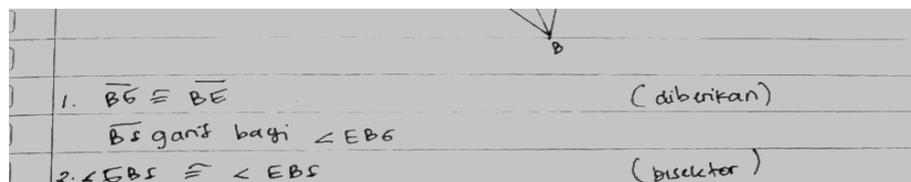
- P : *“Setelah membaca soal, apa yang adik tangkap dari soal tersebut?”*
 VS1 : *“Garis BG ekuivalen dengan garis BE, kemudian BS merupakan garis bagi segitiga EBG.”*
 P :
 VS1 : *“Apa maksud dari soal tersebut?”*
 P : *“Disuruh membuktikan kalau BS adalah garis berat dari segitiga EBG”*
“Dari informasi yang terdapat pada soal apakah sudah bisa digunakan untuk menjawab soal?”
 VS1 : *“Kemungkinan sudah kak.”*

VS1 menjelaskan informasi yang diketahui dalam soal yaitu garis BG ekuivalen dengan garis BE. Kemudian garis BS merupakan garis bagi dari sudut EBG. VS1 dapat menjelaskan maksud dari soal tersebut yaitu untuk membuktikan garis BS merupakan garis berat segitiga. Sehingga berdasarkan hasil *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan VS1 dapat memahami masalah.

b. Menyusun Argumen Pembuktian

VS1 menyusun argumen pembuktian ditandai dengan menjelaskan pernyataan. Keterangan ini dapat dilihat dari hasil *think aloud* VS1 sebagai berikut: *“Dari yang diketahui di soal tadi BE itu kongruen dengan BG dan ada garis BS yang membagi sudut EBG emm (berhenti berbicara sejenak untuk berpikir) sehingga ada dua sudut yang terbentuk dari garis BS membagi sudut EBG yaitu sudut GBS kongruen dengan sudut EBS (VS1.MA.T2).*

VS1 menyusun argumen pembuktian berangkat dari yang diketahui yaitu garis BE kongruen dengan garis BG dan garis BS garis bagi dari sudut EBG. VS1 menyimpulkan terdapat dua sudut yang terbentuk dari garis BS yang membagi sudut EBG yaitu sudut GBS dan sudut EBS. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS1 pada Gambar 4.2 sebagai berikut:



Gambar 4.2 Hasil Kerja VS1 Menyusun Argumem

Pada Gambar 4.2, VS1 menuliskan garis BG kongruen dengan garis BE berdasarkan dari yang diketahui. Selanjutnya VS1 menuliskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ dengan alasan merupakan sudut yang terbentuk dari bisektor (VS1.MA). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dari VS1 yaitu sebagai berikut: (VS1.MA.W2):

- P : “Berdasarkan yang diketahui langkah apa yang akan anda lakukan?Jelaskan”
 VS1 : “Garis BG ekuivalen dengan garis BE berarti segitiga tersebut memiliki sisi yang sama, kemudian BS merupakan garis bagi segitiga EBG sehingga mengakibatkan segitiga EBG terbagi menjadi dua sudut sama besar yaitu sudut GBS dan sudut EBS.”

VS1 menjelaskan langkah awal yang dilakukan dengan berangkat dari informasi yang diketahui pada soal yaitu garis BG kongruen dengan garis BE dan garis BS garis bagi dari sudut EBG. Selanjutnya berdasarkan yang diketahui, VS1 menuliskan sudut GBS kongruen dengan sudut EBS berdasarkan garis BS membagi sudut EBG (bisektor). Berdasarkan dari hasil *think aloud*, hasil

pekerjaan VS1 dan hasil wawancara menunjukkan VS1 dapat menyusun argumen pembuktian.

c. Menggunakan Konsep Pembuktian

VS1 menggunakan konsep pembuktian ditandai dengan memilih dan memanfaatkan konsep dalam merangkai bukti. Keterangan ini dapat dilihat dari hasil *think aloud* VS1 yaitu sebagai berikut: “Dari garis BS membagi sudut EBG sehingga sudut GBS kongruen dengan sudut EBS . Terus karena garis BS membagi dua sudut sama besar berarti garis BS kongruen dengan garis BS . Terus eee karena BS garis bagi sudut EBG berarti BS tegak lurus EG (VS1.MK.T3).

VS1 menuliskan \overline{BS} membagi sudut EBG . Hal ini mengakibatkan sudut EBG terbagi menjadi dua bagian sama besar yaitu sudut GBS dan sudut EBS . Kemudian sudut EBG terbagi menjadi dua bagian sehingga terdapat dua garis bagi yaitu $\overline{BS} \cong \overline{BS}$. Kemudian dari garis BS yang merupakan garis bagi maka terdapat dua garis berpotongan tegak lurus yaitu $\overline{BS} \perp \overline{EG}$. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS1 pada Gambar 4.3 sebagai berikut:

3.	$\overline{BS} \cong \overline{BS}$	(definisi properti)
4.	$\overline{BS} \perp \overline{ES}$	(dua garis berpotongan)

Gambar 4.3 Hasil Kerja VS1 Menggunakan Konsep

Pada Gambar 4.3, VS1 menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan definisi properti. Hal ini menunjukan VS1 melakukan kesalahan dalam memberikan alasan. Kemudian VS1 menuliskan dua garis berpotongan tegak lurus yaitu $\overline{BS} \perp \overline{EG}$. VS1 mengalami kesalah dalam penulisan yang seharusnya $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ VS1 menuliskan $\overline{BS} \perp \overline{ES}$ (VS1.MK). Keterangan ini didukung dengan hasil wawancara dengan VS1 yaitu sebagai berikut (VS1.MK.W3):

- P : "Darimana adik menyimpulkan bahwa sudut GBS kongruen dengan sudut EBS?"
- VS1 : "Garis BS kan merupakan garis bagi sudut GBE sehingga terbagi menjadi dua sudut yaitu sudut GBS dan sudut EBS."
- P : "Kalau garis BS kongruen garis BS?"
- VS1 : "Karena garis BS membagi sudut menjadi dua sehingga garis BS kongruen garis BS"

VS1 menyimpulkan sudut GBS dan sudut EBS merupakan sudut yang terbentuk dari garis BS. Kemudian VS1 menyimpulkan garis BS kongruen dengan garis BS karena garis BS membagi dua sudut (sifat identitas). Sehingga berdasarkan hasil *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan VS1 dapat menggunakan konsep untuk membuktikan.

d. Menentukan Validitas Pembuktian Matematis

VS1 menentukan validitas pembuktian matematis ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak. Keterangan ini dapat dilihat dari hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: "Jika garis BS membagi sudut EBG akan membentuk $\angle GBS$ dan $\angle EBS$. Kemudian jika $\angle EBG$ terbagi menjadi dua bagian berarti terdapat dua garis bagi sehingga dapat ditulis $\overline{BS} \cong \overline{BS}$. \overline{BS} memotong \overline{EG} sehingga \overline{BS} tegak lurus \overline{EG} (VS1.MV.T4).

Pada langkah pertama, VS1 menjelaskan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diketahui/diberikan. Kemudian pada langkah kedua, VS1 menjelaskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ berdasarkan garis bagi (bisektor) yang membagi kedua sudut sama besar. Selanjutnya pada langkah ke tiga, VS1 menjelaskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ berdasarkan definisi kesebangunan. Kemudian pada langkah ke empat, VS1 menjelaskan $\overline{GS} \cong \overline{ES}$ berdasarkan dua garis

berpotongan. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS1 pada Gambar 4.4 sebagai berikut:

1. $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ BS garis bagi $\angle EBG$	(diberikan)
2. $\angle GBS \cong \angle EBS$	(bisektor)
3. $\overline{BS} \cong \overline{BS}$	(definisi properti)
4. $\overline{BS} \perp \overline{ES}$	(dua garis berpotongan)
5. S titik tengah dari \overline{EG} sehng \overline{BS} garis berat ΔEGB	(akibat no.4)

Gambar 4.4 Hasil Kerja VS1 Menentukan Validitas Pembuktian

Pada Gambar 4.4, pada langkah pertama, VS1 menuliskan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diketahui/diberikan. Kemudian pada langkah ke dua, VS1 menuliskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ berdasarkan garis bagi (bisektor). Selanjutnya pada langkah ke tiga, VS1 menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ berdasarkan definisi kesebangunan. Pada langkah ke empat melakukan kesalahan penulisan. Kesalahannya yaitu VS1 menuliskan $\overline{BS} \perp \overline{ES}$ yang seharusnya $\overline{BS} \perp \overline{EG}$, akan tetapi berdasarkan penjelasan dari bukti yang diberikan VS1 melakukan penjelasan yang benar yaitu \overline{BS} dan \overline{EG} dua garis berpotongan (VS1.MV). Keterangan ini juga didukung dengan data wawancara yaitu sebagai berikut (VS1.MV.W4):

- P : "Coba jelaskan kembali langkah-langkah yang adik lakukan!"
- VS1 : "Dari yang diketahui garis BE kongruen dengan garis BG dan garis BS merupakan garis bagi sudut EBG."
 "Terus kan BS kan merupakan garis bagi sudut GBE sehingga terbagi menjadi dua sudut yaitu sudut GBS dan sudut EBS. Terus karena garis BS merupakan garis bagi dan membagi sudut EBG menjadi dua sudut yang sama besar jadi garis BS kongruen dengan garis BS. Garis BS memotong garis EG sehingga BS tegak lurus dengan garis EG."

VS1 menjelaskan kembali langkah-langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan soal yaitu garis BE kongruen dengan garis BG dan garis BS merupakan garis bagi sudut EBG. Garis BS merupakan garis bagi sudut GBE sehingga terbagi menjadi dua sudut yaitu sudut GBS dan sudut EBS. Karena garis BS merupakan garis bagi dan membagi sudut EBG menjadi dua sudut yang sama besar jadi garis BS kongruen dengan garis BS. Garis BS memotong garis EG sehingga BS tegak lurus dengan garis EG. Sehingga berdasarkan hasil *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan VS1 dapat menentukan validitas pembuktian.

e. Memahami Kesesuaian Pernyataan dengan Bukti

VS1 memahami kesesuaian pernyataan dengan bukti. Hal ini ditandai dengan VS1 dapat dengan tepat dan cermat menyimpulkan pembuktian sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: ”Garis BS tegak lurus dengan garis EG sehingga S adalah titik tengah dari garis EG sehingga garis BS adalah garis berat dari segitiga EBG (VS1.MKPB.T5).

VS1 menjelaskan S titik tengah dari \overline{EG} sehingga \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$. VS1 menyimpulkan bahwa \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$ berdasarkan pernyataan sebelumnya yaitu $\overline{BS} \perp \overline{EG}$. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan subjek pada Gambar 4.5 sebagai berikut:

S titik tengah dari \overline{EG}	(Akibat no. 4)
sehng \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$	

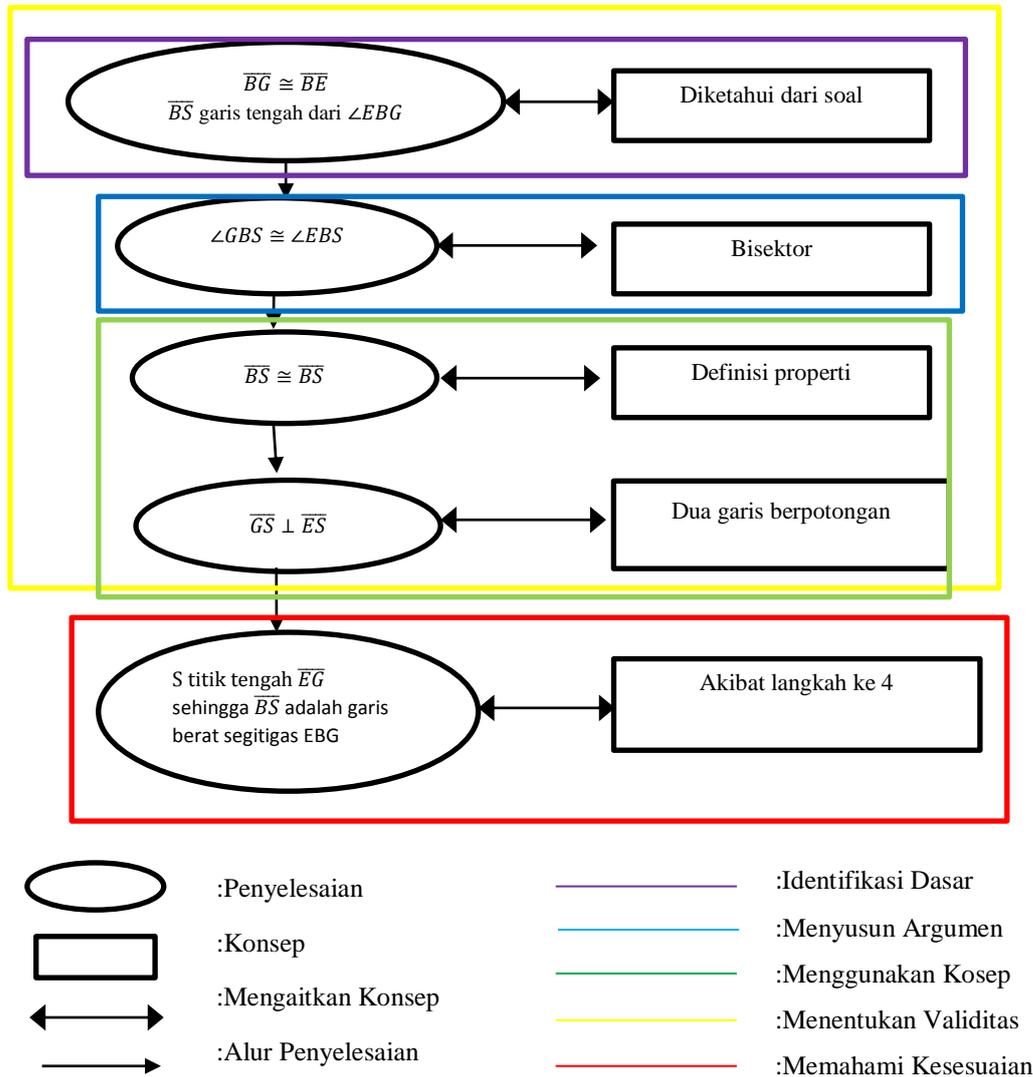
Gambar 4.5 Hasil Kerja VS1 Memahami Kesesuaian Pernyataan

Pada Gambar 4.5, VS1 menuliskan S titik tengah dari \overline{EG} sehingga \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$. VS1 menyimpulkan bahwa \overline{BS} adalah garis berat $\triangle EBG$ berdasarkan pernyataan sebelumnya yaitu $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ (VS1.MKPB). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan subjek yaitu sebagai berikut (VS1.MKPB.W5):

- P : “Kenapa adik menyimpulkan kalau \overline{BS} garis berat segitiga EBG ?”
 VS1 : “Eee karena $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ sehingga S menjadi titik tengah dari \overline{EG} sehingga mengakibatkan \overline{BS} adalah garis berat segitiga EGB .”
 P : “Apa adik memiliki cara yang lain?”
 VS1 : Tidak kak

VS1 mengidentifikasi masalah kemudian merumuskan solusi dari permasalahan ditandai penyimpulan hasil akhir dengan benar meskipun tidak dapat membuat alternatif jawaban lain. Sehingga berdasarkan hasil *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara VS1 dapat menentukan tindakan penyelesaian.

Selanjutnya alur berpikir VS1 akan digambarkan ke dalam bentuk peta kognitif yaitu sebagai berikut:



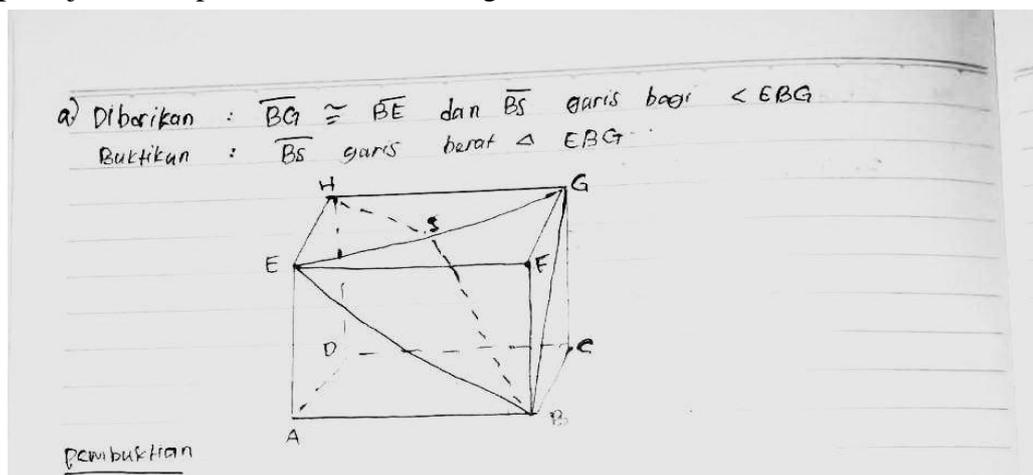
Gambar 4.6 Skema Berpikir VS1

2. Paparan Data VS2

a. Identifikasi Masalah Pembuktian

VS2 mengidentifikasi masalah pembuktian ditandai dengan menentukan ketepatan langkah. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “*BE kongruen dengan BG dan BS adalah garis tengah dari sudut EB. Buktikan kalau BS adalah garis berat dari segitiga EBG. Kubus terus garis EG terus GB terus EB terus BS garis bagi segitiga*” (VS2.IM.T7).

VS2 dapat memahami masalah dengan menuliskan informasi yang diketahui dalam soal, ditandai dengan menyebutkan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$, kemudian VS2 menuliskan perintah dalam soal yaitu untuk membuktikan bahwa \overline{BS} adalah garis berat dari $\triangle EBG$. Selanjutnya VS2 menggambar segitiga seperti yang dimaksud dalam soal. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS2 pada Gambar 4.7 sebagai berikut:



Gambar 4.7 Hasil Kerja VS2 Identifikasi Dasar

Pada Gambar 4.7, VS2 menulis $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} garis tengah $\angle EBG$. Kemudian VS2 memusatkan pertanyaan yang dimaksudkan soal yaitu disuruh membuktikan \overline{BS} adalah garis berat $\triangle EBG$. Selanjutnya VS2 menggambar bangun yang dimaksudkan dalam soal yaitu segitiga (VS2.IM). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan VS2 yaitu sebagai berikut (VS2.IM.W7):

- P : "Setelah membaca soal, apa yang adik tangkap dari soal tersebut?"
 VS2 : "Garis BG ekuivalen dengan garis BE, kemudian BS merupakan garis bagi segitiga EBG."
 P : "Apa maksud dari soal tersebut?"
 VS2 : "Disuruh membuktikan kalau BS adalah garis berat dari segitiga EBG"
 :
 :

VS2 menjelaskan informasi yang diketahui dalam soal yaitu garis BG kongruen dengan garis BE kemudian garis BS merupakan garis bagi dari sudut EBG. Kemudian dapat menjelaskan maksud dari soal tersebut yaitu untuk membuktikan bahwa garis BS adalah garis berat segitiga. Sehingga berdasarkan hasil *think aloud*, hasil pekerjaan subjek dan hasil wawancara menunjukkan subjek dapat memahami masalah.

b. Menyusun Argumen Pembuktian

VS2 menyusun argumen pembuktian ditandai dengan menjelaskan pernyataan. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: *"BG kongruen dengan BE terus BS adalah garis bagi dari sudut EBG dari yang diberikan. Dari sini (menunjuk langkah pertama) emmm terbentuk sudut GBS yang juga kongruen dengan sudut EBS"* (VS2.MA.T8).

