METODE MILNE DAN METODE HAMMING UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL NON LINIER BERBANTUAN MATLAB

SKRIPSI

Oleh :
SITI AMINAH
NIM : 03510047

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG
2008

METODE MILNE DAN METODE HAMMING UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL NON LINIER DENGAN BERBANTUAN MATLAB

SKRIPSI

Diajukan Kepada :
Universitas Islam Negeri (UIN) Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S. Si)

Oleh :
SITI AMINAH
NIM : 03510047

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG

MALANG
2008

HALAMAN PERSETUJUAN

METODE MILNE DAN METODE HAMMING UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL NON LINIER BERBANTUAN MATLAB

SKRIPSI

Oleh :

SITI AMINAH

NIM: 03510047

Telah Disetujui oleh:

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Wahyu Henky Irawan, M.Pd	Ahmad Barizi, M.A
NIP. 150 300 415	NIP. 150 283 991

Tanggal 27 Februari 2008

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si

NIP. 150 318 321

HALAMAN PENGESAHAN

METODE MILNE DAN METODE HAMMING UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL NON LINIER BERBANTUAN MATLAB

SKRIPSI

Oleh :

SITI AMINAH

NIM: 03510047

Telah Dipertahankan Di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal, 10 April 2008

SUSUNAN DEWAN PENGUJI		TANDA TANGAN
1. Usman Pagalay, M.Si NIP. 150 327 240	(Penguji Utama)	1 ______________
2. Evawati Alisah, M.Pd NIP. 150 291 271	(Ketua Penguji)	2 ______________
3. Wahyu Henky Irawan NIP. 150 300 415	(Sekretaris Penguji)	3 ______________
4. Ahmad Barizi NIP. 150 283 991	(Anggota Penguji)	4 ______________

Mengetahui dan Mengesahkan
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

PERSEMBAHAN

Kepada sang khalik yang maha Esa,

yang telah memberikan kesempatan untuk menikmati dan mensyukuri segala karunia yang telah diberikan kepada hamba-Nya.

Kapada Ayahanda (Alm) dan Ibunda

tercinta yang selalu menyayangi, mendoa'akan, memberikan kasih sayang yang tak ternilai harganya. Ayah, ibu, ananda tidak akan melupakan jasa yang kau berikan kepada ananda sehingga ananda dapat menyelesaikan tugas belajar ananda ini.

Kepada kakak-kakakku tersayang

(Arofah, Ninung, Mamah dan ganang)

yang selalu memberi motivasi, kasih sayang

dan inspirasi kepadaku.

Kepada Mz Ali dan Yoyok makasih atas bantuannya ya...

Kepada Teman-temanq (Nun, Uut, iis, tus-tus, Defa, Nuzul, Deni, Rina, Kokok) yang selalu memberi motivasi untuk menyelesaikan skripsiku ini. Aku tidak akan melupakan kalian

Dan teman-teman Matematika angkatan 2003 seperjuangan yang selalu bekerjasama dan membagi pengalaman.

Kepada arkesa(Vivi, Dilhe, Lupe, Titik, Palupi, Ria, Indah, Rila dan Ifa) yang selalu menemani dan memberikan semangat kepadaku.

MOTTO

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ
قَوۡمَۢا بِجَهَٰلَةٖ فَتُصۡبِحُواْ عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَٰدِمِينَ ٦

"Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang fasik membawa suatu berita, maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu" (Qs. al–Hujurât / 49: 6).

SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siti Aminah

NIM : 03510047

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi :Metode Milne dan Metode Hamming Untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Non Linier Berbantuan Matlab

Menyatakan bahwa skripsi tersebut adalah karya saya sendiri dan bukan karya orang lain, baik sebagian maupun keselurahan, kecuali dalam bentuk kutipan yang telah disebutkankan sumbernya.

Selanjutnya apabila dikemudian hari ada "klaim" dari pihak lain, bukan menjadi tanggung jawab Dosen Pembimbing dan/atau Pengelola Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang, tetapi menjadi tanggungjawab saya sendiri

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapat sanksi akademis.

Malang, 10 April 2008

Yang menyatakan,

Siti Aminah

KATA PENGANTAR

بسم الله الرحمن الرحيم

Puji syukur kehadirat Allah Swt yang tealah melimpahkan rahmat, taufik dan hidayahNya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini dengan judul ”Metode Milne dan Metode Hamming Untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Non Linier Berbantuan Matlab”. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad Saw beserta sahabat-sahabatnya.

Skripsi yang penulis susun merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si). Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Untuk itu, ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof DR. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri Malang.
2. Prof. Drs. B. Sumitro, SU. Dc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang.
3. Sri Harini, M. Si selaku Ketua jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang.
4. Wahyu Henky Irawan, M. Pd selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan kepada penulis hingga terselesaikannya skripsi ini.

5. Ahmad Barizi, M. A selaku Dosen Pembimbing Integrasi Sains dan Islam yang telah memberikan bimbingan kepada penulis hingga terselesaikannya skripsi ini.
6. Bapak/Ibu Dosen Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang beserta stafnya atas ilmu dan pengalaman yang diberikan.
7. Ayahanda H. Syamsul Bahri(Alm) dan Ibunda Hj. Mudrikah tercinta yang tiada lelah memberikan do'a dan kasih sayang serta kepercayaan.
8. Kakak-kakak tersayang yang selalu memberikan semangat, doa dan kasih sayang.
9. Teman-teman Matematika angkatan 2003 yang selalu memberi semangat dan siap memberi bantuan
10. Teman-teman kost Kertosariro 15 A yang telah memberikan semangat, dorongan dan do'a serta selalu menemani dalam suka dan duka.
11. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Demikianlah apa yang dapat saya sampaikan dalam tulisan ini, semoga apa yang saya hasilkan ini dapat bermanfaat bagi semua pihak, terutama bagi pihak-pihak yang terkait dengan skripsi ini.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dan keterbatasan dalam skripsi ini, oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun untuk menyempurnakan tulisan ini.

Malang, 27 Februari 2008

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Aminah, Siti. 2008. **Metode Milne dan Metode Hamming Untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Non Linier Berbantuan Matlab** Pembimbing: (1) Wahyu Henky Irawan, M.Pd (2) Ahmad Barizi, M.A

Kata Kunci : Metode Milne, Metode Hamming, Persamaan Diferensial Non Linier

Metode Numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasi persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atas aritmatik biasa(tambah, kurang, kali dan bagi). Dalam Metode numerik tidak mengutamakan jawaban yang eksak, tetapi mengusahakan metode yang menghasilkan jawaban pendekatan yang berbeda dari jawaban eksak sebesar nilai yang diterima sesuai dengan pertimbangan praktis. Salah satu metode yang menghasilkan jawaban pendekatan terhadap persamaan diferensial non linier yang menghasilkan solusi numerik adalah metode Milne dan Metode Hamming. Dari latar belakang di atas, maka rumusan masalahnya adalah: (1) Bagaimana langkah-langkah Metode Milne dan Metode Hamming untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier. (2) Bagaimana langkah-langkah Metode Milne dan Metode Hamming untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier.Pembahasan dilakukan dengan tujuan: (1) Untuk mendiskripsikan langkah-langkah Metode Milne untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier (2) Untuk mendiskripsikan langkah-langkah Metode Hamming untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier.

Dalam kajian ini penulis menyelesaikan persamaan diferensial non linier dengan menggunakan Metode Milne dan Metode Hamming. Persamaan yang penulis gunakan adalah persamaan diferensial non linier orde satu dengan 2 contoh.

Dengan menggunakan Metode Milne dan Metode Hamming, diberikan persamaan diferensial Non linier $x^2 + 5y\frac{dy}{dx} + 6y = 0$ dan $\sin x + y\frac{dy}{dx} + xy^3$ akan dicari y(0,5) jika diketahui y(0) = 1, dan h = 0,1. Dalam Metode Milne dan Metode Hamming diperlukan empat nilai sebelumnya. Di sini penulis menggunakan Metode Runge Kutta orde empat sebagai metode pendahuluan, untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3, k_4 dan nilai fungsi y_1 untuk x = 0,1, menghasilkan nilai sebesar 0,892458773 , y_2 untuk x = 0,2 menghasilkan nilai sebesar 0,805149355, y_3 untuk x= 0,3 menghasilkan nilai sebesar 0,70663828 dan y_4 untuk x = 0,4 menghasilkan nilai sebesar 0,670663828 untuk contoh 1. x = 0,1, menghasilkan nilai sebesar 0,939257071 , y_2 untuk x = 0,2 menghasilkan nilai sebesar 0,840268474, y_3 untuk x= 0,3 menghasilkan nilai sebesar

0,704337936 dan y_4 untuk $x = 0{,}4$ menghasilkan nilai sebesar 0,527088482 untuk contoh 2. Setelah dicari nilai h dan nilai f_1, f_{n-1}, f_{n-2}, dan f_{n-3}. h adalah konstan sehingga Metode Milne dan Metode Hamming dapat dipakai untuk melakukan prediksi nilai y_{n+1}. Mencari nilai f_{n+1} , kemudian melakukan koreksi dengan menggunakan persamaan korektor Metode Milne dan Metode Hamming dan menghasikan nilai yang sama yaitu 0,42458773 dan nilai koreksi 0,572682439 untuk Metode Milne dan 0,654086739 untuk Metode hamming pada contoh 1.Pada contoh 2 menghasilan nilai prediksi yang sama yaitu sebesar 0,939257071, untuk nilai koreksi menghasilkan nilai koreksi sebesar 0,753325553 pada Metode Milne dan 0,543052053.

Dari hasil tersebut, maka dapat dianalisis Pada contoh 1 Metode Milne lebih baik dari Metode Hamming dan pada contoh 2 Metode Hamming lebih baik daripada Metode Milne. Metode Milne tidak selalu lebih baik daripada Metode Hamming, begitu juga sebaliknya, karena baik tidaknya Metode tersebut tergantung pada besar kecilnya nilai korektor.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang mengalami perkembangan secara terus menerus dari masa ke masa. Semakin berkembangnya ilmu pengetahuan maka akan mempermudah dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Dalam perkembangan dan kemajuannya matematika dapat memberikan sumbangan yang besar dalam memecahkan masalah-masalah pada bidang teknik, pertanian, perekonomian, sains dan permasalahan-permasalahan lainnya yang terjadi di atas permukaan bumi ini. Banyak permasalahan-permasalahan baru yang sebelumnya belum terselesaikan, namun kini dapat dipecahkan dengan matematika. Sehingga matematika mendapat perhatian yang besar dari banyak kalangan.

Suatu cabang ilmu matematika khususnya matematika rekayasa diantaranya adalah metode numerik. Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atau aritmatik biasa (tambah, kurang, kali dan bagi) (Munir, 2003: 5). Dalam metode numerik tidak mengutamakan jawaban yang eksak, tetapi mengusahakan metode yang menghasilkan jawaban pendekatan yang berbeda dari jawaban eksak sebesar nilai yang dapat diterima sesuai dengan pertimbangan praktis.

Dalam Qs. al-Hujurật ayat 6 Allah Swt berfirman:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ
قَوۡمَۢا بِجَهَٰلَةٖ فَتُصۡبِحُواْ عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَٰدِمِينَ ٦

"Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang fasik membawa suatu berita, maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu"(Qs. al–Hujurật / 49: 6).

Dalam surat di atas dapat kita ilustrasikan, dalam hal jika kita mencetak suatu foto. Bila kita bertanya pada tukang cetak foto 3 x 4 berapa?4 x 6 berapa? Maka tukang foto tidak akan menjawab 3 x 4 = 12 atau 4 x 6 = 24, tapi tukang foto akan menjawab 3 x 4 = 500, untuk hitam putih dan 1000 untuk yang berwarna perlembarnya. Tapi dalam hal ini tidak ada yang menyalahkan jawaban tersebut, karena dalam hal ini kita membicarakan dalam konteks foto.

Contoh lain yang dapat kita ambil dalam kehidupan sehari-hari adalah jam tangan (non digital), kita bekerja dengan bilangan 12-an. Banyaknya bilangan pada bilangan jam 12-an adalah 0, 1, 2, 3, …, 11, dengan catatan 0 = 12. Misalnya, Ali berangkat ke Jakarta pada jam 7 pagi. Perjalanan membutuhkan waktu 8 jam. Pada jam berapa Ali sampai di Jakarta? Maka, jawabannya bukan pada jam 15. Memang 7 + 8 = 15, tetapi tidak ada bilangan 15 pada arloji kita (bilangan jam 12-an). Maka Ali akan sampai di Jakarta pada jam 3 sore. Karena 7 + 8 = 3 pada bilangan jam 12-an. Dalam hal ini akan berubah-ubah sesuai dengan bilangan jam. Bila bilangan jamnya kita rubah, maka hasilnya akan berubah pula. Jadi 7 + 8 tidak selalu sama dengan 15 karena konteksnya berbeda.

Dari contoh di atas dapat kita lihat bahwa matematika tidak selalu eksak, namun pada hakekatnya matematika itu adalah eksak, tetapi dalam konteks tertentu.

Dari beberapa masalah di atas, maka kita sebagai seorang yang berilmu, kita harus pandai dalam menanggapi suatu masalah atau berita yang ada dan kita harus menjaga perkataan kita atau kita tidak boleh asal ngomong, tapi bila ada suatu masalah atau berita kita harus menyelidiki dulu masalah atau berita yang ada, supaya kita tidak salah tafsir dalam menanggapinya (Abdusysyakir, 2007: 47-54).

Metode numerik merupakan suatu cabang ilmu matematika, khususnya matematika rekayasa, yang menggunakan bilangan untuk menirukan proses matematik. Proses matematik ini selanjutnya telah dirumuskan untuk menirukan keadaan sebenarnya. Permasalahan di bidang sains biasanya dirumuskan dalam bentuk persamaan matematika, salah satunya dinyatakan dalam persamaan diferensial seperti lendutan balok, gelombang, teori getaran dan masih banyak lagi peristiwa-peristiwa lainnya. Berdasarakan variabel bebasnya persamaan diferensial dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Selain itu, persamaan diferensial juga terbagi menjadi persamaan diferensial linier dan persamaan diferensial non linier.

Adapun metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa antara lain adalah Metode Euler, Metode Runge-Kutta, Metode Heun, Metode Milne dan masih banyak lagi lainnya. Sedangkan metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial antara lain adalah Metode Crank-Nicholson. Metode Milne dan Metode Hamming merupakan metode multistep yang meramalkan suatu nilai-nilai untuk y_{n+1} nilai-nilai pada ramalan derivatif.

Metode Milne dirumuskan sebagai berikut:

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right) \text{ sebagai prediktor}$$

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}\left(f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}\right) \text{ sebagai korekor}$$

Sedangkan Metode Hamming dirumuskan sebagai berikut:

$$y^{*}_{n+1} = y_{n-3} + {}^{4h}\!/_{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right) \text{ sebagai prediktor}$$

$$y_{n+1} = \frac{-y_{n-2}}{8} + \frac{9y_n}{8} + \frac{3h}{8}\left(-f_{n-1} + 2f_n + f_{n-1}\right) \text{ sebagai korektor}$$

Dalam meode numerik terdapat beberapa bentuk proses hitungan atau algorima untuk menyelesaikan suatu tipe persamaan matematis. Hitungan numerik dapat dilakukan dengan menggunakan salah satu dari bentuk proses hitungan yang paling efisien yang memerlukan waktu hitungan paling cepat. Operasi hitungan dilakukan dengan iterasi dalam jumlah yang sangat banyak dan berulang-ulang. Oleh karena itu diperlukan bantuan komputer untuk melaksanakan operasi hitungan tersebut. Tanpa bantuan komputer metode numerik tidak banyak memberi manfaat (Triatmodjo, 2002: 1).

Komputer berperan besar dalam perkembangan bidang metode numerik. Hal ini mudah dimengerti karena perhitungan dengan metode numerik adalah berupa operasi arimatika seperti penjumlahan, perkalian, pembagian, plus membuat perbandingan. Sayangnya, jumlah operasi arimatika ini umumnya sangat banyak dan berulang, sehingga perhitungan secara manual sering menjemukan. Manusia (yang melakukan perhitungan manual ini) dapat membuat kesalahan dalam melakukannya. Dalam hal ini, komputer berperan mempercepat proses perhitungan tanpa membuat kesalahan.

Penggunakan komputer dalam metode numerik antara lain untuk memprogram. Langkah-langkah metode numerik diformulasikan menjadi program komputer. Program ditulis dengan bahasa pemrograman tertentu, seperti FORTRAN, PASCAL, C, C++, BASIC, dan sebagainya.

Sebenarnya, menulis program numerik tidak selalu diperlukan. Di pasaran terdapat banyak program aplikasi komersil yang langsung dapat digunakan. Beberapa contoh aplikasi yang ada saat ini adalah MathLab, MathCad, Maple, Mathematica, Eureka dan sebagainya (Munir, 2006: 9). MathLab adalah sebuah program untuk analisis dan kompuasi numerik. MathLab adalah bahasa canggih untuk komputasi teknik. Di dalamnya terdapat kemampuan penghitungan visualisasi, dan pemrograman dalam suatu lingkungan yang mudah untuk digunakan karena permasalahan dan pemecahannya dinyatakan dalam notasi matematika biasa. Selain itu, MathLab sisem interaktif dengan elemen dasar basis data array yang dimensinya tidak perlu dinyatakan secara khusus. Hal ini memungkinkan mahasiswa untuk memecahkan banyak masalah perhitungan teknik, khususnya yang melibatkan matriks dan vektor, dengan waktu yang lebih sederhana dan singkat.

Berdasarkan pemaparan di atas, penulis mengangkat permasalahan tentang "**Metode Milne dan Metode Hamming untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Non Linier Berbantuan Matlab** "

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas dapat diambil rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana langkah-langkah Metode Milne untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier.
2. Bagaimana langkah-langkah Metode Hamming untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier.

1.3. Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka, penulis memberi batasan masalah sebagai berikut:

1. Penyelesaian metode ini dibatasi pada persamaan diferensial non linier dengan menggunakan Metode Milne dan Metode Hamming.
2. Dalam penyelesaian persamaan diferensial non linier dengan menggunakan Metode Milne dan Metode Hamming penulis membatasi metode pendahuluan dengan menggunakan Metode Runge Kutta orde empat.

1.4. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan dan batasan masalah di atas maka, tujuan penulisan ini adalah:

1. Untuk mendiskripsikan langkah-langkah Metode Milne untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier.

2. Untuk mendiskripsikan langkah-langkah Metode Hamming untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier.

1.5. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

a. Bagi Penulis

Menambah pengetahuan dan keilmuan tentang Metode Milne dan Metode Hamming untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier

b. Bagi Pembaca

1. Membantu mempelajari dan memperoleh masalah dalam menyelesaikan persamaan diferensial non linier dengan Metode Milne dan.Metode Hamming
2. Sebagai literatur penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh mata kuliah numerik.

1.6. Metode Penelitian

Jenis penulisan ini merupakan penelitian kepustakaan atau penelitian literatur yang bertujuan untuk mengumpulkan data atau informasi dengan bantuan berbagai macam materi yang ada dalam kepustakaan seperti buku-buku, artikel-artikel yang relevan dengan metode numerik khususnya Metode Milne dan Metode Hamming.

