PENERAPAN FUNGSI TRANSPOSISI AKORD PADA PERPINDAHAN TANGGA NADA

SKRIPSI

Diajukan Kepada:
Universitas Islam Negeri Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
Dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh:
HALIMATUS SA'DIYAH
NIM 04510029

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) MALANG
MALANG
2008

HALAMAN PERSETUJUAN

PENERAPAN FUNGSI TRANSPOSISI AKORD
PADA PERPINDAHAN TANGGA NADA

SKRIPSI

Oleh:
HALIMATUS SA'DIYAH
NIM 045100029

Telah Disetujui untuk Diuji
Malang, 15 Oktober 2008

Dosen Pembimbing I,	**Dosen Pembimbing II,**
Wahyu Henky Irawan, M.Pd	**Ach. Nashichuddin, M.A**
NIP 150 300 415	**NIP 150 302 531**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M. Si
NIP 150 318 321

HALAMAN PENGESAHAN

PENERAPAN FUNGSI TRANSPOSISI AKORD
PADA PERPINDAHAN TANGGA NADA

SKRIPSI

Oleh:
HALIMATUS SA'DIYAH
NIM 04510029

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal:
20 Oktober 2008

Susunan Dewan Penguji:		**Tanda Tangan**
1. Penguji Utama	**: Sri Harini, M.Si** **NIP: 150 318 321**	( )
2. Ketua	**: Abdussakir, M.Pd** **NIP: 150 327 247**	( )
3. Sekretaris	**: Wahyu Henky Irawan, M.Pd** **NIP: 150 300 415**	( )
4. Anggota	**: Achmad Nashichuddin, M.A** **NIP: 150 302 531**	( )

Mengetahui dan Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Sri Harini, M.Si
NIP: 150 318 321

SURAT PERNYATAAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	: Halimatus Sa'diyah
NIM	: 04510029
Fakultas	: Sains dan Tekhnologi
Judul Skripsi	: Penerapan Fungsi Transposisi Akord pada Perpindahan Tangga Nada

Menyatakan bahwa skripsi tersebut adalah karya saya sendiri dan bukan karya orang lain, baik sebagian maupun keseluruhan, kecuali dalam bentuk kutipan yang telah disebutkan sumbernya.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya dan apabila pernyataan ini tidak benar, saya bersedia mendapat sanksi akademis.

Malang, 27 September 2008
Yang Menyatakan,

Halimatus Sa'diyah
04510029

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmanirrohim

Alhamdulillah segala puji bagi Allah SWT karena atas rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Untuk itu, iringan do'a dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, utamanya kepada:

1. Prof. Dr. H. Imam Suprayogo selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Malang.
2. Prof. Drs Sutiman Bambang Sumitro, SU, D.Sc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang.
3. Ibu Sri Harini, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang.
4. Bapak Wahyu Henky Irawan, M.Pd yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan pengarahan selama penulisan skripsi di bidang matematika.
5. Bapak Achmad Nashichuddin, M.Ag yang telah bersedia memberikan bimbingan dan pengarahan selama penulisan skripsi di bidang agama.
6. Segenap dosen pengajar atas ilmu yang telah diberikan kepada penulis.

7. Kedua orang tua tercinta. Bapak dan ibu yang selalu mendidik, menjadi motivator terbaik bagi penulis, memberikan segala kesabaran dan iringan doa sehingga penulis mampu menuju kehidupan masa depan seperti yang bapak dan ibu harapkan.
8. Segenap keluarga yang senantiasa memberikan do'a dan dukungan yang terbaik bagi penulis.
9. Abah Yahya Dja'far, M.A dan ibu Syafiyah serta segenap ustadz dan ustadzah yang selalu sabar mendidik penulis selama menimba ilmu di Pondok Pesantren Putri Al-Hikmah Al-Fathimiyyah.
10. Sahabat-sahabat seperjuangan MADIN (Madrasah Diniyah) terimakasih atas semua bantuannya, semoga menjadi orang yang istiqomah dalam menjalankan segala hal.
11. Teman-teman Matematika, terutama angkatan 2004 beserta semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini.

Dalam penyusunan skripsi ini tentunya masih terdapat banyak kesalahan dan kekurangan, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran demi perbaikan skripsi ini. Akhirnya, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Amien.

Malang, 26 September 2008

Penulis

MOTTO

خير النا س انفعهم للناس

" Sebaik –baik manusia adalah yang paling bermanfaat bagi manusia yang lainnya"

Persembahan

Skripsi Ini Penulis Persembahkan

Teruntuk

Yang tercinta kedua orang tuaku,

Ayahanda H. Moh. Hisyam

Ibunda Ruskarwiyah,serta

adikku tersayang,

Ahmad Fakhrur Rosi

atas segala kasih sayangnya

Semoga Rahmat Allah SWT selalu menyertai setiap langkahnya.

Sahabat-sahabat seperjuanganku, (M'Arni, Afifa, Chovi, Rina, Mery, Arul, Didik, Ririn, Lia, Dwi, Yuyun, Aim, Khoir, Irma) terimakasih atas semua bantuannya, semoga menjadi orang yang istiqomah dalam menjalankan segala hal, tak lupa juga Uul, Bety terimakasih atas bantuan dan motivasinya.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Sa'diyah, Halimatus. 2008, **Penerapan Fungsi Transposisi Akord pada Perpindahan Tangga Nada**, Skripsi, Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Tekhnologi Universitas Islam Negeri (UIN) Malang, Pembimbing(I) Wahyu Henky Irawan, M.Pd. Pembimbing (II) Achmad Nashichuddin, M.A.

Kata Kunci: Kongruensi, Akord, Rumus fungsi Transposisi

Matematika adalah ilmu abstrak tentang ruang dan bilangan. Selain itu matematika terbagi dalam beberapa cabang, salah satunya adalah al jabar. Al jabar merupakan ilmu yang mempelajari tentang sistem-sistem bilangan beserta sifat-sifatnya. Sifat menarik dari bilangan bulat dipelajari dalam teori bilangan. Beberapa topik yang terkait dengan teori bilangan meliputi: sifat bilangan, keterbagian, kongruensi.

Banyak bidang keilmuwan yang mengacu pada konsep kongruensi. Misalnya transposis akord dengan menggunakan rumus fungsi transposisi $T_n(x) \equiv x + n(\mathrm{mod}12)$. Hal ini bertujuan agar seseorang dapat menyanyikan sebuah lagu sesuai dengan karakter suara yang dapat dijangkau agar enak dan indah saat didengar.

Tulisan ini menyajikan proses atau langkah-langkah perpindahan tangga nada pada lagu dengan rumus fungsi transposisi. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Menentukan jenis lagu yang akan ditransposisi
2. Mencari susunan akord-akord lagu tersebut
3. Mengubah akordnya ke dalam bentuk *integer model of pitch.*
4. Menentukan transposisi yang diinginkan atau yang sesuai dengan jangkauan suara.
5. Mengubah akord-akordnya ke dalam akord-akord yang baru (yang diinginkan) dengan menggunakan rumus fungsi transposisi.
6. Langkah terakhir adalah menyusun kembali akord-akord yang telah ditransposisi.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

وَٱلۡفَجۡرِ ١ وَلَيَالٍ عَشۡرٖ ٢ وَٱلشَّفۡعِ وَٱلۡوَتۡرِ ٣

1. *Demi fajar,*
2. *Dan malam yang sepuluh*
3. *Dan yang genap dan yang ganjil,*

Dalam surat Al Fajr ayat 1-3 dijelaskan tentang bilangan 10, bilangan genap, dan bilangan ganjil yang mana bilangan tersebut merupakan anggota bilangan Asli, bilangan bulat, dan bilangan cacah. Selain itu dalam Al Quran juga dijelaskan tentang operasi-operasi bilangan, misalnya operasi penjumlahan dalam surat Al Kahfi ayat 25, operasi pengurangan dalam surat Al-Ankabut ayat 14, dan masih banyak beberapa operasi yang lain.

Menurut the Reader's Digest Great Encyclopaedic Dictionary, volume 2, 1964, p552 matematika adalah ilmu abstrak tentang ruang dan bilangan. Kajian awal matematika berawal dari lingkup sederhana yang hanya menelaah tentang ruang dan bilangan. Alam semesta beserta isinya diciptakan Allah dengan ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan dan dengan rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi. Selain itu, matemátika memiliki cabang yang sangat spesifik yaitu aljabar, statistik, geometri, analisis, dan lain-lain.

Aljabar dasar adalah pelajaran sistem-sistem bilangan dan sifat-sifatnya secara umum (Holland,1983:3). Bilangan yang pertama dan yang sangat umum adalah bilangan asli dan bilangan bulat. Sifat menarik dari bilangan bulat serta hubungan antar unsur-unsurnya dipelajari dalam teori bilangan.

Teori bilangan merupakan cabang dari aljabar yang berkembang sejak 2500 tahun yang lalu. Sebagai cabang aljabar teori bilangan disebut sebagai aritmatika lanjut karena berkaitan dengan sifat-sifat bilangan asli. Beberapa topik yang terkait dengan teori bilangan meliputi sifat bilangan, keterbagian, keprimaan, kongruensi, dan lain-lain. Dalam kurikulum sekolah dasar kongruensi diartikan sebagai bilangan jam atau bilangan bersisa.

Matematika juga merupakan salah satu ilmu yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Banyak fenomena atau problematika yang terjadi dalam dunia nyata (kehidupan sehari-hari) yang selalu berhubungan dengan matematika, yaitu ukuran atau bentuk lahan (geometri), banyaknya nada dalam musik (bilangan), gerakan dalam shalat (tigonometri), kecepatan gerak benda angkasa (limit), peluang dalam perjudian (probabilitas), dan lain-lain.

Persoalan kongruensi sering muncul dalam kehidupan sehari-hari. Salah satunya adalah tentang nada dalam musik dengan menggunakan modulo 12 yang diterapkan pada rumus fungsi transposisi akord.

Dalam menyanyikan sebuah syair lagu, faktor jenis suara sangat dipertimbangkan. Seseorang yang menyanyikan suatu lagu harus dapat memilih nada lagu yang sesuai dengan karakter suaranya agar enak dan indah didengar. Sebagai tuntutan profesi seorang penyanyi harus bisa menyanyikan semua lagu walaupun nada asli dirasakan tidak sesuai dengan jenis suaranya. Hal ini dapat diatasi dengan mentransposisi (merubah) akord penyusunan lagu yang akan dinyanyikan dengan cara membuat nada dasar asli ke nada dasar yang dapat dijangkau oleh penyanyi. Pada permasalahan ini rumus fungsi transposisi akord berfungsi sebagai penyelesaian dari perpindahan antar akord-akordnya sehingga perpidahan kunci nada yang diperoleh tidak menghasilkan suara yang fales dan nyaman saat didengarkan. Berdasarkan uraian di atas maka penulis menulis skipsi ini dengan judul " **Penerapan Fungsi Transposisi Akord pada Perpindahan Tangga Nada ".**

1.2 Rumusan Masalah

Latar belakang di atas telah mengemukakan bahwa rumus fungsi transposisi akord diharapkan dapat diterapkan pada seni musik, khususnya dalam mentransposisi akord-akord penyusun lagu. Pencapaian ketepatan nada sangat dibutuhkan dalam membawakan suatu lagu. Hal ini dapat dipenuhi jika pemilihan nada dasar sesuai dengan karakter suara seseorang yang membawakan suatu lagu. Dalam menentukan nada yang sesuai diperlukan suatu kejelian agar hasil yang diinginkan dapat tercapai. Melihat dan mencermati masalah di atas, maka rumusan masalah pada kajian ini adalah Bagaimana menerapkan fungsi transposisi akord pada perpindahan tangga nada ?.

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah, maka tujuan penulisan kajian yaitu: mengetahui penerapan fungsi transposisi akord pada perpindahan tangga nada.

1.4 Batasan Masalah

Hubungan matematika dan dunia seni musik sangatlah luas, sehingga untuk menyederhanakan permasalahan, maka diberikan batasan bahwa skripsi ini hanya membahas pada perpindahan tangga nada dengan akord dasar penyusun lagu yang bernada dasar mayor.

1.5 Manfaat Penelitian

Bagi Penulis

1. Mampu mengaplikasikan mata kuliah Aljabar Abstrak dan Teori Bilangan yang pernah dipelajari di bangku kuliah dalam kehidupan sehari-hari .
2. Sebagai sarana belajar dan latihan untuk mengkaji suatu permasalahan khususnya penggunaan fungsi transposisi akord.
3. Menambah pengetahuan dan wawasan, khususnya keterkaitan antara matematika dan dunia musik

Bagi Pembaca

1. Memperkaya wawasan dalam memanfaatkan ilmu matematika.
2. Membantu pembaca yang ingin mempelajari dan memperluas ilmu pengetahuannya khususnya dalam aplikasi matematika.
3. Sebagai literatur penunjang khususnya bagi mahasiswa matematika.