VS2 menyusun argumen pembuktian berangkat dari yang diketahui yaitu garis BE kongruen dengan garis BG dan garis BS adalah garis bagi dari sudut EBG. VS2 menyimpulkan terdapat dua sudut yang terbentuk dari garis BS yang membagi sudut EBG yaitu sudut GBS dan sudut EBS. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS2 pada Gambar 4.8 sebagai berikut:

Pembuktian

$1. \overline{BE} \cong \overline{BG}$ $\overline{BS} \text{ garis bagi } \angle EBG$ $2. \angle GBS \cong \angle EBS$	$1. \text{diketahui}$ $2. \text{dikarenakan } \overline{BS} \text{ membagi } \angle EBG$
--	--

Gambar 4.8 Hasil Kerja VS2 Menyusun Argumen

Pada Gambar 4.8, VS2 menuliskan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi dari $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diberikan. Kemudian VS2 menuliskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ berdasarkan sudut yang terbagi oleh garis bagi yaitu bisektor (VS2.MA). Keterangan ini juga didukung hasil wawancara dengan VS2 yaitu sebagai berikut (VS2.MA.W8):

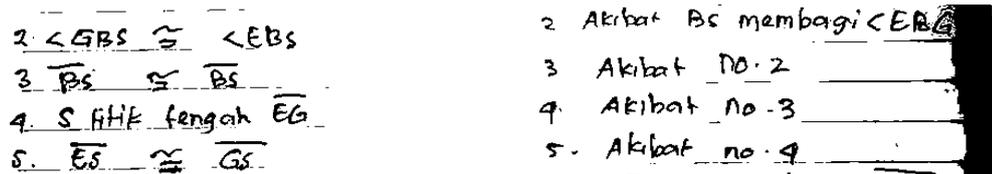
- P : "Berdasarkan yang diketahui langkah apa yang akan anda lakukan?Jelaskan!"
- VS2 : "Garis BG ekuivalen dengan garis BE , kemudian BS merupakan garis bagi segitiga EBG sehingga mengakibatkan segitiga EBG terbagi menjadi dua sudut sama besar yaitu sudut GBS dan sudut EBS "

VS2 menjelaskan langkah awal yang dilakukan berangkat dari informasi yang diketahui pada soal yaitu garis BG kongruen dengan garis BE . Kemudian garis BS adalah garis bagi dari sudut EBG . Selanjutnya, berdasarkan yang diketahui VS2 menuliskan sudut GBS kongruen dengan sudut EBS berdasarkan garis BS membagi sudut EBG . Sehingga berdasarkan dari hasil *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan VS2 dapat menyusun argumen pembuktian.

c. Menggunakan Konsep Pembuktian

VS2 menggunakan konsep pembuktian ditandai dengan VS2 dapat dengan tepat dalam pemilihan dan pemanfaatan untuk merangkai bukti. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: "Dari ini (menunjukkan cara nomor dua) BS berarti kongruen dengan BS , terus dari ini dan ini (menunjukkan cara nomor dua dan tiga) S adalah titik tengah dari EG , terus dari sini (menunjukkan cara nomor 4) berarti ES kongruen dengan GS (VS2.MK.T9).

VS2 menjelaskan \overline{BS} membagi sudut EBG sehingga mengakibatkan sudut EBG terbagi menjadi dua bagian yaitu sudut GBS dan sudut EBS . Kemudian sudut EBG terbagi menjadi dua bagian sehingga terdapat dua garis bagi yaitu $\overline{BS} \cong \overline{BS}$. Kemudian S adalah titik tengah dari dari \overline{EG} berdasarkan langkah ke 3. Selanjutnya VS2 menjelaskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ berdasarkan langkah ke 4. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS2 pada Gambar 4.9 sebagai berikut:



Gambar 4.9 Hasil Kerja VS2 Menggunakan Konsep

Pada Gambar 4.9, VS2 mulai memutuskan untuk mencari sudut yang terbentuk oleh \overline{BS} yang merupakan garis bagi dari $\angle EGB$. Kemudian membentuk $\angle GBS$ dan $\angle EBS$. Kemudian VS2 menuliskan S titik tengah dari \overline{EG} yang merupakan akibat dari \overline{BS} titik tengah dari $\angle EBS$. Selanjutnya, VS2 menuliskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ yang merupakan akibat dari S titik tengah \overline{EG} (VS2.MK). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan subjek yaitu sebagai berikut (VS2.MK.W9):

- P : “Berdasarkan informasi yang adik peroleh, langkah apa yang selanjutnya adik lakukan?”
- VS2 : “ \overline{BS} kan garis bagi dari $\angle EGB$. Setelah itu terbagi menjadi dua sudut yaitu $\angle GBS$ dan $\angle EBS$. \overline{BS} kan merupakan garis bagi sehingga S titik tengah dari \overline{EG} . Setelah itu $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ karena S titik tengah \overline{EG} tadi”

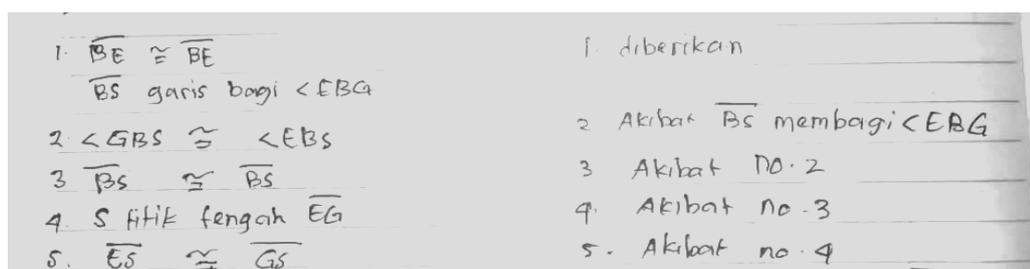
VS2 menyimpulkan sudut GBS dan sudut EBS merupakan sudut yang terbentuk dari garis BS . Kemudian VS2 menyimpulkan garis BS kongruen dengan garis BS karena garis BS membagi dua sudut (sifat identitas). Kemudian S adalah titik tengah dari dari \overline{EG} . Selanjutnya VS2 menjelaskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$. Sehingga berdasarkan hasil *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan, VS1 dapat menggunakan konsep untuk membuktikan.

d. Menentukan Validitas Pembuktian

VS2 menentukan validitas pembuktian matematis ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu

sebagai berikut: “ BG kongruen dengan BE dan BS adalah garis bagi dari sudut EBG dari yang diberikan, terus kalau EBG dibagi garis tengah oleh BS berarti ada sudut GBS dan sudut EBS dan sudut tersebut kongruen, $GBS \cong EBS$ emmm (berpikir) berarti S titik tengah dari EG , terus ES kongruen GS karena S titik tengah dari EG ” (VS2.MV.10).

VS2 menjelaskan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diketahui/diberikan. Kemudian pada langkah ke dua, VS2 menjelaskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ berdasarkan garis bagi (bisektor) yang membagi kedua sudut sama besar. Selanjutnya pada langkah ke tiga, VS2 menjelaskan S adalah titik tengah dari \overline{EG} berdasarkan langkah sebelumnya. Kemudian VS2 menjelaskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ berdasarkan langkah sebelumnya yaitu S adalah titik tengah dari \overline{EG} . Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS2 pada Gambar 4.10 sebagai berikut:



Gambar 4.10 Hasil Kerja VS2 Menentukan Validitas Pembuktian

Pada Gambar 4.10, VS2 menuliskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} titik tengah dari $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diberikan, kemudian VS2 juga menjelaskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ akibat dari yang diberikan yaitu \overline{BS} yang merupakan titik tengah $\angle EBG$. Setelah itu, VS2 menjelaskan S adalah titik tengah dari \overline{EG} akibat dari \overline{BS} merupakan titik tengah sudut EBG . Kemudian $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ akibat dari S titik tengah

\overline{EG} (VS2.MV). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dari VS2 yaitu sebagai berikut (VS2.MV.W10):

P : “Coba dijelaskan kembali langkah-langkah yang adik lakukan!”
 VS2 : “ $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah titik tengah dari $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diberikan, $\angle GBS \cong \angle EBS$ akibat dari yang diberikan tadi yaitu \overline{BS} yang merupakan titik tengah $\angle EBG$, S adalah titik tengah dari \overline{EG} akibat dari \overline{BS} merupakan titik tengah. Kemudian $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ akibat dari S titik tengah \overline{EG} .”

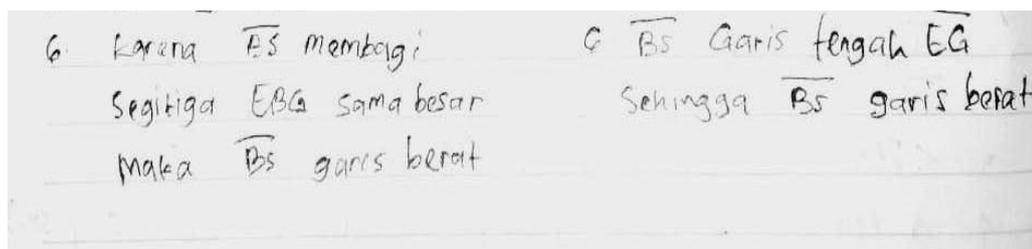
VS2 menjelaskan kembali langkah-langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan soal, yaitu garis BE kongruen dengan garis BG dan garis BS merupakan garis bagi sudut EBG. Pada langkah pertama, VS2 menjelaskan garis BS merupakan garis bagi sudut GBE sehingga terbagi menjadi dua sudut yaitu sudut GBS dan sudut EBS. Kemudian pada langkah ke dua, garis BS merupakan garis bagi dan membagi sudut EBG menjadi dua sudut yang sama besar jadi garis BS kongruen dengan garis BS. Selanjutnya, pada langkah ke tiga, VS2 menjelaskan S adalah titik tengah dari \overline{EG} berdasarkan langkah sebelumnya. Kemudian VS2 menjelaskan $\overline{ES} \cong \overline{EG}$ berdasarkan langkah sebelumnya yaitu S adalah titik tengah dari \overline{EG} . Sehingga berdasarkan hasil *think aloud*, pekerjaan VS2 dan hasil wawancara menunjukkan VS2 dapat menentukan validitas pembuktian.

e. Memahami Kesesuaian Antara Pernyataan dan Bukti

VS2 memahami kesesuaian pernyataan dengan bukti ditandai VS2 dapat dengan tepat dan cermat menyimpulkan pembuktian yang dilakukan sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “Karena BS membagi segitiga EBG menjadi sama

besar, terus \overline{BS} juga garis tengah sehingga maka \overline{BS} adalah garis berat segitiga” (VS2.MKPB.T11).

VS2 menjelaskan \overline{BS} membagi $\triangle EBG$ menjadi bagian yang sama besar dan \overline{BS} adalah garis tengah. Sehingga \overline{BS} adalah garis berat dari $\triangle EBG$. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan VS2 pada Gambar 4.11 sebagai berikut:

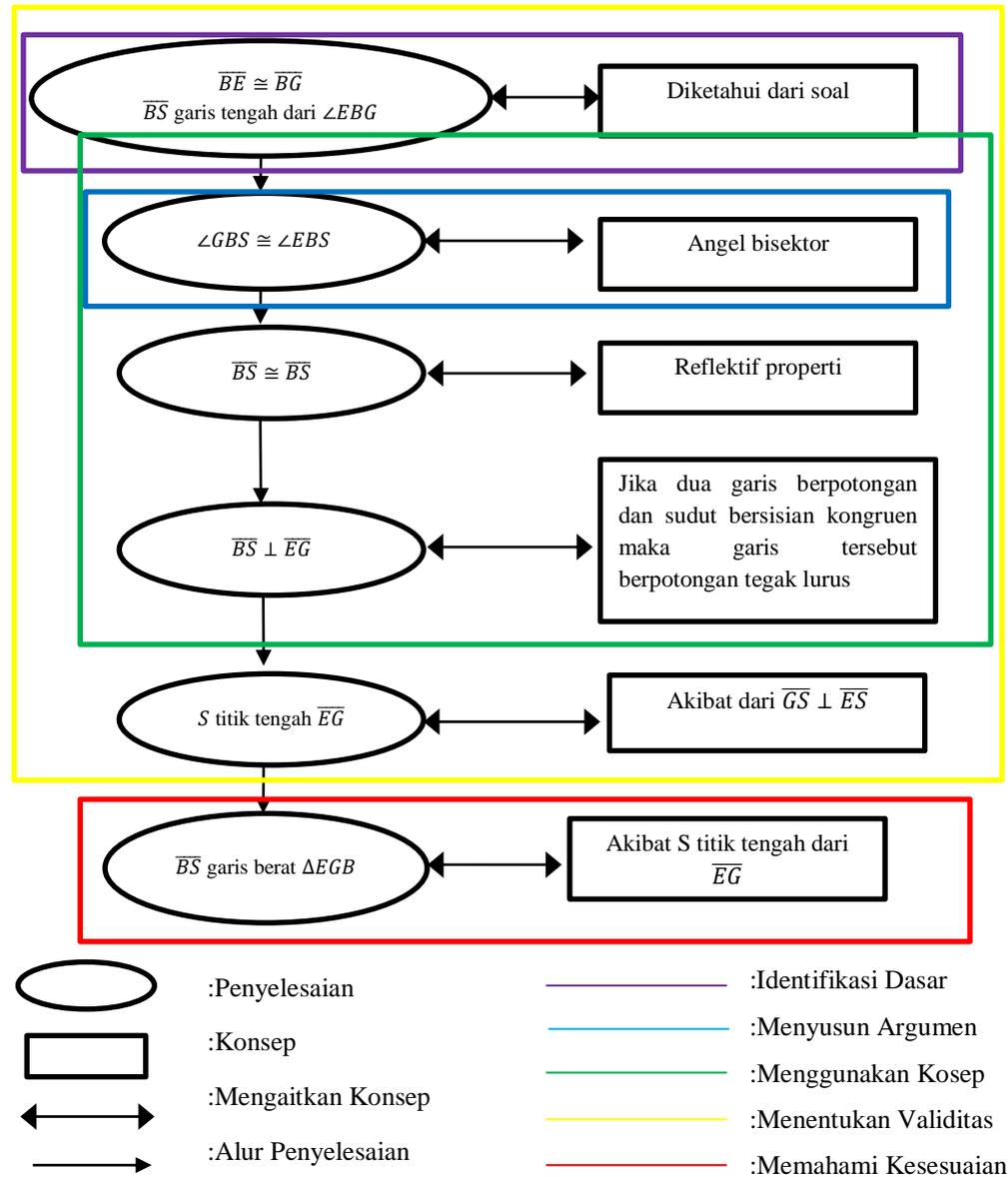


Gambar 4.11 Hasil Kerja VS2 Memahami Kesesuaian Pernyataan

Pada Gambar 4.11, VS2 menuliskan S titik tengah dari \overline{EG} sehingga \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$. VS2 menyimpulkan berdasarkan pernyataan sebelumnya yaitu $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ (VS2.MKPB). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan VS2 yaitu sebagai berikut (VS2.MKPB.W11):

- P : “Kenapa adik menyimpulkan kalau \overline{BS} garis berat segitiga $\triangle EBG$?”
 VS1 : “Eee karena $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ sehingga S menjadi titik tengah dari \overline{EG} ”
 sehingga mengakibatkan \overline{BS} adalah garis berat segitiga $\triangle EBG$ ”.
 P : “Apa adik memiliki cara yang lain?”
 VS1 : “Tidak kak”.

VS2 mengidentifikasi masalah kemudian merumuskan solusi dari permasalahan ditandai VS2 menyimpulkan hasil akhir dengan benar meskipun tidak dapat membuat alternatif jawaban lain. Sehingga berdasarkan hasil *think aloud*, pekerjaan VS2 dan hasil wawancara VS1 dapat menentukan tindakan penyelesaian. Selanjutnya proses VS2 dalam mengkonstruksi bukti akan digambarkan dalam bentuk skema berpikir yaitu sebagai berikut:



Gambar 4.12 Skema Berpikir VS2

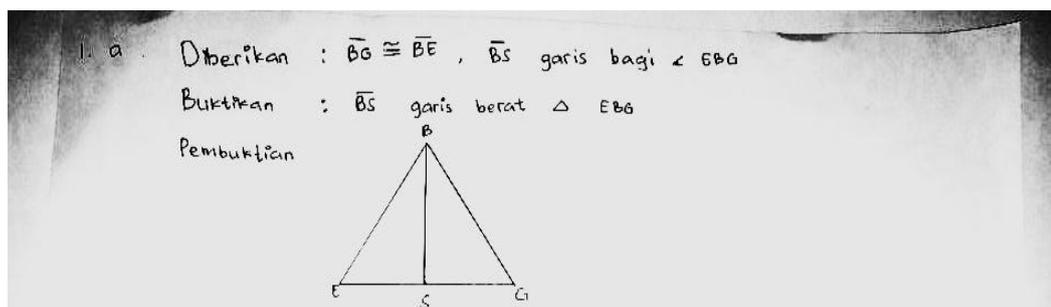
3. Paparan Data LM1

a. Identifikasi Dasar

LM1 mengidentifikasi masalah pembuktian ditandai dengan menentukan ketepatan langkah. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “*BE kongruen BG dan BS adalah garis bagi sudut EBG.*”

Kemudian disuruh membuktikan kalau BS adalah garis berat dari segitiga. Pembuktian (mulai menggambar) BE , EG terus BS garis bagi” (LM1.IM.T13).

LM1 menjelaskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} garis tengah $\angle EBG$. Kemudian LM1 memusatkan pertanyaan yang dimaksudkan soal yaitu disuruh membuktikan \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$. Selanjutnya, LM1 menggambar bangun yang dimaksudkan dalam soal yaitu segitiga (LM1.IM). Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan subjek pada Gambar 4.13 sebagai berikut:



Gambar 4.13 Hasil Pekerjaan LM1 Identifikasi Dasar

Pada Gambar 4.13, LM1 menuliskan yang diketahui dalam soal $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$. Kemudian LM1 menuliskan perintah dalam soal yaitu disuruh membuktikan \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$. Selanjutnya, LM1 menggambar bangun segitiga (LM1.IM). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan LM1 yaitu sebagai berikut (LM1.IM.W13):

- P : “Setelah membaca soal, apa yang adik tangkap dari soal tersebut?”
 LM1 : “Garis BG kongruen dengan garis BE , kemudian BS merupakan garis bagi segitiga EBG .”
 P : “Apa maksud dari soal tersebut?”
 LM1 : “Disuruh membuktikan kalau BS adalah garis berat dari segitiga EBG ”

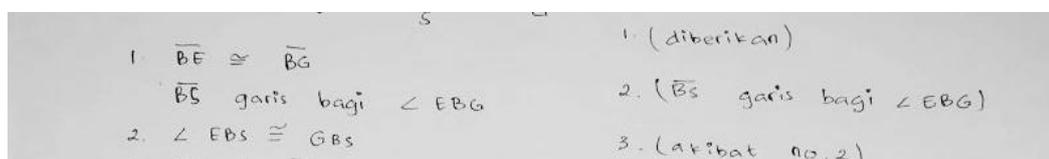
LM1 setelah membaca soal kemudian menuliskan informasi yang diketahui pada soal yaitu $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$. Selanjutnya, LM1 menuliskan perintah yang terdapat pada soal yaitu disuruh membuktikan \overline{BS} garis

berat $\triangle EBG$. Kemudian LM1 menggambarkan bangun yang dimaksudkan yaitu segitiga. Berdasarkan hasil *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan, LM1 melakukan identifikasi masalah ditandai dengan ketepatan menentukan langkah.

b. Menyusun Argumen Pembuktian

LM1 menentukan validitas pembuktian matematis ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “Jika $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi dari $\angle EBG$. Karena $\angle EBG$ terbagi menjadi dua bagian maka membentuk $\angle GBS \cong \angle EBS$ yang merupakan sudut yang terbagi oleh garis bagi yaitu bisektor” (LM1.MA.T14).