1.7. Sistematika Pembahasan

Skripsi ini menggunakan sistematika penulisan dan pembahasan sebagai berikut:

BAB I : PENDAHULUAN

Pada bab ini terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika pembahasan.

BAB II: TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini difokuskan pada masalah yaitu metode numerik yaitu persamaan diferensial, persamaan diferensial linier, persamaan diferensial non linier, metode numerik, metode single-step, metode multistep, metode peramal dan pembetul (prediktor korektor), prosedur pendahuluan.

BAB III: PEMBAHASAN

Pada bab ini adalah pembahasan yang berisi penyelesaian persamaan diferensial non linier dengan Metode Milne, penyelesaian persamaan diferensial non linier dengan Metode Hamming, Analisis Metode Milne dan Metode Hamming untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier.

BAB IV: PENUTUP

Pada bab penutup ini berarti berisi kesimpulan dari hasil analisis yang sudah dilakukan. Selain itu berisi saran yang perlu bagi orang-orang yang bergelut di bidang tersebut.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Persamaan Diferensial

Definisi 1

Persamaan diferensial adalah sebuah persamaan yang mengandung diferensial dari suatu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas.

Contoh 1

1. $$\frac{dy}{dx} = 2\cos 2x - 3e^{-x} \tag{2.1}$$

2. $$\frac{d^2y}{dy^2} - \frac{dy}{dy} - 2y = 2\cos x \tag{2.2}$$

3. $$\frac{d^3y}{dx^3} + 2xy = e^x \tag{2.3}$$

Pada persamaan (2.1), (2.2) dan (2.3) x merupakan variabel bebas dan y adalah variabel terikat (Baiduri, 2002: 2).

Berdasarkan bentuk diferensial yang dikandungnya, persamaan diferensial dibagi menjadi 2 macam sebagai berikut:

1. Persamaan diferensial biasa, yaitu persamaan diferensial biasa yang menyangkut satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas)

Contoh 2

1. $$\frac{dy}{dx} + 2xy = 2x^2 + 1 \tag{2.4}$$

2. $$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \tag{2.5}$$

Pada persamaan (2.4) dan persamaan (2.5) adalah variabel bebas dan y adalah variabel terikat

2. Persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial yang menyangkut satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap lebih dari satu peubah bebas.

Contoh 3

1. $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial t}=u \qquad (2.6)$$

2. $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial t}+2u=0 \qquad (2.7)$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (2.8)$$

4. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0 \qquad (2.9)$$

Pada persamaan (2.6), (2.7) dan (2.8), variabel terikatnya u dan variabel bebasnya x dan t. Sedangkan pada persamaan (2.9) variabel terikatnya u dan variabel bebasnya x, y, z (Rj. Pamuntjak, 1990: 1_11-1_12).

Definisi 2:

Orde (tingkat suatu persamaan diferensial adalah tingkat yang tertinggi turunan yang ada di dalam persamaan itu (Purcel, 1986: 479).

Tingkat persamaan diferensial adalah tingkat yang tertinggi turunannya yang ada dalam persamaan itu. Suatu persamaan diferensial dapat ditulis dalam bentuk persamaan polinom derajat n dalam turunan tingkat yang tertinggi, maka persamaan diferensial itu dikatakan derajat n (Sudaryat, 1986: 1.2).

Definisi 3

Derajat(degree)persamaan diferensial adalah derajat turunan tingkat tertinggi dalam persamaan diferensial itu (Ayres, 1995: 1).

Contoh 4

1. $$x\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}-30x=0 \qquad (2.10)$$

   Persamaan (2.10) merupakan persamaan diferensial orde dua, derajat dua

2. $$\left[\frac{dy}{dx}\right]^4+5x=0 \qquad (2.11)$$

   Persamaan (2.11) merupakan persamaan diferensial orde satu, derajat empat

3. $$\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+2y=0 \qquad (2.12)$$

   Persamaan (2.12) merupakan persamaan diferensial orde dua, derajat satu

Persamaan diferensial dapat ditulis $y(x)=\frac{dy}{dx}$. Pada persamaan tersebut, variabel x akan mengalami suatu perubahan setelah diturunkan terhadap variabel y. Variabel x merupakan variabel bebas dan variabel y merupakan variabel terikat atau variabel bergantung. Dari sini maka dapat dikatakan bahwa pada persamaan diferensial variabel x mengalami perubahan setelah diturunkan terhadap variabel y.

Kecepatan didefinisikan $v=\frac{dx}{dt}$ yang merupakan perubahan jarak (x) terhadap waktu (t). Dari konsep tersebut dapat diilustrasikan terhadap amal perbuatan manusia berubah sejalan dengan perubahan waktu. Sebagai ilustrasinya:

x = amal manusia → Perubahan positif atau negatif terkait dengan waktu

t = waktu → Sesuatu yang terjadi mempengaruhi perbuatan manusia

Bila dilihat dalam kehidupan sehari-hari Allah Swt telah menciptakan siang dan malam, seperti yang terdapat dalam firman Allah Swt berikut ini:

هُوَ ٱلَّذِى جَعَلَ لَكُمُ ٱلَّيْلَ لِتَسْكُنُوا۟ فِيهِ وَٱلنَّهَارَ مُبْصِرًا ۚ إِنَّ
فِى ذَٰلِكَ لَءَايَٰتٍ لِّقَوْمٍ يَسْمَعُونَ ﴿٦٧﴾

"Dialah yang menjadikan malam bagi kamu supaya kamu beristirahat padanya dan (menjadikan) siang terang benderang (supaya kamu mencari karunia Allah). Sesungguhnya pada yang demikian itu terdapat tanda-tanda (kekuasaan Allah) bagi orang-orang yang mendengar" (Qs. Yûnus / 10: 67).

Dari ayat di atas, maka dapat digambarkan sebagai berikut:

Perubahan waktu
- → Siang
  - → Untuk memenuhi kemaslahatan
  - → Mencari penghidupan
  - → Mencari rizki
- → Malam
  - → Beristirahat dengan tenang

Pergantian siang dan malam mempunyai faedah. Dengan perubahan waktu itu manusia diharapkan dapat mengambil hikmah yang tersirat di dalamnya. Dalam hal ini amal perbuatan manusia diharapkan berubah dengan bergantinya siang dan malam menjadi ke arah yang lebih baik. Meskipun pada kenyataannya banyak sekali yang melalaikan hikmah adanya pergantian siang dan malam tersebut.

2.2. Persamaan Diferensial Linier

Definisi 4

Persamaan Diferensial linier adalah persamaan diferensial biasa linier orde-*n* dengan variabel terikat *y* dan variabel bebas *x* yaitu persamaan yang bisa dinyatakan sebagai

$$a_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_1(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + a_n(x)y = b(x) \qquad (2.13)$$

Dari persamaan di atas persamaan diferensial biasa orde n dikatakan linier jika mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

1. Variabel terikat *y* dan derivatifnya hanya berderajat satu
2. Tidak ada perkalian antara *y* dan derivatifnya serta antara derivatif

Contoh 5

1. $$\frac{d^2 y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0 \qquad (2.14)$$
2. $$\frac{d^4 y}{dx^4} + x^2\frac{d^3 y}{dx^3} + x^3\frac{dy}{dx} = xe^x \qquad (2.15)$$

2.3. Persamaan Diferensial Non Linier

Definisi 5

Persamaan diferensial non linier adalah persamaan diferensial yang memuat variabel tak bebas dan turunannya yang berderajat lebih dari satu, dan atau perkalian antara variabel tak bebas dan turunannya.(Ross, 1984:5)

Contoh 6:

1. $$\frac{d^2y}{dx^2}+5\frac{dy}{dx}+6y^2=0 \qquad (2.16)$$

2. $$\frac{d^2y}{dx^2}+5\left(\frac{dy}{dx}\right)^3+6y=0 \qquad (2.17)$$

3. $$\frac{d^2y}{dx^2}+5y\frac{dy}{dx}+6y=0 \qquad (2.18)$$

2.4. Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan (aritmatik). Berbagai permasalahan dalam bidang ilmu pengetahuan dan teknologi dapat digambarkan dalam bentuk matematik. Apabila persamaan tersebut mempunyai bentuk sederhana, penyelesaiannya dapat dilakukan secara analitik, namun bila suatu persamaan tersebut besar, tidak linier dan sangat kompleks yang tidak mungkin diselesaikan secara analitik maka, penyelesaiannya dilakukan secara numerik. Hasil dari penyelesaian numerik merupakan nilai perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian analitik atau eksak. Nilai kesalahan tersebut harus cukup kecil terhadap tingkat kesalahan yang ditetapkan (Triatmodjo, 2002: 1-2).

2.5. Metode Single-step

Disebut metode single step karena hanya diperlukan satu informasi nilai *f(x,y)* untuk menyelesaikan persoalan persamaan diferensial biasa. Misalnya untuk mencari nilai y_{n+1} diperlukan nilai f_n saja.

Yang termasuk metode satu step pada persamaan diferensial biasa antara lain adalah:

1. Metode Taylor

Penyelesaian persamaan diferensial *(ordinary differential equation)* dengan Metode Taylor adalah proses mencari nilai fungsi *y(x)* pada titik *x* tertentu dari persamaan diferensial biasa *f(x,y)* yang diketahui dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$y(x_m) = y(x_{m-1}) + hy'(x_{m-1}) + \frac{h^2 y''(x_{m-1})}{2!} + \frac{h^3 y'''(x_{m-1})}{3!} + \frac{h^n y^n(x_{m-1})}{n!} \quad (2.19)$$

Di mana $h = x_m - x_{m-1}$

$y'(x_{m-1}) = f(x_{m-1}, y_{m-1})$

$y''(x_{m-1}) = f'(x_{m-1}, y_{m-1})$

.

.

$y^n(x_{m-1}) = f^{n-1}(x_{m-1}, y_{m-1})$

$f'(x_{m-1}, y_{m-1}) = \frac{df}{dx} + \frac{df}{dy}.\frac{dy}{dx}$

n = 1, 2, 3, 4, 5............

m = 0, 1, 2, 3, 4.............

2. Metode Euler

Penyelesaian persamaan diferensial *(ordinary differential equation)* dengan Metode Euler adalah proses mencari nilai fungsi *y(x)* pada titik *x* tertentu dari persamaan diferensial biasa *f(x, y)* yang diketahui dengan menggunakan persamaan umum (2.20).

$$\Delta y_n - 1 = f\left(x_{n-1}, y_{n-1}\right)\Delta x$$

$$y_n = y_{n-1} + \Delta y_{n-1} \tag{2.20}$$

3. Metode Euler yang dimodifikasi

Penyelesaian persamaan diferensial biasa *(ordinary differential equation)* dengan Metode Euler yang dimodifikasi *(Euler modified)* adalah proses mencari nilai fungsi *y(x)* pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa *f(x,y)* yang diketahui dengan menggunakan persamaan umum (2.21)

$$y_n^{(k+1)} = y_{n-1} + \frac{h}{2}\left[f\left(x_{n-1}, y_{n-1}\right) + f\left(x_n y_n^{(k)}\right)\right] \tag{2.21}$$

Dimana: $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

$n = 1, 2, 3, 4, \ldots$

(Munif, 2005:258-267)

4. Metode Runge Kutta Orde Empat

Penyelesaian persamaan diferensial biasa *(ordinary differential equation)* dengan Metode Runge-Kutta orde empat adalah proses mencari nilai fungsi *y(x)* pada titik *x* tertentu dari persamaan diferensial biasa *f(x,y)* yang diketahui dengan menggunakan persamaan umum (2.22)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right) \tag{2.22}$$

Dimana:

$n = 1, 2, 3, 4, \ldots$

$k_1 = hf\left(x_n, y_n\right)$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = hf\left(x_n + h, y_n + k_3\right)$$

Metode Runge Kutta orde empat mempunyai beberapa keuntungan yaitu:

1. Tidak perlu mencari turunan-turunan fungsi terlebih dahulu, sehingga penyelesaiannya lebih mudah.
2. Merupakan penyelesaian yang akurat dengan jumlah iterasi yang relatif kecil, walaupuan tidak seakurat Metode Taylor

(Munir, 2003: 294)

2.6. Metode Multistep

Disebut metode multistep karena untuk menyelesaikannya diperlukan lebih dari satu informasi nilai *f(x,y)*, yaitu f_n, f_{n-1}, f_{n-2} dan f_{n-3}.

Yang termasuk metode multistep pada persamaan diferensial biasa antara lain adalah:

1. Metode Adam-Moulton

Penyelesaian persamaan diferensial biasa *(ordinary differential equation)* dengan Metode Adam adalah proses mencari nilai fungsi *y(x)* pada titik *x* tertentu dari persaman diferensial biasa *f(x,y)* yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor (2.23). dan melakukan korektor dengan persamaan korektor (2.24)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}\left(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}\right) \tag{2.23}$$

Persamaan di atas merupakan Rumus Adam-Bashfort. Rumus Adam dapat diturunkan dari beberapa cara. Salah satu teknik untuk menulis expansi Taylor adalah x_i

$$y_{i+1} = y_i + f_i h + \frac{f_i^{'}}{2}h^2 + \frac{f_i^{''}}{2}h^3 + \ldots \qquad \text{(a)}$$

yang juga dapat ditulis seperti berikut

$$y_{i+1} = y_i h(f_i + \frac{h}{2}f_i^{'} + \frac{h^2}{3!}f_i^{''} + \ldots$$

$$f_i^{'} = \frac{f_i - f_{i-1}}{h} + \frac{f_i^{''}}{2}h + O(h^2)$$

yang dapat disubtitusikan dalam persamaan (a)

$$y_{i+1} = y_i + h\left\{f_i + \frac{h}{2}\left[\frac{f_i - f_{i-1}}{h} + \frac{f_i^{''}}{2}h + O(h^2)\right] + \frac{h^2}{6}f_i^{''} + \ldots\right\}$$

Atau disimpulkan dengan rumus

$$y_{i+1} = y_i + h\left(\frac{3}{2}f_i - \frac{1}{2}f_{i-1}\right) + \frac{5}{12}h^3 f_i^{''} + O(h^4)$$

Tabel 1: Koefisien dan transaksi error Adam-Bashforth prediktor

Order	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	Error
1	1						$\frac{1}{2}h^2 f^1(\xi)$
2	3/2	-1/2					$\frac{5}{12}h^3 f^2(\xi)$
3	23/12	-16/12	5/12				$\frac{9}{24}h^4 f^3(\xi)$
4	55/24	-59/24	37/24	-9/24			$\frac{251}{720}h^5 f^4(\xi)$
5	1901/720	-2774/720	2616/720	-1274/720	251/720		$\frac{475}{1440}h^6 f^5(\xi)$
6	4277/720	-7923/720	9982/720	-7298/720	2877/720	-475/720	$\frac{19{,}080}{60{,}480}h^7 f^6(\xi)$

Formula ini disebut formula Adam orde dua. Formula Adam juga biasa disebut dengan formula Adam- Bashfort.

Formula orde tinggi Adam-Bashforth dapat dikembangkan dengan mensubtitusikan aproksimasi tingkat tinggi dalam persamaan (a) Formula Adam dapat ditulis secara umum sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + h\sum_{k=0}^{n-1} \beta_k f_{i-k} + O(h^{n+1})$$

Koefisien β_k telah ditampilkan dalam tabel 1 yaitu pada orde keempat.(Chapra, 2000: 742-744)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}\left(9 f_{n+1} + 19 f_n - 5 f_{n-1} + f_{n-2}\right) \tag{2.24}$$

Persamaan di atas merupaka rumus dari Adam-Moulton. Deret Taylor pada x_{i+1} dapat ditulis seperti berikut

$$y_i = y_{i+} - f_{i+1}h + \frac{f'_{i+1}}{2}h^2 - \frac{f''_{i+1}}{3!} + \ldots$$

Untuk y_{i+1}

$$y_{i+1} = y_i + h(f_{i+1} - \frac{h}{2}f'_{i+1} + \frac{h^2}{6}f_{i+1} + \ldots)$$

Perubahan dapat digunakan untuk aproksimasi turunan pertama

$$f'_{i+1} = \frac{f_{i+1} + f_i}{h} + \frac{f''_{i+1}}{2}h + O(h^2)$$

Yang dapat disubtitusikan dalam persamaan (a) dan ditulis dengan menggunakan rumus

$$y_{i+1} = y_i + h\left(\frac{1}{2}f_{i+1} + \frac{1}{2}f_i\right) - \frac{1}{12}h^3 f''_{i+1} - O(h^4)$$

Formula ini disebut order kedua Adam atau formula kedua Adam-Moulton. Selain hal ini perhatikan juga aturan Trapezoida.

Order n formula Adam dapat ditulis secara umum sebagai berikut

$$y_{i+1} = y_i + h\sum_{k=0}^{n-1}\beta_k f_{i+1-k} + O(h^{n+1})$$

Koefisien β_k terdapat daftar tabel 2 Metode Adam-Moulton order keempat

Tabel 2: Koefisien dan transakai Error Adam Moulton korektor

Order	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	Error
2	1/2	1/2					$-\frac{1}{12}h^3 f^2(\xi)$
3	5/12	8/12	-1/12				$-\frac{1}{24}h^4 f^3(\xi)$
4	9/24	19/24	-5/24	1/24			$-\frac{19}{20}h^5 f^4(\xi)$
5	251/720	640/720	-264/720	106/720	-19/720		$-\frac{27}{1440}h^6 f^5(\xi)$
6	475/1440	1427/1440	-798/1440	482/1440	-173/1440	27/1440	$-\frac{863}{1440}h^7 f^6(\xi)$

(Chapra, 2000: 744-746)

2. Metode Milne

Penyelesaian persamaan diferensial biasa *(ordinary diffeential equation)* dengan Metode Milne adalah proses mencari nilai fungsi *y(x)* pada titik *x* tertentu dari persamaan diferensial biasa *f(x,y)* yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor (2.25) dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor (2.26) Metode Milne menggunakan persamaan sebagai berikut

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right) \qquad (2.25)$$

Pada persamaan (2.25) akan dibuktikan sebagai berikut:

Metode Milne untuk solusi numerik pada persamaan diferensial

$y' = f(x, y)$

Bila ditulis dalam rumus y dibandingkan dengan f, dan menentukan nilainya.