1.6 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah dan memahami skripsi ini secara keseluruhan maka penulis menggambarkan sistematika pembahasannya yang terdiri dari empat bab dan masing-masing akan dijelaskan sebagai berikut:

BAB I: Merupakan bab pendahuluan yang menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika pembahasan.

BAB II: Kajian teori yang menjelaskan tentang gambaran umum tentang teori yang menjadi landasan pembahasan masalah, diantaranya adalah himpunan, fungsi, aritmatika modulo, keterbagian, operasi biner, definisi dalam teori musik, akord, interval dalam musik, transposisi nada.

BAB III: Metode penelitian yang meliputi: pendekatan dan metode penelitian, jenis dan sumber data, dan analisis data.

BAB IV: Pembahasan merupakan bab inti dari penulisan yang menjabarkan tentang penerapan fungsi transposisi akord pada perpindahan tangga nada .

BAB V: Penutup yang merupakan kesimpulan dari pembahasan hasil penelitian yang telah diterangkan dan dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Himpunan

Konsep himpunan adalah suatu konsep mendasar dalam semua cabang ilmu matematika. Secara intuitif, sebuah himpunan adalah setiap daftar, kumpulan atau kelas obyek-obyek yang didefinisikan secara jelas.

Biasanya himpunan dinotasikan dengan huruf-huruf besar seperti A, B, C. Obyek dalam himpunan disebut elemen atau anggota himpunan, yang disimbolkan dengan huruf kecil seperti a, b, x, y. Ada 2 cara dalam menyatakan himpunan yaitu:

1. Menuliskan tiap-tiap anggota himpunan di antara dua kurung kurawal (*tabular form*), misalkan A adalah himpunan-himpunan bilangan cacah antara 1 dan 9. Maka A dituliskan sebagai A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}.
2. Menuliskan sifat-sifat yang ada pada semua anggota himpunan diantara dua kurung kurawal (*set-builder form*), misalkan Z adalah himpunan dari bilangan cacah antar 1 dan 9. Maka Z dituliskan sebagai Z = { $x \in$ Cacah $| 1 \leq x \leq 9$ }(Siang, 2002: 111-112).

Secara lebih umum, himpunan dapat didefinisikan sebagai kumpulan semua x yang memenuhi syarat-syarat yang ditentukan yang dinotasikan sebagai berikut $A = \{x \mid P(x)\}$. Notasi tersebut dibaca ” A adalah himpunan semua x sedemikian hingga $P(x)$”. Sebagai contoh

$$A = \{x \mid 1 < x < 10\}$$

dibaca A adalah himpunan x sedemikian hingga $1 < x < 10$. Notasi $A = \{x \in B \mid P(x)\}$ juga digunakan untuk menyatakan bahwa *A* memuat semua unsur *x* di *B* yang memenuhi syarat *P(x).*

Beberapa himpunan yang sering ditemui adalah sebagai berikut:

N = himpunan bilangan asli atau bilangan bulat positif = {1,2,3,...}

W = himpunan bilangan cacah atau bilangan bulat nonnegatif = {0,1,2,3,...}

Z = himpunan bilangan bulat {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...}

Q = himpunan bilangan rasional = { $\frac{a}{b} \mid a,b \in Z, b \neq 0$ }

R= himpunan bilangan real.

Himpunan bilangan real yang tidak dapat dinyatakan sebagai $\frac{a}{b}$ dengan $a,b \in Z$ dan $b \neq 0$ disebut himpunan bilangan irrasional. Bilangan $\sqrt{2}, \sqrt{3}$, dan $\sqrt{8}$ adalah contoh bilangan irrasional.

Definisi 2.1.1

Misalkan *A* dan *B* himpunan. *A* dikatakan himpunan bagian (subset) dari B, ditulis $A \subseteq B$, jika setiap unsur di *A* merupakan unsur di *B.*

Secara simbolik

$$A \subseteq B \Leftrightarrow x \in A \Rightarrow x \in B$$

Tulisan $A \subseteq B$ dapat dimaknai bahwa *A* subset dari *B,* termuat di *A,* maka *A* disebut subset sejati dari *B,* dan ditulis $A \subset B$.

Definisi 2.1.2

Misalkan *A* dan *B* himpunan. *A* dikatakan sama dengan *B*, ditulis $A = B$, jika *A* subset dari *B* dan *B* subset dari *A*.

Secara simbolik

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A.$$

Definisi 2.1.3

Misalkan *A* dan *B* himpunan. Gabungan *A* dan *B*, ditulis $A \cup B$, adalah himpunan yang memuat semua unsur di *A* atau *B*.

Secara simbolik

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}.$$

Kata “atau“ bermakna bahwa *x* termuat di *A* saja, *B* saja, atau di *A* sekaligus *B*.

Definisi 2.1.4

Misalkan *A* dan *B* himpunan. Irisan *A* dan *B*, ditulis $A = B$, ditulis $A \cap B$, adalah yamg memuat semua unsur di *A* dan *B*.

Secara simbolik

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}.$$

Kata “dan“ bermakna bahwa *x* termuat di *A* sekaligus *B*. Jika $A \cap B = O$, maka *A* dan *B* disebut himpunan yang saling lepas (*disjoint*)

Definisi 2.1.

Misalkan *A* dan *B* himpunan. Komplemen relatif dari *A* di *B*, ditulis $B \setminus A$, adalah himpunan yang memuat semua unsur di *B* tetapi tidak termuat di A.

Secara simbolik

$$B \setminus A = \{x \in B \mid x \notin A\}$$

Jika *A* adalah subset dari himpunan tertentu *B*, maka *B**A* biasanya disebut komplemen dari *A* dan ditulis A^c. Akan diperoleh bahwa $(A^c)^c = A$ dan $B = A \cup A^c$ (Abdussakir, 2006: 1-3).

2.2 Fungsi

Pada sebagian besar buku teks, fungsi *f* dari himpunan *A* ke himpunan *B* didefinisikan sebagai aturan yang memasangkan masing-masing anggota *A* dengan tepat satu anggota *B*. Jika $a \in A$ oleh *f* dipasangkan dengan $b \in B$, maka ditulis

$$f(a) = b.$$

Pada buku-buku teks yang lain, fungsi didefinisikan sebagai grafik. Definisi ini juga masih Belum jelas karena grafik itu sendiri belum jelas definisinya. Jika berbicara grafik pada bidang, akan diperoleh bahwa grafik tersebut adalah kumpulan titik. Masing-masing tititk adalah pasangan berurutan bilangan-bilangan.

Berdasarkan alasan ini, maka akan diberikan definisi fungsi.

Definisi 2.2.1

Misalkan *A* dan *B* himpunan. Fungsi *f* dari *A* ke *B* adalah subset dari *AxB* yang memenuhi sifat berikut.

1. Untuk masing-masing $a \in A$ ada $b \in B$ sehingga $(a,b) \in f$.
2. Jika $(a,b),(a,c) \in f$, maka $b = c$

Himpunan A disebut domain dari f, dan ditulis dengan D_f. Range dari f, ditulis R_f, didefinisikan dengan

$$R_f = \{b \in B \mid (a,b) \in f, \text{untuk suatu } a \in A\}$$

Pada definisi 2.2.1, fungsi f dari A ke B tidak sekedar subset AxB. Kata kunci dari definisi 2.2.1 adalah bahwa masing-masing $a \in A$ menjadi komponen pertama dari tepat satu pasangan berurutan $(a,b) \in f$.

Jika f fungsi dari A ke B dan $(a,b) \in f$. maka b disebut nilai dari fungsi f di a dan akan ditulis $b = f(a)$.

Dalam hal ini juga digunakan notasi $f : A \to B$ untuk menyatakan bahwa f fungsi dari A ke B. Notasi $f : A \to B$ dapat diartikan dengan f memetakan A ke B atau f pemetaan dari A ke B. Jika $f : A \to R$, maka f disebut fungsi bernilai real pada A.

Contoh

1. Misalkan A= {1, 2, 3, 4} dan B= {-2, -1, 0, 1, 2}. Misalkan f subset AxB dengan

$$f = \{(1,2), (2,-1), (3,0), (4,2)\},$$

Maka f adalah fungsi dari A ke B dan R_f = {-1, 0, 2}. Masing-masing $a \in A$ berada pada tepat satu pasangan berurutan $(a,b) \in f$. Meskipun $2 \in B$ berada pada dua pasangan berurutan berbeda (1,2) dan (4,2), hal ini tidak bertentangan dengan definisi fungsi.

2. Misalkan A dan B sama seperti pada nomor 1, dan g didefinisikan dengan

$$g = \{(1,2), (2,1), (3,3), (4,0)\}.$$

Maka *g* bukan fungsi dari *A* ke *B* karena g bukan subset *AxB.*

Ada $(3,3) \in g$ tetapi $(3,3) \notin AxB$.

Definisi 2.2.2

Misalkan *f* fungsi dari *A* ke *B*, dan $A_1 \subseteq A$. Fungsi *g* dari A_1 ke *B* dengan

$$g = \{(a,b) \in f \mid a \in A_1\}.$$

disebut *penyempitan* (retriksi) dari *f* pada A_1.

Sesuai definisi 2.2.2, diperoleh bahwa *g* adalah retriksi dari *f* jika $D_R \subseteq D_f$ dan *g(x)=f(x)*, untuk semua $x \in A$

Definisi 2.2.3

Misalkan *f* fungsi dari *A* ke *B*, dan $A \subseteq A_1$. Fungsi *g* dengan domain A_1 sedemikian hingga

g(x)=f(x), untuk semua $x \in A$

disebut *perluasan* (ekstensi) dari *f* pada A_1.

Definisi 2.2.4

Misalkan A, B himpunan, dan *f* fungsi dari A ke B. Fungsi *f* disebut *fungsi pada* jika $R_f = B$

Berdasarkan definisi 2.2.4, $f : A \to B$ disebut fungsi pada jika untuk masing-masing $b \in B$ ada $a \in A$ sehingga *f(a)=b*. Untuk selanjutnya, perlu dibedakan antara kalimat "*f* fungsi dari *A* ke *B*" dengan "*f* fungsi *A* pada *B*". Fungsi *pada* sering disebut dengan fungsi surjektif atau fungsi onto. Jika *f* fungsi surjektif, maka *f* disebut surjeksi.

Definisi 2.2.5

Misalkan *A,B* himpunan, dan *f* fungsi dari *A* ke *B*.

Jika $E \subseteq A$, maka bayangan (image) dari *E* oleh *f*, ditulis *f(E)*, didefinisikan dengan

$$f(E) = \{f(x \mid x \in)\}$$

Jika $H \subseteq B$, maka bayangan balikan (inverse image) dari *H* oleh *f*, ditulis $f^{1}(H)$, didefinisikan dengan

$$f^{1}(H) = \{x \in A \mid f(x) \in H\}$$

Jika *H={Y}*, maka $f^{1}(y) = \{x \in A \mid f(x) = y\}$

Berdasarkan definisi 2.2.5, diperoleh bahwa jika $E \subseteq A$, maka $f(E) \subseteq B$ jika $H \subseteq B$ maka $f^{1}(H)$. Dari sini dapat dilihat bahwa $f(A)=R_{f,}$ sehingga *f* adalah fungsi onto jika dan hanya jika *f(A)=B*. Sampai saat ini belum ada definisi mengenai f^{1} sendiri. Untuk memahami definisi bayangan dan bayangan balikan, maka perhatika contoh berikut:

Misalkan *A*={1, 2, 3, 4, 5, 6}, *B*= Z, dan $f : A \rightarrow Z$ didefinisikan dengan

f={(1,-2), (2,4), (3,1), (4,3), (5,0), (6,-2)}.

Misalkan *E*={2, 3, 4}$\subseteq A$ maka

f(E)={f(2), f(3), f(4),}={4 1 3}.

Jika *H*={-2, -1, 0, 1, 2, 3}, maka

f^{1} *(H)*={1, 3, 4, 5, 6}.

Karena *f*(1)=*f*(6)=-2, maka f^{1}(-2)={1,6}.f^{1} (2)=Ø karena tidak ada α∈ *A* sehingga *f(a)*=2

Definisi 2.2.6

Misalkan *f* adalah fungsi dari *A* ke *B*. *f* disebut fungsi satu-satu jika *x,y*∈ A, dengan *f(x)=f(y)*, maka *x=y*.