LM1 menjelaskan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi sudut EBG. Selanjutnya LM1 menjelaskan karena $\angle EBG$ terbagi menjadi dua bagian, sehingga membentuk sudut yang kongruen yaitu $\angle GBS \cong \angle EBS$. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan LM1 pada Gambar 4.14 sebagai berikut:



Gambar 4.14 Hasil Kerja LM1 Menyusun Argumen

Pada Gambar 4.14, LM1 menuliskan yang diberikan dalam soal yaitu garis BE kongruen dengan garis BG dan garis BS merupakan garis bagi dari sudut EBG. Kemudian LM1 menuliskan sudut EBS kongruen dengan sudut GBS berdasarkan akibat langkah nomor 2 (LM1.MA). Keterangan ini juga didukung hasil wawancara dengan LM1 yaitu sebagai berikut (LM1.MA.W14):

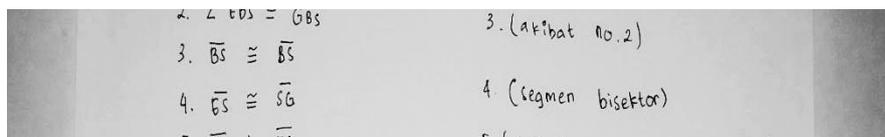
- P : “Berdasarkan yang diketahui langkah apa yang akan anda lakukan?Jelaskan!”
- LM1 : “Garis BG kongruen dengan garis BE , kemudian BS merupakan garis bagi segitiga EBG sehingga mengakibatkan segitiga EBG terbagi menjadi dua sudut sama besar yaitu sudut GBS dan sudut EBS ”

LM1 menjelaskan langkah awal yang dilakukan dengan berangkah dari hal yang diketahui yaitu $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi dari $\angle EBG$ sehingga mengakibatkan $\triangle EBG$ terbagi menjadi dua sudut sama besar yaitu $\angle GBS \cong \angle EBS$. Berdasarkan data *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan, LM1 dapat menyusun argumen pembuktian matematis.

c. Menggunakan Konsep Pembuktian

LM1 menggunakan konsep pembuktian ditandai dengan LM1 dapat dengan tepat dalam pemilihan dan pemanfaatan merangkai bukti. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “Karena BS membagi dua sudut sama besar sehingga terbentuk sudut yaitu GBS dan EBS yang kongruen. Terus dari sini (menunjuk langkah ke 2) BS kongruen BS . Terus selanjutnya ES kongruen GS karena emm segmen bisektor” (LM1.MK.T15).

LM1 mulai memutuskan untuk mencari sudut yang terbentuk oleh \overline{BS} garis bagi dari $\angle EGB$ yang membentuk $\angle GBS$ dan $\angle EBS$. Kemudian LM1 menjelaskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ berdasarkan langkah ke 2. Selanjutnya LM1 menjelaskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ dengan alasan segmen bisektor. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan LM1 pada Gambar 4.15 sebagai berikut:



Gambar 4.15 Hasil Pekerjaan LM1 Menggunakan Konsep

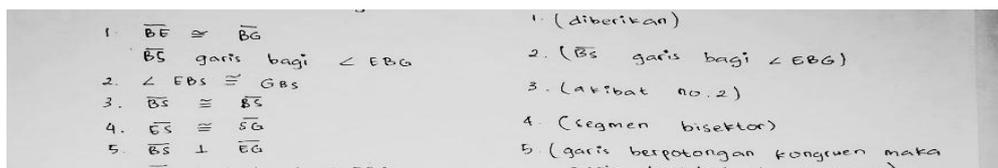
Pada Gambar 4.15, LM1 menuliskan $\angle GBS$ dan $\angle EBS$ akibat dari langkah ke 1. Kemudian LM1 menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ akibat langkah ke 2. Selanjutnya, LM1 menuliskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ yang merupakan akibat segmen bisektor (LM1.MK). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan LM1 yaitu sebagai berikut (LM1.MK.W15):

- P : *“Berdasarkan informasi yang adik peroleh, langkah apa yang selanjutnya adik lakukan?”*
- LM1 : *“ \overline{BS} kan garis bagi $\angle EGB$. Setelah itu terbagi menjadi dua sudut yaitu $\angle GBS$ dan $\angle EBS$. Terus dari situ $\overline{BS} \cong \overline{BS}$. Setelah itu $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ karena garis yang membagi dua sudut sama besar tadi”*

LM1 menjelaskan \overline{BS} garis bagi $\angle EGB$. Kemudian $\angle EGB$ terbagi menjadi dua sudut yang sama besar yaitu $\angle GBS$ dan $\angle EBS$ yang mengakibatkan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$. Selanjutnya, LM1 menjelaskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ berdasarkan garis yang membagi dua sudut sama besar. Berdasarkan data *think aloud*, hasil pekerjaan, dan hasil wawancara menunjukkan, LM1 dapat menggunakan konsep untuk membuktikan.

d. Menentukan Validitas Pembuktian

LM1 menentukan validitas pembuktian matematis ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: *“BE kongruen dengan BG dan BS adalah garis bagi sudut EBG berdasarkan yang diketahui/diberikan. Terus ES kongruen dengan GS berdasarkan karena S itu titik tengah EG. Terus BS tegak lurus dengan EG karena garis yang berpotongan kongruen adalah tegak lurus”* (LM1.MV.T16). Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan LM1 pada Gambar 4.16 sebagai berikut:



Gambar 4.16 Hasil Pekerjaan LM1 Menentukan Validitas Pembuktian

Pada Gambar 4.16, LM1 menuliskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} titik tengah dari $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diberikan. Kemudian, LM1 menuliskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ akibat dari yang diberikan yaitu \overline{BS} yang merupakan titik tengah $\angle EBG$. Setelah itu, LM1 menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ berdasarkan akibat dari langkah ke 2. Selanjutnya LM1 menuliskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ akibat dari S titik tengah \overline{EG} . LM1 menuliskan $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ berdasarkan garis berpotongan kongruen maka garis tersebut tegak lurus (LM1.MV). Keterangan ini juga didukung hasil wawancara dengan LM1 yaitu sebagai berikut (LM1.MV.W16):

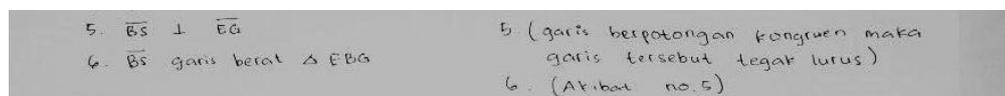
- P : “Coba dijelaskan kembali langkah-langkah yang adik lakukan!”
 LM1 : “ $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah titik tengah dari $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diberikan, $\angle GBS \cong \angle EBS$ akibat dari yang diberikan tadi yaitu \overline{BS} yang merupakan titik tengah $\angle EBG$, S adalah titik tengah dari \overline{EG} akibat dari \overline{BS} merupakan titik tengah. Kemudian $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ akibat dari S titik tengah \overline{EG} . Terus $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ karena jika garis berpotongan kongruen maka garis tersebut tegak lurus”

LM1 dapat menjelaskan kembali langkah yang diberikan. Hal ini ditandai dengan LM1 menjelaskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} garis bagi sudut EBG berdasarkan yang diketahui/diberikan. LM1 menuliskan garis ES kongruen dengan garis GS dengan alasan karena S itu titik tengah EG. Kemudian LM1 menuliskan garis BS tegak lurus dengan garis EG dengan alasan karena garis yang berpotongan kongruen adalah tegak lurus. Berdasarkan data *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara pada tahap klarifikasi lanjut, LM1 menunjukkan dapat dengan

tepat menyimpulkan langkah-langkah yang digunakan mengandung kesalahan atau tidak.

e. Memahami Kesesuaian antara Pernyataan dan Bukti

LM1 memahami kesesuaian pernyataan dengan bukti ditandai LM1 dapat dengan tepat menyimpulkan pembuktian sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “Dari langkah ke lima ini maka BS adalah garis berat dari segitiga EBG ” (LM1.MKPB.T17). Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan LM1 pada Gambar 4.17 sebagai berikut:



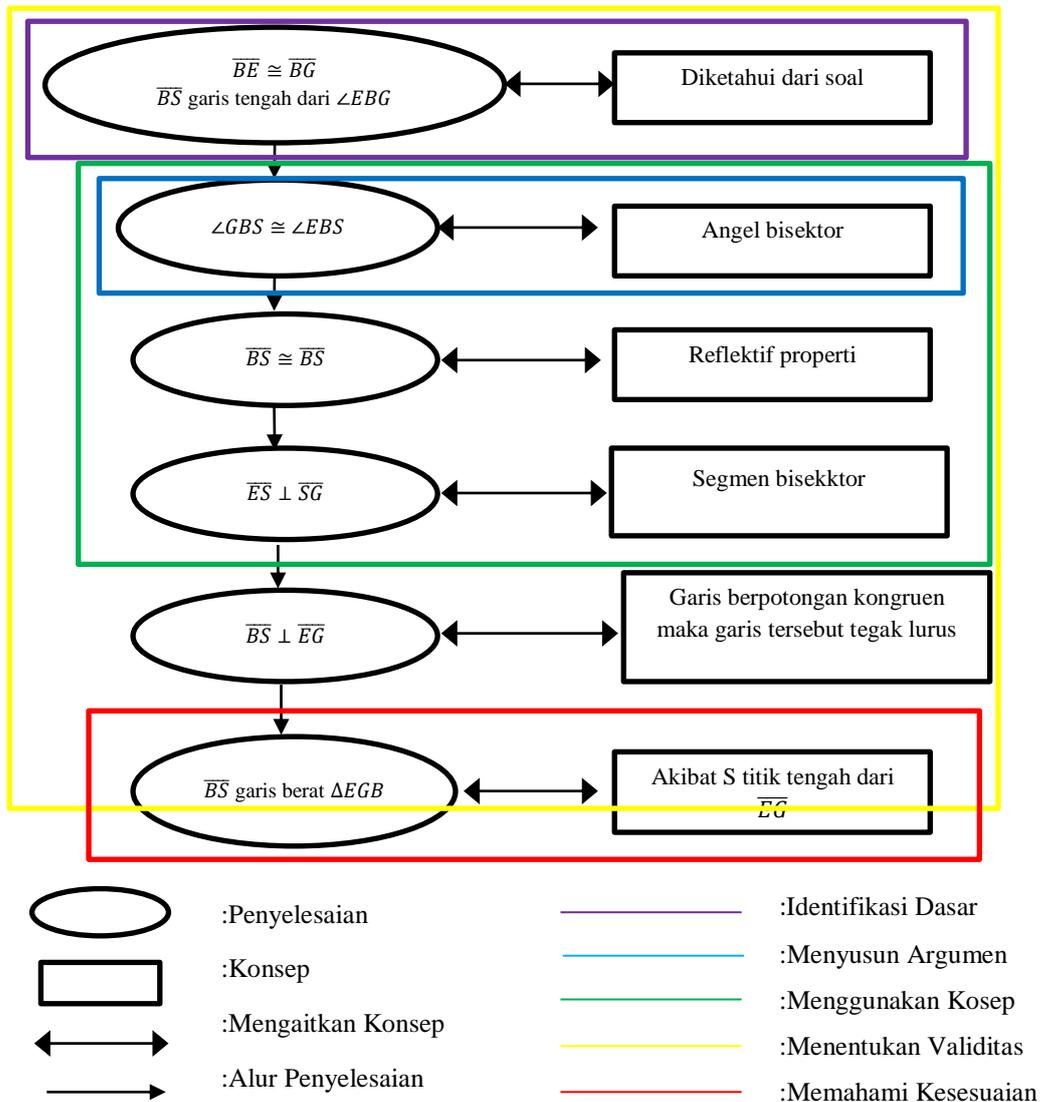
Gambar 4.17 Hasil Kerja LM1 Memahami Kesesuaian Pernyataan

Pada gambar 4.17, LM1 menuliskan garis BS adalah garis berat segitiga berdasarkan garis BS tegak lurus dengan garis EG dengan alasan, jika garis berpotongan tegak lurus maka garis tersebut tegak lurus. Kemudian LM1 menyimpulkan garis BS garis berat segitiga EBG (LM1.MKPB). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan LM1 yaitu sebagai berikut (LM1.MKPB.T17):

P : “Kenapa adik menyimpulkan kalau \overline{BS} garis berat segitiga EBG ?”
 VS1 : “Eee karena $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ sehingga S menjadi titik tengah dari \overline{EG} sehingga mengakibatkan \overline{BS} adalah garis berat segitiga EBG ”

LM1 menjelaskan $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ sehingga S menjadi titik tengah dari \overline{EG} . Kemudian LM1 menyimpulkan \overline{BS} garis berat segitiga EBG . Berdasarkan data *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan, LM1 dapat memahami kesesuaian antara pernyataan dengan bukti yang diberikan.

Selanjutnya proses berpikir kritis LM1 akan digambarkan dalam bentuk peta kognitif yaitu sebagai berikut:



Gambar 4.18 Skema Berpikir LM1

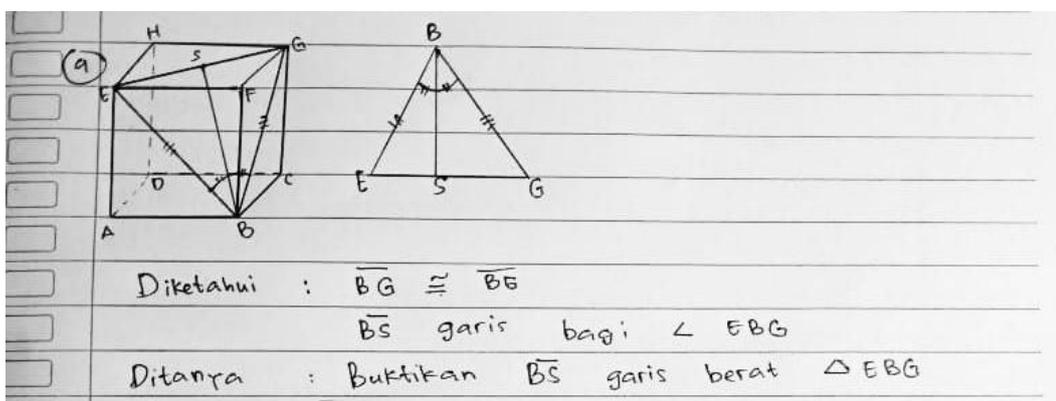
4. Paparan Data Subjek LM2

a. Identifikasi Dasar

LM2 melakukan identifikasi dasar pembuktian ditandai ketepatan menentukan langkah pembuktian. Kerangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “Diketahui dari soal yaitu BG kongruen dengan BE

dan BS adalah garis bagi dari sudut EBG terus yang ditanyakan suruh membuktikan kalau BS adalah garis berat dari segitiga EBG ” (LM2.IM.T19).

LM2 dapat memahami masalah dengan menuliskan yang diketahui dalam soal. Hal ini ditandai dengan LM2 menyebutkan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi dari sudut EBG . Kemudian LM2 menuliskan perintah dalam soal yaitu untuk membuktikan \overline{BS} garis berat dari segitiga EBG . Kemudian LM2 menggambar gambar yang dimaksudkan soal yaitu segitiga. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan LM2 pada Gambar 4.19 sebagai berikut:



Gambar 4.19 Hasil Pekerjaan LM2 Identifikasi Dasar

Pada Gambar 4.19, LM2 menuliskan langkah awal yaitu diketahui yang seharusnya diberikan. Kemudian LM2 menuliskan informasi yang diketahui yaitu garis BG kongruen dengan garis BE dan garis BS garis bagi sudut EBG . Kemudian LM2 menuliskan ditanya yang seharusnya buktikan. Selanjutnya LM2 menuliskan perintah dari soal yaitu membuktikan garis BS adalah garis berat segitiga EBG . Kemudian LM2 menggambar gambar yang dimaksudkan soal yaitu segitiga (LM2.IM). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan LM2 yaitu sebagai berikut (LM2.IM.W19):

- P : “Setelah membaca soal, apa yang adik tangkap dari soal tersebut?”
 LM2 : “Emm diketahui dari soal kalau $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ terus \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut tersebut ($\angle EBG$)”
 P : “Apa maksud dari soal tersebut?”
 LM2 : “Disuruh membuktikan kalau \overline{BS} adalah garis berat segitiga EBG ”

LM2 dapat menyebutkan informasi yang terdapat pada soal yaitu $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ terus \overline{BS} garis bagi dari sudut $\angle EBG$, dan dapat menyebutkan maksud dari soal yaitu untuk membuktikan \overline{BS} adalah garis berat segitiga EBG . Berdasarkan hasil data *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara menunjukkan LM2 dapat melakukan identifikasi dasar.

b. Menyusun Argumen Pembuktian

Subjek menyusun argumen untuk membuktikan ditandai dengan subjek menjelaskan pernyataan. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “Poin satu emm BG kongruen dengan BE dari yang diketahui kemudian BS adalah garis bagi dari sudut EBG dari yang diketahui terus selanjutnya dari sini sudut EBS kongruen dengan sudut GBS dari langkah ke 2 yaitu garis bagi sudut” (LM2.MA.T20).

LM2 menyusun argumen pembuktian berangkat dari informasi yang diketahui dalam soal yaitu $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} merupakan garis bagi sudut EBG berdasarkan yang diketahui dari soal. Selanjutnya LM2 menjelaskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ berdasarkan langkah ke 2 yaitu garis bagi sudut.

Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan LM2 pada Gambar 4.20 sebagai berikut:

	Poin	Pernyataan	Alasan
	1.	$\overline{BG} \cong \overline{BE}$	1. diketahui
	2.	\overline{BS} garis bagi $\angle EBG$	2. diketahui
	3.	$\angle EBS \cong \angle GBS$	3. akibat dari poin 2 (garis bagi sudut)

Gambar 4.20 Hasil Kerja LM2 Menyusun Argumen

Pada Gambar 4.20, LM2 menuliskan pernyataan beserta alasan kemudian LM2 menuliskan garis BG kongruen dengan BE dan garis BS garis bagi dari sudut EBG. Kemudian dari langkah pertama dan kedua, LM2 menuliskan sudut EBS kongruen dengan sudut GBS berdasarkan akibat dari langkah kedua (LM2.MA). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan subjek yaitu sebagai berikut (LM2.MA.W20):

- P : “Dari yang diketahui dalam soal, apa yang akan anda lakukan ?”
 VS1 : “Garis BG kan kongruen dengan garis BE terus garis BS adalah garis bagi sudut EBG sehingga garis BS membagi sudut EBG menjadi dua sudut yaitu sudut GBS dan EBS”

LM2 setelah membaca soal menyusun argumen dari informasi yang diketahui yaitu garis BG kongruen dengan garis BE dan Garis BS garis bagi sudut EBG sehingga, sudut EBG terbagi menjadi dua bagian sama besar yaitu sudut BGS dan sudut EBS. Berdasarkan data *think aloud*, hasil pekerjaan dan hasil wawancara, LM2 menunjukkan dapat menyusun argumen untuk membuktikan.

c. Menggunakan Konsep

LM2 menggunakan konsep untuk membuktikan ditandai dengan dapat dengan tepat dalam memilih dan pemanfaatannya untuk merangkai bukti. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “Kemudian langkah ke 4 emm BS kongruen dengan BS dari sifat identitas terus langkah selanjutnya emm BS kongruen BS (berpikir) segitiga EBS kongruen

dengan segitiga BGS dari sifat kongruen segitiga terus dari langkah 1 dan 2 yaitu sisi sudut sisi” (LM2.MK.21).