Untuk r = 1, 2, 3 dan 4

$$y'_1 = \frac{1}{h}(\Delta y_0 + \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 - \frac{1}{6}\Delta^3 y_0 + \frac{1}{12}\Delta^4 y_0 + ...$$

$$y'_2 = \frac{1}{h}(\Delta y_0 + \frac{3}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_0 - \frac{1}{12}\Delta^4 y_0 + ...$$

$$y'_3 = \frac{1}{h}(\Delta y_0 + \frac{5}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{11}{6}\Delta^3 y_0 + \frac{1}{4}\Delta^4 y_0 + ...$$

$$y'_4 = \frac{1}{h}(\Delta y_0 + \frac{7}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{13}{3}\Delta^3 y_0 + \frac{25}{12}\Delta^4 y_0 + ...)$$

Kemudian, kita abaikan semua turunan yang lebih dari 4 dan kemudian simpan kembali dengan rumus ekuivalennya yang berturut nilai y yang sama

$$y'_1 = \frac{1}{h}[(y_1 - y_0) + \frac{1}{2}\left(y_2 - 2y_1 - y_0\right) - \frac{1}{6}(y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0) +$$

$$\frac{1}{12}(y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0)$$

$$= \frac{1}{12h}(-3y_0 - 10y_1 + 18y_2 - 6y_3 + y_4)$$

$$y'_2 = \frac{1}{12}(y_0 - 8y_1 + 8y_3 - y_4)$$

$$y'_3 = \frac{1}{12}(-y_0 + 6y_1 - 18y_2 + 10y_3 + 3y_4)$$

$$y'_4 = \frac{1}{12}(3y_0 - 16y_1 + 36y_2 - 48y_3 + 25y_4)$$

$$y_4 = y_0 + \frac{4h}{3}(2y'_1 - y'_2 + 2y'_3)$$

Jadi,

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}(2y'_{n-2} - y'_{n-1} + 2y'_{n})$$

$$y' = f_n$$

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n)$$

(Wylie, 2000: 445-446)

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}\left(f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}\right) \tag{2.26}$$

(Munif , 1995:270-272)

Pada persamaan (2.26) berasal dari Kaidah Simpson 1/3, adalah sebagai berikut: Hampiran nilai integrasi yang lebih baik dapat ditingkatkan dengan menggunakan polinom interpolasi berderajat yang lebih tinggi. Misalkan fungsi f(x) dihampiri dengan polinom interpolasi berderajat 2 yang grafiknya berbentuk parabola. Untuk itu dibutuhkan 3 buah titik data, misalkan *(0, f(0), (h, f(h), dan (2h, f(2h))*

Polinom interpolasi Newton – Gregory derajat 2 yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah

$$p_2(x) = f(0) + \frac{x}{h}\Delta f(x_0) + \frac{x(x-h)}{2!h^2!}\Delta^2 f(x_0) = f_0 + \Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!h^2}\Delta^2 f_0$$

Integrasikan $p_2(x)$ didalam selang [0, 2h]:

$$\mathrm{I} \approx \int_0^{2h} f(x)dx \approx \int_0^{2h} p_2(x)dx$$

$$\approx \int_0^{2h} (f_0 + \frac{x}{h}\Delta f_0 + \frac{x(x-h)}{2!h^2}\Delta^2 f_0)dx$$

$$\approx f_0 x + \frac{1}{2h} x^2 \Delta f_0 + \int \frac{(x^2 - xh)}{2!h^2} \Delta^2 f_0) dx$$

$$\approx f_0 x + \frac{1}{2h} x^2 \Delta f_0 + (\frac{x^3}{2.3h^2} - \frac{x^2.2h}{2(2h)^2} \Delta^2 f_0)$$

$$\approx f_0 x + \frac{1}{2h} x^2 \Delta f_0 + (\frac{x^3}{2.3h^2} - \frac{x^2 2h}{2.4h^2} \Delta^2 f_0)$$

$$\approx f_0 x + \frac{1}{2h} x^2 \Delta f_0 + \frac{x^3}{6h^2} - \frac{x^2}{4h} \Delta^2 f_0]_{x=0}^{x=2h}$$

$$\approx 2hf_0 + \frac{(2h)^2}{2h} \Delta f_0 + \frac{(2h)^3}{6h^2} - \frac{(2h)^2}{4h} \Delta^2 f_0$$

$$\approx 2hf_0 + \frac{4h^2}{2h} \Delta f_0 + (\frac{8h^3}{6h^2} - \frac{4h^2}{4h}) \Delta^2 f_0$$

$$\approx 2hf_0 + 2h\Delta f_0 + (\frac{4h}{3} - h) \Delta^2 f_0$$

$$\approx 2hf_0 + 2h\Delta f_0 + (\frac{4h - 3h}{3} \Delta^2 f_0)$$

$$\approx 2hf_0 + 2h\Delta f_0 + \frac{h}{3} \Delta^2 f_0$$

mengingat

$$\Delta f_0 = f_1 - f_0$$

dan

$$\Delta^2 f_0 = \Delta f_1 - \Delta f_0 = (f_2 - f_1) - (f_1 - f_0) = f_2 - 2f_1 + f_0$$

Maka, selanjutnya

$$\mathrm{I} = 2hf_0 + 2h(f_1 - f_0) + \frac{h}{3}(f_2 - 2f_1 + f_0)$$

$$= 2hf_0 + 2hf_1 - 2hf_0 + \frac{h}{3} f_2 - \frac{2h}{3} f_1 + \frac{h}{3} f_0$$

$$(2hf_0 - 2hf_0 + \frac{h}{3} f_0) + (2hf_1 - \frac{2h}{3} f_1) + \frac{h}{3} f_2$$

$$\frac{h}{3} f_0 + (\frac{6hf_1 - 2hf_1}{3}) + \frac{h}{3} f_2$$

$$\frac{h}{3} f_0 + \frac{4h}{3} f_1 + \frac{h}{3} f_2$$

$$\frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2)$$

Jika 1 = n dan n tidak boleh < 1

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}(f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1})$$

(Munir, 2006: 284-286)

3. Metode Hamming

Persamaan prediktor dan korektor metode Hamming adalah sebagai berikut:

Prediktor: $y^*_{n+1} = y_{n-3} + {}^{4h}\!/_{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right)$ (2.27)

Korektor: $y_{n+1} = \dfrac{-y_{n-2}}{8} + \dfrac{9y_n}{8} + \dfrac{3h}{8}\left(-f_{n-1} + 2f_n + f_{n-1}\right)$ (2.28)

(Munir, 2003: 398)

Semua yang ada di alam ini ada ukurannya, ada hitungannya, ada rumusnya, atau bahkan ada persamaannya. Secara lebih sederhana pembahasan mengenai sifat matematisnya Allah Swt , perhatikan Al Quran surat al-Baqarah ayat 261.

مَّثَلُ ٱلَّذِينَ يُنفِقُونَ أَمْوَٰلَهُمْ فِى سَبِيلِ ٱللَّهِ كَمَثَلِ
حَبَّةٍ أَنۢبَتَتْ سَبْعَ سَنَابِلَ فِى كُلِّ سُنۢبُلَةٍ مِّا۟ئَةُ حَبَّةٍ ۗ وَٱللَّهُ يُضَٰعِفُ
لِمَن يَشَآءُ ۗ وَٱللَّهُ وَٰسِعٌ عَلِيمٌ ﴿٢٦١﴾

"Perumpamaan (nafkah yang dikeluarkan oleh) orang-orang yang menafkahkan hartanya di jalan Allah adalah serupa dengan sebutir benih yang menumbuhkan tujuh butir, pada tiap-tiap bulir seratus biji. Allah melipat gandakan (ganjaran) bagi siapa yang Dia kehendaki. Dan Allah Maha Luas (karunia-Nya) lagi Maha Mengetahui.i" (Qs. al-Baqarah / 2: 261).

Matematika itu pada dasarnya berkaitan dengan pekerjaan menghitung, sehingga tidak salah jika kemudian ada yang menyebut matematika dengan ilmu hitung atau ilmu hisab. Dalam urusan hitung-menghitung ini, Allah Swt adalah rajanya. Allah sangat cepat dalam menghitung dan sangat teliti. Dalam ayat di atas kita dapat memisalkan benih adalah variabel x, butir adalah variabel y dan variabel z adalah biji. Maka jika dalam matematika dapat kita tulis

Persamaan I = $x = 7y$

Persamaan II = $y = 100z$

Persamaan III kita peroleh jika persamaan II disubtitusikan pada persamaan I dan menghasilkan $x = 7\ (100z)$. Maka $x = 700z$.

Maka seseorang yang menafkahkan hartanya maka Allah Swt akan melipatgandakannya.

Selain dari amal perbuatan, maka kita dapat mengilustrasikannya dalam hal shalat berjama'ah. Pahala shalat berjama'ah tidak lepas dari perhitungan matematika. Dalam hadist Bukhari dan Muslim, riwayat daru Ibnu Umar disebutkan bahwa Rosulullah bersabda: *" Shalat berjama'ah lebih utama dari shalat secara sendiri dengan 27 kali derajat."*

Dalam hadits di atas telah dijelaskan bahwa shalat berjama'ah lebih utama daripada shalat sendiri, mengapa? Hal ini berkaitan dengan pahala yang diberikan oleh Allah Swt. Bila shalat sendiri, maka hanya akan mendapatkan pahala 1, sedangkan bila shalat berjama'ah maka pahalanya akan dilipatgandakan menjadi 27 derajat. Dalam menetapkan pahala shalat berjama'ah, Allah Swt menggunakan rumus matematika sebagai berikut:

$$y = 27\,x$$

Dengan x adalah pahala shalat sendiri dan y adalah pahala shalat berjama'ah (Abdussyakir, 2007: 83).

2.7. Metode Peramal dan Pembetul Prediktor-Korektor

Metode mempunyai banyak variasi dinamakan prediktor-korektor peramal-pembetul. Seperti dapat disimpulkan dari namanya, pertama-tama kita meramalkan suatu harga untuk y_{m+1}. Kemudian kita menggunakan rumus lain untuk membetulkan harga ini. Bila diinginkan kita boleh memakai rumus korektor kembali untuk mengoreksi harga y_{n+1}. Proses ini dapat diulang (diiterasi) sebanyak yang kita inginkan, walaupun akan kita lihat bahwa ada pertimbangan efisiensi yang menghindari iterasi yang terlalu banyak.

Untuk prediktor kita akan menggunakan metode derajat dua:

$$y_{m+1}^{(0)} = y_{m-1} + 2hf\left(x_m, y_m\right).$$

Dimana superskrip (indek atas) (0) menyatakan bahwa ini adalah perkiraan pertama untuk y_{m+1} , yaitu harga ramalan. Segera kita rasakan bahwa metode ini tidak dapat digunakan untuk menghitung y_1, karena untuk itu kita menggunakan titik sebelumnya titik mula-mula x_0. Metode Runge-Kutta sering digunakan untuk memulai metode prediktor-korektor. Sebagai alternatif kebutuhan untuk x_{m-1}, y_{m-1} dapat dihindari dengan memakai Metode Euler. Tetapi metode ini tidak praktis karena galat pemotongannya terlalu besar. Justru penggunaan informasi sebelumnya tanpa tambahan evaluasi inilah yang menuju klasifikasi seperti metode langkah majemuk.(Djojodihardjo, 2000: 277-278).

Dalam menggunakan metode prediktor-korektor dengan variabel ukuran langkah adalah perlu untuk: (a). Mempunyai suatu metode untuk memperoleh nilai awal pada permulaan; (b) Mempunyai metode untuk memperoleh nilai y yang diperlukan pada separo-separo langkah bila selangnya dibagi dua; dan (c) Mempunyai suatu metode untuk memperoleh nilai y yang diperlukan bila selangnya diduakalikan. Rumus-rumus khusus dapat disusun untuk masing-masing dari tiga situasi itu. Namun demikian, suatu kombinasi yang cukup ideal adalah penggunaan Metode Runge Kutta berorde empat, bersama dengan sepasang prediktor-korektor. Metode Runge-Kutta lalu dapat digunakan untuk memulai penyelesaian secara awal, sedangkan pasangan prediktor korektornya dapat digunakan untuk kelanjutan normal apabila ukuran langkahnya dibuat tetap (Conte, 1993: 348).

Prediksi artinya adalah memprediksikan suatu keadaan atau nilai yang ada terhadap suatu nilai lain sesuai dengan yang kita harapkan. Sedangkan koreksi adalah sesuatu yang mengoreksi prediktor. Bila dilihat dalam kehidupan sehari-hari manusia selalu menginginkan sesuatu yang lebih baik dari keadaan sebelumnya. Seperti yang terdapat dalam Qs. ad-Dhuha ayat 4:

وَلَلۡأٓخِرَةُ خَيۡرٞ لَّكَ مِنَ ٱلۡأُولَىٰ ﴿٤﴾

"Dan sesungguhnya hari kemudian itu lebih baik bagimu daripada yang sekarang (permulaan)" (Qs. ad - Dhuha / 93: 4).

Dari ayat di atas, maka manusia harus melihat apa yang akan terjadi pada hari besok. Manusia tidak boleh hanya berpaku pada keadaan yang tetap. Dalam hal ini manusia bertindak sebagai prediktor. Namun dalam tindakan-tindakan yang dilakukan manusia tersebut selalu dikoreksi oleh para malaikat-malaikat dengan mencatat semua amal perbuatan yang dilakukan oleh manusia. Berarti dalam hal ini malaikat dikatakan sebagai korektor yang selalu mencatat amal perbuatan manusia. Sebagai ilustrasinya:

Prediktor → Manusia (untuk meramalkan yang akan terjadi besok)

Korektor → Malaikat (yang mencatat segala amal perbuatan manusia)

Hal ini terbukti dengan firman Allah Swt berikut ini:

لَهُۥ مُعَقِّبَٰتٞ مِّنۢ بَيۡنِ يَدَيۡهِ وَمِنۡ خَلۡفِهِۦ يَحۡفَظُونَهُۥ مِنۡ أَمۡرِ ٱللَّهِۗ إِنَّ
ٱللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوۡمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُواْ مَا بِأَنفُسِهِمۡۗ وَإِذَآ أَرَادَ ٱللَّهُ بِقَوۡمٖ
سُوٓءٗا فَلَا مَرَدَّ لَهُۥۚ وَمَا لَهُم مِّن دُونِهِۦ مِن وَالٍ ﴿١١﴾

"Bagi manusia ada malaikat-malaikat yang selalu mengikutinya bergiliran, di muka dan di belakangnya, mereka menjaganya atas perintah Allah. Sesungguhnya Allah tidak merobah keadaan sesuatu kaum sehingga mereka merobah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri. dan apabila Allah menghendaki keburukan terhadap sesuatu kaum, maka tak ada yang dapat menolaknya dan sekali-kali tak ada pelindung bagi mereka selain Dia" (Qs. ar-ra'd / 13: 11).

Dari ayat di atas, maka dapat dijelas bahwa manusia selalu dijaga oleh para malaikat. Tidak ada seorang manusiapun yang terlepas dari penjagaan malaikat tersebut. Para malaikat tersebut bertugas mencatat segala perbuatan yang dilakukan oleh manusia.

2.8. Prosedur Pendahuluan

PDB hanya mempunyai satu nilai awal, yaitu $y_0 = y(x_0)$. Dengan demikian, metode banyak langkah tidak swa-mulai (*self-start*), sehingga tidak dapat diterapkan langsung, sebab metode tersebut memerlukan beberapa buah nilai awal. Inilah kelemahan metode banyak langkah.

Misalkan prediktor mempunyai persamaan

$$y^*_{n+1} = y_n + \frac{h}{12}\left(23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2}\right) \tag{2.29}$$

Untuk menghitung y^*_3, kita harus mempunyai nilai y_0, y_1 dan y_2 agar nilai

$$f_0 = f(x_0, y_0), f_1 = f(x_1, y_1), f_2 = f(x_2, y_2) \tag{2.30}$$

Untuk mendapatkan beberapa nilai awal yang lain, kita harus melakukan prosedur pendahuluan *(starting prosedure)* dengan metode PDB yang bebas. Metode PDB yang sering dijadikan sebagai prosedur pendahuluan adalah:

1) Metode Euler
2) Metode Runge-Kutta
3) Metode deret Taylor

Jadi, untuk contoh prediktor di atas y_1 dan y_2 dihitung terlebih dahulu dengan salah satu prosedur pendahuluan. Selanjutnya, metode P-C dapat dipakai untuk menghitung $y_3, y_4, ...y_n$ (Munir, 2003: 398).

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas penyelesaian persamaan diferensial non linier dengan Metode Milne dan penyelesaian persamaan diferensial non linier dengan Metode Hamming serta analisis dari hasil penyelesaian persamaan diferensial non linier dengan Metode Milne dan Metode Hamming.

Penulis memberikan 2 contoh sebagai berikut:

Contoh 1. $x^2 + 5y\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$

2. $\sin x + y\dfrac{dy}{dx} + xy^3 = 0$

Dari 2 contoh diatas, akan diselesaikan dengan menggunakan Metode Milne dan Metode Hamming

3.1. Penyelesaian Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

Contoh 1. $x^2 + 5y\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$

Secara umum, algoritma atau langkah-langkah dalam menyelesaikan persamaan diferensial non linier secara numerik dengan Metode Milne adalah sebagai berikut:

1) Mengambil besarnya nilai awal variabel bebas (*x*) dan variabel terikatnya (*y*)
2) Membatasi dan menentukan nilai besarnya *h* (ukuran langkah)

3) Menentukan langkah pendahuluan yang digunakan dengan menggunakan Runge Kutta orde empat untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3 dan k_4

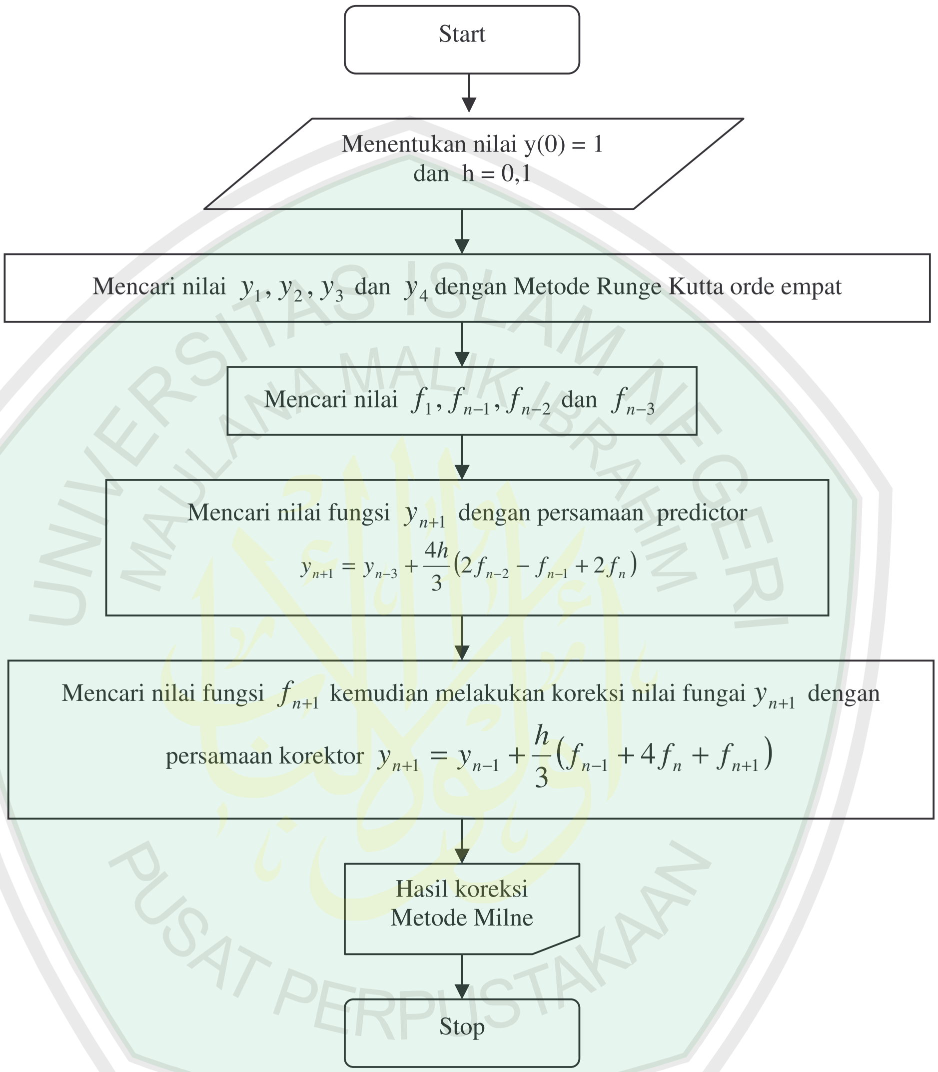
4) Mencari nilai fungsi y dengan menggunakan Metode Runge-Kutta orde empat yaitu menentukan nilai fungsi y_1 untuk x = 0,1, nilai fungsi y_2 untuk x = 0,2, nilai fungsi y_3 untuk x = 0,3 dan nilai fungsi y_4 untuk x = 0,4.