Definisi 2.6 dapat juga dinyatakan dengan *f* fungsi satu-satu jika x,y∈ A dengan $x \neq y$, maka $f(x) \neq f(y)$. Jadi, fungsi *f* dari A ke B disebut fungsi sat-satu jika masing-masing unsur berbeda di A mempunyai bayangan yang berbeda di B. Fungsi satu-satu sering juga disebut dengan fungsi injektif. Jika *f* fungsi injektif, maka *f* disebut injeksi.

Pembuktian bahwa fungsi f adalah satu-satu dapat dilakukan dengan menggunakan syarat "jika *f(x)=f(y)*, maka *x=y*" atau jika $f(x) \neq f(y)$, maka $x \neq y$. contoh berikut akan menjelaskan cara membuktikan bahwa suatu fungsi adalah satu-satu.

Misalnya $f : R \rightarrow R$ dengan $f(x\ )=3x+2$. akan ditunjukkan bahwa *f* fungsi satu-satu. Pertama digunakan bukti langsung menggunakan definisi. Ambil sebarang *x,y*∈ *A*, dengan $f(x) = f(y)$. Karena $f(x) = f(y)$, maka diperoleh $3x + 2 = 3y + 2$. kedua ruas ditambah -2 dan kemudian dibagi 3, maka didapat $x = y$. karena untuk sebarang *x,y*∈ *A*, dengan $f(x) = f(y)$ berlaku $x = y$, maka disimpulkan *f* fungís satu-satu.

Berdasarkan definisi 2.2.6 *f* fungsi satu-satu dari *A* ke *B* jika dan hanya jika $f^{1}(y)$ memuat paling banyak satu elemen, untuk setiap $y \in B$. Jika fungsi onto, maka $f^{1}(y)$ memuat tepat satu elemen $x \in A$, untuk setiap $y \in B$. Dengan demikian, jika *f* fungsi satu-satu dari *A* pada *B*, maka himpunan *g* dengan

$$g = \{(y, x) \in B \times A \mid f(x) = y\}$$

Adalah fungsi dari *B* ke *A*. Selain itu *g* merupakan fungsi satu-satu dari *A* pada *B*

Definisi 2.2.7

Misalkan *f* adakah fungsi satu-satu dari *A* pada *B* dan

$$f^{1} = \{(y, x) \in B \times A \mid f(x) = y\}$$

Fungsi f^{1} dari *B* pada *A* disebut fungsi invers dari *f*.

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, maka untuk setiap $y \in B$, $f^{1}(y) = x$ jika dan hanya jika *f(x)*=*y* (Abdussakir, 2006:7-14)

2.3 Sistem Bilangan Bulat

Himpunan bilangan bulat adalah Z = {...,-3, -2, -1,0, 1, 2, 3,...}. Lambang huruf Z diambil dari huruf pertama kata "*Zahlen*" (bahasa Jerman). Tetapi ada juga beberapa buku yang melambangkan himpunan bilangan bulat dengan I, diambil dari huruf pertama "*Integer*" (bahasa Inggris).

Himpunan bilangan bulat dilengkapi dengan dua operasi, yaitu penjumlahan dan perkalian, dilambangkan (Z, +, .), membentuk suatu sistem yaitu sistem bilangan bulat. Beberapa sifat yang berlaku dalam sistem bilangan bulat adalah sebagai berikut:

1. Terhadap operasi penjumlahan
   a. Sifat ketertutupan

      Untuk semua $a, b \in \mathrm{Z}$, maka $a + b \in \mathrm{Z}$

   b. Sifat komutatif

      Untuk semua $a, b \in \mathrm{Z}$, berlaku $a + b = b + a$

   c. Sifat assosiatif

Untuk semua $a,b,c \in \mathbb{Z}$, berlaku $a+(b+c)=(a+b)+c$

d. Identitas penjumlahan

Untuk semua $a \in \mathbb{Z}$, ada $0 \in \mathbb{Z}$, sehingga $a+0=0+a=a$

e. Invers penjumlahan

Untuk masing-masing $a \in \mathbb{Z}$, ada $-a \in \mathbb{Z}$, sehingga $a+(-a)=(-a)+a=0$

2. Terhadap operasi perkalian

a. Sifat ketertutupan

Untuk semua $a,b \in \mathbb{Z}$ maka $a \cdot b \in \mathbb{Z}$

b. Sifat komutatif

Untuk semua $a,b \in \mathbb{Z}$, berlaku $a \cdot b = b \cdot a$

c. Sifat assosiatif

Untuk semua $a,b,c \in \mathbb{Z}$, berlaku $a \cdot (b \cdot c)=(a \cdot b) \cdot c$

d. Identitas perkalian

Untuk semua $a \in \mathbb{Z}$, ada $1 \in \mathbb{Z}$, sehingga $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

3. Terhadap operasi perkalian dan penjumlahan

a. Sifat distributif perkalian atas penjumlahan

Untuk semua $a,b,c \in \mathbb{Z}$, berlaku $(a+b)\cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Pada daftar sifat-sifat di atas terdapat beberapa hal yang berlebihan, seperti pernyataan $a+0=0+a=a$, yang sebenarnya cukup dinyatakan $a+0=a$, karena sesuai sifat komutatif penjumlahan tentu saja jika $a+0=a$, maka

$0 + a = a$. Meskipun demikian, hal ini dilakukan sebagai suatu penekanan. (Sudirman, 2001:3-4).

Suatu kenyataan yang berlaku pada daerah bilangan bulat Z ialah bahwa setiap dua bilangan *a* dan *b* di Z senantiasa dapat saling dibandingkan: a lebih kecil dari b, a lebih besar dari b, a sama dengan b, berturut-turut dapat dituliskn dengan tanda a < b, a > b, a = b. Dari ketiga hubungan tersebut hanya satu yang berlaku. Dengan demikian, semua bilangan bulat dapat digambarkan dengan garis bilangan.

Bilangan $a \in Z$ yang memenuhi 0 < a maka dikatakan positif. Sebaliknya, yang memenuhi a < 0 maka dkatakan negatif. Himpunan semua bilangan bulat positif disebut juga himpunan bilangan asli yang disimbolkan dengan N. Jelas, himpunan bilangan asli N membentuk subhimpunan dari daerah bilangan bulat Z (Arifin, 200: 19-20).

Misalkan ada dua bilangan *a* dan *b* di Z. Persamaan $a+x=b$ senantiasa mempunyai solusi di Z. Artinya, senantiasa terdapat bilangan bulat $x \in Z$ yang memenuhi hubungan $a + x = b$. Di lain pihak, untuk bilangan bulat *a* yang tak nol, persamaan $ax=b$ tidak senantiasa mempunyai solusi di Z. Dalam hal persamaan ax=b mempunyai solusi, bilangan a kita sebut sebagai bilangan b. Di sini pengertian pembagi hanya dikenakan pada bilangan bulat yang tak nol. Namun, dapat diberikan definisi yang lebih umum.

Definisi 2.3.1

Misalkan a dan b bilangan bulat di Z. Bilangan *a* disebut pembagi bilangan *b* jika terdapat bilangan $c \in Z$ yang memenuhi $ac=b$. Bilangan *a* pembagi bilangan *b* ditandai dengan a|b. Sebaliknya, a bukan pembagi b ditandai dengan a|/b. Dalam hal =0, maka bilangan a hanya dapat menjadi pembagi bilangan b=0.

Selain kata pembagi, juga digunakan kata faktor, yaitu *a* faktor *b*. Pembagi bilangan 1 disebut unit. Jadi bilangan $u \in Z$ adalah unit jika terdapat bilangan $v \in Z$ yang memenuhi uv=1. Bilangan 1 dan -1 adalah unit di Z.

Khususnya untuk bilangan $a \neq 0$, pengertian bilangan *a* pembagi bilangan *b* dapat diperluas mencakup *a* bukan pembagi *b*. Nilai mutlak untuk bilangan $a \in Z$, yaitu |a|, yang didefinisikan oleh:

$$|a| \begin{cases} = a, \text{ jika } a \geq 0, \\ = a, \; jika \; a < 0. \end{cases} \qquad \text{(Arifin, 2000:22-23).}$$

2.4 Sifat-sifat Keterbagian

Sifat-sifat yang berkaitan dengan keterbagian (divisibility) merupakan dasar pengembangan teori bilangan, sehingga konsep-konsep tentang keterbagian akan banyak dijumpai di dalamg uraian-uraian selanjutnya. Konsep-konsep keterbagian ini sering muncul dalam buku-buku yang membahas struktur aljabar atau aljabar modern.

Jika suatu bilangan bulat dibagi oleh suatu bilangan bulat yang lain, maka hasil pembagiannya adalah bilangan bulat atau bukan bilangan bulat. Misalnya jika 30 dibagi 5 maka hasil baginya adalah bilanan bulat 6; tetapi jika 30 dibagi 4, maka hasil baginya adalah 7,5 bukan bilangan bulat. Keadaan inilah yang mendasari definisi keterbagian.

Definisi:

Suatu bilangan bulat n adalah habis dibagi oleh suatu bilangan bulat $m \neq 0$ jika ada suatu bilangan bulat x sehingga $n = mx$.

Notasi: m|n dibaca m membagi n, n habis dibagi m, m faktor n, atau n kelipatan dari m   m|/n dibaca m tidak membagi n, n tidak habis dibagi m, m bukan faktor n, atau n   bukan kelipatan dari m.

Contoh

1. 4|12 sebab ada bilangan bulat 3 sehingga 12 = 4.3 atau 12/4 = 3
2. 7|56 sebab ada bilangan bulat 8 sehingga 56 = 7.8 atau 56/7 = 8
3. 9|/12 sebab tidak ada bilangan bulat x sehingga 12 = 9x atau 12/9 bukan bilangan bulat
4. -5|30 sebab ada bilangan bulat -6 sehingga 30 = (-6).(-5) atau 30/-5 = -6
5. Pembagi-pembagi atau faktor-faktor dari 4 adalah $\pm 1, \pm 2,$ dan ± 4
6. Pembagi-pembagi atau faktor-faktor dari 8 adalah $\pm 1, \pm 2, \pm 4$ dan ± 8
7. Pembagi-pembagi atau faktor-faktor dari 11 adalah $\pm 1, \pm 11,$

Jika m|n dan 0<m<n, maka m disebut pembagi murni dari n.

Notasi m^k ||n digunakan untuk menyatakan m^k|n tetapi m^{k+1}|/n.

Dengan definisi 1 di atas, pembagian di dalam Z dapat dilakukan tanpa memperluas Z menjadi Q. Kemudian, jika m,n$\in Z$ dan mn = 0, maka m = 0 atau n = 0, dan dikatakan bahwa Z tidak mempunyai pembagi nol. Sifat ini memungkinkan dilakukannya penghapusan (pengkanselan), misalnya:

Jika m,n$\in Z$ dan 5m = 5n, maka 5m-5n = 0,5(m-n) = 0,5 = 0 atau m-n = 0

Karena $5 \neq 0$, maka m-n = 0 atau m = n

Jadi persamaan 5m = 5n menjadi m = n tidak diperoleh dengan mengalikan ruas kiri dan ruas kanan dengan (1/5) sebab (1/5) bukan bilangan bulat.

Untuk selanjutnya, pernyataan m|n sudah dianggap $m \neq 0$

Dari definisi 1 dapat ditentukan bahwa:

1. 1|x untuk setiap $x \in Z$ karena ada $x \in Z$ sehingga x = x.1

   Pernyataan-pernyataan 1|3, 1|5, 1|101, dan 1|-107 semuanya bernilai benar

2. x|0 untuk setiap $x \in Z$ dan $x \neq 0$ karena ada $0 \in Z$ sehingga 0 = 0.x

   Pernyataan-pernyataan 3|0, 10|0, -5|0 dan -35|0 semuanya bernilai benar

3. x|x untuk setiap $x \in Z$ dan $x \neq 0$ karena ada $1 \in Z$ sehingga x = 1.x

   Pernyataan-pernyataan 2|2, -3|-3, 9|9 dan -5|-5 semuanya bernilai benar

4. Jika x|y,maka kemungkinan hubungan antara x dan y adalah x<y, x = y, atau x>y

   Misalnya 2|4 dengan 2<4, 2|2 dengan 2 = 2, dan 2|-2 dengan 2>-2 (Muhsetyo, 1997: 43-44).

