METODE NON-ARCHIMEDEAN GOAL PROGRAMMING UNTUK MENYELESAIKAN MULTIOBJEKTIF LINIER PROGRAMMING

SKRIPSI

oleh :

LUTFITA MUNADZIROH
NIM : 03510026

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MALANG
MALANG
2008

METODE NON-ARCHIMEDEAN
GOAL PROGRAMMING UNTUK MENYELESAIKAN
MULTIOBJEKTIF LINIER PROGRAMMING

SKRIPSI

Diajukan Kepada :
Universitas Islam Negeri Malang
Untuk Memenuhu Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

oleh :

LUTFITA MUNADZIROH
NIM : 03510026

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MALANG
MALANG
2008

**METODE NON-ARCHIMEDEAN
GOAL PROGRAMMING UNTUK MENYELESAIKAN
MULTIOBJEKTIF LINIER PROGRAMMING**

SKRIPSI

oleh :

LUTFITA MUNADZIROH
NIM : 03510026

Telah disetujui oleh :

Pembimbing I	Pembimbing II
Sri Harini, M.Si NIP. 150 318 321	**Ach. Nasichuddin, M.Ag** NIP. 150 302 531

Tanggal ....

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

METODE NON-ARCHIMEDEAN
GOAL PROGRAMMING UNTUK MENYELESAIKAN
MULTIOBJEKTIF LINIER PROGRAMMING

SKRIPSI

oleh :

LUTFITA MUNADZIROH
NIM : 03510026

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Tanggal 11 April 2008

Susunan Dewan Penguji:		**Tanda Tangan**
1. Penguji Utama	**: Wahyu Hengky Irawan, M.Pd**	**( )**
2. Ketua	**: Usman Pagalay, M.Si**	**( )**
3. Sekretaris	**: Sri Harini, M.Si**	**( )**
4. Anggota	**: Ach. Nasichuddin, M.Ag**	**( )**

Mengesahkan

Ketua Jurusan Matematika

<u>Sri Harini, M.Si</u>
NIP. 150 318 321

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: LUTFITA MUNADZIROH
NIM	: 03510026
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambil alihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 29 Maret 2008

Yang membuat pernyataan

Lutfita Munadziroh

NIM. 03510026

MOTTO

"Perbuatan – perbuatan manusia adalah keajaiban terbaik dari pikiran mereka. Tidak ada yang melebihi prestasi ketimbang berpikir kecil, tidak ada yang lebih mengembangkan kemungkinan ketimbang berpikir secara tidak dikekang".

Jhon C. Maxwel

Persembahan

Skripsi Ini Dipersembahkan Sebagai Tanda Bakti Kepada

Ibunda Dan Bapak Tercinta, Yang Telah Menjembataniku Antara Jurang "Yang Harus Dilakukan" Dan "Yang Telah Dilakukan" Dengan Do'a Dan Kasih Sayang

Kakak-Kakakku (Huda, Anis, Khamid, Luluk) Yang Selalu Memberiku Motivasi Tulus Agar Aku Dapat Mengasihi Diri Sendiri Dan Menatap Lebih Baik

Keponakan-Keponakanku Tersayang (Izza Dan Nabila) Yang Selalu Memberikan Senyum Tulus Dan Mengajarkan Akan Kesungguhan

Guru-Guru, Ustadz Dan Ustadzah Serta Bapak Dan Ibu Dosen Yang Telah Mengajarkan Ilmu Dan Arti Kehidupan

Orang-Orang Yang Menyayangiku Tanpa Jera Atas Segala Kasihnya

Terima Kasih Kepada

Mbak Lela 'N Ani Yang Telah Mengajarkan Adanya Pelangi Dalam Kehidupan

Teman-Temanku (Anies, Ija, Ulpe) Atas Kebersamaan dan Semangatnya

Patime, Mak Nyai, Emoth 'N Nyak Atas Kebersamaan, Tawa Dan Kabahagiaan

Rayon "Pencerahan" Galileo Atas Segala Pengalaman Berharga Dan Hal Baru

Anak-Anak Kos Zawiyah (Ata, Ica, Nely, Izun, Ifa, Hawin, Lu2k, Li2k, Leni,Anis,Muhib, Layin, Yuli,Nanik, Iva) Telah Menjadi Keluarga Saat Di Kos

Teman-Teman Math '03 Yang Telah Mengisi Hari-Hariku Di Kampus

Orang-Orang Yang Pernah Memberiku Pengalaman Berharga, Semoga Kita Selalu Diberikan Jalan Terbaik

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb

Segala puji bagi Allah SWT karena atas rahmat, taufiq dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaiakan penulisan skripsi sebagai salah satu persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si). Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisasn skripsi ini. Untuk itu iringan doa dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, utamanya kepada :

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Malang.
2. Prof. Dr. Sutiman Bambang Sumitro, Su.,DSc,. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang.
3. Sri Harini, M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang; sekaligus dosen pembimbing I karena atas bimbingan beliau penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Sri Harini, M.Si. selaku, karena atas bimbingan beliau penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Ach. Nasichuddin, M.Ag. selaku dosen pembimbing II yang telah membimbing dan mengarahkan penulis dalam menyelesaikan penulisan ini
6. Ari Kusumastuti, M.Pd yang telah memberikan bimbingan dan arahan dengan penuh kesabaran.

7. Ibu dan Bapak tercinta yang telah memberikan ketulusan doa dan dukungan moril maupun spiritual sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan.
8. Teman-teman Matematika, terutama angkatan 2003 beserta semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan menambah khasanah ilmu pengetahuan.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Malang, 27 Februari 2008

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Munadziroh, Lutfita. 2007. **Metode Non-Archimedean Goal Programming Untuk Menyelesaikan Multiobjektif Linier Programming.**
Pembimbing I : Sri Harini, M.Si
Pembimbing II: Ach. Nasichuddin, M.Ag

Kata Kunci : *Multiobjektif Linier Programming*, *Non-Archimedean Goal Programming*

Multiobjektif Linier Programming merupakan variasi dari pemrograman linier yang di dalamnya memuat lebih dari satu tujuan. Ide dasar pada *Multiobjektif Linier Programming* ini adalah untuk meminimumkan jumlah deviasi plus dan minus pada masing-masing tujuan. Untuk menyelesaikan masalah *Multiobjektif Linier Programming* ini diperlukan sebuah teknik goal programming. Metode *Non-Archimedean Goal Programming* merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah *Multiobjektif Linier Programming* yang memiliki lebih dari dua tujuan. Berdasarkan latar belakang di atas, penulisan skripsi dilakukan dengan tujuan untuk menganalisa Metode *Non-Archimedean Goal Programming* dalam menyelesaikan *Multiobjektif Linier Programming*.

Pada skripsi ini dirumuskan bentuk umum dari metode *Non-Archimedean Goal Programming* dengan K tujuan. Selanjutnya bentuk umum tersebut dianalisa dengan menggunakan analisis sensitivitas. Untuk mengetahui hasil analisa, diberikan kasus yang memiliki tiga tujuan. Untuk menyelesaikannya digunakan metode simpleks dengan interval nilai W_K yang diubah.

Tahap-tahap dalam menyelesaikan *Multiobjektif Linier Programming* dengan menggunakan metode *Non- Archimedean Goal Programming* dapat dilakukan melalui tiga tahap. Pertama adalah mentrasformasi formulasi *Non-Archimedean Goal Programming* ke dalam bentuk standart *Multiobjektif Linier Programming*. Tahap kedua adalah mencari solusi optimum melalui metode simpleks dua tahap dengan beberapa variasi mengikuti algoritma untuk masalah minimasi. Tahap ketiga adalah penentuan prioritas sasaran dengan analisa sensitivitas dengan perubahan parameter pada fungsi tujuan.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Riset operasi (*operation research*) sering kali diasosiasikan hampir secara eksklusif dengan penggunaaan teknik-teknik matematis untuk membuat model dan menganalisis masalah keputusan. Riset operasi berusaha menetapkan arah tindakan terbaik (optimum) dari sebuah masalah keputusan dibawah pembatasan sumber daya yang terbatas. Matematika dan model matematis merupakan inti dari riset operasi, karena didalamnya terdapat teknik-teknik matematis yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah keputusan secara tepat. Walaupun secara spesifik masalah keputusan mencakup faktor-faktor yang tidak berwujud dan tidak dapat diterjemahkan secara langsung dalam bentuk model matematis.

Keberhasilan sebuah teknik riset operasi pada akhirnya diukur berdasarkan penyebaran penggunaannya sebagai sebuah alat pengambilan keputusan. Pemrograman linier (*linear programming*) merupakan salah satu alat riset operasi yang dianggap efektif. Karena pemrograman linier merupakan sebuah alat deterministik, yang berarti bahwa semua parameter model diasumsikan diketahui dengan pasti. Persoalan pemrograman linier adalah salah satu persoalan untuk menentukan besarnya masing-masing nilai variabel sedemikian rupa sehingga nilai fungsi tujuan yang linier menjadi optimum dengan memperhatikan pembatasan-pembatasan yang ada, yaitu pembatasan mengenai inputnya.

Dalam keadaan dimana seorang pengambil keputusan dihadapkan pada suatu persoalan yang mengandung beberapa tujuan didalamnya, maka pemrograman linier tidak dapat memberikan pertimbangan yang rasional. Karena pemrograman linier hanya terbatas pada analisis tujuan tunggal (single objective function). Oleh karena itu, persoalan tersebut memerlukan bantuan program tujuan ganda.

Program tujuan ganda yang dikenal dengan *goal programming* atau *Multiobjektif Linier Programming* merupakan modivikasi atau variasi khusus dari pemrograman linier. Analisis *Multiobjektif Linier Programming* bertujuan untuk meminimumkan jarak antara atau deviasi terhadap tujuan, target atau sasaran yang telah ditetapkan dengan usaha yang dapat ditempuh untuk mencapai target atau tujuan tersebut secara memuaskan sesuai dengan syarat ikatan yang ada (Nasendi dan Anwar, 1985: 201).

Cara untuk menyelesaikan *Multiobjektif Linier Programming* ini adalah dengan teknik goal programming. Dalam hal ini ada tiga metode yang dapat digunakan, yaitu *Archimedean Goal Programming, Minimax Goal Programming* dan *Non-Archimedean Goal Programming* (Ignizio dan Cavalier, 1994: 515). Metode-metode tersebut dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah *Multiobjektif Linier Programming* tanpa mengesampingkan tujuan-tujuan yang lainnya, sehingga diharapkan dapat diperoleh solusi optimum. Misalnya adalah metode *Archimedean Goal Programming* dan *Minimax Goal Programming*. Tetapi kedua metode ini hanya mampu menyelesaikan masalah *Multiobjektif Linier Programming* yang hanya mempunyai maksimal dua tujuan. Padahal dalam kehidupan nyata banyak masalah pengambilan keputusan yang melibatkan banyak tujuan, dengan syarat ikatan yang sama. Maka dalam hal ini diperlukan ada metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan *Multiobjektif Linier Programming* yang mampu menghasilkan solusi yang optimum.

Proses pengambilan keputusan merupakan masalah yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Selain ilmu matematika yang didalamnya terdapat teknik-teknik pengambilan keputusan, Islam juga memberikan tuntunan kepada manusia untuk dapat mengambil keputusan secara tepat. Allah SWT berfirman:

قَالُوا۟ نَحْنُ أُو۟لُوا۟ قُوَّةٍ وَأُو۟لُوا۟ بَأْسٍ شَدِيدٍ وَٱلْأَمْرُ إِلَيْكِ فَٱنظُرِى مَاذَا تَأْمُرِينَ ۝٣٣

Artinya: "*Mereka menjawab: "Kita adalah orang-orang yang memiliki kekuatan dan (juga) memiliki keberanian yang sangat (dalam peperangan), dan keputusan berada ditanganmu. Maka pertimbangkanlah apa yang akan kamu perintahkan". (An-Naml:33).*

Berdasarkan ayat di atas, setiap pengambilan keputusan haruslah berhati-hati agar tidak bertentangan dengan kondisi yang ada. Keberanian, kesabaran dan kesungguhan akan berpengaruh terhadap proses dan berakibat pada hasil keputusan. Dalam ajaran Islam keputusan yang diambil harus memenuhi syarat-syarat yang baik, tepat dan teliti. Sehingga setiap keputusan yang dihasilkan akan dapat mendatangkan faedah. Adapaun syarat-syarat pengambilan keputusan yang baik adalah dimusyawarahkan, adil, dapat dilaksanakan, jelas, tidak bertujuan negatif, berdasarkan ilmiah dan yakin akan kebenarannya (Effendy, 1986: 140).

Berdasarkan latar belakang di atas, maka penulis akan melakukan penelitian dengan judul **"Metode Non-Archimedean Goal Programming Untuk Menyelesaikan Multiobjektif Linier Programming".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah bagaimana menyelesaikan *Multiobjektif Linier Programming* dengan metode *Non-Archimedean Goal Programming*?

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini hanya dibahas mengenai:

1. Metode *Non-Archimedean Goal Programming* pada masalah *Multiobjektif Linier Programming* dengan prioritas yang berbeda.
2. Interval untuk setiap bobot adalah sama
3. Fungsi tujuan lebih besar dari target

1.4 Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penulisan dalam skripsi ini adalah untuk mengetahui bagaimana menyelesaikan *Multiobjektif Linier Programming* dengan metode *Non-Archimedean Goal Programming*.