5) Mencari nilai f_1 , f_{n-1}, f_{n-2}, dan f_{n-3}

6) Melakukan prediksi nilai fungsi y_{n+1} dengan persamaan prediktor Milne(2.25)

7) Mencari nilai fungsi f_{n+1} kemudian melakukan koreksi nilai fungsi y_{n+1} dengan persamaan korektor Milne(2.26)

Dari algoritma tersebut, dapat dibuat flow Chartnya sebagai berikut:



Gambar 1: Diagram alir Metode Milne

Ambil $x^2 + 5y\frac{dy}{dx} + 6y = 0$

Dari persamaan di atas akan dicari *y* (0,5) dengan menggunakan Metode Milne dengan menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Mengambil nilai awal variabel bebas *(x)* dan nilai awal variabel terikat *(y)*

Diberikan nilai awal $y(0)=1$ atau dapat ditulis diberikan nilai awal $y = 1$ dan $x = 0$

b. Membatasi dan menentukan nilai besarnya h. h merupakan ukuran langkah dan konstan dan dapat dicari dengan $h = x_2 - x_1 = 0{,}1 - 0 = 0{,}1$

c. Menentukan langkah pendahuluan yang digunakan dengan menggunakan Runge Kutta orde empat untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3 dan k_4

d. Mencari nilai fungsi y dengan menggunakan Metode Runge-Kutta orde empat yaitu menentukan nilai fungsi y_1 untuk $x = 0{,}1$, nilai fungsi y_2 untuk $x = 0{,}2$, nilai fungsi y_3 untuk $x = 0{,}3$ dan nilai fungsi y_4 unt untuk $x = 0{,}1$, y_4 untuk $x = 0{,}4$.

Untuk $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $h = 0{,}1$ maka,

$$y_0 = 1$$

➢ $$y' = f(x, y) = \frac{-6y - x^2}{5y}$$

Untuk $x = 0{,}1$, $y = 1$, $h = 0{,}1$ maka,

$k_1 = hf(x, y)$ dengan $y' = f(x, y) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$ maka

$$= 0{,}1 f(x, y) = \frac{-6y - x^2}{5y}$$

$$= 0{,}1 f(0{,}1;1) = \frac{-6(0{,}1) - (1)^2}{5(1)}$$

$$= \frac{-0{,}6 - 1}{5}$$

$$= -1{,}202$$

= 0,1(-1,202)

= -0,1202

$k_2 = hf\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}k_1\right)$ dengan $y' = f(x,y) = \frac{-6y - x^2}{5y}$ maka

$= 0{,}1f(x + 1/2h, y + 1/2k_1) = y' = f(x,y) = \frac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}1 + 1/2.\ 0{,}1;\ 1 + 1/2\ .-0{,}1202) = \frac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}1 + 0{,}05\ ;1 + -0{,}0601) = \frac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}15;\ 0{,}9399) = \frac{-6y - x^2}{5y}$

$= \frac{-6(0{,}9399) - (0{,}15)^2}{5(0{,}9399)}$

$= \frac{-5{,}6394 - 0{,}0225}{4{,}6995}$

=-1,064

= 0,1 . -1,064

= 0,1064

$k_3 = hf\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}k_2\right)$ dengan $y' = f(x,y) = \frac{-6y - x^2}{5y}$ maka

$= 0{,}1f(x + 1/2\ h,\ y + 1/2\ k_2) = y' = f(x,y) = \frac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}1 + 1/2\ .\ 0{,}1\ ;\ 1 + 1/2\ .\ 0{,}1064) = \frac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}05\ ;\ 1 + 0{,}0532) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}15\ ;\ 1{,}0532) = \dfrac{-6(1{,}0532) - (0{,}15)^2}{5(1{,}0532)}$

$= -1{,}080$

$= 0{,}1\ .\ -1{,}080$

$= 0{,}1080$

$k_4 = hf\left(x + h, y + k_3\right)$ dengan $y' = f\left(x, y\right) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$ maka

$= 0{,}1f(x + \ h, y + \ k_3) = y' = f\left(x, y\right) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}1\ ;\ 1 + (-0{,}1080) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}1\ ;\ 0{,}892) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}2\ ,\ 0{,}892) = \dfrac{-6(0{,}892) - (0{,}2)^2}{5(0{,}892)}$

$= -0{,}962$

$= 0{,}1(0{,}962)$

$=- 0{,}0962$

$y_{0+1} = y_1 + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$

$y_1 = y_1 + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$

$= 1 + 1\ /6\ ((-0{,}1202) + 2.\ (-0{,}1064) + 2.\ (-0{,}1080) + (-0{,}0962))$

$= \ 1 + 1/6\ ((-0{,}1202) + (-0{,}2128) + (-0{,}216) + (-0{,}0962))$

$= 1 \ + 1/6\ (-0,6452)$

$= 1 + -0,10753$

$= 0,8925$

e. Mencari nilai h dan f_1, f_{n-1}, f_{n-2} dan f_{n-3} yaitu

$$f_n = f_4 = \frac{-6y_4 - x^2}{5y_4} = \frac{-6(0,670663828-(0,4)^2}{5(0,670663828)} = -1,200000000$$

$$f_{n-3} = f_3 = \frac{-6y_3 - x^2}{5y_3} = \frac{-6(0,732474793)-(0,3)^3}{5(0,732474793)} = -1,200000000$$

$$f_{n-2} = f_2 = \frac{-6y_2 - x^2}{5y_2} = \frac{-6(0,805149355)-(0,3)^3}{5(0,805149355)} = -1,200000000$$

$$f_{n-1} = f_1 = \frac{-6y_1 - x^2}{5y_1} = \frac{-6(0,892458773)-(0,1)^3}{5(0,892458773)} = -1,200000000$$

f. Melakukan prediksi dengan persamaan prediktor Milne(2.25) dengan memasukkan hasil dari langkah e.

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right)$$

$$y_{4+1} = y_{4-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{4-2} - f_{4-1} + 2f_4\right)$$

$$y_5 = y_1 + \frac{4h}{3}\left(2f_2 - f_3 + 2f_4\right)$$

$$y_5 = 0,939257071 + \frac{4.(0,1)}{3}\left(2(-1,200000000)-(-1,200000000)+2(-1,200000000)\right)$$

$= \ 0,412458773$

Jadi, hasil prediksi nilai fungsi y(0,5) = 0,412458773

g. Mencari nilai f_{n+1} dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor

Milne(2.26) dari hasil langkah kedua dapat dicari dengan nilai f_{n+1}, yaitu:

$$f_{4+1} = \frac{-6y_{4+1} - (x_{4+1})^2}{5y_{4+1}}$$

$$f_5 = \frac{-6y_5 - (x_5)^2}{5y_5}$$

$$= \frac{(-6(0{,}412458773) - (0{,}5)^2}{5.0{,}412458773}$$

$$= 1{,}206229386$$

Sehingga dicari nilai fungsi koreksi y_{n+1} dengan persamaan korektor Milne (2.26) yaitu

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}\left(f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}\right)$$

$$y_{4+1} = y_{4-1} + \frac{h}{3}\left(f_{4-1} + 4f_4 + f_{4+1}\right)$$

$$y_5 = y_3 + \frac{0{,}1}{3}\left(f_3\right) + 4f_4 + f_5$$

$$y_5 = 0{,}732474793 + \frac{0{,}1}{3}((-1.20000000) + 4(-1{,}200000000) + (-1{,}200000000))$$

$$= 0{,}572682439$$

Jadi, hasil koreksi nilai fungsi y (0,5) adalah 0,572682439

Contoh 2

Ambil $\sin x + y\dfrac{dy}{dx} + xy^3 = 0$ Untuk $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $h = 0{,}1$ maka,

$y_0 = 1$

Dari persamaan di atas akan dicari y (0,5) dengan menggunakan Metode Milne dengan menggunakan langkah- langkah sebagai berikut:

a. Mengambil nilai awal variabel bebas (x) dan nilai awal variabel (y)

Diberikan nilai awal $y(0) = 1$ atau dapat ditulis diberikan nilai awal $y = 1$ dan $x = 0$

b. Membatasi dan menentukan nilai besarnya h. h merupakan ukuran langkah dan konstan dan dapat dicari dengan $h = x_2 - x_1 = 0{,}1 - 0 = 0{,}1$

c. Menentukan langkah pendahuluan yang digunakan dengan menggunakan Runge Kutta orde empat untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3 dan k_4

d. Mencari nilai fungsi y dengan menggunakan Metode Runge-Kutta orde empat yaitu menentukan nilai fungsi y_1 untuk x = 0,1, nilai fungsi y_2 untuk x = 0,2, nilai fungsi y_3 untuk x = 0,3 dan nilai fungsi y_4 untuk x = 0,1, y_4 untuk x = 0,4.

Untuk $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $h = 0{,}1$ maka,

$y_0 = 1$

➢ $$\frac{dy}{dx} = f(x, y) = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$$

Untuk x = 0,1, y = 1, h = 0,1 maka,

$k_1 = hf(x, y)$ dengan $\dfrac{dy}{dx} = f(x, y) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$ maka

$= 0{,}1\, f(x,\ y) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\, f(0{,}1;1) = \dfrac{-(0{,}1)(1)^3 - \sin 0{,}1}{1}$

$= \dfrac{-6(1) - 0{,}001745328}{1}$

= -0,409

= 0,1(-0,409)

= -0,0409

$k_2 = hf\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}k_1\right)$ dengan $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$ maka

$= 0{,}1\, f(x + 1/2\ h, y + 1/2\ k_1) = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}1 + 1/2.\ 0{,}1;\ 1 + 1/2\ .{-0{,}0409}) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}1 + 0{,}05\ ;1 + {-0{,}02045}) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}15;\ 0{,}97955) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= \dfrac{-(0{,}15)(0{,}97955) - \sin(0{,}97955)}{0{,}97955}$

=-0,607

= 0,1 . -0,607

= -0,0607

$k_3 = hf\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}k_2\right)$ dengan $\frac{dy}{dx} = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$ maka

$= 0{,}1f(x + 1/2\ h, y + 1/2\ k_2) = \frac{dy}{dx} = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 1/2\ .\ 0{,}1\ \ ;\ \ 1+1/2\ .\ \text{-}0{,}0607) = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}05\ ;\ 1 + 0{,}96965) = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}15\ ;\ 0{,}96965) = \frac{-(0{,}15)(0{,}96965)^3 - \sin(0{,}15)}{0{,}96965}$

$= \text{-}0{,}609$

$= 0{,}1\ .\ \text{-}0{,}609$

$= \text{-}0{,}0609$

$k_4 = hf\left(x + h, y + k_3\right)$ dengan $\frac{dy}{dx} = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$ maka

$= 0{,}1f(x +\ h, y +\ k_3) = \frac{dy}{dx} = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}1\ ;\ 1+ (\text{-}0{,}0609) = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}1\ ;\ 0{,}9391) = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}2\ ;\ 0{,}9391) = \frac{-(0{,}2)(0{,}9391)^3 - \sin(0{,}2)}{0{,}9391}$

$= \text{-}0{,}802$

$= 0{,}1(\text{-}0{,}802)$

=- 0,0802

$$y_{0+1} = y_1 + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$$

$$y_1 = y_1 + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$$

= 1 + 1 /6 ((-0,0409)+ 2. (-0,0607) + 2. (-0,0609) + (-0,,0802))

= 1 + 1 /6 ((-0,0409)+ (-0,1214) + (-0,1218) + (-0,0802))

= 1 + 1 /6 (-0,3643)

= 0,939257071

e. Mencari nilai h dan f_1, f_{n-1}, f_{n-2} dan f_{n-3} yaitu

$$f_{n-4} = f_4 = \frac{-x_4 y_4^{\ 3} - \sin x_4}{y_4} = \frac{-(0,4)(0,527088482)^3 - \sin(0,4)}{0,527088482} = 0,000000000$$

$$f_{n-3} = f_3 = \frac{-x_3 y_3^{\ 3} - \sin x_3}{y_3} = \frac{-(0,3)(0,704337936)^3 - \sin(0,3)}{0,704337936} = 0,000000000$$

$$f_{n-2} = f_2 = \frac{-x_2 y_2^{\ 3} - \sin x_2}{y_2} = \frac{-(0,2)(0,840268474)^3 - \sin(0,2)}{0,840268474} = 0,000000000$$

$$f_{n-1} = f_1 = \frac{-x_1 y_1^{\ 3} - \sin x_1}{y_1} = \frac{-(0,1)(0,939257071)^3 - \sin(0,1)}{0,939257071} = 0,000000000$$

f. Melakukan prediksi dengan persamaan prediktor Milne (2.25) dengan memasukkan hasil dari langkah e.

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right)$$

$$y_{4+1} = y_{4-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{4-2} - f_{4-1} + 2f_4\right)$$

$$y_5 = y_1 + \frac{4h}{3}\left(2f_2 - f_3 + 2f_4\right)$$

$$y_5 = 0{,}939257071 + \frac{4.(0{,}1)}{3}\left(2(0{,}000000000) - (0{,}000000000) + 2(0{,}000000000)\right)$$

$$= 1{,}469628536$$

Jadi, hasil prediksi nilai fungsi y(0,5) = 0,412458773

g. Mencari nilai f_{n+1} dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor

Milne (2.26) dari hasil langkah kedua dapat dicari dengan nilai f_{n+1}, yaitu:

$$f_{4+1} = \frac{-(x_{4+1})(y_{4+1})^3 - \sin(x_{4+1})}{y_{4+1}}$$

$$f_5 = \frac{-(x_5)(y_5)^3 - \sin(x_5)}{y_5}$$

$$= \frac{-(0{,}5)(0{,}000000000)^3 - \sin(0{,}5)}{0{,}939257071}$$

$$= 1{,}469628536$$

Sehingga dicari nilai fungsi koreksi y_{n+1} dengan persamaan korektor Milne(2.26) yaitu

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}\left(f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}\right)$$

$$y_{4+1} = y_{4-1} + \frac{h}{3}\left(f_{4-1} + 4f_4 + f_{4+1}\right)$$

$$y_5 = y_3 + \frac{0{,}1}{3}\left(f_3\right) + 4f_4 + f_5$$

$$y_5 = 0{,}704337936 + \frac{0{,}1}{3}(0{,}0000000000) + 4(0{,}000000000) + 0{,}000000000)$$

$$= 0{,}75332553$$

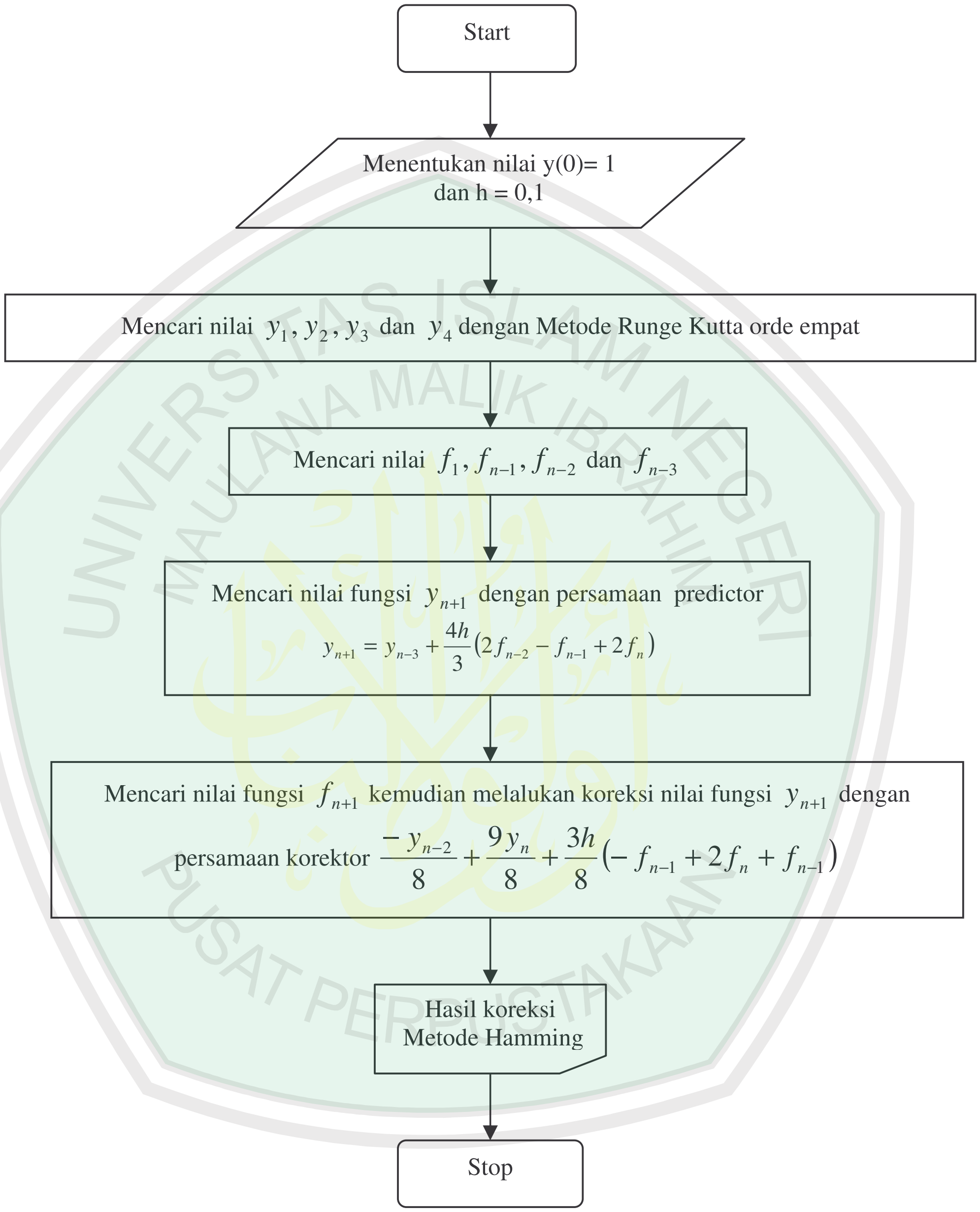
Jadi, hasil koreksi nilai fungsi y (0,5) adalah 0,75332553

3.2. Penyelesaian Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

Secara umum, algoritma atau langkah-langkah dalam menyelesaikan persamaan diferensial non linier secara numerik dengan Metode Hamming adalah sebagai berikut:

1. Mengambil besarnya nilai awal variabel bebas (*x*) dan variabel terikatnya (*y*)
2. Membatasi dan menentukan nilai besarnya *h* (ukuran langkah)
3. Menentukan langkah pendahuluan yang digunakan dengan menggunakan Runge Kutte orde empat untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3 dan k_4
4. Mencari nilai fungsi y dengan menggunakan Metode Runge-kutta orde empat yaitu menentukan nilai fungsi y_1 untuk x = 0,1, nilai fungsi y_2 untuk x = 0,2, nilai fungsi y_3 untuk x = 0,3 dan nilai fungsi y_4 untuk x = 0,4.
5. Mencari nilai f_1 , f_{n-1}, f_{n-2}, dan f_{n-3}
6. Melakukan prediksi nilai fungsi y_{n+1} dengan persamaan prediktor Hamming (2.27)
7. Mencari nilai fungsi f_{n+1} kemudian melakukan koreksi nilai fungsi y_{n+1} dengan persamaan korektor Hamming (2.28)

Dari algoritma tersebut, dapat dibuat flow Chartnya sebagai berikut:



Gambar 2: Diagram alir Metode Hamming

Contoh 1. $x^2 + 5y\frac{dy}{dx} + 6y = 0$

Ambil $x^2 + 5y\frac{dy}{dx} + 6y = 0$

Untuk $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $h = 0{,}1$ maka,

$y_0 = 1$

Dari persamaan di atas akan dicari *y* (0,5) dengan menggunakan Metode Hamming dengan menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Mengambil nilai awal variabel bebas (*x*) dan nilai awal variabel terikat (*y*)

   Diberikan nilai awal $y(0) = 1$ atau dapat ditulis diberikan nilai awal $y = 1$ dan $x = 0$

b. Membatasi dan menentukan nilai besarnya *h*. *h* merupakan ukuran langkah dan konstan dan dapat dicari dengan $h = x_2 - x_1 = 0{,}1 - 0 = 0{,}1$

c. Menentukan langkah pendahuluan yang digunakan dengan menggunakan Runge Kutta orde empat untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3 dan k_4

d. Mencari nilai fungsi y dengan menggunakan Metode Runge-Kutta orde empat yaitu menentukan nilai fungsi y_1 untuk $x = 0{,}1$, nilai fungsi y_2 untuk $x = 0{,}2$, nilai fungsi y_3 untuk $x = 0{,}3$ dan nilai fungsi y_4 unt untuk $x = 0{,}1$, y_4 untuk $x = 0{,}4$.