LM2 menjelaskan langkah ke 4 yaitu $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan sifat identitas. Kemudian, pada langkah selanjutnya LM2 menemukan segitiga yang kongruen yaitu segitiga EBS dan segitiga GBS berdasarkan sifat kongruen segitiga dari langkah ke 1 dan ke 2. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan LM2 pada Gambar 4.21 sebagai berikut:

4.	$\overline{BS} \cong \overline{BS}$	4. Sifat Identitas
5.	$\triangle EBS \cong \triangle GBS$	5. Teorema Kongruensi Segitiga Sisi - sudut - sisi dari poin 1, 3 dan 4.

Gambar 4.21 Hasil Kerja LM2 Menggunakan Konsep

Pada Gambar 4.21, LM2 menuliskan garis BS kongruen dengan garis BS berdasarkan sifat identitas. Kemudian pada langkah selanjutnya, LM2 menuliskan segitiga EBS kongruen dengan segitiga BGS berdasarkan kongruensi segitiga dan sisi sudut sisi dari poin 1 dan 2 (LM2.MK). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan LM2 yaitu sebagai berikut (LM2.MK.W21):

- P : “Kenapa adik menyimpulkan kalau $\overline{BS} \cong \overline{BS}$?”
 LM2 : “Dari langkah ke 3 kan $\angle EBS \cong \angle EBS$ sehingga $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ ”
 P : “Kalau $\triangle EBS \cong \triangle GBS$?”
 LM2 : “Dari pengertian kongruensi dan dari langkah ke 3 dan langkah ke 4.”

LM2 menyimpulkan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ berdasarkan langkah ke 3 yaitu $\angle EBS \cong \angle EBS$ sehingga dari sudut tersebut LM2 menarik kesimpulan bahwa $\overline{BS} \cong \overline{BS}$. Kemudian LM2 menyimpulkan $\triangle EBS \cong \triangle GBS$ berdasarkan pengertian kongruensi segitiga dan dari langkah ke 3 dan langkah ke 4. Berdasarkan hasil

think aloud, hasil pekerjaan dan hasil wawancara, LM2 dapat menggunakan konsep untuk membuktikan.

d. Menentukan Validitas Pembuktian

LM2 menentukan validitas pembuktian ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan langkah-langkah yang digunakan mengandung kesalahan atau tidak. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “*Poin satu emm BG kongruen dengan BE dari yang diketahui kemudian BS adalah garis bagi dari sudut EBG dari yang diketahui terus selanjutnya dari sini sudut EBS kongruen dengan sudut GBS dari langkah ke 2 garis bagi sudut. Kemudian langkah ke 4 emm BS kongruen dengan BS dari sifat identitas terus langkah selanjutnya emm BS kongruen BS (berpikir) segitiga EBS kongruen dengan segitiga GBS dari sifat kongruen segitiga terus dari langkah 1 dan 2 yaitu sisi sudut sisi*” (LM2.MV.T22).

LM2 menjelaskan \overline{BG} kongruen dengan \overline{BE} dan \overline{BS} garis bagi dari sudut EBG. Kemudian LM2 menuliskan ditanya yang seharusnya buktikan. Kemudian LM2 menggambar gambar yang dimaksudkan soal yaitu segitiga. Selanjutnya \overline{BG} kongruen dengan \overline{BE} dan garis \overline{BS} garis bagi dari sudut EBG. Kemudian dari langkah pertama dan kedua LM2 menjelaskan sudut EBS kongruen dengan sudut GBS berdasarkan akibat dari langkah kedua. \overline{BS} kongruen dengan garis \overline{BS} berdasarkan sifat identitas. Kemudian pada langkah selanjutnya LM2 menjelaskan segitiga EBS kongruen dengan segitiga BGS berdasarkan kongruensi segitiga dan sisi sudut sisi dari poin 1 dan 2. Keterangan ini diperkuat hasil pekerjaan LM2 pada Gambar 4.22 sebagai berikut:

1.	$\overline{BG} \cong \overline{BE}$	1. diketahui
2.	\overline{BS} garis bagi $\angle EBG$	2. diketahui
3.	$\angle EBS \cong \angle GBS$	3. akibat dari poin 2 (garis bagi sudut)
4.	$\overline{BS} \cong \overline{BS}$	4. sifat identitas
5.	$\triangle EBS \cong \triangle GBS$	5. Teorema kongruensi segitiga Sisi - sudut - sisi dari poin 1, 3 dan 4.
6.	$\overline{ES} \cong \overline{GS}$	6. akibat dari poin 5

Gambar 4.22 Hasil Kerja LM2 Menentukan Validitas Pembuktian

Pada Gambar 4.22, LM2 menuliskan \overline{BG} kongruen dengan \overline{BE} dan \overline{BS} garis bagi dari sudut EBG. Kemudian LM2 menuliskan ditanya yang seharusnya buktikan yaitu buktikan \overline{BS} adalah garis berat dari segitiga EBG. LM2 menggambar gambar yang dimaksudkan soal yaitu segitiga. Kemudian LM2 menuliskan \overline{BG} kongruen dengan \overline{BE} dan garis \overline{BS} garis bagi dari sudut EBG. LM2 menuliskan sudut EBS kongruen dengan sudut GBS berdasarkan akibat dari langkah kedua. \overline{BS} kongruen dengan garis \overline{BS} berdasarkan sifat identitas. Kemudian pada langkah selanjutnya LM2 menuliskan segitiga EBS kongruen dengan segitiga GBS berdasarkan kongruensi segitiga dan sisi sudut sisi dari poin 1 dan 2 (LM2.MV). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan LM2 yaitu sebagai berikut (LM2.MV.W22):

- P : “Coba jelaskan kembali langkah-langkah yang adik lakukan!”
 VS1 : “ \overline{BG} ekuivalen dengan \overline{BE} berarti segitiga tersebut memiliki sisi yang sama, kemudian \overline{BS} merupakan garis bagi segitiga EBG sehingga mengakibatkan segitiga EBG terbagi menjadi dua sudut sama besar yaitu sudut GBS dan sudut EBS”.

LM2 dapat menjelaskan kembali langkah yang dilakukan. LM2 menjelaskan \overline{BG} ekuivalen dengan \overline{BE} sehingga segitiga tersebut memiliki sisi

yang sama, kemudian \overline{BS} merupakan garis bagi segitiga EBG sehingga mengakibatkan segitiga EBG terbagi menjadi dua sudut sama besar yaitu sudut GBS dan sudut EBS . Berdasarkan data *think aloud*, hasil pekerjaan, dan hasil wawancara menunjukkan, LM2 dapat menggunakan konsep untuk membuktikan.

e. Memahami Kesesuaian antara Pernyataan dan Bukti

LM2 memahami kesesuaian antara pernyataan dan bukti ditandai ketepatan dan kecermatan dalam menyimpulkan langkah-langkah pembuktian sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan. Keterangan ini dapat dilihat pada hasil *think aloud* yaitu sebagai berikut: “*ES kongruen SB karena akibat dari ini (menunjuk langkah nomor lima) terus (berpikir) BS adalah garis berat dari segitiga EBG karena akibat dari nomor 6*” (LM2.MKPB.T23).

LM2 menjelaskan garis ES kongruen dengan garis SB berdasarkan akibat dari langkah nomor 5. Kemudian LM2 menjelaskan garis BS adalah garis berat dari segitiga berdasarkan akibat dari pernyataan nomor 6. Keterangan ini diperkuat dengan hasil pekerjaan LM2 pada Gambar 4.23 sebagai berikut:

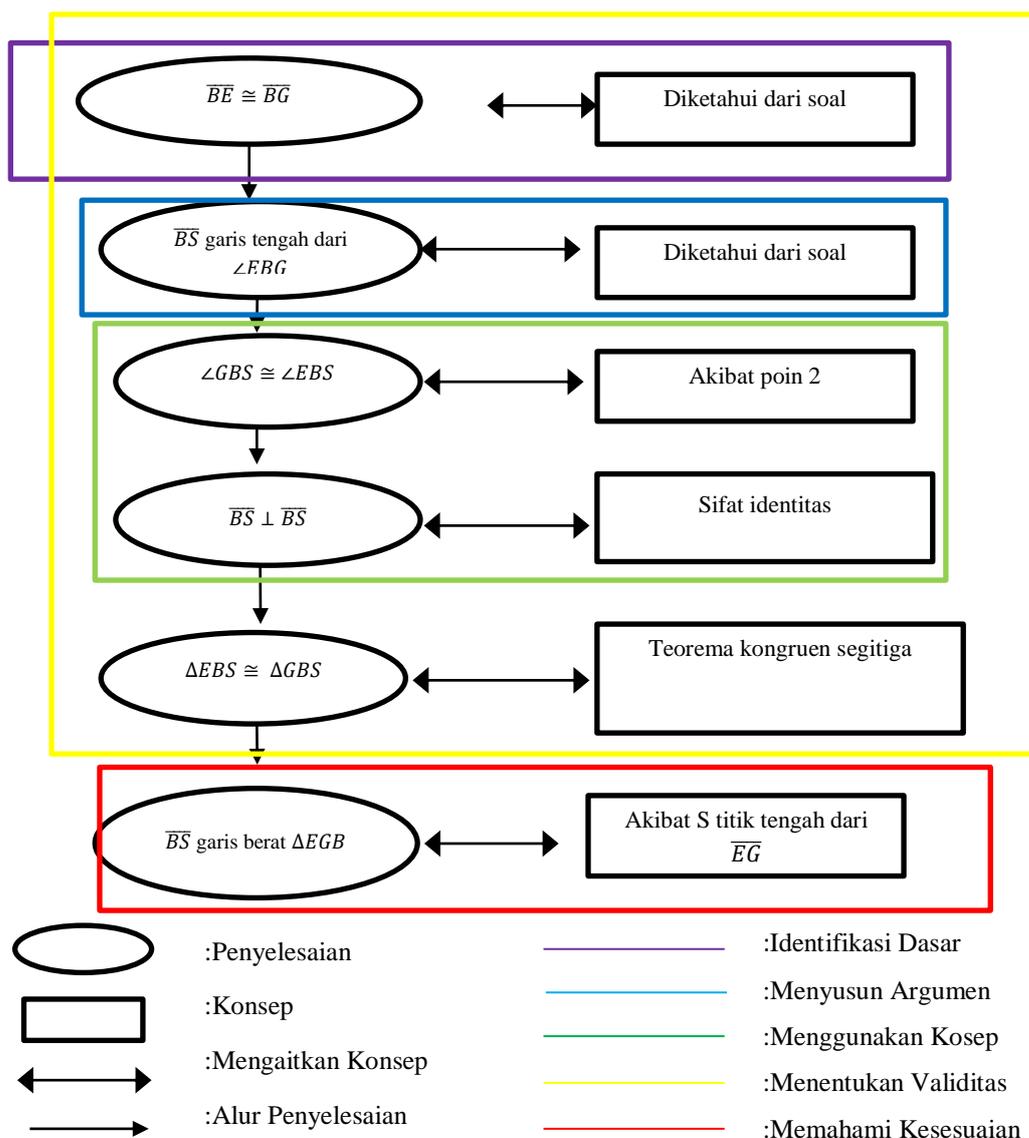
6.	$\overline{ES} \cong \overline{SB}$	6. akibat dari poin 5
7.	\overline{BS} garis berat $\triangle EBG$	7. akibat poin 6

Gambar 4.23 Hasil Kerja LM2 Memahami Kesesuaian Pernyataan

Pada Gambar 4.23, LM2 menuliskan garis ES kongruen dengan garis SB dengan alasan akibat dari langkah nomor 5. Kemudian LM2 menuliskan garis BS adalah garis berat dari segitiga dengan alasan akibat dari pernyataan nomor 6 (LM2.MKPB). Keterangan ini juga didukung dengan hasil wawancara dengan LM2 yaitu sebagai berikut (LM2.MKPB.W23):

- P : “*Darimana anda menyimpulkan \overline{BS} garis berat dari $\triangle EBG$?*”
 VS1 : “*Karena $\overline{ES} \cong \overline{SB}$ akibat langkah kelima terus dari situ \overline{BS} garis berat dari $\triangle EBG$ ”.*

LM2 dapat menyimpulkan \overline{BS} garis berat dari $\triangle EBG$ berdasarkan $\overline{ES} \cong \overline{EB}$ akibat langkah kelima. Kemudian berdasarkan $\overline{ES} \cong \overline{EB}$, LM2 menyimpulkan \overline{BS} garis berat dari $\triangle EBG$ ". Berdasarkan data *think aloud*, hasil pekerjaan, dan hasil wawancara menunjukkan, LM2 dapat memahami kesesuaian antara pernyataan dan bukti. Selanjutnya alur berpikir LM2 akan digambarkan ke dalam bentuk peta kognitif yaitu sebagai berikut:



Gambar 4.24 Skema Berpikir LM2

B. Temuan Penelitian

Berdasarkan paparan di atas, temuan penelitian ini terkait proses berpikir kritis subjek visual spasial dan subjek logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis.

1. Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Visual Spasial dalam Mengkonstruksi Bukti Matematis

Pada proses identifikasi dasar, VS1 merumuskan masalah pada soal terlihat saat VS1 menuliskan informasi yang diketahui dalam soal. VS1 memfokuskan pertanyaan pada soal ditandai dengan menuliskan perintah yang terdapat pada soal (VS1.ID). Kemudian VS1 menggambar bangun segitiga yang dimaksudkan dalam soal yaitu pada Gambar 4.1. Temuan ini diperkuat dengan data *think aloud* (VS1.ID.T1) dan hasil wawancara dengan VS1 (VS1.ID.W1). Sedangkan VS2 menuliskan informasi yang diketahui dari soal. Kemudian menuliskan perintah dalam soal yaitu membuktikan \overline{BS} garis berat segitiga. Hal ini terlihat pada proses identifikasi dasar (VS2.ID). Kemudian VS2 menggambar segitiga yang dimaksudkan dalam soal tersebut yang terlihat pada Gambar 4.6. Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (VS2.MA.T7) dan hasil wawancara (VS2.MA.W7). Berdasarkan temuan tersebut VS1 dan VS2 memiliki perbedaan saat menyajikan gambar dan keduanya melalui tahap klarifikasi dasar.

Pada proses penyusunan argumen pembuktian, VS1 setelah melakukan observasi soal. Kemudian, VS1 menuliskan hal-hal yang diinginkan dengan menggunakan prosedur menyusun bukti yaitu menulis $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} garis bagi dari sudut EBG, hal ini terlihat pada hasil pekerjaan VS1 (VS1.MA). Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (VS1.MA.T2) dan hasil

wawancara (VS1.MA.W2). Sedangkan VS2 menuliskan hal-hal yang diinginkan menggunakan prosedur pembuktian yaitu $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} garis bagi dari sudut EBG. Hal ini terlihat pada saat VS2 menyusun argumen pembuktian (VS2.MA). Hal ini juga didukung dengan data *think aloud* (VS2.MA.T8) dan hasil wawancara (VS2.MA.W8). Berdasarkan temuan ini tidak ada perbedaan antara jawaban dari VS1 dan VS2 keduanya melalui proses menyusun keterampilan dasar.

Pada proses penggunaan konsep pembuktian, VS1 membuat kesimpulan dari hipotesis yang dilakukan. VS1 menuliskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ dengan alasan akibat dari \overline{BS} merupakan garis bagi sudut EBG. Kemudian VS1 menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan definisi properti (sifat identitas). Selanjutnya VS1 menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{ES}$. Terlihat VS1 mengalami kesalahan penulisan yaitu dituliskan $\overline{BS} \cong \overline{ES}$ yang seharusnya $\overline{BS} \perp \overline{EG}$. Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (VS1.MK.T3) dan hasil wawancara (VS1.MK.W3). Sedangkan VS2 juga membuat kesimpulan dari hipotesis yang dilakukan yaitu dengan menulis $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan akibat dari langkah ke 2 yaitu $\angle EBS \cong \angle GBS$. Kemudian VS2 menuliskan S titik tengah \overline{EG} dengan alasan akibat dari langkah ke 3. Hal ini terlihat pada hasil pekerjaan VS2 (VS2.MK). Hal ini didukung dengan data *think aloud* (VS2.MK.T9) dan hasil wawancara dengan subjek (VS2.MK.W9). Berdasarkan temuan ini VS1 dan VS2 pada proses menggunakan konsep terdapat perbedaan pada pada langkah ke 4. Subjek VS1 dan VS2 juga melalui proses inferensi.

Pada proses penentuan validitas pembuktian, VS1 melihat adanya hubungan yang logis antara persoalan ditandai dengan mendefinisikan,

mempertimbangkannya kemudian mengidentifikasi asumsi. Terlihat VS1 menuliskan langkah-langkah yang logis terlihat pada hasil pekerjaan VS1 (VS1.MV). Kemudian VS1 menjelaskan langkah-langkah yang telah ditulisnya, hal ini terlihat pada hasil *think aloud* (VS1.MV.T4) dan didukung dengan hasil wawancara (VS1.MV.W4). Sedangkan VS2 menuliskan langkah-langkah yang logis. Kemudian VS2 juga dapat menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan, terlihat pada hasil *think aloud* (VS1.MV.T10) dan hasil wawancara (VS2.MV.T10). Berdasarkan temuan tersebut, VS1 dan VS2 memiliki perbedaan cara pengerjaan dan penjelasan meskipun mengarah pada jawaban yang sama. VS1 dan VS2 melalui proses klarifikasi lanjut.

Pada proses pemahaman kesesuaian antara pernyataan dan bukti, VS1 memilih, memadukan dan memutuskan alternatif untuk menemukan solusi dari masalah ditandai dengan VS1 dapat mencapai kesimpulan dari soal dengan menuliskan S titik tengah dari \overline{EG} sehingga \overline{BS} adalah garis berat dari segitiga EBG dengan alasan akibat dari langkah ke 4, terlihat pada hasil pekerjaan VS1 (VS1.MKPB). Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (VS1.MKPB.T5) dan hasil wawancara (VS1.MKPB.W5). Sedangkan VS2 dalam memilih, memadukan dan membuat keputusan pada hasil pekerjaan (VS2.MKPB) terlihat VS2 menuliskan \overline{BS} garis tengah segitiga EBG sama besar maka \overline{BS} garis berat segitiga, subjek menuliskan kesimpulan berdasarkan \overline{BS} garis tengah \overline{EG} . Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (VS2.MKPB.T11) dan hasil wawancara (VS2.MKPB.W11). Berdasarkan temuan ini, VS1 dan VS2 memiliki cara yang berbeda dalam mengambil kesimpulan. VS1 dan VS2 pada hal ini melalui proses strategi dan taktik.