2.5 Aritmatika Modulo

Definisi:

Dua bilangan bulat a dan b adalah kongruen modulo m (dimana m adalah bilangan asli) jika dan hanya jika m|(a-b)

Hubungan m|(a-b) biasanya ditunjukkan dengan $a \equiv b \pmod{m}$ dan dibaca "a adalah kongruen dengan b (mod m)". Jadi, dua bilangan adalah kongruen modulo m jika selisihnya habis dibagi.

Contoh:

$10 \equiv 3 \pmod 7$ sebab 7|(10-3)

$14 \equiv 8 \pmod 6$ sebab 8|(14-8)

$10^2 \equiv 2 \pmod 7$ sebab 7|98

$6 \neq 4 \pmod 3$ sebab 3 tidak membagi (6-4)

Cara lain untuk mendefinisikan kongruensi adalah: a dan b kongruen jika mempunyai sisa yang sama bila dibagi dengan m. Misalkan r dan t berturut-turut sisa a dan b bila dibagi oleh m. Maka, menurut algoritma pembagian.

$$a = q_1 m + r, \qquad 0 \le r \le m$$
$$b = q_2 m + t, \qquad 0 \le \mathrm{t} \le m$$

Misalkan $r \ge t$, maka:

$a - b = (q_1 - q_2)m + (r - t).$

Karena $0 \le r \le m$ dan $0 \le \mathrm{t} \le m$, maka $0 \le (\mathrm{r - t}) \le m.$

Karena m/m, jika $m \mid (a - b)$ maka $m \mid (r - t,)$

$0 \le (r - t) \le m$ dan $m \mid (r - t)$, maka r-t harus sama dengan nol, atau r = t; jadi sisa pembagian a dan b oleh m adalah sama bila m|(a-b), sebaliknya jika r = t, maka r-t =0 dan a-b = (q_1 - q_2) m, berarti bahwa m|(a-b).

Jadi, definisi $a \equiv b \pmod m$ adalah ekuivalen dengan pernyataan *a* dan *b* mempunyai sisa yang sama bila dibagi oleh *m*.

Penjumlahan pada sistem bilangan modulo m adalah sama seperti pada penjumlahan pada bilangan cacah, kecuali bila jumlahnya lebih dari atau sama dengan m. Bila jumlahnya sama atau lebih dari m, maka jumlah itu dibagi dengan m dan sisanya ditempatkan seperti jumlah biasa.

Contoh penjumlahan mod. 5

Tabel 2.1 Penjumlahan Mod 5

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Perkalian pada sistem bilangan mod.m adalah sama seperti perkalian bilangan cacah kecuali bila hasil kalinya lebih dari atau sama dengan m.

Contoh perkalian mod 5

Tabel 2.2 Perkalian Mod 5

X	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

2.6 Operasi Biner

Misalkan S suatu himpunan yang tidak kosong. Operasi $\circ$ pada elemen-elemen S disebut operasi Biner, apabila setiap dua elemen $a,b \in S$ maka $(a \circ b) \in S$. Atau dapat pula dikatakan bahwa operasi $\circ$ merupakan pemetaan dari S X S ke S. Operasi $\circ$ pada S merupakan operasi biner dapat pula dikatakan bahwa opersi $\circ$ pada S bersifat tertutup (Sukirman, 2005: 35).

2.7 Istilah dalam Teori Musik

Teori musik merupakan cabang ilmu yang menjelaskan unsur-unsur musik. Cabang ilmu ini mencakup pengembangan dan penerapan metode untuk menganalisis maupun menggubah musik, dan keterkaitan antara notasi musik dan pembawaan musik. Musik terbentuk dari suara, melodi, notasi, harmoni, ritme, dan nada. Teori musik menjelaskan bagaimana suara dinotasikan atau dituliskan dan bagaimana suara tersebut ditangkap dalam benak pendengarnya. Dalam musik, gelombang suara biasanya dibahas tidak dalam panjang gelombangnya maupun periodenya, melainkan dalam frekuensinya. Aspek-aspek dasar suara dalam musik biasanya dijelaskan dalam *pitch*, yaitu tinggi nada, durasi (berapa lama suara ada), intensitas, dan timbre (warna bunyi).

Suara dapat dibagi-bagi ke dalam nada yang memiliki tinggi nada atau tala tertentu menurut frekuensinya ataupun menurut jarak relatif tinggi nada tersebut terhadap tinggi nada patokan. Perbedaan tala antara dua nada disebut sebagai interval. Nada dapat diatur dalam tangga nada yang berbeda-beda. Tangga nada yang paling lazim adalah tangga nada mayor, tangga nada minor, dan tangga nada pentatonik. Nada dasar suatu karya musik menentukan frekuensi tiap nada dalam karya tersebut. Nada memiliki sifat-sifat sebagaiberikut:

Tinggi nada berkaitan dengan frekuensi atau banyaknya getaran tiap detik. Makin besar frekuensi, makin tinggi nadanya.

1. Panjang nada dihitung dengan satuan ketuk yang sifatnya relatif, bias panjang bisa pendek.
2. Intensitas nada atau keras lembutnya bunyi suatu nada bergantung pada lebarnya getaran dan sifatnya relatif.

Melodi adalah serangkaian nada dalam waktu. Rangkaian tersebut dapat dibunyikan sendirian, yaitu tanpa iringan, atau dapat merupakan bagian dari rangkaian akord dalam waktu (biasanya merupakan rangkaian nada tertinggi dalam akord-akord tersebut). *Notasi musik* merupakan penggambaran tertulis atas musik. Dalam notasi balok, tinggi nada digambarkan secara vertikal sedangkan waktu (ritme) digambarkan secara horisontal. Kedua unsur tersebut membentuk paranada, di samping petunjuk-petunjuk nada dasar, tempo, dinamika, dan sebagainya. *Harmoni* secara umum dapat dikatakan sebagai kejadian dua atau lebih nada dengan tinggi berbeda dibunyikan bersamaan, walaupun harmoni juga dapat terjadi bila nada-nada tersebut dibunyikan berurutan (seperti dalam *arpeggio*). Harmoni yang terdiri dari tiga atau lebih nada yang dibunyikan bersamaan biasanya disebut akord. (Pekerti, 1999: 263)

2.8 Akord

Akord adalah kumpulan tiga nada atau lebih yang bila dimainkan secara bersamaan terdengar harmonis. Akord bisa dimainkan secara terputus-putus ataupun secara bersamaan. Akord ini digunakan untuk mengiringi suatu lagu. Ketika Anda menekan tiga tuts piano C, E dan G secara bersamaan, ini berarti anda sudah memainkan akord. Contoh alat musik lainnya yang bisa memainkan akord adalah gitar (akustik dan listrik), organ, *electone*. Akord itu banyak macamnya. Antara lain akord mayor, akord minor, akord dominan septim, akord *diminished*, akord *augmented*, akord minor 6, akord mayor 7, akord *suspended* dan masih banyak yang lainnya. Akord yang paling sering dipakai dalam suatu lagu yang sederhana adalah akord mayor, akord minor dan akord dominan septim. Akord lainnya digunakan untuk memperindah atau mengubah kualitas suatu lagu. Penyisipan akord yang berbeda akan memberikan efek rasa yang berbeda dalam iringan suatu lagu.

Akord mayor adalah akord yang interval antara nadanya 2 - 1 ½

Contoh akord mayor:

1. Cb (Cb-Eb-Gb) = B
2. C (C-E-G)
3. C# (C#-E#-G#) = Db (Db-F-Ab)
4. D (D-F-A)
5. D# (D#-F#-A#) = Eb (Eb-Gb-Bb)
6. E (E-G-B) = Fb
7. E# (E#-G#-B#) = F (Fb-Ab-Cb)

8. F (F-A-C)

9. F# (F#-A#-C#) = Gb (Gb-Bb-Db)

10. G (G-B-D)

11. G# (G#-B#-D#) = As mayor (Ab-C-Eb)

12. A (A-C#-E)

13. A# (A#-D-E#) = Bb (Bb-D-F)

14. B (B-D#-F#) = Cb

15. B# (B#-E-G) = C

Akord yang memiliki nama berbeda namun bila dimainkan bersuara sama disebut Akord Enharmonis. Contohnya: akord Cb (Ces mayor) dengan B (B mayor). Akord di atas adalah akord dasar. Akord tersebut bisa dibalik urutannya (disebut balikan pertama dan balikan kedua). Misalnya: C on E(C/E). Ini berarti harus memainkan akord dengan urutan E-G-C' bukan C-E-G. C on E adalah balikan pertama dari akord dasar C. Balikan keduanya adalah C on G(C/G) yaitu G-E'-C'. Notasi: C, CM, Cm

Akord minor adalah akord yang interval antara nadanya 1 1/2 - 2. Apabila anda sudah tahu suatu akord mayor misalnya; C mayor maka anda bisa mengetahui pula akord minornya (C minor) yaitu dengan cara *menurunkan nada yang ada ditengah sebanyak setengah interval*. Sehingga didapat akord C minor adalah C-Es(E diturunkan setengah menjadi Es)-G. Notasi: Cm, Cmi

Akord Dominan Seventh adalah akord mayor yang ditambahi nada ketujuh dari nada dasar. Contoh: C7 terdiri atas C-E-G-Bb. Notasi: C7, C^7

Akord augmented adalah akord yang interval antara nadanya 2 - 2. Notasi : Caug / C+

Akord diminished adalah akord yang interval antar nadanya adalah 1 1/2 - 1 1/2. Notasi : Cdim.

2.9 Interval Musik

Interval adalah jarak /selang antara dua buah nada. Ada banyak ukuran interval yang dapat dibuat untukmembuat tangga nada. Ukuran interval yang bervariasi akan memberikan tidak hanya suara yang akan berbeda tapi juga memberikan kesan " rasa" yang berbeda. Ukuran interval (dalam semiton) dan namanya serta penjelasan singkat adalah sebagai berikut:

1. Unison, dengan perbandingan 1:1 (0 setengah-nada)
2. Minor kedua m2, dengan perbandingan 16:15, disebut juga setengah-nada
3. Mayor kedua M2, dengan perbandingan 9:8 (2 setengah-nada)
4. Minor ketiga m3, dengan perbandingan 6:5 (3 setengah-nada)
5. Mayor ketiga M3, dengan perbandingan 5:4 (4 setengah-nada)
6. Sempurna keempat P4, dengan perbandingan 4:3 (5 setengah-nada)
7. Tambah keempat A4 atau Kurang kelima d5, 6 setengah-nada
8. Sempurna kelima P5, dengan perbandingan 3:2 (7 setengah-nada)
9. Minor keenam m6, dengan perbandingan 8:5 (8 setengah-nada)
10. Mayor keenam M6, dengan perbandingan 10:6 (9 setengah-nada)
11. Minor ketujuh m7, dengan perbandingan 16:9 (10 setengah-nada)
12. Mayor ketujuh M7, dengan perbandingan 15:8 (11 setengah-nada)

13. Oktaf P8, dengan perbandingan 2:1 (12 setengah-nada)

2.10 Transposisi Nada

Dalam seni musik terdapat istilah transposisi. Transposisi adalah pemindahan tangga nada dalam memainkan, menyanyikan, atau menuliskan sebuah lagu dari tangga nada aslinya, tetapi lagunya tetap sama.

Setiap tangga nada memiliki kunci nada yang sangat dekat hubungannya dan saling berelasi, yaitu dominan, sub dominannya dan relatif minor maupun relatif mayornya. Transpoisisi ini digunakan antara lain, untuk :

1. Memindahkan lagu dari notasi angka ke notasi balok, atau sebaliknya memindakan suatu lagu dari notasi balok ke notasi angka.
2. Memindahkan suatu lagu dari notasi balok yang berlainan tanda kunci. Misal: dari kunci G ke kunci F, dan sebagainya.
3. Merubah nada dasar dari suatu lagu. (Isfanhari, 2000:24-25)

2.11 Bilangan dalam Al quran

Pada bab I telah dijelaskan bahwa teori bilangan merupakan cabang dari al jabar dan disebut sebagai aritmatika lanjut karena berkaitan dengan bilangan asli. Pada awalnya kata al jabar diambil dari buku Arab yang berjudul ilm *al-jebr-wal muquabalah* yang artinya ” *mempersatukan bagian-bagian yang pisah*” (Holland, 1983:4). Bahasa Arab merupakan bahasa Al Qur’an, sehingga dalam hal ini Al Qur'an memegang peranan yang sangat penting karena tidak ada naskah kuno lainnya yang memperkenalkan istilah-istilah matematika selain Al Qur'an. Dalam Al quran juga dijelaskan tentang bilangan beserta sifat-sifatnya, sebagaimana dalam surat Al Fajr ayat 1-3

وَٱلۡفَجۡرِ ١

وَلَيَالٍ عَشۡرٖ ٢

وَٱلشَّفْعِ وَٱلْوَتْرِ ۝٣

1. *Demi fajar,*
2. *Dan malam yang sepuluh*
3. *Dan yang genap dan yang ganjil,*

Huruf *wawu* merupakan salah satu huruf qosam (sumpah). Dalam surat tersebut Allah bersumpah atas bilangan. Hal ini mengartikan bahwa bilangan itu benar-benar ada dan Allah menyukainya yang mengartikan bahwa Allah mencintai matematika. Dalam surat ini Allah bersumpah atas nama bilangan sebanyak 3 kali. Bagi orang Islam angka 3 merupakan sunnah nabi.