1.5 Manfaat Penulisan

1.5.1 Bagi Akademisi

1. Mengetahui metode untuk menyelesaikan *Multiobjektif Linier Programming* dan menggunakannya sebagai salah satu teknik pemecahan dalam riset operasi

2. Dapat digunakan sebagai wahana dan menambah kajian mengenai keilmuan matematika

1.5.2 Bagi Instansi

Dapat digunakan sebagai salah satu sarana dan informasi bagi lembaga pendidikan serta sebagai kontribusi bagi lembaga terkait.

1.5.3 Bagi Pembaca

Dapat menambah wawasan dan pengetahuan di bidang matematika, khususnya tentang riset operasi.

1.6 Metode Penelitian

Metode diartikan sebagai suatu cara atau teknik yang dilakukan dalam proses penelitian. Dalam skripsi ini metode yang digunakan adalah metode penelitian perpustakaan, yaitu penelitian perpustakaan yang bertujuan untuk mengumpulkan data dan informasi dengan bantuan bermacam-macam material yang terdapat di ruangan perpustakaan, seperti buku-buku, majalah, dokumen, catatan serta kisah-kisah sejarah dan lain-lain. (Mardalis, 2003: 28)

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah. Sebelum penulis memulai kegiatannya, penulis membuat rancangan terlebih dahulu mengenai suatu permasalahan yang akan dibahas.
2. Mengumpulkan data. Dengan menggunakan metode kepustakaan, penulis mengumpulkan bahan atau sumber dan informasi dengan cara membaca dan

memahami literatur yang berkaitan dengan persamaan diferensial dan tentang fungsi green.

3. Menyelesaikan contoh. di sini, penulis menyelesaikan soal dengan cara mengaitkan materi yang sedang dikaji.
4. Membuat kesimpulan. Kesimpulan merupakan gambaran langkah dari pembahasan atas apa yang sedang ditulis. Kesimpulan didasarkan pada data yang telah dikumpulkan dan merupakan jawaban dari permasalahan yang dikemukakan.
5. Membuat laporan

1.7 Sistematika Penulisan

BAB I : Pendahuluan

Pada bab ini memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan, manfaat penulisan, metode penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II : Kajian Teori

Pada bab ini memuat teori maupun leteratur seperti jurnal atau penelitian yang relevan. Kajian teori pada skripsi ini mencakup model dan perumusan permograman linier serta model dan perumusan multiobjektif programming.

BAB III :Pembahasan

Pada bab ini memuat uraian tentang analisa metode *Non-Archimedean Goal Programming* yang dibahas berdasarkan teori yang sudah ada.

BAB IV :Penutup

Pada bab ini berisi kesimpulan dan saran.

BAB II
KAJIAN TEORI

2.1 Pemrograman Linier

Pemrograman linier adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas di antara beberapa aktivitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin dilakukan. Persoalan pengalokasian ini akan muncul manakala seseorang harus memilih tingkat aktivitas-aktivitas tertentu yang bersaing dalam hal penggunaan sumber daya langka yang dibutuhkan untuk melaksanakan aktivitas-aktivitas tersebut (Dimyati dan Dimyati, 1994: 17).

2.1.1 Terminologi Pemrograman Linier

Dalam membangun model dari formulasi persoalan pemrograman linier digunakan beberapa karakteristik, yaitu :

1 Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat.

2 Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan merupakan fungsi dari variabel keputusan yang akan dimaksimumkan atau diminimumkan.

3 Pembatas

Pembatas merupakan kendala yang dihadapi sehingga kita tidak bisa menentukan harga-harga variabel keputusan secara sembarang.

Koefisien dari variabel keputusan pada pembatas disebut koefisien teknologis, sedangkan bilangan yang ada di sisi kanan setiap pembatas disebut ruas kanan pembatas.

4 Pembatas Tanda

Pembatas tanda adalah pembatas yang menjelaskan apakah variabel keputusannya diasumsikan hanya berharga non-negatif atau variabel keputusan tersebut boleh berharga positif, boleh juga negatif (tidak terbatas dalam tanda).

2.1.2 Model Pemrograman Linier

Model matematis perumusan masalah umum pengalokasian sumber daya untuk berbagai kegiatan, disebut sebagai model pemrograman linier. Model ini merupakann bentuk dan susunan dalam menyajikan masalah-masalah yang akan dipecahkan dengan teknik pemrograman linier.

Bentuk tabel standart pemrograman linier adalah sebagai berikut :

Tabel 2.1. Data untuk Model Pemrograman Linier

Aktivitas sumber	**Penggunaan sumber / unit**	Sumber yang dapat digunakan

$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ m \end{matrix}$	$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{matrix}$	$\begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{matrix}$
$\Delta z / unit$ *tingkat*	$\begin{matrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_n \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{matrix}$	

Dengan demikian dapat dibuat formulasi model matematis dari persoalan pengalokasian sumber-sumber pada aktifitas-aktifitas adalah sebagai berikut (Mulyono, 1991: 21 :

Maksimumkan (Minimumkan) $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$ (2.1)

$$= \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Dengan syarat :

$$\sum_{I=1}^{m} a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) \quad b_i \text{ , untuk semua } i = 1, 2, \ldots, m \qquad (2.2)$$

dan, $x_n \geq 0$

Dimana:

x_j = tingkat kegiatan ke-j, dimana $j = 1, 2, \cdots, n$

Z = nilai yang dioptimalkan

c_j = sumbangan per unit kegiatan j

b_i = jumlah sumber daya ke-i

a_{ij} = banyaknya sumber daya ke-i

m = macam batasan-batasan sumber atau fasilitas yang tersedia

n = macam kegiatan-kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas tersebut

i = macam-macam sumber atau fasilitas yang tersedia

= macam-macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia

Jika formulasi tersebut di atas dinotasikan dalam bentuk matriks, maka dapat ditulis sebagai berikut (Supranto,1988: 93):

$$\text{Maksimum atau minimum } Z = C^T X \tag{2.3}$$

Dengan syarat :

$$AX \leq, \geq \quad atau \quad = b \tag{2.4}$$

$$\text{Dan } X \geq 0, \quad b \geq 0$$

Dimana :

X = vektor kolom dari variabel-variabel yang tidak diketahui, termasuk variabel kurang, surplus dan buatan.

C^T = vektor baru dan biaya bersangkutan

A = matriks koefisien persamaan kendala

B = kolom dan ruas kanan persamaan kendala

$C = c_1, c_2, \cdots, c_n$

$X = [X_1, X_2, \ldots, X_n]^T$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1m} & a_{2m} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Formulasi di atas dinamakan sebagai bentuk standart dari persoalan pemrograman linier, dan setiap formulasi matematisnya memenuhi model ini adalah persoalan pemrograman linier. Bentuk standart dari pemrograman linier adalah bentuk formulasi yang memiliki sifat-sifat sebagai berikut (Dimyati dan Dimyati, 1994: 46):

1. Seluruh pembatas harus berbentuk persamaan (bertanda =) dengan ruas kanan yang non negatif
   a. Pembatas yang bertanda ≤ atau ≥ dapat dijadikan suatu persamaan (bertanda =) dengan menambahkan atau mengurangi dengan suatu variabel slack pada ruas kiri pembatas itu.
   b. Ruas kanan dari suatu persamaan dapat dijadikan bilangan non negatif dengan cara mengalikan kedua ruas dengan -1.
   c. Arah ketidaksamaan dapat berubah apabila kedua ruas dikalikan dengan -1.
   d. Pembatas dengan ketidaksamaan yang ruas kirinya berada dalam tanda mutlak dapat diubah menjadi dua ketidaksamaan.

2. Seluruh variabel harus merupakan variabel non-negatif

   Suatu variabel y_i yang tidak terbatas dalam tanda dapat dinyatakan sebagai dua variabel non negatif dengan menggunakan substitusi:

   $y_i = y_i^{'} - y_i^{''}$ dimana $y_i^{'} \quad dan \quad y_i^{''} \geq 0$

   Substitusi seperti ini harus dilakukan pada seluruh pembatas dan fungsi tujuannya.

3. Fungsi tujuannya dapat berupa maksimasi atau minimasi.

   Walaupun model standart pemrograman linier ini dapat berupa maksimasi atau minimasi, kadang-kadang diperlukan perubahan dari satu bentuk ke bentuk lainnya. Dalam hal ini, maksimasi dari suatu fungsi adalah sama dengan minimasi dari nagatif fungsi yang sama.

2.1.3 Asumsi Dalam Model Pemrograman Linier

Dalam menggunakan model pemrograman linier, diperlukan beberapa asumsi sebagai berikut (Ignizio dan Cavalier, 1994: 19) :

1. Asumsi kesebandingan (*Proportionality*)
   a. Kontribusi setiap variabel keputusan terhadap fungsi tujuan adalah sebanding dengan nilai variabel keputusan.
   b. Kontribusi suatu variabel keputusan terhadap ruas kiri dari setiap pembatas juga sebanding dengan nilai variabel kepuasan itu.
2. Asumsi penambahan (*Additivity*)

a. Kontribusi setiap variabel keputusan terhadap fungsi tujuan bersifat tidak bergantung pada nilai dari variabel keputusan yang lain.

b. Kontribusi setiap variabel keputusan terhadap ruas kiri dari setiap pembatas bersifat tidak bergantung pada nilai dari variabel keputusan yang lain.

3. Asumsi pembagian (*Divisibility*)

Dalam persoalan pemrograman linier, variabel keputusan boleh diasumsikan berupa bilangan pecahan

4. Asumsi kepastian (*Certainty*)

Setiap parameter, yaitu koefisien fungsi tujuan, ruas kanan dan koefisien teknologis, diasumsikan dapat diketahui secara pasti

2.1.4 Penyelesaian Model Pemrograman Linier

Pada dasarnya, metode-metode yang dikembangkan untuk memecahkan model pemrograman linier ditujukan untuk mencari solusi dari beberapa alternative solusi yang dibentuk oleh persamaan-persamaan pembatas sehingga diperoleh nilai fungsi tujuan yang optimum. Ada dua cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan pemrograman linier, yaitu dengan cara grafis dan dengan metode simpleks (Dimyati dan Dimyati, 1994: 38).

1. Metode Grafik

Masalah pemrograman linier dapat diilustrasikan dan dipecahkan secara grafik, jika ia hanya memiliki dua variabel keputusan. Walaupun demikian cara ini telah memberikan satu petunjuk penting bahwa untuk memecahkan persoalan-

persoalan pemrograman linier, hanya perlu memperhatikan titik ekstrim (titik terjauh) pada ruang solusi atau daerah fisibel.

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan pemrograman linier dengan menggunakan metode grafik adalah (Subagyo.dkk, 1995: 17) :

1). Menentukan fungsi tujuan dan memformulasikannya dalam bentuk matematis.

2). Mengidentifikasi batasan-batasan yang berlaku dan memformulasikannya dalam bentuk matematis .

3). Menggambarkan masing-masing bentuk fungsi batasan dalam sistem salib sumbu.

4). Mencari titik yang paling menguntungkan (optimal) dihubungkan dengan fungsi tujuan.

2. Metode Simpleks

Metode simpleks merupakan prosedur aljabar yang bersifat iteratif, yang bergerak selangkah demi selangkah, dimulai dari suatu titik ekstrim pada daerah fisibel (ruang solusi) menuju ke titik ekstrim yang optimum. Hal inti yang dilakukan pada metode simpleks adalah menerjemahkan definisi geometris dari titik ekstrim menjadi definisi aljabar (Taha, 1996: 61).

Pengujian titik ekstrim pada metode simpleks, membutuhkan bantuan sebuah tabel untuk menentukan apakah nilai ekstrim tujuan telah tercapai. Tabel ini dinamakan dengan tabel simpleks. Proses untuk menyelesaikan sebuah tabel simpleks pada setiap titik ekstrim adalah sama. Proses ini akan berulang sampai ditemukan sebuah titik sudut yang akan menghasilkan nilai tujuan ekstrim. Tabel dimana nilai tujuan ekstrim ini ditemukan disebut tabel simpleks optimal (Siswanto, 2007: 86).

Prosedur dalam penyelesaian pemrograman linier dengan menggunakan metode simpleks meliputi tiga langkah sebagai berikut (Subagyo.dkk, 1995: 34):

1). Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan

Pada langkah ini, fungsi tujuan diubah menjadi fungsi implisit, artinya semua $C_j X_{ij}$ digeser ke kiri.

Misalkan, $Z = 3X_1 + 5X_2$ diubah menjadi $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$

2). Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel.

Dalam bentuk simbol, metode simpleks dapat dituliskan sebagai berikut:

Tabel 2.2 Tabel simpleks dalam bentuk simbol

Variabel dasar	Z	x_1	x_2	$\dots$	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	$\dots$	x_{n+m}	NK
Z	1	$-c_1$	$-c_2$	$\dots$	$-c_n$	0	0	$\dots$	0	0
x_{n+1}	0	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}	1	0	$\dots$	0	b_1
x_{n+2}	0	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}	0	1	$\dots$	0	b_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{n+m}	0	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mn}	0	0	$\dots$	1	b_m

Sumber: Subagyo.dkk, 1995: 35

3). Memilih kolom kunci

Pada langkah ini hal yang dilakukan adalah memilih kolom yang mempunyai nilai pada fungsi tujuan yang bernilai negatif terbesar untuk masalah maksimasi dan memilih positif terbesar pada masalah minimasi.