Proses berpikir subjek dengan kecerdasan visual spasial dirangkum pada tabel sebagai berikut:

Tabel 4.2 Temuan Proses Berpikir Subjek Visual Spasial

Indikator Berpikir Kritis	Visual Spasial		Temuan
	Subjek 1	Subjek 2	
Tahap klarifikasi dasar	Subjek menuliskan informasi yang diketahui dalam soal. Subjek memfokuskan pertanyaan pada soal ditandai dengan subjek menuliskan perintah yang terdapat pada soal. Subjek menggambar segitiga (VS1.ID).	Subjek menuliskan informasi yang diketahui dari soal. Subjek menuliskan perintah dalam soal yaitu membuktikan \overline{BS} adalah garis berat segitiga. Subjek menggambar segitiga (VS2.ID).	Pada tahap klarifikasi dasar subjek dengan kecerdasan visual spasial melakukan pengonsepan terlihat ketika subjek menggunakan gambar dalam menyelesaikan masalah ditandai dengan subjek menggambar segitiga. Subjek juga memahami konsep-konsep dimensi khususnya dimensi tiga ditandai dengan menggambar dengan benar.
Tahap penyusunan keterampilan dasar	Subjek menulis $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut EBG (VS1.MA)	Subjek menuliskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut EBG (VS2.MA)	Pada tahap penyusunan keterampilan dasar subjek melakukan pengimajinasian terlihat ketika subjek menggunakan konsep-konsep geometri dalam langkah menyelesaikan masalah. Hal ini ditandai dengan subjek menyusun argumen pembuktian berangkat dari yang diketahui dalam soal yaitu $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut EBG.
Tahap inferensi	Subjek membuat kesimpulan dari observasi yang dilakukan dengan subjek	Subjek membuat kesimpulan dari observasi yang dilakukan yaitu dengan menulis	Pada tahap inferensi subjek melakukan pengimajinasian terlihat ketika menggunakan konsep-konsep geometri dengan melakukan deduksi

	menuliskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ dengan alasan akibat dari \overline{BS} merupakan garis bagi sudut $\angle EBG$. Kemudian subjek menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan sifat identitas. (VS1.MK)	$\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan akibat dari langkah ke2 yaitu $\angle EBS \cong \angle GBS$. Subjek menuliskan S titik tengah \overline{EG} dengan alasan akibat dari langkah ke 3 (VS2.MK).	dan induksi. Hal ini ditunjukkan dengan subjek menuliskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ dengan dasar yang sama yaitu karena \overline{BS} adalah garis bagi dari $\angle EBG$. Kemudian berangkat dari $\angle EBS \cong \angle GBS$.
Tahap klarifikasi lanjut	Subjek menuliskan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diberikan. Kemudian subjek menuliskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ akibat dari \overline{BS} garu bagi dari $\angle EBG$. Selanjutnya subjek menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan sifat identitas. Kemudian pada langkah selanjutnya subjek menuliskan $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ karena dua garis berpotongan. (VS1.MV)	Subjek menuliskan $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari $\angle EBG$ berdasarkan dari yang diberikan. Kemudian subjek menuliskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ akibat dari \overline{BS} garu bagi dari $\angle EBG$. Selanjutnya subjek menuliskan S adalah titik tengah dari \overline{EG} dengan dasar akibat dari \overline{BS} adalah garis bagi (VS2.MV).	Pada tahap klarifikasi lanjut subjek dengan kecerdasan visual spasial dapat menemukan pola dalam menyelesaikan masalah terlihat subjek menjelaskan keterkaitan konsep ditandai subjek dapat menjelaskan kembali cara yang digunakan yaitu subjek melihat adanya hubungan yang logis antara persoalan ditandai dengan subjek mendefinisikan kemudian mengidentifikasi asumsi. Terlihat subjek menuliskan langkah-langkah yang logis dan menjelaskan langkah-langkah yang telah ditulisnya.
Tahap	Subjek memilih,	Subjek memilih,	Pada tahap strategi dan

strategi dan taktik	memadukan dan memutuskan alternatif untuk menemukan solusi dari masalah ditandai dengan subjek dapat mencapai kesimpulan dari soal dengan subjek menuliskan S titik tengah dari \overline{EG} sehingga \overline{BS} adalah garis berat dari segitiga EBG dengan alasan akibat dari langkah ke 4 (VS1.MKPB).	memadukan dan membuat keputusan dengan subjek menuliskan \overline{BS} membagi segitiga EBG sama besar maka \overline{BS} adalah garis berat, subjek menuliskan kesimpulan berdasarkan \overline{BS} garis tengah \overline{EG} (VS2.MKPB).	taktik subjek dengan kecerdasan visual spasial dapat menyelesaikan soal berbentuk penyelesaian masalah dan kesimpulan yang benar akan tetapi memiliki cara yang berbeda dalam mencapai kesimpulan.
---------------------	--	---	--

2. Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Logis Matematis dalam Mengkonstruksi Bukti Matematis

Pada proses identifikasi dasar, LM1 merumuskan masalah pada soal terlihat saat menuliskan informasi yang diketahui dalam soal. Kemudian LM1 memfokuskan pertanyaan pada soal ditandai dengan menuliskan perintah yang terdapat pada soal. Hal ini terlihat pada hasil pekerjaan LM1(LM1.ID). LM1 menggambar bangun segitiga yang dimaksudkan dalam soal yang terlihat pada Gambar 4.13. Temuan ini diperkuat dengan data *think aloud* (LM1.ID.T13) dan hasil wawancara (LM1.ID.W13). Sedangkan pada LM2 menuliskan informasi yang diketahui dari soal. Kemudian menuliskan perintah dalam soal yaitu membuktikan \overline{BS} garis berat segitiga. Terlihat pada hasil pekerjaan LM2 (LM2.ID). Kemudian LM2 menggambar segitiga yang dimaksudkan dalam soal

tersebut yang terlihat pada Gambar 4.19. Temuan ini juga didukung dengan hasil *think aloud* (LM.ID.T19) dan hasil wawancara (VS2.ID.W19). Berdasarkan temuan tersebut LM1 dan LM2 memiliki perbedaan saat menyajikan gambar dan keduanya melalui tahap klarifikasi dasar.

Pada proses penyusunan argumen pembuktian, LM1 setelah melakukan observasi soal kemudian menuliskan hal-hal yang diinginkan dengan menggunakan prosedur menyusun bukti yaitu menulis $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut EBG. Hal ini terlihat pada hasil pekerjaan LM1 (LM1.MA). Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (LM1.MA.T14) dan hasil wawancara (LM1.MA.W14). Sedangkan LM2 menuliskan hal-hal yang diinginkan menggunakan prosedur pembuktian yaitu $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} garis bagi dari sudut EBG. Hal ini terlihat pada hasil pekerjaan LM2 (LM2.MA). Hal ini didukung dengan data *think aloud* (LM2.MA.T20) dan hasil wawancara (VS2.MA.W20). Berdasarkan temuan ini tidak ada perbedaan antara jawaban dari LM1 dan LM2 dan keduanya melalui proses menyusun keterampilan dasar.

Pada proses penggunaan konsep, LM1 membuat kesimpulan dari hipotesis yang dilakukan dengan menuliskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ dengan alasan akibat dari \overline{BS} garis bagi sudut EBG. Kemudian LM1 menuliskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ dengan alasan definisi properti. Selanjutnya LM1 menuliskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ terlihat pada hasil pekerjaan LM1 (LM1.MK). Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (LM1.MK.T15) dan hasil wawancara (LM1.MK.W15). Sedangkan LM2 juga membuat kesimpulan dari hipotesis yang dilakukan yaitu dengan menulis $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan sifat identitas. Kemudian LM2 menuliskan $\triangle EBS \cong \triangle GBS$ dengan alasan teorema kongruensi segitiga sisi, sudut, sisi dari poin ke 1 dan

ke 2. Hal ini terlihat pada hasil pekerjaan LM2 (LM2.MK) didukung dengan data *think aloud* (LM2.MK.T21) dan hasil wawancara (VS2.MK.W21). Berdasarkan temuan ini LM1 dan LM2 pada proses menggunakan konsep terdapat perbedaan pada pada langkah ke 5. LM1 dan LM2 melalui proses inferensi.

Pada proses penentuan validitas pembuktian, LM1 melihat adanya hubungan yang logis antara persoalan ditandai dengan LM1 mendefinisikan, mempertimbangkannya kemudian mengidentifikasi asumsi. Terlihat saat LM1 menuliskan langkah-langkah yang logis terlihat pada hasil pekerjaan LM1 (LM1.MV). Hal ini didukung dengan hasil *think aloud* (LM1.MV.T16) dan hasil wawancara (LM1,MV.W16). Sedangkan LM2 menuliskan langkah-langkah yang logis. LM2 juga dapat menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan, terlihat pada hasil pekerjaan LM2 (LM2.MV) yang didukung dengan hasil *think aloud* (LM1.MV.T22) dan hasil wawancara (VS2.MV.W22). Berdasarkan temuan tersebut, LM1 dan LM2 memiliki perbedaan cara pengerjaan dan penjelasan meskipun mengarah pada jawaban yang sama. LM1 dan LM2 berdasarkan temuan ini melalui proses klarifikasi lanjut.

Pada proses pemahaman kesesuaian antara pernyataan dan bukti, LM1 memilih, memadukan dan memutuskan alternatif untuk menemukan solusi dari masalah ditandai dengan LM1 dapat mencapai kesimpulan dari soal, terlihat LM1 menuliskan \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$ berdasarkan akibat poin ke 5 yaitu $\overline{BS} \perp \overline{EG}$. Hal ini terlihat pada hasil pekerjaan LM1 (LM1.MKPB). Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (LM1.MKPB.T17) dan hasil wawancara (LM1.MKPB.W17). Sedangkan VS2 dalam memilih, memadukan dan membuat keputusan pada hasil pekerjaannya (LM2.MKPB), LM2 menuliskan \overline{BS} garis

berat $\triangle EBG$ dengan alasan akibat dari langkah ke 6 yaitu $\overline{ES} \cong \overline{SB}$. Temuan ini juga didukung dengan data *think aloud* (LM2.MKPB.T23) dan hasil wawancara (LM2.MKPB.W23). Berdasarkan temuan ini, LM1 dan LM2 memiliki cara yang berbeda dalam mengambil kesimpulan. LM1 dan LM2 pada hal ini melalui proses strategi dan taktik.

Proses berpikir subjek dengan kecerdasan logis matematis dirangkum pada tabel sebagai berikut:

Tabel 4.3 Temuan Proses Berpikir Subjek Logis Matematis

Indikator Berpikir Kritis	Logis Matematis		Temuan
	Subjek 1	Subjek 2	
Tahap klarifikasi dasar	Subjek merumuskan masalah pada soal terlihat saat subjek menuliskan informasi yang diketahui dalam soal. Subjek memfokuskan pertanyaan pada soal ditandai dengan subjek menuliskan perintah yang terdapat pada soal. (LM1.ID).	Subjek menuliskan informasi yang diketahui dari soal. Subjek menuliskan perintah dalam soal yaitu membuktikan \overline{BS} adalah garis berat segitiga. (LM2.ID).	Pada tahap klarifikasi dasar subjek melakukan klasifikasi terlihat ketika menyebutkan informasi dalam soal dan informasi yang ditanyakan dari soal. Hal ini ditandai dengan subjek menuliskan informasi yang diketahui dari soal yaitu $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi $\angle EBG$. Selanjutnya subjek menuliskan perintah pada soal yaitu untuk membuktikan \overline{BS} adalah garis berat segitiga EBG.
Tahap penyusunan keterampilan dasar	Subjek menulis $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut EBG. (LM1.MA).	Subjek menuliskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut EBG. (LM2.MA).	Pada tahap menyusun keterampilan dasar subjek melakukan perbandingan terlihat ketika subjek menghubungkan antara

			yang diketahui dengan data yang tidak diketahui. Kemudian subjek mampu menyusun pembuktian. Hal ini terlihat ketika subjek menuliskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut EBG.
Tahap inferensi	Subjek menuliskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ dengan alasan akibat dari \overline{BS} merupakan garis bagi sudut EBG. Kemudian subjek menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan sifat identitas. Selanjutnya subjek menuliskan $\overline{ES} \cong \overline{SG}$ berdasarkan segmen bisektor (LM1.MK).	Subjek menuliskan $\angle EBS \cong \angle GBS$ dengan alasan akibat dari \overline{BS} merupakan garis bagi sudut EBG. Selanjutnya subjek menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan alasan sifat identitas. Kemudian subjek menuliskan $\triangle EBS \cong \triangle GBS$ dengan alasan teorema kongruensi segitiga sisi, sudut, sisi dari poin ke1 dan ke2. (LM2.MK).	Pada tahap inferensi subjek melakukan penalaran induksi dan deduksi terlihat subjek melakukan penarikan kesimpulan dari kasus khusus ke umum dan melakukan penarikan kesimpulan dan kasus umum ke khusus. Hal ini dapat dilihat ketika menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ dengan dasar karena sifat identitas. Kemudian subjek menuliskan $\overline{ES} \cong \overline{SG}$ dengan alasan segmen bisektor. Kemudian dari $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ selanjutnya subjek menuliskan kongruensi segitiga yaitu $\triangle EBS \cong \triangle GBS$.
Tahap klarifikasi lanjut	Subjek menuliskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi dari sudut EBG berdasarkan dari yang diberikan. Selanjutnya subjek menuliskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ akibat dari \overline{BS} garis bagi sudut EBG.	Subjek menuliskan $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi sudut EBG. Kemudian pada langkah ke dua subjek menuliskan $\angle GBS \cong \angle EBS$ berdasarkan \overline{BS} akibat langkah ke dua. Kemudian	Pada tahap klarifikasi lanjut subjek melakukan pengecekan kembali terlihat ketika subjek mengidentifikasi istilah-istilah dan definisi serta menentukan konteks definisi sehingga dapat mengevaluasi solusi yang direncanakan.

	<p>Kemudian subjek menuliskan S titik tengah dari \overline{EG} akibat dari \overline{BS} garis tengah. Selanjutnya subjek menuliskan $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ berdasarkan S merupakan titik tengah (LM1.MV).</p>	<p>pada langkah selanjutnya subjek menuliskan $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ berdasarkan sifat identitas. Selanjutnya subjek menuliskan $\triangle GBS \cong \triangle EBS$ (LM2.MV).</p>	
Tahap strategi dan taktik	<p>Subjek menuliskan \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$ berdasarkan akibat poin ke 5 yaitu $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ (LM1.MKPB).</p>	<p>Subjek menuliskan \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$ dengan alasan akibat dari langkah ke 6 yaitu $\overline{ES} \cong \overline{SB}$ (LM2.MKPB).</p>	<p>Pada tahap strategi dan taktik subjek melakukan operasi penyelesaian yang benar meskipun terjadi perbedaan dasar pengambilan kesimpulan yaitu LM1 menuliskan kesimpulan berdasarkan $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ sedangkan LM2 menuliskan kesimpulan berdasarkan $\overline{ES} \cong \overline{SB}$.</p>

BAB V

PEMBAHASAN

Untuk mengidentifikasi indikator berpikir kritis yang digunakan dalam penelitian ini maka peneliti berupaya untuk menginterpretasi dan menganalisis dan menafsirkan setiap data yang dikumpulkan guna mendapat data yang valid dan terpercaya. Data ini menggambarkan proses berpikir kritis siswa dengan kecerdasan visual spasial dan logis matematis dalam mengonstruksi bukti matematis, sekaligus menjadi kesimpulan inti dalam penelitian ini.

A. Proses Berpikir Kritis Siswa dengan Kecerdasan Visual Spasial.

Kecerdasan visual spasial merupakan kemampuan untuk memahami dunia visual spasial secara akurat dan melakukan perubahan-perubahan pada persepsi tersebut (Armstrong, 2002; Legowo, 2017). Kecerdasan ini meliputi kemampuan pengimajinasian, pengonsepan, pemecahan masalah dan pencarian pola (Haas, 2001). Pengimajinasial adalah kemampuan peserta didik dalam menggunakan konsep-konsep dalam menyelesaikan masalah. Hal ini dapat dilihat ketika peserta didik penyelesaian masalah pembuktian pada proses mengidentifikasi masalah ditandai dengan ketepatan menentukan langkah dengan menuliskan informasi yang terdapat pada soal serta menuliskan yang ditanyakan. Kemudian memvisualkan dengan gambar. Berdasarkan paparan diatas, peserta didik dapat memahami masalah, mengajukan dan menjawab pertanyaan. Hal ini sesuai dengan pendapat fasione (2011) yaitu seseorang memiliki kemampuan berpikir kritis ketika mampu melakukan klarifikasi dasar.

Pengonsepan adalah pemahaman tentang kerangka kerja konseptual untuk melihat hubungan antara fakta-fakta dan persoalan pokoknya dan menjadikan konsep-konsep tersebut menjadi acuan untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan keruangan (Haas, 2001). Hal ini dapat dilihat ketika peserta didik menyusun argumen pembuktian dengan menggunakan gambar dalam menyelesaikan masalah dan menuliskan hubungan antara garis dalam gambar yang telah digambar untuk menyusun rencana penyelesaian masalah pembuktian di mana peserta didik menuliskan kembali informasi yang diperoleh pada saat melakukan identifikasi dasar yaitu menuliskan kekongruenan dari garis miring segitiga dan garis yang membagi segitiga tersebut. Selanjutnya peserta didik memberi alasan dari pernyataan yang diberikan yaitu berdasarkan yang diketahui pada soal. Kemudian berangkat dari langkah pertama peserta didik melihat ada sudut yang kongruen akibat ada garis yang membagi segitiga menjadi dua sudut sama besar. Berdasarkan paparan diatas, peserta didik dapat membangun keterampilan dasar dengan menuliskan informasi yang kredibel. Hal ini sesuai dengan pendapat Amir (2013) yaitu seseorang yang berpikir kritis akan mampu mencari sumber informasi yang relevan dari masalah yang dihadapi serta mampu mengolah informasi penting tersebut untuk menyelesaikan masalah.

Proses penggunaan konsep pembuktian ditandai dengan ketepatan dalam pemilihan dan pemanfaatannya dalam merangkai bukti. Dalam proses ini peserta didik melakukan pengimajinasian dengan melakukan induksi dan deduksi. Hal ini terlihat ketika menunjukkan hubungan antara sudut-sudut yang kongruen berangkat dari informasi yang diketahui di mana peserta didik berdasarkan langkah sebelumnya menuliskan garis bagi kongruen dengan garis itu sendiri dengan

alasan sifat identitas. Selanjutnya peserta didik melihat adanya garis yang berpotongan tegak lurus yaitu garis bagi dengan garis alas segitiga dengan memberikan alasan dua garis berpotongan tegak lurus. Kemudian berdasarkan garis yang berpotongan tegak lurus, peserta didik melihat adanya garis yang kongruen dengan memberi alasan bahwa garis tersebut adalah segmen yang terbentuk dari garis yang membagi sudut segitiga sama besar. Berdasarkan uraian tersebut peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dapat melalui tahap berpikir kritis yaitu tahap inferensi meskipun pada proses ini peserta didik mengalami kesalahan dalam menuliskan jawaban, akan tetapi kesalahan tersebut diklarifikasi pada proses wawancara. Berdasarkan paparan diatas, peserta didik memutuskan kesimpulan secara induksi dan deduksi. Dengan demikian peserta didik telah melakukan salah satu proses berpikir kritis yaitu inferensi. Sesuai dengan pendapat Glaser (2008) seseorang berpikir kritis jika mampu melalui deduksi dan induksi.