   Untuk $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $h = 0{,}1$ maka, ambil $x^2 + 5y\frac{dy}{dx} + 6y =$

   $y_0 = 1$

- $y' = f(x,y) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

Untuk $x = 0{,}1$, $y = 1$, $h = 0{,}1$ maka,

$k_1 = hf(x,y)$ dengan $y' = f(x,y) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$ maka

$= 0{,}1\ f(x, y) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ f(0{,}1;1) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= \dfrac{-6y - (1)^2}{5y}$

$= \dfrac{-6{,}01}{5}$

$= -1{,}202$

$= 0{,}1(-1{,}202)$

$= -0{,}1202$

$k_2 = hf\left(x + \tfrac{1}{2}h, y + \tfrac{1}{2}k_1\right)$ dengan $y' = f(x,y) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$ maka

$= 0{,}1\ f(x + 1/2\ h, y + 1/2\ k_1) = y' = f(x,y) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}1 + 1/2.\ 0{,}1;\ 1 + 1/2\ .-0{,}1202) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}1 + 0{,}05\ ;1 + -0{,}0601) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ f\ (0{,}15;\ 0{,}9399) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$$= \frac{-6(0,9399)-(0,15)^2}{5(0,9399)}$$

$$= \frac{-5,6394-0,0225}{4,6995}$$

=-1,064

= 0,1 . -1,064

= 0,1064

$k_3 = hf\left(x+\frac{1}{2}h, y+\frac{1}{2}k_2\right)$ dengan $y' = f(x,y) = \frac{-6y-x^2}{5y}$ maka

$= 0,1f(x + 1/2\ h, y + 1/2\ k_2) = y' = f(x,y) = \frac{-6y-x^2}{5y}$

$= 0,1\ \ f\ (0,1 + 1/2\ .\ 0,1\ \ ;\ \ 1+1/2\ .\ 0,1064) = \frac{-6y-x^2}{5y}$

$= 0,1\ \ f\ (0,1 + 0,05\ ;\ 1 + 0,0532) = \frac{-6y-x^2}{5y}$

$= 0,1\ \ f\ (0,15\ ;\ 1,0532) = \frac{-6(1,0532)-(0,15)^2}{5(1,0532)}$

= -1,080

= 0,1 . -1,080

= 0,1080

$k_4 = hf\left(x+h, y+k_3\right)$ dengan $y' = f(x,y) = \frac{-6y-x^2}{5y}$ maka

$= 0,1f(x +\ h, y +\ k_3) = y' = f(x,y) = \frac{-6y-x^2}{5y}$

$= 0,1\ \ f\ (0,1 + 0,1\ ;\ 1+ (-0,1080) = \frac{-6y-x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}1\ ;\ 0{,}892) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}2\ ,\ 0{,}892) = \dfrac{-6(0{,}892) - (0{,}2)^2}{5(0{,}892)}$

= -0,962

= 0,1(0,962)

=- 0,0962

$y_{0+1} = y_1 + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$

$y_1 = y_1 + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$

= 1 + 1 /6 ((-0,1202)+ 2. (-0,1064) + 2. (-0,1080) + (-0,0962))

= 1 + 1/6 ((-0,1202)+ (-0,2128) + (-0,216) + (-0,0962))

= 1 + 1/6 (-0,6452)

= 1 + -0,10753

= 0,8925

e. Mencari nilai *h* dan f_1, f_{n-1}, f_{n-2} dan f_{n-3} yaitu

$$f_n = f_4 = \frac{-6y_4 - x^2}{5y_4} = \frac{-6(0{,}670663828 - (0{,}4)^2}{5(0{,}670663828)} = -1{,}200000000$$

$$f_{n-3} = f_3 = \frac{-6y_3 - x^2}{5y_3} = \frac{-6(0{,}732474793) - (0{,}3)^3}{5(0{,}732474793)} = -1{,}200000000$$

$$f_{n-2} = f_2 = \frac{-6y_2 - x^2}{5y_2} = \frac{-6(0{,}805149355) - (0{,}3)^3}{5(0{,}805149355)} = -1{,}200000000$$

$$f_{n-1} = f_1 = \frac{-6y_1 - x^2}{5y_1} = \frac{-6(0{,}892458773) - (0{,}1)^3}{5(0{,}892458773)} = -1{,}200000000$$

f. Melakukan prediksi dengan persamaan prediktor Hamming (2.27) dengan memasukkan hasil dari langkah e.

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right)$$

$$y_{4+1} = y_{4-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{4-2} - f_{4-1} + 2f_4\right)$$

$$y_5 = y_1 + \frac{4h}{3}\left(2f_2 - f_3 + 2f_4\right)$$

$$y_5 = 0{,}939257071 + \frac{4.(0{,}1)}{3}\left(2(-1{,}200000000) - (-1{,}200000000) + 2(-1{,}200000000)\right)$$

$$= 0{,}412458773$$

Jadi, hasil prediksi nilai fungsi y(0,5) = 0,412458773

g. . Mencari nilai f_{n+1} dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor Hamming (2.28) dari hasil langkah kedua dapat dicari dengan nilai f_{n+1}, yaitu:

$$f_{4+1} = \frac{-6y_{4+1} - (x_{4+1})^2}{5y_{4+1}}$$

$$f_5 = \frac{-6y_5 - (x_5)^2}{5y_5}$$

$$= \frac{(-6(0{,}412458773) - (0{,}5)^2}{5.0{,}412458773}$$

$$= 1{,}206229386$$

Sehingga dicari nilai fungsi koreksi y_{n+1} dengan persamaan korektor Hamming (2.28) yaitu

$$y_{n+1} = \frac{-y_{n-2}}{8} + \frac{9y_n}{8} + \frac{3h}{8}\left(-f_{n-1} + 2f_n + f_{n+1}\right)$$

$$y_{4+1} = \frac{-y_{4-2}}{8} + \frac{9y_4}{8} + \frac{3h}{8}\left(-f_{4-1} + 2f_4 + f_{4+1}\right)$$

$$y_5 = \frac{-y_2}{8} + \frac{9y_4}{8} + \frac{3h}{8}\left(-f_3 + 2f_4 + f_5\right)$$

$$y_5 = \frac{-0{,}805149355}{8} + \frac{9(0{,}670663828)}{8} + \frac{3(0{,}1)}{8}\left(-(-1.200000000 + 2(-1{,}200000000) + 1{,}206229386\right)$$

$= 0{,}572682439$

Contoh 2: $\sin x + y\frac{dy}{dx} + xy^3 = 0$ Untuk $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $h = 0{,}1$ maka,

$y_0 = 1$

Dari persamaan di atas akan dicari y (0,5) dengan menggunakan Metode Milne dengan menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Mengambil nilai awal variabel bebas (x) dan nilai awal variabel terikat (y) Diberikan nilai awal $y(0) = 1$ atau dapat ditulis diberikan nilai awal $y = 1$ dan $x = 0$

b. Membatasi dan menentukan nilai besarnya h. h merupakan ukuran langkah dan konstan dan dapat dicari dengan $h = x_2 - x_1 = 0{,}1 - 0 = 0{,}1$

c. Menentukan langkah pendahuluan yang digunakan dengan menggunakan Runge Kutta orde empat untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3 dan k_4

d. Mencari nilai fungsi y dengan menggunakan Metode Runge-Kutta orde empat yaitu menentukan nilai fungsi y_1 untuk $x = 0,1$, nilai fungsi y_2 untuk $x = 0,2$, nilai fungsi y_3 untuk $x = 0,3$ dan nilai fungsi y_4 unt untuk $x = 0,1$, y_4 untuk $x = 0,4$.

Untuk $x_0 = 0$, $y_0 = 1$, $h = 0,1$ maka,

$y_0 = 1$

➢ $$\frac{dy}{dx} = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$$

Untuk $x = 0,1$, $y = 1$, $h = 0,1$ maka,

$k_1 = hf(x, y)$ dengan $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$ maka

$$= 0,1\, f(x, y) = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$$

$$= 0,1\, f(0,1;1) = \frac{-(0,1)(1)^3 - \sin 0,1}{1}$$

$$= \frac{-6(1) - 0,001745328}{1}$$

$$= -0,409$$

$$= 0,1(-0,409)$$

$$= -0,0409$$

$k_2 = hf\left(x + \tfrac{1}{2}h, y + \tfrac{1}{2}k_1\right)$ dengan $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$ maka

$$= 0,1\, f(x + 1/2\, h, y + 1/2\, k_1) = \frac{dy}{dx} = \frac{-xy^3 - \sin x}{y}$$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 1/2.\ 0{,}1;\ \ 1 + 1/2\ .{-0{,}0409}) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= \ 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}05\ ;1 + -0{,}02045) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ \ (0{,}15;\ 0{,}97955)\ \ = \ \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= \dfrac{-(0{,}15)(0{,}97955) - \sin(0{,}97955)}{0{,}97955}$

$=-0{,}607$

$= 0{,}1\ .\ -0{,}607$

$= -0{,}0607$

$k_3 = hf\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{1}{2}k_2\right)$ dengan $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$ maka

$= 0{,}1f(x + 1/2\ h,\ y + 1/2\ k_2) = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 1/2\ .\ 0{,}1\ \ ;\ \ 1{+}1/2\ .\ -0{,}0607) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}1 + 0{,}05\ ;\ 1 + 0{,}96965) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1\ \ f\ (0{,}15\ ;\ 0{,}96965) = \dfrac{-(0{,}15)(0{,}96965)^3 - \sin(0{,}15)}{0{,}96965}$

$= -0{,}609$

$= 0{,}1\ .\ -0{,}609$

$= -0{,}0609$

$k_4 = hf\left(x+h, y+k_3\right)$ dengan $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$ maka

$= 0{,}1f(x + h, y + k_3) = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1 \; f\,(0{,}1 + 0{,}1 \; ; 1 + (-0{,}0609) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1 \; f\,(0{,}1 + 0{,}1 \; ; 0{,}9391) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$

$= 0{,}1 \; f\,(0{,}2 \; ; 0{,}9391) = \dfrac{-(0{,}2)(0{,}9391)^3 - \sin(0{,}2)}{0{,}9391}$

$= -0{,}802$

$= 0{,}1(-0{,}802)$

$=- 0{,}0802$

$y_{0+1} = y_1 + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$

$y_1 = y_1 + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$

= 1 + 1 /6 ((-0,0409)+ 2. (-0,0607) + 2. (-0,0609) + (-0,,0802))

= 1 + 1 /6 ((-0,0409)+ (-0,1214) + (-0,1218) + (-0,0802))

= 1 + 1 /6 (-0,3643)

= 0,939257071

e. Mencari nilai h dan f_1, f_{n-1}, f_{n-2} dan f_{n-3} yaitu

$$f_{n-4} = f_4 = \frac{-x_4 y_4^{\;3} - \sin x_4}{y_4} = \frac{-(0{,}4)(0{,}527088482)^3 - \sin(0{,}4)}{0{,}527088482} = 0{,}000000000$$

$$f_{n-3} = f_3 = \frac{-x_3 y_3^{\;3} - \sin x_3}{y_3} = \frac{-(0{,}3)(0{,}704337936)^3 - \sin(0{,}3)}{0{,}704337936} = 0{,}000000000$$

$$f_{n-2} = f_2 = \frac{-x_2 {y_2}^3 - \sin x_2}{y_2} = \frac{-(0,2)(0,840268474)^3 - \sin(0,2)}{0,840268474} = 0,000000000$$

$$f_{n-1} = f_1 = \frac{-x_1 {y_1}^3 - \sin x_1}{y_1} = \frac{-(0,1)(0,939257071)^3 - \sin(0,1)}{0,939257071} = 0,000000000$$

f. Melakukan prediksi dengan persamaan prediktor Hamming (2.27) dengan memasukkan hasil dari langkah e

$$y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right)$$

$$y_{4+1} = y_{4-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{4-2} - f_{4-1} + 2f_4\right)$$

$$y_5 = y_1 + \frac{4h}{3}\left(2f_2 - f_3 + 2f_4\right)$$

$$y_5 = 0,939257071 + \frac{4.(0,1)}{3}\left(2(0,000000000) - (0,000000000) + 2(0,000000000)\right)$$

$= 1,469628536$

Jadi, hasil prediksi nilai fungsi y(0,5) = 0,412458773

g. Mencari nilai f_{n+1} dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor Hamming (2.28) dari hasil langkah kedua dapat dicari dengan nilai f_{n+1}, yaitu:

$$f_{4+1} = \frac{-(x_{4+1})(y_{4+1})^3 - \sin(x_{4+1})}{y_{4+1}}$$

$$f_5 = \frac{-(x_5)(y_5)^3 - \sin(x_5)}{y_5}$$

$$= \frac{-(0,5)(0,000000000)^3 - \sin(0,5)}{0,939257071}$$

$= 1{,}469628536$

Sehingga dicari nilai fungsi koreksi y_{n+1} dengan persamaan korektor Hamming (2.28) yaitu

$$y_{n+1} = \frac{-y_{n-2}}{8} + \frac{9y_n}{8} + \frac{3h}{8}\left(-f_{n-1} + 2f_n + f_{n+1}\right)$$

$$y_{4+1} = \frac{-y_{4-2}}{8} + \frac{9y_4}{8} + \frac{3h}{8}\left(-f_{4-1} + 2f_4 + f_{4+1}\right)$$

$$y_5 = \frac{-y_2}{8} + \frac{9y_4}{8} + \frac{3h}{8}\left(-f_3 + 2f_4 + f_5\right)$$

$$y_5 = \frac{-0{,}840268474}{8} + \frac{9(0{,}527088482)}{8} + \frac{3(0{,}1)}{8}\left(-0{,}000000000 + 2(0{,}000000000) + 1{,}469628536\right)$$

$= 0{,}543052053$

Jadi hasil koreksi nilai fungsi $y(0{,}5)$ adalah 0,543052053

hasil perhitungan di atas, maka didapatkan nilai fungsi $k_1 = -0{,}1202$, $k_2 = -0{,}1064$, $k_3 = -0{,}1080$ dan $k_4 = -0{,}0962$ dan didapatkan nilai fungsi $y_1 = 0{,}892458773$ untuk contoh 1 dan Untuk perhitungan nilai fungsi selanjutnya, yaitu y_2, y_3 dan y_4 maka akan dihitung dengan menggunakan bantuan MathLab dan menghasilkan nilai fungsi $y_2 = 0{,}805149355$, $y_3 = 0{,}732474793$ dan $y_4 = 0{,}670663828$. Sedangkan untuk contoh 2 mendapatkan hasil nilai fungsi k_1=0,0409, $k_2 = -0{,}0607$, $k_3 = -0{,}0609$, $k_4 = -0{,}0802$ dan didapatkan nilai fungsi $y_1 = 0{,}93925$, $y_2 = 0{,}840268474$, $y_3 = 0{,}704337936$ dan $y_4 = 0{,}527088482$.

3.3. Analisis Metode Milne dan Metode Hamming untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Non Linier

Dari penyelesaian numerik persamaan diferensial non linier dengan Metode Milne dan Metode Hamming diperoleh sebagai berikut:

Contoh 1

a) Metode Milne

Tabel 3: Hasil perhitungan Metode Milne contoh 1

x	y	$y' = f(x,y) = \frac{-6y - x^2}{5y}$
0	1,000000000	1,000000000
0,1	0,892458773	-1,200000000
0,2	0,805149355	-1,200000000
0,3	0,70663828	-1,200000000
0,4	0,670663828	-1,200000000

Dari hasil tabel di atas menghasilkan nilai prediktor sebesar 0,412458773 pada x = 0,5 dan nilai korektor sebesar 0,572682439

b) Metode Hamming

Tabel 4: Hasil perhitungan Metode Hamming contoh 1

x	y	$y' = f(x,y) = \dfrac{-6y - x^2}{5y}$
0	1,000000000	1,000000000
0,1	0,892458773	-1,200000000
0,2	0,805149355	-1,200000000
0,3	0,70663828	-1,200000000
0,4	0,670663828	-1,200000000

Dari hasil tabel di atas menghasilkan nilai prediktor sebesar 0,412458773 pada x = 0,5 dan nilai korektor sebesar 0,654086739.

Contoh 2

a). Metode Milne

Tabel 5: Hasil perhitungan Metode Milne contoh 2

x	y	$y' = f(x,y) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$
0	1,000000000	1,000000000
0,1	0,939257071	0,000000000
0,2	0,840268474	0,000000000
0,3	0,704337936	0,000000000
0,4	0,527088482	0,000000000

Dari hasil tabel di atas menghasilkan nilai prediktor sebesar 0,939257071 pada x = 0,5 dan nilai korektor sebesar 0,753325553 b). Metode Hamming

Tabel 6 : Hasil perhitungan Metode Milne contoh 2

x	y	$y' = f(x,y) = \dfrac{-xy^3 - \sin x}{y}$
0	1,000000000	1,000000000
0,1	0,939257071	0,000000000
0,2	0,840268474	0,000000000
0,3	0,704337936	0,000000000
0,4	0,527088482	0,000000000

Dari hasil tabel di atas menghasilkan nilai prediktor sebesar 0,939257071 pada x = 0,5 dan nilai korektor sebesar 0,543052053.