4). Memilih baris kunci

Memilih baris kunci dilakukan dengan cara mencari indeks tiap-tiap baris dengan cara membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci.

$$indeks = \frac{nilai\,kolom\,NK}{nilai\,kolom\,kunci}$$

5). Mengubah nilai-nilai baris kunci

Niali baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci

Mengubah nilai-nilai selain baris kunci

6). Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci

Nilai-nilai baris selain pada baris kunci diubah dengan rumus :

Baris baru = baris lama – (koefisien pada kolom kunci) x nilai baru baris lama

7). Melanjutkan perbaikan-perbaikan

Perbaiakan-perbaiakn ini dilakukan dengan mengulangi langkah ke-3 sampai langkah ke-6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah. Perubahan baru berhenti setelah semua nilai pada fungsi tujuan bernilai positif atau sama dengan nol untuk masalah maksimasi dan bernilai negatif atau sama dengan nol untuk masalah minimasi.

2.1.5 Analisa Sensitivitas

Analisa sensitivitas adalah analisa yang berkaitan dengan perubahan diskrit parameter untuk malihat berapa besar perubahan dapat ditolerir sebelum solusi optimum mulai kehilangan optimalitasnya. Melalui analisa sensitivitas dapat dievaluasi pengaruh perubahan=perubahan parameter dengan sedikit tambahan perhitungan berdasar tabel simpleks optimum (Taha, 1991: 77).

Dalam analisa sensitivitas, perubahan-perubahan parameter dikelompokkan menjadi:

1. Perubahan koefisien fungsi tujuan.
2. Perubahan konstan sisi kanan.
3. Perubahan kendala.
4. Penambahan variabel baru.
5. Penambahan kendala baru.

2.2 Multiobjektif Linier Programming

2.2.1 Pengertian

Program tujuan ganda dalam bahasa asing dikenal sebagai *Goal Programming* atau *Multiobjective Programming* merupakan modifikasi atau variasi khusus dari pemrograman linier. Analisis *Multiobjektif Linier Programming* bertujuan untuk meminimumkan jarak antara atau deviasi terhadap tujuan, target atau sasaran yang telah ditetapkan dengan usaha yang dapat ditempuh untuk mencapai target atau tujuan tersebut secara memuaskan sesuai dengan syarat ikatan yang ada, yang membatasinya berupa sumber daya yang tersedia, teknologi yang ada, kendala tujuan dan sebagainya (Nasendi dan Anwar, 1985: 201).

Ide dasar dalam *Multiobjektif Linier Programming* adalah melibatkan seluruh tujuan kedalam formulasi *Multiobjektif Linier Programming* . Untuk setiap tujuan, dibuat spesifikasi tingkat aspirasinya dalam bentuk numerik yang lebih pasti. Tetapi tingkat aspirasi tidak selalu dapat dicapai dengan memuaskan, maka penyimpangan (*deviation*) terhadap tujuan itu dapat diupayakan. Dalam *Multiobjektif Linier Programming* , target yang bersifat numerik harus terlebih dahulu ditentukan pada setiap tujuan. Selanjutnya adalah mencari solusi yang meminimumkan total penyimpangan tujuan-tujuan tersebut dari target-targetnya (Imam, 2003: 2).

2.2.2 Terminologi Multiobjektif Linier Programming

Dalam menggunakan model dari formulasi persoalan *Multiobjektif Linier Programming* digunakan beberapa karakteristik, yaitu (Mulyono, 1991: 231) :

1. Variabel Keputusan (*Decision Variabel*)

   Variabel Keputusan yang dimaksud disini adalah seperangkat variabel yang tidak diketahui, yang akan dicari nilainya.

2. Nilai Sisi Kanan (*Right Hand Side Value*)

   Nilai Sisi Kanan adalah nilai-nilai yang biasanya menunjukkan ketersediaan sumber daya yang akan ditentukan kekurangan atau kelebihan penggunaannya.

3. Tujuan (*Multiobjektif*)

   Tujuan merupakan keinginan untuk meminimumkan angka penyimpangan dari suatu nilai *right hand side* pada suatu *multiobjective constraint* tertentu

4. Kendala Tujuan (*Multiobjective Constraint)*

   Kendala Tujuan yang merupakan sinonim dari istilah multiobjektif equation adalah suatu tujuan yang diekspresikan dalam persamaan matematik dengan memasukkan variabel simpangan.

5. Faktor Prioritas (*Preemtive Priority Factor*)

   Faktor Prioritas adalah suatu sistem urutan yang memungkinkan tujuan-tujuan disusun secara ordinal dalam model *Multiobjektif Linier Programming* .

6. Variabel Simpangan (*Deviational Variable*)

   Faktor Prioritas merupakan varibel-variabel yang menunjukkan kemungkinan penyimpangan negatif atau penyimpangan positif dari suatu nilai *right hand side*. Varibel-variabel ini serupa dengan variabel slack dalam pemrograman linier.

7. Bobot (*Differential Weight*)

   Bobot adalah timbangan matematik yang diekspresikan dengan angka kardinal dan digunakan untuk membedakan variabel simpangan didalam suatu tingkat prioritas.

8. Koefisien Teknologi (*Tecnological Coefficient*)

Koefisien teknologi adalah niali-nilai numerik yang menunjukkan penggunaan nilai b per unit untuk menciptakan x_j.

2.2.3 Model Multiobjektif Linier Programming

Secara metematis dapat dituliskan komponen *Multiobjektif Linier Programming* sebagai berikut:

$x_1, x_2, \cdots, x_n$ = variabel keputusan

K = banyaknya tujuan yang dipertimbangkan

C_{Kj} = koefisien $x_j\,(j = 1,2,\cdots,n)$ pada setiap fungsi obyektif dalam setiap tujuan k, $K = 1,2,\cdots,K$

b_K = target untuk tujuan K

Solusi untuk persoalan *Multiobjektif Linier Programming* adalah bagaimana mendekati target-target yang telah menjadi tujuan sedekat mungkin. Dan jika terjadi penyimpangan maka penyimpangan-penyimpanagn itu minimum.

Andaikan terdapat K fungsi tujuan, maka dapat dituliskan:

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{n} C_{1j} x_j = b_1 \qquad (\textit{fungsi} \quad \textit{obyektif} \quad 1)\\
&\sum_{j=1}^{n} C_{2j} x_j = b_2 \qquad (\textit{fungsi} \quad \textit{obyektif} \quad 2)\\
&\qquad \vdots\\
&\sum_{j=1}^{n} C_{Kj} x_j = b_K \qquad (\textit{fungsi} \quad \textit{obyektif} \quad K)
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Karena tidak mungkin dapat mencapai seluruh target, maka perlu didefinisikan sebuah fungsi obyektif menyeluruh untuk *Multiobjektif Linier*

Programming yang kompromistis dengan tujuan mencapai berbagai target. Dengan asumsi bahwa penyimpangan itu dapat bernilai negatif atau positif, maka fungsi obyektif menyeluruh untuk persoalan *Multiobjektif Linier Programming* dapat ditulis sebagai berikut:

$$Z_{\min} = \sum_{k=1}^{K} \left| \left(\sum_{j=1}^{n} C_{Kj} x_j - b_K \right) \right| \tag{2.6}$$

Dengan demikian, fungsi tujuan multiobjektif linier programming diekspresikan sebagai fungsi preferensi (*preference function*) atau fungsi pencapain (*achievement function*) terbatas kepada penyimpanagn dari target.

Fungsi obyektif tersebut sangat rumit untuk diselesaikan. Maka dengan transformasi nilai format pemrograman linier kepada fungsi obyektif menyeluruh tersebut, dapat dilakukan solusi dengan lebih sederhana. Langkah awal dari proses transformasi itu adalah membuat variabel baru yang terdefinisi sebagai:

$$d_K = \sum_{j=1}^{n} C_{Kj} x_j - b_K, \quad untuk \quad k = 1, 2, \cdots K \tag{2.7}$$

Dengan demikian fungsi obyektif *Multiobjektif Linier Programming* menjadi:

$$Z_{\min} = \sum_{k=1}^{K} \left| d_K \right| \tag{2.8}$$

Karena d_K dapat bernilai positif atau negatif, maka variabel ini dapat diganti dengan dua variabel non negatif baru, sehingga $d_K = d_K^{+} - d_K^{-}$ dimana d_K^{+} dan $d_K^{-} \geq 0$

$$|d_K| = |d_K^{+} - d_K^{-}| = d_K^{+} + d_K^{-} \tag{2.9}$$

d_K^{+} dan d_K^{-} merupakan variabel penyimpangan (*deviational variabel*) yang merepresentasikan tingkat pencapaian melebihi target (*over achievement*) dan pencapaian dibawah target (*under achievement*). Secara bersamaan, tidak mungkin terjadi *over achievement* dan *under achievement*, maka berlaku hubungan sebagai berikut:

$$d_K^{-} \times d_K^{+} = 0 \tag{2.10}$$

Formula umum *Multiobjektif Linier Programming* kemudian dapat dituliskan secara lengkap sebagai:

$$Z_{\min} = \sum_{k=1}^{K} (d_K^{+} + d_K^{-}) \tag{2.11}$$

Syarat ikatan

$$\sum_{j=1}^{n} C_{Kj} x_j - (d_K^{+} - d_K^{-}) = b_K \tag{2.12}$$

$$\forall x_j, d_K^{+}, d_K^{-} \geq 0$$

Dalam formulasi *Multiobjektif Linier Programming* ini setiap target dimasukkan dalam kendala-kendala pada persamaan. Fungsi kendala semacam ini disebut sebagai kendala tujuan (*multiobjective constraint*), dimana dalam persamaan telah melibatkan variabel penyimpangan d_K^{+} dan d_K^{-}.

Pada beberapa situasi, penyimpangan pada suatu target tertentu menjadi lebih penting bagi pembuat keputusan dibanding penyimpangan target lainnya. Demikian juga pada sebuah target tertentu, bisa saja penyimpangannya jauh lebih penting dari penyimpangan target lainnya dengan arah yang berlawanan. Pada situasi seperti ini, maka dapat dimasukkan bobot yang berbeda (*differential weight*), ${W_K}^+$ dan ${W_K}^-$ pada setiap penyimpangannya. Sehingga:

$$Z_{\min} = \sum_{k=1}^{K} ({W_K}^+ {d_K}^+ + {W_K}^- {d_K}^-) \tag{2.13}$$

Syarat ikatan

$$\sum_{j=1}^{n} C_{Kj} x_j - ({d_K}^+ - {d_K}^-) = b_K \tag{2.14}$$

$$\forall x_j, {d_K}^+, {d_K}^- \geq 0$$

Dengan demikian model umum Multiobjektif linier programming tanpa faktor prioritas di dalam strukturnya adalah sebagai berikut . (Nasendi dan Anwar, 1985: 203):

$$\text{Minimumkan} \quad Z = \sum_{k=1}^{K} W_K (d_K^+ + d_K^-) \tag{2.15}$$

$$= \sum_{k=1}^{K} W_K^+ d_K^+ + W_K^- d_K^- \tag{2.16}$$

Syarat ikatan:

$$\sum_{k=1}^{K} C_{Kj} x_j + d_K^- - d_K^+ = b_K \qquad (k = 1, 2, \ldots, K) \tag{2.17}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq atau \geq t_i \quad untuk\,(i = 1, 2, \ldots, p), \quad (j = 1, 2, \ldots, n) \tag{2.18}$$

Dan,

$$x_j, d_K^+, d_K^- \geq 0$$
$$d_K^+, d_K^- = 0$$

Dimana:

d_K^+, d_K^- = jumlah unit deviasi yang kekurangan atau kelebihan terhadap tujuan b_i

W_K^+, W_K^- = bobot (ordinal atau kardinal) yang diberikan terhadap suatu unit deviasi yang kekurangan atau kelebihan terhadap tujuan b_i

C_{Kj} = koefisien teknologi fungsi kendala tujuan, yaitu yang berhubungan dengan tujuan peubah pengambilan keputusan x_j

x_j = peubah pengambilan keputusan atau kegiatan yang kini dinamakan sebagai sub tujuan

b_K = tujuan atau target yang ingin dicapai

a_{ij} = koefisien teknologi fungsi kendala biasa

t_i = jumlah sumber daya i yang tersedia

Menurut Hiller dan Lieberman (1995: 273) terdapat dua macam kasus yang harus ditetapkan dalam masalah *Multiobjektif Linier Programming* . Yang pertama disebut sebagai *Non-Preemtive Multiobjective Programming* dimana semua tujuan mempunyai kepentingan yang sama. Yang kedua adalah *Preemtive Multiobjective Programming*, dimana masing-masing tujuan mampunyai urutan tingkat prioritas.

Apabila terdapat tujuan yang berlainan dan tujuan-tujuan tersebut saling bertentangan maka dapat dimungkinkan untuk menentukan tujuan yang diutamakan atau diprioritaskan. Misalnya tujuan yang paling penting ditentukan sebagai prioritas pertama, tujuan yang kurang begitu penting ditentukan sebagai prioritas kedua, demikian seterusnya. Pembagian prioritas inilah yang dikatakan sebagai pengutamaan (*preemptive*), yaitu mendahulukan tercapainya kepuasan pada sesuatu tujuan yang telah diberikan prioritas utama sebelum menuju kepada tujuan-tujuan atau prioritas-prioritas berikutnya. Jadi harus disusun dalam suatu urutan (ranking) menurut prioritasnya.