Proses penentuan validitas pembuktian matematis ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak. Dalam proses ini peserta didik menentukan pola dalam menyelesaikan masalah terlihat subjek menjelaskan keterkaitan konsep ditandai subjek dapat menjelaskan kembali cara yang digunakan yaitu Subjek melihat adanya hubungan yang logis antara persoalan ditandai dengan subjek mendefinisikan kemudian mengidentifikasi asumsi. Terlihat subjek menuliskan langkah-langkah yang logis serta dapat menjelaskan kembali langkah-langkah yang telah ditulisnya. Berdasarkan paparan diatas, peserta didik melakukan proses klarifikasi lanjut ditandai dengan mengidentifikasi istilah-istilah dan definisi

serta menentukan konteks definisi berdasarkan alasan yang tepat sehingga dapat mengevaluasi solusi yang direncanakan. Hal ini sesuai dengan pendapat Cecile dan Dubos (1998) seorang yang kritis dapat mengintegrasikan atau mensintesis hasil atau pandangan yang diperoleh dan dapat menyusun serta memeriksa kembali secara utuh segala unsur-unsur atau hasil yang tampak pada pandangan atau kesimpulan dengan berbagai pengetahuan yang telah diketahui.

Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial memiliki pemikiran yang divergen/menyebarkan, lebih mudah memilih solusi yang tidak umum dan strategi yang bermacam-macam dalam menyelesaikan masalah (Haas 2001). Pada proses penyelesaian masalah, peserta didik dapat memahami kesesuaian antara pernyataan dengan bukti. Hal ini dapat dilihat ketika dapat menyelesaikan penyelesaian masalah dengan benar walaupun memiliki cara yang berbeda dalam mencapai kesimpulan. Berdasarkan paparan tersebut, peserta didik melakukan proses strategi dan taktik ditandai dengan memutuskan suatu tindakan berpikir secara terbuka dalam menyelesaikan masalah dengan cara mengevaluasi masalah serta menentukan solusi lain dalam penyelesaian masalah. Sesuai dengan pendapat Albertch (2008) bahwa seseorang dikatakan kritis dalam pemecahan masalah apabila orang tersebut mampu mengambil keputusan.

B. Proses Berpikir Kritis Peserta Didik dengan Kecerdasan Logis Matematis.

Kecerdasan logis-matematis merupakan kemampuan menggunakan angka secara efektif dan untuk alasan yang logis. Kecerdasan ini meliputi kepekaan terhadap pola-pola dan hubungan-hubungan yang logis, pertanyaan dan dalil (sebab-akibat), fungsi, dan abstraksi terkait lainnya (Armstrong, 2013).

Kecerdasan logis matematis meliputi lima bidang yaitu klasifikasi, perbandingan, operasi hitung, penalaran induksi dan deduksi dan pengecekan kembali.

Klasifikasi adalah proses peserta didik mampu menyebutkan informasi yang diketahui dan mampu menyebutkan informasi yang ditanyakan dalam soal. Hal ini dapat dilihat saat peserta didik mengidentifikasi masalah yang ditandai dengan ketepatan menentukan langkah dengan menuliskan informasi yang terdapat pada soal yaitu menggambar bangun yang dimaksud pada soal yaitu segitiga selanjutnya menuliskan kekongruenan garis miring dari segitiga dan garis yang membagi sudut segitiga tersebut. Kemudian peserta didik menuliskan perintah yang terdapat pada soal yaitu untuk membuktikan garis berat dari segitiga. Selanjutnya peserta didik menggambarkan bangun yang dimaksud dalam soal tersebut. Meskipun peserta didik memiliki kecenderungan kecerdasan logis matematis peserta didik tetap menyelesaikan suatu permasalahan menggunakan gambar. Berdasarkan paparan di atas, peserta didik dengan kecerdasan logis matematis dapat melalui tahapan berpikir kritis yaitu tahap klarifikasi dasar di mana peserta didik dapat menuliskan informasi yang diketahui dalam soal dan menuliskan apa yang ditanyakan dalam soal. Hal ini sesuai dengan pendapat Facione (2011) yaitu seseorang memiliki kemampuan berpikir kritis apabila mampu melakukan klarifikasi dasar.

Tahap perbandingan adalah kemampuan peserta didik menghubungkan antara data yang diketahui dengan data yang tidak diketahui dan kemampuan menyusun penyelesaian masalah. Hal ini dapat dilihat pada saat peserta didik menyusun argumen pembuktian ditandai dengan peserta didik menjelaskan pernyataan di mana peserta didik menuliskan kembali informasi yang diperoleh

pada saat melakukan identifikasi dasar yaitu menuliskan kekongruenan dari garis miring segitiga dan garis yang membagi segitiga tersebut. Selanjutnya peserta didik memberi alasan dari pernyataan yang diberikan yaitu berdasarkan yang diketahui pada soal. Kemudian berangkat dari langkah pertama peserta didik melihat ada sudut yang kongruen akibat ada garis yang membagi segitiga menjadi dua sudut sama besar. Berdasarkan uraian diatas, peserta didik melakukan proses penyusunan keterampilan dasar ditandai dengan menentukan sumber yang kredibel. Hal ini sesuai dengan pendapat Jacob & Sam (2008) yaitu pada tahap menyusun argumen dasar peserta didik dapat mempertimbangkan kebenaran sumber dan mengobservasi dan menilai hasil observasi.

Tahap penalaran induksi dan deduksi adalah kemampuan peserta didik melakukan proses penarikan kesimpulan dari kasus-kasus khusus ke bentuk umum dan penarikan kesimpulan dari bentuk umum ke bentuk yang lebih khusus. Hal ini dapat dilihat pada penggunaan konsep pembuktian dengan ketepatan dan pemilihan informasi yang akan digunakan untuk menyusun pembuktian. Peserta didik menuliskan beberapa pernyataan yang merupakan kasus khusus ke bentuk umum yaitu akibat garis bagi segitiga akan mengakibatkan terbentuknya sudut. Kemudian peserta didik juga melakukan penarikan kesimpulan dari bentuk umum ke bentuk yang lebih khusus yaitu akibat garis yang membagi menjadi dua sudut yang kongruen maka akan ada garis yang kongruen dengan garis itu sendiri atau sifat identitas. Berdasarkan paparan data diatas, peserta didik melakukan proses penarikan kesimpulan dari kasus-kasus khusus ke bentuk umum dan penarikan kesimpulan dari bentuk umum ke bentuk yang lebih khusus. Hal ini sesuai dengan

pendapat Glaser (2008) seseorang berpikir kritis jika mampu melalui deduksi dan induksi (inferensi).

Tahap pengecekan kembali adalah kemampuan menelaah kembali penyelesaian masalah yang dibuat dan melakukan pengecekan kembali terhadap jawaban yang diperoleh. Hal ini dapat dilihat dari proses peserta didik menentukan validitas pembuktian yang ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak di mana peserta didik mengidentifikasi istilah-istilah dan definisi serta menentukan konteks definisi sehingga dapat mengevaluasi solusi yang direncanakan. Berdasarkan uraian di atas peserta didik melakukan klarifikasi lanjut ditandai dengan mengidentifikasi istilah-istilah dan definisi serta menentukan konteks definisi berdasarkan alasan yang tepat sehingga dapat mengevaluasi solusi yang direncanakan. Hal ini sesuai dengan pendapat Cecile dan Dubos (1998) seorang yang kritis dapat mengintegrasikan atau mensintesis hasil atau pandangan yang diperoleh dan dapat menyusun serta memeriksa kembali secara utuh segala unsur-unsur atau hasil yang tampak pada pandangan atau kesimpulan dengan berbagai pengetahuan yang telah diketahui.

Selanjutnya pada tahap strategi dan taktik adalah peserta didik memutuskan suatu tindakan berpikir secara terbuka dalam memecahkan masalah dengan cara mengevaluasi langkah-langkah dan hasil pemecahan masalah serta menentukan solusi lain dalam pemecahan masalah (Ennis, 1996). Hal ini terlihat pada saat peserta didik memahami kesesuaian antara pernyataan dan bukti ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan langkah-langkah pembuktian sesuai dengan pernyataan yang hendak dibuktikan. Berangkat dari langkah

sebelumnya, peserta didik melihat adanya titik yang merupakan titik tengah alas segitiga. Kemudian dari situ peserta didik menarik kesimpulan bahwa garis tersebut adalah garis berat dari segitiga. Berdasarkan uraian tersebut peserta didik dengan kecerdasan logis matematis melalui tahap berpikir kritis yaitu tahap strategi dan taktik. Hal ini sejalan dengan pendapat Hadi (2016) yaitu peserta didik mencapai tahap strategi dan taktik apabila peserta didik dapat mempertimbangkan alasan dan membuat keputusan.

C. Perbedaan Proses Berpikir Kritis antara Peserta Didik yang Memiliki Kecerdasan Visual Spasial dengan Peserta Didik yang Memiliki Kecerdasan Logis Matematis.

Tahap klarifikasi dasar adalah proses memahami masalah, mengejukan dan menjawab pertanyaan. Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dalam memahami masalah dan menjawab melakukan pengonsepan yaitu menggunakan gambar dalam menyelesaikan masalah kemudian memahami konsep-konsep dalam segitiga yang telah digambar dengan menuliskan informasi yang diketahui dalam gambar. Sedangkan peserta didik dengan kecerdasan logis matematis dalam memahami masalah menyebutkan informasi-informasi yang diketahui dari soal dan kemudian menyebutkan informasi-informasi yang diketahui.

Tahap membangun keterampilan dasar adalah dapat menentukan sumber yang kredibel dalam soal. Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dalam menentukan sumber yang kredibel melakukan pengimajinasian terlihat ketika peserta didik menggunakan konsep-konsep geometri dalam langkah menyelesaikan masalah. Hal ini ditandai dengan subjek menyusun argumen pembuktian berangkat dari yang diketahui dalam soal. Sedangkan peserta didik

dengan kecerdasan logis matematis dalam menentukan sumber yang kredibel melakukan perbandingan terlihat ketika subjek menghubungkan antara yang diketahui dengan data yang tidak diketahui. Kemudian subjek mampu menyusun pembuktian.

Tahap inferensi adalah siswa memutuskan kesimpulan secara deduksi dan induksi. Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dalam melakukan penarikan kesimpulan dari kasus khusus menjadi umum dan menarik kesimpulan dari masalah umum ke kasus khusus melakukan pengimajinasian terlihat ketika menggunakan konsep-konsep geometri dengan melakukan deduksi dan induksi. Sedangkan peserta didik dengan kecerdasan logis matematis melakukan penalaran induksi dan deduksi yang merupakan karakter dari kecerdasan logis matematis itu sendiri terlihat subjek melakukan penarikan kesimpulan dari kasus khusus ke umum dan melakukan penarikan kesimpulan dari kasus umum ke kasus khusus.

Tahap klarifikasi lanjut adalah peserta didik melakukan identifikasi istilah-istilah dan definisi serta menentukan konteks definisi berdasarkan alasan yang tepat sehingga dapat mengevaluasi solusi yang direncanakan. Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial menemukan pola dalam menyelesaikan masalah terlihat subjek menjelaskan keterkaitan konsep ditandai subjek dapat menjelaskan kembali cara yang digunakan yaitu Subjek melihat adanya hubungan yang logis antara persoalan ditandai dengan subjek mendefinisikan kemudian mengidentifikasi asumsi. Terlihat subjek menuliskan langkah-langkah yang logis dan menjelaskan langkah-langkah yang telah ditulisnya. Sedangkan peserta didik dengan kecerdasan logis matematis melakukan pengecekan kembali terlihat ketika

subjek mengidentifikasi istilah-istilah dan definisi serta menentukan konteks definisi sehingga dapat mengevaluasi solusi yang direncanakan.

Tahap mengatur strategi dan tahtik adalah peserta didik memutuskan suatu tindakan berpikir secara terbuka dalam memecahkan masalah dengan cara mengevaluasi langkah-langkah dan hasil pemecahan masalah serta memutuskan solusi lain. Peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dapat menyelesaikan soal berbentuk penyelesaian masalah dan kesimpulan yang benar akan tetapi memiliki cara yang berbeda dalam mencapai kesimpulan. Sedangkan peserta didik dengan kecerdasan logis matematis melakukan pengecekan kembali dengan jawaban yang telah diberikan dan operasi penyelesaian masalah yang diberikan benar meskipun terjadi perbedaan dasar pengambilan kesimpulan.

BAB VI

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan hasil penelitian yang telah dipaparkan sebelumnya terkait proses berpikir kritis peserta didik visual spasial dan logis matematis dalam mengonstruksi bukti matematis maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Proses berpikir kritis peserta didik visual spasial pada tahap klarifikasi dasar tidak terjadi perbedaan pada tahap ini yaitu peserta didik visual spasial menuliskan informasi yang terdapat pada soal kemudian peserta didik menggambar segitiga meskipun memiliki kecenderungan kecerdasan logis matematis. Kemudian pada tahap menyusun keterampilan dasar juga tidak terjadi perbedaan kedua peserta didik dapat peserta didik mampu mempertimbangkan kebenaran sumber, peserta didik juga dapat menuliskan informasi yang diperlukan untuk membuktikan ditandai dengan peserta didik menuliskan informasi yang terdapat pada soal dan menggambar bangun yang dimaksudkan dalam soal secara jelas. Selanjutnya pada proses inferensi terjadi perbedaan konsep yang digunakan terlihat pada proses ke 4. Kemudian pada tahap klarifikasi lanjut peserta didik visual spasial dapat menjelaskan keterkaitan konsep ditandai peserta didik dapat menjelaskan kembali cara yang digunakan. Selanjutnya pada tahap strategi dan taktik peserta didik visual spasial menggunakan konsep yang berbeda saat mengambil kesimpulan.

2. Proses berpikir kritis peserta didik logis matematis pada tahap klarifikasi dasar kedua peserta didik tidak terjadi perbedaan yaitu peserta didik menuliskan informasi yang terdapat pada soal kemudian peserta didik menggambar segitiga meskipun memiliki kecenderungan kecerdasan logis matematis. Selanjutnya pada tahap menyusun keterampilan dasar peserta didik logis matematis peserta didik setelah melakukan observasi soal kemudian peserta didik menuliskan hal-hal yang diinginkan dengan menggunakan prosedur menyusun bukti. Kemudian pada tahap inferensi terjadi perbedaan menggunakan konsep pada cara ke5. Selanjutnya pada tahap klarifikasi lanjut peserta didik visual spasial dapat menjelaskan keterkaitan konsep ditandai peserta didik dapat menjelaskan kembali cara yang digunakan. Kemudian terakhir, pada tahap strategi dan taktik peserta didik visual spasial menggunakan konsep yang berbeda saat mengambil kesimpulan.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian dan kesimpulan yang telah diuraikan, maka saran yang perlu diperhatikan dan dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Bagi guru, dalam pembelajaran geometri sebaiknya memperhatikan proses berpikir kritis peserta didik dengan menerapkan kegiatan pembuktian. Karena kemampuan ini dapat mengantarkan peserta didik untuk menyelesaikan masalah matematika serta meminimalisir terjadinya kesalahan sehingga pada hasil akhir akan memperoleh suatu penyelesaian dengan kesimpulan yang tepat.

2. Bagi peneliti selanjutnya diharapkan dapat mengungkap terkait proses berpikir peserta didik yang difokuskan pada mengkonstruksi bukti matematis peserta didik.

DAFTAR RUJUKAN

- Abdussakir. (2014). Proses Berpikir Mahasiswa dalam Menyusun Bukti Matematis dengan Strategi Semantik. *Jurnal Pendidikan Sains*, 7(3), 132-140.
- Akhmad, M.W. (2010). *Pengaruh kecerdasan Logis Matematis dan Kecerdasan Visual Spasial terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Geometri Siswa Kelas IV di MI Darul Ulum Kota Batu*. Tesis. Malang: Universitas Maulana Malik Ibrahim.
- Anidar, J. (2017). Teori Belajar Menurut Aliran Kognitif Serta Implikasinya dalam Pembelajaran. *Jurnal Al-Taujih: Bingkai Bimbingan dan Konseling Islami*, 3(2), 8-16.
- Armstrong, Thomas. (2002). *7 Kinds Of Smart: Menemukan dan Meningkatkan Kecerdasan Anda Berdasarkan Teori Multiple Intelligences*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Arnawa, I Made. (2007). Mengembangkan Kualitas Pemahaman dalam Aljabar Abstrak Melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS. *Jurnal Pendidikan dan Kebudayaan*, 68(13), 809-826
- Azwar, Saifuddin. (2013). *Sikap Manusia: Teori dan Pengukurannya*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Balacheff, Nicolas. (1987). processus de Preuve et Situations de Validation. *Jurnal Education Studies in Mathematics*, 18(2), 145-176.
- Cecile, D., & Dubos, A. (1998). Bagaimana Mengetahui Kemampuan Anak Anda.
- Cipto, Tatang. (2012). Profil Kecerdasan Visual Spasial Siswa Kelas VIII dalam Memecahkan Soal Geometri ditinjau Dari Perbedaan Kemampuan Matematika. Surabaya: *Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Surabaya*.
- Creswel, John W. (1994). *Research Design : Qualitative and Quantitative Approach*. Sage Publications 2455 Teller Road Thousand Oaks, California 91320.
- Desmita, D. (2009). *Psikologi perkembangan anak*. Bandung: Remaja Rosdakarya. 103
- Dickerson. David. (2014). High School Mathematics Teachers' Understandings of the Purposes of Mathematical Proof in school mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 711-733.
- Duron, R., Limbach, B., & Waugh, W. (2006). Critical thinking framework for any discipline. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 17(2), 160-166.
- Ennis, R. H. (1993). Critical thinking assessment. *Theory into practice*, 32(3), 179-186.
- Facione, P. A., & Facione, N. C. (2013). Critical thinking for life: Valuing, measuring, and training critical thinking in all its forms. *Inquiry: Critical thinking across the disciplines*, 28(1), 5-25.
- Fardah, D. K. (2012). Analisis proses dan kemampuan berpikir kreatif siswa dalam matematika melalui tugas open-ended. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 3(2), 91-99.

- Faruq, A. (2014). *Analisis Struktur Argumentasi dan Kemampuan Mengkonstruksi Bukti Matematika Siswa Sekolah Menengah* (Doctoral dissertation, UIN Sunan Ampel Surabaya).
- Fathani, A. H. (2016). Pengembangan literasi matematika sekolah dalam perspektif multiple intelligences. *Edu Sains: Jurnal Pendidikan Sains dan Matematika*, 4(2).
- Fatmahayati, Widya. (2019). Proses Berpikir Siswa SMA dalam Menyusun Bukti Matematis. *GAUSS: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(2), 63-73.
- Fatmawati, Sri, M. Azizaturedha, H. Yuliani. (2019). Penerapan Model Pembelajaran Inkuiri Terbimbing dengan Media Laboratorium Virtual (PheT) untuk Meningkatkan Hasil Belajar, Keterampilan Proses Sains dan Minat Belajar Siswa. *Jurnal Pendidikan Fisika*, 4(01), 1-5.
- Gardner, Howard. 2003. *Kecerdasan Majemuk*. (Terjemahan Drs. Alexander Sindoro). Batam Centre: Interaksara.
- Goleman, Deniel. (2000). *Kecerdasan Emosional*. Jakarta: PT SUN.
- Guler, G. (2016). The Difficulties Experienced in Teaching Proof to Prospective Mathematics Teachers: Academician Views. *Higher Education Studies*, 6(1), 145-158.
- Gunawan, Adi. (2004). *Genius Learning Strategy Petunjuk Praktis untuk Menerapkan Accelerated Learning*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Habibi, A. (2015). Pengaruh Kecerdasan Logis Matematis Terhadap Hasil Belajar Matematika Peserta Didik Kelas VII SMP Muhammadiyah. (Doctoral dissertation, Universitas Muhammadiyah Gresik).
- Haas, Steven C. From Haas, S.C. (2003) Algebra for gifted visual-spatial learners, *Gifted Education Communicator* (Spring), 34 (1), 30-31; 42-43.
- Habibi, A. (2015). *Pengaruh Kecerdasan Logis Matematis Terhadap Hasil Belajar Matematika Peserta Didik Kelas VII SMP Muhammadiyah*. (Doctoral dissertation, Universitas Muhammadiyah Gresik).
- Hadi, S. (2016). Penerapan model pembelajaran ABC (Anticipation, Building Knowledge and Consolidation) pada materi jarak, waktu dan kecepatan untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis (siswa kelas V SD Negeri Kapota Yudha Makassar)/Asmain.
- Handayani, S. D. (2016). Pengaruh konsep diri dan kecemasan siswa terhadap pemahaman konsep matematika. *Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*, 6(1).
- Hanna, G. (2000). A critical examination of three factors in the decline of proof. *Interchange*, 31(1), 21-33.
- Hasanah, W. (2013). Kecerdasan Logis-Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Pada Materi Komposisi Fungsi. *MATH Edunesa*, 2(2).
- Hasratuddin, H. (2014). Pembelajaran Matematika Sekarang dan yang akan Datang Berbasis Karakter. *Jurnal Didaktik Matematika*, 1(2), 30-43.
- Hendrowati, T. Y. (2015). Pembentukan Pengetahuan Lingkaran Melalui Pembelajaran Asimilasi Dan Akomodasi Teori Konstruktivisme Piaget. *JURNAL e-DuMath*, 1(1).
- Hodiyanto. (2017). Pengaruh model pembelajaran problem solving terhadap kemampuan komunikasi matematis ditinjau dari gender. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 4(2), 219-228.