Dalam memahami kalimat *walayalin 'asyr* para ulama berbeda-beda, ada yang mengatakan sepuluh dari bulan Muharrom, sepuluh dari bulan Ramadhan, sepuluh dari bulan Dzulhijjah. Pendapat-pendapat di atas dikemukakan oleh para penafsirnya tanpa suatu argumentasi yang mendukungnya, kecuali dugaan mereka bahwa sesuatu yang digunakan Allah bersumpah pasti sesuatu yang agung (Shihab, 2003: 244).

Menurut Syeikh Muhammad Abduh kebiasaan Al Qur'an apabila hendak menentukan waktu tertentu, maka waktu tersebut disifati dengan sifatnya yang hendak ditonjolkan, dan apabila yang dimaksud adalah waktu secara umum, maka itu ditampilkan tanpa menyebutkan sifatnya. Seperti kata *al-lail* bila tidak dirangkai dengan sifat tertentu, maka yang dimaksud adalah malam secara umum, berbeda dengan malam tertentu seperti misalnya Lailat al-Qodr yakni salah satu malam ganjil pada sepuluh hari terakhir bulan Ramadhan.

Syeikh Muhammad Abduh berpendapat bahwa kata *al-fajr* pada surah ini berarti umum, maka *Layal(in) ’Asyr* harus dipahami secara umum. Sepuluh malam tersebut menurut ulama ini adalah yang terjadi setiap bulan, yaitu malam-malam dimana cahaya bulan mengusik kegelapan malam (Shihab, 2003:244-245). Sedangkan menurut Syaikh Muhammad bin Shalih Al-Utsaimin dalam bukunya yang berjudul tafsir Juz ’Amma dikemukakan bahwa ulama’ yang menafsirkan sepuluh malam terakhir bulan Ramadhan berpendapat bahwa Lailatur Qadar terdapat dalam sepuluh malam terakhir bulan Ramdhan sebagaimana firman Allah dalam surat Al Qadr ayat 3, yang artinya "*Malam kemuliaan itu lebih baik dari seribu bulan*". Sedangkan yang berpendapat sepuluh hari bulan Dzulhijjah, disebabkan sepuluh hari bulan ini memiliki keutamaan sebagaimana yang dikatakan Rasulullah, yang artinya adalah "*Tidak ada hari-hari yang lebih dicintai Allah untuk mengerjakan amalan-amalan shalih melainkan pada hari-hari yang sepuluh ini*".

Adapun maksud firman Allah "*demi yang genap dan yang ganjil*" menurut sebagian ulama' adalah seluruh makhluk. Sebab, seluruh makhluk jika tidak genap maka pasti ganjil. Sebagaimana firman Allah dalam surat Adz-Dzariyat ayat 49 yang menjelaskan bahwa segala sesuatu diciptakan secara berpasang-pasangan. Demikianlah jenis ibadah, jika tidak dikerjakan dengan genap maka pasti dikerjakan dengan ganjil. Maka, maksud dari ayat tersebut mencakup segala yang diciptakan, baik berupa makhluk ataupun amalan-amalan yang disyariatkan. Ada juga yang memahaminya secara umum yakni الشفع adalah seluruh makhluk, sebab semua makhluk diciptakan secara berpasang-pasangan (QS.Yasin [36]:36), sedangkan الوتر adalah Allah, sebagaimana sabda Nabi Muhammad yang artinya

” *Sesungguhnya Allah witir (tunggal) dan menyukai bilangan witir (yang ganjil)”*(Shihab, 2003:245).

Al Qur'an juga menjelaskan tentang sistem-sistem bilangan yaitu himpunan-himpunan bilangan yang dilengkapi dengan operasi bilangan yang dalam ilmu operasi penjumlahan, yakni

وَلَبِثُوا۟ فِى كَهْفِهِمْ ثَلَٰثَ مِا۟ئَةٍ سِنِينَ وَٱزْدَادُوا۟ تِسْعًا ﴿٢٥﴾

"Dan mereka tinggal dalam gua mereka tiga ratus tahun dan ditambah sembilan tahun (lagi)."

Pada ayat di atas lafadz مائة dibaca dengan memakai harokat tanwin pada akhirnya سنين (tahun) berkedudukan sebagai 'Athaf Bayan yang dikaitkan dengan lafadz مائة ثلاث . Perhitungan tiga ratus tahun ini berdasarkan hisab yang berlaku di kalangan kaumnya Ash-Habul Kahfi, yaitu berdasarkan perhitungan tahun Syamsiyah. Bila menurut hisab tahun Qomariyah sebagaimana yang berlaku di kalangan orang-orang selanjutnya, yaitu وازدادوا تسعا (dan ditambah sembilan tahun)(Al-Mahalli, 1999:1199).

Surat Al Ankabut ayat 14 menjelaskan tentang operasi pengurangan, yakni

وَلَقَدْ أَرْسَلْنَا نُوحًا إِلَىٰ قَوْمِهِۦ فَلَبِثَ فِيهِمْ أَلْفَ سَنَةٍ إِلَّا خَمْسِينَ عَامًا فَأَخَذَهُمُ ٱلطُّوفَانُ وَهُمْ ظَٰلِمُونَ ﴿١٤﴾

" *Dan Sesungguhnya Kami telah mengutus Nuh kepada kaumnya, Maka ia tinggal di antara mereka seribu tahun kurang lima puluh tahun. Maka mereka ditimpa banjir besar, dan mereka adalah orang-orang yang zalim".*

Dalam ayat tersebut dijelaskan bahwa Nabi Nuh tinggal di antara kaumnya selama sembilan ratus lima puluh tahun, seraya menyeru untuk mentauhidkan Allah, tetapi kaumnya tetap mendustakannya. Selain itu, dalam surat An Nisa' ayat 11 dijelaskan tentang operasi pembagian dan operasi perkalian dijelaskan dalam surat Al Baqoroh ayat 261.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Metode diartikan sebagai suatu cara atau teknis yang dilakukan dalam proses penelitian. Sedangkan penelitian (*research*) diartikan sebagai upaya dalam bidang ilmu pengetahuan yang dijalankan untu memperoleh fakta-fakta dan prinsip-prinsip dengan sabar, hati-hati dan sistematis untuk mewujudkan kebenaran. Fungsi penelitian adalah mencarikan penjelasan dan jawaban terhadap permasalahan serta memberikan alternative bagi kemungkinan yang dapat digunakan untuk pemecahan masalah. Jika dilihat dari tujuannya, penelitian dibedakan atas dua macam yaitu penelitian dasar dan penelitian terapan. Penelitian dasar bertujuan untuk menemukan suatu genaralisasi atau keumuman dan berusaha menemukan dalil-dalil atau teori-teori yang berlaku secara umum. Penelitian terapan bertujuan untuk memperoleh penemuan-penemuan yang berkenaan dengan aplikasi/penerapan teori-teori tertentu (Mardalis, 2006:27). Penelitian yang digunakan penulis dalam penulisan tugas akhir ini adalah penelitian terapan yaitu dengan menerapkan rumus fungsi transposisi pada permasalahan kesenian khususnya dalam seni musik.

Berdasarkan penggolongan menurut tempat penelitian dilaksanakan, penelitian dibedakan menjadi tiga macam yaitu penelitian perpustakaan, penelitian lapangan, penelitian laboratorium. Penelitian bertujuan untuk mengumpulkan data-data dan informasi dengan bantuan bermacam-macam material yang terdapat di ruangan perpustakaan. Penelitian lapangan dilakukan dalam kehidupan yang sebenarnya. Penelitian laboratorium dilakukan dalam suatu tempat khusus untuk mengadakan studi ilmiah dan kerja ilmiah (Mardalis, 2006:28-29). Penelitian yang digunakan penulis dalam penulisan tugas akhir ini adalah penelitian perpustakaan (studi literatur). Dalam penulisan ini, langkah-langkah umum yang dilakukan penulis adalah sebagai berikut: merumuskan masalah yang akan dibahas, mengumpulkan sumber dan info dengan cara membaca dan memahami literatur-literatur yang berkaitan dengan teori bilangan, fungsi dan teori musik, menganalisis permasalahan yang telah diperoleh dengan memilih contoh yang relevan dan berkaitan dengan permasalahan yang akan diteliti, merumuskan kesimpulan dari hasil analisis contoh yang telah dilakukan, penulisan dan penyusunan laporan yang dilakukan dalam bentuk skripsi. Metode penelitian perpustakaan berarti mengumpulkan data dan informasi dengan bantuan bermacam-macam materi yang terdapat di ruangan perpustakaan, seperti : buku-buku, majalah, dokumen, catatan, kisah-kisah sejarah, dan lain-lain.

3.2 Data dan Sumber Data

Dalam suatu penelitian cara memperoleh data ada 2 yaitu: dengan cara mengumpulkan data dari sumber-sumber pustaka yang sudah ada yang disebut dengan data sekunder, dan dengan cara diusahakan data langsung dari individu-individu yang diselidiki yang disebut dengan data primer (Margono, 25:23). Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, sebagai contoh data akord dari lagu yang diperoleh dari buku-buku, majalah, catatan, dan lain-lain.

Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah teknik dokumenter yaitu data diperoleh dari buku-buku. Data lagu yang digunakan meliputi lagu yang mempunyai susunan akord dengan nada dasar mayor.

3.3 Analisis Data

Data yang diperoleh akan dianalisa sesuai dengan data yang relevan, dalam hal ini seni musik dikaitkan dengan teori rumus fungsi transposisi. Permasalahan yang dikaji adalah menyelesaikan perpindahan tangga nada antar akord-akordnya dengan rumus fungsi transposisi. Mentransposisi akord penyusun lagu yang dirasakan tidak sesuai dengan jangkauan nada yang dimiliki oleh seseorang agar menjadi sebuah lagu dengan susunan akord-akord yang baru yang sesuai dengan karakter suara seseorang. Susunan tangga nada yang baru inilah yang nantinya dapat dijangkau oleh suara seseorang yang akan menyanyikan lagu tersebut. Sebelum mentransposisi akord dengan menggunakan rumus fungsi transposisi dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Mengubah nada ke dalam bentuk *integer model of pitch.*
2. Menerapkan rumus fungsi transposisi akord pada pencarian akord-akord.
3. Membuktikan kebenaran rumus fungsi transposisi.
4. Menerapkan rumus fungsi transposisi pada sebuah lagu dengan langkah-langkah sebagai berikut:
    a. Menentukan lagu yang akan ditransposisi
    b. Mencari susunan akord-akord lagu tersebut
    c. Mengubah akordnya ke dalam bentuk *integer model of pitch.*

d. Menentukan transposisi yang diinginkan atau yang sesuai dengan jangkauan suara.

e. Mengubah akord-akordnya ke dalam akord-akord yang baru (yang diinginkan) dengan menggunakan rumus fungsi transposisi.

f. Langkah terakhir menyusun kembali akord-akord yang telah ditransposisi.

BAB IV

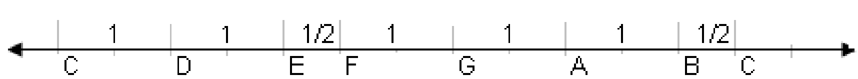
PEMBAHASAN

Bab ini mengkaji seni musik khususnya dalam mentransposisi tangga nada penyusun lagu dengan menggunakan suatu fungsi yang dinamakan fungsi transposisi akord. Sebelum membahas lebih lanjut, terlebih dahulu dibahas langkah-langkah yang diperlukan, antara lain merubah nada-nada ke dalam bentuk bilangan yang dinamakan dengan *integer model of pitch*, fungsi transposisi akord, menyusun akord dengan menggunakan rumus fungsi transposisi akord, dan mengaplikasikan rumus fungsi transposisi ke dalam sebuah lagu.