Dalam hal ini faktor prioritas tersebut dinyatakan sebagai $P_K(untuk \quad K = 1,2,\ldots,K)$. Faktor-faktor prioritas tersebut memiliki hubungan sebagai berikut:

$$P_1 >>> P_2 >>> P_K >>> P_{K+1}$$

Dimana >>> berarti “jauh lebih tinggi daripada”. Hubungan prioritas tersebut di atas menunjukkan bahwa walaupun faktor prioritas tersebut kita gandakan atau kita kalikan sebanyak n kali (dimana n > 0), namun faktor yang diprioritaskan tersebut akan tetap menjadi yang teratas. Dengan kata lain prioritas dibawahnya dapat menjadi lebih tinggi daripada prioritas diatasnya, walaupun sudah dikalikan sebanyak n kali. Jadi hubungan $nP_{K+1} > P_K$ tidak mungkin terjadi dalam persoalan *Multiobjektif Linier Programming* yang memakai ketentuan pengutamaan (urutan prioritas).

Dengan demikian, model umum *Multiobjektif Linier Programming* dengan urutan prioritas dapat dirumuskan sebagai berikut (Nasendi dan Anwar, 1985: 213):

Minimumkan $$Z = \sum_{k=1}^{K} P_K W_K (d_K^{\,-} + d_K^{\,+}) \qquad (2.19)$$

Syart ikatan:

$$\sum_{k=1}^{K} C_{Kj} x_j + d_K^- - d_K^+ = b_K \qquad (k = 1, 2, \dots, K) \qquad (2.20)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le atau \ge t_i \quad untuk\ (i = 1, 2, \dots, p), \quad (j = 1, 2, \dots, n) \qquad (2.21)$$

Dan, $$x_j, d_K^+, d_K^- \ge 0$$
$$d_K^+, d_K^- = 0$$

Dimana ,

P_K = faktor prioritas pada tujuan ke-K

d_i^+, d_i^- = jumlah unit deviasi yang kekurangan atau kelebihan terhadap tujuan b_i

W_K^+, W_K^- = bobot (ordinal atau kardinal) yang diberikan terhadap suatu unit deviasi yang kekurangan atau kelebihan terhadap tujuan b_i

C_{Kj} = koefisien teknologi fungsi kendala tujuan, yaitu yang berhubunagn dengan tujuan peubah pengambilan keputusan x_j

x_j = peubah pengambilan keputusan atau kegiatan yang kini dinamakan sebagai sub tujuan

b_K = tujuan atau target yang ingin dicapai

a_{ij} = koefisien teknologi fungsi kendala biasa

t_i = jumlah sumber daya i yang tersedia

2.2.4 Perumusan *Multiobjektif Linier Programming*

Perumusan masalah *Multiobjektif Linier Programming* hampir sama dengan perumusan masalah dalam pemrograman linier. Adapun langkah-langkah dalam perumusan *Multiobjektif Linier Programming* adalah:

1. Menentukan variabel keputusan

   Sama halnya pada pemrograman linier untuk standarisasi peubah keputusan dinyatakan dengan X, sehingga X_j adalah peubah keputusan ke-j. Inti dari pengembangan model ini adalah menentukan nilai peubah keputusan yang optimal.

2. Menyatakan fungsi tujuan

   Pada model *Multiobjektif Linier Programming* , tujuan tersebut ditentukan oleh:

   a. Keinginan atau kehendak pengambil keputusan.

   b. Ketersediaan sumber daya.

c. Batasan atau kendala lain yang secara eksplisit dan implisit menentukan dalam pemilihan peubah keputusan.

3. Menyatakan fungsi kendala tujuan dan kendala struktural

Menurut Mulyono (1991: 233), ada enam jenis kendala tujuan yang berlainan. Maksud setiap jenis kendala itu ditentukan oleh hubungannya dengan fungsi tujuan.

Tabel 2.3 Tabel jenis-jenis kendala tujuan

Kendala tujuan	Variabel simpangan dalam fungsi tujuan	Kemungkinan simpangan	Penggunaan nilai RHS yang diinginkan
$a_{ij}x_j + d_i^- = b_i$	d_i^-	negatif	$= b_i$
$a_{ij}x_j - d_i^+ = b_i$	d_i^+	positif	$= b_i$
$a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^-	negatif dan positif	b_i atau lebih
$a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^-	negatif dan positif	b_i atau kurang
$a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^- dan d_i^+	negatif dan positif	$= b_i$
$a_{ij}x_j - d_i^+ = b_i$	d_i^+ (artf.)	tidak ada	pas $= b_i$

Sumber : Mulyono, 1991: 233

Dari tabel di atas terlihat bahwa setiap jenis kendala tujuan harus mempunyai satu atau dua variabel simpangan yang ditempatkan pada fungsi tujuan.

Dimungkinkan adanya kendala-kendala yang tidak memiliki variabel simpangan. Kendala-kendala ini sama seperti kendala-kendala persamaan linier. Persamaan pertama pada tabel di atas maknanya serupa dengan kendala pertidaksamaan $\leq$ dalam masalah pemrograman linier maksimasi. Persamaan kedua maknanya serupa dengan pertidaksamaan $\geq$ pada masalah pemrograman linier minimasi. Persamaan ketiga, keempat dan kelima semuanya memperbolehkan penyimpangan dua arah, tetapi persamaan kelima mencari penggunaan sumber daya yang diinginkan sama dengan b_i. Ini serupa dengan kendala persamaan dalam pemrograman linier, tetapi tidak menempel pada solusi karena dimungkinkan adanya penyimpangan negatif dan positif. Jika kendala persamaan dianggap perlu dalam perumusan model *Multiobjektif Linier Programming* , ia dapat dimasukkan dengan menempatkan sebuah artificial variabel d_i^+, seperti pada persamaan keenam. Persamaan ketiga dan keempat memperbolehkan adanya penyimpangan positif dan negatif dari nilai *right hand side*-nya.

4. Menentukan prioritas

   Inti dari menentukan prioritas ini adalah membuat urutan-urutan pada masing-masing tujuan. Jika persoalannya tidak memiliki urutan tujuan maka langkah ini dapat dilewati.

5. Manentukan bobot

   Menentukan bobot adalah membuat penilaian terhadap deviasi pada masing-masing tujuan. Jika persoalannya tidak memiliki urutan tujuan maka langkah ini dapat dilewati.

6. Menyatakan fungsi tujuan

   Menyatakan fungsi tujuan disini adalah memilih variabel simpangan yang akan dimasukkan kedalam fungsi tujuan. Untuk menyatakan fungsi tujuan ini ada beberapa ketetapan, yaitu (Anonim, 2007):

   Jika $Z_k(x) < T_k$ *maka* $d_k^- > 0$ *dan* $d_k^+ = 0$

   Jika $Z_k(x) > T_k$ *maka* $d_k^- = 0$ *dan* $d_k^+ > 0$

   Jika $Z_k(x) = T_k$ *maka* $d_k^- = 0$ *dan* $d_k^+ = 0$

2.2.5 Jenis-Jenis Multiobjektif Linier Programming

Ada beberapa tipe dari *Multiobjektif Linier Programming* , yaitu (Grahari, 2006 : 14):

1. *Linear Goal Programming*, yaitu proses pengambilan keputusan multiobjektif dibentuk oleh fungsi-fungsi pemrograman linier. Pemrograman ini memuat tujuan dan kendala secara matematis, dimana tiap-tiap fungsi dinyatakan sebagai target (multiobjektif).

   Ada tiga macam jenis target yang mungkin, yaitu:

   a. *A lower, one sided goal*, adalah menentukan batas bawah yang tidak boleh dilampaui

   b. *An Upper, one sided goal*, adalah menentukan batas atas yang tidak boleh kita lampaui.

   c. *A two sided goal* adalah menentukan target khusus yang harus kita capai dikedua sisi.

Menurut Ignizio dan Cavalier (1994 : 515) pada multiobjektif linier programming ada tiga metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikannya, yaitu:

1. Archimedean Goal Programming
2. Non-Archimedean Goal Programming
3. Chebyshev Goal Programming

2. *Non-Linear Goal Programming*, yaitu pengambilan keputusan multiobjektif yang dibentuk dari fungsi non linier atau kombinasi dari fungsi linier dan non linier
3. *Integer Linear Goal Programming*, yaitu model pengambilan keputusan multiobjektif yang dibentuk dari fungsi-fungsi linier, dimana beberapa atau seluruh fungsi tujuan dibatasi dengan nilai-nilai integer.

2.3 Metode *Non-Archimedean Goal Programming*

Penyelesaian masalah *Multiobjektif Linier Programming* pada formulasi (2.15) diatas memerlukan metode yang disebut dengan teknik goal programming. *Non-Archimedean Goal Programming* merupakan metode penyelesaian goal programming yang dapat disebut sebagai *lexicographic* goal programming (Ignizio dan Cavalier, 1994: 520).

Bentuk umum dari *Non-Archimedean Goal Programming* dapat dituliskan sebagai berikut (Ignizio dan Cavalier, 1994: 562) :

Minimumkan $$u = \left\{ (\mu^1\eta^1 + \omega^1\rho^1), \ldots, (\mu^K\eta^K + \omega^K\rho^K) \right\} \tag{2.22}$$

Kendala

$$A'x + \eta^1 - \rho^1 = r^1 \tag{2.23}$$

$$D^2 x + \eta^2 - \rho^2 = r^2 \tag{2.24}$$

$$D^3 x + \eta^3 + \rho^3 = r^3 \tag{2.25}$$

$$\vdots$$

$$D^K x + \eta^K - \rho^K = r^K \tag{2.26}$$

$$x, \eta, \rho \geq 0$$

Dimana:

$$A = \begin{bmatrix} A' & I & & & -I & & & \\ D^2 & & I & & & -I & & \\ \vdots & & & \ddots & & & \ddots & \\ D^K & & & I & & & & -I \end{bmatrix}$$

$$c^1 = \begin{bmatrix} 0 & \mu^1 & \varpi^1 \end{bmatrix}$$
$$\vdots$$
$$c^K = \begin{bmatrix} 0 & \mu^K & \varpi^K \end{bmatrix}$$

A' = matriks koefisien teknologi untuk semua hard goals

D^K = matriks koefisien teknologi untuk semua soft goals pada prioritas ke-K

μ^K = bobot relatif untuk semua deviasi negatif pada prioritas ke-K

ω^K = bobot relatif untuk semua deviasi positif pada prioritas ke-K

η^K = vektor dari deviasi negatif pada prioritas ke-K

ρ^K = vektor dari deviasi positif pada prioritas ke-K

r^K = nilai sisi kanan untuk goals pada prioritas ke-K

Fungsi kendala (2.22) pada formulasi di atas merupakan kendala sumber, sedangkan fungsi kendala (2.23) – (2.26) adalah kendala tujuan.

2.4 Pengambilan Keputusan Dalam Islam

Kemampuan intelektual dalam membuat suatu keputusan memerlukan pemikiram dan ilmu, kemampuan penalaran terhadap masukan-masukan dan situasi serta kondisi yang objektif, yang kesemuanya dapat dianalisis dan menjadi dasar dari keputusan yang diambil. Keputusan yang diambil harus memperhitungkan kemungkinan yang akan timbul, serta diharapkan akan mencapai tujuan yang tepat.

2.3.1 Prasyarat Untuk Membuat Keputusan

Landasan-landasan prasyarat dalam pengambilan keputusan adalah:

1. Inisiatif

Pembuatan keputusan diharapkan timbul dan didorong oleh inisiatif. Pengambil keputusan yang berinisiatif adalah pengambil keputusan yang dinamis, kreatif dan selalu berusaha untuk mencapi prestasi yang lebih baik.

2. Niat

Bagi setiap muslim, niat adalah hal yang utama karena selalu dikaitkan dengan semua pekerjaan yang bertujuan konstruktif dan untuk mencapai ridha Allah SWT. Didalam niat tergambar perbuatan yang akan dilakukan dan keinginan untuk mencapai hasil yang positif dan konstruktif. Sebagaimana yang disebutkan dalam hadist riwayat Bukhari dan Muslim berikut:

"*Setiap amal disertai dengan niat. Setiap amal seseorang tergantung dengan apa yang diniatkannya. Karena itu, siapa saja yang hijrahnya (dari makkah ke madinah) karena Allah dan Rasul-Nya (melakukan hijrah demi mengagungkan dan melaksanakan perintah Allah dan utusan-Nya), maka hijrahnya tertuju kepada Allah dan Rasul-Nya (diterima atau diridhoi Allah). Tetapi siapa saja yang melakukan hijrah demi kepentingan dunia yang akan diperolehnya, atau karena perempuan yang akan dinikahinya, maka hijrahnya sebatas kepada sesuatu yang menjadi tujuannya (tidak diterima oleh Allah)* ".(An-Nawawi.dkk, 2006: 37)

3. Mengetahui dan Mengerti Sasaran

Sebelum membuat keputusan, pengambil keputusan terlebih dahulu harus mengetahui sasaran yang akan dicapai. Apakah keputusan itu untuk mencapai sasaran akhir atau hanya sasaran antara atau media, yaitu sasaran yang menjembatani untuk menuju sasaran akhir.

4. Mengetahui situasi, kondisi dan waktu yang tepat

Situasi, kondisi dan waktu yang tepat harus diketahui untuk mengantisipasi dan mempersiapkan setiap keputusan yang diambil.