Pada contoh 1 pada persamaan diferensial non linier pada Metode Milne dan Metode Hamming menghasilkan nilai yang sama yaitu menghasilkan nilai prediksi sebesar 0,412458773 dan pada nilai koreksi menghasilkan 0,572682438 untuk metode Milne dan 0,654086739 pada Metode Hamming. Dari sini maka, Metode Milne lebih baik daripada Metode Hamming karena nilai koreksi pada Metode Milne lebih kecil daripada nilai koreksi pada Metode Hamming.

Pada contoh 2 pada persamaan diferensial non linier pada Metode Milne dan Metode Hamming menghasilkan nilai prediksi yang sama yaitu menghasilkan nilai prediksi sebesar 0,939257071 dan pada nilai koreksi menghasilkan nilai koreksi sebesar 0,753325553 untuk Metode Milne dan 0, 543052053 pada Metode

Hamming. Dari sini nilai koreksi pada Metode Hamming lebih kecil daripada Metode Milne. Maka, Metode Hamming lebih baik daripada Metode Milne.

Jadi dari kedua contoh di atas, maka Metode Hamming tidak selalu lebih baik daripada Metode Milne. Begitu juga sebaliknya karena kedua metode tersebut adalah sama-sama Metode Prediktor Korektor, maka baik tidaknya metode tersebut tergantung seberapa besar nilai korektornya.

BAB IV

PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, dapat disimpulkan antara lain sebagai berikut:

1. Penyelesaian numerik persamaan diferensial non linier dengan Metode Milne

- Langkah-langkah penyelesaian

a. Mengambil nilai awal variabel bebas (*x*) dan nilai awal variabel terikat (*y*) Diberikan nilai awal $y(0)=1$

b Membatasi dan menentukan nilai besarnya *h*. *h* merupakan ukuran langkah dan konstan dengan $h = x_2 - x_1 = 0{,}1 - 0 = 0{,}1$

c. Menentukan langkah pendahuluan yang digunakan dengan menggunakan Runge Kutta orde empat untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3 dan k_4 .Mencari nilai fungsi y dengan menggunakan Metode Runge-Kutta orde empat yaitu menentukan nilai fungsi y_1 untuk x = 0,1, nilai fungsi y_2 untuk x = 0,2, nilai fungsi y_3 untuk

x = 0,3 dan nilai fungsi y_4 unt untuk x = 0,1, y_4 untuk x = 0,4. Mencari nilai *h* dan f_1, f_{n-1}, f_{n-2} dan f_{n-3}

d. Melakukan prediksi dengan persamaan prediktor Milne yaitu $y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right)$ dengan memasukkan hasil dari langkah c.

e. Mencari nilai f_{n+1} dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor Milne yaitu $y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3}\left(f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}\right)$ dari hasil langkah kedua dapat dicari dengan nilai f_{n+1}

2. Penyelesaian numerik persamaan diferensial non linier dengan Metode Hamming

▪ Langkah-langkah penyelesaian

a. Mengambil nilai awal variabel bebas (*x*) dan nilai awal variabel terikat (*y*). Diberikan nilai awal $y(0) = 1$

b Membatasi dan menentukan nilai besarnya *h*. *h* merupakan ukuran langkah dan konstan dan dapat dicari dengan $h = x_2 - x_1 = 0{,}1 - 0 = 0{,}1$. Menentukan langkah pendahuluan yang digunakan dengan menggunakan Runge Kutta orde empat untuk mencari nilai fungsi k_1, k_2, k_3 dan k_4

c. Mencari nilai fungsi y dengan menggunakan Metode Runge-Kutta orde empat yaitu menentukan nilai fungsi y_1 untuk

$x = 0{,}1$, nilai fungsi y_2 untuk $x = 0{,}2$, nilai fungsi y_3 untuk

$x = 0{,}3$ dan nilai fungsi y_4 unt untuk $x = 0{,}1$, y_4 untuk $x = 0{,}4$. Mencari nilai h dan f_1, f_{n-1}, f_{n-2} dan f_{n-3}

d. Melakukan prediksi dengan persamaan prediktor Hamming yaitu $y^*_{n+1} = y_{n-3} + {}^{4h}\!/_{3}\left(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n\right)$ dengan memasukkan hasil dari langkah c.

e. Mencari nilai f_{n+1} dan melakukan koreksi Mencari nilai f_{n+1} dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor Hamming yaitu $y_{n+1} = \frac{-y_{n-2}}{8} + \frac{9y_n}{8} + \frac{3h}{8}\left(-f_{n-1} + 2f_n + f_{n-1}\right)$ dari hasil langkah kedua dapat dicari dengan nilai f_{n+1} .

3. Pada contoh 1 pada persamaan diferensial pada Metode Milne dan Metode Hamming menghasilkan nilai koreksi sebesar 0,572682438 pada Metode Milne dan 0,654086739 pada Metode Hamming. Pada contoh 2 nilai koreksi pada Metode Milne sebesar 0,753325553 dan 0,543052053 pada Metode Hamming. Dari hasil dua contoh.pada pembahasan maka, Metode Hamming tidak selalu lebih baik daripada Metode Milne. Begitu juga sebaliknya karena baik tidaknya metode tersebut tergantung seberapa nilai korektornya dan kedua metode tersebut adalah sama-sama Metode Prediktor Korektor.

4.2. Saran

Skripsi ini merupakan penelitian dengan kajian literatur tentang mencari ketelitian dari nilai persamaan diferensial non linier yang diberikan dengan menggunakan Metode Milne dan Metode Hamming. Oleh karena itu penulis mengharapkan agar ada penelitian tentang ketelitian dari nilai yang diberikan dengan menggunakan persamaan pada aplikasi kehidupan sehari-hari dan dapat dengan menggunakan metode lainnya misalnya Metode Trapezoida.

LAMPIRAN

Lampiran 1: Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

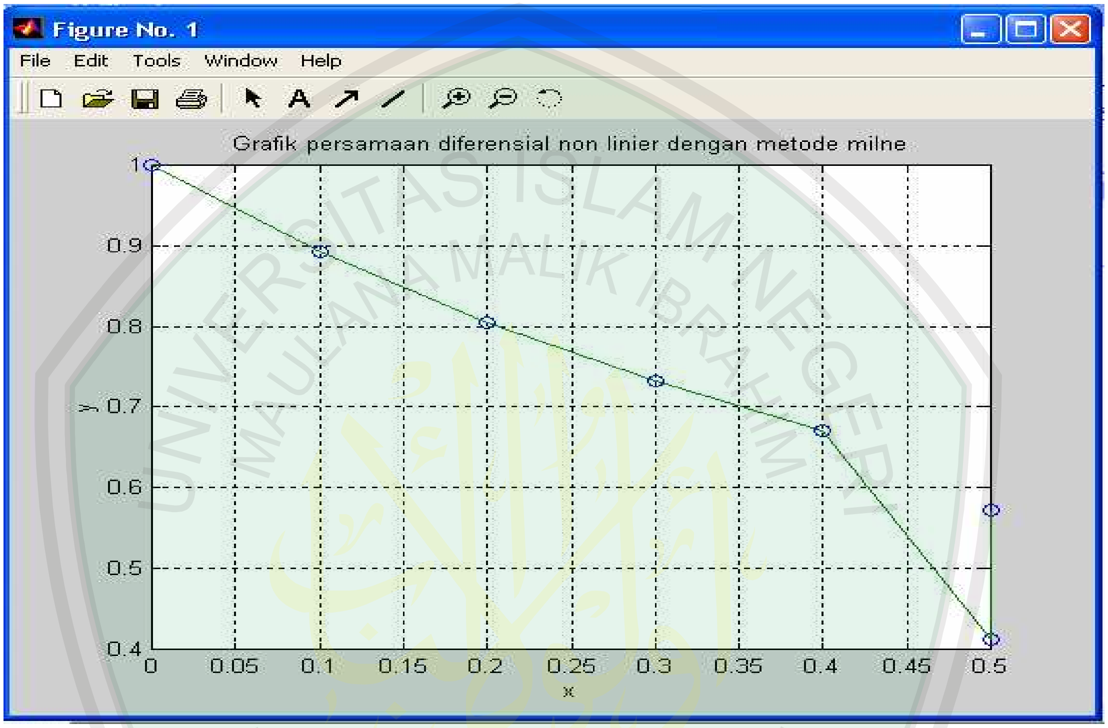
```
clc;clear all; format short;
disp('=======================================================')
disp('Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier')
disp('              Dengan Metode Milne')
disp('                 Siti Aminah')
disp('                   03510047')
disp('=======================================================')
disp('x^2+5*y*dy/dx+6*y')
f=inline('(-6*y-x^2)/5*y','x','y')
x=input('Masukkan nilai awal x = ');
y=input('Masukkan nilai awal y = ');
h=input('Masukkan nilai h = ');
N=input('Masukkan nilai x yang akan dicari = ');
fprintf('\n')
fprintf('\n')
disp('Data Awal:')
disp('--------------------------------------')
fprintf(' x          y            f(x,y)\n')
disp('--------------------------------------')
for i=1:5
   if i==1
      xi=x;
      yi=y;
      yj=y;
else
      xi=xi+h;
      k1=h*f(xi,yi);
      a=xi+(0.5*h);b=yi+(0.5*k1);
      k2=h*f(a,b);
      c=yi+(0.5*k2);
      k3=h*f(a,c);
      d=xi+h;e=yi+k3;
      k4=h*f(d,e);
      yi=yi+((1/6)*(k1+(2*k2)+(2*k3)+k4));
      yj=(-6*y-x^2)/5*y;
   end
   fprintf('%1.2f    %1.9f    %1.9f\n',xi,yi,yj)
   Z(i:5,:)=xi;
   Z(i:5,2)=yi;
   Z(i:5,3)=yj;
   end
disp('--------------------------------------')
fprintf('\n')
fprintf('\n')
tic;
```

```
j=6;
i=2;
disp('Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Milne:')
disp('----------------------------------------------------')
fprintf(' x      prediktor       f(x,y)          korektor\n')
disp('----------------------------------------------------')
xi=(Z(5,1)+h);   while xi<=N
   yp=Z(i,2)+((4*h)/3)*((2*Z(i+1,3))-Z(i+2,3)+(2*Z(i+3,3)));
   yj=(yp*0.5)+1;
   yk=Z(i+2,2)+((h/3)*(Z(i+2,3)+(4*Z(i+3,3))+yj));
   Z(j,:)=xi;
   Z(j,2)=yp;
   Z(j,3)=yj;
   i=i+1;
   j=j+1;
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f     %1.9f\n',xi,yp,yj,yk)
   xi=xi+h;
   end
disp('----------------------------------------------------')
fprintf('Nilai fungsi pada y(%1.1f) adalah : %1.9f\n',N,yk)
disp(['Waktu Komputasi = ',num2str(toc)])
x=[0:.1:.5,0.5]
y=[1.000000000 0.892458773 0.805149355 0.732474793 0.670663828
0.412458773 0.572682439]
plot(x,y,'-o',x,y)
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Grafik persamaan diferensial non linier dengan metode milne')
```

Lampiran 2: Hasil output Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

```
=====================================================
Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier
            Dengan Metode Milne
              Siti Aminah
                03510047
=====================================================
x^2+5*y*dy/dx+6*y

f =
    Inline function:
    f(x,y) = (-6*y-x^2)/5*y

Masukkan nilai awal x = 0
Masukkan nilai awal y = 1
Masukkan nilai h = 0.1
Masukkan nilai x yang akan dicari = 0.5
Data Awal:
--------------------------------------
 x        y          f(x,y)
--------------------------------------
0.00   1.000000000    1.000000000
0.10   0.892458773   -1.200000000
0.20   0.805149355   -1.200000000
0.30   0.732474793   -1.200000000
0.40   0.670663828   -1.200000000
--------------------------------------
Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Milne:
----------------------------------------------------
 x     prediktor      f(x,y)        korektor
----------------------------------------------------
0.50   0.412458773    1.206229386     0.572682439
----------------------------------------------------
Nilai fungsi pada y(0.5) adalah : 0.572682439
Waktu Komputasi = 0.03
x =
      0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.5000
y =

    1.0000    0.8925    0.8051    0.7325    0.6707    0.4125   0.5727
```

Lampiran 3: Gambar Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne



Lampiran 4: Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

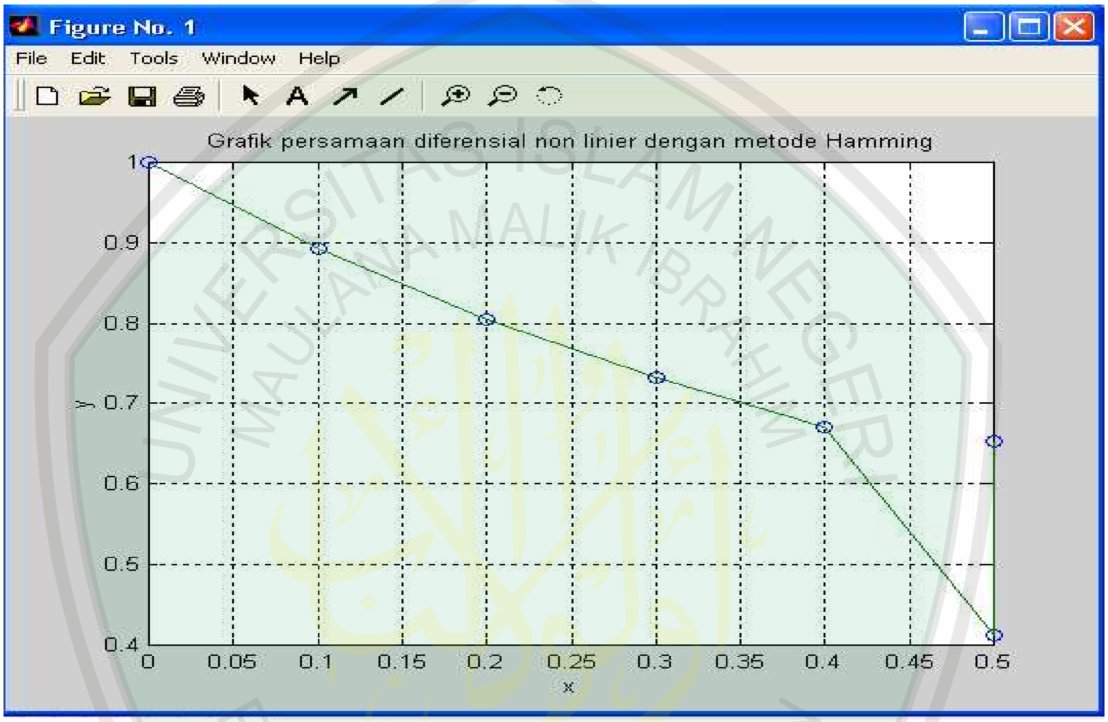
```
clc;clear all; format short;
disp('=======================================================')
disp('Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier')
disp('              Dengan Metode Hamming')
disp('                 Siti Aminah')
disp('                   03510047')
disp('=======================================================')
disp('x^2+5*y*dy/dx+6*y ')
f=inline('(-6*y-x^2)/5*y','x','y')
x=input('Masukkan nilai awal x = ');
y=input('Masukkan nilai awal y = ');
h=input('Masukkan nilai h = ');
N=input('Masukkan nilai x yang akan dicari = ');
fprintf('\n')
fprintf('\n')
disp('Data Awal:')
disp('--------------------------------------')
fprintf(' x          y           f(x,y)\n')
disp('--------------------------------------')
for i=1:5
   if i==1
      xi=x;
      yi=y;
      yj=y;
   else
      xi=xi+h;
      k1=h*f(xi,yi);
      a=xi+(0.5*h);b=yi+(0.5*k1);
      k2=h*f(a,b);
      c=yi+(0.5*k2);
      k3=h*f(a,c);
      d=xi+h;e=yi+k3;
      k4=h*f(d,e);
      yi=yi+((1/6)*(k1+(2*k2)+(2*k3)+k4));
      yj=(-6*y-x^2)/5*y;
   end
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f\n',xi,yi,yj)
   Z(i:5,:)=xi;
   Z(i:5,2)=yi;
   Z(i:5,3)=yj;
end
disp('--------------------------------------')
fprintf('\n')
fprintf('\n')
tic;
j=6;
i=2;
```

```
disp('Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Hamming:')
disp('----------------------------------------------------')
fprintf(' x      prediktor       f(x,y)          korektor\n')
disp('----------------------------------------------------')
xi=(Z(5,1)+h);
while xi<=N
   yp=Z(i,2)+((4*h)/3)*((2*Z(i+1,3))-Z(i+2,3)+(2*Z(i+3,3)));
   yj=(yp*0.5)+1;
   yk=(-(Z(i+1,2))/8)+(9*Z(i+3,2)/8)+(((3*h)/8)*(-
(Z(i+2,3))+(2*Z(i+3,3))+yj));
   Z(j,:)=xi;
   Z(j,2)=yp;
   Z(j,3)=yj;
   i=i+1;
   j=j+1;
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f     %1.9f\n',xi,yp,yj,yk)
   xi=xi+h;
   end
disp('----------------------------------------------------')
fprintf('Nilai fungsi pada y(%1.1f) adalah : %1.9f\n',N,yk)
disp(['Waktu Komputasi = ',num2str(toc)])
x=[0:.1:.5,0.5]
y=[1.000000000 0.892458773 0.805149355 0.732474793 0.670663828
0.412458773 0.654086739]
plot(x,y,'-o',x,y)
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Grafik persamaan diferensial non linier dengan metode
Hamming')
```

Lampiran 5: Hasil output Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

```
==========================================================
Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier
            Dengan Metode Hamming
               Siti Aminah
                03510047
==========================================================
x^2+5*y*dy/dx+6*y
f =
    Inline function:
    f(x,y) = (-6*y-x^2)/5*y
Masukkan nilai awal x = 0
Masukkan nilai awal y = 1
Masukkan nilai h = 0.1
Masukkan nilai x yang akan dicari = 0.5
Data Awal:
--------------------------------------
 x         y           f(x,y)
--------------------------------------
0.00   1.000000000    1.000000000
0.10   0.892458773   -1.200000000
0.20   0.805149355   -1.200000000
0.30   0.732474793   -1.200000000
0.40   0.670663828   -1.200000000
--------------------------------------
Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Hamming:
----------------------------------------------------
 x     prediktor      f(x,y)         korektor
----------------------------------------------------
0.50   0.412458773    1.206229386     0.654086739
----------------------------------------------------
Nilai fungsi pada y(0.5) adalah : 0.654086739

Waktu Komputasi = 0.01

x =
        0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.5000

y =
   1.0000    0.8925    0.8051    0.7325    0.6707    0.4125    0.6541
```