4.1 Mengubah Nada dalam Bentuk Bilangan

Dalam seni musik dikenal adanya notasi (not) yang merupakan tanda untuk menulis nada. Pada dasarnya dalam musik internasional terdapat 7 perbedaan *pitch class* (kelas nada) yaitu

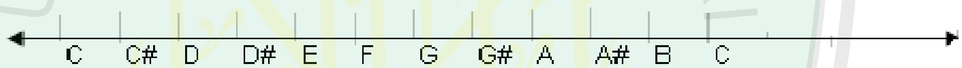
(C, D, E, F, G, A, B) yang biasanya disebut 1 oktaf dengan interval yang telah ditentukan yaitu 1 1 ½ 1 1 1 ½. Hal ini akan lebih mudah jika diamati menggunakan garis bilangan. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Nada Dasar Mayor

Nada-nada pokok tersebut tidak dimainkan secara langsung namun bisa dinaikkan maupun diturunkan setengah laras. Nama nada yang dinaikkan setengah laras mirip dengan nama nada aslinya ditambah akhiran is disimbolkan dengan (#), tanda # disebut tanda kruis, sharp, palang. Nama nada yang diturunkan setengah laras juga mirip dengan nada aslinya ditambah akhiran es disimbolkan dengan (b), tanda b disebut tanda mol atau flat.

Akibat dari nada-nada yang dinaikkan atau diturunkan setengah laras adalah jumlah nada dalam musik adalah 12 dengan jarak interval yang sama yaitu ½ , adapun nada-nadanya adalah sebagai berikut (C, $C^{\#}$, D, $D^{\#}$, E, F, $F^{\#}$, G, $G^{\#}$, A, $A^{\#}$, B,) atau (C, Db, D, Eb, E, F, Gb, G, Ab, A, B, Bb). Untuk lebih jelasnya dapat ditulis dengan menggunakan garis bilangan seperti pada gambar 4.2 dan gambar 4.3.



Gambar 4.2 Nada Berkruis

Gambar 4.3 Nada Bermol

Pada pembahasan ini akan membahas nada berkruis atau nada bermol yang jumlahnya adalah 12 nada. Dalam matematika ke 12 nada tersebut disebut sebagai anggota himpunan nada berkruis. Pada bab sebelumnya telah dijelaskan bahwa suatu himpunan dapat dinyatakan dalam dua bentuk penulisan. Bentuk pertama adalah tabular (*tabular form)* yaitu penulisan himpunan dengan mendaftar semua anggotanya di dalam tanda kurung kurawal {}. Misalnya, X={ C, $C^{\#}$, D, $D^{\#}$, E, F, $F^{\#}$, G, $G^{\#}$, A, $A^{\#}$, B,} yang menyatakan bahwa himpunan X memuat unsur C, $C^{\#}$, D, $D^{\#}$, E, F, $F^{\#}$, G, $G^{\#}$, A, $A^{\#}$, B. Bentuk yang kedua adalah pencirian (*set-builder form)* yaitu penulisan himpunan dengan menyebutkan sifat atau syarat keanggotaan himpunan tersebut. Misalnya, $\mathrm{X} = \{x \mid x \text{ nada berkruis}\}$.

Untuk menghubungkan keduabelas nada-nada tersebut ke dalam matematika maka harus mengubahnya terlebih dahulu ke dalam bentuk bilangan yang disebut *integer model of pitch* (bilangan bulat pada nada), sebagai berikut :

C = 0

C# = Db = 1

D = 2

D# = Eb = 3

E = 4

F = 5

F# = Gb = 6

G = 7

G# = Ab = 8

A = 9

A# = Bb = 10

B = 11

4.2 Fungsi Transposisi Akord

Transposisi dalam musik berfungsi untuk menentukan tinggi rendahnya nada dalam suatu rangkaian alunan musik sedangkan dalam matematika transposisi didefinisikan sebagai berikut

Definisi :

Misalkan n adalah bilangan integer mod 12, maka fungsi $T_n : Z_{12} \rightarrow Z_{12}$ didefinisikan dengan rumus $T_n(x) \equiv x + n (\text{mod} 12)$.

Keterangan : n = transposisi ke….untuk n = 0,1,2,…11

x = himpunan trinada

dari definisi di atas dijelaskan bahwa fungsi transposisi akord merupakan fungsi T_n yang memetakan Z_{12} ke Z_{12}. Adapun penjabaran dari rumus fungsi transposisi akord dengan n = 0,1, 2, ..., 11 adalah sebagai berikut:

$T_0 \equiv x + 0 (\text{mod} 12)$

$T_1 \equiv x + 1 (\text{mod} 12)$

$T_2 \equiv x + 2 (\text{mod} 12)$

$T_3 \equiv x + 3 (\text{mod} 12)$

$T_4 \equiv x + 4 (\text{mod} 12)$

$T_5 \equiv x + 5 (\text{mod} 12)$

$T_6 \equiv x + 6 (\text{mod} 12)$

$T_7 \equiv x + 7 (\text{mod} 12)$

$T_8 \equiv x + 8 (\text{mod} 12)$

$T_9 \equiv x + 9 (\text{mod} 12)$

$T_{10} \equiv x + 10 (\text{mod} 12)$

$T_{11} \equiv x + 11 (\text{mod} 12)$

Rumus transposisi di atas menggunakan mod 12 karena dalam musik terdapat 12 perbedaan nada, seperti yang telah dijelaskan pada sus bab sebelmnya.

4.3 Menerapkan Fungsi Transposisi Akord pada Pencarian Akord-Akord

Pada bab sebelumnya telah dijelaskan bahwa akord adalah kumpulan tiga nada atau lebih yang bila dimainkan secara bersamaan terdengar harmonis. Akord digunakan untuk mengiringi suatu lagu, sedangkan akord yang sering digunakan adalah akord mayor dan akord minor. Tipe akord yang paling dasar dan yang paling sederhana adalah tipe triad mayor atau akord trinada, yaitu penyusunan akord mayor dengan tiga nada penyusun. Triad mayor terdiri dari nada pada urutan ke 1, 3, dan 5 atau dengan interval 2 1/2 - 1. Misalnya jika ingin menyusun Akord dengan nada dasar C mayor maka nada yang dimainkan adalah nada pada urutan ke 1, 3, dan 5 sebagai berikut *C* D *E* F *G* A B C, sehingga akord C mayor adalah C E G yang mana jika dirubah dalam *integer model of pitch* menjadi (0 4 7). Hal ini juga serupa pada akord dengan nada dasar F mayor. Nada dasar F mayor adalah *F* G *A* $A^{\#}$ *C* D E F, jadi nada yang dimainkan adalah nada F A C yang mana jika dirubah dalam *integer model of pitch* menjadi (5 9 0), dan hal ini juga berlaku untuk nada-nada yang lain. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat susunan tangga nada mayor pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Tangga Nada Mayor

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	E	F	G	A	B	C
$C^{\#}$	$D^{\#}$	F	$F^{\#}$	$G^{\#}$	$A^{\#}$	C	$C^{\#}$
D	E	$F^{\#}$	G	A	B	$C^{\#}$	D
$D^{\#}$	F	G	$G^{\#}$	$A^{\#}$	C	D	$D^{\#}$
E	$F^{\#}$	$G^{\#}$	A	B	$C^{\#}$	$D^{\#}$	E
F	G	A	$A^{\#}$	C	D	E	F
$F^{\#}$	$G^{\#}$	$A^{\#}$	B	$C^{\#}$	$D^{\#}$	F	$F^{\#}$
G	A	B	C	D	E	$F^{\#}$	G
$G^{\#}$	$A^{\#}$	C	$C^{\#}$	$D^{\#}$	F	G	$G^{\#}$
A	B	$C^{\#}$	D	E	$F^{\#}$	$G^{\#}$	A
$A^{\#}$	C	D	$D^{\#}$	F	G	A	$A^{\#}$
B	$C^{\#}$	$D^{\#}$	E	$F^{\#}$	$G^{\#}$	$A^{\#}$	B

Dari tabel 4.1 dapat dibuat akord triad mayor yaitu dengan cara memilih urutan ke 1, 3 dan ke 5, kemudian akord tersebut dirubah dalam bentuk *integer model of pitch.* Hal ini dapat dilihat pada tabel 4.2.

Tabel 4.2 Akord Triad Mayor

Nada mayor dalam musik	Nada mayor dalam matematika
C : C E G	C : 0 4 7
C# = Db : C# F G#	C# = Db : 1 5 8
D : D F# A	D : 2 6 9
D# = Eb : D# G A#	D# = Eb : 3 7 10
E : E G# B	E : 4 8 11
F : F A C	F : 5 9 0
F# = Gb : F# A# C#	F# = Gb : 6 10 1
G : G B D	G : 7 11 2
G# = Ab : G# C D#	G# = Ab : 8 0 3
A : A C# E	A : 9 1 4
A# = Bb : A# D F	A# = Bb : 10 2 5
B : B D# F	B : 11 3 6

Selain dengan cara melihat Tabel 4.2 yakni memilih nada urutan ke 1, 3 dan 5, himpunan triad mayor dapat ditentukan dengan cara menggunakan rumus fungsi transposisi dengan nada awal C mayor atau (0 4 7) adalah sebagai berikut :

untuk n = 0

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12) \qquad T_n(x) \equiv x + n\,\text{mod}12 \qquad T_n(x) \equiv x + n\,\text{mod}12$$
$$T_0(0) \equiv 0 + 0(\text{mod}12) \qquad T_0(4) \equiv 4 + 0(\text{mod}12) \qquad T_0(7) \equiv 7 + 0(\text{mod}12)$$
$$\equiv 0(\text{mod}12) \qquad \equiv 4(\text{mod}12) \qquad \equiv 7(\text{mod}12)$$

Jadi untuk n=0, C (0 4 7) menjadi C (0 4 7) untuk n =1

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_1(0) &\equiv 0+1 \pmod{12} \\ &\equiv 1 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \bmod 12 \\ T_2(4) &\equiv 4+1 \pmod{12} \\ &\equiv 5 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_1(7) &\equiv 7+1 \pmod{12} \\ &\equiv 8 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk n=1, C (0 4 7) menjadi $C^{\#}$ (1 5 8)

Untuk n = 2

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_2(0) &\equiv 0+2 \pmod{12} \\ &\equiv 2 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_2(4) &\equiv 4+2 \pmod{12} \\ &\equiv 6 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_2(7) &\equiv 7+2 \pmod{12} \\ &\equiv 9 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk n=3, C (0 4 7) menjadi D (2 6 9)

Untuk n = 3

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_3(0) &\equiv 0+3 \pmod{12} \\ &\equiv 3 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_3(4) &\equiv 4+3 \pmod{12} \\ &\equiv 7 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_3(7) &\equiv 7+3 \pmod{12} \\ &\equiv 10 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk n=3, C(0 4 7) maka menjadi $D^{\#}$ (3 7 10)

Untuk n = 4

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_4(0) &\equiv 0+4 \pmod{12} \\ &\equiv 4 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_4(4) &\equiv 4+4 \pmod{12} \\ &\equiv 8 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_4(7) &\equiv 7+4 \pmod{12} \\ &\equiv 11 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk n=4, C (0 4 7) menjadi E (4 8 11)

Untuk n = 5

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_5(0) &\equiv 0 + 5 \pmod{12} \\
&\equiv 5 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_5(4) &\equiv 4 + 5 \pmod{12} \\
&\equiv 9 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_5(7) &\equiv 7 + 5 \pmod{12} \\
&\equiv 12 \pmod{12} \\
&\equiv 0 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

Jadi untuk n=5, C (0 4 7) menjadi F (5 9 0)

Untuk n = 6

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_6(0) &\equiv 0 + 6 \pmod{12} \\
&\equiv 6 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_6(4) &\equiv 4 + 6 \pmod{12} \\
&\equiv 10 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_6(7) &\equiv 7 + 6 \pmod{12} \\
&\equiv 13 \pmod{12} \\
&\equiv 1 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

Jadi untuk n=6, C (0 4 7) menjadi $F^{\#}$ (6 10 1)

Untuk n = 7

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_7(0) &\equiv 0 + 7 \pmod{12} \\
&\equiv 7 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_7(4) &\equiv 4 + 7 \pmod{12} \\
&\equiv 11 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_7(7) &\equiv 7 + 7 \pmod{12} \\
&\equiv 14 \pmod{12} \\
&\equiv 12 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

Jadi untuk n=7, C (0 4 7) menjadi G (7 11 12)