2.3.2 Proses Pembuatan Keputusan

Suatu keputusan yang baik adalah dari hasil proses yang baik, sistematis, mendasar dan dapat dipertanggungjawabkan. Menurut Yusanto (2002 : 96) proses pembuatan keputusan memerlukan tahap-tahap sebagai berikut:

1. Merumuskan hakikat permasalahan

   Langkah pertama adalah mendefinisikan masalah yang dihadapi dengan setepat-tepatnya dengan cara:

   1. Menentukan obyek-obyek pengambilan keputusan
   2. Mengumpulkan dan mengolah fakta-fakta dan data yang relevan

      Untuk membuat suatu keputusan perlu pertimbangan yang matang dan tepat. Suatu keputusan yang tepat harus berdasarkan data yang akurat, serta masukan (*input*) yang relevan dan actual.

      Masukan-masukan dan data yang ada, diproses, dianalisa dan hasilnya kita gunakan sebagai bahan pembuatan keputusan. Karena itu, data-data yang relevan tersebut harus diteliti kebenarannya. Allah SWT berfirman:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوٓاْ إِن جَآءَكُمۡ فَاسِقُۢ بِنَبَإٖ فَتَبَيَّنُوٓاْ أَن تُصِيبُواْ قَوۡمَۢا بِجَهَٰلَةٖ

فَتُصۡبِحُواْ عَلَىٰ مَا فَعَلۡتُمۡ نَٰدِمِينَ ٦

Artinya**:** **”** *Hai orang-orang yang beriman, jika datang kepadamu orang Fasik membawa suatu berita, maka periksalah dengan teliti agar kamu tidak menimpakan suatu musibah kepada suatu kaum tanpa mengetahui keadaannya yang menyebabkan kamu menyesal atas perbuatanmu itu.*” **(**Al**-**Hujurat**:** 6**)**

Berdasarkan ayat di atas, setiap berita harus disaring dan menuntut untuk menjadikan langkah kita berdasarkan pengetahuan, sebagai lawan dari jahiliah yang berarti kebodohan, disamping melakukannya berdasar pertimbangan logis dan nilai-nilai yang ditetapkan Allah (Shihab, 2002: 238).

3. Mendiagnosis masalah

2. Mengembangkan dan mengevaluasi beberapa alternatif keputusan

   Setelah mengetahui hakikat permasalahan, maka langkah berikutnya adalah mengembangkan beberapa alternatif keputusan yang mungkin ditempuh dan kemudian mengevaluasinya secara cermat.

3. Memilih satu alternatif keputusan terbaik.

   Evaluasi cermat terhadap berbagai alternatif keputusan tersebut akan membawa kita pada satu pilihan keputusan terbaik.

4. Menerapkan keputusan dan memantau pelaksanaannya

   Langkah terakhir adalah menerapkan keputusan yang telah ditetapkan dan memantau penerapannya, sehingga jika diperlukan dapat dilakukan tindakan-tindakan penyesuaian.

2.3.3 Syarat-syarat Keputusan Yang Baik

Menurut Effendi (1985) keputusan yang diambil harus memenuhi syarat yang baik dan tepat, yaitu;

1. Dimusyawarahkan

   Agama Islam adalah agama yang menganut pandangan hidup yang demokratis. Oleh karena itu setiap keputusan yang mengenai suatu hal yang banyak pengaruhnya terhadap kepentingan umum haruslah diuji dengan pendapat orang lain atau dimusyawarahkan.

فَبِمَا رَحْمَةٍ مِّنَ ٱللَّهِ لِنتَ لَهُمْ ۖ وَلَوْ كُنتَ فَظًّا غَلِيظَ ٱلْقَلْبِ لَٱنفَضُّواْ مِنْ

حَوْلِكَ ۖ فَٱعْفُ عَنْهُمْ وَٱسْتَغْفِرْ لَهُمْ وَشَاوِرْهُمْ فِى ٱلْأَمْرِ ۖ فَإِذَا عَزَمْتَ

فَتَوَكَّلْ عَلَى ٱللَّهِ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ يُحِبُّ ٱلْمُتَوَكِّلِينَ ﴿١٥٩﴾

Artinya: “*Maka disebabkan rahmat dari Allah-lah kamu berlaku lemah lembut terhadap mereka. Sekiranya kamu bersikap keras lagi berhati kasar, tentulah mereka menjauhkan diri dari sekelilingmu. Karena itu ma'afkanlah mereka, mohonkanlah ampun bagi mereka, dan bermusyawarahlah dengan mereka dalam urusan itu. Kemudian apabila kamu telah membulatkan tekad, Maka bertawakkallah kepada Allah. Sesungguhnya Allah menyukai orang-orang yang bertawakkal kepada-Nya*”. (Ali Imran :159)

Dari ayat di atas, Islam mengharuskan penganutnya untuk bermusyawarah dalam pengambilan keputusan, terutama urusan yang menyangkut kepentingan umum (Al- Jazairi, 2007: 243).

2. Adil

Keputusan yang diambil haruslah adil, baik terhadap diri sendiri maupun terhadap orang lain. Keputusan yang demikian, tentu akan sesuai dengan kebutuhan yang konkret dan sesuai dengan ajaran Islam yang esensial. Allah berfirman:

إِنَّ ٱللَّهَ يَأْمُرُكُمْ أَن تُؤَدُّواْ ٱلْأَمَٰنَٰتِ إِلَىٰٓ أَهْلِهَا وَإِذَا حَكَمْتُم بَيْنَ ٱلنَّاسِ أَن

تَحْكُمُواْ بِٱلْعَدْلِ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ نِعِمَّا يَعِظُكُم بِهِۦٓ ۗ إِنَّ ٱللَّهَ كَانَ سَمِيعًۢا بَصِيرًا ﴿٥٨﴾

Artinya: “ *Sesungguhnya Allah menyuruh kamu menyampaikan amanat kepada yang berhak menerimanya, dan (menyuruh kamu) apabila menetapkan hukum di antara manusia supaya kamu menetapkan dengan adil. Sesungguhnya Allah memberi* *pengajaran yang sebaik-baiknya kepadamu. Sesungguhnya Allah adalah Maha mendengar lagi Maha Melihat.*"(An-Nisa : 58)

Firman Allah SWT di atas, menunjukkan kewajiban bertindak, berbicara dan memutuskan sesuatu dengan adil. Demikian pula dalam membuat keputusan haruslah adil. Sebab suatu keputusan yang diambil akan membawa akibat, yang bukan hanya pembuat keputusan yang terlibat. Karena itu, sikap adil yang diajarkan agama Islam sangat penting dalam pengambilan keputusan (Al- Jazairi, 2007: 419).

3. Dapat Dilaksanakan

Suatu keputusan adalah untuk dilaksanakan. Karena itu keputusan yang diambil harus dapat dilaksanakan dan realistis. Pengambil keputusan harus mampu mengambil keputusan yang berada dalam kemampuan untuk melaksanakannya. Sekalipun cukup optimis, akan tetapi jika keputusan itu terlalu berat, tidak terjangkau atau tidak sesuai dengan keadaan yang sebenarnya maka keputusan itu tidak patut diambil. Hal ini sebagaimana firman Allah SWT:

وَأَن لَّيْسَ لِلْإِنسَٰنِ إِلَّا مَا سَعَىٰ ﴿٣٩﴾

Artinya: "Dan bahwasanya seorang manusia tiada memperoleh selain apa yang telah diusahakannya". (An-najm: 39)

Ayat di atas menjelaskan bahwa seorang manusia tiada memiliki selain apa yang telah diusahakannya. Dan bahwa usahanya yang baik atau yang buruk tidak akan dilenyapkan Allah, tetapi kelak akan dilihat dan diperlihatkan kepadanya. Sehingga ia akan berbangga dengan amal baiknya dan ingin menjauh dari amal buruknya. (Shihab, 2002: 433)

4. Keputusan Harus Jelas

Suatu keputusan yang diambil harus jelas, mudah dimengerti dan tidak meragukan. Firman Allah SWT:

وَلْيَخْشَ ٱلَّذِينَ لَوْ تَرَكُوا۟ مِنْ خَلْفِهِمْ ذُرِّيَّةً ضِعَـٰفًا خَافُوا۟ عَلَيْهِمْ

فَلْيَتَّقُوا۟ ٱللَّهَ وَلْيَقُولُوا۟ قَوْلًا سَدِيدًا ﴿٩﴾

Artinya: "Dan hendaklah takut kepada Allah orang-orang yang seandainya meninggalkan dibelakang mereka anak-anak yang lemah, yang mereka khawatir terhadap (kesejahteraan) mereka. Oleh sebab itu hendaklah mereka bertakwa kepada Allah dan hendaklah mereka mengucapkan perkataan yang benar". (An-Nisa: 9)

Inti dari surat An-nisa ayat 9 diatas adalah keharusan untuk berkata jujur dan benar, berwasiat dengan sesungguhnya kepada siapa yang menyaksikan akhir hayatnya perkataan yang tidak mengandung spekulasi dan kezaliman (Al-jazairi, 2007: 317).

5. Tidak Mengandung Kemungkaran

Setiap keputusan yang diambil harus mempunyai tujuan yang baik, tidak boleh bertujuan kepada hal yang munkar baik yang terang maupun yang terselubung. Allah berfirman:

وَلۡتَكُن مِّنكُمۡ أُمَّةٞ يَدۡعُونَ إِلَى ٱلۡخَيۡرِ وَيَأۡمُرُونَ بِٱلۡمَعۡرُوفِ وَيَنۡهَوۡنَ عَنِ ٱلۡمُنكَرِۚ
وَأُوْلَٰٓئِكَ هُمُ ٱلۡمُفۡلِحُونَ ١٠٤

Artinya: "Dan hendaklah ada di antara kamu segolongan umat yang menyeru kepada kebajikan, menyuruh kepada yang ma'ruf dan mencegah dari yang munkar, merekalah orang-orang yang beruntung". (Ali-Imran: 104)

Ayat di atas menyerukan kepada setiap umat Islam untuk selalu berbuat kebaikan. Begitu juga dalam pengambilan keputusan. Menurut ajaran Islam, keputusan yang diambil adalah untuk mencapai hasil yang sebaik-baiknya dan bermanfaat bagi kehidupan manusia (Al-jazairi, 2007: 163).

6. Berdasarkan Ilmu

Keputusan yang diambil harus berdasarkan ilmu, tidak boleh bedasarkan dugaan atau hal-hal yang bersifat spekulasi. Sehubungan hal tersebut Allah SWT berfirman:

وَإِن كَانَ كَبُرَ عَلَيۡكَ إِعۡرَاضُهُمۡ فَإِنِ ٱسۡتَطَعۡتَ أَن تَبۡتَغِيَ نَفَقٗا فِي ٱلۡأَرۡضِ أَوۡ
سُلَّمٗا فِي ٱلسَّمَآءِ فَتَأۡتِيَهُم بِـَٔايَةٖۚ وَلَوۡ شَآءَ ٱللَّهُ لَجَمَعَهُمۡ عَلَى ٱلۡهُدَىٰۚ فَلَا
تَكُونَنَّ مِنَ ٱلۡجَٰهِلِينَ ٣٥

Artinya: "Dan jika perpalingan mereka (darimu) terasa amat berat bagimu, Maka jika kamu dapat membuat lobang di bumi atau tangga ke langit lalu kamu dapat mendatangkan mukjizat kepada mereka (maka buatlah). kalau Allah menghendaki, tentu saja Allah menjadikan mereka semua dalam petunjuk sebab itu *janganlah sekali-kali kamu termasuk orang-orang yang jahil”.* (Al-An’am: 35)

Dalil diatas menunjukkan, bahwa setiap keputusan yang diambil harus berdasarkan pengetahuan, tidak boleh melakukan hal-hal yang tidak wajar, baik atas dorongan nafsu, kepentingan sementara, maupun kepicikan pandangan dan mengabaikan nilai-nilai ajaran Ilahi (Shihab, 2001: 74).

7. Yakin Akan Kebenaran Keputusan

Suatu keputusan yang dibuat menurut proses dan syarat diatas harus diuji berdasarkan keyakinan, apakah sudah cukup benar, sehat dan adil. Dalam hal ini ajaran Islam menganjurkan kita agar selalu berhubungan dengan Allah untuk meminta taufik dan hidayah-Nya. Sudah menjadi kelaziman bagi setiap muslim, bahwa untuk menentukan sesuatu sebelum dijalankan hendaknya meminta petunjuk dengan melakukan shalat istiharah.

Islam juga mengenal istilah bashirah, yaitu penilaian melalui hati nurani yang dihubungkan dengan taufik dari Allah. Demikian juga dengan persyaratan dan proses pengambilan keputusan serta teknik pembuatan keputusan yang baik, harus diyakini kebenarannya.

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab III ini, akan dikemukakan langkah-langkah dalam metode *Non-Archimedean Goal Programming* untuk menyelesaikan *Multiobjektif Linier Programming*. Selanjutnya akan diberikan contoh masalah *Multiobjektif Linier Programming* yang diselesaikan dengan menggunakan metode *Non-Archimedean Goal Programming*. .