Lampiran 6: Gambar Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming



Lampiran 7: Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

```
clc;clear all; format short;
disp('=======================================================')
disp('Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier')
disp('              Dengan Metode Milne')
disp('                 Siti Aminah')
disp('                   03510047')
disp('=======================================================')
disp(' ')
disp('sin x+y*dy/dx+x*y^3=0')
f=inline('(-x*y^3-sin(x*pi))/y','x','y')
x=input('Masukkan nilai awal x = ');
y=input('Masukkan nilai awal y = ');
h=input('Masukkan nilai h = ');
N=input('Masukkan nilai x yang akan dicari = ');
fprintf('\n')
fprintf('\n')
disp('Data Awal:')
disp('--------------------------------------')
fprintf(' x          y            f(x,y)\n')
disp('--------------------------------------')
for i=1:5
   if i==1
      xi=x;
      yi=y;
      yj=y;
else
      xi=xi+h;
      k1=h*f(xi,yi);
      a=xi+(0.5*h);b=yi+(0.5*k1);
      k2=h*f(a,b);
      c=yi+(0.5*k2);
      k3=h*f(a,c);
      d=xi+h;e=yi+k3;
      k4=h*f(d,e);
      yi=yi+((1/6)*(k1+(2*k2)+(2*k3)+k4));
      yj=(-x*y^3-sin(x*pi))/y';
   end
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f\n',xi,yi,yj)
   Z(i:5,:)=xi;
   Z(i:5,2)=yi;
   Z(i:5,3)=yj;
   end
disp('--------------------------------------')
fprintf('\n')
fprintf('\n')
tic;
j=6;
i=2;
disp('Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Milne:')
```

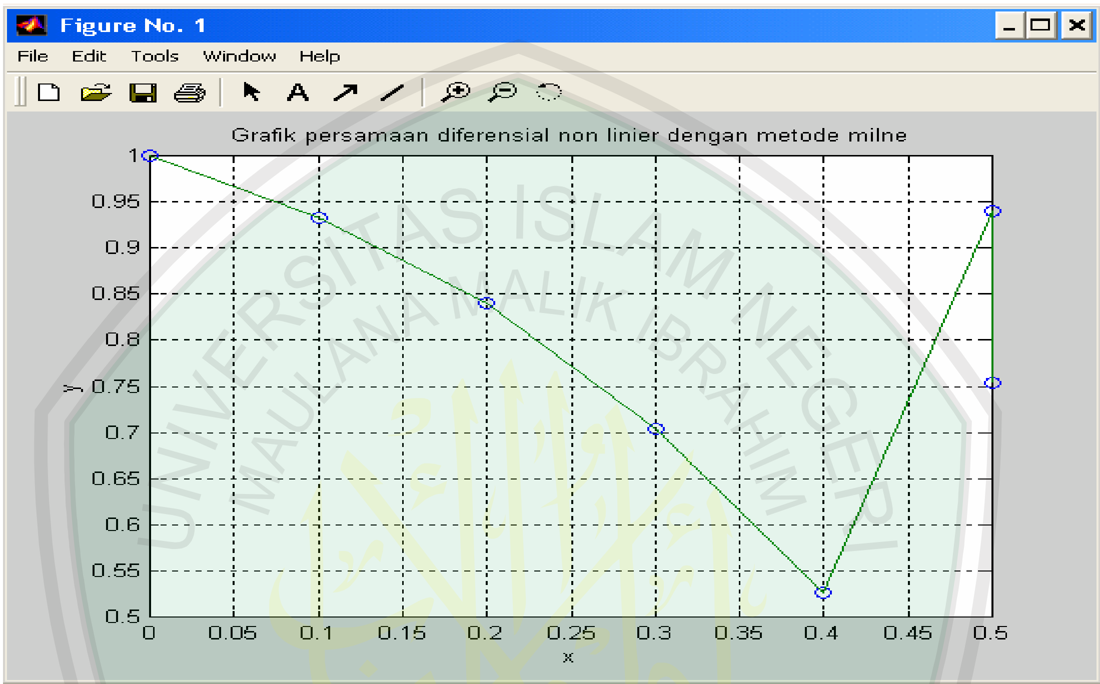
```
disp('----------------------------------------------------')
fprintf(' x      prediktor       f(x,y)          korektor\n')
disp('----------------------------------------------------')
xi=(Z(5,1)+h);   while xi<=N
   yp=Z(i,2)+((4*h)/3)*((2*Z(i+1,3))-Z(i+2,3)+(2*Z(i+3,3)));
   yj=(yp*0.5)+1;
   yk=Z(i+2,2)+((h/3)*(Z(i+2,3)+(4*Z(i+3,3))+yj));
   Z(j,:)=xi;
   Z(j,2)=yp;
   Z(j,3)=yj;
   i=i+1;
   j=j+1;
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f     %1.9f\n',xi,yp,yj,yk)
   xi=xi+h;
   end
disp('----------------------------------------------------')
fprintf('Nilai fungsi pada y(%1.1f) adalah : %1.9f\n',N,yk)
disp(['Waktu Komputasi = ',num2str(toc)])
x=[0:.1:.5,0.5]
y=[1.000000000 0.93257071 0.840268474 0.704337936 0.527088482
0.939257071 0.753325553]
plot(x,y,'-o',x,y)
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Grafik persamaan diferensial non linier dengan metode milne')
```

Lampiran 8: Hasil output Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

```
=========================================================
Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier
            Dengan Metode Milne
              Siti Aminah
                03510047
=========================================================
sin x+y*dy/dx+x*y^3=0
f =
    Inline function:
    f(x,y) = (-x*y^3-sin(x*pi))/y

Masukkan nilai awal x = 0
Masukkan nilai awal y = 1
Masukkan nilai h = 0.1
Masukkan nilai x yang akan dicari = 0.5
Data Awal:
--------------------------------------
 x        y          f(x,y)
--------------------------------------
0.00   1.000000000    1.000000000
0.10   0.939257071    0.000000000
0.20   0.840268474    0.000000000
0.30   0.704337936    0.000000000
0.40   0.527088482    0.000000000
--------------------------------------
Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Milne:
---------------------------------------------------
 x     prediktor      f(x,y)        korektor
---------------------------------------------------
0.50   0.939257071    1.469628536     0.753325553
---------------------------------------------------
Nilai fungsi pada y(0.5) adalah : 0.753325553
Waktu Komputasi = 0.02
x =
       0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.500

y =
    1.0000     0.9326     0.8403     0.7043     0.5271
0.9393    0.7533
```

Lampiran 9: Gambar Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan

Metode Milne



Lampiran 10: Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

```
clc;clear all; format short;
disp('=======================================================')
disp('Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier')
disp('              Dengan Metode Hamming')
disp('                 Siti Aminah')
disp('                   03510047')
disp('=======================================================')
disp('sin x+y*dy/dx+x*y^3=0')
f=inline('(-x*y^3-sin(x*pi))/y','x','y')
x=input('Masukkan nilai awal x = ');
y=input('Masukkan nilai awal y = ');
h=input('Masukkan nilai h = ');
N=input('Masukkan nilai x yang akan dicari = ');
fprintf('\n')
fprintf('\n')
disp('Data Awal:')
disp('--------------------------------------')
fprintf(' x          y            f(x,y)\n')
disp('--------------------------------------')
for i=1:5
   if i==1
      xi=x;
      yi=y;
      yj=y;
   else
      xi=xi+h;
      k1=h*f(xi,yi);
      a=xi+(0.5*h);b=yi+(0.5*k1);
      k2=h*f(a,b);
      c=yi+(0.5*k2);
      k3=h*f(a,c);
      d=xi+h;e=yi+k3;
      k4=h*f(d,e);
      yi=yi+((1/6)*(k1+(2*k2)+(2*k3)+k4));
      yj=(-x*y^3-sin(x*pi))/y';
   end
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f\n',xi,yi,yj)
   Z(i:5,:)=xi;
   Z(i:5,2)=yi;
   Z(i:5,3)=yj;
end
disp('--------------------------------------')
fprintf('\n')
fprintf('\n')
tic;
j=6;
i=2;
```

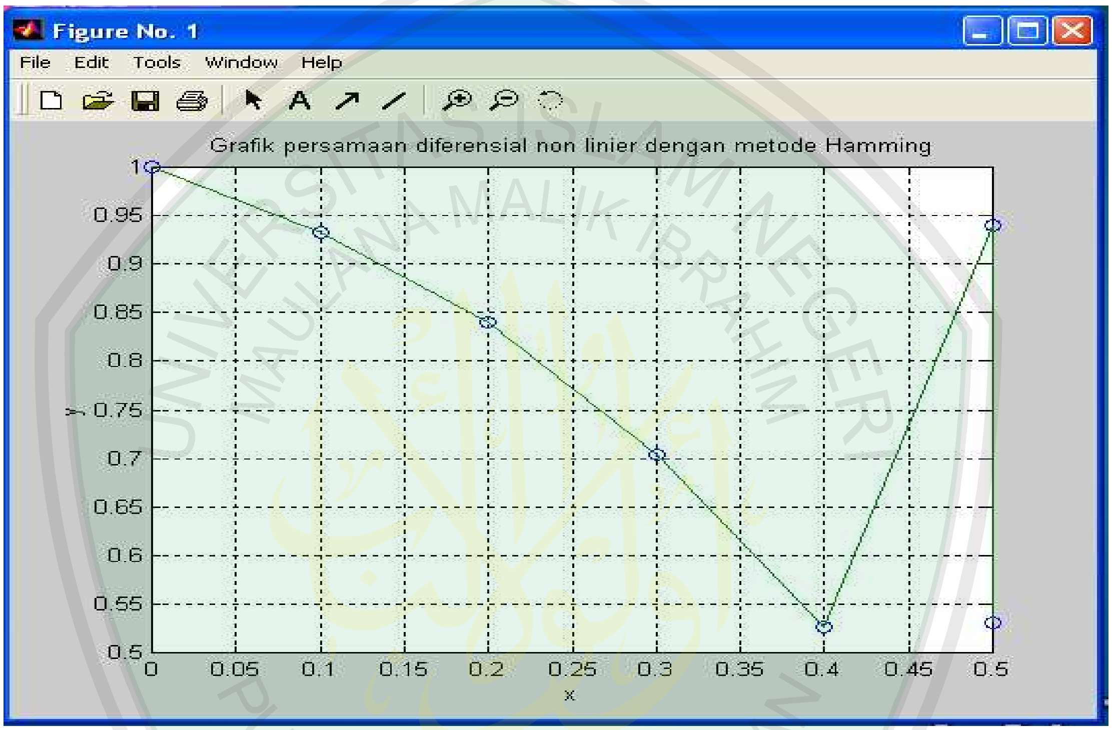
```
disp('Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Hamming:')
disp('---------------------------------------------------')
fprintf(' x      prediktor       f(x,y)          korektor\n')
disp('---------------------------------------------------')
xi=(Z(5,1)+h);
while xi<=N
   yp=Z(i,2)+((4*h)/3)*((2*Z(i+1,3))-Z(i+2,3)+(2*Z(i+3,3)));
   yj=(yp*0.5)+1;
   yk=(-(Z(i+1,2))/8)+(9*Z(i+3,2)/8)+(((3*h)/8)*(-
(Z(i+2,3))+(2*Z(i+3,3))+yj));
   Z(j,:)=xi;
   Z(j,2)=yp;
   Z(j,3)=yj;
   i=i+1;
   j=j+1;
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f     %1.9f\n',xi,yp,yj,yk)
   xi=xi+h;
   end
disp('---------------------------------------------------')
fprintf('Nilai fungsi pada y(%1.1f) adalah : %1.9f\n',N,yk)
disp(['Waktu Komputasi = ',num2str(toc)])
x=[0:.1:.5,0.5]
y=[1.000000000 0.93257071 0.840268474 0.704337936 0.527088482
0.939257071 0.543052053]
plot(x,y,'-o',x,y)
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Grafik persamaan diferensial non linier dengan metode
Hamming')
```

Lampiran 11: Hasil output Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

```
======================================================
Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier
            Dengan Metode Hamming
               Siti Aminah
                 03510047
======================================================
sin x+y*dy/dx+x*y^3=0

f =
    Inline function:
    f(x,y) = (-x*y^3-sin(x*pi))/y

Masukkan nilai awal x = 0
Masukkan nilai awal y = 1
Masukkan nilai h = 0.1
Masukkan nilai x yang akan dicari = 0.5
Data Awal:
--------------------------------------
 x         y           f(x,y)
--------------------------------------
0.00   1.000000000    1.000000000
0.10   0.939257071    0.000000000
0.20   0.840268474    0.000000000
0.30   0.704337936    0.000000000
0.40   0.527088482    0.000000000
--------------------------------------
Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Hamming:
---------------------------------------------------
 x     prediktor       f(x,y)         korektor
---------------------------------------------------
0.50   0.939257071    1.469628536     0.543052053
---------------------------------------------------
Nilai fungsi pada y(0.5) adalah : 0.543052053
Waktu Komputasi = 0.03
x =
   0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.5000
y =

   1.0000    0.9326    0.8403    0.7043    0.5271    0.9393    0.5431
```

Lampiran 12: Gambar Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan

Metode Hamming



DAFTAR PUSTAKA

Abdussyakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press

Ayres, Frank.1995. *Persamaan Diferensial dalam Satuan SI Matrik*. Jakarta: Erlangga

Baiduri. 2002. *Persamaan Diferensial dan Matematika Pemodelan*. Malang: Universitas Muhammadiyah Malang

Chapra C, Steven. 2000. *Numerical Methods for Engineers With Sofware and Programming Applications Fourth Edition*. New York: New York

Conte, Samuel d. 1993. *Dasar-dasar Analisis Numerik Suatu Pendekatan Algoritma Edisi Ketiga.* Jakarta: Informatika

Djojodihardjo, harijono. 2000. *Metode Numerik*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama

Munif, Abdul dan Aries Prasetyo H. 2003. *Cara Prakis Penguasaan dan Penggunaan Metode Numerik Edisi Kedua*. Surabaya: Penerbit Guna Widya

Munir Rinaldi. 2003. *Metode Numerik*. Bandung: informatika

Pamuntjak. 1990. *Persamaan Diffrensial Biasa*. Bandung: Institut Teknologi

Purcell, J, Edann.1986. *Kalkulus dan Geometri*. Jakarta: Erlangga

Ross, L, Shepley. 1984. Differential Equations. Canada: John Wiley & Sons.Inc

Scheid, Francis. 1992. *Teori dan Soal-soal Analisis Numerik Terjemahan Pantur Silaban*. Jakarta: Erlangga

Sudaryat Such. 1986. *Persamaan Differensial.* Jakarta: Universitas Terbuka

Triatmodjo, Bambang. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset

Wylie C, Ray. 2000. *Differetial Equations*. Tokyo: Mcgraw-Hill Kogakusha

LAMPIRAN

Lampiran 1: Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

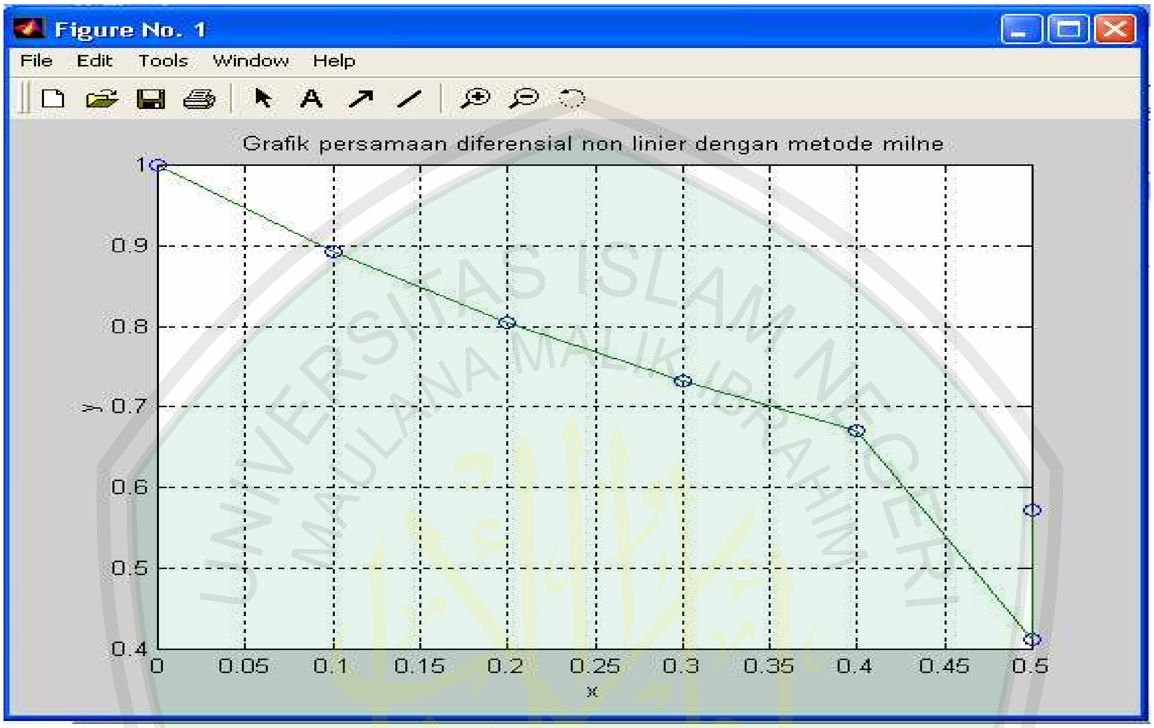
```
clc;clear all; format short;
disp('=======================================================')
disp('Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier')
disp('              Dengan Metode Milne')
disp('                 Siti Aminah')
disp('                   03510047')
disp('=======================================================')
disp('x^2+5*y*dy/dx+6*y')
f=inline('(-6*y-x^2)/5*y','x','y')
x=input('Masukkan nilai awal x = ');
y=input('Masukkan nilai awal y = ');
h=input('Masukkan nilai h = ');
N=input('Masukkan nilai x yang akan dicari = ');
fprintf('\n')
fprintf('\n')
disp('Data Awal:')
disp('--------------------------------------')
fprintf(' x          y           f(x,y)\n')
disp('--------------------------------------')
for i=1:5
   if i==1
      xi=x;
      yi=y;
      yj=y;
else
      xi=xi+h;
      k1=h*f(xi,yi);
      a=xi+(0.5*h);b=yi+(0.5*k1);
      k2=h*f(a,b);
      c=yi+(0.5*k2);
      k3=h*f(a,c);
      d=xi+h;e=yi+k3;
      k4=h*f(d,e);
      yi=yi+((1/6)*(k1+(2*k2)+(2*k3)+k4));
      yj=(-6*y-x^2)/5*y;
   end
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f\n',xi,yi,yj)
   Z(i:5,:)=xi;
   Z(i:5,2)=yi;
   Z(i:5,3)=yj;
   end
disp('--------------------------------------')
fprintf('\n')
fprintf('\n')
tic;
j=6;
i=2;
disp('Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Milne:')
disp('----------------------------------------------------')
fprintf(' x      prediktor       f(x,y)          korektor\n')
```

```
disp('-----------------------------------------------------')
xi=(Z(5,1)+h);   while xi<=N
   yp=Z(i,2)+((4*h)/3)*((2*Z(i+1,3))-Z(i+2,3)+(2*Z(i+3,3)));
   yj=(yp*0.5)+1;
   yk=Z(i+2,2)+((h/3)*(Z(i+2,3)+(4*Z(i+3,3))+yj));
   Z(j,:)=xi;
   Z(j,2)=yp;
   Z(j,3)=yj;
   i=i+1;
   j=j+1;
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f     %1.9f\n',xi,yp,yj,yk)
   xi=xi+h;
   end
disp('-----------------------------------------------------')
fprintf('Nilai fungsi pada y(%1.1f) adalah : %1.9f\n',N,yk)
disp(['Waktu Komputasi = ',num2str(toc)])
x=[0:.1:.5,0.5]
y=[1.000000000 0.892458773 0.805149355 0.732474793 0.670663828
0.412458773 0.572682439]
plot(x,y,'-o',x,y)
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Grafik persamaan diferensial non linier dengan metode milne')
```