Untuk n = 8

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_8(0) &\equiv 0 + 8 \pmod{12} \\
&\equiv 8 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_8(4) &\equiv 4 + 8 \pmod{12} \\
&\equiv 12 \pmod{12} \\
&\equiv 0 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_n(x) &\equiv x + n \pmod{12} \\
T_8(7) &\equiv 7 + 8 \pmod{12} \\
&\equiv 15 \pmod{12} \\
&\equiv 3 \pmod{12}
\end{aligned}
$$

Jadi untuk n=8, C (0 4 7) menjadi $G^{\#}$ (8 0 3)

Untuk n = 9

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_9(0) \equiv 0 + 9(\text{mod}12)$$
$$\equiv 9(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_9(4) \equiv 4 + 9(\text{mod}12)$$
$$\equiv 13(\text{mod}12)$$
$$\equiv 1(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_9(7) \equiv 7 + 9(\text{mod}12)$$
$$\equiv 16(\text{mod}12)$$
$$\equiv 4(\text{mod}12)$$

Jadi untuk n=9, C (0 4 7) menjadi A (9 1 4)

Untuk n = 10

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{10}(0) \equiv 0 + 10(\text{mod}12)$$
$$\equiv 10(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{10}(4) \equiv 4 + 10(\text{mod}12)$$
$$\equiv 14(\text{mod}12)$$
$$\equiv 2(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{10}(7) \equiv 7 + 10(\text{mod}12)$$
$$\equiv 17(\text{mod}12)$$
$$\equiv 5(\text{mod}12)$$

Jadi untuk n=10, C (0 4 7) menjadi A# (10 2 5)

Untuk n = 11

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{11}(0) \equiv 0 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv 11(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{11}(4) \equiv 4 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv 15(\text{mod}12)$$
$$\equiv 3(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{811}(7) \equiv 7 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv 18(\text{mod}12)$$
$$\equiv 6(\text{mod}12)$$

Jadi untuk n=11, C (0 4 7) menjadi B (11 3 6)

4.4 Penerapan Rumus Fungsi Transposisi Akord pada lagu.

Rumus fungsí transposisi "$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$" selain diterapkan untuk menentukan triad akor mayor juga dapat diterapkan pada lagu. Sebagai contoh, pada lagu *Padamu Negeri,* dengan syair sebagai berikut:

C F G7 C G7 F C

Pa – da – mu ne – gri ka – mi ber – jan – ji

F G7 C Am D7 G7

Pa – da – mu ne – gri ka – mi ber – bak – ti

C F G7 C G7 F C

Pa – da – mu ne – gri ka – mi me – ngab – di

F G7 C Am Dm G7 C

Ba – gi – mu ne – gri ji – wa ra – ga ka – mi

Adapun susunan akor-akord pada lagu *Padamu Negeri* adalah sebagai berikut:

C - F - G7 - C - G7 - F - C................1

F - G7- C - Am - D7 - G7 …………......2

C - F - G7 -C - G7 - F - C…………......3

F - G7 - C - Am - Dm - G7 - C……..4

Lagu ini dimulai dari nada dasar C mayor yang biasanya sesuai atau cocok dengan seseorang yang memiliki suara rendah. Jika seorang penyanyi merasa bahwa nada dasar C mayor dirasa tidak dapat dijangkau oleh suaranya maka permasalahan ini dapat diatasi dengan mentransposisi tangga nada penyusun lagu tersebut ke tangga nada yang dapat dijangkau oleh penyanyi, misalnya, nada A mayor atau nada yang lainnya. Dengan menggunakan fungsi transposisi akord maka dapat menentukan nada sesuai karakter suara seseorang.

1. Perpindahan akord C mayor menjadi A mayor

Karena perpindahan dari akord C mayor menjadi A mayor adalah sebanyak 9 step (n=9), maka dapat dijabarkan sebagai berikut :

Akord F mayor (5 9 0)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(5) &\equiv 5+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 14(\text{mod}12) \\ &\equiv 2(\text{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(9) &\equiv 9+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 18(\text{mod}12) \\ &\equiv 6(\text{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(0) &\equiv 0+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 9(\text{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk akord F mayor berubah menjadi D mayor (2 6 9).

Akord G7 mayor (7 11 2)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(7) &\equiv 7+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 16(\text{mod}12) \\ &\equiv 4(\text{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(11) &\equiv 11+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 20(\text{mod}12) \\ &\equiv 8(\text{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(2) &\equiv 2+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 11(\text{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk akord G7 mayor berubah menjadi E7 mayor (4 8 11).

Akord A minor (9 0 4)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(9) &\equiv 9+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 18(\text{mod}12) \\ &\equiv 6(\text{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(0) &\equiv 0+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 9(\text{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_9(4) &\equiv 4+9(\text{mod}12) \\ &\equiv 13(\text{mod}12) \\ &\equiv 1(\text{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk akord A minor berubah menjadi Fis minor (6 9 1)

Akord D7 mayor (2 6 9)

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_9(2) \equiv 2 + 9(\text{mod}12)$$
$$\equiv 11(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_9(6) \equiv 6 + 9(\text{mod}12)$$
$$\equiv 15(\text{mod}12)$$
$$\equiv 3(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_9(1) \equiv 9 + 9(\text{mod}12)$$
$$\equiv 18(\text{mod}12)$$
$$\equiv 6(\text{mod}12)$$

Jadi untuk akord D mayor berubah menjadi B mayor (11 3 6).

2. Perpindahan akord dari C mayor menjadi B mayor

Karena perpindahan dari akord C mayor menjadi B mayor adalah sebanyak 11 step (n=11), maka dapat dijabarkan sebagai berikut :

Akord F mayor (5 9 0)

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{11}(5) \equiv 5 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv 16(\text{mod}12)$$
$$\equiv 4(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{11}(9) \equiv 9 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv 20(\text{mod}12)$$
$$\equiv 8(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{11}(0) \equiv 0 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv 11(\text{mod}12)$$

Jadi untuk akord F mayor berubah menjadi E mayor (4 8 11)

Akord G7 mayor (7 11 2)

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{11}(7) \equiv 7 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv 18(\text{mod}12)$$
$$\equiv 6(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{11}(11) \equiv 11 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv (\text{mod}12)$$
$$\equiv 10(\text{mod}12)$$

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_{11}(2) \equiv 2 + 11(\text{mod}12)$$
$$\equiv 13(\text{mod}12)$$
$$\equiv 1(\text{mod}12)$$

Jadi untuk akord G7 mayor berubah menjadi Fis mayor (6 10 1)

Akord A minor (9 0 4)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(9) &\equiv 9+11(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 20(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 8(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(0) &\equiv 0+11(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 11(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(4) &\equiv 4+11(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 15(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 3(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk A minor berubah menjadi Gis minor (8 11 3)

Akord D7 mayor (2 6 9)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(2) &\equiv 2+11(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 13(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 1(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(6) &\equiv 6+11(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 17(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 5(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(9) &\equiv 9+11(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 20(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 8(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk D7 mayor berubah menjadi Cis mayor (1 5 8)

Akord D minor (2 5 9)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(2) &\equiv 2+11(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 13(\mathrm{mod}12) \\ &\equiv 1(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &= x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(5) &= 5+11(\mathrm{mod}12) \\ &= 16(\mathrm{mod}12) \\ &= 4(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &= x+n(\mathrm{mod}12) \\ T_{11}(9) &= 9+11(\mathrm{mod}12) \\ &= 20(\mathrm{mod}12) \\ &= 8(\mathrm{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk D minor berubah menjadi Cis minor (1 4 8)

3. Perpindahan dari akord C mayor menjadi F mayor

Karena perpindahan dari akord C mayor menjadi F mayor adalah sebanyak 5 step (n=5), maka dapat dijabarkan sebagai berikut :

Akord F mayor (5 9 0)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(5) &\equiv 5+5 \pmod{12} \\ &\equiv 10 \pmod{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(9) &\equiv 9+5 \pmod{12} \\ &\equiv 14 \pmod{12} \\ &\equiv 2 \pmod{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_9(0) &\equiv 0+5 \pmod{12} \\ &\equiv 5 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk akord F mayor berubah menjadi Ais mayor (10 2 5).

Akord G7 mayor (7 11 2)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(7) &\equiv 7+5 \pmod{12} \\ &\equiv 12 \pmod{12} \\ &\equiv 0 \pmod{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(11) &\equiv 7+11 \pmod{12} \\ &\equiv 18 \pmod{12} \\ &\equiv 4 \pmod{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(2) &\equiv 2+5 \pmod{12} \\ &\equiv 7 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk akord G7 mayor berubah menjadi C7 mayor (0 4 7).

Akord A minor (9 0 4)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(9) &\equiv 9+5 \pmod{12} \\ &\equiv 14 \pmod{12} \\ &\equiv 2 \pmod{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(0) &\equiv 0+5 \pmod{12} \\ &\equiv 5 \pmod{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(4) &\equiv 4+5 \pmod{12} \\ &\equiv 9 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk akord A minor berubah menjadi D minor (2 5 9)

Akord D minor (2 5 9)

$$\begin{aligned} T_n(x) &= x+n \pmod{12} \\ T_5(2) &= 2+5 \pmod{12} \\ &= 7 \pmod{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &= x+n \pmod{12} \\ T_5(5) &= 5+5 \pmod{12} \\ &= 10 \pmod{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_n(x) &= x+n \pmod{12} \\ T_5(9) &= 9+5 \pmod{12} \\ &= 14 \pmod{12} \\ &= 2 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk akord D minor berubah menjadi G minor (7 10 2).

Akord D7 mayor (2 6 9)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(2) &\equiv 2+5 \pmod{12} \\ &\equiv 7 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(6) &\equiv 6+5 \pmod{12} \\ &\equiv 11 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_5(9) &\equiv 9+5 \pmod{12} \\ &\equiv 14 \pmod{12} \\ &\equiv 2 \pmod{12} \end{aligned}$$

untuk akord D7 mayor berubah menjadi G7 mayor (7 11 2).

4. Perpindahan dari akord C mayor menjadi G mayor

Karena perpindahan dari akord C mayor menjadi G mayor adalah sebanyak 7 step (n=7), maka dapat dijabarkan sebagai berikut :

Akord F mayor (5 9 0)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(5) &\equiv 5+7 \pmod{12} \\ &\equiv 12 \pmod{12} \\ &\equiv 0 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(9) &\equiv 9+7 \pmod{12} \\ &\equiv 16 \pmod{12} \\ &\equiv 4 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(0) &\equiv 0+7 \pmod{12} \\ &\equiv 7 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk akord F mayor berubah menjadi C mayor (0 4 7).

Akord G7 mayor (7 11 2)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(7) &\equiv 7+7 \pmod{12} \\ &\equiv 14 \pmod{12} \\ &\equiv 2 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(11) &\equiv 11+7 \pmod{12} \\ &\equiv 18 \pmod{12} \\ &\equiv 6 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(2) &\equiv 2+7 \pmod{12} \\ &\equiv 9 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk akord G7 mayor berubah menjadi D7 mayor (2 6 9).

Akord A minor (9 0 4)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(9) &\equiv 9+7 \pmod{12} \\ &\equiv 16 \pmod{12} \\ &\equiv 4 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(0) &\equiv 0+7 \pmod{12} \\ &\equiv 7 \pmod{12} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n \pmod{12} \\ T_7(4) &\equiv 4+7 \pmod{12} \\ &\equiv 11 \pmod{12} \end{aligned}$$

Jadi untuk akord A minor berubah menjadi E minor (4 7 11)

Akord D minor (2 5 9)

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12) \qquad T_n(x) = x + n(\text{mod}12) \qquad T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_7(2) \equiv 2 + 7(\text{mod}12) \qquad T_7(5) = 5 + 7(\text{mod}12) \qquad T_7(9) \equiv 9 + 7(\text{mod}12)$$
$$\equiv 9(\text{mod}12) \qquad = 12(\text{mod}12) \qquad \equiv 16(\text{mod}12)$$
$$\equiv 0(\text{mod}12) \qquad \equiv 4(\text{mod}12)$$

Jadi untuk akord D minor berubah menjadi A minor (9 0 4)

Akord D7 mayor (2 6 9)

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12) \qquad T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12) \qquad T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_7(2) \equiv 2 + 7(\text{mod}12) \qquad T_7(6) \equiv 6 + 7(\text{mod}12) \qquad T_7(9) \equiv 9 + 7(\text{mod}12)$$
$$\equiv 9(\text{mod}12) \qquad \equiv 13(\text{mod}12) \qquad \equiv 16(\text{mod}12)$$
$$\equiv 1(\text{mod}12) \qquad \equiv 4(\text{mod}12)$$

Jadi untuk D7 mayor berubah menjadi A mayor (9 1 4)

5. Perpindahan dari akord C mayor menjadi E mayor

Karena perpindahan dari akord C mayor menjadi E mayor adalah sebanyak 4 step (n=4), maka dapat dijabarkan sebagai berikut :

Akord F mayor (5 9 0)

$$T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12) \qquad T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12) \qquad T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$$
$$T_4(5) \equiv 5 + 4(\text{mod}12) \qquad T_4(9) \equiv 9 + 4(\text{mod}12) \qquad T_4(0) \equiv 0 + 4(\text{mod}12)$$
$$\equiv 9(\text{mod}12) \qquad \equiv 13(\text{mod}12) \qquad \equiv 4(\text{mod}12)$$
$$\equiv 1(\text{mod}12)$$

Jadi untuk akord F mayor berubah menjadi A mayor (9 1 4).