3.1 Prosedur Umum dalam Metode *Non-Archimedean Goal Programming*

Penyelesaian *Multiobjektif Linier Programming* dengan menggunakan metode *Non-Archimedean Goal Programming* melalui langkah-langkah sebagai berikut :

1. Mentrasformasi formulasi *Non-Archimedean Goal Programming* ke dalam bentuk standart dari *Multiobjektif Linier Programming* seperti pada formulasi (2.15).
2. Mencari solusi optimum melalui metode simpleks dua tahap dengan beberapa variasi yang mengikuti algoritma untuk masalah minimasi.
3. Penentuan prioritas sasaran dengan analisa sensitifitas dengan perubahan parameter pada fungsitujuan.

Langkah 1:

Transformasi Bentuk Non-Archimedean Goal Programming ke Dalam Bentuk Standart dari Multiobjektif Linier Programming.

Pada formulasi (2.22) – (2.26), ω^K dan μ^K menunjukkan timbangan relatif yang sesuai untuk ρ^K dan η^K.Kemudian ω^K dan μ^K dapat dituliskan sebagai $W_K{}^+$ dan $W_K{}^-$ sedangkan ρ^K dan η^K dapat dituliskan sebagai $d_K{}^+$ dan $d_K{}^-$. Formulasi (2.22) di atas selanjutnya dapat ditambahkan dengan variabel simpangan, yaitu $d_K{}^+$ dan $d_K{}^-$ yang menggantikan ρ^K dan η^K serta penambahan $W_K{}^+$ dan $W_K{}^-$ yang menggantikan ω^K dan μ^K, sehingga didapatkan

Minimumkan $u = \left\{(W_1^- d_1^- + W_1^+ d_1^+), \ldots, (W_K{}^- d_K{}^- + W_K{}^+ d_K{}^+)\right\}$ (3.1)

Kendala:

$$A' x + d_1{}^- - d_1{}^+ = r^1 \quad (3.2)$$

$$D^2 x + d_2{}^- - d_2{}^+ = r^2 \quad (3.3)$$

$$D^3 x + d_3{}^- - d_3{}^+ = r^3 \quad (3.4)$$

$$\vdots$$

$$D^K x + d_K{}^- - d_K{}^+ = r^K \quad (3.5)$$

$$x, d_k{}^-, d_k{}^+ \geq 0$$

Pada formulasi (3.1), $W_K{}^+$ dan $W_K{}^-$ merupakan timbangan yang dapat dituliskan sebagai ordinal maupun kardinal yang diberikan terhadap suatu unit deviasi. Selanjutnya $W_K^{\;+}$ dan $W_K^{\;-}$ dapat dituliskan sebagai W_K, sehingga formulasi (3.1) menjadi

$$\text{Minimumkan} \quad u = \left\{ W_1(d_1^{\;-} + d_1^{\;+}), \ldots, W_K(d_K^{\;-} + d_K^{\;+}) \right\} \tag{3.6}$$

Kendala:

$$A' x + d_1^{\;-} - d_1^{\;+} = r^1 \tag{3.7}$$

$$D^2 x + d_2^{\;-} - d_2^{\;+} = r^2 \tag{3.8}$$

$$D^3 x + d_3^{\;-} - d_3^{\;+} = r^3 \tag{3.9}$$

$$\vdots$$

$$D^K x + d_1^{\;K} - d_1^{\;K} = r^K \tag{3.10}$$

$$x, d_k^{\;-}, d_k^{\;+} \geq 0$$

Kemudian formulasi (3.6) dapat dituliskan secara lebih sederhana sebagai:

$$\text{Minimumkan} \quad u = \sum_{k=1}^{K} W_K (d_K^{\;-} + d_K^{\;+}) \tag{3.11}$$

Kendala:

$$A' x + d_1^{\;-} - d_1^{\;+} = r^1 \tag{3.12}$$

$$D^2 x + d_2^{\;-} - d_2^{\;+} = r^2 \tag{3.13}$$

$$D^3 x + d_3^{\;-} - d_3^{\;+} = r^3 \tag{3.14}$$

$$\vdots$$

$$D^K x + d_1^{\;K} - d_1^{\;K} = r^K \tag{3.15}$$

$$x, d_k^{\;-}, d_k^{\;+} \geq 0$$

Bentuk formulasi (3.11) merupakan bentuk dari *Multiobjektif Linier Programming* standart tanpa adanya faktor prioritas. Selanjutnya dapat dilanjutkan kedalam langkah kedua.

Langkah 2

Menggunakan metode simpleks dua tahap dengan beberapa variasi yang mengikuti algoritma untuk masalah minimasi.

Berdasarkan bentuk umum metode *Non-Archimedean Goal Programming* pada formulasi (2.22) di atas, dapat diketahui bahwa metode ini dapat menyelesaikan masalah *Multiobjektif Linier Programming* yang mempunyai K tujuan. Untuk mendapatkan solusi optimum pada formulasi *Non-Archimedean Goal Programming* (2.22) di atas dapat digunakan metode simpleks dua tahap dengan sedikit variasi dan penambahan variabel slack pada kendala fungsional yang dituliskan dengan $S_i (i = 1, 2, \ldots, i)$. proses pengubahan fungsi tujuan dan fungsi kendala menjadi bentuk implisit dapat dilihat pada lampiran 1. Tabel simplek untuk formulasi (2.22) dapat ditunjukkan pada tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1. Tabel Simpleks *Non-Archimedean Goal Programming* Dalam K Tujuan

Var. dasar	Z	x_1	x_2	$\dots$	x_n	d_1^-	d_2^-	$\dots$	d_K^-	d_1^+	d_2^+	$\dots$	d_K^+	S_1	S_2	$\dots$	S_i	RHS
Z	1	$-W_1C_{11}$ $-W_2C_{21}$ $-\cdots$ $-W_kC_{k1}$	$-W_1C_{12}$ $-W_2C_{22}$ $-\cdots$ $-W_kC_{k2}$	$\dots$	$-W_1C_{1n}$ $-W_2C_{2n}$ $-\cdots$ $-W_kC_{kn}$	$2W_1$	$2W_2$	$\dots$	$2W_k$	0	0	$\dots$	0	0	0	$\dots$	0	W_1t_1+ W_2t_2+ $\cdots+$ W_kt_k
d_1^-	0	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}	1	0	$\dots$	0	-1		$\dots$	0	0	0	$\dots$	0	t_1
d_2^-	0	a_{21}	a_{22}	$\dots$		0	1	$\dots$	0	0	-1	$\dots$	0	0	0	$\dots$	0	t_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
d_K^-	0	a_{K1}	a_{K2}	$\dots$	a_{Kn}	0	0	$\dots$	1	0	0	$\dots$	-1	0	0	$\dots$	0	t_K
S_1	0	C_{11}	C_{12}	$\dots$	C_{1n}	0	0	$\dots$	0	0	0	$\dots$	0	1	0	$\dots$	0	b_1
S_2	0	C_{21}	C_{22}	$\dots$	C_{2n}	0	0	$\dots$	0	0	0	$\dots$	0	0	1	$\dots$	0	b_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
S_i	0	C_{i1}	C_{i2}	$\dots$	C_{ij}	0	0	$\dots$	0	0	0	$\dots$	0	0	0	$\dots$	1	b_i

Langkah 3:

Penentuan prioritas sasaran dengan analisa sensitifitas dengan perubahan parameter pada fungsi tujuan

Bahasan mengenai prioritas sasaran tidak mungkin ditinggalkan dalam membahas *Multiobjektif Linier Programming. Inti dari persoalan dalam Multiobjektif Linier Programming* adalah penemuan penyelesaian optimal terhadap aneka sasaran yang akan dicapai. Apabila sasaran itu saling bertentangan maka penentuan prioritas sasaran adalah solusinya. Penentuan prioritas dapat dikendalikan melalui parameter fungsi tujuan. Pertama kali sasaran-sasaran dianggap memiliki prioritas yang sama sehingga nilai seluruh parameter ditentukan sama.

Analisa sensitivitas merupakan analisa lanjutan dari sebuah solusi optimum atau dapat disebut sebagai analisa pasca optimum. Analisa sensitivitas ini bertujuan untuk mendapatkan solusi optimum lain dengan parameter yang diubah tanpa adanya penyelesaian mulai dari awal. Analisis postoptimal atau analisis sensitivitas akan terjadi dengan adanya perubahan parameter. Dalam hal ini parameter yang diubah adalah parameter koefisien fungsi tujuan, dan akan berhenti pada saat seluruh koefisien dari fungsi tujuan bernilai negatif atau sama dengan nol. Analisis sensitifitas dengan perubahan interval bobot akan menunjukkan batas-batas dimana penambahan atau pengurangan niali prioritas sasaran yang tercermin pada koefisien variabel deviasional akan mengubah penyelesaian optimal atau tidak.

Weight atau yang dapat disebut dengan bobot merupakan timbangan metematik yang diekspresikan dengan angka kardinal dan digunakan untuk membedakan variabel simpangan (deviasi) suatu fungsi tujuan didalam suatu tingkat prioritas. Pemberian bobot diperlukan untuk mengetahui deviasi yang mempunyai prioritas lebih penting untuk diminimumkan terlebih dahulu. Berdasarkan analisa sensitifitas pada contoh kasus (2.24), menunjukkan bahwa perubahan bobot sasaran yang tercermin pada koefisien variabel deviasional pada fungsi tujuan dimungkinkan merupakan penyelesaian optimal tetapi mungkin juga bukan merupakan penyelesaian optimal. Penentuan sasaran yang akan dicapai dapat diatur melalui koefisien variabel deviasional pada fungsi tujuan. Interval bobot variabel deviasional W_1, W_2 dan W_3 dapat diubah bukan berarti bahwa nilai Interval bobot variabel deviasional W_1, W_2 dan W_3 bukan tidak terbatas. Perubahan interval bobot variabel deviasional W_1, W_2 dan W_3 ini hanya akan mengubah penyelesaian optimal yang sudah ada.

3.2 Contoh *Multiobjektif Linier Programming* Dengan Menggunakan Metode *Non-Archimedean Goal Programming*

Untuk mengetahui prosedur dalam metode *Non-Archimedean Goal Programming* untuk menyelesaiakan masalah *Multiobjektif Linier Programming* akan diberikan contoh kasus sebagai berikut:

Maksimumkan $Z_1 = 2x_1 + 3x_2$ (3.16a)

Maksimumkan $Z_2 = 3x_1 - 2x_2$ (3.16b)

Maksimumkan $Z_3 = -x_1 + 4x_2$ (3.16c)

Kendala:

$3x_1 + 2x_2 \leq 29$

$5x_1 + 3x_2 \leq 46$

Solusi optimum masing-masing fungsi tujuan dengan kendala-kendala di atas adalah $Z_1 = 29$, $Z_2 = 27{,}6$ *dan* $Z_3 = 58$. Solusi optimum masing-masing fungsi tujuan dapat digambarkan pada lampiran 2. Misalnya nilai target $Z_1 \geq 50$, $Z_2 \geq 32$, *dan* $Z_3 \geq 60$ dan pemecahan yang paling baik adalah yang paling dekat dengan goalnya. Jika W_1, W_2, W_3 masing-masing adalah bobot relatif dari Z_1, Z_2, dan Z_3. Kemudian kita dapat memasukkan nilai target untuk masing-masing tujuan pada masalah (3.16), dan kita dapatkan:

Maksimumkan $2x_1 + 3x_2 \geq 50$ (3.17a)

Maksimumkan $3x_1 - 2x_2 \geq 32$ (3.17b)

Maksimumkan $-x_1 + 4x_2 \geq 60$ (3.17c)

Kendala:

$3x_1 + 2x_2 \leq 29$

$5x_1 + 3x_2 \leq 46$

Formulasi *Multiobjektif Linier Programming* dengan tujuan-tujuan di atas dituliskan dalam bentuk metode *Non- Archimedean Goal Programming* menjadi:

$$lex \min \quad u = \{(\rho^4 + \rho^5), (\eta^1), (\eta^2), (\eta^3)\} \tag{3.18}$$

kendala:

$$2x_1 + 3x_2 + \eta^1 - \rho^1 = 50$$

$$3x_1 - 2x_2 + \eta^2 - \rho^2 = 32$$

$$-x_1 + 4x_2 + \eta^3 - \rho^3 = 60$$

$$3x_1 + 2x_2 + \eta^4 - \rho^4 = 29$$

$$5x_1 + 3x_2 + \eta^5 - \rho^5 = 46$$

Untuk mendapatkan solusi pada formulasi *Non- Archimedean Goal Programming* (3.18) dilakukan langkah-langkah dalam menggunakan metode *Non- Archimedean Goal Programming* sebagai berikut :

Langkah 1 :

Transformasi Bentuk *Non-Archimedean Goal Programming* ke Dalam Bentuk Standart dari *Multiobjektif Linier Programming*.