- Ibda, F. (2015). Perkembangan kognitif: teori Jean Piaget. *Intelektualita*, 3(1).
- Irwansyah, D. (2015). Hubungan kecerdasan kinestetik dan interpersonal serta intrapersonal dengan hasil belajar pendidikan jasmani di MTSN Kuta Baro Aceh Besar. *Jurnal Administrasi Pendidikan: Program Pascasarjana Unsyiah*, 3(1).
- Jacob, S. M., & Sam, H. K. (2008). Measuring critical thinking in problem solving through online discussion forums in First Year University Mathematics. In *Proceedings of the Internationals Multi Conference of Engineers and Computer Scientists (IMECS), Hong Kong*.
- Jasmine, Julia. (2007). *Panduan Praktis Mengajar Berbasis Multiple Intelligences*. Bandung: Nuansa.
- Jayantika, I. G. A. N. T., Ardana, I. M., & Sudiarta, P. I. G. P. (2013). Kontribusi bakat numerik, kecerdasan spasial, dan kecerdasan logis matematis terhadap prestasi belajar matematika siswa SD Negeri di Kabupaten Buleleng. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika Indonesia*, 2(2).
- Karlimah, K. (2012). Pengembangan Kemampuan Proses Matematika Siswa Melalui Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Tidak Langsung Di Sekolah Dasar. *Jurnal Pendidikan MIPA Universitas Lampung*, 13(2), 121-149.
- Kelelufna, V. P., & Masan, A. L. (2019). Meningkatkan prestasi belajar siswa SMA pada materi gelombang bunyi menggunakan strategi multiple intelligences. *PEDAGOGIKA: Jurnal Pedagogika dan Dinamika Pendidikan*, 7(2), 127-136.
- Kemendikbud. *Konsep dan Implementasi Kurikulum*, 2013
- Khoiriah, Nurul. (2017). Analisis Kemampuan Menyusun Bukti Matematis Siswa Sekolah Menengah Atas (SMA). *Bachelor's Thesis, Jakarta: Fakultas Ekonomi dan Bisnis Syarif Hidayatullah*.
- Kurniawan, E., Mulyati, S., & Rahardjo, S. (2017). Proses asimilasi dan akomodasi dalam memecahkan masalah matematika berdasarkan kecerdasan emosional. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, dan Pengembangan*, 2(5), 592-598.
- Kuswana, Wowo Sunaryo. 2011. *Taksonomi Berpikir*. Bandung: Remaja Rosdakarya. 2.
- Krobo, A. (2014). Peningkatan Kecerdasan Intrapersonalmelalui Kegiatan Bermain Peran. *Jurnal Pendidikan Usia Dini*, 8(1), 25-34.
- Legowo, E. (2017). Model pembelajaran berbasis penstimulasian multiple intelligences siswa. *Jurnal kajian bimbingan dan konseling*, 2(1), 1-8.
- Lesseig, K., Nelson, T. H., Slavit, D., & Seidel, R. A. (2016). Supporting middle school teachers' implementation of STEM design challenges. *School Science and Mathematics*, 116(4), 177-188.
- Lestari, K.E. (2015). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Pendidikan Induktif-deduktif pada Mata Kuliah Analisis Real. *Jurnal Kajian Pendidikan dan Pengajar*, 1(2), 128-135.
- Lestari, N. A. (2018). Implementasi Pembelajaran Matematika Model Pace Untuk Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Mata Kuliah Aljabar Abstrak Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika Fkip Universitas

- Bengkulu. *Jurnal Equation: Teori dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 1(1), 81-94.
- Librianti, V. D., & Sugiarti, T. (2015). Kecerdasan Visual Spasial dan Logis Matematis dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Siswa Kelas VIII A SMP Negeri 10 Jember (Visual Spatial and Logical Mathematical Intelligence in Solving Geometry Problems Class VIII A SMP Negeri 10 Jember). *Artik. Ilm. Mhs*, 1(1), 1-7.
- Lwin, M. D. (2015). How To Multiply Your Child's Intellegence. Cara Mengembangkan Berbagai Komponen Kecerdasan (Edisi Indonesia). *Indeks, Yogyakarta. Indeks*.
- Lwin, M., Khoo, A., Lyen, K., & Sim, C. (2008). Cara mengembangkan berbagai komponen kecerdasan. *Jakarta: indeks*.
- Maya, R. & U. Sumarmo . (2011). Mathematical Understanding and Proving Abilities Experiment with Undergraduate Student by Using Modified Moore Learning Approach. *IndoMS: Journal on Mathematics Education* 1(2), 231-250.
- Maya, Rippi, Utari Sumarmo. (2011). "Mathematical Understanding and Proving Abilities: Experiment with Undergraduet Student by Using Modified Learning Approach", *Mathematical Society Journal on Mathematics Education* 2(2): 231-250.
- Milsan, Astryati Lodhong, dan M. Wewe. (2018). Hubungan Kecerdasan Visual-Spasial dengan Hasil Belajar Gambar Interior Eksterior Bangunan Gedung Siswa Kelas XII Jurusan TGB di SMK Negeri 1 Bukittinggi, 6(1), 1-5.
- Miyazaki, Fujita, & Jones, (2017). Student's understanding of the structure of deductive proof. *Education Studies in Mathematics*.
- Moleong, Lexy J. (2007). Metodologi Penelitian Kualitatif. Edisi Revisi. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Moore, R. (1994). Making Transition to Formal Proof. Netherlands: *Kluwer Academic Publisher*.
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in mathematics*, 27(3), 249-266.
- Mujib, A. (2019). Kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis: Problem matematika diskrit. *Jurnal MathEducation Nusantara*, 2(1), 51-57.
- Netti, S. (2018). Tahapan Berpikir Mahasiswa dalam Mengonstruksi Bukti Matematis. *Matematika dan Pembelajaran*, 6(1), 1-10.
- Ngilawajan, D. A. (2013). Proses berpikir siswa SMA dalam memecahkan masalah matematika materi turunan ditinjau dari gaya kognitif field independent dan field dependent. *PEDAGOGIA: Jurnal Pendidikan*, 2(1), 71-83.
- Nofianti, Lina, & T. Sugiarti. (2015). Kecerdasan Visual-Spasial dan Logika Matematika dalam Menyelesaikan Soal Geometri Siswa Kelas XI IPA 8 SMA Negeri 2 Jember. (*Visual Spatial and Logical-mathematical Intelligence in Solving Geometry Problems Class XI IPA 8 SMA Negeri 2 Jember*) *Artikel Ilmiah Mahasiswa*, 1, 1-7.
- Novitasari, Dwi, & Abdul Rahman. (2015). Profil Kreativitas dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Kecerdasan Visual Spasial dan Logis Matematis pada Siswa SMAN 3 Makassar. *Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 3(1), 41-50.

- Ozdemir, E., & Ovez, F. T. D. (2012). A research on proof perceptions and attitudes towards proof and proving: some implications for elementary mathematics prospective teachers. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 2121-2125.
- Paul, Suparno. (2004). *Teori Intelligensi Ganda Dan Aplikasinya Di Sekolah*. Yogyakarta: Kanisius
- Raharjo, A. T. (2010). Hubungan antara multiple intelligence dengan prestasi belajar siswa kelas XI di SMA Negeri 10 Malang. *Jurnal Psikologi Tabularasa*, 5(2). 311-322.
- Ronis Diane. (2009). *Pengajaran Matematika Sesuai Kerja Otak*. Jakarta:PT Indeks. 140
- Santrock, J. W. (2004). *Psikologi Pendidikan (Educational Psychology)*, Edisi Kedua. Jakarta: Kencana.
- Soedjadi, R. (2000). *Kiat pendidikan matematika di Indonesia: konstataasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan*. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.
- Solso, Robert. L. 2008 . *Psikologi Kognitif Edisi ke 8* (alih bahasa Mikael Rahardanto dan Kristanto Batuadji).
- Styliandes, A. J. (2017). Proving in The Elementary Mathematics Classroom. *United States of America: Oxford University Press 198 MADison Avenue*.
- Suarca, Kadek, Soedjningsih, dan IGA. Endah Arjan. 2005. Kecerdasan Majemuk Anak. *Sari Peditarti*, 7(2), 85-92.
- Subanji, (2016). Proses Berpikir Siswa Quitter dalam Menyelesaikan Masalah SPLDV Berdasarkan Langkah-langkah Polya. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 1(2), 133-142.
- Sumarmo. (2010). Advanced mathematical thinking and habit of minds mahasiswa. *Bahan ajar mata kuliah kajian dan isu pendidikan matematika pascasarjana UPI dan STKIP Siliwangi Bandung*. 12-14.
- Sumartini, T. S. (2015). Peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa melalui pembelajaran berbasis masalah. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 1-10.
- Sunendar, A. (2017). Pembelajaran Matematika Berbasis Kecerdasan Majemuk. *JUMLAHKU: Jurnal Matematika Ilmiah STKIP Muhammadiyah Kuningan*, 3(2), 78-89.
- Suryanti, Y., & Safitri, N. (2019). Hubungan Kecerdasan Interpersonal dengan Afektif Mahasiswa pada Mata Kuliah Pengembangan Kurikulum. *Proceedings-Open Access Journal*, 1(01), 62-65.
- Trianto. (2010). *Model Pembelajaran Terpadu: Konsep, Strategi, dan Implementasi dalam Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Kuala Lumpur: Kementerian Pengajaran Malaysia.
- Susanti. V.D. (2013). Analisis Kemampuan Kognitif dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Kecerdasan Logis Matematis. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 3(1), 71-83.
- Ulani Yunus, M. M., Pantri Heriyati, S. E., Com, M., Lindawati, A. S. L., Willyarto, M. N., & Kom, S. (2019). *BRANDING PERGURUAN TINGGI DI ERA DIGITAL*. Penerbit Qiara Media.

- Van de Walle, J. A. (1990). *Elementary School Mathematics, Teaching Developmentally*. Addison-Wesley/Longman, Route 128, Reading, MA 01867.
- Wahyu Purnama, M. S. R. (2018). *Sejarah dan Filsafat Matematika*.
- Warti, E. (2016). Pengaruh motivasi belajar siswa terhadap hasil belajar matematika siswa di SD Angkasa 10 Halim Perdana Kusuma Jakarta Timur. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 177-185.
- Widiastuti, U. (2020). *Pengaruh Strategi Pembelajaran dan Kecerdasan Musikal Terhadap Hasil Belajar Harmoni I dengan Mengontrol Pengetahuan Awal Mahasiswa Progam Studi Pendidikan Musik Unimed* (Doctoral dissertation, UNIMED).
- Willis, J. K., & Johnson, A. N. (2001). Multiply with MI Using Multiple Intelligences to Master Multiplication. *Teaching Children Mathematics*, 7(5), 260-269.
- Woolfolk, A. E., & McCune-Nicolich, L. (2004). *Mengembangkan Kepribadian dan Kecerdasan Anak-anak* (Psikologi Pembelajaran I).
- Yaumi, Muhammad. 2012. *Pembelajaran Berbasis Intelligences*. Jakarta: Dian Rakyat.
- Yasbiati, Y., Giyartini, R., & Lutfiana, A. (2017). Upaya meningkatkan kecerdasan naturalis melalui kegiatan bercocok tanam di bambim Al-Abror kecamatan mangkubumi kota tasikmalaya. *Jurnal PAUD agapedia*, 1(2), 203-213.
- Yunita, S., Rohiat, S., & Amir, H. (2018). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Mata Pelajaran Kimia Pada Siswa Kelas Xi Ipa Sman 1 Kepahiang. *Alotrop*, 2(1).
- Yuwono, A. (2010). *Profil siswa sma dalam memecahkan Masalah matematika ditinjau Dari tipe kepribadian* (Doctoral dissertation, UNS (Sebelas Maret University)).

Lampiran 1



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
 UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
 FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
 JalanGajayana 50, Telepon (0341) 552398 Faximile (0341) 552398 Malang
[http:// fitk.uin-malang.ac.id](http://fitk.uin-malang.ac.id), email : fitk@uin-malang.ac.id

Nomor : 943/Un.03.1/TL.00.1/01/2021 18 Maret 2021
 Sifat : Penting
 Lampiran : -
 Hal : **Izin Penelitian**

Kepada
 Yth. Kepala Madrasah Aliyyah Negeri 3 Tulungagung
 di
 Jalan Supriyadi Ds. Tanen, Kec. Rejotangan,Kab. Tulungagung

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Dengan hormat, dalam rangka menyelesaikan tugas akhir berupa penyusunan Tesis mahasiswa Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK) Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, kami mohon dengan hormat agar mahasiswa berikut:

Nama : Muhamad Torikul Huda
 NIM : 18811012
 Jurusan : Magister S2 - Pendidikan Matematika
 Semester - Tahun Akademik : Genap - 2020/2021
 Judul Tesis : **Proses Berpikir Siswa Visual Spasial dan Logis Matematis dalam Mengonstruksi Bukti Matematis**
 Lama Penelitian : **Maret 2021** sampai dengan **Mei 2021**

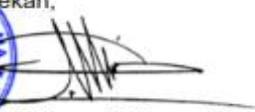
diberi izin untuk melakukan penelitian di lembaga/instansi yang menjadi wewenang Bapak/Ibu.

Demikian, atas perkenan dan kerjasama Bapak/Ibu yang baik disampaikan terimakasih.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.



Dekan,


 Dr. H. Agus Maimun, M.Pd
 NIP. 19650817 199803 1 003

Tembusan :

1. Yth. Ketua Jurusan Magister S2 - Pendidikan Matematika
2. Arsip

Lampiran 2

**LEMBAR VALIDASI
AHLI KONSTRUKSI SOAL MATEMATIKA****A. Pengantar**

Sehubungan tersusunya instrumen ini, peneliti memohon kesediaan Ibu Dr. Ummu Sholihah, S.Pd., M.Si untuk berkenan mengisi angket pada lembar validasi yang telah dipersiapkan. Lembar ini digunakan untuk memperoleh penilaian kelayakan soal yang digunakan pada kegiatan penelitian. Hasil dari pengukuran angket ini akan digunakan untuk menyempurnakan instrumen penelitian agar menjadi instrumen yang lebih baik dan lebih valid. Penulis mengucapkan terimakasih atas kesediaan Ibu yang telah meluangkan waktu untuk memvalidasi instrumen ini, semoga berkat bimbingan Ibu, instrumen ini mampu menjadi lebih sempurna.

Jenis Instrumen : Tes tulis

Peneliti : Muhamad Torikul Huda

Nama Validator : Dr. Ummu Sholihah, S.Pd., M.Si

Instansi : Universitas Islam Negeri Sayyid Ali Rahmatullah
Tulungagung

B. Judul Penelitian

Proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dan logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis.

C. Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah

1. Mendeskripsikan proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dalam mengkonstruksi bukti matematis.

2. Mendeskripsikan proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis.

D. Petunjuk

1. Berilah tanda cek (√) pada tabel skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut.

Skor	Keterangan
1	Kurang sesuai
2	Cukup sesuai
3	Sesuai

2. Apabila ada komentar/saran yang diberikan, mohon ditulis secara langsung pada lembar/tempat yang disediakan.

Penilaian Materi Soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian		
		1	2	3
1	Soal sesuai dengan tujuan penelitian			√
2	Batasan pertanyaan dan jawaban yang diharapkan sesuai.			√
3	Materi soal sesuai dengan materi pembuktian			√
4	Materi soal sesuai untuk siswa sekolah menengah atas.			√

Penilaian Konstruksi Soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian		
		1	2	3
1	Rumusan kalimat dalam bentuk kalimat tanya atau perintah yang menuntut jawaban.			√

2	Ada petunjuk yang jelas cara mengerjakan/menyelesaikan soal.			√
3	Menggunakan kata tanya atau perintah yang menuntut jawaban uraian.			√
4	Butir soal dilengkapi dengan kunci jawaban.			√
5	Butir soal menuntut siswa melakukan pembuktian matematis pada materi geometri.			√
6	Banyak butir soal mampu memberikan data untuk melihat kemampuan pembuktian matematis siswa pada materi geometri		√	
7	Ukuran lembar jawaban cukup untuk menjawab soal pembuktian geometri	√		

Penilaian Bahasa

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian		
		1	2	3
1	Menggunakan bahasa yang sesuai dengan kaidah bahasa Indonesia.			√
2	Menggunakan bahasa yang komunikatif.			√
3	Rumusan kalimat tidak menimbulkan penafsiran ganda.			√
4	Rumusan soal tidak mengandung kata/ungkapan yang dapat menyinggung perasaan peserta didik.		√	

Berikan simpulan secara umum terhadap kelayakan lembar soal sebagai instrumen penelitian dengan cara melingkari salah satu pilihan berikut.

1. Layak digunakan
2. Layak digunakan dengan revisi

3. Tidak layak digunakan

E. Saran Revisi

Bisa digunakan untuk instrumen dengan beberapa perbaikan seperti pada soal, indikator berpikir kritisnya belum muncul/nampak pada penyelesaian, sehingga belum jelas proses berpikir kritisnya dalam pembuktian matematis√.

.....

.....

Tulungagung, 19 Juni 2021

Validator



Dr. Ummu Sholihah, S.Pd., M.Si
NIP.198008222008012018

LEMBAR SOAL

Petunjuk Pengerjaan

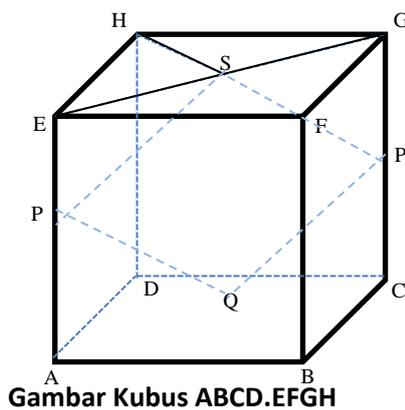
- Isilah identitas terlebih dahulu ditempat yang telah disediakan.
- Kerjakanlah soal beserta langkah pengerjaan secara rinci pada lembar jawaban yang sudah disediakan.
- Ungkapkanlah secara lisan mengenai yang Anda pikirkan saat mengerjakan soal.