Akord G7 mayor (7 11 2)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(7) &\equiv 7+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 11(\text{mod}12) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(11) &\equiv 11+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 15(\text{mod}12) \\ &\equiv 3(\text{mod}12) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(2) &\equiv 2+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 6(\text{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk akord G7 mayor berubah menjadi B mayor (11 3 6).

Akord A minor (9 0 4)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(9) &\equiv 9+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 13(\text{mod}12) \\ &\equiv 1(\text{mod}12) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(0) &\equiv 0+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 4(\text{mod}12) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(4) &\equiv 4+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 8(\text{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk akord A minor berubah menjadi C$^{\#}$ minor (1 4 8)

Akord D minor (2 5 9)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(2) &\equiv 2+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 6(\text{mod}12) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &= x+n(\text{mod}12) \\ T_4(5) &= 5+4(\text{mod}12) \\ &= 9(\text{mod}12) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(9) &\equiv 9+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 13(\text{mod}12) \\ &\equiv 1(\text{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk akord D minor berubah menjadi F$^{\#}$ minor (6 9 1)

Akord D7 mayor (2 6 9)

$$\begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(2) &\equiv 2+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 6(\text{mod}12) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(6) &\equiv 6+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 10(\text{mod}12) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} T_n(x) &\equiv x+n(\text{mod}12) \\ T_4(9) &\equiv 9+4(\text{mod}12) \\ &\equiv 13(\text{mod}12) \\ &\equiv 1(\text{mod}12) \end{aligned}$$

Jadi untuk D7 mayor berubah menjadi F$^{\#}$ mayor (6 10 1)

Dari penjabaran rumus fungsi transposisi akord di atas, maka didapat suatu akord baru yang sesuai dengan nada yang diinginkan yatu:

1. Perpindahan dari akord C mayor menjadi A mayor

A - D - E7 - A - E - D - A……………..1

D - E7 - A - F$^{\#}$m - B - E7……………..2

A - D - E7 - A - E - D - A……………..3

D - E7 - A - F$^{\#}$m - B - E7 - A………….4

2. Perpindahan dari akord C mayor menjadi B mayor

B- E - F$^{\#}$ - B - F$^{\#}$ - E - B..............................1

E - F$^{\#}$ - B - Gm$^{\#}$- C$^{\#}$ - F$^{\#}$ 2

B - E - F$^{\#}$ -B -F$^{\#}$ -E - B.................................3

E - F$^{\#}$ - B - Gm$^{\#}$ - C$^{\#}$m - F$^{\#}$ - B.....................4

3. Perpindahan dari akord C mayor menjadi F mayor

F- A$^{\#}$ – C7 - F – C7 – A$^{\#}$ - F............................1

A$^{\#}$ – C7 - F - D$_{m}$- G7 – C7 2

F – A$^{\#}$ – C7 -F –C7 –A$^{\#}$ - F...............................3

A$^{\#}$ – C7 - F - Dm - Gm – C7 - F........................4

4. Perpindahan dari akord C mayor menjadi G mayor

G- C – D7 - G – D7 – C - G............................1

C – D7 - G - E$_{m}$- A7 – D7 2

G – C – D7 -G –D7 –C - G...............................3

C – D7 - G - Em - Am – D7 - G........................4

5. Perpindahan dari akord C mayor menjadi E mayor

E- A – B7 - E – B7 – A - E............................1

A – B7 - E – C$^{\#}$ m- F$^{\#}$ 7 – B7 2

E – A – B7 -E –B7 –A - E...............................3

A – B7 - E – C$^{\#}$ m – F m – D7 - G........................4

Dari contoh perpindahan ke lima nada dasar di atas maka dapat disimpulkan bahwa rumus fungsi transposisi akord dapat diterapkan pada perpindahan semua nada dasar pada sebuah lagu.

4.5 Dua Ranah Bilangan

Pada bab II telah dijelaskan tentang surat Al Fajr ayat 1-3. Dalam ayat tersebut huruf wawu merupakan salah satu huruf qosam (sumpah). Dalam surat tersebut Allah bersumpah atas bilangan. Hal ini mengartikan bahwa bilangan itu benar-benar ada dan Allah menyukainya yang mengartikan bahwa Allah mencintai matematika.

Bilangan sangat berkaitan dalam segala bidang. Misalnya dalam transposisi akord pada seni musik, bilangan mempunyai peranan yang sangat penting yaitu saat suatu akord ditransposisi atau dirubah pada akord yang lain maka akord tersebut dirubah terlebih dahulu dalam bentuk bilangan, yang bertujuan untuk mempermudah dalam menyelesaikan transposisi akord tersebut. Selain itu bilangan juga erat kaitannya dalam bidang agama.

Dalam ilmu fiqih khususnya masalah waris, bilangan mempunyai peranan yang sangat penting yaitu dalam menetapkan bagian-bagian ahli waris dan menentukan jumlah harta yang berhak diterima oleh setiap orang yag berhak menerima waris tersebut. Lazimnya dalam ilmu waris hal tersebut disebut dengan ilmu Faraidl, artinya menurut syara’ ialah pembagian pusaka bagi yang berhak menerimanya (Moh.Rifa’i, 1978:513)

Pembagian harta waris dalam Al quran dibagi dalam 6 kategori yang dilambangkan dengan sutu bilangan yaitu1/2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 2/3. Adapun yang mendapat 1/2, 1/3, 1/6, dan 2/3 bagian terdapat dalam surat An-Nisa' ayat 11, yakni 1/2 bagian bagi seorang anak perempuan yang hanya seorang diri, sebagaimana firman Allah

وَإِن كَانَتۡ وَٰحِدَةٗ فَلَهَا ٱلنِّصۡفُۚ

" jika anak perempuan itu seorang saja, Maka ia memperoleh separo harta "

yang mendapat 1/3 bagian adalah seorang ibu yang tidak terhalang (jika tidak meninggalkan anak atau cucu laki-laki dari anak laki-laki atau tidak pula meninggalkan dua orang saudara, baik laki-laki atau perempuan, baik seibu seayah, atau seayah saja), sebagaimana firmanNya

فَإِن لَّمۡ يَكُن لَّهُۥ وَلَدٞ وَوَرِثَهُۥٓ أَبَوَاهُ فَلِأُمِّهِ ٱلثُّلُثُۚ

" Jika orang yang meninggal tidak mempunyai anak dan ia diwarisi oleh ibu bapaknya (saja), maka ibunya mendapat sepertiga "

yang mendapat 1/6 bagian adalah seorang ayah, jika ada anak atau cucu dari anak laki-laki, sebagaimana firman Allah

وَلِأَبَوَيۡهِ لِكُلِّ وَٰحِدٖ مِّنۡهُمَا ٱلسُّدُسُ مِمَّا تَرَكَ إِن كَانَ لَهُۥ وَلَدٞۚ .

"dan untuk dua orang ibu-bapak, bagi masing-masingnya seperenam dari harta yang ditinggalkan, jika yang meninggal itu mempunyai anak"

yang mendapat 2/3 adalah dua orang anak perempuan (atau lebih), jika mereka tidak mempunyai saudara laki-laki.

فَإِن كُنَّ نِسَآءً فَوۡقَ ٱثۡنَتَيۡنِ فَلَهُنَّ ثُلُثَا مَا تَرَكَۖ .

" jika anak itu semua perempuan lebih dari dua, maka bagi mereka dua pertiga dari harta yang ditinggalkan".

Sedangkan yang mendapatkan 1/4 dan 1/8 bagian dijelaskan dalam surat an-Nisa' ayat 12. Dari keterangan di atas bilangan sangat dibutuhkan dalam menentukan bagian ahli waris, dan dimungkinkan jika tidak menggunakan bilangan dapat terjadi kesalahan dalam pembagian harta waris tersebut. Karena jika salah dalam menentukanya akan menyebabkan seseorang mempunyai harta yang bukan miliknya, yang mana hal tersebut dilarang dalam agama islam sebagaimana yang dijelaskan dalam surat Al Baqoroh ayat 188.

Selain dari contoh di atas bilangan juga dibutuhkan dalam bidang-bidang agama yang lain, misalnya dalam menentukan masa 'iddah seorang wanita, jumlah rakaat dalam shalat, dan sebagainya. Dalam hal ini sangat jelaslah bahwa bilangan mempunyai peranan penting dalam segala bidang, baik dalam bidang agama maupun bidang non agama.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Kajian ini membahas transposisi akord penyusun lagu dengan menggunakan teori bilangan, khususnya pada kongruensi dengan rumus $T_n(x) \equiv x + n(\text{mod}12)$. Rumus tersebut disebut fungsi transposisi akord dan dapat digunakan untuk mentransposisi akord penyusun lagu agar menghasilkan nada yang sesuai dengan tingkatan suara.

Adapun langkah-langkah untuk mentransposisi akord adalah

1. Mengubah nada ke dalam bentuk *integer model of pitch.*
2. Fungsi transposisi akord
3. Menerapkan rumus fungsi transposisi akord pada pencarian akord-akord.
4. Menerapkan rumus fungsi transposisi akord pada sebuah lagu dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Menentukan lagu yang akan ditransposisi
   b. Mencari susunan akord-akord lagu tersebut
   c. Mengubah akordnya ke dalam bentuk *integer model of pitch.*
   d. Menentukan transposisi yang diinginkan atau yang sesuai dengan jangkauan suara.
   e. Mengubah akord-akordnya ke dalam akord-akord yang baru (yang diinginkan) dengan menggunakan rumus fungsi transposisi.
   f. Langkah terakhir menyusun kembali akord-akord yang telah ditransposisi.

5.2 Saran

Pada seni musik terdapat banyak permasalahan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep matematika. Dalam penulisan skripsi ini, penulis menggunakan teori bilangan untuk membantu menyelesaikan transposisi akord penyusun lagu. Penulis dapat memberikan beberapa saran untuk penelitian lebih lanjut, misalnya menerapkannya pada lagu yang bernada dasar minor atau mengkaji musik dengan teori matematika yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. 2007. Ketika Kyai Mengajar Matematika. Malang: UIN Malang Press

_________. 2006. Analisis Real I. Malang

Al-Utsaimin, Shalih. 2000. Tafsir Juz Amma. Solo: At tibyan

Al-Mahalli, Imam jalaluddin. 1996. Tafsir Jalalain. Bandung: Sinar Baru Algensindo

Anonim. 2003. Pengantar Pengetahuan Harmoni. Yogyakarta: Kanisius

Arifin, Ahmad. 2000. Aljabar. Bandung: ITB

Fiore. Thomas. Music and Mathematics. fiore@umich.edu diakses tanggal 1 Januari 2008

Holland, Roy. 1983. Kamus Matematika. Jakarta: Erlangga

Isfanhari, Musafir. 2000. Pengetahuan Dasar Musik. Surabaya: Dinas P dan K propinsi Jawa Timur

Mardalis. 2007. Metode Penelitian Suatu Pendekatan Proposal. Jakarta: Bumi Aksara

Margono. 2005. Metode Penelitian Pendidikan. Jakarta: Rineka Cipta

Muhsetyo, Gatot. 19997. Dasar-Dasar Teori Bilangan. FIP MIPA IKIP Malang

Rifa'i. 1978. Fiqih Islam Lengkap. Semarang: Karya Toha Putra

Shihab, M Quraish. 2003. Tafsir Al Misbah. Jakarta: Lentera Hati

Sudirma. 2001. Teori Bilangan. F MIPA Universitas negeri Malang

Sukirman. 2005. Pengantar Aljabar Abstrak. Malang: UM Press

http://en.wikipedia.org/wiki/Set theory, diakses 16 Desember 2007

http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Music_Theory&oldid=47475275, diakses 23 Juli 2008.