Pada formulasi (3.18) diatas, ρ^K adalah vektor deviasi positif yang dapat dituliskan sebagai $d_K^{\ +}$ dan η^K merupakan vektor deviasi negatif yang dapat dituliskan sebagai $d_K^{\ -}$ sebagaimana pada formulasi (3.1). Sehingga Formulasi (3.18) diatas dapat dituliskan sebagai:

Minimumkan $u = \left\{ (d_4^+ + d_5^+), (d_1^-), (d_2^-), (d_3^-) \right\}$ (2.19)

kendala:

$$2x_1 + 3x_2 + d_1^- - d_1^+ = 50$$

$$3x_1 - 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 32$$

$$-x_1 + 4x_2 + d_3^- - d_3^+ = 60$$

$$3x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 29$$

$$5x_1 + 3x_2 + d_5^- - d_5^+ = 46$$

Selanjutnya formulasi (3.19) dapat dikonversikan dengan memberikan bobot relatif yang dituliskan sebagai W_K pada masing-masing deviasi minus dan plus sehingga didapatkan:

$lex\min$ $u = W_1(d_4^+ + d_5^+) + W_2(d_1^-) + W_3(d_2^-) + W_4(d_3^-)$ (3.20)

Kendala:

$$2x_1 + 3x_2 + d_1^- - d_1^+ = 50$$

$$3x_1 - 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 32$$

$$-x_1 + 4x_2 + d_3^- - d_3^+ = 60$$

$$3x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ = 29$$

$$5x_1 + 3x_2 + d_5^- - d_5^+ = 46$$

Deviasi minus yang dituliskan sebagai d_K^- yang merupakan nilai ketidaktercapaian atau dibawah target dari tujuan. Dengan kata lain d_K^+ yang berarti deviasi plus menyatakan nilai ketercapaian atau atas target dari tujuan. Karena masing-masing dari masalah (3.16) nilai target lebih besar dari nilai tujuan, maka deviasi plus dianggap dapat diterima. Sehingga formulasi (3.20) menjadi:

$$lex\min \quad u = W_1(d_1^-) + W_2(d_2^-) + W_3(d_3^-) \tag{3.21}$$

Kendala:

$$2x_1 + 3x_2 + d_1^- - d_1^+ = 50$$

$$3x_1 - 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 32$$

$$-x_1 + 4x_2 + d_3^- - d_3^+ = 60$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 29$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 46$$

Misalkan $W_3 \geq 0$ dan jika $\frac{W_2}{W_3} = W_1$. Dengan membagi fungsi tujuan dengan W_3 dan menambahkan variabel slack $s_i \geq 0, (i = 1, 2)$ pada masing-masing kendala sumber. Maka formulasi (3.21) dapat dituliskan sebagai bentuk *Non-Archimedean Goal Programming* standart, yaitu:

$$lex\min \quad u = \frac{W_1}{W_3}(d_1^-) + W_1(d_2^-) + (d_3^-) \tag{3.22}$$

Kendala;

$$2x_1 + 3x_2 + d_1^- - d_1^+ = 50$$

$$3x_1 - 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 32$$

$$-x_1 + 4x_2 + d_3^- - d_3^+ = 60$$

$$3x_1 + 2x_2 + s_1 = 29$$

$$5x_1 + 3x_2 + s_2 = 46$$

Langkah 2 :

Menggunakan metode simpleks dua tahap dengan beberapa variasi yang mengikuti algoritma untuk masalah minimasi.

Selanjutnya metode simpleks dapat diaplikasikan untuk mendapatkan solusi optimum. Penyelesaian masalah (3.30) dapat ditunjukkan dengan tabel 3.2 dimana W_1 dan W_3 adalah sebuah parameter, dimana W_1 dan W_3 terletak pada interval yang sama

Tabel 3.2. Tabel simpleks untuk masalah (3.22)

	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	S_1	S_2	RHS
d_1^-	2	3	1	0	0	-1	0	0	0	0	50
d_2^-	3	-2	0	1	0	0	-1	0	0	0	32
d_3^-	-1	4	0	0	1	0	0	-1	0	0	60
S_1	3	2	0	0	0	0	0	0	1	0	29
S_2	5	3	0	0	0	0	0	0	0	1	46
Z	$2\frac{W_1}{W_3}+3W_1-1$	$3\frac{W_1}{W_3}-2W_1+4$	0	0	0	$-\frac{W_1}{W_3}$	W_1	-1	0	0	$50\frac{W_1}{W_3}+32W_1+60$

Karena bobot relatif masing-masing fungsi tujuan dan fungsi kendala pada masalah (3.16) tidak ditentukan maka diperlukan adanya asumsi dengan memberikan nilai W_K. Hal ini diperlukan untuk mendapatkan variabel non-dasar pada persamaan Z sehingga langkah awal metode simpleks sebagaimana pada kajian teori dapat dilakukan. Pada kondisi awal bobot atau W_K terletak pada interval $0 \le W_K \le 1$ sesuai dengan aturan probabilitas. Dan untuk mendapatkan variabel non-dasar positif pada persamaan Z didapatkan bahwa nilai $0 \le W_1 \le \frac{1}{5}$ dan $0 \le W_3 \le \frac{1}{5}$. Setelah satu iterasi simpleks maka didapatkan solusi optimum seperti ditunjukkan pada tabel 3.3.

Tabel 3.3. Tabel simpleks untuk masalah (3.22) dengan $0 \le w_1 \le \frac{1}{5}$ dan $0 \le w_3 \le \frac{1}{5}$.

	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	S_1	S_2	RHS
d_1^-	2.5	0	1	0	0	-1	0	0	$-\frac{3}{2}$	0	6,5
d_2^-	6	0	0	1	0	0	-1	0	1	0	61
d_3^-	-7	0	0	0	1	0	0	-1	-2	0	2
x_2	$\frac{3}{2}$	1	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	14,5
S_2	0,5	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	1	2,5
Z	$2,5\frac{W_1}{W_3} +6W_1 -7$	0	0	0	0	$-\frac{W_1}{W_3}$	$-W_1$	-1	$-\frac{3}{2}\frac{W_1}{W_3} +1W_1 -2$	0	$6,5\frac{W_1}{W_3} +61W_1 +2$

Dari tabel 3.3 dapat disimpulkan bahwa untuk setiap nilai $0 \le w_1 \le \frac{1}{5}$ dan $0 \le w_3 \le \frac{1}{5}$ pemecahan optimal dicapai pada saat $x_1 = 0$ dan $x_2 = 14.5$ sedangkan $Z = 6,5\frac{W_1}{W_3} + 61W_1 + 2$. Pada kondisi ini ketiga tujuan dapat dicapai dengan penyimpangan bawah target $d_1^- = 6,5$, $d_2^- = 61$ dan $d_3^- = 2$.

Karena $\frac{W_2}{W_3} = W_1$, maka dapat diambil kesimpulan bahwa

Langkah 3:

Penentuan prioritas sasaran dengan analisa sensitifitas dengan perubahan parameter pada fungsi tujuan

Tabel simpleks 3.3 di atas tidak lagi optimal pada saat $W_1 > \frac{3}{2}$ dan $W_3 > \frac{3}{2}$. Hal ini akan ditunjukkan pada tabel 3.4 dengan $\frac{3}{2} \le W_1 \le \frac{5}{3}$ dan $\frac{3}{2} \le W_3 \le \frac{5}{3}$. Setelah satu iterasi akan didapatkan solusi optimal.

Tabel 3.4. Tabel simpleks untuk masalah (3.22) dengan $\frac{3}{2} \le W_1 \le \frac{5}{3}$ dan $\frac{3}{2} \le W_3 \le \frac{5}{3}$

	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	S_1	S_2	RHS
d_1^-	0	0	1	0	0	-1	0	0	-9	5	19
d_2^-	0	0	0	1	0	0	-1	0	19	-12	31
d_3^-	0	0	0	0	1	0	0	-1	-23	14	37
x_2	0	1	0	0	0	0	0	0	5	-3	7
x_1	1	0	0	0	0	0	0	0	-3	2	5
Z	0	0	0	0	0	$-\frac{W_1}{W_3}$	$-W_1$	-1	$-9\frac{W_1}{W_3} +19W_1 -23$	$5\frac{W_1}{W_3} -12W_1 +14$	$19\frac{W_1}{W_3} +31W_1 +87$

Dari tabel 3.4 dapat disimpulkan bahwa untuk setiap nilai $\frac{3}{2} \le W_1 \le \frac{5}{3}$ dan $\frac{3}{2} \le W_3 \le \frac{5}{3}$ pemecahan optimal dicapai pada saat $x_1 = 5$, $x_2 = 7$ dan

$Z = 19\dfrac{W_1}{W_3} + 31W_1 + 87$. Pada kondisi ini ketiga tujuan dapat dicapai dengan penyimpangan bawah target $d_1^- = 19$, $d_2^- = 31$ dan $d_3^- = 37$.

Pada kondisi ini pula dapat diketahui bahwa tujuan kedua (Z_2) mampunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan ketiga (Z_3), dan tujuan ketiga (Z_3) mempunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan pertama (Z_1).

Tabel simpleks 3.4 di atas tidak lagi optimal pada saat $W_1 > 2$ dan $W_3 > 2$. Hal ini akan ditunjukkan pada tabel 3.5 dengan $W_1 > 2$ dan $W_3 > 2$. Setelah satu iterasi kita akan mendapatkan solusi optimal.

Tabel 3.5. Tabel simpleks untuk masalah (3.22) dengan $W_1 > 2$ dan $W_3 > 2$

	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	S_1	S_2	RHS
d_1^-	0	1,8	1	0	0	-1	0	0	0	-0,4	31,6
d_2^-	0	-3,8	0	1	0	0	-1	0	0	-0,6	4,4
d_3^-	0	4,6	0	0	1	0	0	-1	0	0,2	69,2
S_1	0	0,2	0	0	0	0	0	0	1	-0,6	1,4
x_1	1	0,6	0	0	0	0	0	0	0	0,2	9,2
Z	0	$1,8\frac{W_1}{W_3} -3,8W_1 +4,6$	0	0	0	$-\frac{w_1}{w_3}$	$-w_1$	-1	0	$-0,4\frac{W}{W} -0,6W_1 +0,2$	$31,6\frac{W_1}{W_3} +4,4W_1 +119,2$

Dari tabel 3.5 dapat disimpulkan bahwa untuk setiap nilai $W_1 > 2$ dan $W_3 > 2$ pemecahan optimal dicapai pada saat $x_1 = 9,2$, $x_2 = 0$ dan $Z = 31,6\frac{W_1}{W_3} + 4,4W_1 + 119,2$. Pada kondisi ini ketiga tujuan dapat dicapai dengan penyimpangan bawah target $d_1^- = 31,6$, $d_2^- = 4,4$ dan $d_3^- = 69,2$.

Pada kondisi ini dapat diketahui bahwa tujuan kedua (Z_2) mampunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan ketiga (Z_3), dan tujuan ketiga (Z_3) mempunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan pertama (Z_1).

3.3 Pengambilan Keputusan Dalam Islam Dan Matematika

Pengambilan keputusan merupakan salah satu bagian penting dalam kehidupan manusia. Mulai dari masalah-masalah kecil sampai dengan masalah-masalah besar yang mengandung banyak resiko. Dalam menentukan keputusan terdapat beberapa proses yang terkait dengan hal-hal yang menyangkut hasil maupun dampak dari keputusan. Kemampuan seseorang dalam mengambil keputusan yang tepat sangat menentukan keberlangsungan kehidupan. Keputusan yang tepat adalah keputusan yang didasari oleh akal sehat, pengetahuan dan sesuai dengan tuntunan Islam.

Kemampuan intelektual dalam membuat suatu keputusan memerlukan pemikiran dan ilmu, kemampuan penalaran terhadap masukan-masukan dan situasi serta kondisi yang objektif, yang kesemuanya dapat dianalisis dan menjadi dasar dari keputusan yang diambil. Apabila ilmunya luas dan jiwanya kuat, pengambil keputusan dapat memperhitungakan sesuatu yang akan datang sebagai dampak dari keputusan yang diambil. Selain hal ini juga diharapkan akan muncul suatu keputusan yang sehat, tepat dan mencapai tujuan.

Al-qur'an sebagai petunjuk dan acuan bagi manusia, memberikan penjelasan tentang segala gerak dan kegiatan manusia. Meskipun pada dasarnya manusia diberikan kebebasan dalam menentukan tindakannya. Tetapi kebebasan itu dibatasi oleh tanggung jawab manusia sesuai petunjuk Al-qur'an dalam memanfaatkan kebebasan tersebut. Hal ini sesuai dengan firman Allah dalam serat An-Naml ayat 33 sebagaimana yang penulis sebutkan dalam latar belakang.

Setiap keputusan yang diambil hendaknya mempunyai nilai-nilai yang berdasarkan nilai-nilai ajaran Islam sesuai dengan tuntunan Al-qur'an. Menurut Yusanto (2002: 56), pengambilan keputusan dalam Islam sesuai dengan tipe permasalahannya terbagi menjadi tiga bentuk, pertama adalah dalam masalah tasyri' (hukum), kedua dalam masalah yang membutuhkan keahlian atau pemikiran yang mendalam dan ketiga adalah dalam masalah yang tidak membutuhkan keahlian atau dapat dimengerti oleh banyak pihak. Matematika sebagai salah satu cabang ilmu pengetahuan yang didalamnya dipelajari berbagai bilangan dan juga model, mempunyai fungsi yang cukup luas dalam kehidupan manusia. Salah satunya adalah cabang dari metematika yang disebut dengan *Multiobjektif Programming*. *Multiobjektif Programming* ini dapat digunakan sebagai alat dalam pengambilan keputusan. Jika dimasukkan dalam tipe permasalahan pengambilan keputusan dalam Islam, maka *Multiobjektif Programming* termasuk dalam tipe kedua, yaitu masalah yang membutuhkan keahlian atau pemikiran yang mendalam.