Identitas

Nama :

Kelas :

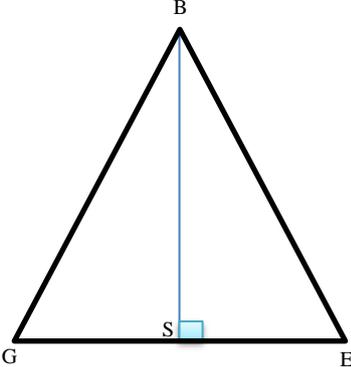
1.

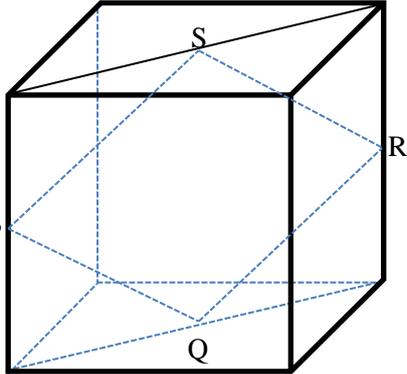


Diketahui kubus ABCD.EFGH seperti pada gambar disamping

- Jika $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi $\angle EBG$, maka buktikan bahwa \overline{BS} garis berat segitiga EBG.
- Jika titik P, Q, R, dan S berturut-turut adalah titik tengah sisi \overline{EA} , \overline{AC} , \overline{CG} dan \overline{GE} , maka buktikan bahwa bangun PQRS merupakan jajargenjang.

Kunci Jawaban

No	Jawaban	Tahap Penyelesaian
1.	<p>a).</p>  <p>Akan dibuktikan bahwa \overline{BS} adalah garis berat segitiga EBG</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ BS garis bagi $\angle EBG$ 2. $\angle GBS \cong \angle EBS$ 3. $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ 4. $\triangle BGS \cong \triangle BES$ 5. $\overline{GS} \cong \overline{ES}$ 6. S garis tengah dari EG Sehingga \overline{BS} garis berat dari $\triangle EBG$ 	<p>(1). Melakukan identifikasi terhadap masalah pembuktian ditandai dengan ketepatan menentukan langkah pembuktian; (2) Menyusun argumen untuk membuktikan/ menjelaskan pernyataan; (3) Menggunakan konsep dan prinsip yang berkaitan dengan penyusunan pembuktian ditandai dengan ketepatan dalam pemilihan dan pemanfaatannya dalam</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Diketahui 2. Bisektor 3. Definisi properti 4. SSS (sisi sudut sisi) 5. Akibat nomor 4 6. Akibat nomor 5

	<p>b).</p>  <p>Akan dibuktikan PQRS adalah jajargenjang</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. P titik tengah \overline{EA} Q titik tengah \overline{AC} R titik tengah \overline{CG} S titik tengah \overline{GE} 2. $\overline{EP} \cong \overline{AP}$ $\overline{AQ} \cong \overline{CQ}$ $\overline{CR} \cong \overline{GR}$ $\overline{GS} \cong \overline{ES}$ 3. $\angle PES \cong \angle PAQ \cong \angle RCQ \cong \angle RGS$ 4. $\triangle EPS \cong \triangle APQ \cong \triangle CRQ \cong \triangle GRS$ 5. $\overline{PS} \cong \overline{QR}$ $\overline{PQ} \cong \overline{SR}$ <p>PQRS adalah jajar genjang</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diketahui 2. Akibat nomor 1 Merupakan segmen bisektor 3. Sama-sama memiliki sudut 90° SAS (sisi sudut sisi) 4. Akibat nomor 4 Definisi poligon kongruen 5. Jika sisi-sisi berhadapan dari suatu segiempat adalah kongruen maka segiempat tersebut adalah jajargenjang 	<p>rangkaian pembuktian; (4) Menentukan validitas pembuktian matematis, ditandai dengan ketepatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian mengandung kesalahan atau tidak; (5) Memahami kesesuaian antara pernyataan dan bukti ditandai dengan ketepatan dan kecermatan dalam menyimpulkan apakah langkah-langkah pembuktian sesuai dengan pernyataan yang dibuktikan.</p>
--	--	--	---

PEDOMAN WAWANCARA

Sehubungan tersusunya instrumen ini, peneliti memohon kesediaan Ibu Dr. Ummu Sholihah, S.Pd., M.Si untuk berkenan mengisi angket pada lembar validasi yang telah dipersiapkan. Lembar ini digunakan untuk memperoleh penilaian kelayakan

instrumen yang digunakan pada kegiatan penelitian. Hasil dari pengukuran angket ini akan digunakan untuk menyempurnakan instrumen penelitian agar menjadi instrumen yang lebih baik dan lebih valid. Penulis mengucapkan terimakasih atas kesediaan Ibu yang telah meluangkan waktu untuk memvalidasi instrumen ini, semoga berkat bimbingan Ibu, instrumen ini mampu menjadi lebih sempurna.

Jenis Instrumen : Pedoman Wawancara

Peneliti : Muhamad Torikul Huda

Nama Validator : Dr. Ummu Sholihah, S.Pd., M.Si

Instansi : Universitas Islam Negeri Sayyid Ali Rahmatullah
Tulungagung

F. Judul Penelitian

Proses berpikir kritis peserta didik dengan kecerdasan visual spasial dan logis matematis dalam mengkonstruksi bukti matematis.

G. Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah

1. Mendeskripsikan proses berpikir kritis siswa dengan multiple Intelligence tipe visual spasial dalam mengonstruksi bukti matematis.
2. Mendeskripsikan Proses berpikir kritis siswa dengan multiple intelligences tipe logis matematis dalam mengonstruksi bukti matematis.

H. Petunjuk

1. Berilah tanda cek (√) pada tabel skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut

Skor	Keterangan
1	Kurang sesuai
2	Cukup sesuai
3	Sesuai

2. Apabila ada komentar/saran yang diberikan, mohon dituliskan secara langsung pada lembar/tempat yang disediakan

Penilaian Poin Pertanyaan Wawancara

No	Kisi-kisi pedoman wawancara	Skor Penilaian		
		1	2	3
1.	Pertanyaan yang diajukan kepada subjek dapat menggali kemampuan pembuktian matematis siswa pada materi geometri			√
2.	Pertanyaan yang disajikan dalam wawancara dapat menghasilkan data kemampuan pembuktian matematis siswa		√	
3.	Pertanyaan dalam wawancara memberikan keleluasaan siswa untuk mengutarakan pendapatnya			√
4.	Pertanyaan dalam wawancara dapat mengarahkan siswa untuk mengutarakan informasi yang diketahui dan ditanyakan			√
5.	Pertanyaan wawancara dapat mengarahkan siswa untuk menyampaikan cara menyelesaikan soal yang telah diberikan		√	

Kisi-kisi Pedoman Wawancara

No	Pertanyaan	Skor Penilaian		
		1	2	3
1	Setelah membaca soal informasi apa yang anda ketahui?		√	

2	Berdasarkan yang diketahui langkah apa yang akan anda lakukan?Jelaskan!		√	
3	Bagaimana cara anda menyelesaikan soal tersebut? Jelaskan!			√
4	apakah langkah-langkah penyelesaian jawaban yang anda berikan sudah benar dan sesuai?jelaskan!		√	
5	Apakah jawaban yang anda berikan sudah sesuai dengan perintah yang ada dalam soal?		√	
6	Apakah anda mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal tersebut?		√	

Berikan simpulan secara umum terhadap kelayakan kisi-kisi pedoman wawancara sebagai instrument penelitian dengan cara melingkari salah satu pilihan berikut

1. Layak digunakan
2. Layak digunakan dengan revisi
3. Tidak layak digunakan

I. Saran Revisi

Bisa digunakan untuk instrumen dengan beberapa perbaikan seperti pada soal.....

.....

Tulungagung, 19 Juni 2021

Validator

Dr. Ummu Sholihah, S.Pd., M.Si
NIP.198008222008012018

Lampiran 3

LEMBAR SOAL

Petunjuk Pengerjaan

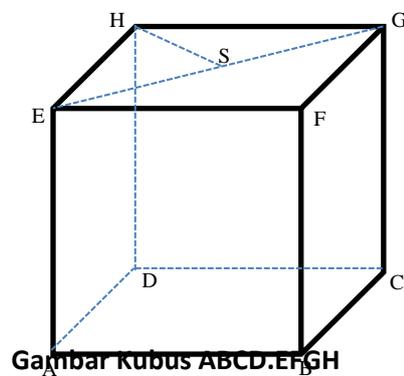
- Isilah identitas diri Anda terlebih dahulu ditempat yang telah disediakan.
- Kerjakanlah soal beserta langkah pengerjaan secara rinci pada lembar jawaban yang sudah disediakan.
- Ungkapkanlah secara lisan mengenai yang Anda pikirkan saat mengerjakan soal.

Identitas

Nama :

Kelas :

2.



Diketahui kubus ABCD.EFGH seperti pada gambar disamping

- Jika $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} adalah garis bagi $\angle EBG$, maka buktikan bahwa \overline{BS} garis berat segitiga EBG.
- Jika titik P, Q, R, dan S berturut-turut adalah titik tengah sisi \overline{EA} , \overline{AC} , \overline{CG} dan \overline{GE} , maka buktikan bahwa bangun PQRS merupakan jajargenjang.

**PROSES BERPIKIR KRITIS SISWA DENGAN MULTIPLE
INTELLIGENCES TIPE VISUAL SPASIAL DAN LOGIS MATEMATIS
DALAM MENGONSTRUKSI BUKTI MATEMATIS**

Lembar Validasi Instrumen

OLEH

MUHAMAD TORIKUL HUDA

NIM. 18811012



**PROGRAM MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020**

LEMBAR VALIDASI
AHLI KONSTRUKSI SOAL MATEMATIKA

A. Pengantar

Sehubungan tersusunya instrumen ini, peneliti memohon kesediaan Ibu Dr. Marhayati, M.P.Mat untuk berkenan mengisi angket pada lembar validasi yang telah dipersiapkan. Lembar ini digunakan untuk memperoleh penilaian kelayakan soal yang digunakan pada kegiatan penelitian. Hasil dari pengukuran angket ini akan digunakan untuk menyempurnakan instrumen penelitian agar menjadi instrumen yang lebih baik dan lebih valid. Penulis mengucapkan terimakasih atas kesediaan Ibu yang telah meluangkan waktu untuk memvalidasi instrumen ini, semoga berkat bimbingan Ibu, instrumen ini mampu menjadi lebih sempurna.

Jenis Instrumen : Tes tulis

Peneliti : Muhamad Torikul Huda

Nama Validator : Dr. Marhayati, M.P.Mat

Instansi : Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang

B. Judul Penelitian

Proses berpikir kritis siswa dengan multiple Intelligences tipe visual spasial dan logis matematis dalam mengonstruksi bukti matematis.

C. Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah

1. Mendeskripsikan proses berpikir kritis siswa dengan multiple Intelligences tipe visual spasial dalam mengonstruksi bukti matematis.
2. Mendeskripsikan proses berpikir kritis siswa dengan multiple Intelligences tipe logis matematis dalam mengonstruksi bukti matematis.

D. Petunjuk

1. Berilah tanda cek (√) pada tabel skala penilaian soal sesuai dengan panduan penilaian berikut.

Skor	Keterangan
1	Kurang sesuai
2	Cukup sesuai
3	Sesuai

2. Apabila ada komentar/saran yang diberikan, mohon ditulis secara langsung pada lembar/tempat yang disediakan.

Penilaian Materi Soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian		
		1	2	3
1	Soal sesuai dengan tujuan penelitian			√
2	Batasan pertanyaan dan jawaban yang diharapkan sesuai.		√	
3	Materi soal sesuai dengan materi pembuktian			√
4	Materi soal sesuai untuk siswa sekolah menengah atas.		√	

Penilaian Konstruksi Soal

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian		
		1	2	3
1	Rumusan kalimat dalam bentuk kalimat tanya atau perintah yang menuntut jawaban.			✓
2	Ada petunjuk yang jelas cara mengerjakan/menyelesaikan soal.			✓
3	Menggunakan kata tanya atau perintah yang menuntut jawaban uraian.		✓	
4	Butir soal dilengkapi dengan kunci jawaban.			✓
5	Butir soal menuntut siswa melakukan pembuktian matematis pada materi geometri.			✓
6	Banyak butir soal mampu memberikan data yang cukup untuk melihat kemampuan pembuktian matematis siswa pada materi geometri		✓	
7	Ukuran lembar jawaban cukup untuk menjawab soal pembuktian geometri			✓

Penilaian Bahasa

No	Kriteria yang dinilai	Skala Penilaian		
		1	2	3
1	Menggunakan bahasa yang sesuai dengan kaidah bahasa Indonesia.			✓
2	Menggunakan bahasa yang komunikatif.			✓
3	Rumusan kalimat tidak menimbulkan penafsiran ganda.			✓
4	Rumusan soal tidak mengundang kata/ungkapan yang dapat menyinggung perasaan peserta didik.		✓	
5	Tidak menggunakan bahasa yang berlaku setempat/tabu.			✓

Berikan simpulan secara umum terhadap kelayakan lembar soal sebagai instrumen penelitian dengan cara melingkari salah satu pilihan berikut.

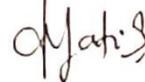
1. Layak digunakan
- ② Layak digunakan dengan revisi
3. Tidak layak digunakan

E. Saran Revisi

Perbaiki instrumen soal sesuai dengan
saran yang terdapat dalam naskah soal.

Malang,18 Juni..... 2021

Validator



Dr. Marhayati, M.P. Mat

Lampiran 4



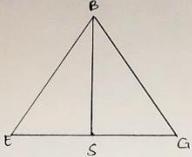






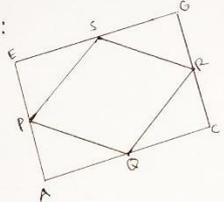


1. a. Diberikan : $\overline{BG} \cong \overline{BE}$, \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$
 Buktikan : \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$
 Pembuktian



1. $\overline{BE} \cong \overline{BG}$ (diberikan)
2. \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$ (Diberikan)
3. $\angle EBS \cong \angle GBS$ (Akibat no. 2)
4. $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ (Segmen bisektor)
5. $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ (Garis berpotongan kongruen maka garis tersebut tegak lurus)
6. \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$ (Akibat no. 5)

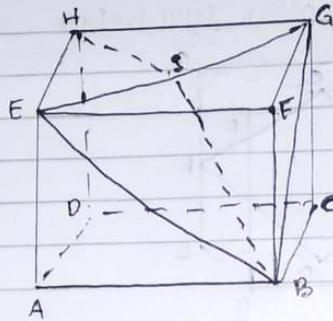
b. Diberikan : P, Q, R, S berturut-turut adalah titik tengah EA, AC, CG, GE
 Buktikan : P, Q, R, S adalah jajargenjang
 Pembuktian :



1. P titik tengah \overline{EA} (diberikan)
2. Q titik tengah \overline{AC}
3. R titik tengah \overline{CG}
4. S titik tengah \overline{GE}
5. $\overline{PO} \cong \overline{RO}$ (segmen garis bagi)
6. $\overline{QO} \cong \overline{SO}$
7. $\angle POQ \cong \angle SOR \cong \angle QOR \cong \angle SOP$ (sama-sama bernilai 90°)
8. $\triangle POQ \cong \triangle SOR \cong \triangle QOR \cong \triangle SOP$ (sisi sudut sisi)
9. $\overline{PQ} \cong \overline{SR}$ (kongruensi)
10. $\overline{PS} \cong \overline{QR}$
11. PQRS jajargenjang (Jika sisi-sisi dari segi empat yg berhadapan kongruen maka segiempat tersebut adalah jajargenjang)

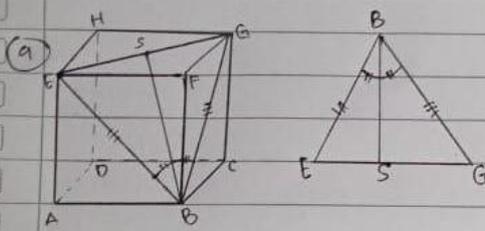
a) Diberikan : $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ dan \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$

Buktikan : \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$



Pembuktian

- | | |
|--|---|
| 1. $\overline{BE} \cong \overline{BE}$ | 1. diberikan |
| \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$ | |
| 2. $\angle GBS \cong \angle EBS$ | 2. Akibat \overline{BS} membagi $\angle EBG$ |
| 3. $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ | 3. Akibat no. 2 |
| 4. S titik tengah \overline{EG} | 4. Akibat no. 3 |
| 5. $\overline{ES} \cong \overline{GS}$ | 5. Akibat no. 4 |
| 6. Karena \overline{BS} membagi
Segitiga EBG sama besar
Maka \overline{BS} garis berat | 6. \overline{BS} garis fengah \overline{EG}
Sehingga \overline{BS} garis berat |



Diketahui : $\overline{BG} \cong \overline{BE}$

\overline{BS} garis bagi $\angle EBG$

Ditanya : Buktikan \overline{BS} garis berat $\triangle EBG$

Jawab

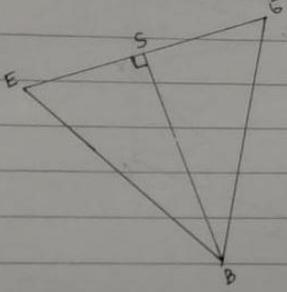
Poin	Pernyataan	Alasan
1.	$\overline{BG} \cong \overline{BE}$	1. diketahui
2.	\overline{BS} garis bagi $\angle EBG$	2. diketahui
3.	$\angle EBS \cong \angle GBS$	3. akibat dari poin 2 (garis bagi sudut)
4.	$\overline{ES} \cong \overline{GS}$	4. sifat identitas
5.	$\triangle EBS \cong \triangle GBS$	5. Teorema kongruensi Segitiga Sisi - sudut - sisi dari poin 1, 3 dan 4.
6.	$\overline{ES} \cong \overline{GS}$	6. akibat dari poin 5
7.	\overline{BS} garis berat $\triangle EBG$	7. akibat poin 6

Date: _____

Diberikan : $BE \cong DE$, BS garis bagi $\angle EBE$

Buktikan : BS garis berat $\triangle EBG$

Pembuktian



1. $\overline{BG} \cong \overline{BE}$ (diberikan)
 \overline{BS} garis bagi $\angle EBG$
2. $\angle GBS \cong \angle EBS$ (bisektor)
3. $\overline{BS} \cong \overline{BS}$ (definisi properti)
4. $\overline{BS} \perp \overline{EG}$ (dua garis berpotongan)
5. S titik tengah dari \overline{EG} (akibat no. 4)

sehng \overline{BS} garis berat $\triangle EGB$

RIWAYAT HIDUP

Muhamad Torikul Huda, lahir dotulungagung 20 Juli 1995 dari pasangan Bapak Komari dan Ibu Asiyah. Penulis anak pertama dari dua bersaudara. Penulis berasal dari Desa Tanen Kecamatan Rejotangan Kabupaten Tulungagung Provinsi Jawa Timur.

Penulis memulai jenjang pendidikan pada tahun 2000 di TK PSM Tanen. Kemudian pada tahun 2002 melanjutkan pendidikan di SDI Tanen dan pada tahun 2008 penulis melanjutkan pendidikan di MTs PSM Tanen. Selanjutnya pada tahun 2011 penulis melanjutkan pendidikan di MAN 3 Tulungagung dan selesai pada tahun 2014. Pada tahun 2014 penulis melanjutkan pendidikan jenjang S-1 di Institut Agama Islam Negeri Tulungagung yang sekarang menjadi Universitas Sayyid Ali Rahmatullah (UIN SATU). Penulis bisa dihubungi melalui e-mail muhamadhuda105@gmail.com