Lampiran 2: Hasil output Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

```
=================================================================
Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier
            Dengan Metode Milne
               Siti Aminah
                 03510047
=================================================================
x^2+5*y*dy/dx+6*y

f =

     Inline function:
     f(x,y) = (-6*y-x^2)/5*y

Masukkan nilai awal x = 0
Masukkan nilai awal y = 1
Masukkan nilai h = 0.1
Masukkan nilai x yang akan dicari = 0.5
Data Awal:
--------------------------------------
 x          y          f(x,y)
--------------------------------------
0.00   1.000000000    1.000000000
0.10   0.892458773   -1.200000000
0.20   0.805149355   -1.200000000
0.30   0.732474793   -1.200000000
0.40   0.670663828   -1.200000000
--------------------------------------
Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Milne:
----------------------------------------------------
 x     prediktor      f(x,y)        korektor
----------------------------------------------------
0.50   0.412458773    1.206229386    0.572682439
----------------------------------------------------
Nilai fungsi pada y(0.5) adalah : 0.572682439
Waktu Komputasi = 0.03

x =

        0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.5000

y =

    1.0000    0.8925    0.8051    0.7325    0.6707    0.4125   0.5727
```

Lampiran 3: Gambar Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne



Lampiran 4: Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

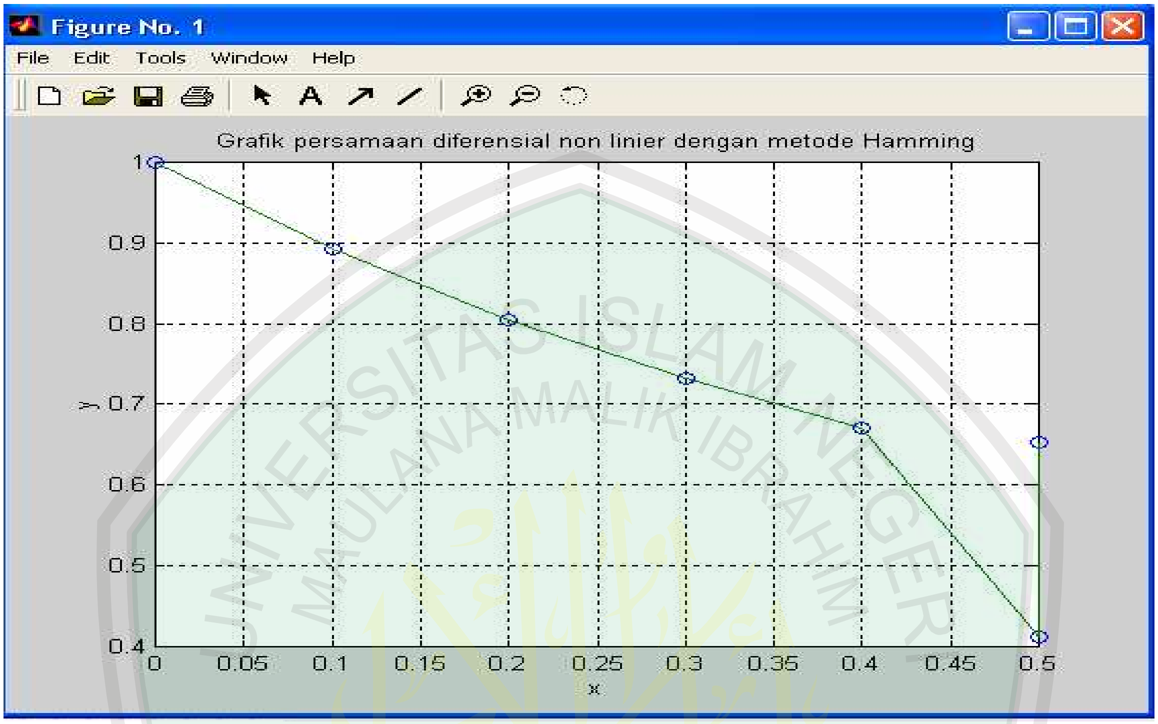
```
clc;clear all; format short;
disp('=======================================================')
disp('Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier')
disp('              Dengan Metode Hamming')
disp('                 Siti Aminah')
disp('                   03510047')
disp('=======================================================')
disp('x^2+5*y*dy/dx+6*y ')
f=inline('(-6*y-x^2)/5*y','x','y')
x=input('Masukkan nilai awal x = ');
y=input('Masukkan nilai awal y = ');
h=input('Masukkan nilai h = ');
N=input('Masukkan nilai x yang akan dicari = ');
fprintf('\n')
fprintf('\n')
disp('Data Awal:')
disp('--------------------------------------')
fprintf(' x          y           f(x,y)\n')
disp('--------------------------------------')
for i=1:5
   if i==1
      xi=x;
      yi=y;
      yj=y;
   else
      xi=xi+h;
      k1=h*f(xi,yi);
      a=xi+(0.5*h);b=yi+(0.5*k1);
      k2=h*f(a,b);
      c=yi+(0.5*k2);
      k3=h*f(a,c);
      d=xi+h;e=yi+k3;
      k4=h*f(d,e);
      yi=yi+((1/6)*(k1+(2*k2)+(2*k3)+k4));
      yj=(-6*y-x^2)/5*y;
   end
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f\n',xi,yi,yj)
   Z(i:5,:)=xi;
   Z(i:5,2)=yi;
   Z(i:5,3)=yj;
end
disp('--------------------------------------')
fprintf('\n')
fprintf('\n')
tic;
j=6;
i=2;
disp('Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Hamming:')
disp('----------------------------------------------------')
fprintf(' x      prediktor       f(x,y)          korektor\n')
disp('----------------------------------------------------')
xi=(Z(5,1)+h);
while xi<=N
```

```
   yp=Z(i,2)+((4*h)/3)*((2*Z(i+1,3))-Z(i+2,3)+(2*Z(i+3,3)));
   yj=(yp*0.5)+1;
   yk=(-(Z(i+1,2))/8)+(9*Z(i+3,2)/8)+(((3*h)/8)*(-
(Z(i+2,3))+(2*Z(i+3,3))+yj));
   Z(j,:)=xi;
   Z(j,2)=yp;
   Z(j,3)=yj;
   i=i+1;
   j=j+1;
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f     %1.9f\n',xi,yp,yj,yk)
   xi=xi+h;
   end
disp('-----------------------------------------------------')
fprintf('Nilai fungsi pada y(%1.1f) adalah : %1.9f\n',N,yk)
disp(['Waktu Komputasi = ',num2str(toc)])
x=[0:.1:.5,0.5]
y=[1.000000000 0.892458773 0.805149355 0.732474793 0.670663828
0.412458773 0.654086739]
plot(x,y,'-o',x,y)
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Grafik persamaan diferensial non linier dengan metode Hamming')
```

Lampiran 5: Hasil output Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

```
================================================================
Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier
            Dengan Metode Hamming
               Siti Aminah
                03510047
================================================================
x^2+5*y*dy/dx+6*y
f =
    Inline function:
    f(x,y) = (-6*y-x^2)/5*y
Masukkan nilai awal x = 0
Masukkan nilai awal y = 1
Masukkan nilai h = 0.1
Masukkan nilai x yang akan dicari = 0.5
Data Awal:
-------------------------------------
 x         y          f(x,y)
-------------------------------------
0.00   1.000000000    1.000000000
0.10   0.892458773   -1.200000000
0.20   0.805149355   -1.200000000
0.30   0.732474793   -1.200000000
0.40   0.670663828   -1.200000000
-------------------------------------
Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Hamming:
---------------------------------------------------
 x     prediktor      f(x,y)        korektor
---------------------------------------------------
0.50   0.412458773    1.206229386    0.654086739
---------------------------------------------------
Nilai fungsi pada y(0.5) adalah : 0.654086739

Waktu Komputasi = 0.01

x =
        0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.5000

y =
    1.0000    0.8925    0.8051    0.7325    0.6707    0.4125    0.6541
```

Lampiran 6: Gambar Contoh 1 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming



Lampiran 7: Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

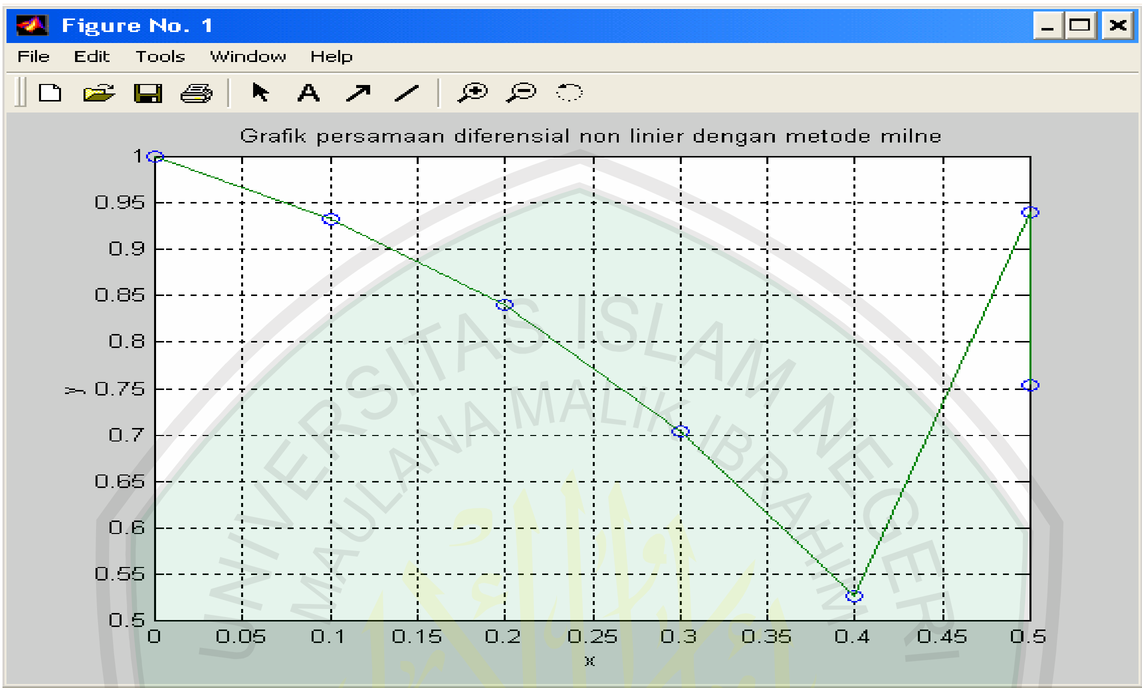
```
clc;clear all; format short;
disp('=======================================================')
disp('Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier')
disp('              Dengan Metode Milne')
disp('                 Siti Aminah')
disp('                   03510047')
disp('=======================================================')
disp(' ')
disp('sin x+y*dy/dx+x*y^3=0')
f=inline('(-x*y^3-sin(x*pi))/y','x','y')
x=input('Masukkan nilai awal x = ');
y=input('Masukkan nilai awal y = ');
h=input('Masukkan nilai h = ');
N=input('Masukkan nilai x yang akan dicari = ');
fprintf('\n')
fprintf('\n')
disp('Data Awal:')
disp('--------------------------------------')
fprintf(' x          y           f(x,y)\n')
disp('--------------------------------------')
for i=1:5
   if i==1
      xi=x;
      yi=y;
      yj=y;
else
      xi=xi+h;
      k1=h*f(xi,yi);
      a=xi+(0.5*h);b=yi+(0.5*k1);
      k2=h*f(a,b);
      c=yi+(0.5*k2);
      k3=h*f(a,c);
      d=xi+h;e=yi+k3;
      k4=h*f(d,e);
      yi=yi+((1/6)*(k1+(2*k2)+(2*k3)+k4));
      yj=(-x*y^3-sin(x*pi))/y';
   end
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f\n',xi,yi,yj)
   Z(i:5,:)=xi;
   Z(i:5,2)=yi;
   Z(i:5,3)=yj;
   end
disp('--------------------------------------')
fprintf('\n')
fprintf('\n')
tic;
j=6;
i=2;
disp('Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Milne:')
disp('----------------------------------------------------')
fprintf(' x      prediktor       f(x,y)          korektor\n')
disp('----------------------------------------------------')
xi=(Z(5,1)+h);   while xi<=N
   yp=Z(i,2)+((4*h)/3)*((2*Z(i+1,3))-Z(i+2,3)+(2*Z(i+3,3)));
```

```
    yj=(yp*0.5)+1;
    yk=Z(i+2,2)+((h/3)*(Z(i+2,3)+(4*Z(i+3,3))+yj));
    Z(j,:)=xi;
    Z(j,2)=yp;
    Z(j,3)=yj;
    i=i+1;
    j=j+1;
    fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f     %1.9f\n',xi,yp,yj,yk)
    xi=xi+h;
    end
disp('----------------------------------------------------')
fprintf('Nilai fungsi pada y(%1.1f) adalah : %1.9f\n',N,yk)
disp(['Waktu Komputasi = ',num2str(toc)])
x=[0:.1:.5,0.5]
y=[1.000000000 0.93257071 0.840268474 0.704337936 0.527088482
0.939257071 0.753325553]
plot(x,y,'-o',x,y)
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Grafik persamaan diferensial non linier dengan metode milne')
```

Lampiran 8: Hasil output Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne

```
=========================================================
Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier
            Dengan Metode Milne
              Siti Aminah
                03510047
=================================================================
sin x+y*dy/dx+x*y^3=0
f =
    Inline function:
    f(x,y) = (-x*y^3-sin(x*pi))/y

Masukkan nilai awal x = 0
Masukkan nilai awal y = 1
Masukkan nilai h = 0.1
Masukkan nilai x yang akan dicari = 0.5
Data Awal:
---------------------------------------
 x         y          f(x,y)
---------------------------------------
0.00   1.000000000    1.000000000
0.10   0.939257071    0.000000000
0.20   0.840268474    0.000000000
0.30   0.704337936    0.000000000
0.40   0.527088482    0.000000000
---------------------------------------
Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Milne:
-----------------------------------------------------
 x     prediktor      f(x,y)         korektor
-----------------------------------------------------
0.50   0.939257071    1.469628536    0.753325553
-----------------------------------------------------
Nilai fungsi pada y(0.5) adalah : 0.753325553
Waktu Komputasi = 0.02

x =
       0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.5000


y =

    1.0000    0.9326    0.8403    0.7043    0.5271    0.9393
0.7533
```

Lampiran 9: Gambar Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Milne



Lampiran 10: Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

```
clc;clear all; format short;
disp('=======================================================')
disp('Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier')
disp('              Dengan Metode Hamming')
disp('                 Siti Aminah')
disp('                   03510047')
disp('=======================================================')
disp('sin x+y*dy/dx+x*y^3=0')
f=inline('(-x*y^3-sin(x*pi))/y','x','y')
x=input('Masukkan nilai awal x = ');
y=input('Masukkan nilai awal y = ');
h=input('Masukkan nilai h = ');
N=input('Masukkan nilai x yang akan dicari = ');
fprintf('\n')
fprintf('\n')
disp('Data Awal:')
disp('--------------------------------------')
fprintf(' x          y           f(x,y)\n')
disp('--------------------------------------')
for i=1:5
   if i==1
      xi=x;
      yi=y;
      yj=y;
   else
      xi=xi+h;
      k1=h*f(xi,yi);
      a=xi+(0.5*h);b=yi+(0.5*k1);
      k2=h*f(a,b);
      c=yi+(0.5*k2);
      k3=h*f(a,c);
      d=xi+h;e=yi+k3;
      k4=h*f(d,e);
      yi=yi+((1/6)*(k1+(2*k2)+(2*k3)+k4));
      yj=(-x*y^3-sin(x*pi))/y';
   end
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f\n',xi,yi,yj)
   Z(i:5,:)=xi;
   Z(i:5,2)=yi;
   Z(i:5,3)=yj;
end
disp('--------------------------------------')
fprintf('\n')
fprintf('\n')
tic;
j=6;
i=2;
disp('Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Hamming:')
disp('----------------------------------------------------')
```

```
fprintf(' x       prediktor       f(x,y)          korektor\n')
disp('-----------------------------------------------------')
xi=(Z(5,1)+h);
while xi<=N
   yp=Z(i,2)+((4*h)/3)*((2*Z(i+1,3))-Z(i+2,3)+(2*Z(i+3,3)));
   yj=(yp*0.5)+1;
   yk=(-(Z(i+1,2))/8)+(9*Z(i+3,2)/8)+(((3*h)/8)*(-
(Z(i+2,3))+(2*Z(i+3,3))+yj));
   Z(j,:)=xi;
   Z(j,2)=yp;
   Z(j,3)=yj;
   i=i+1;
   j=j+1;
   fprintf('%1.2f   %1.9f    %1.9f     %1.9f\n',xi,yp,yj,yk)
   xi=xi+h;
   end
disp('-----------------------------------------------------')
fprintf('Nilai fungsi pada y(%1.1f) adalah : %1.9f\n',N,yk)
disp(['Waktu Komputasi = ',num2str(toc)])
x=[0:.1:.5,0.5]
y=[1.000000000 0.93257071 0.840268474 0.704337936 0.527088482
0.939257071 0.543052053]
plot(x,y,'-o',x,y)
grid on
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Grafik persamaan diferensial non linier dengan metode Hamming')
```

Lampiran 11: Hasil output Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming

```
=================================================================
Program Solusi Numerik Persamaan Diferensial Non linier
           Dengan Metode Hamming
             Siti Aminah
              03510047
=================================================================
sin x+y*dy/dx+x*y^3=0

f =
     Inline function:
     f(x,y) = (-x*y^3-sin(x*pi))/y

Masukkan nilai awal x = 0
Masukkan nilai awal y = 1
Masukkan nilai h = 0.1
Masukkan nilai x yang akan dicari = 0.5
Data Awal:
----------------------------------------
 x         y          f(x,y)
----------------------------------------
0.00   1.000000000    1.000000000
0.10   0.939257071    0.000000000
0.20   0.840268474    0.000000000
0.30   0.704337936    0.000000000
0.40   0.527088482    0.000000000
----------------------------------------
Hasil Iterasi fungsi y dan f(x,y) dengan Metode Hamming:
-------------------------------------------------------
 x     prediktor      f(x,y)         korektor
-------------------------------------------------------
0.50   0.939257071    1.469628536    0.543052053
-------------------------------------------------------
Nilai fungsi pada y(0.5) adalah : 0.543052053
Waktu Komputasi = 0.03

x =

     0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.5000

y =

    1.0000    0.9326    0.8403    0.7043    0.5271    0.9393    0.5431
```

Lampiran 12: Gambar Contoh 2 pada Persamaan Diferensial Non Linier dengan Metode Hamming