Proses pengambilan keputusan adalah hal yang sangat mendasar yang harus dilakukan untuk mencapai keputusan yang baik. Suatu keputusan yang baik adalah dari hasil proses yang baik, sistematis, mendasar dan dapat dipertanggungjawabkan. Jika Islam memberikan tuntunan dalam pengambilan keputusan mulai dari prasyarat pengambilan keputusan sampai dengan tahap-tahap yang dilaksanakan dalam pengambilan keputusan, maka matematika sebagai ilmu yang menyertai kehidupan manusia haruslah sesuai pula dengan nilai-nilai yang ada dalam Al-qur'an. Dengan adanya prasyarat dan tahapan yang ada dalam Islam, maka untuk menghasilkan keputusan yang baik dengan menggunakan matematika, yaitu *Multiobjektif Programming* ada beberapa hal yang perlu dipertimbangkan sebelum mengambil keputusan. Sebagaimana yang penulis sebutkan dalam kajian teori bahwa dalam ajaran Islam pengambilan keputusan memerlukan empat tahap.

1. Merumuskan hakikat permasalahan

   Langkah ini adalah langkah awal yang harus dilakukan pengambilan keputusan, yaitu perumusan masalah. Hal ini sesuai yang ada dalam multiobjektif programming, hal pertama yang dilakukan adalah perumusan masalah yang meliputi langkah-langkah sebagai berikut:

   a. Menentukan variabel keputusan
   b. Menyatakan fungsi tujaun
   c. Menyatakan fungsi kendala tujaun dan kendala struktural
   d. Menentuka prioritas

e. Menentukan bobot

f. Menyatakan fungsi tujuan

2. Mengembangkan dan mengevaluasi beberapa alternatif keputusan

   Pada langkah ini, hal yang dilakukan adalah mengembangkan beberapa alternatif keputusan yang mungkin ditempuh dan kemudian mengeveluasinya secara cermat. Dalam matematika, hal yang dilakukan adalah menentukan tipe dari *multiobjektif programming*, yaitu termasuk ke dalam *Linear Goal Programiing*, *Non-Linear Goal Programiing* atau *Integer Goal Programing*. Kemudian masalah tersebut diselesaikan dengan teknik-teknik penyelesaian yang sesuai.

3. Memilih satu alternatif keputusan

   Pada langkah ini, hal yang dilakukan adalah pengambilan keputusan. Jika dalam Islam hal ini harus memenuhi syarat-syarat keputusan yang baik, maka dalam *Multiobjektif Programming* hal yang dilakukan adalah menganalisa hasil perhitungan. Karena dalam *Multiobjektif Programming* hasil perhitungan yang berupa angka masih membutuhkan analisa lebih lanjut untuk mendapatkan keputusan akhir dari pengambil keputusan.

BAB IV
PENUTUP

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, dapat disimpulkan bahwa untuk menyelesaiakan *Multiobjektif Linier Programming dengan* metode *Non-Archimedean Goal Programming* dapat dilakukan melalui tiga langkah. Pertama, mentrasformasi formulasi *Non-Archimedean Goal Programming* ke dalam bentuk standart dari *Multiobjektif Linier Programming*. Kedua, mencari solusi optimum melalui metode simpleks dua tahap dengan beberapa variasi yang mengikuti algoritma untuk masalah minimasi. Dan langkah ketiga adalah penentuan prioritas sasaran dengan analisa sensitifitas dengan perubahan parameter pada fungsi tujuan.

Solusi optimal pada masalah *Multiobjektif Linier Programming* dengan fungsi tujuan

Maksimumkan $Z_1 = 2x_1 + 3x_2$

Maksimumkan $Z_2 = 3x_1 - 2x_2$

Maksimumkan $Z_3 = -x_1 + 4x_2$

Dan fungsi kendala kendala:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 29$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 46$$

Diperoleh untuk nilai $0 \le w_1 \le \frac{1}{5}$ dan $0 \le w_3 \le \frac{1}{5}$ pemecahan optimal dicapai pada saat $x_1 = 0$ dan $x_2 = 14.5$ sedangkan $Z = 6,5\frac{W_1}{W_3} + 61W_1 + 2$. Pada kondisi ini ketiga tujuan dapat dicapai dengan penyimpangan bawah target $d_1^- = 6,5$, $d_2^- = 61$ dan $d_3^- = 2$ yang berarti tujuan ketiga (Z_3) mempunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan kedua (Z_2). Begitu juga bahwa tujuan kedua mempunyai prioritas lebih besar dari tujuan pertama (Z_1). Untuk setiap nilai $\frac{3}{2} \le W_1 \le \frac{5}{3}$ dan $\frac{3}{2} \le W_3 \le \frac{5}{3}$ pemecahan optimal dicapai pada saat $x_1 = 5$, $x_2 = 7$ dan $Z = 19\frac{W_1}{W_3} + 31W_1 + 87$. Pada kondisi ini ketiga tujuan dapat dicapai dengan penyimpangan bawah target $d_1^- = 19$, $d_2^- = 31$ dan $d_3^- = 37$ yang artinya, tujuan kedua (Z_2) mampunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan ketiga (Z_3), dan tujuan ketiga (Z_3) mempunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan pertama (Z_1). Untuk setiap nilai $W_1 > 2$ dan $W_3 > 2$ pemecahan optimal dicapai pada saat $x_1 = 9,2$, $x_2 = 0$ dan $Z = 31,6\frac{W_1}{W_3} + 4,4W_1 + 119,2$. Pada kondisi ini ketiga tujuan dapat dicapai dengan penyimpangan bawah target $d_1^- = 31,6$, $d_2^- = 4,4$ dan $d_3^- = 69,2$ yang artinya tujuan kedua (Z_2) mampunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan ketiga (Z_3), dan tujuan ketiga (Z_3) mempunyai prioritas yang lebih besar dari tujuan pertama (Z_1).

4.2. Saran

Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk membahas *Multibjektif Programming* pada masalah dengan fungsi tujuan yang non-linier.

DAFTAR PUSTAKA

Aljazairi, Syaikh Abu Bakar Jabir. 2007. *Tafsir Al-Qur'an Al-Aisar (Jilid 2*). Terjemahan M.Azhari Hatim dan Abdurrahman Mukti. Jakarta: Darus Sunnah.

An-Nawawi, Imam Muhyidin.dkk. 2006. *Syarah Hadits Arba'in*. Terjemahan Salafuddin Abu Sayyid. Solo: Pustaka Arafah.

Anonim. *Optimazion Engineering Design*. Georgia Institute Of Technology Syatem Realization Laboratory. http://www.resultsmaster.com/smartoffers/so.aspx?svc=resultsmaster2kw=goal+programming+%5optimization+in engineering.

Dimyati, Tjutju Tarliah dan Dimyati, Ahmad. 1994. *Operations Research Model-Model Pengambilan Keputusan*. Bandung.: PT. Sinar Baru Algensido.

Effendy, Mochtar. 1986. *Manajemen Suatu Pendekatan Berdasarkan Ajaran Islam*. Jakarta: PT. Bhratara Karya Aksara.

Grahari, Rahmawati Kurnia. 2006. *Kajian Tentang Metode Minimax Goal Programming Dan Traditional Goal Programming Untukl Menyelesaikan Masalah Multiobjektif Linier*. *Skripsi* tidak diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Brawijaya.

Hillier, Frederick S. and Gerald J, Lieberman. 1990. *Introduction to Mathematical Programming*. Singapore: McGraw-Hill.

Ignizio, James P and Cavalier, Tom M. 1994. *Linear Programming*. New Jersey: Prentice-Hall.

Imam, Kamarul. 2003. *Goal Programming* http://www.google.co.id/courses/SCM02/document/GOAL_PROGRAMMING_dengan_MANUAL_SIMPLEX.pdf?Cid Req=SCM02

Mardalis. 2006. *Metode Penelitian Suatu Pendekatan Proposal*. Jakarta: Bumi Akasara.

Nasendi dan Anwar, Affendi. 1985. *Program Linier dan Variasinya*. Jakarta: PT. Gramedia.

Shihab, M. Quraish. 2002. *Tafsir Al-Mishbah Pesan, Kesan Dan Keserasian Al-Qur'an*. Jakarta: Lentera Hati.

Siswanto. 2007. *Operations Research*. Jakarta: Erlangga.

Subagyo, Pangestu . Asri, Marwan dan Handoko, T. Hanni. 1995. *Dasar-dasar Operations Research Edisi 2*. Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.

Supranto, J. 1988. *Riset Operasi Untuk Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia (UI Press).

Taha, Hamdi A. 1996. *Riset Operasi*. Jakarta: Binarupa Aksara.

Yusanto, Ismail. 2002. *Manajemen Syariah Dalam Praktek*. Jakarta: Gema Insani PRESS.

BUKTI BIMBINGAN SKRIPSI

NAMA	**:**	**Lutfita Munadziroh**
NIM	**:**	**03510026**
Program Studi / Fakultas	**:**	**Matematika / Saintek**
Judul Skripsi	**:**	**Metode Non-Archimedean Goal Programming Untuk Menyelesaikan Multiobjektif Linier Programming**
Dosen Pembimbing	**:**	**I. Sri Harini, M.Si** **II. Ach. Nasichuddin, M.Ag**

TANGGAL	REVISI / PERBAIKAN	PARAF
8 Maret 2007	Ujian proposal	
17 April 2007	Konsultasi Bab I dan Bab II	
2 Agustus 2007	Revisi latar belakang	
14 Agustus 2007	ACC Bab I	
22 Agustus 2007	Revisi Bab II	
4 September 2007	Revisi Bab III	
25 September 2007	Revisi Bab III	
8 0ktober 2007	Revisi Bab III	
22 Oktober 2007	ACC Bab III	
5 November 2007	Konsultasi Bab I dan Bab II keagamaan	
19 November 2007	Revisi Bab I dan Bab II Keagamaan	
26 November 2007	Revisi Bab IV	
10 Desember 2007	ACC Bab IV	
28 Januari 2008	Revisi Bab III kegamaan	
28 Februari 2008	ACC keagamaan	
28 Februari 2008	ACC keseluruhan	

Malang, Februari 2008

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP. 150 318 321

Module/submodule:Linear Programming
Problem title: TUJUAN 1
Objective: Maximize

Ranging ----------

Variable	Value	Reduced Cost	Original Value	Lower Bound	Upper Bound
X1	0	2.5	2	-Infinity	4.5
X2	14.5	0	3	1.3333	Infinity

Constraint	Dual Value	Slack	Original Value	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	1.5	0	29	0	30.6667
Constraint 2	0	2.5	46	43.5	Infinity

Solution list ----------

Variable	Status	Value
X1	NONBasic	0
X2	Basic	14.5
slack 1	NONBasic	0
slack 2	Basic	2.5
Z	Optimal	43.5

Iterations ----------

	2	3	0	0	
	X1	X2	slack 1	slack 2	Quantity
Iteration 1					
slack 1	3	2	1	0	29
slack 2	5	3	0	1	46
zj	0	0	0	0	
cj-zj	2	3	0	0	

	2	3	0	0	
	X1	X2	slack 1	slack 2	Quantity
Iteration 2					
X2	1.5	1	0.5	0	14.5
slack 2	0.5	0	-1.5	1	2.5
zj	4.5	3	1.5	0	
cj-zj	-2.5	0	-1.5	0	

Module/submodule:Linear Programming
Problem title: TUJUAN 2
Objective: Maximize

Ranging ----------

Variable	Value	Reduced Cost	Original Value	Lower Bound	Upper Bound
X1	9.2	0	3	0	Infinity
X2	0	3.8	-2	-Infinity	1.8

Constraint	Dual Value	Slack	Original Value	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	0	1.4	29	27.6	Infinity
Constraint 2	0.6	0	46	0	48.3333

Solution list ----------

Variable	Status	Value
X1	Basic	9.2
X2	NONBasic	0
slack 1	Basic	1.4
slack 2	NONBasic	0
Z	Optimal	27.6

Iterations ----------

	3 X1	-2 X2	0 slack 1	0 slack 2	Quantity
Iteration 1					
slack 1	3	2	1	0	29
slack 2	5	3	0	1	46
zj	0	0	0	0	
cj-zj	3	-2	0	0	

----

	3 X1	-2 X2	0 slack 1	0 slack 2	Quantity
Iteration 2					
slack 1	0	0.2	1	-0.6	1.4
X1	1	0.6	0	0.2	9.2
zj	3	1.8	0	0.6	
cj-zj	0	-3.8	0	-0.6	

Module/submodule:Linear Programming
Problem title: TUJUAN 3
Objective: Maximize

Ranging ----------

Variable	Value	Reduced Cost	Original Value	Lower Bound	Upper Bound
X1	0	7	-1	-Infinity	6
X2	14.5	0	4	0	Infinity

Constraint	Dual Value	Slack	Original Value	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	2	0	29	0	30.6667
Constraint 2	0	2.5	46	43.5	Infinity

Solution list ----------

Variable	Status	Value
X1	NONBasic	0
X2	Basic	14.5
slack 1	NONBasic	0
slack 2	Basic	2.5
Z	Optimal	58

Iterations ----------

	-1	4	0	0	
	X1	X2	slack 1	slack 2	Quantity
Iteration 1					
slack 1	3	2	1	0	29
slack 2	5	3	0	1	46
zj	0	0	0	0	
cj-zj	-1	4	0	0	

	-1	4	0	0	
	X1	X2	slack 1	slack 2	Quantity
Iteration 2					
X2	1.5	1	0.5	0	14.5
slack 2	0.5	0	-1.5	1	2.5
zj	6	4	2	0	
cj-zj	-7	0	-2	0	
